高周波型質量分析計

兼　松　太
（大阪市立大学工学部）

昭和37年4月21日
輻射科学研究会資料

§1. 緒　言

Bennett 型[1] のものも、Linear Accelerator 型[2] のものも、共に高周波質量分析計と称する様な一般的慣習になっているが、筆者が試作を進めて来たのは前者の方である。両者共、高周波電界とイオンの間に、エネルギーの授受を行わせ、Velocity selection の原理によって質量分析をなすものであるが、エネルギー変換領域の配置に工夫の相違がある。

高周波型質量分析計は、適当な大きの管球に作ることが出来、磁界は必要としない。通常のガス分析には、一応充分な程度の分解能を持たせる事も出来、又、短時間でスペクトル観察を行う事も出来るので、ガス成分の変化を追跡するのにも便利である。性質は頑健で、用法も比較的簡単である等、利点が多い。それで、真空系の任意の位置に取りつけて、電離真空計を扱う程度の気軽さで使用出来るガス分析計を作りたいと考えて試作を進めて来た次第である。

1段～2段等の低分解能のものは、簡易高感度のリークディテクターとして使用してもよく、その試作結果は、既に報告を行ってある。[3]

茲には、原理や設計についての解説を試み、且つ、神戸工業で試作して頂いた三段の Bennett 型分析計について、若干の報告を行う。

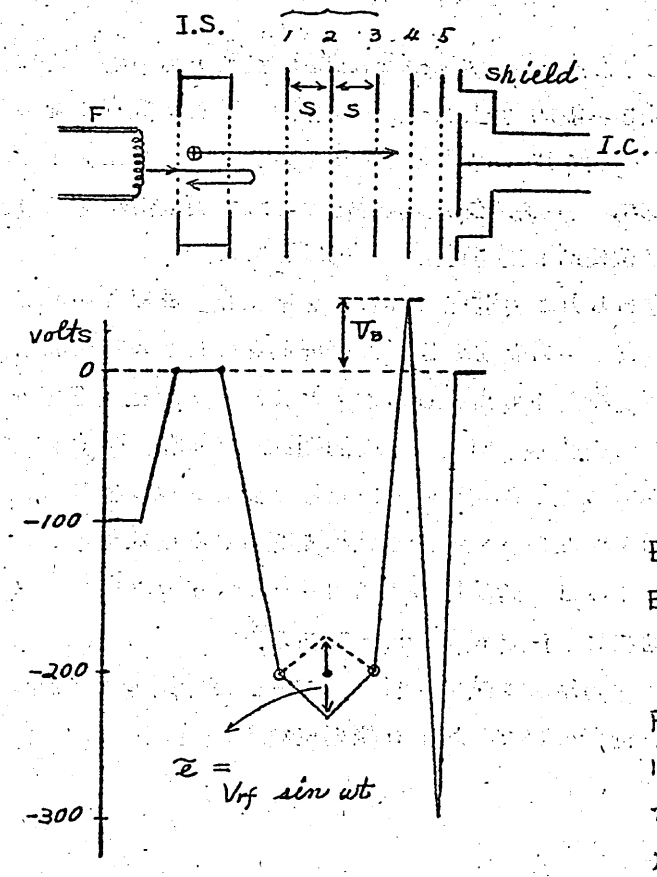
§2. 原理および設計について

〔A〕 Single-Stage Tube

第1図には、single stage tube の構造を示してあるが、之は、何枚かの平行平面グリッドで作られていて、その中の等間隔に置かれた3枚のグリッド 1, 2, 3 が 高周波領域（interaction region）を構成し、中央のグリッド2に高周波電圧が加えられる事になる。

イオン源から加速されて高周波領域に入射したイオンの中、高周波電界から最大のエネルギー利得を得たイオンのみが、グリッド4で与えられている電位障壁を超えて、イオンコレクターに入り、直流増幅器で検出される。

グリッド5は、途中のグリッドから発生した二次電子が、イオンコレクターに



第1図 single stage tube の構造及び電位配分例.

入らないようにする為の抑制グリッドである.

高周波領域に於けるイオンのエネルギー利得は、高周波電圧がイオンに対する直流加速電圧に比べて充分小い（即ち、イオンの速度変化が無視される）として、簡単に求められる。即ち

$$\Delta W = \int F\,ds = v\int F\,dt \quad \cdots\cdots (1)$$

$$E_{12} = E\sin(\omega t + \theta),$$

$$E_{23} = -E\sin(\omega t + \theta) \quad \cdots\cdots (2)$$

但し、v は イオンの速度、F はイオンが高周波電界から受ける力、E は高周波電界の振巾で、$E = V_{rf}/S$ とする。又、ω 及び θ は 高周波の角周波数及び位相角で、イオンがグリッド1を通る時刻を $t=0$ とする。

然らば

$$\Delta W = ev\left\{\int_0^{S/v} E\sin(\omega t+\theta)\,dt - \int_{S/v}^{2S/v} E\sin(\omega t+\theta)\,dt\right\}$$

$$= \frac{eEv}{\omega}\left[\cos\theta - 2\cos\left(\frac{S\omega}{v}+\theta\right) + \cos\left(\frac{2S\omega}{v}+\theta\right)\right]$$

$$= \frac{eV_{rf}}{\alpha}\left\{\cos\theta - 2\cos(\alpha+\theta) + \cos(2\alpha+\theta)\right\} \quad \cdots\cdots (3)$$

但し、$\alpha = S\omega/v = \tau\omega$ で、イオンがグリッド間隔 S cm を通過する間の走行角である。尚、$\alpha+\theta=\beta$ とおいて書き改めると、次の様になる。

$$\Delta W = 2eV_{rf}\frac{\cos\alpha - 1}{\alpha}\cdot\cos\beta \quad \cdots\cdots (4)$$

之は、βに関しては、それがπの時に ΔW が最大になる事を示す。 即ち、イオンが高周波グリッド2を通過する時に高周波電圧が負から正に変る如き位相関係で入射するイオンが最も有効にエネルギーを得る。

又、走行角 α に関しては、

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= {}^{sw}/_{v} = 133°34' = 2.331\,radian \quad (\theta = 46°26') \text{ の時} \\ \frac{\cos\alpha - 1}{\alpha} &= \frac{-1.6892}{2.331} = -0.7247 \quad (\text{最大絶対値}) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5)$$

となり、従って $(\Delta W)_{max} \fallingdotseq 1.45\ eV_{rf}$ ……(6)

なる事が分る。 この条件では、イオンが高周波領域を通り抜ける間に、高周波は 0.742 サイクルを経過することになる。

イオンに対する直流加速電圧を Volt とすると

$$eV = \frac{1}{2} M m_0 v^2 \quad \cdots\cdots (7)$$

但し、Mは イオンの質量数，m_0は $M=1$ のイオンの質量。 であるから、(5)と(7) とから、最大エネルギーを得るイオンの質量数を与える次式を得る。

$$M = \frac{0.2635 \times 10^{12} V}{S^2 f^2} \quad \cdots\cdots (8)$$

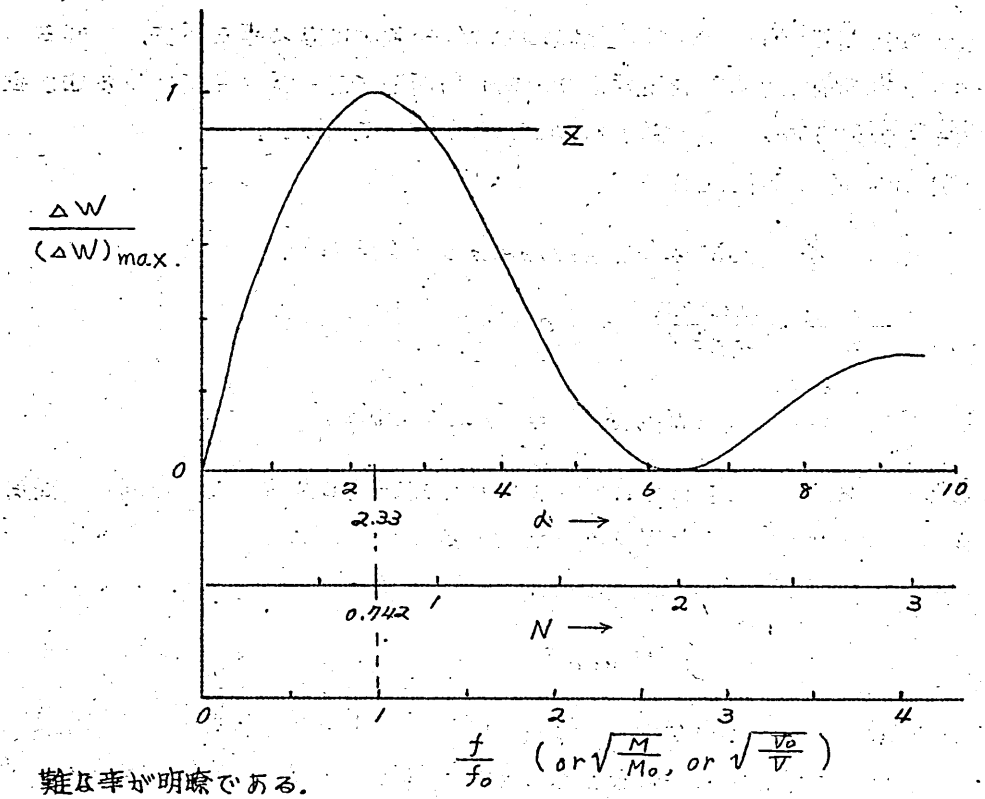
但し、Sは cm、 fは cycle/s、 Vは volt 単位で表す。

(8)式は、イオン加速電圧を一定として、周波数掃引によって、又 周波数を一定として、電圧掃引によって、スペクトルを観察し得る事を示している。

(4)式により、$\beta = \pi$ の場合について、エネルギー利得を走行角 α の函数として示せば、第2図の様になる。

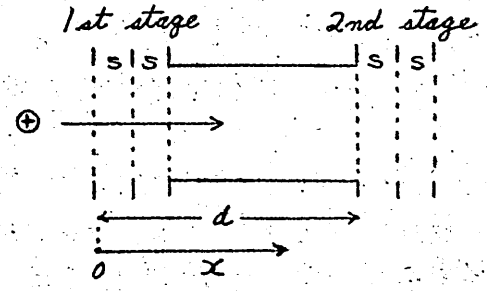
尚、横軸に、イオンが グリッド1から3までの間を通り抜ける間に、経過する高周波のサイクル数 N を α の代りに記入した場合を示し、又、αを左右する周波数 f、 質量数 M、 イオン加速電圧 V の中、2つを固定して残りの1つを変化せしめた場合を、最適條件の f_0、M_0、V_0 を単位として夫々示してある。

この図によれば、single stage tube では、分解能を高めるのが困



難な事が明瞭である.

〔B〕 2-Stage Tube



第3図 2-stage tube

エネルギー交換領域を多段にすると、利得を増し、且つ分解能を高める事が出来る.

最適條件に在る時のイオンがScmを通過する間の走行角α_mは(5)式で与えられている故、このイオンが高周波の1週期間に走行する距離は、$S \times (2\pi/\alpha_m) = 2.70\,S$ cm と得られる. それ故、各段の対応するグリッド間の距離dを

$$d = 2.70\,nS, \quad n = \text{整数} \cdots (9)$$

となる様に配置すれば、初段を最適条件で通過したイオンは、第2段でも再び最大のエネルギー利得を得ることになる。

初段におけるエネルギー利得は、前項に示された如くであり、第2段のそれも全様に扱う事が出来る。 第2段の中央グリッドをイオンが通過する時の位相 β' は、初段の第1グリッドを通過する時刻を $t=0$ として、次の如くに与えられる。

$$\beta' = \beta + \frac{2.70 n S w}{v} + \frac{S w}{v}$$

$$= 2.70 n\alpha + \alpha + \beta = 2.70 n\alpha + \beta \quad \cdots\cdots (10)$$

この β' を (4)式の β に置き換えれば、第2段に於けるエネルギー利得の式となる。 従って 全利得は次の如くに表わされる。

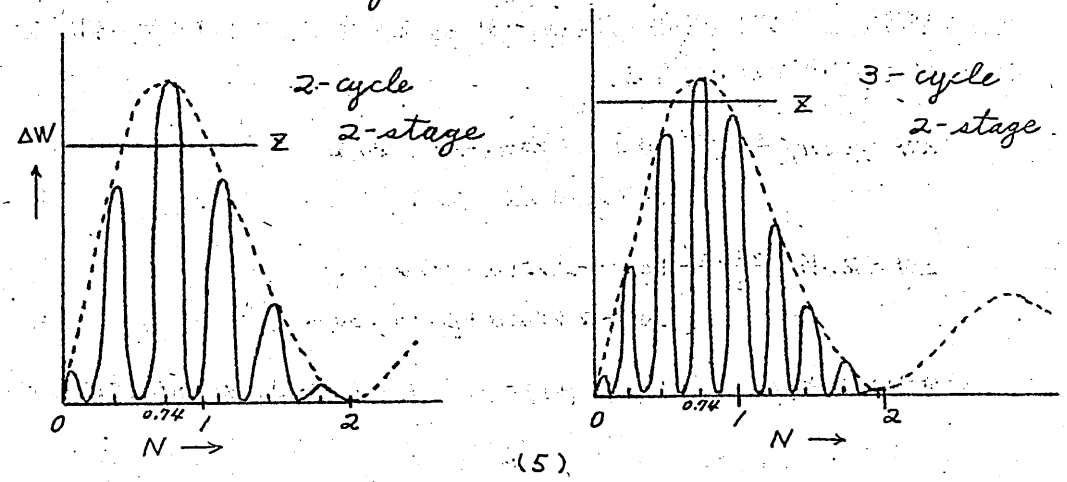
$$\Delta W = 2 eV_{rf} \frac{\cos\alpha - 1}{\alpha} \left\{ \cos\beta + \cos(2.70 n\alpha + \beta) \right\} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$= 4 eV_{rf} \frac{\cos\alpha - 1}{\alpha} \cdot \cos 1.35 n\alpha \cos(1.35 n\alpha + \beta) \quad \cdots\cdots (12)$$

$$(\Delta W)_{max.} = 2.9 eV_{rf} \quad \cdots\cdots (13)$$

$n=2$ 及び 3 の場合、即ち 2-cycle 2 stage 及び 3-cycle 2-stage tube の場合について、ΔW を α の函数として求むれば、第4図の如くである。 但し、$\beta=\pi$ とし、図の横軸には α の代りにイオンが2Sを通

第4図 2-stage tube のエネルギー利得曲線



通する間のサイクル数Nを目盛ってある。この利得曲線の包絡線は $(1-\cos\alpha)/\alpha$ の形を持つものである。

〔C〕 3-Stage Tube

2-stage tube で段間距離を大きく、即ちnを大きくしてゆけば、分解能を増す事は出来るが、合時に ghost も出易くなると云う事情はネルギ図によって明らかにされている。中心ピークの利得と ghost の利得とが接近して来ると barrier potential V_B を大きくしなければならず、従ってイオン電流も微小になって使用に難儀である。そこでネ3の高周波領域を附加して中心ピークの利得を更に大ならしめると共に ghost の利得を打ち消すように考えられたのが 3-stage tube である。

ネ1, ネ2段間を n-cycle に、ネ2, ネ3段間を m-cycle に配置したとすれば、2-stage の場合と全様にして次の如くエネルギー利得の式が与えられる。

$$\Delta W = 2eV_{rf}\frac{\cos\alpha-1}{\alpha}\{\cos\beta_1+\cos(2.70n\alpha+\beta_1)+\cos\{2.70(n+m)\alpha+\beta_1\}\} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$(\Delta W)_{max} = 4.35\,eV_{rf} \quad \cdots\cdots(15)$$

(14)式は初段のネ1グリッドにイオンが入射する時刻を $t=0$ とし、その中央のグリッドを通過する時の高周波の位相を β_1 として、エネルギー利得を表したものであるが、ネ2段の中央のグリッドを通過する時の位相を β_2 として之を基準とし、或はネ3段の場合のそれ β_3 を基準としてエネルギー利得を表せば、夫々次式の如くになる。

$$\Delta W = 2eV_{rf}\frac{\cos\alpha-1}{\alpha}\{\cos(-2.70n\alpha+\beta_2)+\cos\beta_2+\cos(2.70m\alpha+\beta_2)\} \quad \cdots\cdots(16)$$

$$\Delta W = 2eV_{rf}\frac{\cos\alpha-1}{\alpha}\{\cos\{-2.70(n+m)\alpha+\beta_3\}+\cos(-2.70m\alpha+\beta_3)+\cos\beta_3\} \quad \cdots\cdots(17)$$

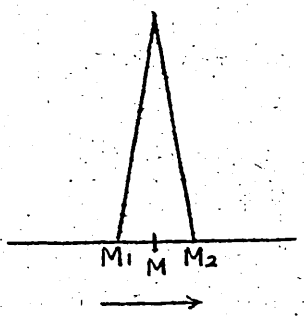
いずれにせよ β_1 (或は β_2, β_3) $=\pi$, $\alpha=\alpha_m=2.311$ rad. に対して

$(\Delta W)_{max}$. を得る事に変りはないが、どの式に依るかで、そのピーク巾や ghost の表れ方等に若干の相違がある。 それ故、分解能を予想する為には最も広いピーク巾をもたらす式に依らねばならず、ghost の出方を予想する為には 各αに対して、それらの中から最大のΔWを採用しなければならない。

その様子は $n=7$, $m=5$, 即ち実際に試作した 7-5-cycle 3-stage tube について 第5図に描いてみた如くである。
更に又 β_1, β_2 等が π から外れると中心ピークは低くなり乍ら、その位置がずれて行くこと、ghost の高さや位置も変化する事をも考慮しなければならない。 設計に当っては大体の見当で n, m を決定し、その値に対して上記の如く検討して行かねばならず、煩雑な事は相当面倒であるから、最終的には試作試験を待たねばならない事になる。

4-stage 以上の多段管については、3-stage の場合の考え方を延長してゆけば良いであろう。

[D] 分解能及び電流効率



resolving power P は、$\alpha-\Delta W$ 曲線が得られておれば 次の様に求められる。

$$P=\frac{M}{\Delta M}=\frac{M}{M_2-M_1}$$

$$=\frac{\alpha_m^2}{\alpha_2^2-\alpha_1^2}\fallingdotseq\frac{\alpha_m}{2\Delta\alpha} \qquad \cdots\cdots (18)$$

$\alpha-\Delta W$曲線はMの如何には無関係な一般的なものであるから、P はMには無関係に一定である。 唯、構造と barrier potential V_B によって左右される。
観測されたスペクトルから求められる場合は、電圧掃引法の時と周波数掃引の時に対して次式から算出する。

$$P=\frac{M}{\Delta M}=\frac{V}{\Delta V}=\frac{f}{2\Delta f} \qquad \cdots\cdots (19)$$

ΔV や Δf の値として底辺の巾を取るか半値巾を取るかは場合による。

current efficiency η と云うのは、イオン源から引き出されて来る着目しているイオンの中、コレクターに達し得るのは何%かと云う事である。之は(14)式の β_i について、元を中心として β_i' から β_i'' までの位相で、初段の高周波グリッドを通過したイオンが barrier を越えるものとすると

$$\eta = \frac{\beta_i'' - \beta_i'}{2\pi} \times 100 \quad \% \qquad \cdots\cdots (20)$$

と与えられる。但し、之は理想値を示すものであって、実際上は、途中のグリッドに捕捉されたり散乱されたりした残りのものの η %がイオン電流として検出される事になる。

§3. 試作管について

single-stage tube, 1-cycle 2-stage 及び 2-cycle 2-stage tube, 1-2-cycle 3-stage tube 等を手製して試験した結果については、既に一応の報告(2-stage tube まで)を纏めてある。③

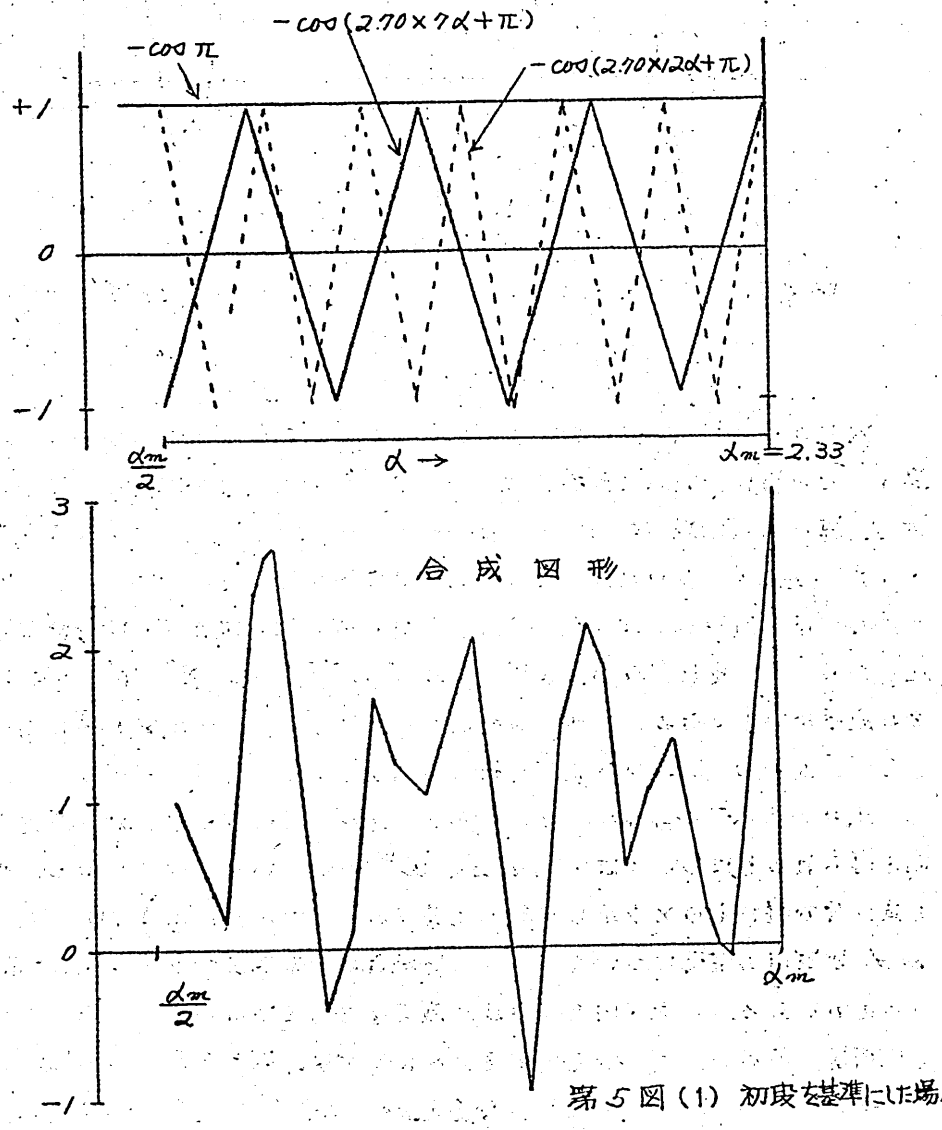
之等はいずれも本質的に低分解能のものである。高分解能管の製作には、グリッドの平面度や、それらの間の間隔の寸法精度が重要になって来るので、神戸工業の御協力を頂き、現在までに 2-1-cycle, 3-2-cycle, 及び 7-5-cycle の3種の 3-stage tube を試作した。

7-5-cycle 3-stage tube は高層大気の成分を調べる為に、Townsend㉒ がロケットで打ち上げたものを大体模写したものである。Bennett① は 9-7-cycle のものまで試作しているが、3-stage tube でも余り n, m を大きくして行くと、矢張りすべての ghost をうまく打ち消す事は困難になり、却って性能を損ずる事になる。従って3段のものとしては、此の程度まで位が限度で、それ以上に高分解能を望むならば、更に4段5段の設計とすべきであろう。

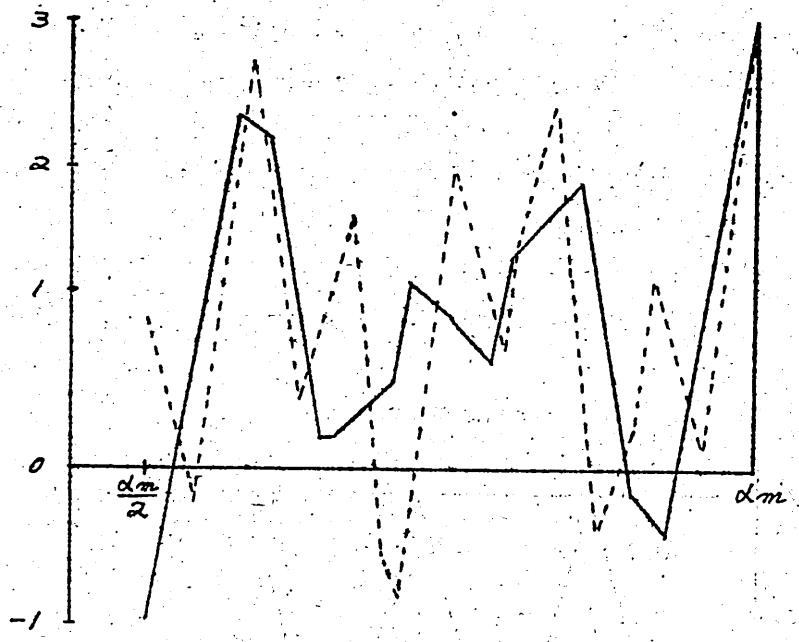
グリッド間隔は $s = 0.3$ cm とし、メッシュは 0.012 mmφ W線の 50 メッシュ(1インチ当り50本の網目)、或は 0.015 mmφ の 50 メッシュのものを用いた。イオンの透過率を単にメッシュの開孔面積比にのみ依存するとして計算すれば、イオン源からコレクターまでに16枚のメッシュが

配置されるような設計として、0.012 mmφ の場合は 46%；0.015 mmφ の場合は 38% が之を透過し得る事になる。

次に(14)，(16)及び(17)式に従って 2-5-cycle tube について、エネルギー利得曲線の概略を第5図に示しておく。簡略の為に sine 図形の代りに三角形を用いた。図には共通項の $(\cos\alpha-1)/\alpha$ を乗ずる事を略し、〔 〕中のもののみを加え合せて、正負逆転したものを示してある。又，α_m および $\alpha_m/2$ に対して左右対称であるから、$\alpha_m/2$ から α_m までだけを示しておく。



第5図(1) 初段を基準にした場合

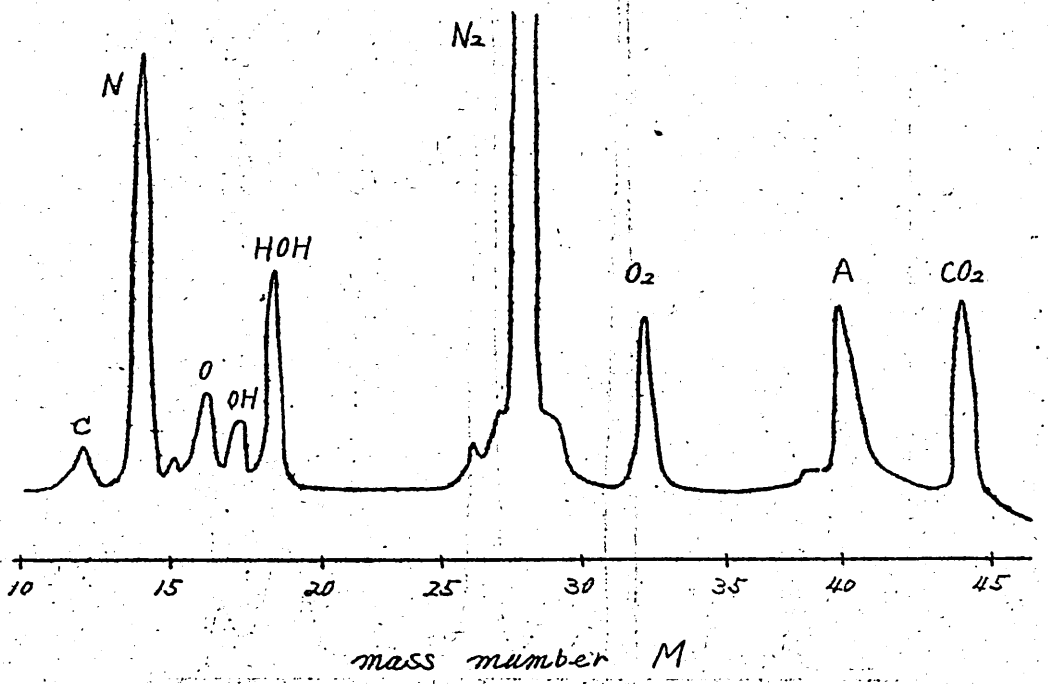


第5図(2)　実線は第2段を，点線は第3段を夫々基準とした場合。

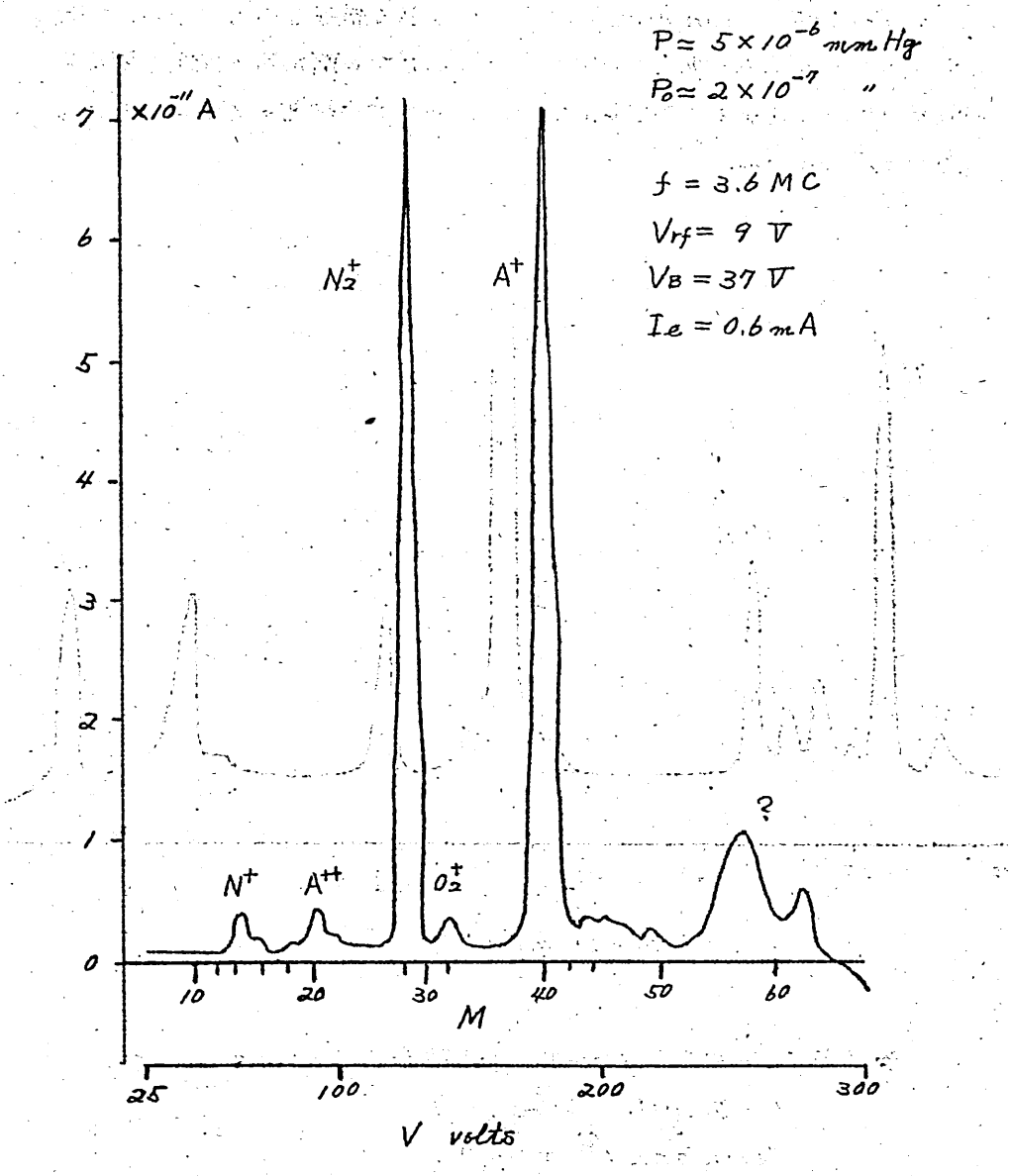
以上の様な方法による装置の見通しに対して，実際のエネルギー利得曲線が，どの様に表われて来るかについては：実験的に之を調べる方法がある。即ち，単一の気体成分を用いて，*stopping potential* V_B を順次変化させて *ghost* の表われ方，スペクトルの様子を調べて行けばよい。実際の場合には，着目している成分に近い質量の残留ガス成分等が比較的多く存在したり，又，それ自身の分裂成分 即ち N_2^+ に対する N^+, N_2^{++} 等の為にその観察が難しくなる。He の如きを用いればそれが比較的容易に行い得る筈であるから，近くその測定を行うつもりである。

此の *7-5-cycle 3-stage tube* によって，どの程度分解能が得られるかについては，*Townsend*[8] の得ているスペクトルと，我々の試作管で得たものとを示して参考に供する。第6図に示すのは，*Townsend* が室内の空気についてテストした場合の典型的スペクトルとして示しているものである。第7図のものは，我々が全く室内の空気について観察した結果であるが，*Varian* 型のイオンポンプ系に試料を導入して測定しているので，A（*argon*）が高い分圧を示し，従って又 A^{++} も比較的高いピ

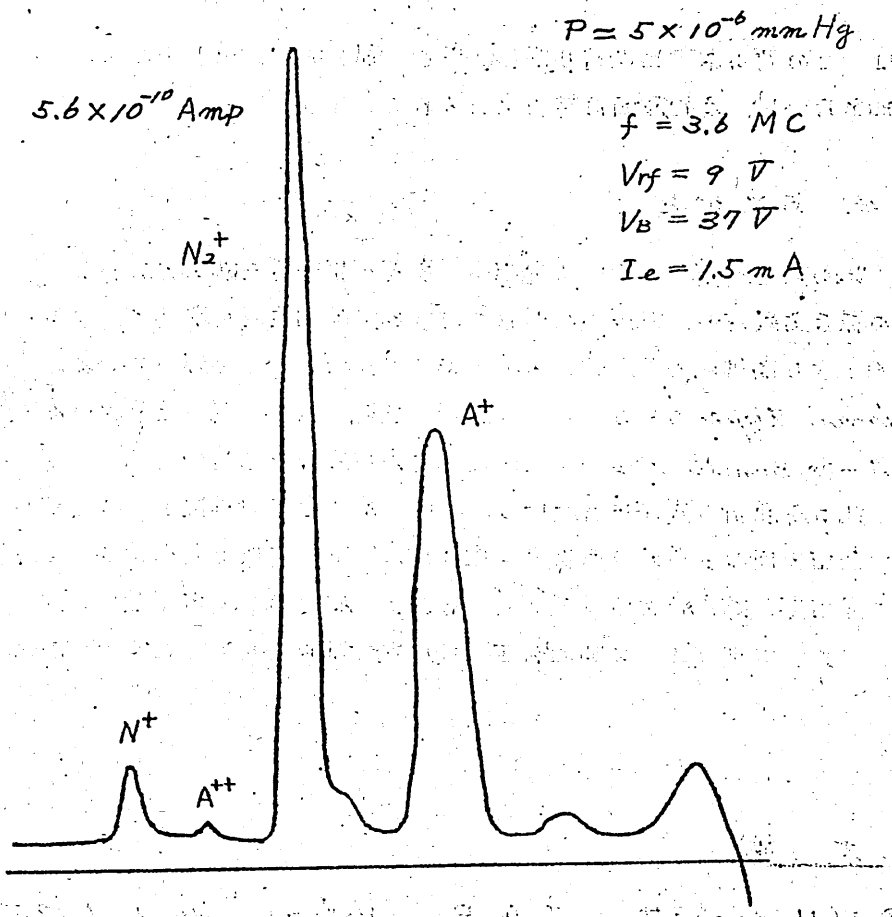
ークを表わす峯、Townsend のものとは異る様子を示している。我々の場合の方が分解能が劣っているが、之は記録計や増巾器の性能、安定度、や調整の如何によるもので、試作管そのものの性能が劣っているのではなかろうかと思っている。



第6図　室内の空気を分析した典型的スペクトル例。
7-5 cycle tube,
Townsend[4] から引用。



第7図　イオンポンプ系に空気を導入した場合.
我々の7-5-cycle tube による.



第8図　3-2-cycle　3-stage tube による。
第7図と全く同じ場合の測定。

第8図には、全くイオンポンプ系で 3-2-cycle tube で得られたスペクトルである。　時間的推移の故に、第7図の場合とはポンプ系のガス成分比が多少変化している。　試作管の性能や特性については、これから詳しく検討してゆくという段階であるので、今回は記述出来ない。　併し、測定結果から外挿すれば、充分な増巾器を用いれば $10^{-9} \sim 10^{-10}$ mmHg の真空を分析する事も可能と思われる。　併し、左様な超高真空で使用するには、この管自身がもっとガス放きのし易いものであって然しいと云う苦情がある。
又、V_B をより大きくすれば、分解能を高める事は出来るが、例えば N_2 と A とのピーク値が相対的に逆転すると云う不都合が見出されている。

えは、この管の本質上は有り得ない事で、副次的な設計上の不備による事かも知れないが、まだ原因は突きとめられていない。

§4. あとがき

此の際を利用して原理の説明や 数式の扱い等を述べてみた。その様な考察法や、既成の試作管に対する実験的検討を進めて、より良い設計の、より高性能の多段管が製作されるようにしたいと思っている。linac type のものでも 最近良い性能のものが発表されているが⑤ 我々は一応 Benett type をものにしておかねばならない。

此の分析計の試作その他については、神戸工業材料部の 神田部長および 森田技師から多大の御援助を受けた。 又、実際の製作には、管球技術部の藤田藤太郎氏に大変御厄介をかけた。 厚く御礼を申し上げる次第である。 又、本研究は、文部省科学試験研究費補助金を受けたものである。

文 献

① W.H. Bennett, J.A.P., Vol.21, No.2 (1950)

② P.A. Redhead and C.R. Crowell, J.A.P., Vol.24, No.3 (1953)

③ F. Kanematsu, Mem. Fac. Eng., Osaka City Univ. Vol.1, Dec. (1959)

④ J.W. Townsend, Jr., R.S.I., Vol.23, No.10 (1952).

⑤ H.W. Ehlbeck, K.H. Loecherer, J. Ruf, and H.J. Schwetze, AVS 1960 Vac. Symp. Trans.

(昭和37年4月17日)

輻射科学研究会

分布定数線路によって結合された整合負性抵抗増幅器

熊谷信昭　　森　弘喜

（大阪大学工学部）

1962年4月21日

分布定数線路によって結合された整合負性抵抗増幅器

要約：負性抵抗素子（エサキ・ダイオード）と，適当な長さおよび特性インピーダンスの分布定数線路を組み合わせた新しい負性抵抗増幅器を提案し，理論的，実験的に検討したものである。この増幅器は入力回路と整合した透過形負性抵抗増幅器で，非可逆回路やハイブリッドを必要とせず，しかもエサキ・ダイオードの接合容量を打ち消すための外部回路も不要である。したがって構造が非常に簡単，小形となる。電力利得および周波数帯域幅も今までに報告されている透過形負性抵抗増幅器と同程度またはそれ以上の特性が得られる。各種の構成について整合条件ならびに電力利得を表す式を導き，数値計算例を示した。代表例について250Mc帯で試作，実験を行い，中心周波数における電力利得7dB，3dB帯域幅約175MC（比帯域幅約76%），中心周波数における入力VSWR1.1，VSWR<2.0の周波数帯域幅約65MC（比帯域幅約28%）を得，理論値とほぼ一致した特性が得られることをたしかめた。

1．序　　言

エサキ・ダイオードは周知のとおり，周波数特性ならびに雑音特性のすぐれた固体負性抵抗素子として用いることができる。しかし実際には主として負性抵抗に並列に存在する接合容量のために周波数特性があらわれ，使用周波数の上限が限定される。したがってエサキ・ダイオードを用いた増幅器で，広帯域動作をさせるためにはこの接合容量を広帯域にわたって消去することが必要である。エサキ・ダイオードを用いた増幅器としては反射形，透過形

ともにいくつかの報告があるが,[1]～[5] これらはすべて接合容量の影響を打ち消すためにリアクタンス素子としてスタッブ等の外部回路を付加している。反射形では入出力波を分離するためのサーキュレータあるいはハイブリッド回路が必要である。そのために増幅器の寸法が大きくなって実用性，経済性が低下し，またしばしば増幅周波数帯域幅を狭くする原因ともなっている。この点を改善するために4分の1波長線路またはこれと等価の集中定数回路によって結合された透過形の負性抵抗増幅器が考案されている。[4][5],[7],[8] しかし，この場合にも接合容量は外部回路を付加して消去しなければならない。

本文では結合線路の特性インピーダンスと長さとを適当に選ぶことによって接合容量の影響を消去すると同時に入力回路と整合のとれた透過形増幅器を構成し得ることを示し，代表例について実際に試作実験を行い，理論値とかなりよく一致することをたしかめている。

試作した増幅器は増幅周波数帯域内で整合のとれた双方向性の透過形のもので，ハイブリッドやサーキュレータを必要とせず，また接合容量の影響を打ち消すための付属回路も不要であるため，従来のものにくらべて構造が非常に簡単である。利得，周波数帯域幅なども従来のものにくらべて同等またはそれ以上のすぐれた特性が得られた。

雑音特性は理想的サーキュレータを用いた場合の反射形増幅器と同じである。この点については浜崎，Hamann 両氏の解析[4],[5]と同様の取扱いが可能であるから，本文では省略した。

2．分布定数線路によって結合された整合負性抵抗増幅器の理論

2・1　増幅器の一般的取り扱い

まず増幅器を一般的に能動素子を含む四端子回路網として図1(a)のごとく

表す。図1(a)でA，B，C，Dは増幅器の四端子定数，R_1 およびR_2 はそれぞれ信号源および負荷インピーダンス，Z_i は増幅器の入力インピーダンスである。これらの値を共通な実数値で正規化したものをすべて図1(b)のように小文字で表す。

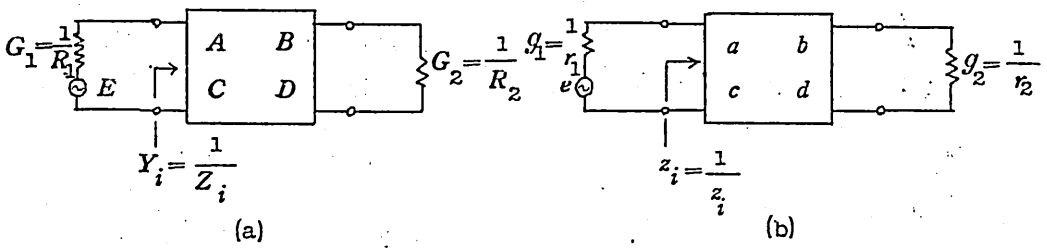


図1　四端子定数で表わした増幅器の一般的等価回路

A，B，C，Dとa，b，c，dとの間には

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\,A & \frac{B}{\sqrt{R_1 R_2}} \\ \sqrt{R_1 R_2}\,C & \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\,D \end{pmatrix} \tag{1}$$

なる関係がある。

このようにして正規化された入力インピーダンスz_i，および電力利得A_p，電圧定在波比ρを求めると次のようになる。

$$z_i = r_i + \overline{j}\,x_i = r_1 \frac{a+b}{c+d} \tag{2}$$

$$A_p = \frac{1}{|(a+b)(c+d)|} = \frac{1}{|F(p)|} \tag{3}$$

$$\rho = \frac{1 + \left| \frac{(a+b)-(c+d)}{a+b+c+d} \right|}{1 - \left| \frac{(a+b)-(c+d)}{a+b+c+d} \right|} \tag{4}$$

ここでr_iおよびx_iは正規化入力インピーダンスの実数部および虚数部，pは複素角周波数である。

もし，$F(p)=(a+b)(c+d)=0$ の根が正の実数部をもたなければこの増幅器は安定であり，逆の場合は不安定となる。[6]

式(2)より整合条件は

$$a+b = c+d \tag{5}$$

となり，整合した場合の電力利得A_{pm}は

$$A_{pm} = \frac{4}{|a+b+c+d|^2} \tag{6}$$

で与えられる。

したがって整合された増幅器を実現するには動作周波数帯において $a+b \cong c+d$, $A_p > 1$ となるような回路を構成すればよいことになる。

次にエサキ・ダイオードの等価回路は，遮断周波数および自己共振周波数よりも十分低い周波数では近似的に図2のごとく表される。

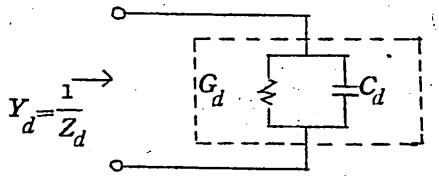


図2　エサキ・ダイオードの小信号近似等価回路

図2においてG_dは負性コンダクタンス，C_dは接合容量であって，いずれもバイアス電圧によって変化する。エサキ・ダイオードを外部からみた正規化インピーダンスおよびアドミタンスをそれぞれz_dおよびy_dとし，

$$z_d = r_d + jx_d \tag{7}$$

$$y_d = g_d + jb_d \tag{8}$$

と表す。r_d，x_dおよびg_d，b_dはそれぞれz_dおよびy_dの実数部と虚数部を表す。

2・2　2個のエサキ・ダイオードを並列に結合した整合増幅器

図3に示すように，特性アドミタンス$G_0 = 1/R_0$，位相定数β，長さlなる分布定数線路によってアドミタンスY_dなるエサキ・ダイオードを2個並列に結合した場合の四端子定数は式(1)の関係を用いて正規化すると，

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\left(\cos\beta l + j\frac{y_d}{g_0}\sin\beta l\right) & j\frac{\sqrt{g_1 g_2}}{g_0}\sin\beta l \\ \frac{1}{\sqrt{g_1 g_2}}\left\{2y_d\cos\beta l + j\left(g_0 + \frac{y_d^2}{g_0}\right)\sin\beta l\right\} & a \end{pmatrix} \tag{9}$$

となる。この場合，回路は左右対称であるから$g_1 = g_2 = 1$とおくと，整合条件は式(5)から

$$\left.\begin{aligned} \tan\beta l &= \frac{g_0}{b_d} \\ g_0^2 &= 1 - |y_d|^2 > 0 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

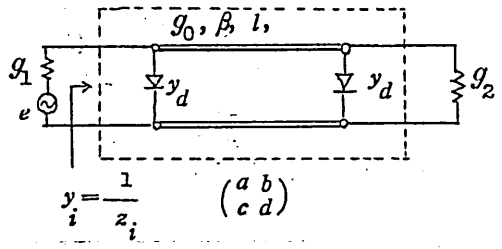


図3　2個のエサキ・ダイオードを並列に結合した整合増幅器の等価回路

となり，電力利得は

$$\left.\begin{aligned} A_p &= \frac{1}{|(a+b)(c+d)|}\ , \\ a &= \cos\beta l + j\frac{y_d}{g_0}\sin\beta l = d\ , \\ b &= \frac{1}{g_0}\sin\beta l\ , \\ c &= 2y_d\cos\beta l + j\left(g_0+\frac{y_d^2}{g_0}\right)\sin\beta l \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

で与えられる。

整合条件を満足したときの電力利得A_{pm}は

$$A_{pm} = \frac{1}{|a+b|^2} = \left|\frac{g_0}{(1+g_d)\sin\beta l}\right|^2 \qquad (12)$$

となる。以上の整合条件および電力利得は双方向性である。

なお，特別の場合として$b_d=0$なる場合，すなわち周波数が十分低いか，*またはb_dを何らかの方法で別個に消去した場合**には式（10）および式（12）の整合条件および電力利得はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned} l &= \lambda/4 \\ g_0^2 &= 1-g_d^2 > 0, \quad (|g_d|<1) \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$$A_{pm} = \frac{1-g_d}{1+g_d} > 1 \qquad (14)$$

---

* Hamann 氏の論文[4]はこの場合に相当する。

** 浜崎氏の論文[5]は，この場合に相当する。

となりHamann 氏および浜崎氏の結果と一致する。

さて一般に $b_d \neq 0$ なる場合には，整合条件式（10）より

$$|y_d|^2 = g_d^2 + b_d^2 < 1 \qquad (15)$$

でなければならないが，g_d の値は周波数に対してほぼ一定であり，b_d の値は周波数とともに大きくなるから，上式によって使用周波数の上限がきまってくる。

たとえば $G_1 = G_2 = 1/50$℧，$G_d = -1/75$℧，$c_d = 5PF$ の場合を例にとると，式（15）が成り立つ周波数の上限は約470Mc となり，したがってこれ以上の周波数では整合がとれない。

この場合，さらに高い周波数で動作させるには，G_1（$= G_2$）の値を大きくして $g_d = G_d/G_1$，$b_d = B_d/G_1$ の値を下げ，式（10）すなわち $G_1 > |Y_d|$ を満足するようにしてやればよい。

この関係を実用上便利なように図示したものが図4のモノグラフである。たとえば $G_d = -1/75$℧ $= -13$m℧，$c_d = 5PF$ のエサキ・ダイオードを用いて周波数上限を2,000Mc とするためには，図4の $c_d = 5PF$ 線上に $f = 2,000$Mc の時の $B_d = \omega c_d$（$=62.8$m℧）なる点 p をとり，これを平行に右にずらして $G_d = 13$m℧と交わる点を p' とすれば，$\overline{o\,p'}$ の長さ $|Y_d|$ がこの場合の G_1（$= G_2$）の最小限の値（63.2m℧$= 1/15.5\,\Omega$）を与えることになる。

表1は $G_d = -1/75$℧，$c_d = 5PF$ のエサキ・ダイオードを2個並列に結合した場合の数値設計例である。図5にそれらの電力利得およびVSWR の周波数特性を示す。図からわかるように，一般的傾向として中心周波数が高くなると整合帯域幅は広くなるが，利得は減少し，また，$R_1 = R_2$ の値が大

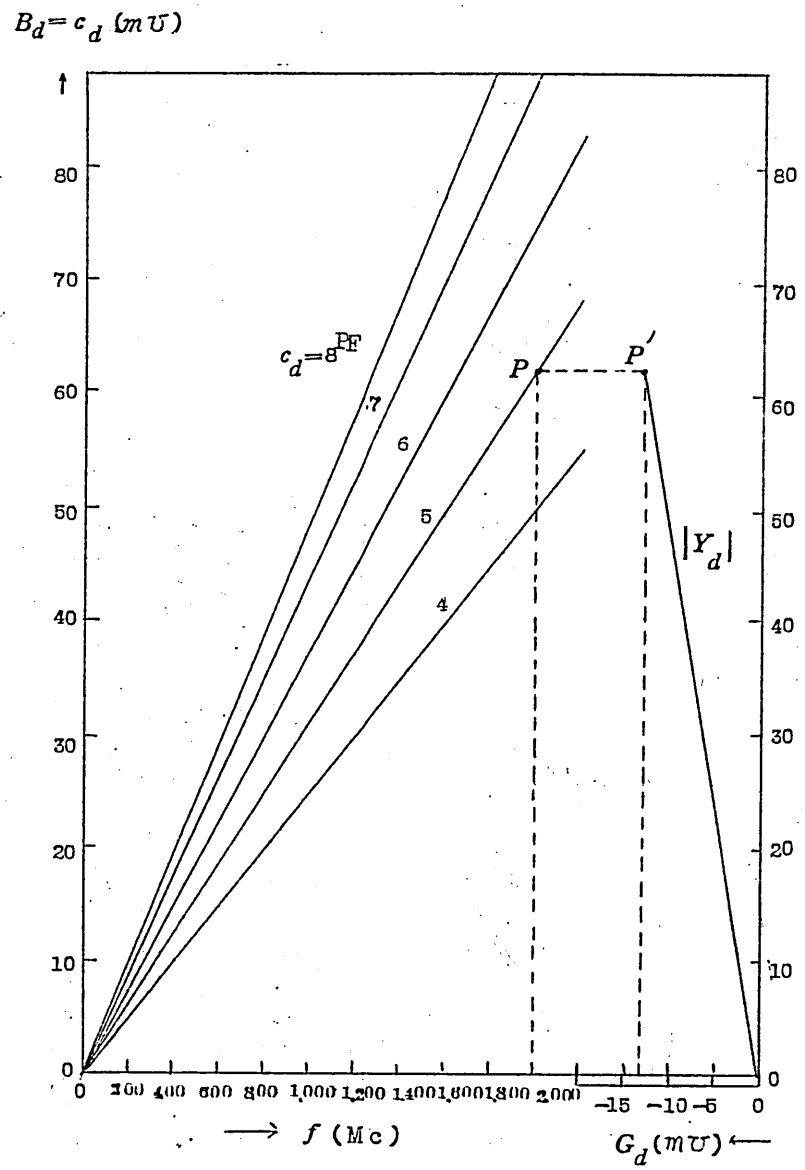


図4. 使用周波数の上限と$G_1 (=G_2)$との関係を与えるモノグラフ（並列2個の場合）

	中心周波数 f_0 (Mc)	$G_1 (=G_2)$ (Ω)	G_0 (Ω)	l (cm)	A_{pm} (dB)
1	1000	15	17.44	5.11	1.76
2	1000	10	10.64	5.96	1.17
3	250	50	78.60	19.47	7.00
4	100	50	68.68	64.86	6.90

表1・2個のエサキ・ダイオードを並列に結合した整合増幅器（図3）の数値設計例（$G_d = -1/75$℧, $C_d = 5$ PF）.

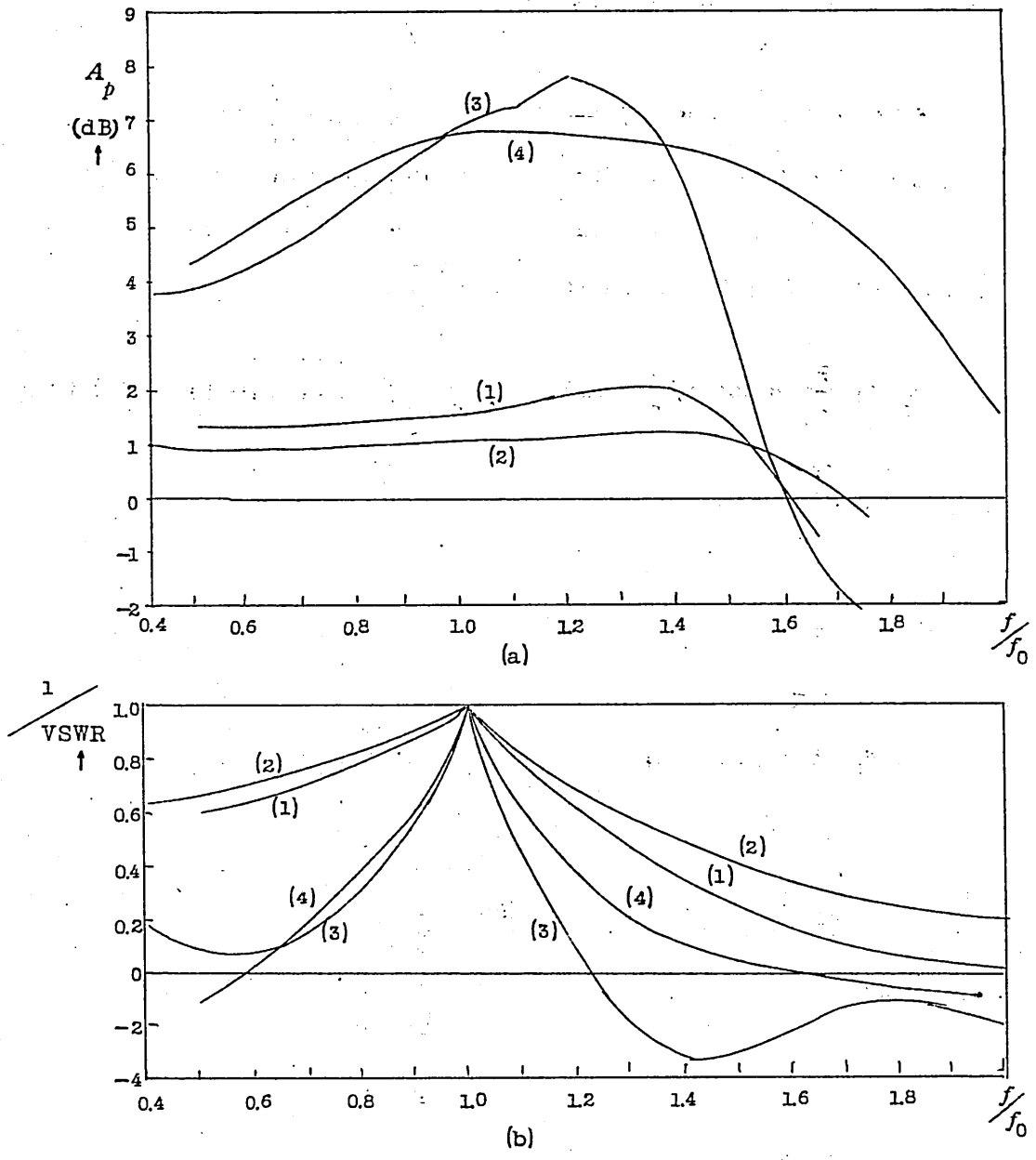


図5　2個のエサキ・ダイオードを並列に結合した整合増幅器の周波数特性（計算値）　（a）電力利得の周波数特性，（b）入力VSWRの周波数特性（f_0は中心周波数，番号は表1の番号に対応する）

きいほど利得が増大する。1／VSWRが負値をとるのは入力インピーダンスが負性抵抗領域にあることを示している。

2・3　2個のエサキ・ダイオードを直列に結合した整合増幅器

図6に示すように，特性インピーダンスR_0，位相定数β，長さlなる分布定数線路によってインピーダンスz_dなるエサキ・ダイオードを2個直列に結合した場合の正規化四端子定数は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\left(\cos\beta l + j\frac{z_d}{r_0}\sin\beta l\right) & \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}}\left\{2z_d\cos\beta l + j\left(r_0 + \frac{z_d^2}{r_0}\right)\sin\beta l\right\} \\ j\frac{\sqrt{r_1 r_2}}{r_0}\sin\beta l & a \end{pmatrix} \tag{16}$$

この場合も回路は左右対称であるから$r_1 = r_2 = 1$とおくと，整合条件は

$$\left.\begin{aligned} \tan\beta l &= \frac{r_0}{x_d} \\ r_0^2 &= 1 - |z_d|^2 > 0 \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

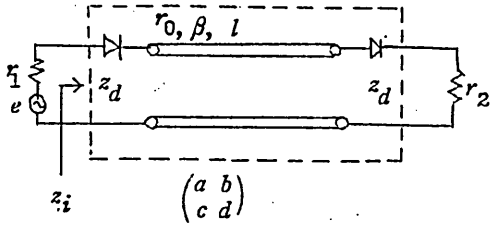


図6　2個のエサキ・ダイオードを直列に結合した整合増幅器の等価回路

となり，電力利得は

$$
\left.
\begin{aligned}
A_p &= \frac{1}{|\,(a+b)\,(c+d)\,|} \\
a &= \cos\beta l + j\frac{z_d}{r_0}\sin\beta l = d \\
b &= 2z_d\cos\beta l + j\left(r_0 + \frac{z_d^2}{r_0}\right)\sin\beta l \\
c &= j\frac{1}{r_0}\sin\beta l
\end{aligned}
\right\} \qquad (18)
$$

となる。整合条件を満足した時の電力利得は

$$
A_{pm} = \left|\frac{r_0}{(1+r_d)\sin\beta l}\right|^2 \qquad (19)
$$

となり，並列２個の場合と類似した式が得られる。この場合も前と同様に双方向性である。

特別の場合として $x_d = 0$ なる場合，すなわち周波数が十分低いか，または x_d を何らかの方法で別個に消去した場合には，式 (17) および (18) の整合条件および電力利得はそれぞれ

$$
\left.
\begin{aligned}
&l = \lambda/4 \\
&r_0^2 = 1 - r_d^2 > 0\ ,\ (\,|r_d| < 1\,)
\end{aligned}
\right\} \qquad (20)
$$

$$
A_{pm} = \frac{1-r_d}{1+r_d} > 1 \qquad (21)
$$

となる。

$x_d \neq 0$ なる場合には整合条件式 (17) によって使用周波数の下限が規定される。たとえば $G_d = -1/75$ひ，$c_d = 5PF$ のエサキ・ダイオードを用

いた場合には周波数の下限が約４７０Ｍｃとなり，これ以下の周波数では整合がとれない。

この場合，さらに低い周波数で動作させるにはR_1（$=R_2$）の値を大きくして式(17)を満足するようにしてやればよい。図７に$G_d=-1/75$℧，$c_d=5PF$，中心周波数250Ｍｃおよび1,000Mcとした場合のR_1（$=R_2$）とR_0，lおよびA_{pm}との関係を示す。

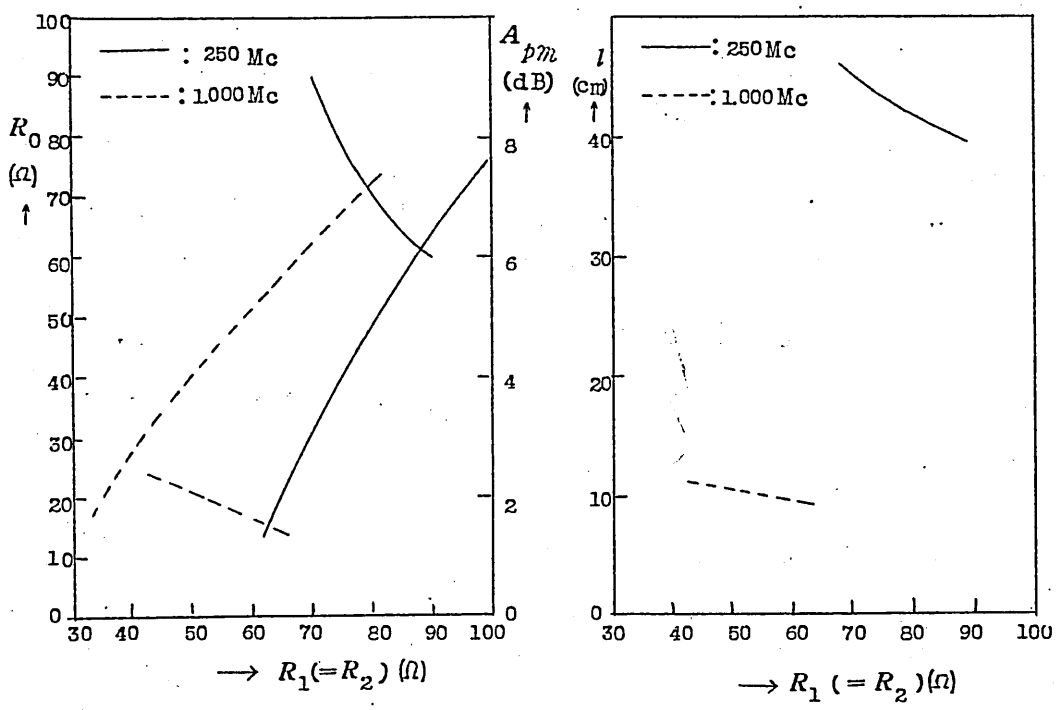


図７　周波数250MCおよび1,000MCにおけるR_1（$=R_2$）とR_0，lおよびA_{pm}との関係（$G_d=-1/75$℧，$C_d=5PF$，直列２個の場合）

表２は同様のエサキ・ダイオードを２個直列に結合した場合の数値設計例である。図８にそれらの電力利得および VSWR の周波数特性を示す。

番号	中心周波数 f_0(Mc)	$R_1 (=R_2)$ (Ω)	R_0 (Ω)	l (cm)	A_{pm} (dB)
1	1000	50	40.5	10.3	2.0
2	1000	58	50.0	9.9	1.2
3	250	80	50.8	41.0	7.1
4	250	75	38.1	43.6	8.2

表２　２個のエサキ・ダイオードを直列に結合した整合増幅器（図６）の数値設計例（$G_d = -1/75 U$, $C_d = 5\ PF$）

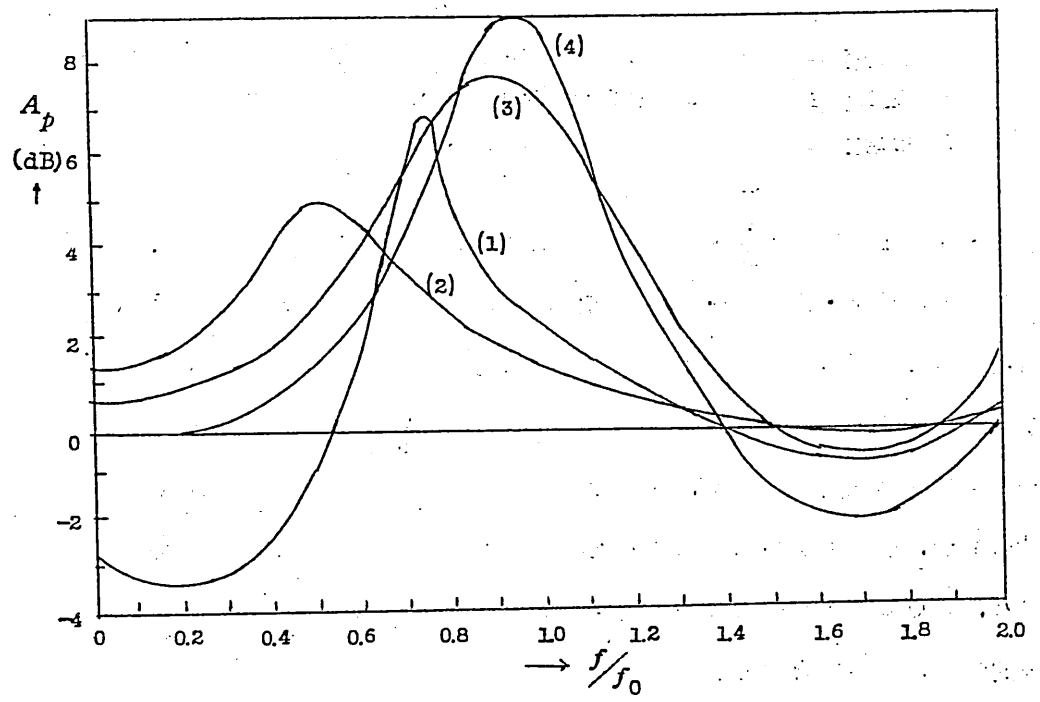


図８　（a）　２個のエサキ・ダイオードを直列に結合した整合増幅器の周波数特性（計算値）　（a）電力利得の周波数特性

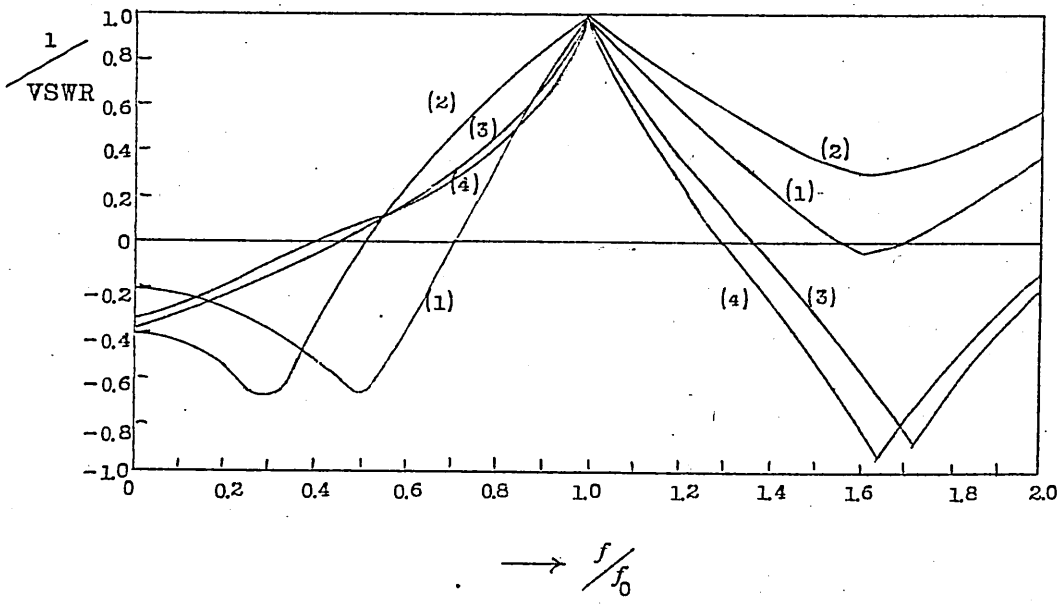


図8　(b)　2個のエサキ・ダイオードを直列に結合した整合増幅器の周波数特性（計算値）　(b) 入力VSWRの周波数特性（f_0 は中心周波数，番号は表2の番号に対応する）

2・4　1個のエサキ・ダイオードを用いた整合増幅器

1個のエサキ・ダイオードと分布定数線路とを用いた整合負性抵抗増幅器の構成例としては図9(a)～(f)に示すようなものが考えられる。図9の(a)および(b)はエサキ・ダイオードを出力側に1個，並列および直列に入れた場合，(c)および(d)は入力側に1個，並列および直列に入れた場合，(e)および(f)は中央に1個，並列および直列に入れた場合である。このうち(e)および(f)の構成では，計算の結果整合条件を満足する r_0 または g_0 の値が虚数となるので物理的に実現不可能となる。

(a)～(d) の場合の正規化四端子定数，入力側の整合条件および整合時の 電力利得をまとめて表3に示す。表3からわかるように，これらの増幅器は双

表3　1個のエサキ・ダイオードを用いた整合増幅器（図9(a)～(d)）の各種の構成にたいする正規化四端子定数，整合条件および電力利得

構成	(a)	(b)
正規化四端子定数	$a=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\left\{\left(\cos\beta l-\frac{b_d}{g_0}\sin\beta l\right)+j\frac{g_d}{g_0}\sin\beta l\right\}$ $b=j\sqrt{g_1 g_2}/g_0\cdot\sin\beta l$ $c=\frac{1}{\sqrt{g_1 g_2}}\left\{g_d\cos\beta l+j\left(b_d\cos\beta l+g_0\sin\beta l\right)\right\}$ $d=\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\cdot\cos\beta l$	$a=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\cos\beta l$ $b=\frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}}\left\{r_d\cos\beta l+j\left(r_0\sin\beta l+x_d\cos\beta l\right)\right\}$ $c=j\sqrt{r_1 r_2}/r_0\cdot\sin\beta l$ $d=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\left\{\left(\cos\beta l-\frac{x_d}{r_0}\sin\beta l\right)+j\frac{r_d}{r_0}\sin\beta l\right\}$
整合条件	$\tan\beta l=-g_0\frac{g_2+g_d-g_1}{g_1 b_d}$ $g_0^2=g_1(g_2+g_d)+\frac{g_1 b_d^2}{g_2+g_d-g_1}$	$\tan\beta l=-r_0\frac{r_2+r_d-r_1}{r_1 x_d}$ $r_0^2=r_1(r_2+r_d)+\frac{r_1 x_d^2}{r_2+r_d-r_1}$
$r_1=r_2=1$, $g_1=g_2=1$ なる場合の整合条件	$\tan\beta l=-\frac{g_0 g_d}{b_d}$ $g_0^2=1+\frac{\lvert y_d\rvert^2}{g_d}$	$\tan\beta l=-\frac{r_0 r_d}{x_d}$ $r_0^2=1+\frac{\lvert z_d\rvert^2}{r_d}$
$r_1=r_2=1$, $g_1=g_2=1$ なる場合の整合時の電力利得	$A_{pm}=\frac{1}{\lvert 1+g_d\rvert}$	$A_{pm}=\frac{1}{\lvert 1+r_d\rvert}$

構成	(c)	(d)
正規化四端子定数	$a=\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\cos\beta l$, $b=j\sqrt{g_1 g_2}/g_0\cdot\sin\beta l$ $c=\frac{1}{\sqrt{g_1 g_2}}\left\{g_d\cos\beta l+j\left(b_d\cos\beta l+g_0\sin\beta l\right)\right\}$ $d=\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\left\{\left(\cos\beta l-\frac{b_d}{g_0}\sin\beta l\right)+j\frac{g_d}{g_0}\sin\beta l\right\}$	$a=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\left\{\left(\cos\beta l-\frac{x_d}{r_0}\sin\beta l\right)+j\frac{r_d}{r_0}\sin\beta l\right\}$ $b=\frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}}\left\{r_d\cos\beta l+j\left(x_d\cos\beta l+r_0\sin\beta l\right)\right\}$ $c=j\frac{\sqrt{r_1 r_2}}{r_0}\sin\beta l$, $d=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\cos\beta l$
整合条件	$\tan\beta l=g_0\frac{g_2+g_d-g_1}{g_2 b_d}$ $g_0^2=g_2\left\{(g_1-g_d)+\frac{b_d^2}{(g_1-g_d)-g_2}\right\}$	$\tan\beta l=r_0\frac{r_2-r_d-r_1}{r_2 x_d}$ $r_0^2=r_2\left\{(r_2-r_d)+\frac{x_d^2}{(r_1-r_d)-r_2}\right\}$
$r_1=r_2=1$, $g_1=g_2=1$ なる場合の整合条件	$\tan\beta l=\frac{g_0 g_d}{b_d}$ $g_0^2=1-\frac{\lvert y_d\rvert^2}{g_d}$	$\tan\beta l=\frac{r_0 r_d}{x_d}$ $r_0^2=1-\frac{\lvert g_d\rvert^2}{r_d}$
$r_1=r_2=1$, $g_1=g_2=1$ なる場合の整合時の電力利得	$A_{pm}=\frac{g_0^2}{\lvert g_0^2+g_d\rvert}$	$A_{pm}=\frac{r_0^2}{\lvert r_0^2+r_d\rvert}$

方向性にならない。

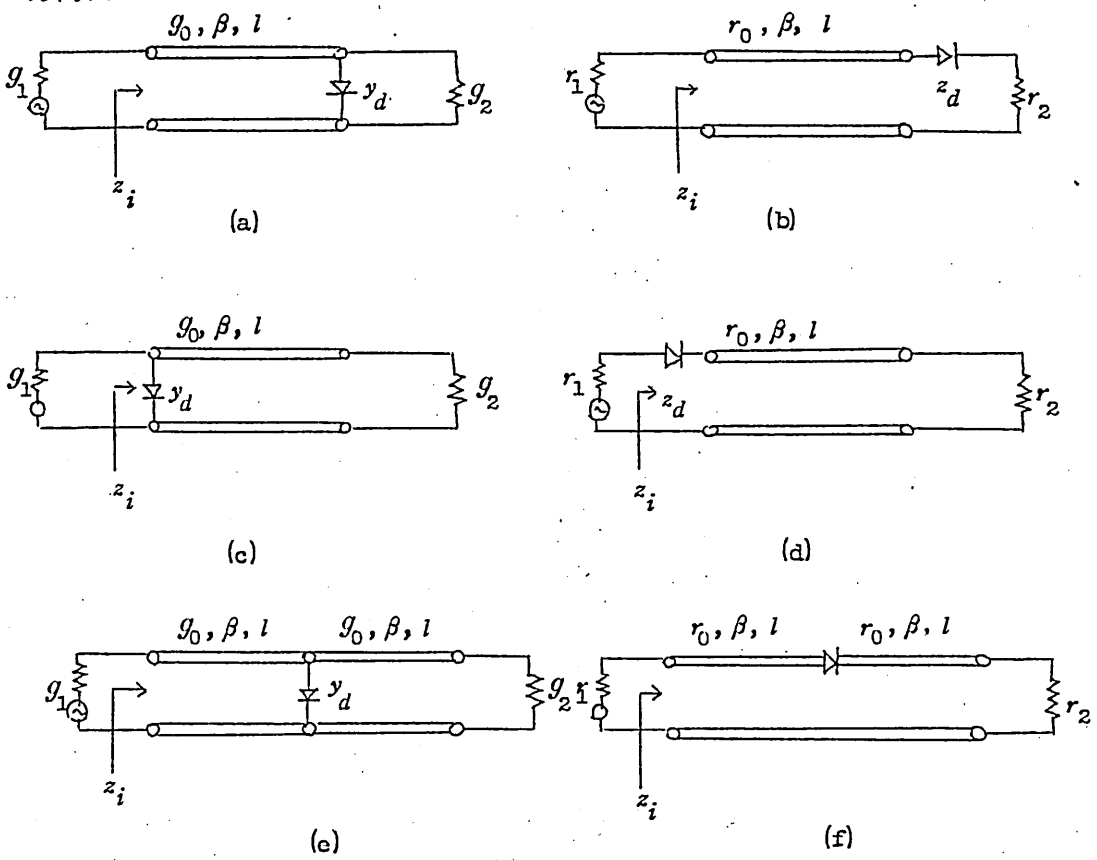


図９　１個のエサキ・ダイオードを用いた整合増幅器

３．２５０Ｍｃ帯における試作増幅器の実験結果

前章の理論をたしかめるために，２個のエサキ・ダイオードを並列に結合した増幅器（図３の場合）を，同軸線路を用いて試作し，２５０Ｍｃ帯で実験を行った。

試作した増幅器の構造，寸法を図１０に示す。負性抵抗素子として用いたエサキ・ダイオードはソニー社製１Ｔ１１０３で，その公称接合容量 c_d は $5PF$,

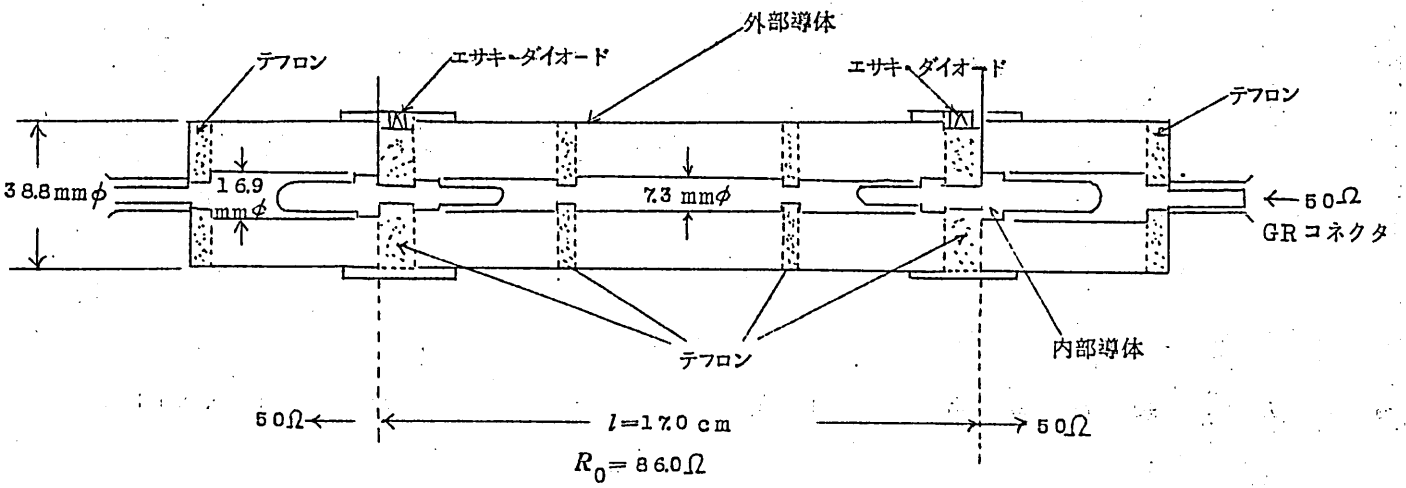


図10　同軸線路によって2個のエサキ・ダイオードを並列に結合した試作増幅器の構造，寸法を示す概略図

最大負性コンダクタンスG_dは静特性測定の結果約$-\frac{1}{75}$℧(≒−13m℧)であった。

同軸線路の内部および外部導体を燐青銅線で結び，外部導体側に上記のエサキ・ダイオードをマウントしてある。

エサキ・ダイオードの動作を安定に保つため，バイアスはそれぞれ独立にかけた。そのため同軸管の外部導体は直流的に切断してある。

測定された電力利得および入力VSWRの周波数特性を図11, 12の破線で示す。230Mcから320Mcにわたって7.5±0.5 dBの平坦な利得が得られ，

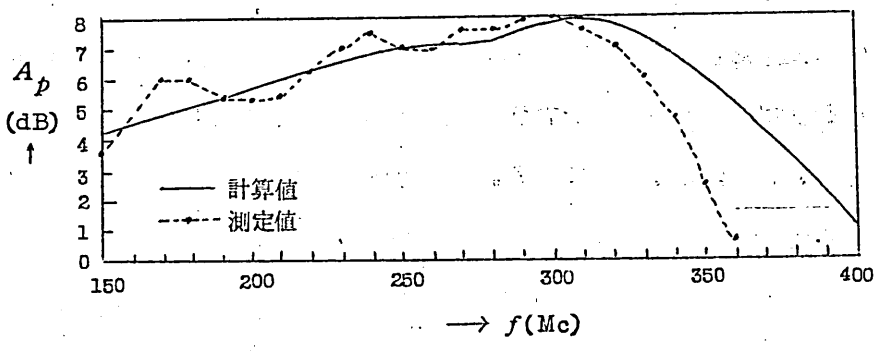


図11　試作増幅器の電力利得周波数特性

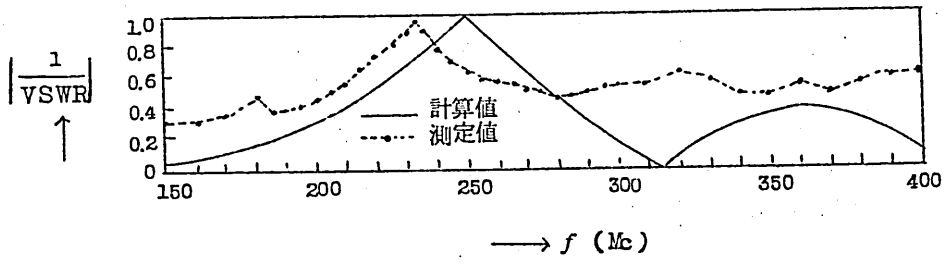


図12　試作増幅器の入力VSWR周波数特性

利得が最大値より3dB 低下する周波数帯域幅は175 Mc，比帯域幅で約26%である。また図12からわかるようにこの増幅器は周波数232 Mc でほぼ整合しており，VSWR<2.0 の周波数範囲は約65Mc，比帯域幅で約28% である。

なお，図11，12の実線は$G_d = -13$ mU，$c_d = 6PF$，$R_1 = R_2 = 50\Omega$，中心周波数250Mc，$R_0 = 86.0\Omega$，$l = 17.0$cm として計算した理論値である。実測値と理論値とはほぼ満足すべき一致を示しているが中心周波数が約18Mc ずれ，中心周波数より高い周波数で利得が理論値より小さくなり，入力VSWR が理論値よりかなりずれているのは製作上の誤差その他の影響によるものと考えられる。

図13は試作増幅器の飽和特性を測定した結果である。入力約11mV までではほとんど飽和特性がみられず，入力がこれより大きくなるとごくわずかながら飽和する傾向があらわれている。

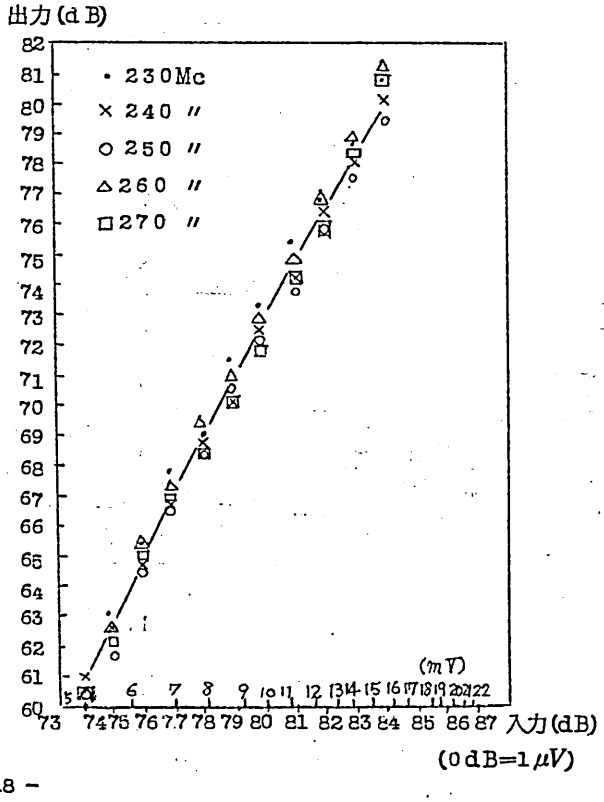


図13
試作増幅器の飽和特性

4・結　　言

エサキ・ダイオードと，適当な長さおよび特性インピーダンスの分布定数線路とを組み合わせて，新しい整合負性抵抗増幅器が構成できることを示し，各種の構成について整合条件ならびに電力利得を表す式を導き，数値計算例を示した。代表例について250Mc帯で試作，測定を行い，理論値とほぼ一致した特性が得られることをたしかめた。

この増幅器はサーキュレータやハイブリッドを必要とせず，またエサキ・ダイオードの接合容量を打ち消すための外部回路も不要である。したがって構造が非常に簡単となり，小形で経済的な増幅器となる。周波数帯域幅も広く，従来のものにくらべて同程度またはそれ以上の特性が得られることがわかった。

謝　　辞

本研究は住友電気工業株式会社からの委託研究の一部として行われたものである。試作，実験に際し，同社通信部長杉　正男博士ならびに熊丸博之氏に種々の便宜をはかっていただいた。エサキ・ダイオードに関してはソニー株式会社の福井初昭博士から有益なる助言をいただいた。本学板倉清保教授からは終始熱心なる御鞭撻をいただいた。実験に関し，学生加来憶一，真田英彦，両氏の協力を得た。

以上の方々に対し深く感謝の意を表わす次第である。

文　　献

(1) J.J.Sie: "Absolutely stable hybrid coupled tunneldiode amplifier," Proc.I.R.E.48, 7, p1321, (July 1960)

(2) M.E.Hines: "High frequency negative-resistance circuit principles for Esaki diode applications", B.S.T.J. 39, 3, p477, (May 1960).

(3) B.G.King and G.E.Sharpe: "Low-Gain Wide-Band Esaki-Diode Amplifiers", 1961 International Solid state Circuit Conference, Digest of Technical papers, p98, (Feb.1961).

(4) D.R.Hamann: "A Matched Amplifier Using Two Cascaded Esaki Diodes", Proc. I.R.E.49, 5, (May1961).

(5) 浜崎襄二: "4分の1波長結合負性抵抗増幅器", 信学誌, 44, 11, p1781, (1961-11).

(6) H.W.Bode: "Network analysis and feedback amplifier design", p137, Chap.8, D.van Nostrand Campany, Inc., N.Y., (1945).

(7) 牧本利夫: "縦合されたエサキ・ダイオード増幅回路の特性", 輻射科学研究会第2, 3, 4部会資料 (1961-02-11).

(8) 牧本利夫: "空洞沪波器形の負性抵抗増幅回路", 輻射科学研究会第2, 3, 4部会資料 (1961-04-22).

鉱石逓倍器について

村　井　　昭
（大阪市立大学工学部）

輻射科学研究会　第2.3.4部会
昭和３７年４月２１日

鉱石逓倍器について

村井昭
（大阪市立大学工学部）

概要

速度変調管内の電子流のような、多量の高調波電子流成分を含むビームに対し、基本波出力の一部を非線型素子を用いて有効に高調波成分に変換して帰還し、ビーム内の高調波成分の一部を打消したり、或は任意に位相・振巾を変換出来るかどうかを調べる為、変形高調波発生回路を考案し、又非線型素子を交換、或は分解して実験した。

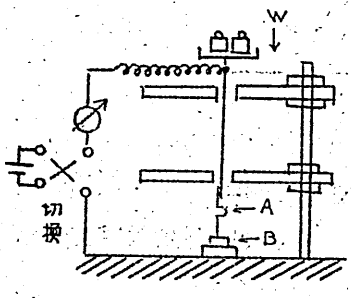
最も便利な高調波発生回路は基本波周波数が遮断帯になる導波管に速度変調管のアンテナを挿入し、そのアンテナのすぐ横に非線型素子を磁結合させて置く方法であつた。而し此のような構成では各部の結合度等の測定が甚だ厄介となつて了つて、最適動作となつているかどうかの判定が困難である。而し今迄の所、各次数で他に比し最大出力が容易に得られるので、細部の動作は分らぬまま、茲に発表する次第である。

本論

1）針圧と静特性非線型の関係

ミリ波帯鉱石検波器としては端座容量を減小させる必要から、極力細い針を用いねばならぬ事は常識であるが、自家製の電解研磨針では、針尖端の曲率等が揃い難い事から、先づこわれたIN23B検波器を集めて分解し此の針及び石を用いて次ノ図のような装置を作つた。図中AがIN23Bの針で、BがIN23Bの鉱石部分である。

製品の鉱石検波器はフオーミング操作で針尖端をパルス電流により石と融



第1図 針圧と静特性間の測定装置

着しているので、このように針を単に石の上に或重さで乗せたのとは機械的にも電気的にも異なるであろうが、このような接触では大体との位の針の重さで良好な非線型性を示すかを調べてみた。接触点により一一非常に異なる値となるので、実験は非常に厄介であるが針圧の増大と共に正負両方向共抵抗が減少する傾向はあり、一寸良い点を探す位の操作で大体オーダに示す位に落着くようである。

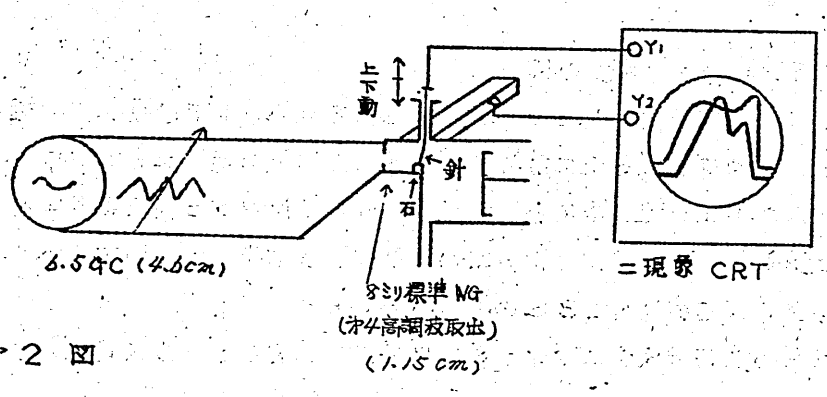
針圧(gram)	容易方向抵抗	難方向抵抗
300mg ~ 1gr	> 800 Ω	> 2 MΩ ~
1gr ~ 3gr	600 ~ 400Ω ~	~ 1.5 MΩ
3gr ~ 6gr	200 ~ 400 Ω	< 1 MΩ ~

第1表 針圧と接触点抵抗

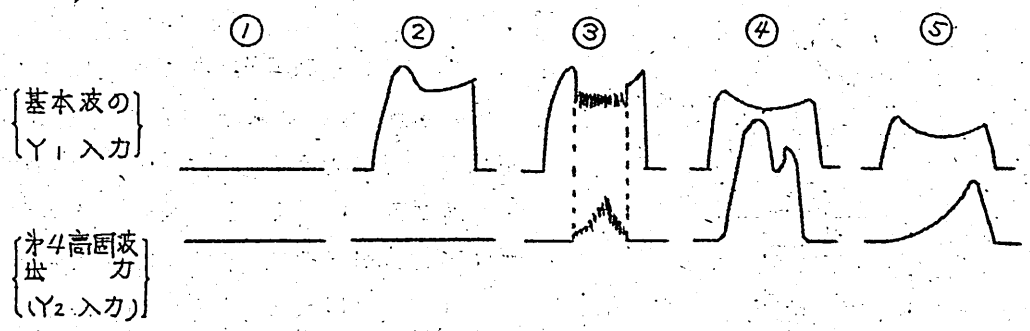
針の尖端は顕微鏡でのぞくと可成り凹凸があり、実際上の接触面積は一寸見当がつかないが、一応 $1/100\ mm^2$ とすると、1 gram重の針の直下では丁度 10 気圧に相当する。

2) 接触程度と高調波出力

次に基本波 6.5 GC、波長 4.6 cm の入力、及びこれから分解 IN 23 Bによる第4高調波、波長 1.15 cm の出力の出方を、分解鉱石の針を上下に移動して観測すると、第3図のように変化する。



第2図



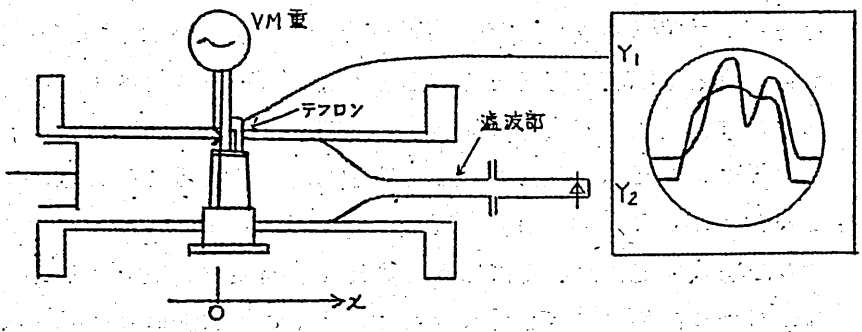
針の等価荷重	0~0.5gr	1~2gr	2~3gr	3~5gr	5~7gr

条件 ①~⑤ →
針を固れた状態から次第に下して行った時の基本波検波、逓倍動作の変化。基本波尖頭出力≒40mW。④でSWR≒1.2 (鋸歯状波掃引)

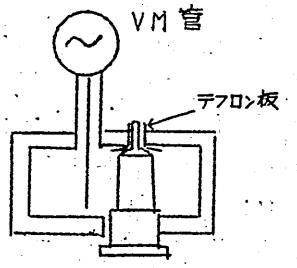
第3図

面白いのは③の状態で表接触圧力と自己整流バイアスで障壁を越え易くなり、トンネル電流が発生し始めているのであろうが、そのトンネル電流が非線型度が大きくて、それが高調波を作る原因となるもののようである。

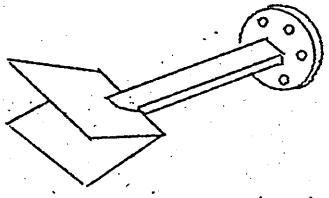
3) 高調波発生回路



第4図 a
高調波発生回路



b. 中央断面



C. 出力導波管

基本波 6500MC. 波長 4.6 cm に対し、10 GC帯標準導波管の寸法は、22.9 mm × 10 mm であるから、基本波は丁度遮断波長となる。 E方向の同一断面内に鉱石及び速度変調管のアンテナ部を挿入すると、鉱石による集中的C. G. Lの挿入により、この附近には基本波エネルギーが蓄えられる。E方向の同一断面内にしたのはE方向可動短絡板の調整に対し、アンテナ及び鉱石間の位相差を無くする為である。(第4図a, b.) このままで第2高調波の発生回路になるが、高次高調波に対しては、第4図cに示す如く、燐青銅板のバネを利用した接触による可動高調波出力部を作ってやれば、簡単に最大調整が出来る。 b図に示した如く、鉱石の頭部にはテフロン薄板で容量短絡をとってやる。

以上の構成で、50 GC帯標準導波管部を遮波器にして34 GC帯鉱石検波器を用いれば第6高調波取出し回路となる。此の構成で手持ち鉱石を次々に入れかえてみると、自己バイアス式で比較すれば1N23B及び1N23Cが非常に良く高調波を出す事がわかった。

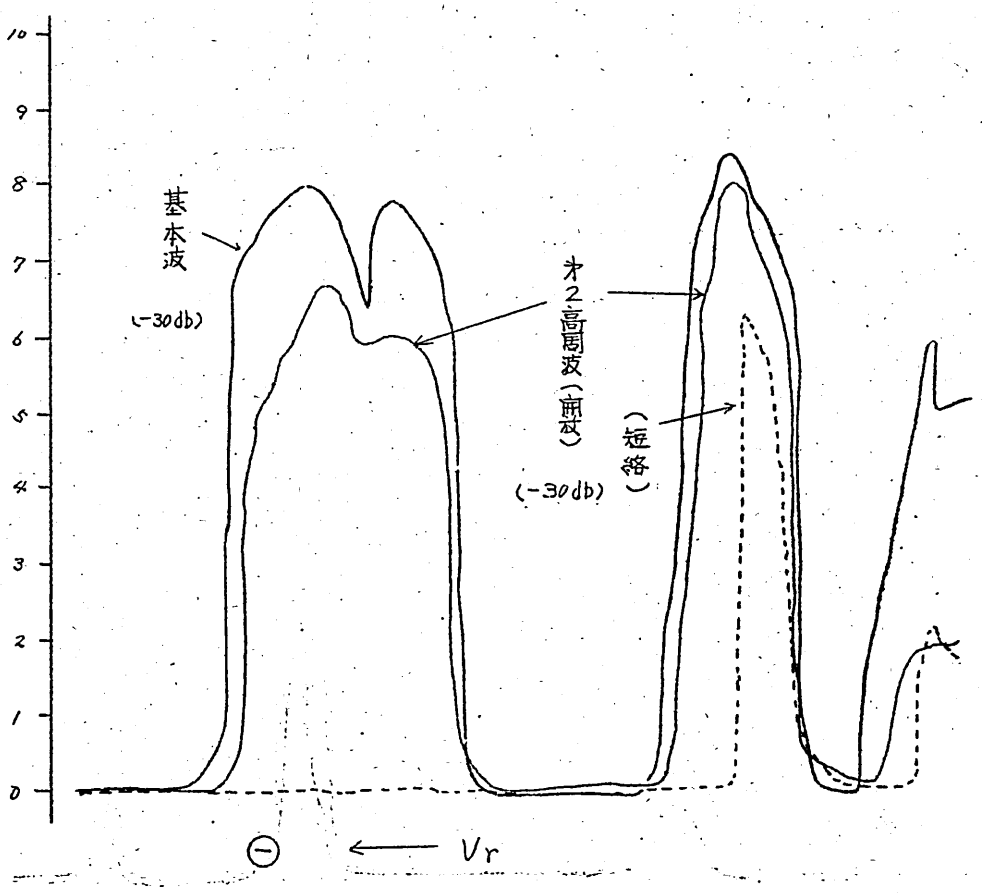
勿論、出力には非常にバラツキがあるが、大きな出力を出すものが簡単に得られ、手持ちの数種の非直線容量素子よりも、かなり高出力となるものが得られる。鉱石頭部を短絡すると一般には出力が低下するが、帯域巾も約半減する。それで頭部は開放の方が良い。

此の場合、鉱石はCもRも電圧に依存していると考えられるので、理論的に検討したく思っている。 実験例を以下に示す。

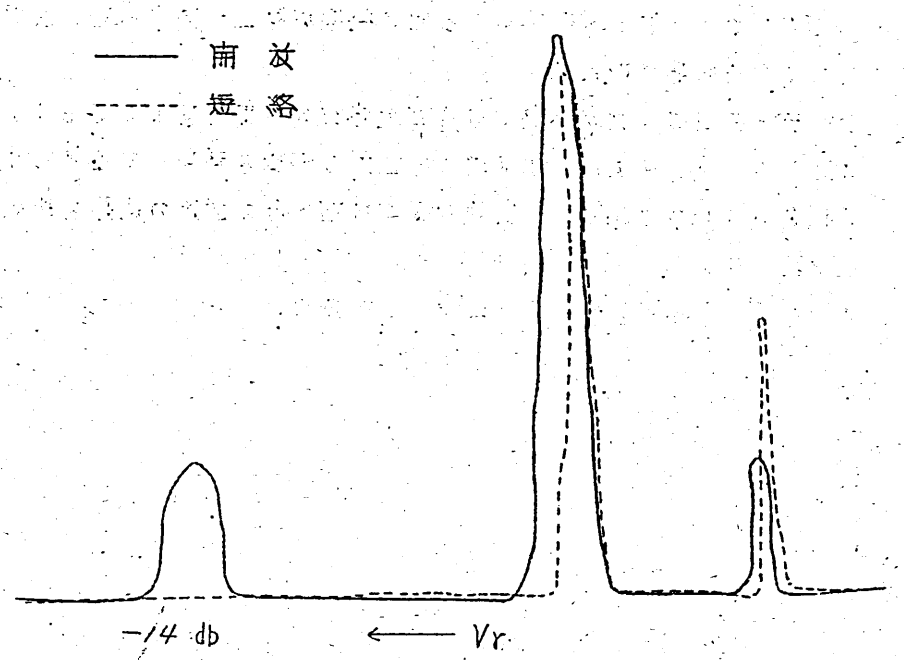
第6高調波以上については適当な導波管、検波器が無かった為、あまり行なえなかったが、3ミリ帯検波器により、時折微小出力が得られた事を報告しておく。

第5-1～5-3図に鉱石の頭部を短絡した場合と開放した場合の2、3、4次高調波についての出力比較を示した。速度変調管リペラー電圧の

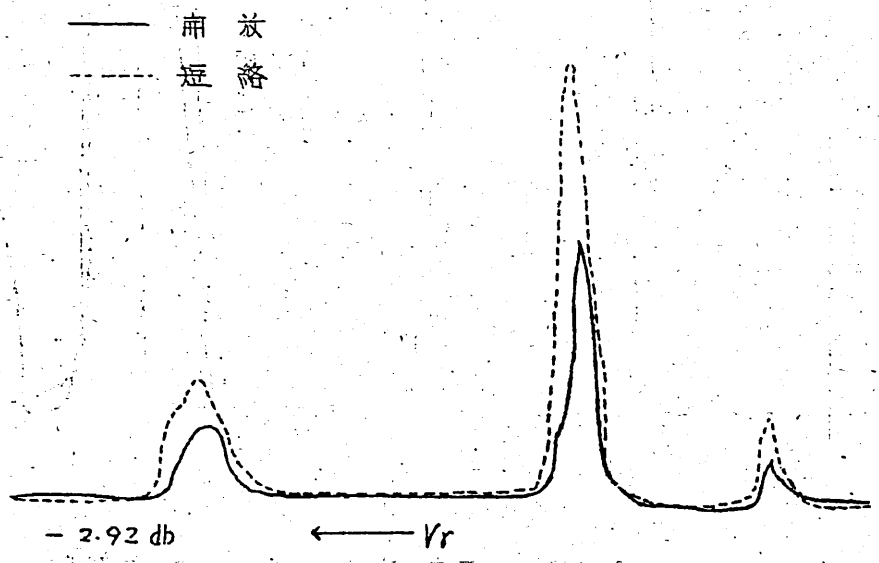
負に高い発振モードでは、モード次数が小さいので負性コンダクタンスが小さく、そこで鉱石を短絡すると殆ど発振が停止して了って、出力が得られなくなる影響が現れる。
このデータでは、次数が高くなると短絡の方が良好なようである。
第6、7、8、9図は、第4図αの左方短絡板を移動して各高調波出力の変化を見たものである。　実線や点線は右方出力回路の位置を種々にずらせてとった。
第11図に得られた出力をプロットしてみた。



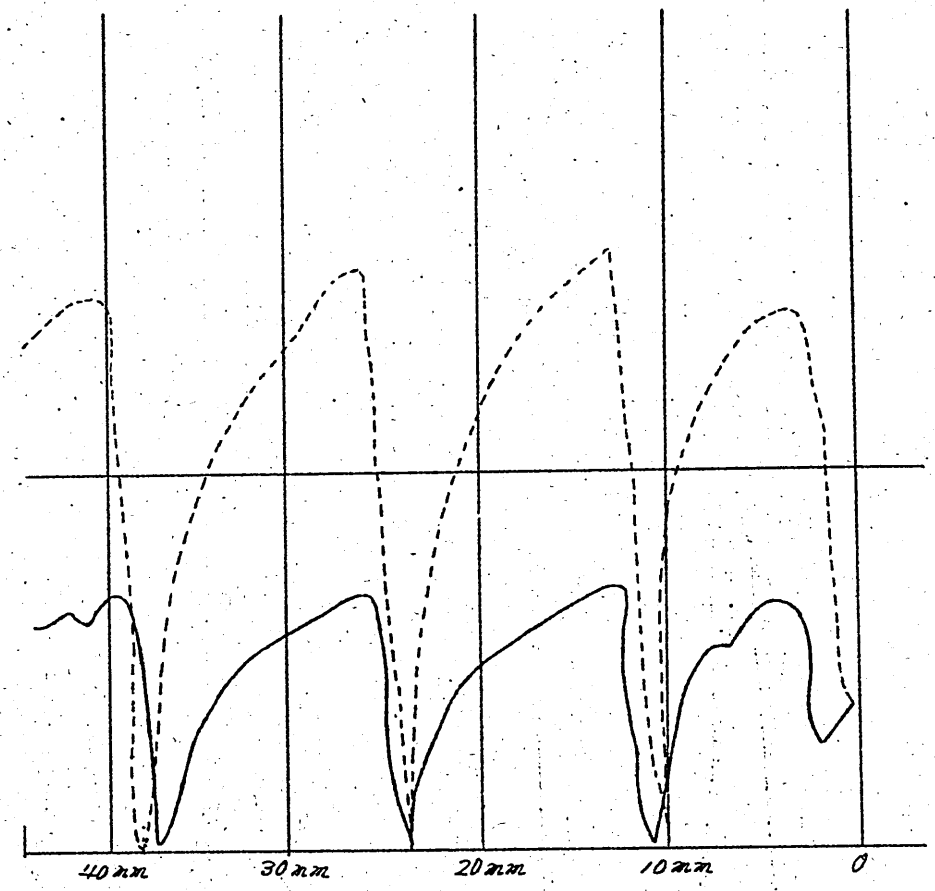
第5－1図　　鉱石頭部の無放、短絡の差異　　第2高調波



第5－2図　第3高調波

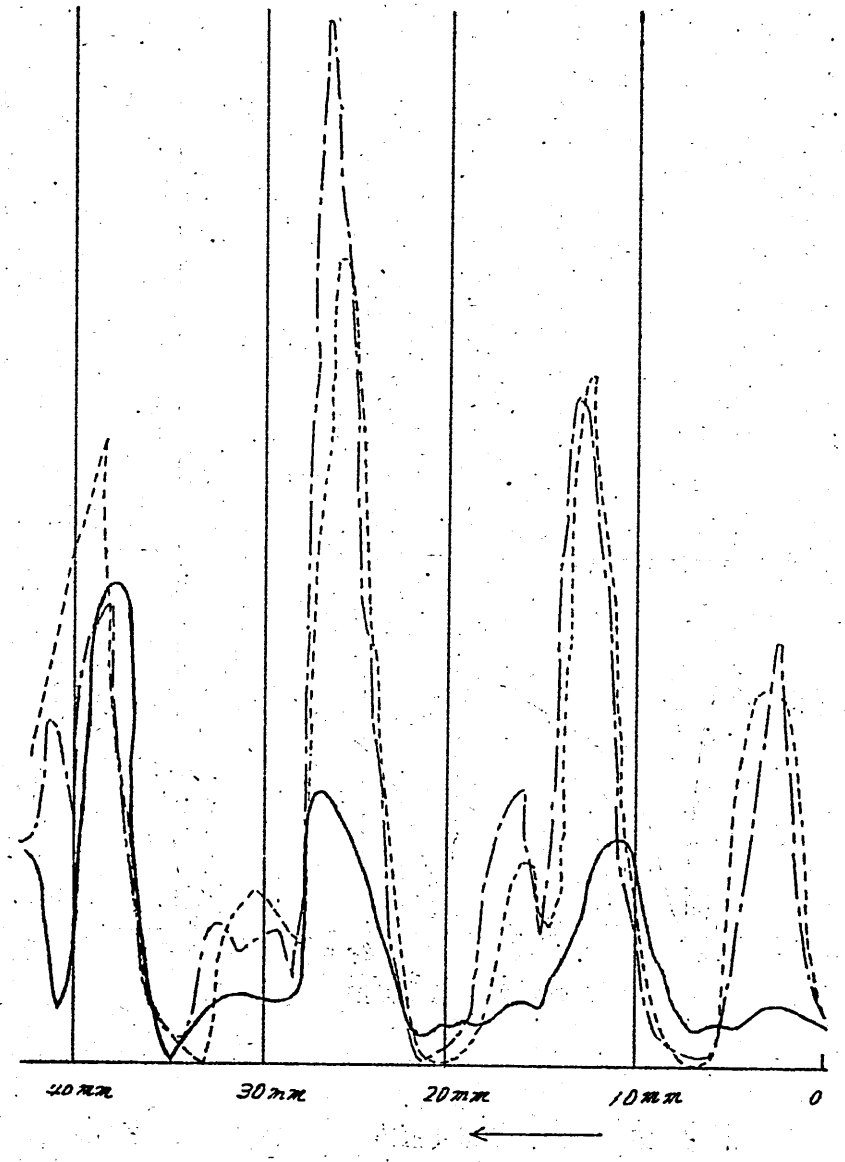


第5－3図　第4高調波

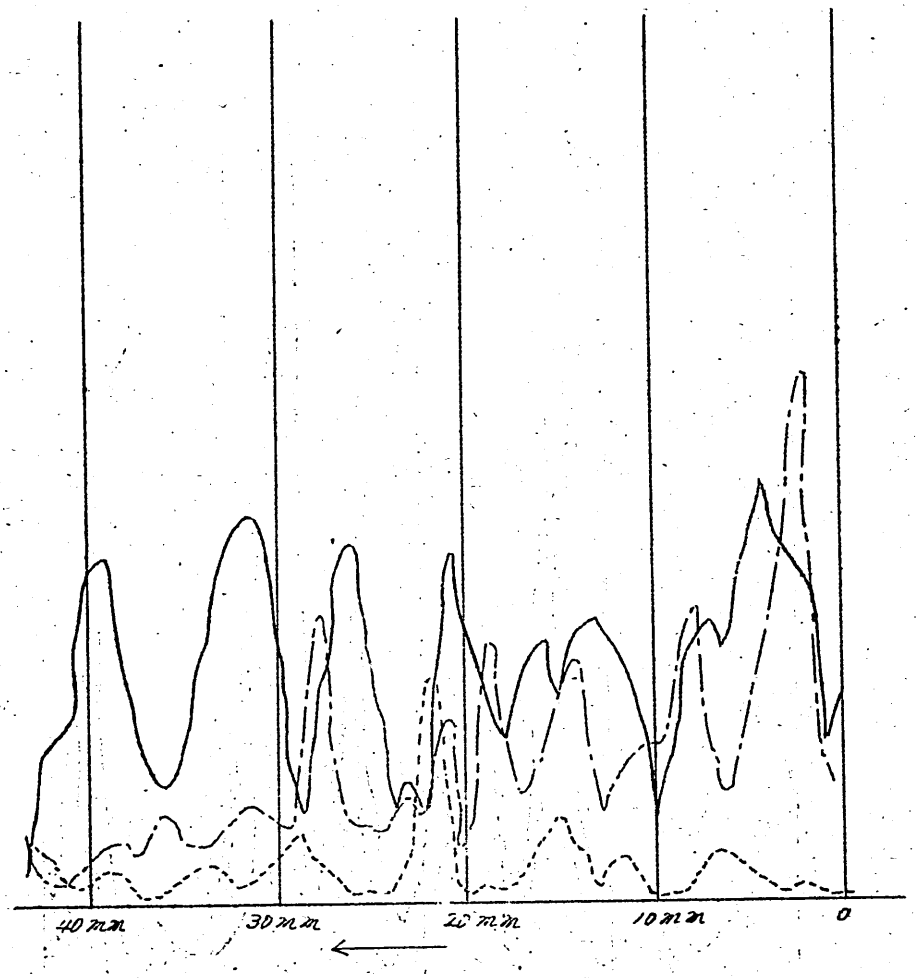


第4図 a の左方短絡板移動

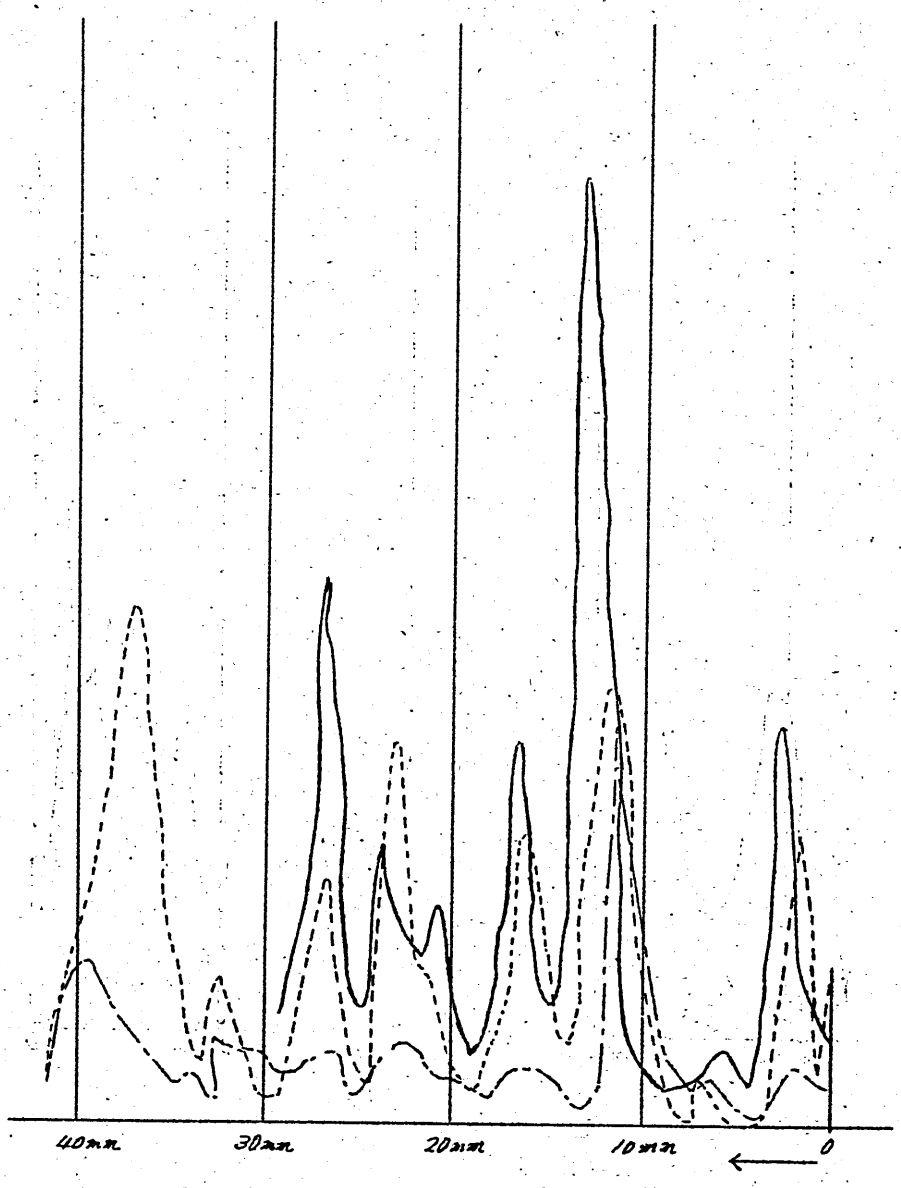
第6図　第2高調波出力　　$\lambda_2 = 2.3\,cm$



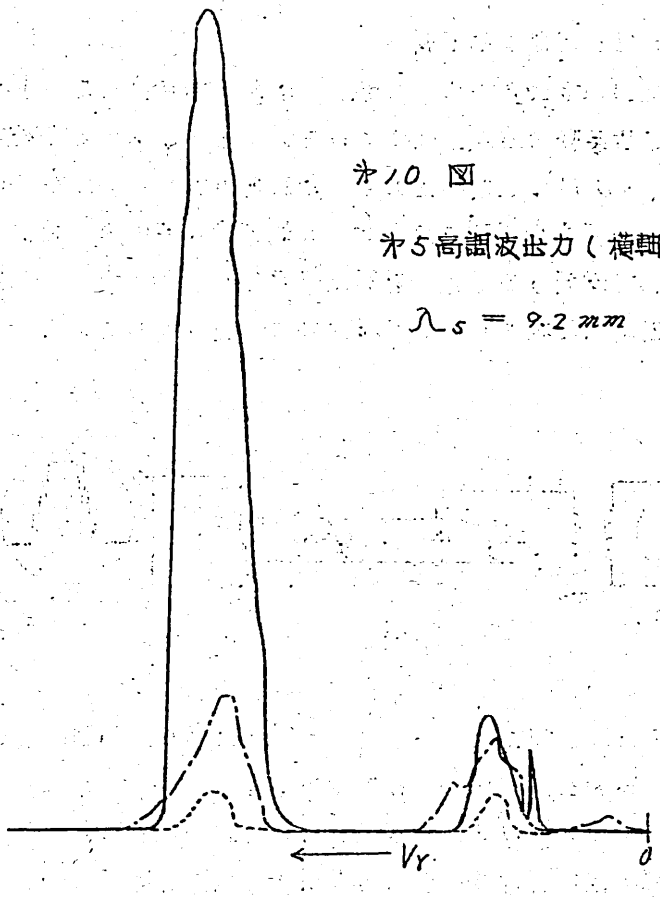
第7図　　オ3高調波出力　　$\lambda_3 = 1.53$ cm



第8図　　第4高調波立方　　$\lambda_4 = 1.15\,cm$



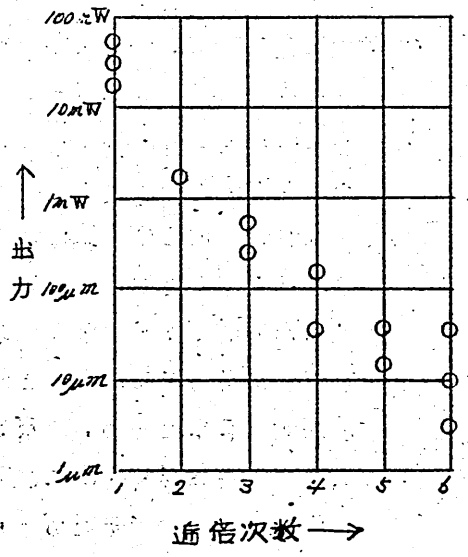
第9図　　オ6高調波出力　入6－7.7mm



第10図

第5高調波出力（横軸はV_Y）

$\lambda_s = 9.2\,mm$

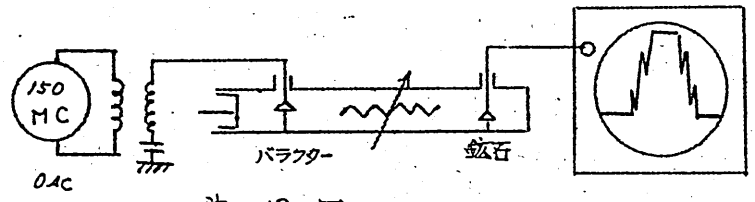


第11図

4) 150 MCの高次高調波

次に先日の学会で中原、岩瀬氏らにより報告された、基本波 150 MC 50 逓倍実験の追試を行ってみた。 6J6 ×2で発振回路を構成すると丁度 150 MCとなったので、これを同軸ケーブルで7GC帯鉱石検波器に導き、可変減衰器を通して他の鉱石検波器に導いた。

発振器を変調するため、電源に整流しない 60 サイクルをそのまま加へ、半波区間で発振させた。尖頭出力は略3ワットである。



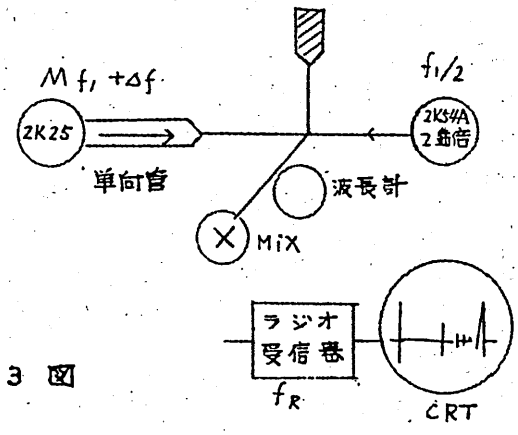
第 12 図

これを第12図左端のバラクターに入れると、簡単に6GC帯出力が得られる。最大出力は数 μ W程度である。

バラクターを1N23に置換したが、此の場合は全く得られない。此のような高次逓倍に対する可変容量素子の威力を見直したものである。

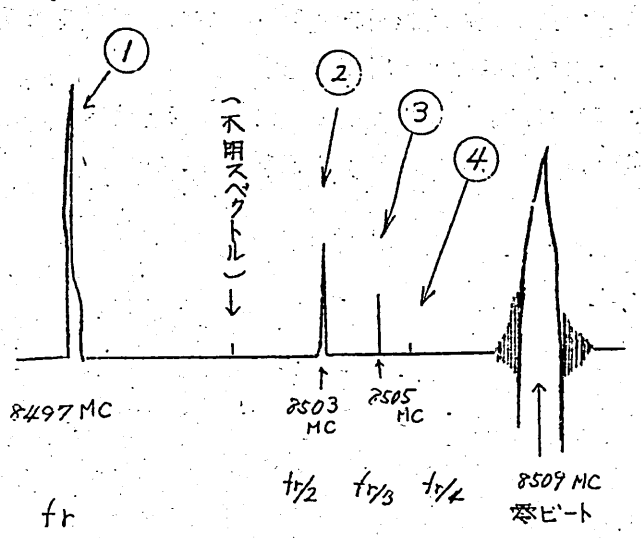
5) 鉱石逓倍次数の検討

鉱石の非線型度がどこ迄あるかを実験的に求める為、下のような回路を考案実験した。考へ方は一ケ鉱石に f_1 及び $f_1+\Delta f$ の二つの電波を入れると、Δf のビートが得られるが、鉱石が二乗、三乗検波特性をもっていれば同時に $2\Delta f$、$3\Delta f$ のビートが得られるから、これを観測する事にある。実際上は二本の真空管を用いると引込み現象によって安定な f_1



第13 図

及び $f_1 + \Delta f$ が得難いので、種々の逓倍段同志組合はせたりして行つたがうまくいかず、結局ノ3図に示す如く、2K54A＝逓倍による8500 MCと2K25を単向管を通した8500 MCとをマヂックTで分離、混合する事になつた。2K25を鋸歯状波掃引すると両電波の零ビートで特徴ある図形が得られる。ラジオ受信器を短波帯の成可く高い周波数にすると、その f_r の所で出力が得られ、同時に零点より $f_r/2$、$f_r/3$、$f_r/4$ 点で次第に小さくなるが、ビート出力が観測される。これをオノ4図に示す。このような方法で四乗因子に対する係数迄は観測出来るが、これ以上の因子は雑音に隠されて見えなかつた。鉱石逓倍器は基本波以外は無同調であつて、一応各高調波に対する係数が見られたわけであるが、高次高周波に対する係数が低次高調波の組合わせで作られるものであるかどうか、まだはつきりした事は不明である。



オノ4図　$f_r = 12.0$ MC での出力図形

結　論

これ迄行つてきた鉱石逓倍器についての実験を述べたが、途中で真空管が破損したり、鉱石の非線型度が急に変つたりして、思うようなはつきりした結論は未だ何も得ていない。今迄の経験からは、低次高周波で長ミリ波を作る場合には可変容量素子よりも1N23B、C鉱石を択んだ方が高出力になるようである。しかし、基本波入力消費に対する高調波変換能率からは可変容量素子の

が高能率なようで、殊に高次高調波に対しては可変容量素子が非常に優れているといえよう。

謝　　辞

立体回路部品を貸与戴いた三菱電機喜連川研究員、真空管及び可変容量素子を貸与戴いた松下電器、福本氏の御厚意に感謝する。
本学三戸教授には種々御討論戴き、又学生山田、山崎両君には終始熱心に全般の実験、計算に尽力戴いた。　茲に謹めて謝意を呈する。

輻射科学研究会資料

周波数変調パルス方式の三次元レーダ

牧本利夫
末田正
（大阪大学　産業科学研究所）

昭和37年4月21日（土）
（於　大阪市立大学工学部）

周波数変調パルス方式の三次元レーダ

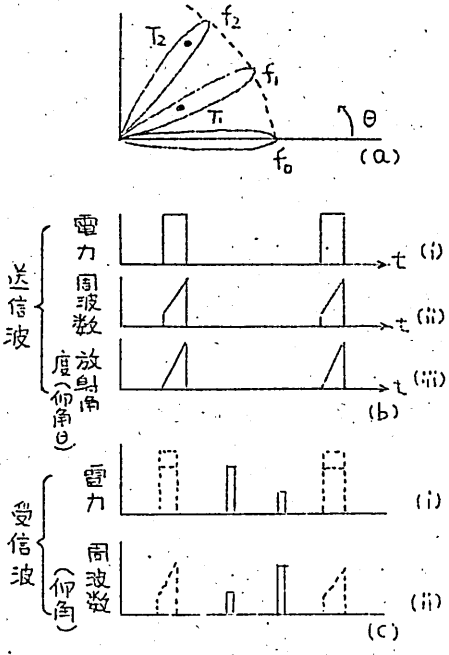
牧本利夫
末田正
（大阪大学産業科学研究所）

§1 はしがき

従来のレーダの大部分は，距離と方位または距離と高度をブラウン管上に指示するもので，二次元レーダである。距離，方位，高度を同時に指示する三次元レーダ（立体レーダ）が従来から要望されていて，若干の試みがなされている[1]。周波数走査アンテナのように，周波数によってビーム走査ができるアンテナを用いることによって，三次元レーダの一方式が考えられ，有利な点があるので，この方式について提案する。

§2 原理

周波数走査アンテナによって上下の方向（仰角θ）に放射ビームが走査されるようにしておく。但し現在の用途には，一時に（1パルス内で），ある周波数帯の電波をアンテナに給電する。この為に実際には，従来の二次元レーダの各パルスを直線的に周波数変調しておく。すなわち送信波の各パルス内で電力は時間的に一定であるが（第1図(b)(i)）周波数は直線的に変化している（図(b)

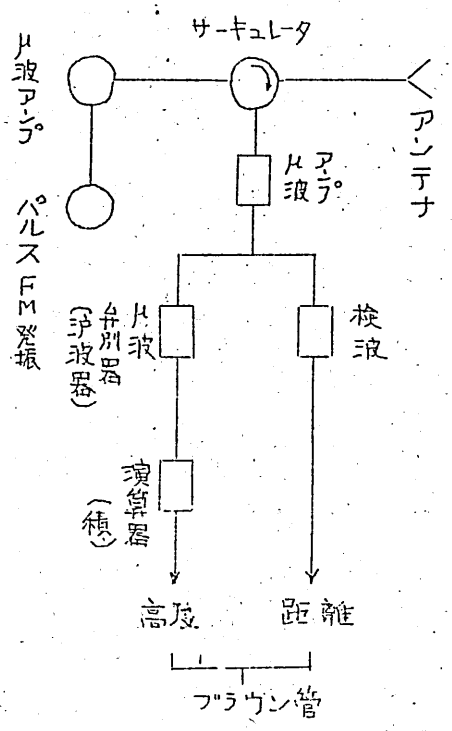


第1図

(ii))。周波数走査アンテナの特性によって，放射ビーム方向は周波数によって異なっているから((b)(iii))，反射物体(目標物)T1，T2の方向に放射される電波は特定の周波数である(図(a))。したがって目標物からの反射波は，その仰角に対応した周波数のみであり，アンテナにて受信された電波の周波数は目標物の仰角を指示している(図(c)(ii))。

受信波は目標物までの距離に比例した時間だけ送信波より遅れており，その周波数は目標物の仰角によって決まっている。目標物の高度は距離と仰角の積(詳しくは $\sin\theta$)で与えられるから演算回路によって求められる。

以上の基本原理から系統図としては第2図が考えられる。すなわち，周波数変調されたパルス電波を発生させ，これを増巾してアンテナから放射する。受信波は増巾して，検波すると同時にマイクロ波弁別器あるいは沪波器を通す。直接に検波されると，送信波からの遅れによって，距離が求まる。弁別器あるいは沪波器を通すことは周波数測定を意味して，目標物の仰角が求まる。弁別器あるいは沪波器の出力を仰角に比例した信号とすると，この信号出力と，距離との積の演算器を通して高度が求められる。これらの信号をブラウン管に送って，目標物の位置を三次元的に表示する。



第2図

§3 検討

(i) 周波数走査アンテナ

折り返し線路（導波管）あるいは誘電体を装荷した導波管でアンテナアレーを作ることによって周波数で放射ビームを仰角の方向に振ることができる。誘電率を高めるか，折り返し導波管の寸法を長くすると，狭い周波数帯で広い角度でビームを振ることができる。放射のビーム巾は方位角，仰角ともに，アンテナの寸法を大きくして狭めることが可能である。

いずれにしてもある周波数帯を必要とするのでマイクロ波的にいうと広帯域である。

(ii) 発振管

1パルス内で周波数を変調するので，高速度の周波数変調が必要であるから，電気的掃引を要する。このためにM型後進波管，周波数可変磁電管，後進波発振管によって，電圧を変えて周波数掃引をし，これを進行波型磁電管（プラチノトロン）によって所要の電力とすることが考えられる。

ある目標物に向って放射される電波の時間はパルス巾（時間）の中の僅かな部分であるから，パルス巾は普通のレーダのパルス巾に比べて広くなるであろう。

(iii) 周波数弁別器および沪波器

周波数測定には周波数弁別器および沪波器が考えられる。中間周波数以下で処理できればよいが，周波数帯域が広いので簡単とは言われない。多数のあるいは多段の弁別器および沪波器によって周波数を分離し，あるいは両者の併用が考えられる。

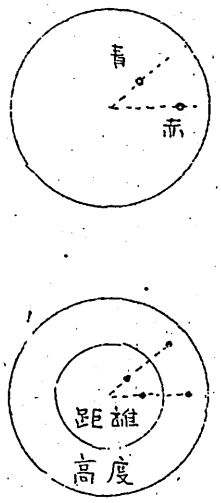
(iv) ブラウン管表示

アンテナの方位（方向）と距離とは普通のレーダと同様にP

PI方式により表示できる。高度の表示は三原色ブラウン管を用いることによって高度に対応した色を出させる。あるいは距離の表示領域の外側の同心円領域に高度を点または線で表わし（オ3図）あるいは数値で表示する。

§4 特色

(i)広い周波数帯を必要とし，技術的にも広帯域を考えなければならない
(ii)送信機，受信機は広帯域のもの，あるいはmulti-channelのものを考えなければならない。
(iii) Single beam scanning方式に比べて走査速度が速い（走査速度は従来の二次元レーダと同じである）
(iv) multi beam non-scanning方式に比べてアンテナが小形（1個）である。



オ3図

§5 結論

送受信機，アンテナの各部について検討すれば，大体実現が可能であると考えられ，これまで試作されていると報じられている方式に比べて利点があるように考えられる。

文献

1) M. Simpson "New Techniques in Three-Dimensional Radar" IRE Trans. on Military Electronics, April 1961
2) D.E.N. Davies. "A Fast Electronically Scanned Radar Receiving System" J. Brit. IRE, Vol 21, No.4, April 1961

輻射科学研究会資料

反射形クライストロンの並列運転

池上　淳一
福井　廉

昭和37年4月21日
（於　大阪市立大学）

反射形クライストロンの並列運転

1. はしがき

一定周波数の外部信号による反射形クライストロンの引込み現象については以前にこの研究談話会でその概要を発表した。[1] 今回はその拡張として2個のクライストロンが互いにその出力の一部を交換しながら動作する場合に見られる相互引込み現象について簡単に説明した後，これらの引込み現象の応用として反射形クライストロンの並列運転について報告する。

さて，マイクロ波発信器の並列運転の問題はマイクロ波源の出力向上の一方法として技術的に大いに興味ある問題であって，マイクロ波技術者の間でも間けつ的に研究されたことがあるようである。しかしながら，この研究課題が，おそらく，いわば〃二次産業〃的であるために，この問題についての本格的研究はまだなされていない。ここに報告する内容は，筆者らが引込み現象の研究成果を足場にして最近行なった並列運転に関する実験の結果を一応まとめてみたものであって，あるいは経過報告といった方がよいかもしれないが，並列運転による出力合成が技術的に十分可能であることは少なくとも理解されるであろう。

2. クライストロン空胴の振動方程式

一般に無損失空胴共振器では無数の規準振動モードが存在し，損失のある空胴の場合でもその空胴振動をこれらの規準モードの一次結合で近似的に表わすことができるが，クライストロン空胴では，密度変調を受けた電子流によってある特定のモード（a番目のモードとする）が*dominant*に励振されていると考えられるので，空胴振動を唯1個の微分方程式によって論じることができる。自励振動をしている反射形クライス

トロンに対し外部信号を空胴の出口から逆に送り込んで空胴を外部からも励振するという場合でも，その信号周波数がα番目のモードの共振周波数に近い限り，微分方程式はやはり1個でよく，ただ励振項が2つになるだけである。空胴内および空胴モードと導波管モードとの結合部に対する電磁界解析の結果，外部信号を印加されたクライストロン空胴の振動方程式として次式が得られる。[2)]

$$\frac{d^2v}{dt^2}+\omega_a^2 v+\frac{\omega_a}{Q_a}\frac{dv}{dt}+\frac{\omega_a}{Q_{ext}}\frac{d}{dt}(Yv)+\frac{1}{C}\frac{di}{dt}=\frac{\omega_a}{Q_{ext}}\frac{d}{dt}\left[(1+Y)v_e\right] \quad (2\cdot1)$$

v　間隙マイクロ波電圧

i　密度変調を受けたビーム電流の基本波成分

v_e　外部信号によって空胴間隙部に誘起される〃間隙信号電圧〃。強制引込みの場合は一定周波数をもつが，相互引込みの場合には相手のクライストロンの瞬時周波数をもつ。

ω_a　クライストロン空胴の共振周波数

Q_a, Q_{ext}　それぞれ空胴の内部Qおよび外部Q

C　空胴間隙部の等価容量

Y　空胴の出口*から見た規格化負荷アドミタンスを表わす量で，次の演算子形式で定義されたもの

$$Y\cos(\quad)=G\cos(\quad)-B\sin(\quad) \quad (2\cdot2)$$

左辺第3項は主として空胴の壁損失による減衰項，第4項は電磁エネルギーが出口から負荷方向に流出することによる減衰項，第5項は電子ビームによる励振項であり，また右辺は外部信号による強制振動項である。

(2·1)が反射形クライストロンの引込み現象を論じる場合の基礎になる微分方程式であるが，上式は特殊な場合により見易い形に書かれることを示しておく。すなわちω_a付近の周波数領域で負荷アドミタンス

---

* 正確には，接続された導波管上の一断面でα番目の規準モードの磁界の切線成分が0であるような面。この面をS'とかいておく。

が特性アドミタンスに等しく（$Y=1$），かつ電子サセプタンスが常に無視できるような場合には，

$$(1/C\omega_a)\, i = -C_0 \frac{2J_1(X)}{X}\, v \tag{2·3}$$

但し V_b をビーム加速電圧，I_b を直流ビーム電流，M を間隙係数，θ_0 を直流電子走行角，更に v の振巾の瞬時値を V とするとき

$$X = \frac{M\theta_0}{2V_b} V \qquad \text{（速度変調パラメタ）} \tag{2·4}$$

$$C_0 = \frac{1}{C\omega_a} \frac{M^2\theta_0 I_b}{2V_b} \tag{2·5}$$

$\frac{dV}{dt}$ を $\frac{dv}{dt}$ に比して無視できるとすると（2·1）は

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \omega_a^2 v - \omega_a \left[C_0 \frac{2J_1(X)}{X} - \left(\frac{1}{Q_a} + \frac{1}{Q_{ext}} \right) \right] \frac{dv}{dt} = \frac{2\omega_a}{Q_{ext}} \frac{dv_e}{dt} \tag{2·6}$$

ここで，外部信号印加前における定常自励振動は $\frac{dv}{dt}$ の係数が零の場合で，このときの X の値を X_0 とかくと

$$C_0 \frac{2J_1(X_0)}{X_0} = \frac{1}{Q_a} + \frac{1}{Q_{ext}} \tag{2·7}$$

この関係を用いると（2·6）は（なお無次元の時間変数 $\tau \equiv \omega_a t$ を用いて）

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} + v - 2C_0 \left[\frac{J_1(X)}{X} - \frac{J_1(X_0)}{X_0} \right] \frac{dv}{d\tau} = \frac{2}{Q_{ext}} \frac{dv_e}{d\tau} \tag{2·8}$$

更に必要な X の値の範囲で成立つ近似式

$$\frac{2J_1(X)}{X} \fallingdotseq 1 - \nu X^2 \tag{2·9}$$

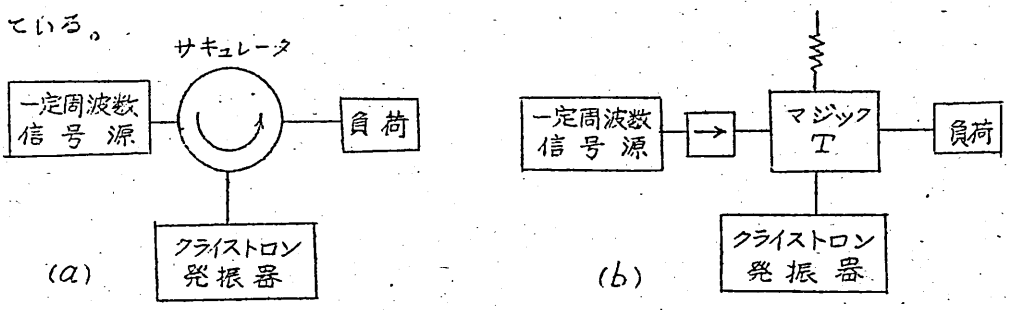
を用いると

$$\frac{d^2v}{d\tau^2} + v - C_0 \nu X_0^2 \left[1 - \left(\frac{X}{X_0} \right)^2 \right] \frac{dv}{d\tau} = \frac{2}{Q_{ext}} \frac{dv_e}{d\tau} \tag{2·10}$$

3. 強制引込み現象

3·1. 強制引込み系の簡約方程式

これは，たとえば第3·1図のような系において信号周波数pがクライストロンの正常自励発振の　周波数ω_0に近い場合に，発振器の振動位相が信号によって束縛され発振周波数が信号周波数に一致する現象であって，解析の詳細および実験結果はそれぞれ文献(2)，(3)に与えられている。



第3·1図　　強制引込み系

解析の手続きを要約して述べると，一定周波数信号を

$$v_e = V_e \cos \tau, \quad \tau = pt \tag{3·1}$$

とおき，また$V(t)$および$\vartheta(t)$をゆっくり変化する時間の関数として解を

$$\left.\begin{aligned} v &= V(\tau)\cos\{\tau - \vartheta(\tau)\} \\ \frac{dv}{d\tau} &= -V(\tau)\sin\{\tau - \vartheta(\tau)\} \end{aligned}\right\} \tag{3·2}$$

の形に仮定して，(2·1)をVおよびϑに関する一次の連立微分方程式（簡約方程式）に近似的に書き変える　ただしVの代りにXをV_eの代りに

$$X_e \equiv \frac{M\theta}{2V_b} V_e \tag{3·3}$$

を用い，またϑの代りに

$$\Theta = \vartheta + \tan^{-1}[B/(1+G)] \tag{3·4}$$

を用いて

$$\left.\begin{aligned} 2\frac{dX}{d\tau} &= 2c\left[\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]X+E\cos\Theta \\ 2\frac{d\Theta}{d\tau} &= h+2s\left[\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]-\frac{E}{X}\sin\Theta \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot5)$$

E および h はそれぞれ印加信号の強さ，および離調度を示すパラメタで

$$E=\frac{\eta X_e}{Q_{ext}}, \quad \eta=\sqrt{(1+G)^2+B} \qquad (3\cdot6)$$

$$h=\frac{2(p-\omega_0)}{\omega_a} \qquad (\omega_0:\text{信号印加前発振周波数}) \qquad (3\cdot7)$$

また C および S は，直流走行角の電子モード中心値からのずれを ϕ とするとき（ie $\theta=2\pi\left(n-\frac{3}{4}\right)+\phi$）

$$C=C_0\cos\phi, \quad S=C_0\sin\phi \qquad (3\cdot8)$$

3·2. 定常状態における諸関係

以下，定常状態（引込み状態）の解析から得られる諸結果を簡単に記しておく。ただし簡単のため，信号印加前においてのフライストロンの動作点は電子モードの中心にある場合（$S=0$）だけを考える。この場合，定常状態を表わす式は

$$\left.\begin{aligned} 2c\left[\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]X+E\cos\Theta &= 0 \quad (a) \\ hX-E\sin\Theta &= 0 \quad (b) \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot9)$$

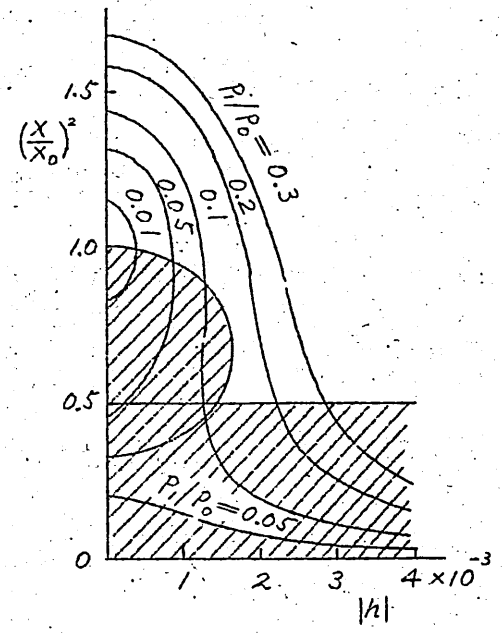
(i) 定常振巾値は (3·9) から Θ を消去した式

$$(2c)^2\left[\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]^2X^2+h^2X^2=E^2 \qquad (3\cdot10)$$

および安定条件：

$$\left.\begin{aligned} P(X) &\equiv \frac{2J_1(X_0)}{X_0}-J_0(X)>0 \quad (a) \\ Q(h,X) &\equiv (2c)^2\left[J_0(X)-\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]\left[\frac{J_1(X)}{X}-\frac{J_1(X_0)}{X_0}\right]+h^2>0 \quad (b) \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot11)$$

から定まる。第3·2図は E をパラメタとして h と $(X/X_0)^2$ との関係を図示したものである（ただし図では E の代りに次に述べる P_i/P_0 を用いている）。また (3·11) が成立しない領域には斜線を付した。なお $Q(h,X)=0$ の曲線上では $d(X/X_0)^2/d|h| = \infty$ となっていることが注目される。



第3·2図　強制引込み系の振巾レスポンス曲線

パラメータとして E の代りに P_i/P_0 を用いた。斜線を施した部分は不安定領域である。仮定した値は $Q_a=Q_{ext}=500$, $X_0=184$, $M^2=0.5$ $n=2$, $V_b=300$ および $\nu=1.058$

(ii) 引込み帯域巾

任意の強さの信号に対して引込み帯域巾を解析的に表示することは困難であるが，弱い信号の場合は $X=X_0$ となる。離調度 $[h]_{X=X_0}$ から近似的に求められる。すなわち (3·10) から

$$[h]_{X=X_0}=\frac{E}{X_0}=\frac{2}{Q_{ext}}\frac{X_e}{X_0} \qquad (3\cdot12)$$

$[h]_{X=X_0}$ に対応する $p-\omega_0$ の絶対値を W_0 とかくと

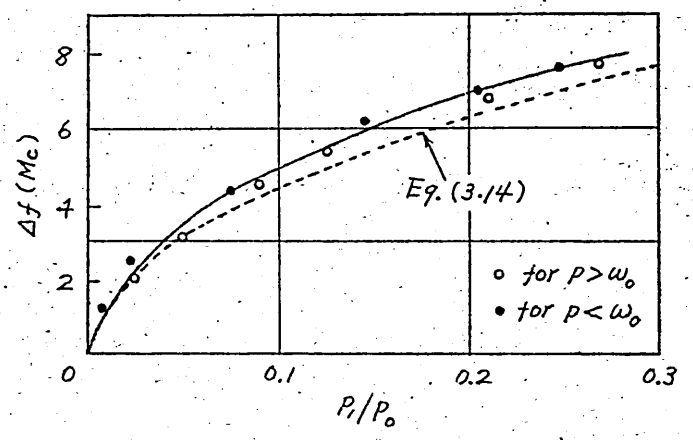
$$W_0=\frac{1}{2}\omega_a[h]_{X=X_0} \qquad (3\cdot13)$$

であるから，$X_e/X_0=\sqrt{GP_i/P_0}$ （P_i は信号電力，P_0 は信号印加前におけるクライストロンの発振出力）の関係を用いて

$$W_0 = \frac{\eta \omega_a}{2Q_{ext}} \sqrt{\frac{GP_i}{P_0}} \qquad (3\cdot14)$$

比較的大きい信号の場合でも上式から引込み帯域巾の概略値を知ることはできる。

第3・3図に9Gc帯のクライストロン2K25の場合の測定結果ならびに(3・14)による理論曲線を示した。



第3・3図　信号電力と引込み帯域巾との関係

(iii) 信号に対する発振位相の遅れ

(3・9b) および (3・12), (3・13) から

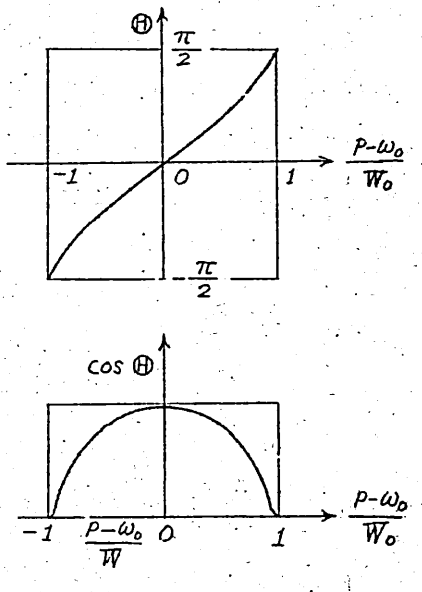
$$\sin \Theta = \frac{X}{E} h = \frac{p-\omega_0}{W_0} \frac{X}{X_0} \qquad (3\cdot15)$$

これに (3・9a) を考慮することによって

$$\Theta = \begin{cases} \sin^{-1}\left(\dfrac{p-\omega_0}{W}\dfrac{X}{X_0}\right) \\ \qquad for\ |p-\omega_0| \leqq W_0 \\ \pi - \sin^{-1}\left(\dfrac{p-\omega_0}{W}\dfrac{X}{X_0}\right) \\ \qquad for\ |p-\omega_0| > W_0 \end{cases} \qquad (3\cdot16)$$

および, $|p-\omega_0| \leqq W_0$ か $|p-\omega_0| > W_0$ に応じて

$$\cos\Theta = \pm\sqrt{1-\left(\frac{p-\omega_0}{W}\frac{X}{X_0}\right)^2} \qquad (3\cdot17)$$



第3・4図　位相遅れΘの離調特性
($P_i/P_0 = 0.1$ の場合)

第3·4図に (3·16) および (3·17) による数値計算の結果を示した。cos Φ は電子コンダクタンスの大きさの減少高に比例する量として重要である。

(iv) 引込み状態における出力

$$\frac{P_{out}}{P_0}=\frac{Q_{ext}}{G}\left[C\frac{2J_1(X)}{X}-\frac{1}{Q_a}\right]\left(\frac{X}{X_0}\right)^2+\frac{P_1}{P_0} \qquad (3\cdot18)$$

あるいは (2·7) および近似式 (2·9) を用いると

$$\frac{P_{out}}{P_0}=\frac{1}{G}\left[1-\nu C\,Q_{ext}\left(X^2-X_0^2\right)\right]\left(\frac{X}{X_0}\right)^2+\frac{P_1}{P_0} \qquad (3\cdot18)'$$

これらの式も実験的に check されているが，詳細は省略する。

4. 相互引込み現象

4·1. 相互引込み系の簡約方程式

2個のクライストロンが互いにその出力の一部をやりとりすることにより相互に引込み合う場合も強制引込みの理論と類似の方法で扱い得る。すなわち，この場合には各クライストロンについて (2·1) 式のような微分方程式を立て，両者を連立に解けばよい。

$$\frac{d^2v_n}{dt^2}+\omega_{an}^2v_n+\frac{\omega_{an}}{Q_{an}}\frac{dv_n}{dt}+\frac{\omega_{an}}{Q_{ext,n}}\frac{d}{dt}(Y_nv_n)+\frac{1}{C_n}\frac{di_n}{dt}=\frac{\omega_{an}}{Q_{ext,n}}$$

$$\times\frac{d}{dt}\left[(1+Y_n)v_{en}\right] \qquad (n=1,2) \qquad (4\cdot1)$$

いま，両者が互いに周波数を引込んだ状態では周波数 Ω で発振するものとし，今度は $\tau=\Omega t$ とおいて (4·1) の解を

$$v_n=V_n\cos(\tau-\vartheta_n),\quad \frac{dv_n}{d\tau}=-V_n\sin(\tau-\vartheta_n) \quad (n=1,2) \qquad (4\cdot2)$$

と仮定すると，一方のクライストロンにおける信号電圧 v_{en} は，他方の

クライストロンの間隙マイクロ波電圧 v_m と同じ時間変化をしている筈だから，v_{en} の v_m に対する位相遅れ（これは直観的にはクライストロン間の距離を伝播波の移相量で表わしたものである）を ψ と書いて

$$v_{en}=V_{en}\cos(\tau-\vartheta_m-\psi) \qquad \begin{pmatrix} n,m=1,2 \\ n\neq m \end{pmatrix} \tag{4·3}$$

ここに振巾 V_{en} は，他方のクライストロンの出力のうち fraction ε_m^2 がそのクライストロンに流入すると，つぎのように V_m に比例する（以下 $C_1\omega_{a1}/C_2\omega_{a2}=1$ と仮定）

$$V_{en}=\sqrt{Q_{ext,n}/Q_{ext,m}}\cdot\varepsilon_m V_m \qquad \begin{pmatrix} n,m=1,2 \\ n\neq m \end{pmatrix} \tag{4·4}$$

(4·2)～(4·3) を用いて (4·1) の簡約方程式を導くと，3 と同様の諸量を導入して

$$\left.\begin{aligned} 2\frac{dX_n}{d\tau}&=2C_n\left[\frac{J_1(X_n)}{X_n}-\frac{J_1(X_{on})}{X_{on}}\right]X_n+\eta_n k_m X_m\cos(\vartheta_n-\vartheta_m-\varphi_n) \\ 2\frac{d\vartheta_n}{d\tau}&=h_n+2S_n\left[\frac{J_1(X_n)}{X_n}-\frac{J_1(X_{on})}{X_{on}}\right]-\eta_n k_m\frac{X_m}{X_n}\sin(\vartheta_n-\vartheta_m-\varphi_n) \end{aligned}\right\} \tag{4·5}$$

$$(n,m=1,2\ ;\ n\neq m)$$

ここに

$$h_n=\frac{2(\Omega-\omega_{on})}{\omega_{an}} \tag{4·6}$$

$$\varphi_n=\psi-\tan^{-1}\left[B_n/(1+G_n)\right] \tag{4·7}$$

$$\eta_n=\sqrt{(1+G_n)^2+B_n^2} \tag{4·8}$$

$$k_m=\varepsilon_m/\sqrt{Q_{ext,m}\cdot Q_{ext,n}} \tag{4·9}$$

$\omega_{a1}=\omega_{a2}$ と仮定すると，(4·6) から

$$h_1-h_2=\frac{2(\omega_{o2}-\omega_{o1})}{\omega_a} \tag{4·10}$$

であるから，h_1-h_2 が離調度を表わすパラメタとなる。

[付] (4·5) から (3·5) への reduction.

発振器2を一定周波数信号源，発振器1を問題とする発振器に取る

ことにする。すなわち $\Theta_2 = const$, $X_2 = const.(= X_{02})$ とする。そのためには (4·5a) から $k_1 = 0$. そうすると (4·5b) から $h_2 = 0$ すなわち $\Omega = \omega_{02} = const.$ そこで ω_{02} を改めて p と書くと $\tau = pt$ となる。

さて ϑ_2 も ψ も今の場合定数であるから $v_{e1} = V_{e1}\cos(\tau - \vartheta_2 - \psi)$ における argument を改めて τ とおく。そうすると $v_1 = V_1\cos(\tau - \vartheta_1)$ も $v_1 = V_1\cos\{\tau - (\vartheta_1 - \vartheta_2 - \psi)\}$ に変化する。そこで $\vartheta_1 - \vartheta_2 - \psi \equiv \vartheta$ とおくと

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 - \varphi_1 = \vartheta + \tan^{-1}[B/(1+G)] = \textcircled{H} \qquad (4\cdot11)$$

一方, $\varepsilon_2 X_2$ を発振器 1 の空胴間隙部に変換した値を X_e とかくと (4·4) と同様に

$$X_e = \sqrt{Q_{ext,1}/Q_{ext,2}}\ \varepsilon_2 X_2$$

したがって

$$\eta_1 k_2 X_2 = \eta_1 \frac{\varepsilon_2}{\sqrt{Q_{ext,1}\,Q_{ext,2}}} X_2 = \frac{\eta_1 X_e}{Q_{ext,1}} = E \qquad (4\cdot12)$$

(4·11) および (4·12) を (4·5) (但し $n=1$, $m=2$ と取ったもの) に代入すると直ちに強制引込み系の簡約方程式 (3·5) を得る。

4·2. 定常状態—但し弱い結合の場

簡単のため両発振器の結合前の動作点がともに電子モードの中心にあったものとし ($S_1 = S_2 = 0$), また $\eta_1 = \eta_2 \equiv \eta$, $k_1 = k_2 \equiv k$, $\varphi_1 = \varphi_2 \equiv \varphi$ の場合に話を限る。そうすると定常状態を表わす式は, $\vartheta_1 - \vartheta_2 \equiv \vartheta$ とかいて

$$\left.\begin{aligned} 2C_1\left[\frac{J_1(X_1)}{X_1} - \frac{J_1(X_{01})}{X_{01}}\right]X_1 + \eta k X_2\cos(\vartheta - \varphi) &= 0 \\ h_1 X_1 - \eta k X_2 \sin(\vartheta - \varphi) &= 0 \\ 2C_2\left[\frac{J_1(X_2)}{X_2} - \frac{J_1(X_{02})}{X_{02}}\right]X_2 + \eta k X_1\cos(\vartheta + \varphi) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot11)$$

$$h_2 X_2 + 2kX_1 \sin(\vartheta+\varphi) = 0 \qquad \Big)$$

引込み状態の記述は，離調度 h_1-h_2 および φ を与えて上式からレスポンス $(X_1, X_2 ; \Omega, \vartheta)$ を求めれば得られる。以下 (4·11) 式を一般的に論じるのは複雑に過ぎるので，弱い結合について近似解析を行ない，現象の特質を導出することにする。この場合には両発振器の振巾の比が零近似で零結合度のときの値 $\rho = X_{01}/X_{02}$ をもってして

$$\left.\begin{aligned} 2C_1\left[\frac{J_1(X_1)}{X_1} - \frac{J_1(X_{01})}{X_{01}}\right] + 2k\rho^{-1}\cos(\vartheta-\varphi) &= 0 \qquad (a)\\ h_1 - 2k\rho^{-1}\sin(\vartheta-\varphi) &= 0 \qquad (b)\\ 2C_2\left[\frac{J_1(X_2)}{X_2} - \frac{J_1(X_{02})}{X_{02}}\right] + 2k\rho\cos(\vartheta+\varphi) &= 0 \qquad (c)\\ h_2 + 2k\rho\sin(\vartheta+\varphi) &= 0 \qquad (d) \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot12)$$

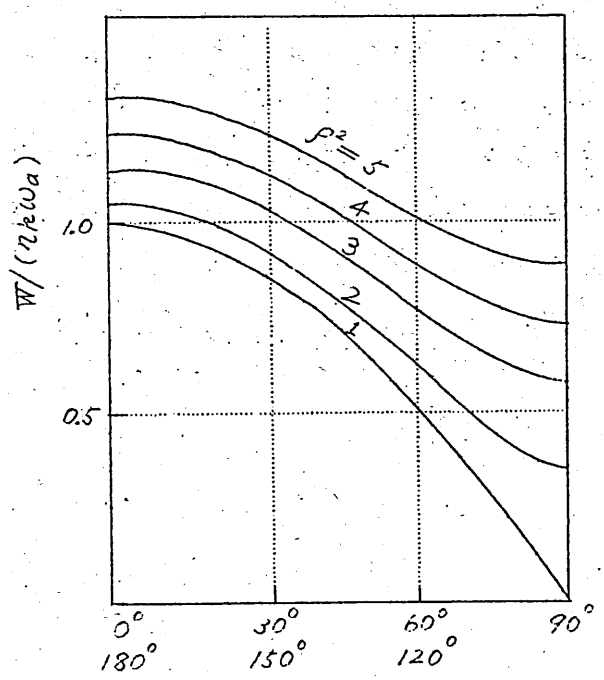
(i) 周波数レスポンス

まず引込み時周波数 Ω は (4·12b) および (a) から ϑ を消去して

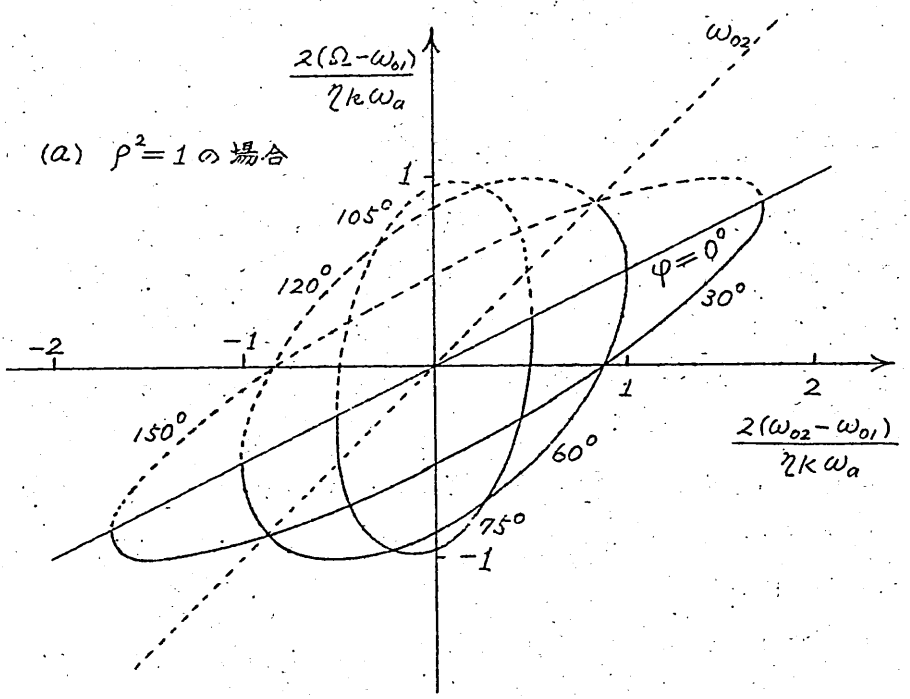
$$\Omega = \frac{\omega_{01}(\rho^2+\cos 2\varphi) + \omega_{02}(\rho^{-2}+\cos 2\varphi) \pm \sin 2\varphi \sqrt{W^2-(\omega_{02}-\omega_{01})^2}}{\rho^2+\rho^{-2}+2\cos 2\varphi} \qquad (4\cdot13)$$

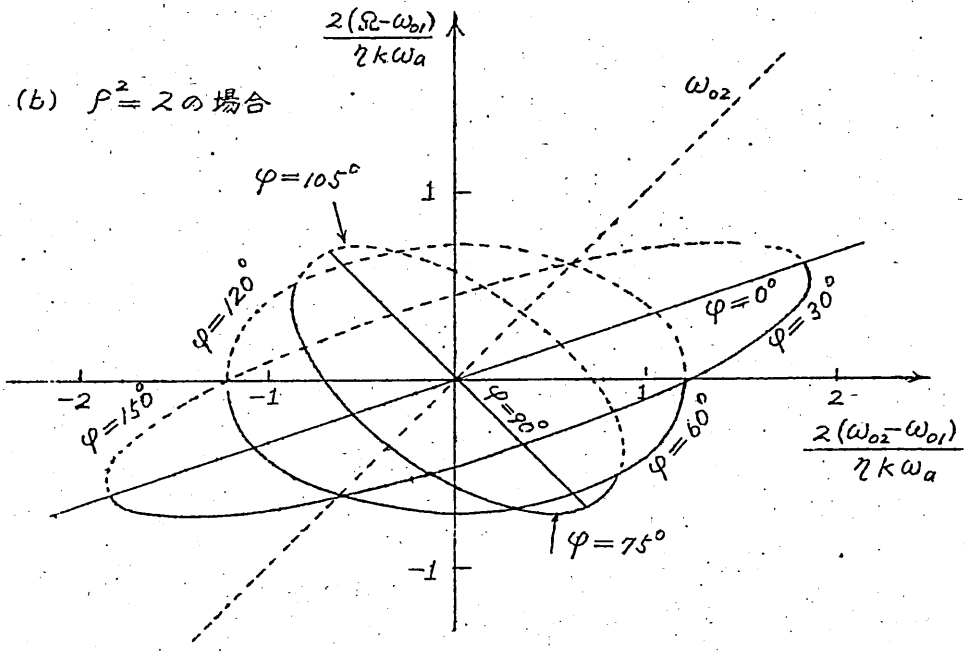
$$W = \frac{1}{2} 2k\omega_a \sqrt{\rho^2+\rho^{-2}+2\cos 2\varphi} \qquad (4\cdot14)$$

W は reel Ω を与える周波数最大離調巾すなわち引込み帯域巾であるが，この W や Ω が φ に依存することは重要である。第4·1図に ρ をパラメタとして W の φ による変化を示した。(4·13) の複号のうち負符号は $0<\varphi<\pi/2$ (mod. π) なる φ ($\varphi^{(+)}$ とかく) に対応し，正符号は $\pi/2<\varphi<\pi$ (mod. π) なる φ ($\varphi^{(-)}$ とかく) に対応することが別の考察から知れる。第4·2図は ω_{01} を一定に保って ω_{02} を変化させた場合の Ω の軌跡を (4·13) に基いて画いたものであるが，ある $\varphi^{(+)}$ に対する軌跡 (下分枝) と $\varphi^{(-)} = \pi - \varphi^{(+)}$ に対する軌跡 (上分枝) とは相補って一つの楕円を形作っている。



第4·1図　引込み帯域巾の結合位相による変化





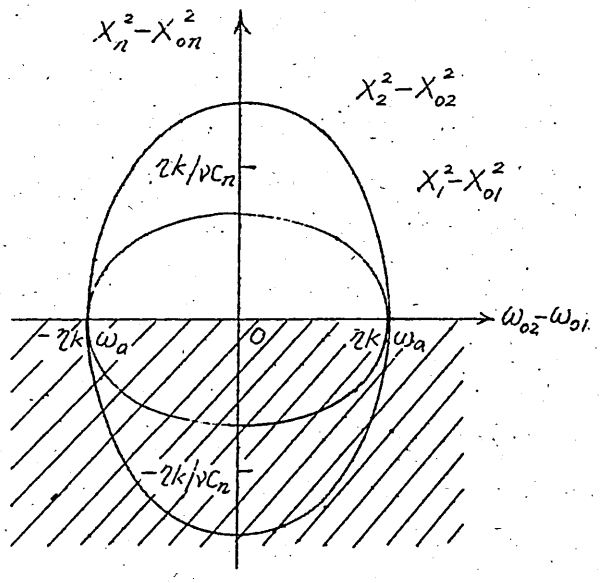
第4·2図　　周波数レスポンス曲線

(ii) 振巾レスポンス

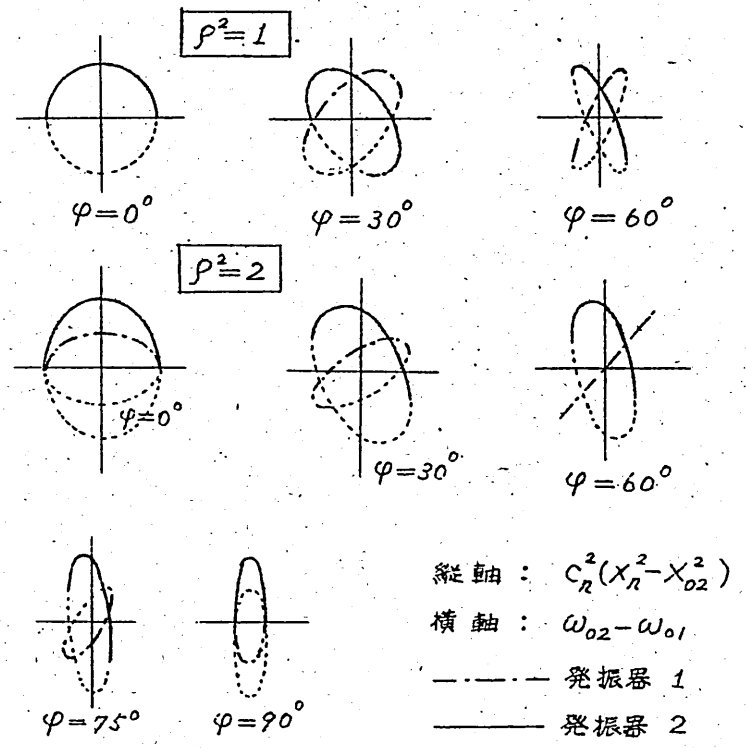
(4·13)式のそれぞれ(a), (b)および(c), (d)からϑを消去すると, X_1およびX_2を定める式は

$$\left.\begin{aligned}(2C_1)^2\left[\frac{J_1(X_1)}{X_1}-\frac{J_1(X_{01})}{X_{01}}\right]^2 &= (\eta k\rho^{-1})^2-h_1^2 \quad (a)\\ (2C_2)^2\left[\frac{J_1(X_2)}{X_2}-\frac{J_1(X_{02})}{X_{02}}\right]^2 &= (\eta k\rho)^2-h_2^2 \quad (b)\end{aligned}\right\}\ (4\cdot15)$$

$\varphi=0$の場合に(4·15)に後述の安定条件を考慮して振巾レスポンス曲線



第4·3図　$\varphi=0$における相互引込み系の振巾レスポン曲線　($\rho^2=2$の場合)



第4·4図　振巾レスポンス曲線のφによる変化

を求めると第4·3図となる。また振巾レスポン曲線のφによる変化を示したものが第4·4図で，同図は$\varphi^{(+)}$の場合であるが，$\varphi^{(-)}$に対しては同図と縦軸に関して対称な図形が得られる。なお引込み域端における曲線の勾配が正または負の∞であることは$X_1/X_2 \fallingdotseq X_{01}/X_{02}$の近似においても保存されている。

(iii) 安定条件

Routh-Hurwitz の安定判別法により弱結合相互引込み系の安定条件は

$$\left.\begin{aligned} &J_0(X_1)-\frac{2J_1(X_1)}{X_1}<0 \qquad (a)\\ &J_0(X_2)-\frac{2J_1(X_2)}{X_2}<0 \qquad (b)\end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot16)$$

$$C_1\left[\frac{J_1(X_1)}{X_1}-\frac{J_1(X_{01})}{X_{01}}\right]+C_2\left[\frac{J_1(X_2)}{X_2}-\frac{J_1(X_{02})}{X_{02}}\right]<0 \qquad (c)$$

(a) および (b) はクライストロン発振器において常に満たされているものであるから，安定条件は結局 (c) 式だけで表現されるが，これは両発振器の電子コンダクタンスの大きさの和が相互に引込むことによって減少することを意味する。あるいは，近似式 (2·9) を用いると (4·16c) は

$$C_1(X_1^2-X_{01}^2)+C_2(X_2^2-X_{02}^2)>0 \qquad (4\cdot17)$$

となるが，これから，C_1 および C_2 の因子は別として，自乗振巾の変化量の和は正でなければならない。

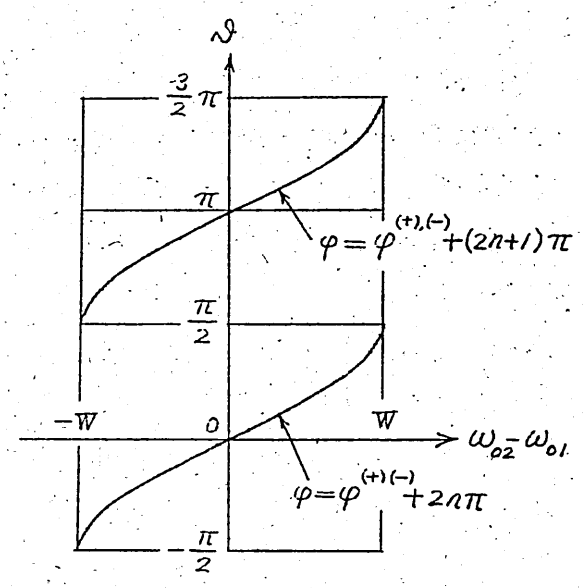
(iv) 発振の位相関係

引込み時の両発振器の発振の位相差 ϑ も，Ω や X_3' 同様，ρ, φ および h_1-h_2 を与えれば (4·12) と (4·16c) とから定まる。

$\varphi=\varphi^{(+),(-)}+m\pi$ のとき

$$\vartheta=\frac{1-(-1)^m}{2}\pi+\sin^{-1}\left(\frac{\omega_{02}-\omega_{01}}{W}\right) \qquad (4\cdot18)$$

$\rho^2=1$ の場合に ϑ の離調度に対する変化を示したのが第4·5図である。引込み域中心では $\vartheta=0$ または π，引込み域端では $\vartheta=\pm\frac{\pi}{2}$ であることは，小信号強制引込み系の場合と同一の性質である。



第4·5　発振の位相関係

(v) 近似度の検討

弱結合相互引込み系の解析にあたって行なった近似，

すなわち X_1/X_2 を $\rho = X_{01}/X_{02}$ でおきかえる近似の妥当性について調べてみる。$\rho^2 = 1$ の場合 (4·15) の近似形

$$(\nu c_i)^2 (X_i^2 - X_{0i}^2)^2 = (\eta k \rho^{-1})^2 - h_i^2 \quad , \quad etc$$

から ρ が 1 の程度である限り $|X_i^2 - X_{0i}^2|$ の最大値は $\eta k/\nu c_i$ の程度であることがわかる。したがって $\eta k/\nu c_i$ が X_{0i}^2 に比して十分に小さければ $X_1/X_2 \fallingdotseq \rho$ とおく近似が許されるわけである。そこで $\eta k/\nu c_i \ll X_{0i}^2$ であるためには結合度 k (したがって ε) がどの程度に小さくなければならないかを実際的の数値で当ってみよう。設定する条件は

$$X_1/X_{01} \lesssim 1.1 \qquad (4\text{·}19)$$

であるとしよう。これは $(X_1^2 - X_{01}^2)/X_{01}^2 \lesssim 0.21$ と書き変えられるが, X_{01} の typical な値 1.87 を用いると $X_1^2 - X_{01}^2 \lesssim 0.735$ したがって

$$\eta k \lesssim 0.735\, \nu c_i$$

あるいは, $Q_{ext,1} = Q_{ext,2} = Q_{ext}$ とすると $k = \varepsilon/Q_{ext}$ であるから

$$\eta \varepsilon \lesssim 0.735\, \nu c_i Q_{ext}$$

具体的の数値として $\nu = 0.105$, $c_i = 6.79 \times 10^{-3}$, $Q_{ext} = 400$ および $\eta = 2$ を用いると

$$\varepsilon \lesssim 0.106 \qquad (4\text{·}20)$$

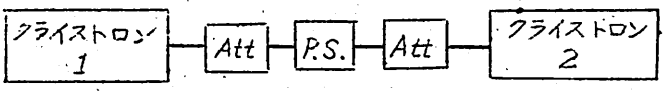
すなわち $X_1/X_{01} \lesssim 1.1$ なるためには信号として交換する電力は各発振器出力の 1% 程度以下でなければならない。

以上は弱結合近似が妥当であるための十分条件を与える ε の値を求めたのであるが, この ε の値は必要条件ではない。というのは第4·3図で見たようにもっとも広い引込み帯域巾を与える $\varphi = 0 \pmod{\pi}$ の場合には $X_{01}/X_{02} = 1$ とすると X_1 と X_2 とは引込み域の全帯域において一致するわけで, このとき $X_1/X_2 = \rho$ は rigorous な関係となる。しかしながら弱結合近似での上記の取扱いが全般的に妥当であるためには, 勿論 (4·20) のような制限が存在するとみなければならない。

4·3. 実験方法について付言

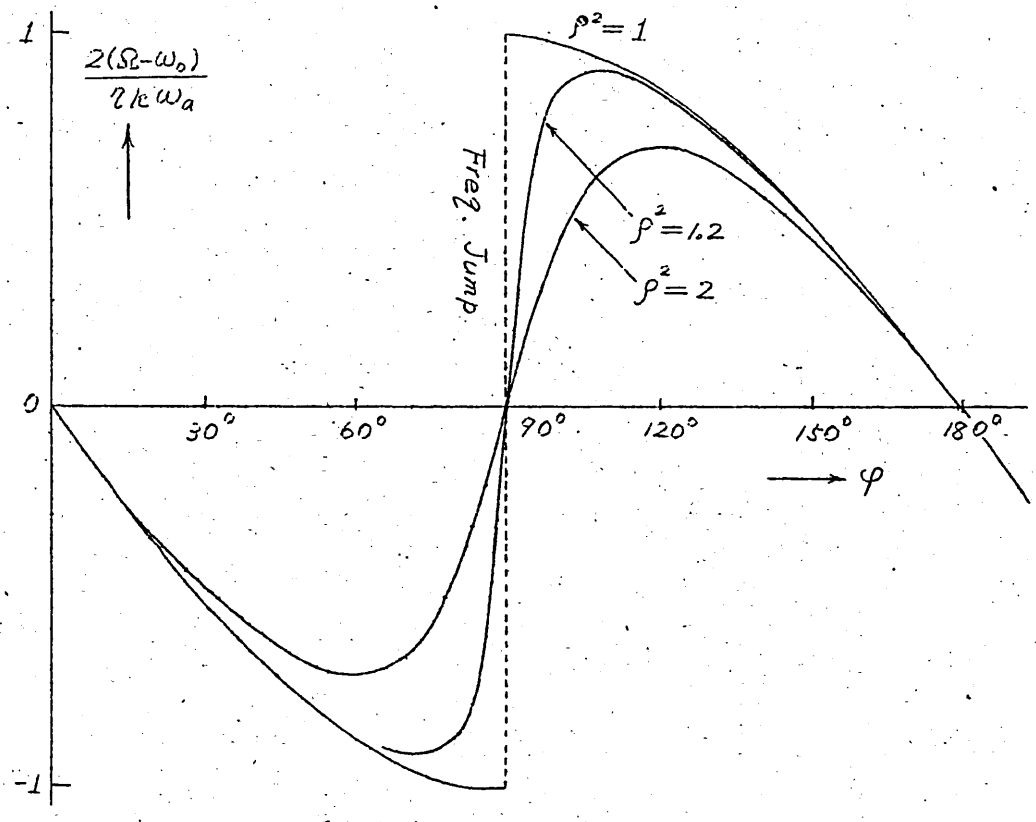
上記の理論解析に対応する実際の系は第4·6図のような回路によって実現されよう。結合度は抵抗減衰器（以下 Att と略記）によって調節し結合位相（φ）は移相器（以下 PS と略記）によって変化することができる。

弱結合の条件は減衰度を大に取ることによって実現し，またこのとき減衰器は発振器に対する整合負荷の役割をも果たす。（減衰器を2個用いたのは周波数の測定を容易にするためである。）



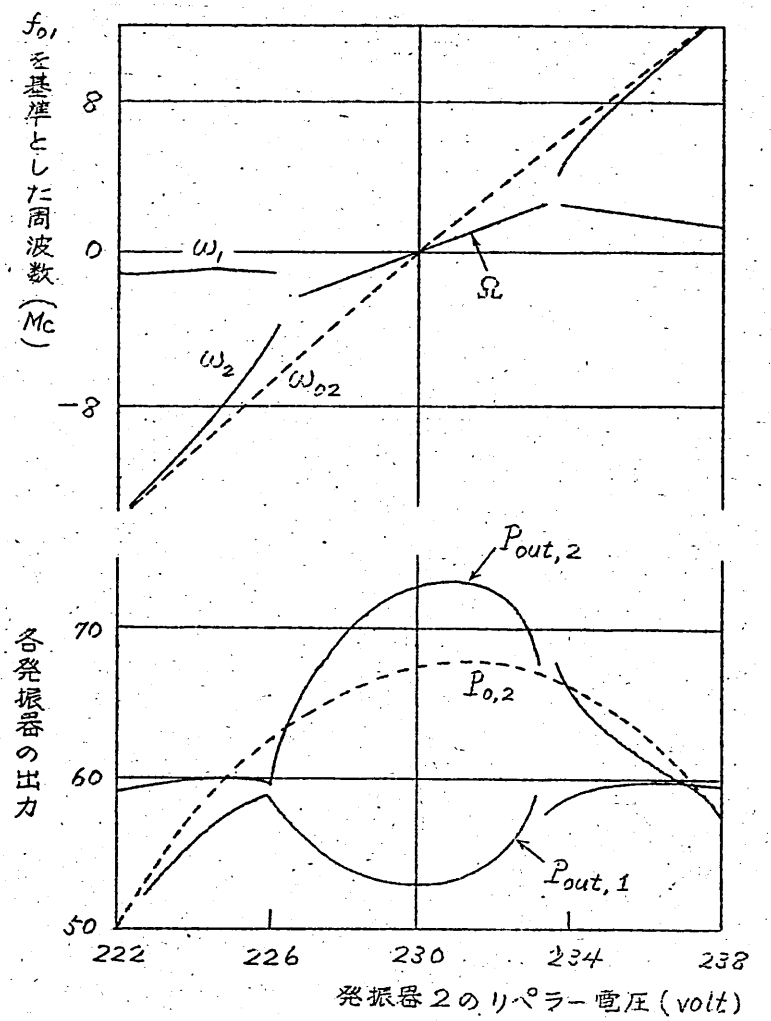
第4·6図　　相互引込み系の模型回路

さて実験を行なうに当って問題となるのは結合位相 φ をどのように



第4·7図　　零離調度における Ω の結合位相特性

して設定もしくは測定するかである。φは何らかの実験的方法によって定めるよりほかはないのであるが，その一つの方法としては cut and try によって引込み帯域巾が最大となるようなPSの目盛を求め，この状態におけるφを理論との比較から 0（またはπ）と定めるのである。しかし，ここではより適切な方法について示しておく。すなわち$\omega_{01}=\omega_{02}$（$\equiv\omega_0$）の場合に(4·14)によってφとΩとの関係を図示すると第4·7図のようになる。同図から明らかなように任意のρ^2に



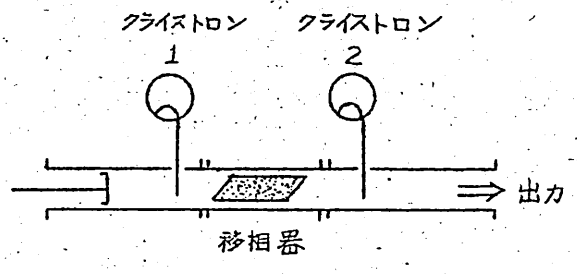
第4·8図　$\varphi=0$ の場合における相互引込み現象の測定結果
（16 db 結合時）

対し Ω の変化は $\varphi=\pi/2$ において最も急であり，とくに $\rho^2=1$ のときには $\varphi=\pi/2$ において周波数の跳躍が起っている。なお，ρ^2 の如何に拘らず $\varphi=0\ (mod\ \pi)$ において $\Omega=\omega_0$ になるので，この事実を利用してもよいが，要するに第4·7図の測定を行なうことによって $\varphi=0$，$\pi/2$ などに対する PS の目盛を一義的に定めることができる。第4·8図は $Att'a$ の総合減衰度 16 db ($\varepsilon^2=0.025$) の場合に上の方法で定めた $\varphi=0$ において周波数レスポンおよび出力レスポンスの離調特性を測定した結果である。φ の他の値に対する測定結果は省略したが，理論解析の結果をよく裏付けるものであった。

5. 並列運転の回路

5·1. 直接結合方式

第5·1図に示すように一端短絡の導波管に2本のクライストロンをある間隔をおいてマウントする並列運転の方式を直接結合方式と呼ぶことにする。これは最も *Primitive* ではあるがその簡単さのために先ず検討すべき方式であろう。この方式による実験は既に発表されており（文献6），移相器（以下 PS と略記）移相量の最適値において単独の発振器出力の約1.7倍の並列運転出力を得ている。



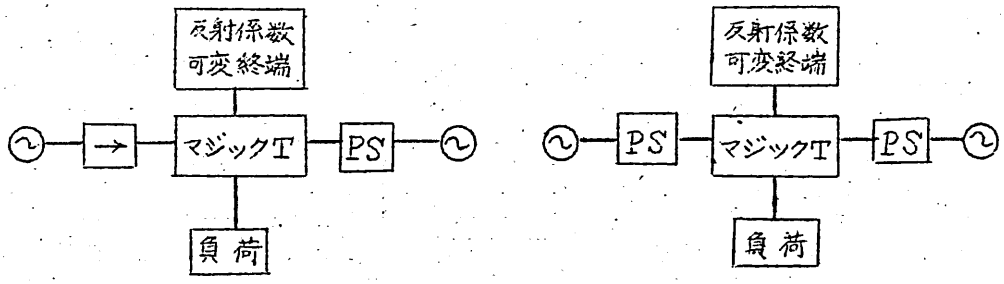
第5·1図　直接結合方式の並列運転回路

しかしこの方式には原理的に一つの欠点がある。すなわち前§で述べた相互引込みの解析によれば，正常発振周波数の等しい2つの発振器を結合して同じ引込み周波数の出力を得るためには，両発振器の結合位相が π の整数倍でなければならず，またその場合に引込み帯域巾が最も広いのであるが，一方第5·1図において最大並列運転出力を得るために

は両発振器の出力が同位相で合成される必要があり，従って両発振器の位相間隔はまたこの要求を充たすものでなければならない。そして第5・1図の回路では位相調整器は1個であるので，一般には上記の2つの要求を満足することができないのである。

その他，この方式の不都合な点を挙げると，この方式は同軸取出し形のクライストロンの場合にしか適用できないこと，一方向引込み並列運転には不適であることなどであろう。しかしながら後§で触れるスタガー電子同調相互引込み並列運転による変調周波数域の拡大の点では，つぎのマジックT結合方式に優る可能性もあろう。

5·2. マジックT結合方式



(a) 一方向引込み並列運転の場合　(b) 相互引込み並列運転の場合

第5·2図　マジックT結合方式並列運転回路

これは第5·2図に見るように，2個のクライストロンをマジックTの左右の腕に配し，E分岐に両クライストロンの結合を作るための反射係数可変終端をつなぎ，合成出力をH分岐から取り出す式のものである。反射係数可変終端は所要引込み帯域巾に応じて反射係数の大きさを増減させるが，PSによって最適の位相調整が行なわれておるならば（すなわち両クライストロンの出力が同位相でマジックTに入射するようになっておれば）得られる並列運転出力は，E分岐の終端反射係数に無関係となるので好都合である（以下に詳説）。なお，第5·2図bで相互引込み並列運転の場合に2個のPSを用いるのは，前§に説明したように，

各クライストロンの出力をマジックTにより同位相合成する目的とともに，両クライストロンの結合位相を最適値（$n\pi$）にとりたいためである。

以下，本回路方式の特性を量的につかむために，マジックTの伝送特性を計算しておく。いまマジックTの各腕から分岐部に向って入射する波の振巾を q_n（$n=1,2,3,4$），分岐部から外方向に出て行く波の振巾を P_n（$n=1\sim4$）とかくことにする。そうすると，整合のとれたマジックTでは各腕上で位相基準面を適当に選ぶと，q_n's と P_n's との間に

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

$$\text{or} \quad \left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_3+q_4) & P_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1+q_2) \\ P_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_3-q_4) & P_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1-q_2) \end{aligned}\right\} \tag{5.1}'$$

腕3，4 の終端がそれぞれ反射係数 Γ_3, Γ_4 の負荷で終端されており，腕1 および2 からマイクロ波が入射する場合を考えると

$$q_3 = \Gamma_3 P_3, \quad q_4 = \Gamma_4 P_4 \tag{5.2}$$

したがって P_n's を q_1, q_2 で表わすと

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{\Gamma_3+\Gamma_4}{2} q_1 + \frac{\Gamma_3-\Gamma_4}{2} q_2 \\ P_2 &= \frac{\Gamma_3-\Gamma_4}{2} q_1 + \frac{\Gamma_3+\Gamma_4}{2} q_2 \\ P_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1+q_2) \\ P_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1-q_2) \end{aligned}\right\} \tag{5.3}$$

われわれの並列運転回路では出力を取り出すべき腕3の終端は整合負荷をつなぐと考えてよいから，$r_3=0$ とおくと

$$P_1=-P_2=\frac{r_4}{2}(g_1-g_2)=\frac{1}{\sqrt{2}}r_4 P_4 \tag{5.4}$$

g_1 と g_2 との位相差を ϕ とかくと，$P_{n,3}'$ の大きさは

$$\left.\begin{aligned}|P_3|^2&=\frac{1}{2}\left||g_1|+|g_2|e^{-j\phi}\right|^2=\frac{1}{2}(|g_1|^2+|g_2|^2+2|g_1|\cdot|g_2|\cos\phi)\\ |P_4|^2&=\frac{1}{2}\left||g|-|g_2|e^{-j\phi}\right|^2=\frac{1}{2}(|g_1|^2+|g_2|^2-2|g|\cdot|g_2|\cos\phi)\\ |P_1|^2&=|P_2|^2=\frac{1}{2}|r_4|^2\cdot|P_4|^2\end{aligned}\right\} \tag{5.5}$$

そこでもし g_1 と g_2 が等大同位相ならば

$$\left.\begin{aligned}|P_3|^2&=2|g_1|^2\\ |P_1|^2&=|P_2|^2=|P_4|^2=0\end{aligned}\right\} \tag{5.6}$$

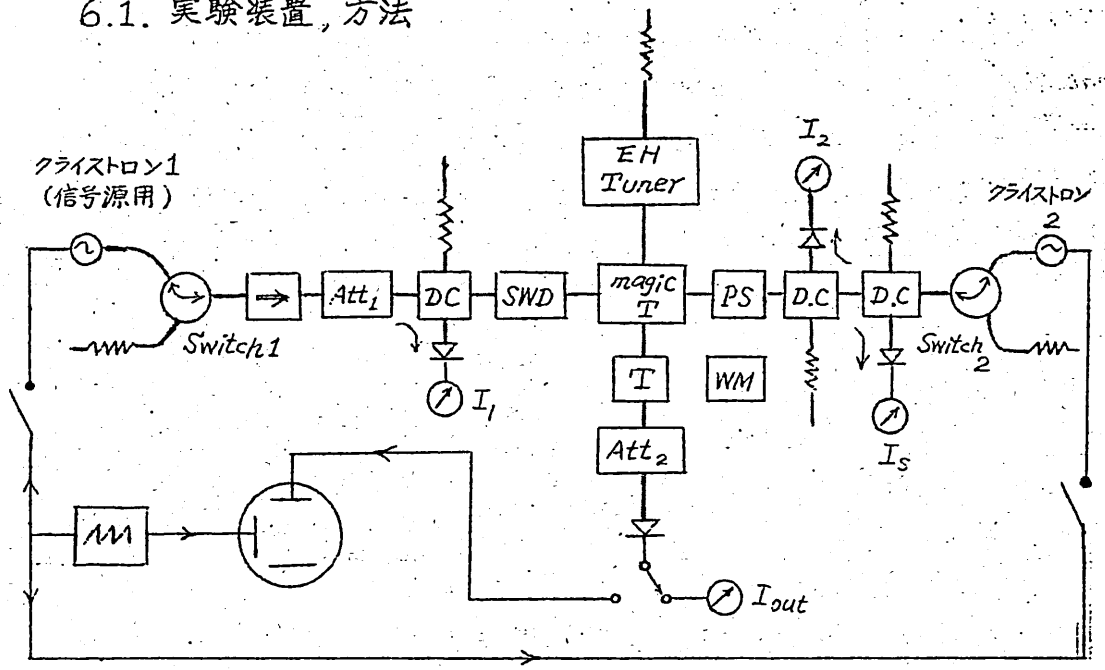
すなわち g_1，g_2 が等大同位相であり，腕3が無反射終端されているならば，腕4の終端反射係数 r_4 の如何に拘らず，腕1および2からの入射電力は完全に合成されて腕3に接続した負荷に供給される。

上述のように，両クライストロンの出力の大きさが同じであり，腕3に接続する負荷が整合のとれたものである限り，両出力の和の並列運転出力の得られることがわかつたが，この状態では，(5.6) から，相互に信号として交換すべき電力が零となり，引込み状態が安定に持続しないのではないかという疑問が生じるかもしれない。しかしこの疑問に対してはつぎの説明を行なうことができる。すなわち，いずれか一方のクライストロンからみた負荷側の反射係数を問題にすると，引込みが起る前においてその大きさは (5.4) からわかるように $|r_4|/2$ であったのが，引込み状態では 0 となる。このような反射係数の変化は，問題とするクライストロンから出た波のうちの反射波 $\left(P_1=\frac{r_4}{2}g_1\right)$ が同一周波数の信号入射波 $\left(P_1=-\frac{r_4}{2}g_1\right)$ によつて打ち消されることによってのみ起り得ることを考えると，確かに上記のような最適並列運転状態において

も，他方のクライストロンの出力の一部が信号波としてもう一方のクライストロンに印加されているといわなければならない。

6. 一方向引込み並列運転

6.1. 実験装置，方法



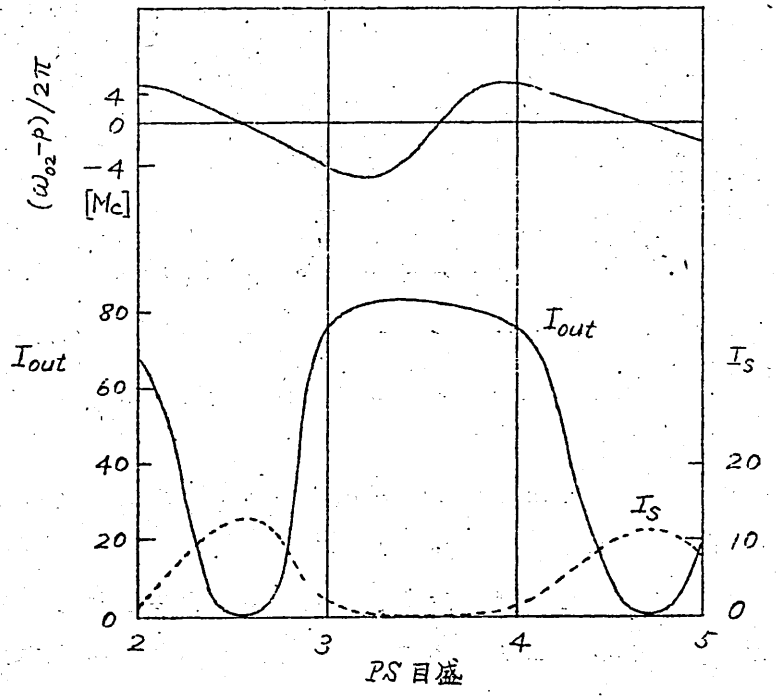
第6·1図　一方向引込み並列運転の実験装置

実験装置の構成を第6·1図に示す。反射係数可変終端としてはEHチューナと無反射終端の組合わせを用いた。電流計 I_1, I_2 は各クライストロンの出力監視用に，I_S は交換電力の大きさの目安を得るために用いた。並列運転出力を取り出すべきマジックTのH分岐は可変抵抗減衰器 Att_2 を通じてクリスタルマウントで終端されているが，Att_2 の減衰度を十分大（約30db）に取ってあるので，ほぼ完全に整合終端されている。離調度やPS移相量の変化に伴なう並列運転出力の変化は電流計 I_{out} によって測定する。

6·2. 零離調度における並列運転の位相特性

ここにいう零離調度とは，整合負荷に対するクライストン2の正常発振周波数 $\omega_{02,match}$ が信号周波数 p と等しいことを意味する。所でわれわれの実験では信号電力をクライストロン2に導入する必要があるために，マジックTの腕4の終端にある反射係数をもたせるので，この状態では ω_{02} は一般に $\omega_{02,match}$，したがって信号周波数と異なるものとなり事実上は零離調度とはいえない。しかしここでは上述の $p-\omega_{02,match}=0$ の意味で零離調度という言葉を使うことにする。

さて上記の意味での零離調度における並列運転出力（I_{out}）がPSの移相量を変えることによってどのように変化するか，についての実験結果を第6·2図に示す。同図では移相量πの周期をもって高原状の部分と

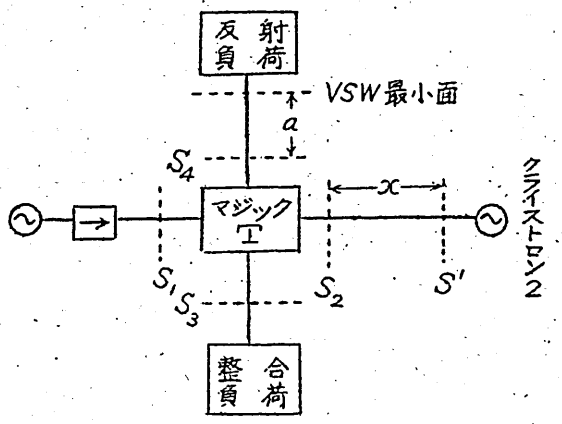


第6·2図　一方向引込み並列運転の位相特性

谷の部分が交互に現われている。高原状部分における並列運転出力は別の測定から1個のクライストロンの出力の約2倍であるので，同位相合

成の場合に対応することがわかるが，このことは I_S のグラフからも十分裏付けられている。

つぎに同図には ω_{02} の PS 移相量による変化をも併記してあるが，ここで注目すべきことには $\omega_{02}=\omega_{02,match}$ となる PS 目盛において I_{out} が最大または最小になっている。このことの理由を考えてみよう。第6·3図で S_n $(n=1,2,3,4)$ は (5·1) が成立するようなマジックT上の各腕上の位相基準面を表わす。また腕4の端面は等価的に VSW 最小の面として表わしておく。さて信号の S_1 における位相とクライストロン2からの出力の S_2 における位相とが同位相になっておれば腕3に大きな合成出力が得られるわけであるが，そのためのxの長さを求めなければならない。信号は腕1から一旦腕4に伝わり VSW 最小の面で反射されて腕2に到達するわけであるから，信号が S_1 を通過して S' に達するまでの移相量は $2\pi(2a+x)/\lambda_g$ である。*そこで，もしクライストロン2の信号に対する離調度が零 $(\omega_{02}=p)$ ならば，前者の引込み時発振位相は S' 面において信号の位相と同じであるから (§3)，クライストロン2からの出力波の S_2 における位



第6·3図　位相関係説明図

---

*（証明）いま $a=0$ のとき，すなわち $\Gamma_4=-|\Gamma_4|$ とかける場合には，(5·4) で $g_2=0$ とおいた式から $P_2=\frac{|\Gamma_4|}{2}g_1$ となるから腕1から入射した波の S_1 における位相とその波が腕2に伝わったときの S_2 における位相とは同位相となる。したがって $a\neq 0$ の場合には S_2 での位相は S_1 での位相より $2\pi(2a/\lambda_g)$ だけ遅れ，更に S' に達するときの位相は S_1 での位相より $2\pi(2a+x)/\lambda_g$ だけ遅れる。

相は信号の S_1 における位相よりも $\phi=2\pi(2a+2x)/\lambda_g$ だけ遅れることになる。これが 2π の整数倍ならば同位相合成が行なわれるわけで，その条件は

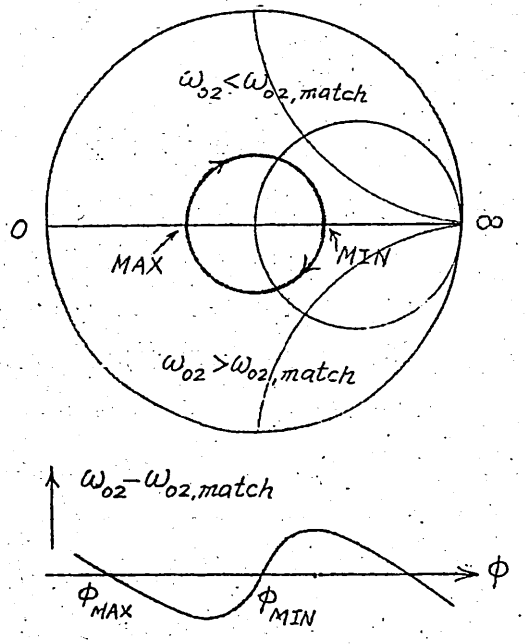
$$2(a+x)/\lambda_g=n \qquad (n:\text{正整数}) \tag{6·1}$$

$$\text{or} \quad a+x=n(\lambda_g/2) \tag{6·1}'$$

また，逆位相合成の条件は，$\phi=(2n+1)\pi$ とおいて

$$a+x=(2n+1)(\lambda_g/4) \tag{6·2}$$

そこで PS を調節して (6·1) の条件を実現すればよいのであるが，つぎにその方法が問題となる。そしてこの場合に前述した ω_{02} の PS に対する変化の測定が重要な手段になるのである。すなわちクライストロン2からの出力がマジックTの腕2から入射した場合，腕2上における VSW は腕4からの反射によって起るのであるから，もし S' 面と腕4上の VSW 最小面との距離が $n\lambda_g/2$ であるならば，S' 面は同じく VSW 最小面となり，クライストロン2からみた負荷アドミタンスは純コンダクタンスとなるので，ω_{02} は $\omega_{02,match}$ に等しい筈である。また一方，S' 面と腕4上の VSW 最小面との距離が $(2n+1)\lambda_g/4$ になったとき S' 面は VSW 最大面となり，クライスト



第6·4図　移相量を変化した場合の負荷アドミタンス軌跡(a)と ω_{02} の変化(b)。a図の点 MAX および MIN に対応する ϕ の値をそれぞれ ϕ_{MAX}, ϕ_{MIN} と書いた。

ロン2からみた負荷アドミタンスはやはり純コンダクタンスであり ω_{02} は再び $\omega_{02,match}$ に一致する。この事情をスミス図上で示すと第4·6図(a)のようである。矢印の向きは PS 移相量を増していった場合の S' 面からみた負荷アドミタンスの変化の方向を示す。負荷アドミタンスの変化は図の点 MAX を通過する場合よりも点 MIN を通過する場合の方が急であるから、ω_{02} の PS 移相量(したがって ϕ)による変化も同様となり、第6·4図(b)に示すようになるわけである。こうして ω_{02} の変化の測定によって点 MIN で表わされる状態、すなわち同位相合成の行なわれるための PS 目盛を知ることができるわけである。

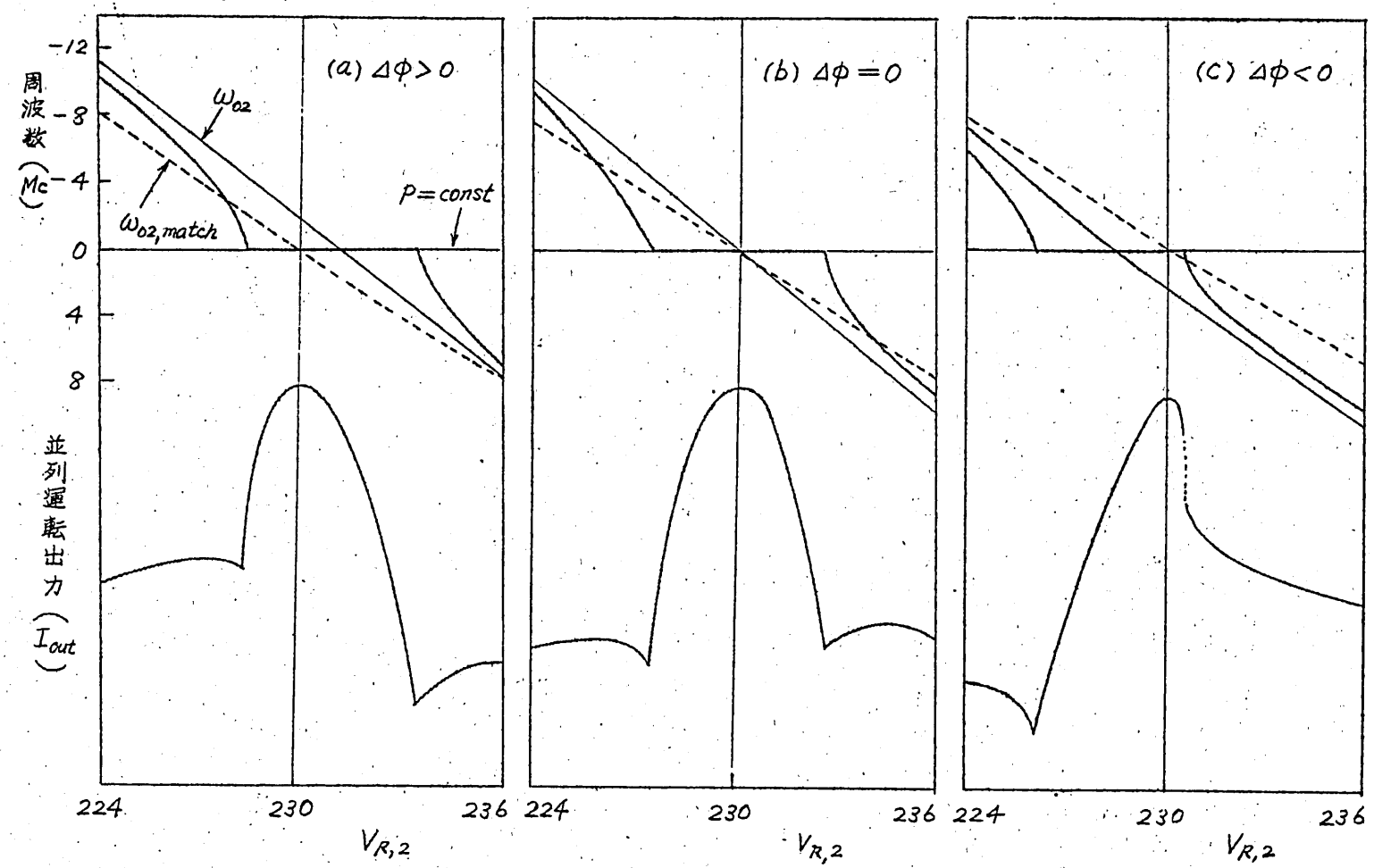
最後に第6·2図の測定結果で、高原状部分が $flat$ なこと、すなわち同位相合成が上記の PS の最適移相量の前後のかなり広い範囲で得られていることがわかる。この点についてはつぎの項で述べることにする。

6.3 離調特性

前項の実験は並列運転のための最適 PS 目盛を求めることであった。つぎには $p-\omega_{02,match}\neq 0$ の場合の並列運転出力を問題にする。これは、実用的には、両周波数の何れか一方または双方が変動する場合の並列運転の状況を研究するという意味をもっている。以下、一定信号周波数の下でクライストロン2のリペラー電圧 V_{R_2} を変化する場合と、一定の電源電圧で動作するクライストロン2に対して信号源を周波数掃引する場合とにわけて実験を行なう。

6.3.1. 一定信号周波数の場合

離調特性の測定においては結合度(つまりマジックT腕4の反射係数)および PS 移相量がパラメタとなるが、ここではある結合度($l_E=14$)において PS を最適値およびその前後の値に取った3つの場合の測定結果を示す(第6·5図)。測定の初期状態の設定としては、腕4の終端を無反射にしたときクライストロン2が電子モードの中心において $\omega_{02,match}=p$ で発振するように調整しておく。こうしておいてから腕4に所要の



第6.5図　一方向引込み並列運転の離調特性（P一定の場合）

反射係数を作り，上記の PS 値の3つの場合に V_{R2} を変化して離調特性を見るのである。

(i) 最適 PS 値の場合（第6·5図 b）

PS は最適値に設定しても V_{R2} を変えて離調度が生じると，その離調度に応じて信号に対するクライストロン2の発振位相の遅れ ϑ が有限の値をもち，この ϑ が ϕ そのものとなるから，同位相合成の条件がくずれることになる。すなわち並列運転出力 $|P_3|^2$ は，両クライストロンの出力の大きさが等しいとすると，(5·5) から

$$|P_3|^2 = |P_1|^2(1+\cos\vartheta) \tag{6·3}$$

$\cos\vartheta$ に (3·17) の表式を用いると，

$$|P_3|^2 = |P_1|^2\left\{1 \pm \sqrt{1-\left(\frac{p-\omega_{02}}{W}\right)^2\left(\frac{X_2}{X_{02}}\right)^2}\right\} \tag{6·4}$$

$$\left[\begin{array}{l}\text{上符号} : |p-\omega_{02}| \leqq W_0 \\ \text{下符号} : |p-\omega_{02}| > W_0\end{array}\right]$$

したがって，結合度が小さく小信号引込みの近似 ($X_2 \fallingdotseq X_{02}$) が成立つ場合には，$|P_3|^2$ は零離調度で $2|P_1|^2$，引込み域端離調度で $|P_1|^2$ になること；また結合度が大きい場合ほど（零離調度では同じく $|P_3|^2 = 2|P_1|^2$ であるが）引込み域端において $|P_2|^2$ より一層低下する。また中間の離調度では上式から $|P_3|^2$ は離調度とともにほぼ楕円曲線に沿って変化する。これらのことは第6·5図の実験結果と定性的によく一致している。

(ii) 最適 PS 値からずれた場合（第5·6図 a, c）

PS の最適値からの移相量のずれを $\Delta\phi$ とかくと，いまの場合の ϕ は

$$\phi = \vartheta + 2\Delta\phi$$

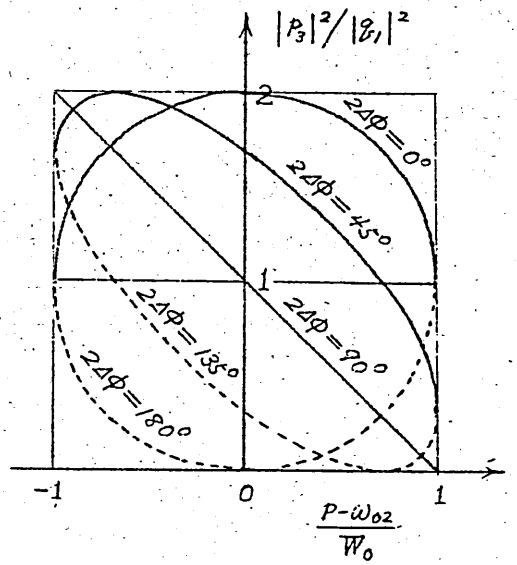
$\Delta\phi$ の係数2は電波が往復2度 $\Delta\phi$ の位相ずれを経験するからである。このとき $\cos\phi$ を計算すると，同様に (3·17) を用いて

$$\cos\phi = \pm\cos 2\Delta\phi\cdot\sqrt{1-\left(\frac{p-\omega_{02}}{W_0}\frac{X_2}{X_{02}}\right)^2}-\left(\frac{p-\omega_{02}}{W_0}\frac{X_2}{X_{02}}\right)\sin 2\Delta\phi$$

これを(6·3)に代入して

$$|P_3|^2=|g_1|^2\left[1\pm\sqrt{1-\left(\frac{p-\omega_{02}}{W_0}\frac{X_2}{X_{02}}\right)^2}\cos 2\Delta\phi-\left(\frac{p-\omega_{02}}{W}\frac{X_2}{X_{02}}\right)\sin 2\Delta\phi\right] \quad (6\cdot5)$$

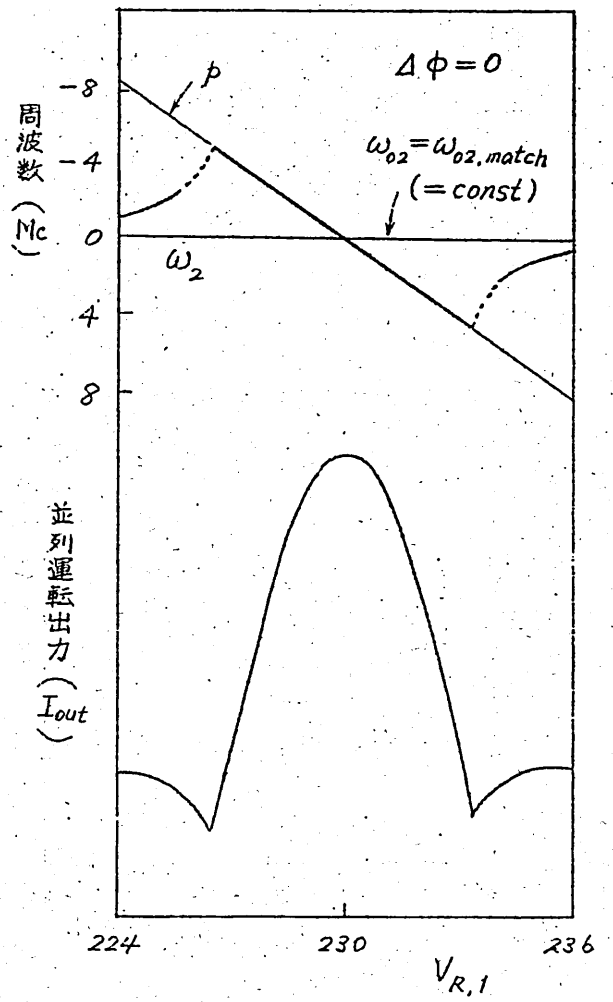
小信号の場合 $(X_2/X_{02}\simeq 1)$ に種々の $\Delta\phi$ の値に対して上式を図示したものが第6·6図であるが，第6·5図の実験結果がこれによってよく説明されることがわかる。そして要するに，PSの調整が悪くて最適値から $\Delta\phi$ だけずれたとすると，同位相合成が行なわれるのは零離調度においてではなくなり，$\vartheta=-2\Delta\phi$ に対応する離調度において最大並列運転出力が得られるのである。更にこの離調度を与える V_{R2} の値は $\omega_{02,match}=p$ を与える V_{R2}（第6·5図では230 volt）に外ならない。というのは同位相合成の状態では，クライストロン2から見た負荷側は整合がとれているわけで，しかもそのとき p なる周波数で発振しているとすれば，V_{R2} はどうしても上記の $\omega_{02,match}=p$ を与える V_{R2} と等しくなければならないからである。そしてこのことからまた§6·2の最後に述べた事の理由も自ら明らかになる。すなわち第6·2図は V_{R2} を230 volt に保った状態で $\Delta\phi$ を変えた場合の並列運転出力の変化であったが，上述の説明により $|2\Delta\phi|<90^\circ$ である限り $V_{R2}=230$ volt において同位相合成による並列運転出力を得るわけで，したがってPSの最適値を中心とする前後45°の移相量の範囲にわたってほぼ一定の並列運転出力が得られている第6·2図の結果と一致する。



第6·6図　離調特性（理論値）

6.3.2. 信号周波数変化の場合

この場合の実験結果を第6·7図に示す。前の場合に比して引込み範囲が広くなつていること，および引込域端における I_{out} の値が前の場合よりも低くなつていることなどが注目される。



第6·7図　一方向引込み並列運転の離調特性（P変化の場合）。
結合度は第6·5図と同じ。

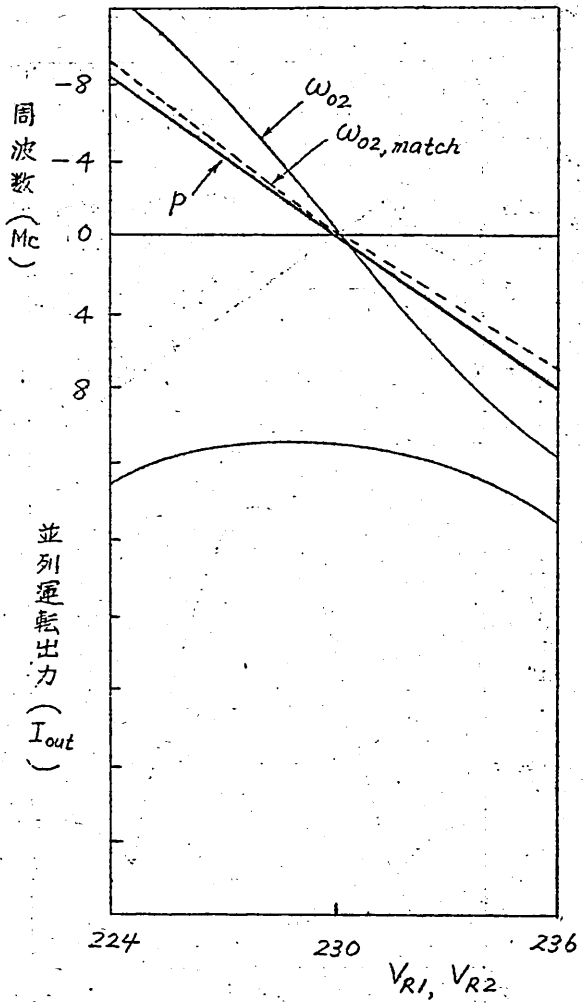
6·4. 両クライストロンに同一の変調電圧を加えた場合

測定結果だけを第6·8図に示す。電子モードの全域にわたる並列運転に成功しているが，これを1個の電子モードと見た場合，モード形の平坦さは個々のクライストロンのモード形の平坦さよりも悪くなつている。

6·5. 両クライストロンの出力が不均衡な場合の並列運転

§5. の解析によれば，マジックTの腕1および2からの入射波の振幅 g_1 および g_2 が同位相のとき腕3に出てくる波の振巾 P_3 は

$$|P_3| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|g_1| + |g_2|\right)$$



第6·8図　両クライストロンに同一の変調電圧を加えた場合の一方向引込み並列運転

これから

$$|P_3|^2=|P_1|^2+|P_2|^2-\frac{1}{2}(|P_1|-|P_2|)^2 \quad (6\cdot6)$$

すなわち一般に並列運転出力は発振器出力の和よりも $\frac{1}{2}(|P_1|-|P_2|)^2$ だけ小さい。この量は $|P_1|=|P_2|$ のときには零であり，$|P_1|$ と $|P_2|$ との unbalance が大きい程大となるが，しかしよほどの unbalance でない限りそう大きいものではない。たとえば両発振器の出力比が2の場合（$|P_2|^2=2|P_1|^2$）を考えると，この量は約 $0.086|P_1|^2$ であり，両発振器の出力和 $3|P_1|^2$ に比して無視できる程度である。

並列運転出力の発振器出力和に対する比を unbalance 量をパラメタとして計算してみよう。すなわち，$|P_1|\leqq|P_2|$ の場合を考えて

$$|P_1|=a|P_2|, \quad a\leqq 1 \quad (6\cdot7)$$

とおくと a が unbalance のパラメタであり，上記の比（これを η とかき並列運転の能率と呼ぼう）は

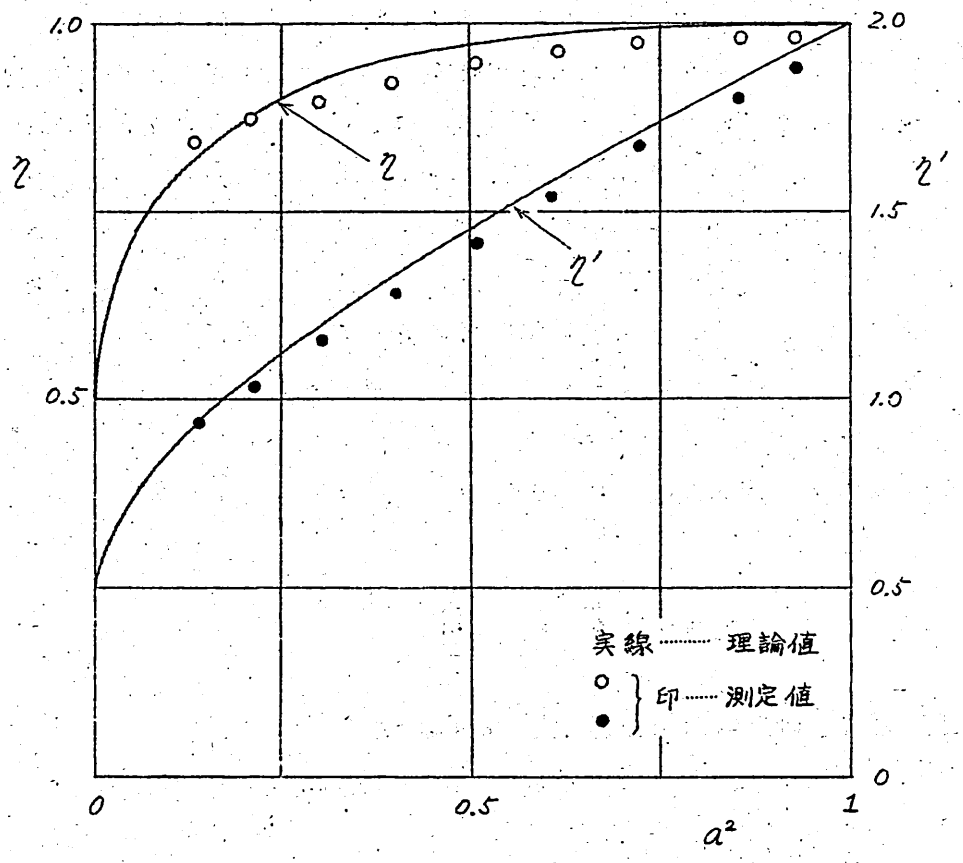
$$\eta \equiv \frac{|P_3|^2}{|g_1|^2+|g_2|^2} = \frac{(1+a)^2}{2(1+a^2)} \tag{6·8}$$

上例の $|g_1|^2=\frac{1}{2}|g_2|^2$ の場合には $a=1/\sqrt{2}$, $\eta=0.9713$.

つぎに実用的見地からは，並列運転出力が発振器1個だけの出力より大きくなければ意味がない。すなわち，発振器2の出力の方が大きいとして $|P_3|^2<|g_2|^2$ は意味がない。そこで並列運転出力が出力大の方の発振器の出力の何倍であるかを示す量として

$$\eta' \equiv \frac{|P_3|^2}{|g_2|^2} = \frac{1}{2}(1+a)^2 \tag{6·9}$$

を考え，これを並列運転の規格化出力と呼ぶことにする。$\eta'>1$ なるためには



第6·9図　　発振器出力が不均衡な場合の並列運転の能率

$$(1+a)^2 > 2$$

$$ie \qquad a > \sqrt{2}-1 \tag{6·10}$$

なお，ζ と ζ' との関係は (6·8), (6·9) から

$$\zeta' = (1+a^2)\,\zeta \tag{6·11}$$

第6·9図に unbalance のパラメタとそれぞれ ζ および ζ' との関係を示した。実験の結果も理論曲線とよく一致していることがわかる。

7. むすび

最初の予定では相互引込み並列運転についても述べるつもりであったが，紙数の関係で省略せざるを得なかった。この場合は動作条件と系のレスポンスとの関係が一方向引込み並列運転の場合に比してはるかに複雑であるが，最適動作のための回路調整法も一応見出されている。以上要するに並列運転は技術的に可能な問題であり，系の動作の安定度もクライストロン1個のそれに比してそんなに悪いとも思われない。周波数の安定度が要求される場合には1個のクライストロンの場合と同様の方法で AFC 回路を付することもできる。なお，相互引込み並列運転に関しては，両クライストロンの電子同調点を電子モードの各中心から互いに左右にずらせた状態で動作させる〝スタガー電子同調方式〟によって変調の直線性を改善し，また変調帯域の拡大をはかる，というような可能性もあり，将来更にこれらの問題を追求することが望まれる。

文　献

1. 池上，福井，輻射科学研究会資料（昭34.11.21，於 松下電器中研）
2. J. Ikenoue & K. Fukui, Memoirs of Eac. Eng., Kyoto Univ. 22 (1960), 197.
3. J. Ikenoue & K. Fukui, ibid. 23 (1961), 36.

4. 池上，福井，昭36.10. 関西支部連合大会 No.14-1
5. 池上，福井，昭37.4. 電気四学会連合大会 No.1001
6. 押本，菊地，昭35.7. 電気四学会連合大会 No.1306

低能率発振の能率改善の一案について

村　井　　昭

（大阪市立大学工学部）

輻射科学研究会 第2,3.4部会
昭和三十七年四月二十一日

低能率管の能率改善の一案について

村井　昭
（大阪市立大学工学部）

概要

反射型速度変調管のように，空洞共振器負荷をもち，内部電子流が非常に多くの高調波電流分を含んでいる場合，此の高調波電流分がどのような働きをしているかを考察した。結果は　偶数次高調波分は基本波1サイクル積分により基本波電力には関係しないが，第3，第5高調波分のような奇数次高調波は一般に回路の基本波交番電圧の伸長を妨げて基本波発振電圧を低い値にするように働いているようである。

そこで可変容量素子或は可変抵抗素子を用いて基本波電力の一部を第3，第5高調波に変換し，適当な位相で基本波空洞に饋還してやれば，基本波電圧が増大する可能性があると考えられるので，此の間の解析を試みた。

本論

1) 非線型内部抵抗の電源

一般の電気振動系の微分方程式は線型保存系に近いとすれば

$$\frac{d^2v}{dt^2}+\omega_0^2 v = \Phi(v, v', v'') \quad \cdots\cdots (1)$$

と書ける．今　Φ を

$$\Phi = -\varphi(v)\cdot\frac{dv}{dt} \quad \cdots\cdots (2)$$

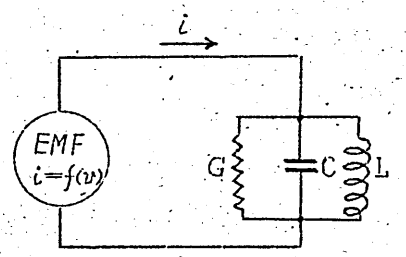
なる非線型抵抗とすると（1）式は

$$\frac{d^2v}{dt^2}+\varphi(v)\frac{dv}{dt}+\omega_0^2 v = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

速度変調管の高調波電流のように，正弦波内部起電力に対し，非線型電流を生ずる非線型内部抵抗の電源を考え，その電圧，電流関係を

$$i = f(v) \quad \cdots\cdots (4)$$

とする．



第1図　非線型電流と並列共振負荷

此の電流を第1図に示す如く並列共振回路に接続すると

$$i=f(v)=-\left(Gv+C\frac{dv}{dt}+\frac{\int v\,dt}{L}\right) \quad \cdots\cdots (5)$$

(5)式を時間微分して

$$\frac{d^2v}{dt^2}+\frac{v}{LC}+\frac{G}{C}\frac{dv}{dt}+\frac{1}{C}\frac{df}{dv}\frac{dv}{dt}=0 \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\frac{1}{LC}=\omega_0^2 \quad \cdots\cdots (7)$$

(6),(7)式と(3)式の対応から

$$\varphi(v)=\frac{1}{C}\left(G+\frac{df}{dv}\right) \quad \cdots\cdots (8)$$

を得る．茲で $\varphi(v)$ について考えてみると

i) $\varphi(v)$ が零であれば (6),(7)式より

$$v=V\cos(\omega_0 t+\alpha) \quad \cdots\cdots (9)$$

つまり 初期条件で振巾・位相を任意に決められる調和振動解を得る。

ii) $\varphi(v)$ が定数 $2a$ に等しければ

$$v=Ve^{-at}\cos(\omega t+\alpha) \quad \cdots\cdots (10)$$

$$\left.\begin{aligned} &\omega=\sqrt{\omega_0^2-a^2}\\ &V,\ \alpha \quad \text{初期条件により決定}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (11)$$

となり a の正負により 指数的減衰又は増大波となり 夫々，正抵抗，又は負抵抗に対応する。

一般には 発振管については v の小さな範囲で a は負，大きな範囲で正となる。

定常状態では

—サイクル当り抵抗で消費される エネルギー—

$$=\int_{\sim} Gv^2\,dt \quad \cdots\cdots (12)$$

—サイクル当り非線型抵抗より供給される エネルギー—

$$=-\int_{\sim} vf(v)\,dt \quad \cdots\cdots (13)$$

これが等しい。

(4)式を v の巾級数に展開すると

$$i = f(v) = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + \cdots \qquad (14)$$

(14)式を第4項で打切り

$$v = V \cos \omega t \qquad (15)$$

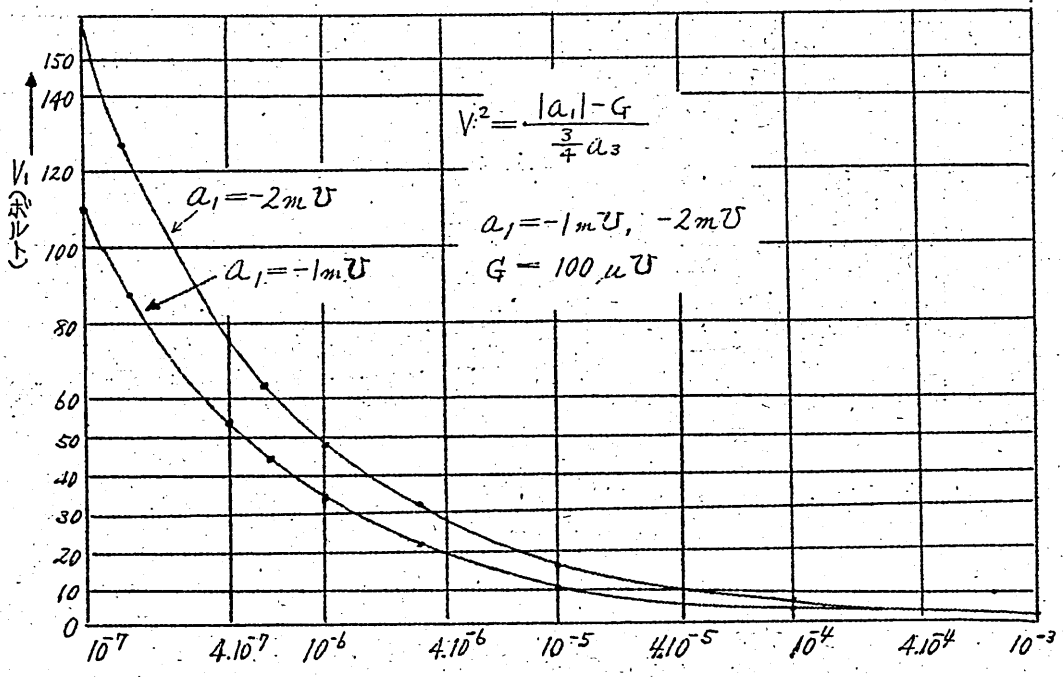
を用いて (12), (13)式を計算すると、高調波分を省略して

$$V^2 = -\frac{a_1 + G}{\frac{3}{4} a_3} \qquad (16)$$

を得る。一般には a_1 が負で発振するから

$$V^2 = \frac{|a_1| - G}{\frac{3}{4} a_3} \qquad (17)$$

a_1 が与えられたとき、a_3 及び G が小さい程、V は大きくなる。a_1 に $1mv$ 及び $2mv$ を与え、a_3 を横軸に、V を縦軸にとったのが第2図である。



第 2 図

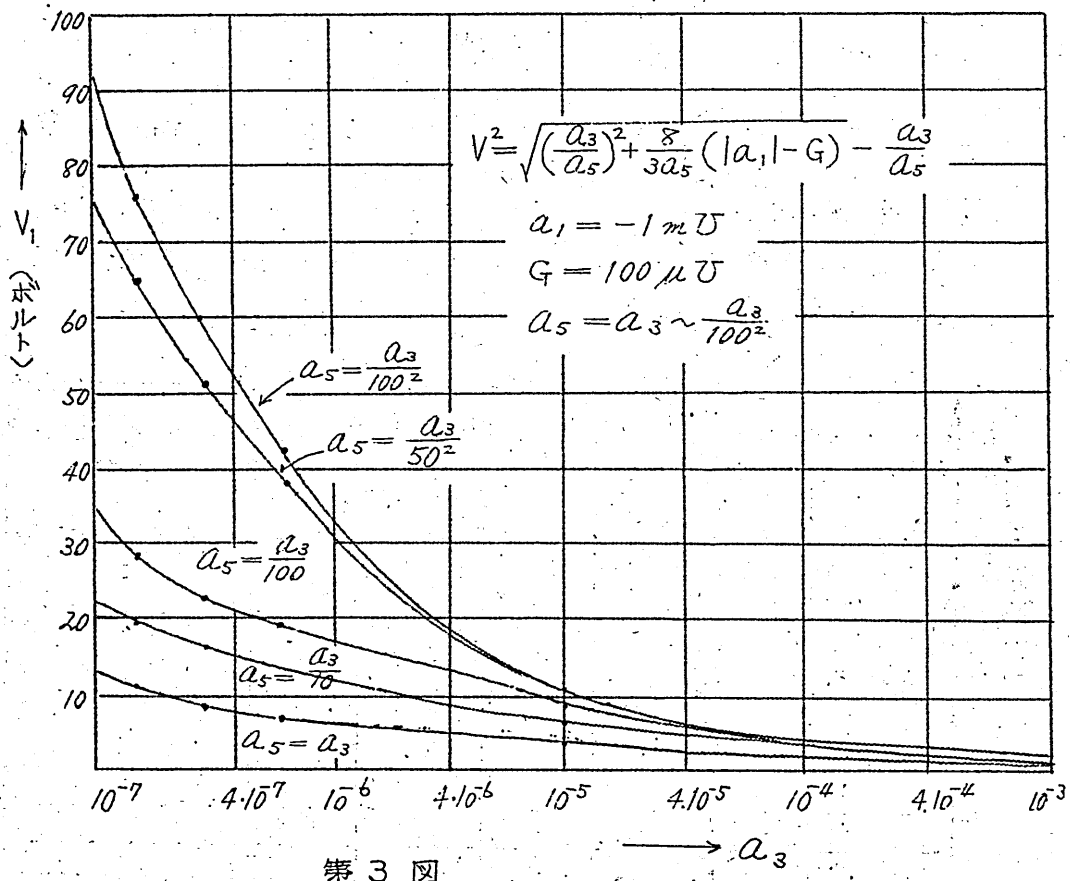
より近似を良くするため（14)式を第5項まで とって同様に計算する.

$$i = \sum_{n=0}^{5} a_n v^n \qquad \cdots\cdots (14)'$$

これを（15）を用いて（12),(13）に入れると

$$V^2 = \sqrt{\left(\frac{a_3}{a_5}\right)^2 + \frac{8}{3a_5}(|a_1| - G)} - \frac{a_3}{a_5} \qquad \cdots\cdots (18)$$

a_1 を 1mV にとり、a_5 をパラメーターにして、第2回と同様にとったのが 第3図である。



第 3 図

2) 速度変調管

速度変調管の管内電流波形を第5項までで打切り

$$i = I_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^{5}{}' J_m(mA) \cos m\omega t \right\} \quad \cdots\cdots (19)$$

$$A = \pi N\beta \cdot \frac{V_1}{V_0} \quad \cdots\cdots (20)$$

とする。 (19)式を(14)式と等しくおき、(15)式を用いると、

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= I_0 [1 - 2J_2(2A) + 2J_4(4A)] \\ a_1 &= \frac{I_0}{V_1} [2J_1(A) - 6J_3(3A) + 10J_5(5A)] \\ a_2 &= \frac{I_0}{V_1^2} [4J_2(2A) - 16J_4(4A)] \\ a_3 &= \frac{I_0}{V_1^3} [8J_3(3A) - 40J_5(5A)] \\ a_4 &= \frac{I_0}{V_1^4} [8J_4(4A)] \\ a_5 &= \frac{I_0}{V_1^5} [32J_5(5A)] \end{aligned}\right\} (21)$$

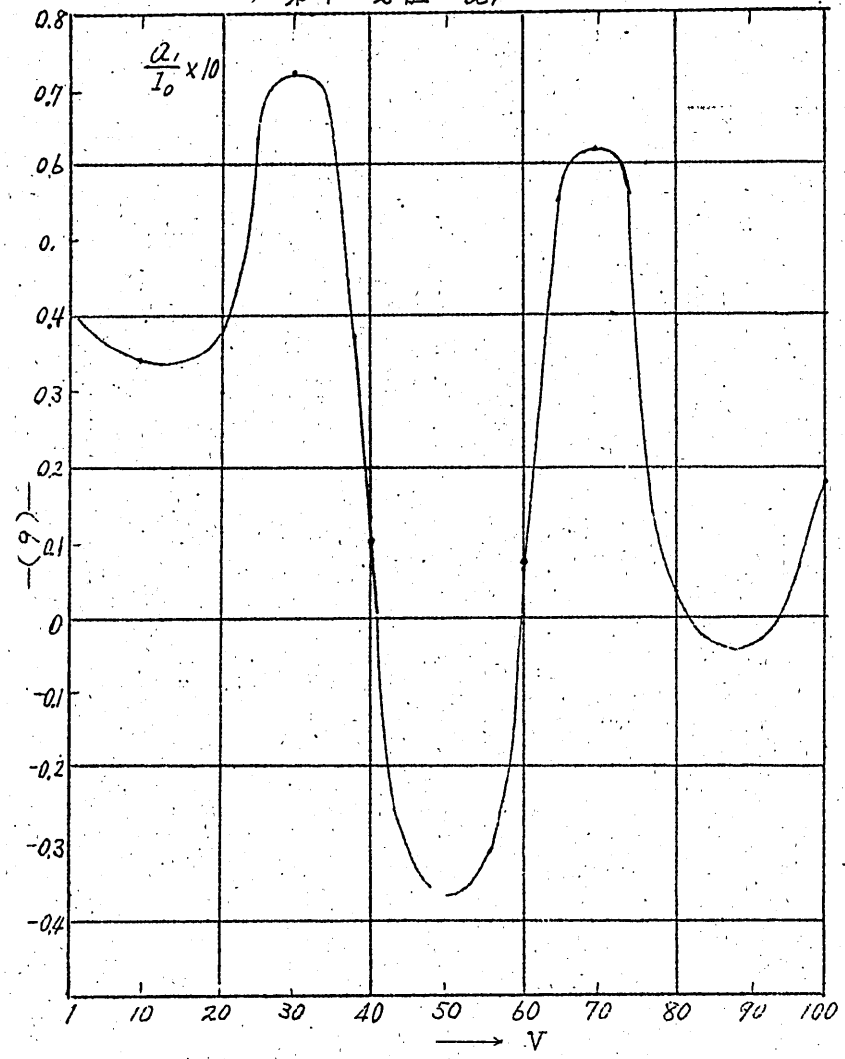
を得る。

(20)式において $N=5$, $\beta=0.8$, $V_0=300$ と択ぶと、

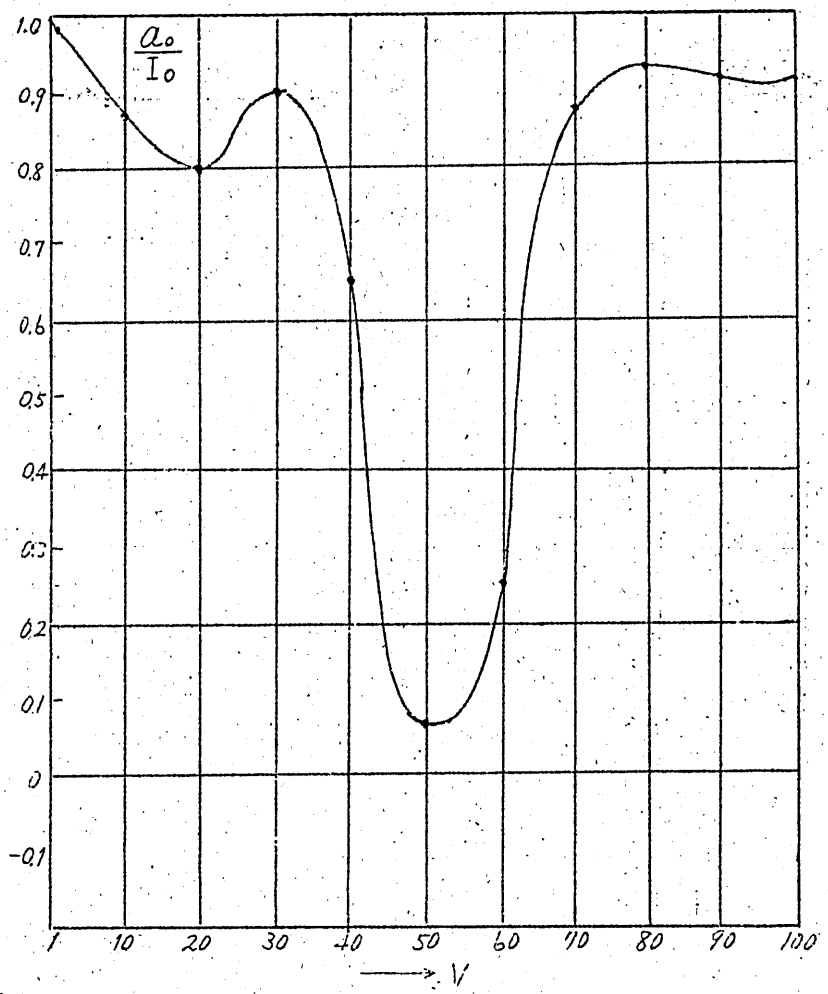
$$A \fallingdotseq 0.04\, V_1 \quad \cdots\cdots (20)'$$

を得る。 これから(21)を計算したのが第4図である。

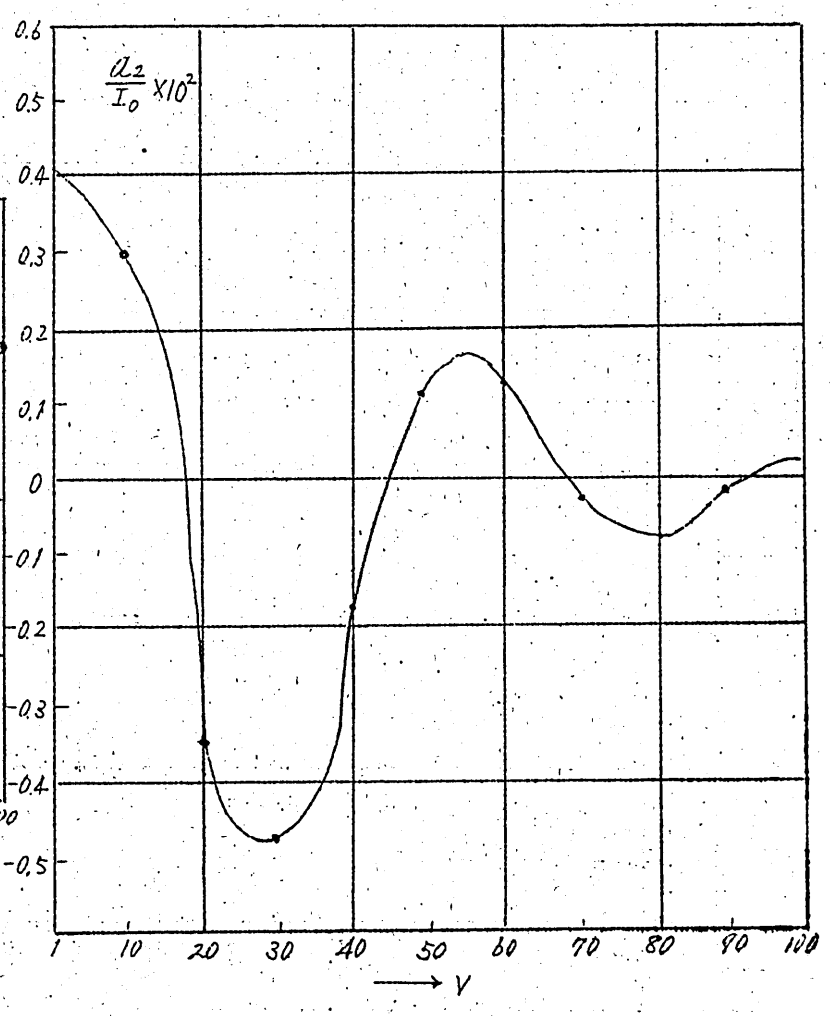
第4－2図　a_1



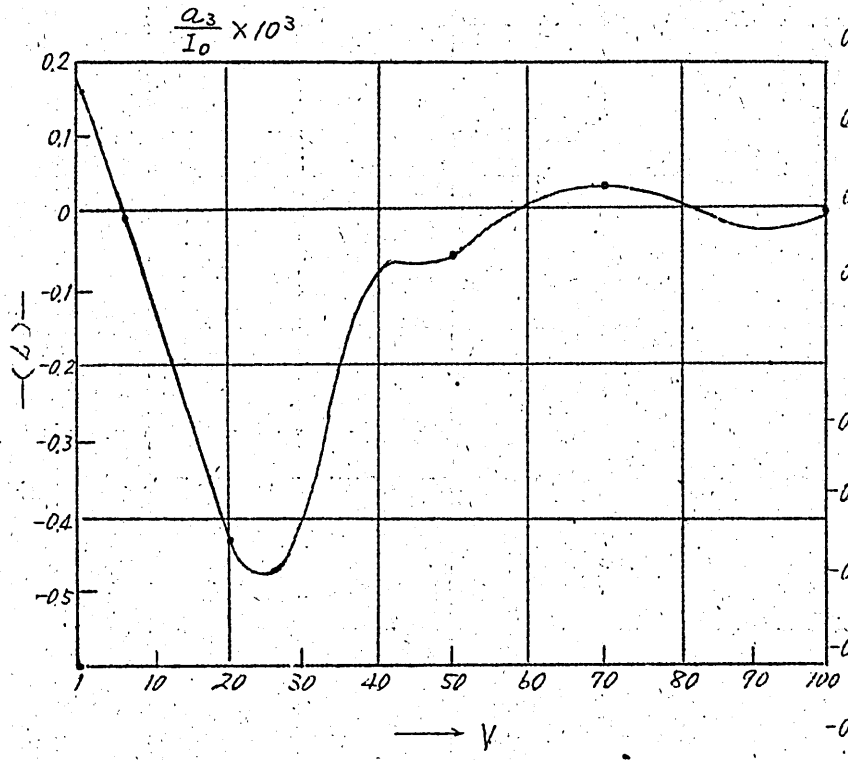
第4－1図　a_0



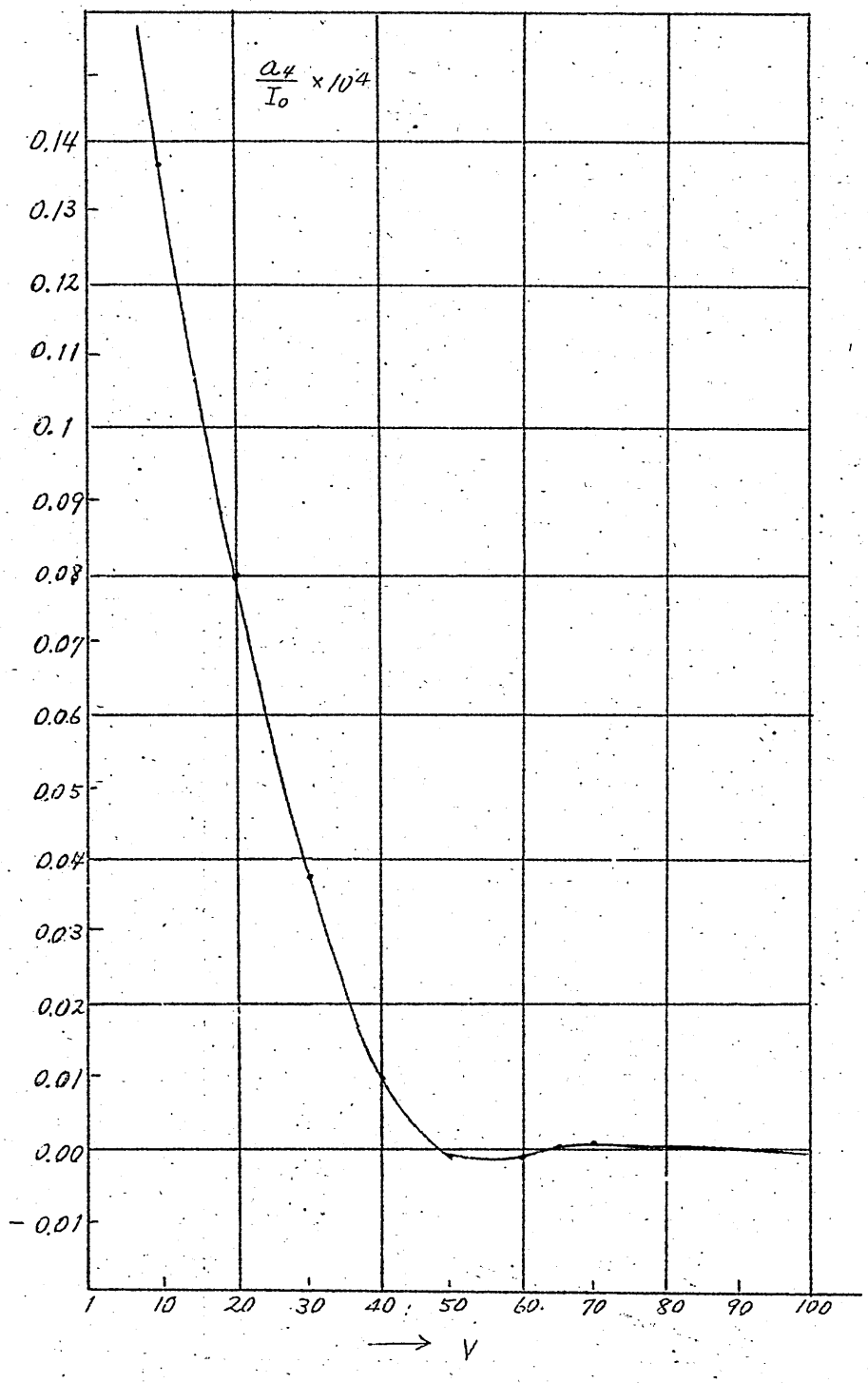
第4-3図　a_2



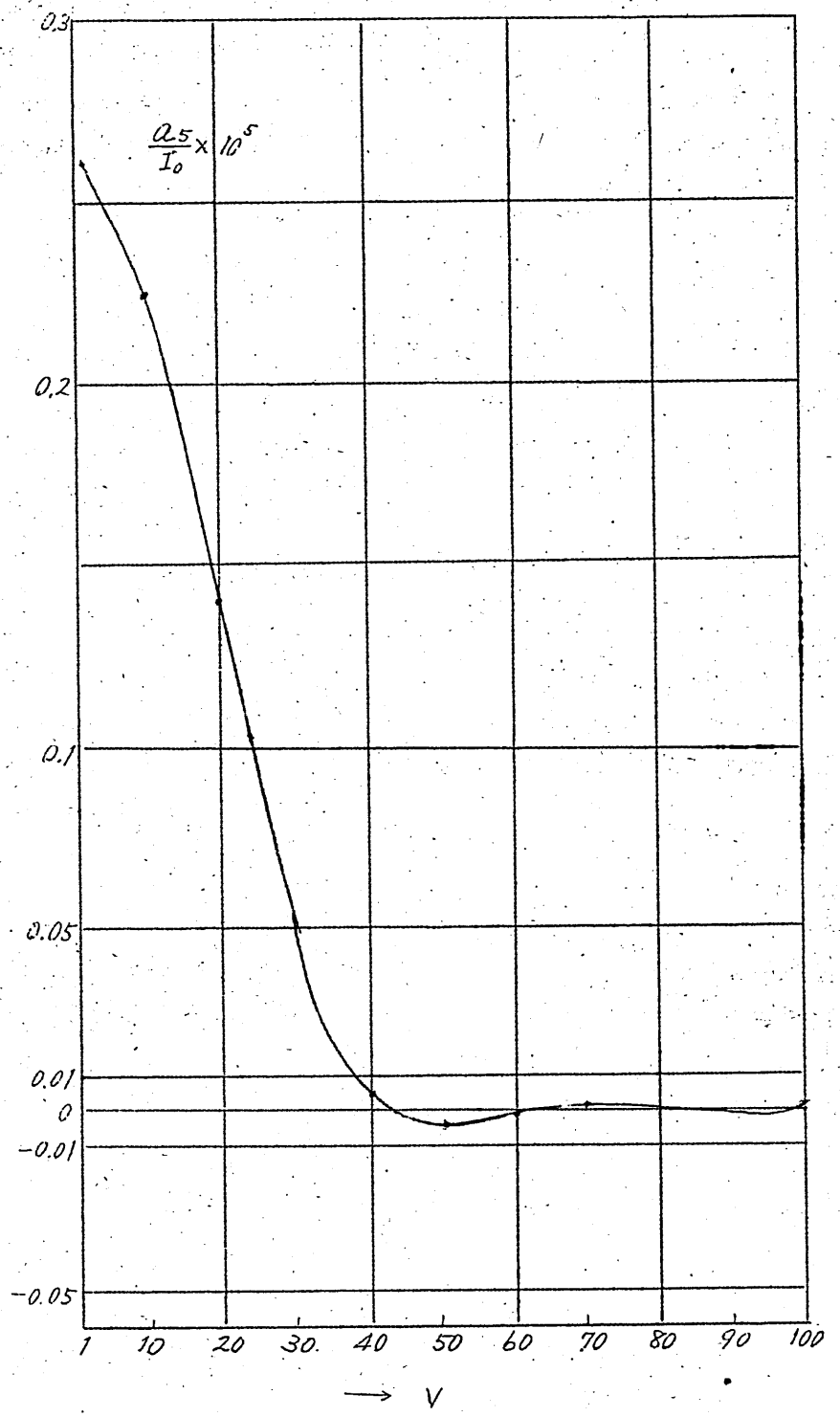
第4-4図　a_3



第4－5図　a_4


$\frac{a_4}{I_0} \times 10^4$
0.14
0.13
0.12
0.11
0.1
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
－0.01
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
V

第4-6図　a_5


0.3
$\frac{a_5}{I_0} \times 10^5$
0.2
0.1
0.05
0.01
0
-0.01
-0.05
1
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
V

先の計算では、基本波同調の単一共振空洞に基本波電流及び各高調波電流が流入するとしたが、実際上は各高調波周波数に於いて、空洞が高次姿態での共振或は共振点近傍のインピーダンスを呈することがあるので、高調波電流の動作はより複雑であるが、一般的な実験結果から云えば故意に高調波同調をとらぬ限り、高調波自励振的な出力は先ず得られないので、先の解析では一応省略しておいた。

反射型速度変調管で上記高調波同調をとった場合、基本波と共に2倍乃至5倍迄の各同調高調波出力が得られることは、SP503及び2K25について大分以前に実験し、報告したが、今回は6V26について第6高調波出力をとり出してみた。此の目的は、

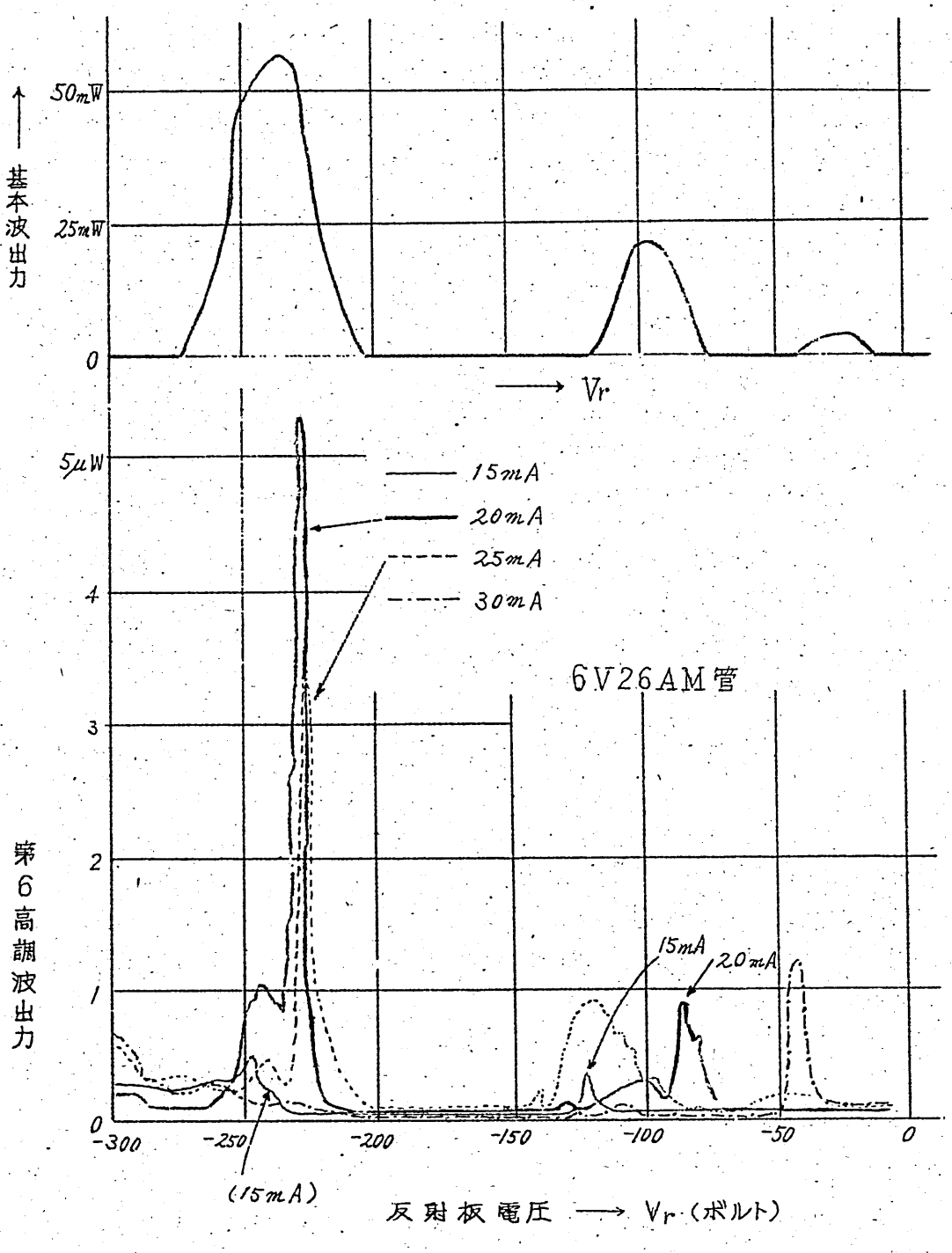
1) 基本波出力の一部を非線型容量素子或は非線型コンダクタンスにより高調波変換して基本波空洞に適当な位相で帰還したいが、これがビーム高調波による自励高調波より充分大きくなり得るかどうかの検討

2) 点接触型の非線型素子を用いた私の逓倍実験の結果では波長3ミリ以下の出力は目下のところ仲々得られない。この第一原因は、障壁容量により短絡されるためであろうと考えているが、ビーム高調波の間隔係数低下との得失比較

である。基本波6500Mcで発振させ、第6高調波同調出力を第5図に示す。

出力は最大出力点で略々5μWで、高調波出力の良く出る1N23Bによる6逓倍出力より約10db低く、目的1)については充分調整し得る可能性のあることが分かった。第2の目的については更に実験を重ねないと結論は得られない。

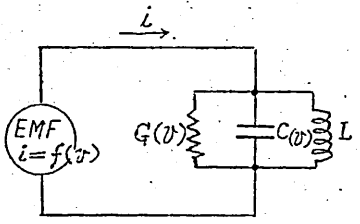
第５図



第５図　６Ｖ２６ＡＭ クライストロンでの電流高調波による第６高調波出力

3) 密結合非線型素子.

6.5 GC, 波長 4.6 cm より非線型素子を用いた逓倍実験を種々行ったが, その結果, 6逓倍の39 GC, 波長 7.7 mm 帯で, 最も好結果を得たのは 1N23B, 1N23C 鉱石 を鉱石端子を開放で速度変調管出力アンテナと密結合させた場合であった. それで第1図の等価回路に於いて, GもCも v の函数の非線型素子であるとして, (5)式を解き直してみる.



第6図 非線型素子負荷

$$i = f(v) = -\left\{G(v)v + C(v)\frac{dv}{dt} + \frac{\int v\,dt}{L}\right\} \cdots (5)'$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{df}{dv}\frac{dv}{dt} = -\left(G\frac{dv}{dt} + \frac{dG}{dt}v + C\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{dC}{dt}\frac{dv}{dt} + \frac{v}{L}\right) \cdots (22)$$

これより

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{C}\frac{dG}{dt}\right)v + \frac{1}{C}\left(G + \frac{dC}{dt} + \frac{df}{dv}\right)\frac{dv}{dt} = 0 \cdots (23)$$

更に

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{v}{LC} + \frac{1}{C}\left(v\frac{dG}{dv} + G + \frac{dC}{dv}\frac{dv}{dt} + \frac{df}{dv}\right)\frac{dv}{dt} = 0 \cdots (24)$$

茲で

$$G(v) = \frac{gI_s}{kT}\cdot e^{gv/kT} \cdots (25)$$

$$C(v) = C_0'(1 - v/V_c)^{-m} \cdots (26)$$

$$f(v) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n v^n \cdots (14)'$$

とおく.

(24)式を (8), (9), (10)式と比較して, (24)式の括弧内が $2aC$ に等しい条件を探してみる.

$$v\frac{dG}{dv} + G + \frac{dC}{dv}\frac{dv}{dt} + \frac{df}{dv} = 2aC \cdots (27)$$

v に(9)式を用い, (25), (26), (14)'式を代入して中級数展開すれば, 未定係数法のような方法で 種々の a の値に対する条件が得られるであろう. これを付録に記す.

付　録

$$v\frac{dG}{dv}+G+\frac{dC}{dv}\frac{dv}{dt}+\frac{df}{dv}=2aC$$

茲に

$$G=\frac{gI_s}{kT}\cdot e^{\frac{gv}{kT}} \qquad \frac{dG}{dv}=\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_s e^{\frac{gv}{kT}}$$

$$C=C_0'\left(1-\frac{v}{V_c}\right)^{-m} \qquad \frac{dC}{dv}=\frac{mC_0'}{V_c}\left(1-\frac{v}{V_c}\right)^{-(m+1)}$$

$$f=a_0+a_1v+\cdots\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}a_nv^n \qquad \frac{df}{dv}=a_1+a_2v+\cdots\cdots+na_nv^{n-1}$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{2aC-v\frac{dG}{dv}-\frac{df}{dv}-G}{\frac{dC}{dv}}$$

$$=-\frac{V_c}{mC_0'}\left(1-\frac{v}{V_c}\right)^{m+1}\left\{-2aC_0'\left(1-\frac{v}{V_c}\right)^{-m}+\left(\frac{g}{kT}\right)I_s\left(\frac{gv}{kT}+1\right)e^{\frac{gv}{kT}}+\sum_{n=1}^{\infty}na_nv^{n-1}\right\}$$

上式の $\{\ \}$ は

$$\{\ \}=\left\{-2aC_0'+\frac{g}{kT}I_s+a_1\right\}+\left\{\frac{-2aC_0'm}{V_c}+2\left(\frac{g}{kT}\right)^2I_s+2a_2\right\}v+\cdots\cdots$$

$$+\left\{\frac{-2aC_0'(-m)(-m-1)\cdots\cdots(-m-n+1)(-1)^n}{n!\,V_c^n}+\left(\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n-1)!}\right)\left(\frac{g}{kT}\right)^{n+1}I_s+(n+1)a_{n+1}\right\}v^n+\cdots$$

$$=A_1+A_2v+\cdots\cdots+A_{n+1}v^n+\cdots\cdots$$

$$\begin{cases}A_{n+1}=\dfrac{-2aC_0'(-m)(-m-1)\cdots(-m-n+1)}{n!}\dfrac{(-1)^n}{V_c^n}+\left(\dfrac{1}{n!}+\dfrac{1}{(n-1)!}\right)\left(\dfrac{g}{kT}\right)^{n+1}I_s+(n+1)a_{n+1}\\ \text{但}\ A_1=-2aC_0'+\dfrac{g}{kT}I_s+a_1 \qquad n=1,2,3,\cdots\cdots n\end{cases}$$

次に

$$\left(1-\frac{v}{V_c}\right)^{m+1}=1+(m+1)\left(-\frac{v}{V_c}\right)+\frac{(m+1)m}{2!}\left(-\frac{v}{V_c}\right)^2+\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots+\frac{(m+1)m(m-1)\cdots(m+1-n+1)}{n!}\left(-\frac{v}{V_c}\right)^n$$

$$=1+B_1v+B_2v^2+\cdots\cdots\cdots+B_nv^n+\cdots\cdots$$

$$B_n = \frac{(m+1)m(m-1)\cdots\cdots(m+1-n+1)}{n!}\cdot\frac{(-1)^n}{V_c^n}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{V_c}{mC_0'}(1+B_1v+B_2v^2+\cdots\cdots)(A_1+A_2v+A_3v^2+\cdots\cdots\cdots)$$

$$= -\frac{V_c}{mC_0'}(P_1+P_2v+P_3v^2+\cdots\cdots+P_nv^{n-1})$$

$$\begin{cases} P_1 = A_1 \\ P_n = A_n + A_{n-1}B_1 + A_{n-2}B_2 + \cdots\cdots + A_1B_{n-1} \end{cases}$$

$v = V_1\cos\omega_1 t$ を代入

$$-V_1\omega_1\sin\omega_1 t = -\frac{V_c}{mC_0'}(P_1+P_2V_1\cos\omega_1 t+\cdots\cdots+P_nV^{n-1}\cos^{n-1}\omega_1 t+\cdots)$$

$$\sin\omega_1 t = (1-\cos^2\omega_1 t)^{\frac{1}{2}} = 1 + E_1\cos^2\omega_1 t+\cdots+E_n\cos^{2n}\omega_1 t+\cdots$$

$$E_n = (-1)^n\frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})\cdots\cdots(\frac{3}{2}-n)}{n!}$$

これより

$$-V_1\omega_1(1+E_1\cos^2\omega_1 t+E_2\cos^4\omega_1 t+\cdots\cdots E_n\cos^{2n}\omega_1 t+\cdots\cdots)$$

$$= -\frac{V_c}{mC_0}(P_1+P_2V_1\cos\omega_1 t+\cdots\cdots+P_nV^{n-1}\cos^{n-1}\omega_1 t)$$

$$\begin{cases} V_1\omega_1 = \dfrac{V_c}{mC_0}P_1 \\ 0 = \dfrac{V_c}{mC_0}P_2V_1 \\ V_1\omega_1 E_1 = \dfrac{V_c}{mC_0}P_3V_1^2 \\ 0 = \dfrac{V_c}{mC_0}P_4V_1^3 \\ \vdots \qquad \vdots \end{cases}$$

$$P_1 = A_1 = -2aC_0' + \frac{q}{kT}I_s + a_1$$

$$\therefore \quad \underline{V_1\omega_1 = \frac{V_c}{mC_0}\left(-2aC_0' + \frac{q}{kT}I_s + a_1\right)}$$

$$P_2 = A_2 + A_1 B_1$$

$$A_2 = \frac{-2aC_0'(-m)(-1)}{V_C} + \left(\frac{1}{1!} + \frac{1}{(1-1)!}\right)\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_S + 2a_2$$

$$= \frac{-2aC_0' m}{1!\, V_C} + 2\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_S + 2a_2$$

$$B_1 = \frac{-(m+1)}{1!\, V_C}$$

$$\therefore \frac{V_C V_1}{m C_0}\left\{\frac{-2aC_0' m}{V_C} + 2\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_S + 2a_2 - \left(-2aC_0' + \frac{g}{kT} I_S + a_1\right)\frac{m+1}{V_C}\right\} = 0$$

$$P_3 = A_3 + A_2 B_1 + A_1 B_2$$

$$A_3 = \frac{-2aC_0'(-m)(-m-1)}{2!}\frac{(-1)^2}{V_C} + \left(\frac{1}{2!} + \frac{1}{1!}\right)\left(\frac{g}{kT}\right)^3 I_S + 3a_3$$

$$= -\frac{aC_0' m(m+1)}{2V_C} + \frac{5}{4}\left(\frac{g}{kT}\right)^3 I_S + 3a_3$$

$$P_3 = -\frac{aC_0' m(m+1)}{2V_C} + \frac{5}{4}\left(\frac{g}{kT}\right)^3 I_S + 3a_3 + \left(-\frac{2aC_0' m}{V_C} + 2\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_S + 2a_2\right)\frac{-(m+1)}{V_C}$$

$$+ \left(-2aC_0' + \frac{g}{kT} I_S + a_1\right)\frac{(m+1)m}{2!\, V_C^2}$$

$$E_1 = -\frac{1}{2}$$

$$V_1 W_p\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{V_C V_1}{m C_0}\left\{-\frac{aC_0' m(m+1)}{2V_C} + \frac{5}{4}\left(\frac{g}{kT}\right)^3 I_S + 3a_3 + \left(\frac{2aC_0' m}{V_C} + 2\left(\frac{g}{kT}\right)^2 I_S\right.\right.$$

$$\left.\left. + 2a_2\right)\frac{-(m+1)}{V_C} + \left(-2aC_0' + \frac{gI_S}{kT} + a_1\right)\frac{(m+1)m}{2!\, V_C^2}\right\}$$

となる。

結言

非線型負性抵抗電源の非線型度と発振振巾の関係から、邪魔になる高調波電流分を打消して能率を改善する一案を示した。実験途中で真空管が駄目になったり、検波用鉱石が破損したりして思うように実験が進まず、充分な結論を得ぬまゝ御批判を仰ぐ次第である。

実際上此の影響が顕著であるならば、反射型速度変調管を例とするならばメッシュの空間的な広がりによる各個電子への集群波数の差異等を利用して、第3、第5高調波電流分を打消すか或は逆相で基本波に加えるように扱ぶのが良いであろう。

謝辞

本学三戸教授には種々御討論戴き、又美馬助手には回路素子を貸与願った。又、学生山田・山崎両君には終始熱心に実験に、計算に援助して戴いた。茲に厚く感謝する。

参照文献

電子回路と振動論　イ・エム・カプチンスキー

Introduction to Non-Linear Mechanics　*N. Minorsky*

Асимптотические Методы
Теории Нелинейных Колебаний　Н.Н. Боголюбов
Ю.А. Митропольский

Large Signal Alalysis of a Parametric Harmonic Genelator
K.M. Johnson
IRE Trans MTT Sept'60

可変容量ダイオードによる周波数逓倍の一方式　池上、福井、松崎
ミリ波委・1961-12

輻射科学研究会第2,3,4部会資料
昭和37年6月30日（於三菱電機）

ML-I形リニアックの特性について

三菱電機株式会社研究所
戸田哲雄

1. 緒言

ML－I形リニアーアクセレレイターは 組立式クライストロンを使用して 10MeV前後の beam を得る目的で製作してきたが、組立式クライストロンの完成が遅れたので、この加速管の buncher 部のみを使用 micro 波電源として マグネトロンを使用したリニアックである。 その特性を種々測定してきたが 現象に不明の点が種々生じたので報告し 御批評を受けたく考える。

2. ML－I形リニアックの構成

加速管は 約長さ 2m の buncher 部を使用し その入出力は door knob 形の変成器を使用している。 beam を加速して残った micro 波の energy は magic tee を通じて入力に帰還して再度 beam の加速に使用するいわゆる feedback 方式をML－I形においては採用している。 その構成図は図1に示す。

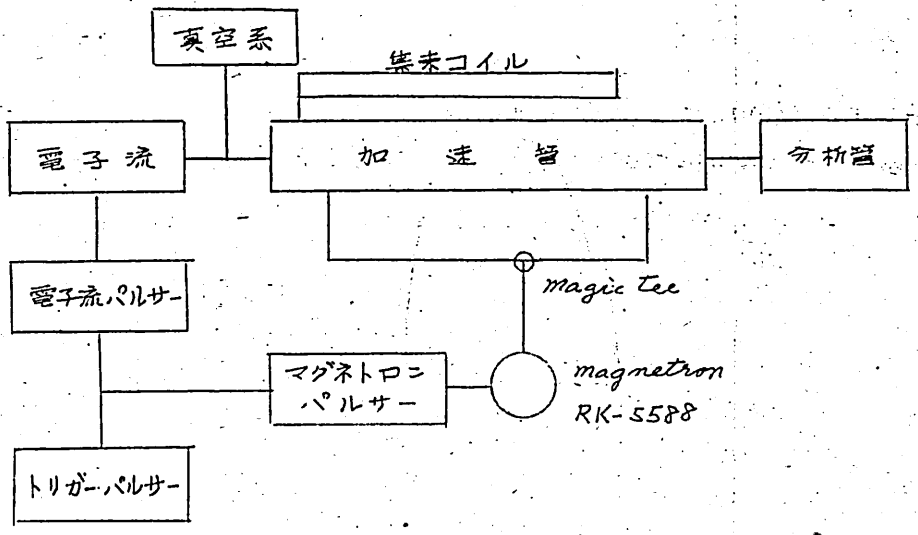


図1 ML－I形リニアック構成図

3. beam 特性

magnetron RK-5588 を 2μS で動作させ このパルスに対して或る位相をもった電子 beam を加速管に入れる。得られた beam は 1μS でこの位相より前後すると beam のパルス巾は狭まる。この 1μS の beam が得られる状態で beam loading 特性を測定したものが図2である。

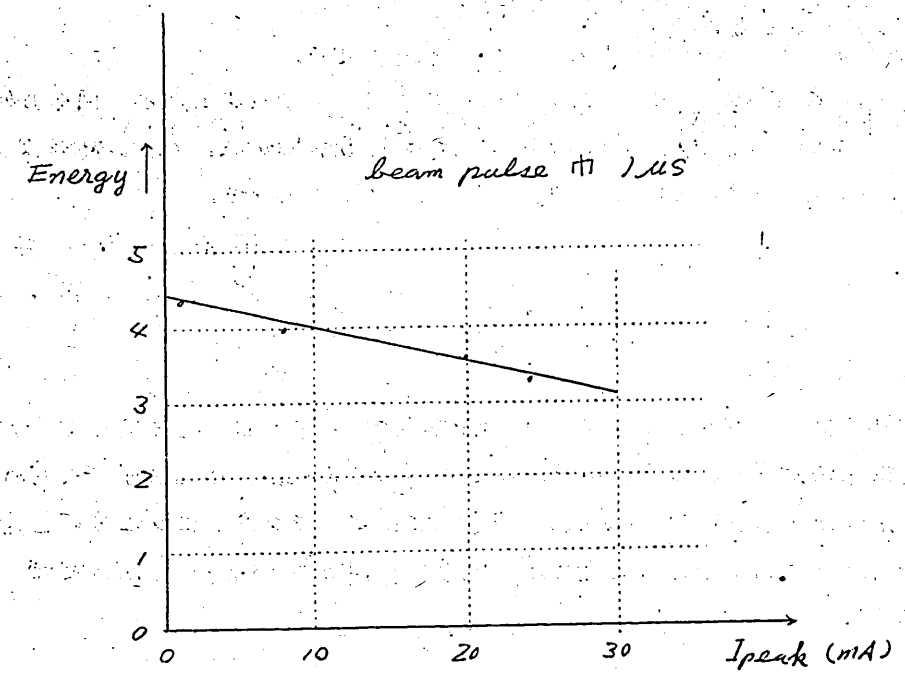


図2 beam loading 特性

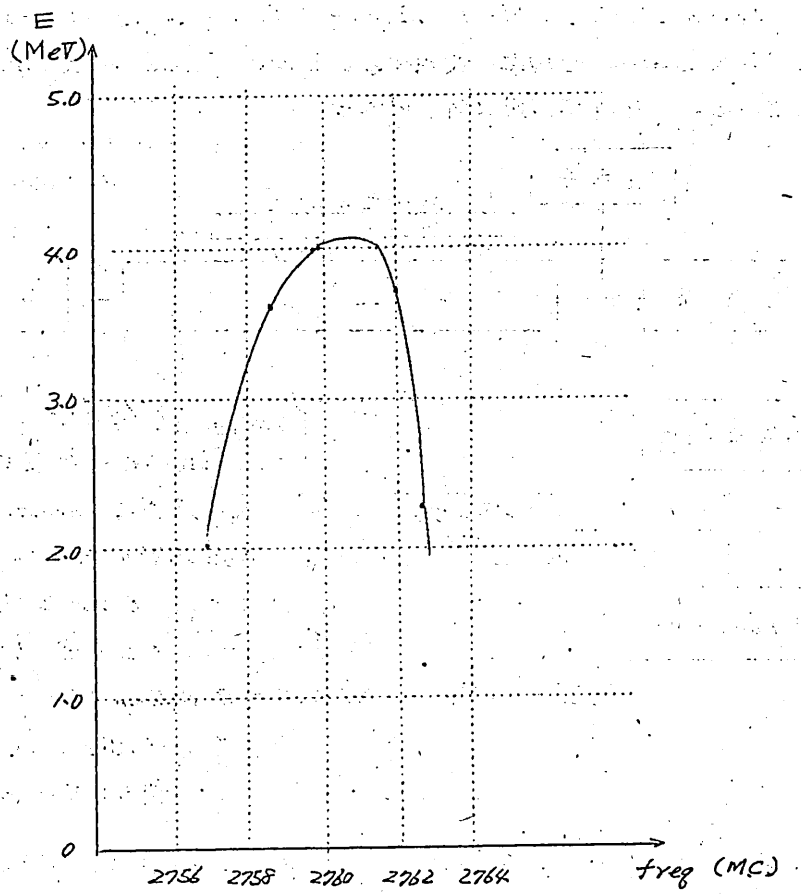


図3 周波数特性

ここに示している せん頭電流値は分析した電流である。
周波数特性を示したものが図3である。相当帯域は狭い。
分析した beam 電流を尖頭電圧計で測定してスペクトラムをとると 図4の如くになる。
slit は入れておらず また偏向角が小さいので分解能は悪い。 この測定よりするならば
beam のエネルギー半値巾は 3.8 MeV で 約18% であった。

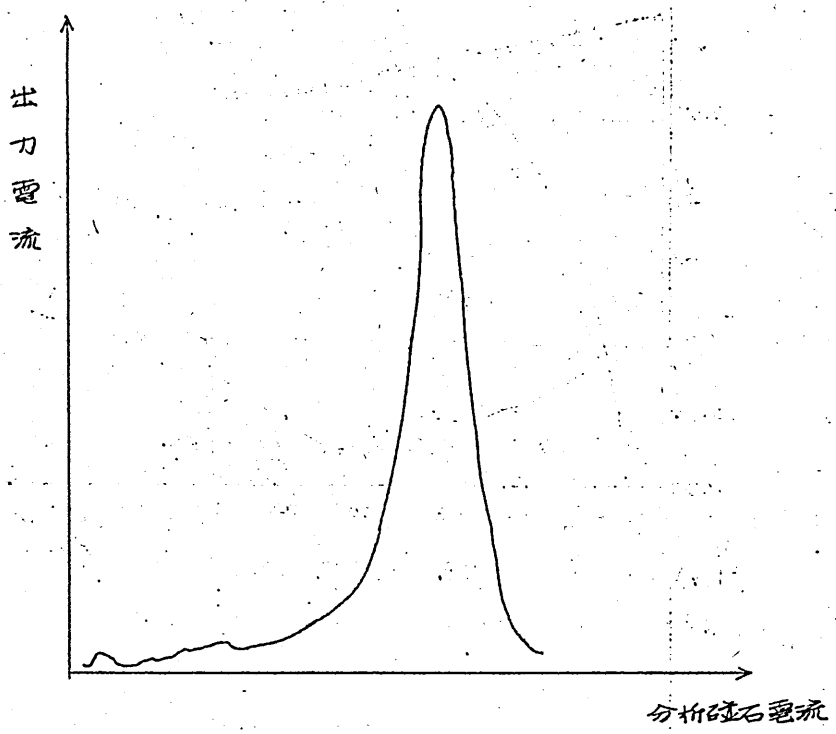


図4 beam スペクトラム

4. 発振増巾特性

beamの調整中にリニアックにおいて発振が生じていることを発見した。リニアックは一種の進行波管であるから当然のことであって 発振するならば増巾もする筈である。図1に示した feed-back 回路を切り取り 加速管入力に pad を通じて micro波 の信号（連続波）を入れ出力側よりその出力をオッシロで測定すると図5に示す F.W. Amp の如く特定の周波数において 増巾現象を測定することができた。この場合に beam電流は 発振の生ずる電流値以下にしてある。 また backward の増巾も考えられるので 加速管出力側より前同様信号を入れて 入力側より出力を測定すると 図5 B.W. Amp で示す如き周波数特性をもつ。何れの場合においても beam電圧 50 KV 以下ではその帯域は極めて狭い。発振限界電流 I 以上においては自励振を起し、その周波数は極めて広い。 図5に示す如き帯域をもつ。

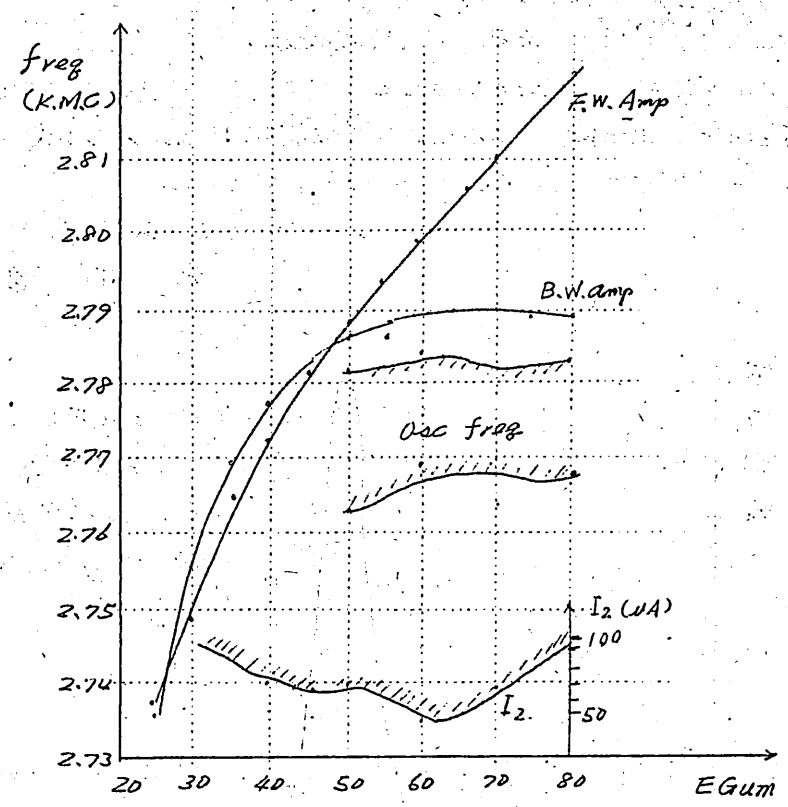


図5 発振増巾特性

5. 結　言

マグネトロンを使用した feed back 方式のリニアックで 4 MeV の beam が得られその beam の特性に関して述べ またリニアックが進行波管として動作する現象について述べた。

大電力クライストロン発振器

輻射科学研究会資料

1962年6月30日

神戸工業株式会社

小宮山馨 ・ 吉田良教 ・ 渡部善伸

§1. 緒　　言

現在実用されている大電力クライストロンはすべて増幅管である。増幅管であるため、発振管の如く負荷の影響、電源その他の影響をうけることが少なく特に周波数安定度は励振段によってきまり、安定にすることができる。しかし一方、励振段を必要とし、場合によっては極めて複雑な励振段が必要となり、装置全体が複雑で、装置の設計、操作ならびに経済上不利である。

多空胴直進型クライストロンにおいて、出力のごく一部を帰還回路を通して入力空胴に帰還させてやれば発振動作を行なうが、反射型クライストロンにおける如き発振モードを生じ、全く発振しない範囲と出力が少ないビーム電圧範囲ができる。これに対しては帰還回路として同軸等による外部帰還回路を用いその中に移相器を挿入して、適当な位相にしてやれば、増幅管としての出力と同等の出力が広いビーム電圧範囲にわたって得られることがわかった。

しかし発振増幅管として動作させる場合には、なお安定度等の問題がある。これらの問題を解決すれば、安定で高能率、高出力の動作が得られるであろうことに着目し、安定化の方法を考え、この方法を適用した大電力発振増幅管について種々検討、実験を行なったが、予想以上に安定で高能率な動作が得られた。

このようなクライストロンが実用し得るならば、複雑な励振段が省略できるが、例えば電子線型加速器に使用する大電力クライストロンの励振段には、周波数安定度を良好にするために、一般に、進行波管の帰還回路に安定回路を用いて発振させ、これを中電力パルス進行波管で増幅させる方法や、水晶発振回路から逓倍する方法等が用いられている。我々が最近試作した12MeVの電子線型加速器には後者の方法を採用したが、これは8.5MCの水晶発振器から324逓倍を行なって2765MCを得るという極めて複雑なものであった。また前者の方法も簡単ではなく、進行波管での発振及び安定化をクライストロン自身において行なえないだろうかという考えが、本方法の端緒である。

こうした意味から、中間空胴に結合部を附加したLバンド最高出力6MWの3空胴大電力クライストロン及びSバンド4MWの4空胴大電力クライストロンを試作し、第2空胴より入力空胴に帰還させた場合、出力回路より入力空胴に帰還させた場合、2空胴発振管の場合について、出力、周波数安定度、ドリフト特性、発振立上り特性、タイムジッター、周波数スペクトラム等を検討し、

さらにこれらの特性を本来の3空胴又は4空胴増幅管としての特性と比較検討し、あわせて周波数の安定化の方法を検討した。

試作管は、設計値及び実測値をLバンド及びSバンドクライストロンについて一覧表にして示すと、次ノ表の通りである。[6]

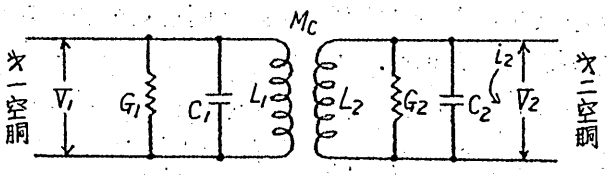
次 1 表

	Lバンド	Sバンド
周波数 f (MC)	1300 ± 60	2716
ビーム電圧 V_0 (KV)	150 (max)	140
ビーム電流 I_0 (A)	118 (max)	110
ビーム電力 $V_0 I_0$ (MW)	17.7	15.4
パービアンス P ($\mu A/V^{\frac{3}{2}}$)	2.0	2.1
陰極電子流密度 (A/cm^2)	4.15	4
出力 P_0 (MW)	6 (max)	4
能率 η (%)	44 (max)	30
空胴数	3	4
γ_b	0.334	0.489
γ_a	0.61	0.978
M	0.92	0.86
$2\pi\ell/\lambda g$	76° + 76°	50° + 50° + 54°
G_B/G_0	0.076	0.137
パルス幅 τ (μS)	6 ~ 8	6
繰返し周波数 Prf (PPS)	360	300

§2 発振特性

多空胴直進型クライストロンの動作は、発振部分は2空胴発振管の動作として解析し、増幅部分は増幅管としての動作と同じ取扱いをすることができ、それらを組合わせることによって求められる。

したがって、まず2空胴クライストロン発振器の発振条件より、そのトランスアドミッタンスチャート[1]を求め、これによって動作を解析するのが都合がよい。2空胴クライストロンの次2空胴から次ノ空胴にフィードバックして発振をさせた場合の等価回路は、次ノ図のようになる。



共1図 等価回路

共1図でV_1、V_2はそれぞれ共1及び共2空胴間隙の高周波電圧、G_1、G_2は共1及び共2空胴の並列コンダクタンスで、電子コンダクタンスをG_B、動作時の等価コンダクタンスをG_{BR}、負荷コンダクタンスをG_Lとすると、

$$\left.\begin{aligned} G_1 &= G_{BR1} + G_{L1} \\ G_2 &= G_{BR2} + G_{L2} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (1)$$

C、Lは各空胴の等価キャパシティ及びインダクタンスであり、M_Cはフィードバック回路の結合部の相互インダクタンスである。このようなクライストロンの発振条件は、電子トランスアドミッタンスY_Bと回路トランスアドミッタンスY_Cとが等しくなる時である。

電子のトランスアドミッタンスY_Bは

$$Y_B = \frac{Mi\omega}{V_1} = \frac{2MI_0 e^{-j\theta_0} J_1(X_{12})}{V_1} = j e^{-j\theta_0} \frac{M^2\theta_0 G_0}{2} \frac{2J_1(X_{12})}{X_{12}} \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに、M ： ビーム結合係数

θ_0 ： 電子走行角

X_{12} ： 共1空胴間隙と共2空胴間隙間のバンチングパラメーター

$i\omega$ ： 共2空胴間隙における集群電子流

$G_0 = \frac{I_0}{V_0}$ で I_0 は直流ビーム電流、V_0 はビーム電圧

一方回路のトランスアドミッタンスY_Cは共1図の等価回路より

$$Y_C = \frac{i_2}{V_1} = -j \frac{\left(G_1 + j\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1(1-k^2)}\right)\right)\left(G_2 + j\left(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2(1-k^2)}\right)\right) + \frac{k^2}{L_1 L_2 \omega^2 (1-k^2)^2}}{k/\sqrt{L_1 L_2}\,(1-k^2)} \quad \cdots\cdots (3)$$

ここに $k = \frac{M_C^2}{\sqrt{L_1 L_2}}$

実際の2空胴発振器では $k \ll 1$ で且つ $\omega \cong \omega_1 \cong \omega_2$ であるから(3)式は第1及び第2空胴の Q を Q_1 及び Q_2、ω_1, ω_2 を第1及び第2空胴の共振角周波数とすれば、

$$Y_C \cong -j\sqrt{G_1 G_2}\ \frac{\left(1+2jQ_1\frac{\omega-\omega_1}{\omega_1}\right)\left(1+2jQ_2\frac{\omega-\omega_2}{\omega_2}\right)+k^2Q_1Q_2}{k\sqrt{Q_1Q_2}} \quad \cdots\cdots (4)$$

(4)式は、$\delta = \dfrac{\omega-(\omega_1+\omega_2)/2}{\omega_1\ \omega_2}$ ..... (5)

$$\delta_0 = \frac{\omega_2-\omega_1}{2\sqrt{\omega_1\omega_2}} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$K^2 = k^2 Q_1\ Q_2 \quad \cdots\cdots (7)$$

とおけば、次のごとく書き直される。

$$Y_C \cong \frac{\sqrt{G_1G_2}}{K}\left\{2\left[(Q_1+Q_2)\delta+(Q_1-Q_2)\delta_0\right]+j\left[4Q_1Q_2\delta^2-4Q_1Q_2\delta_0^2-K^2-1\right]\right\} \quad \cdots\cdots (8)$$

発振条件は $Y_B = Y_C$ の時に満足する。すなわち(2)式及び(8)式より

$$je^{-jQ_0}\frac{M^2Q_0G_0}{2}\ \frac{2J_1(X_{12})}{X_{12}}$$

$$= \frac{\sqrt{G_1G_2}}{K}\left\{2\left[(Q_1+Q_2)\delta+(Q_1-Q_2)\delta_0\right]+j\left[4Q_1Q_2\delta^2-4Q_1Q_2\delta_0^2-K^2-1\right]\right\} \quad \cdots\cdots (9)$$

ここで Y_B 及び Y_C をトランスアドミッタンス平面上に作図すれば、発振に関する諸量を作図的に求めることができる。

これを実際の実験球について求めたのが第2図及び第3図である。第2図は第2空胴から第1空胴にフィードバックした場合、第3図は第3空胴から第1空胴にフィードバックした場合のトランスアドミッタンス図表である。

この際、Y_C は(8)式で K をパラメーターとして δ の変化に対する Y_C の軌跡を求めたもので、Y_C の式に含まれる Q_1、Q_2、G_1、G_2 は下記の式によって計算で求め、更に実測によっても確かめたものである。

$$G = G_B + G_R + G_L = G_{BR} + G_L \quad \cdots\cdots (10)$$

$$^{(2)}G_B = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin\theta d/2}{\theta d/2}\right)^2\left\{\frac{\theta_a I_1(\theta_a)\left\{I_0^2(\theta_b)-I_1^2(\theta_b)\right\}}{I_0^3(\theta_a)} - \frac{I_1^2(\theta_b)}{I_0^2(\theta_a)}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\theta d/2}{\theta d/2}-\cos\theta d/2\right)\left(\frac{\sin\theta d/2}{\theta d/2}\right)\frac{I_0^2(\theta_b)-I_1^2(\theta_b)}{I_0^2(\theta_a)} \quad \cdots\cdots (11)$$

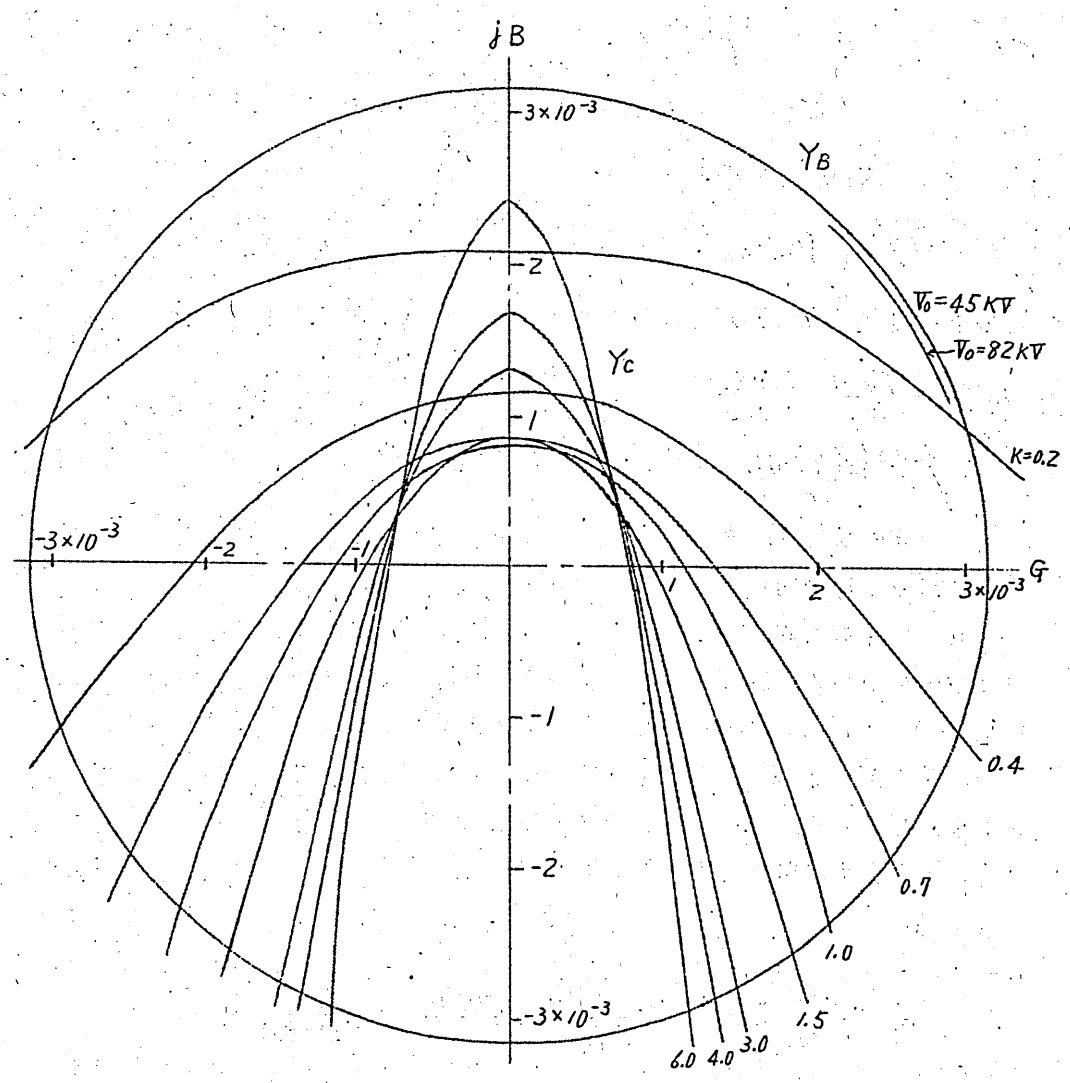
ここに $\theta_a = \frac{\omega a}{V_0}$, $\theta_b = \frac{\omega b}{V_0}$, a：ドリフト管半径, b：ビーム半径

θ_d：間隙の走行角. I_0, I_1 は変形ベッセル函数

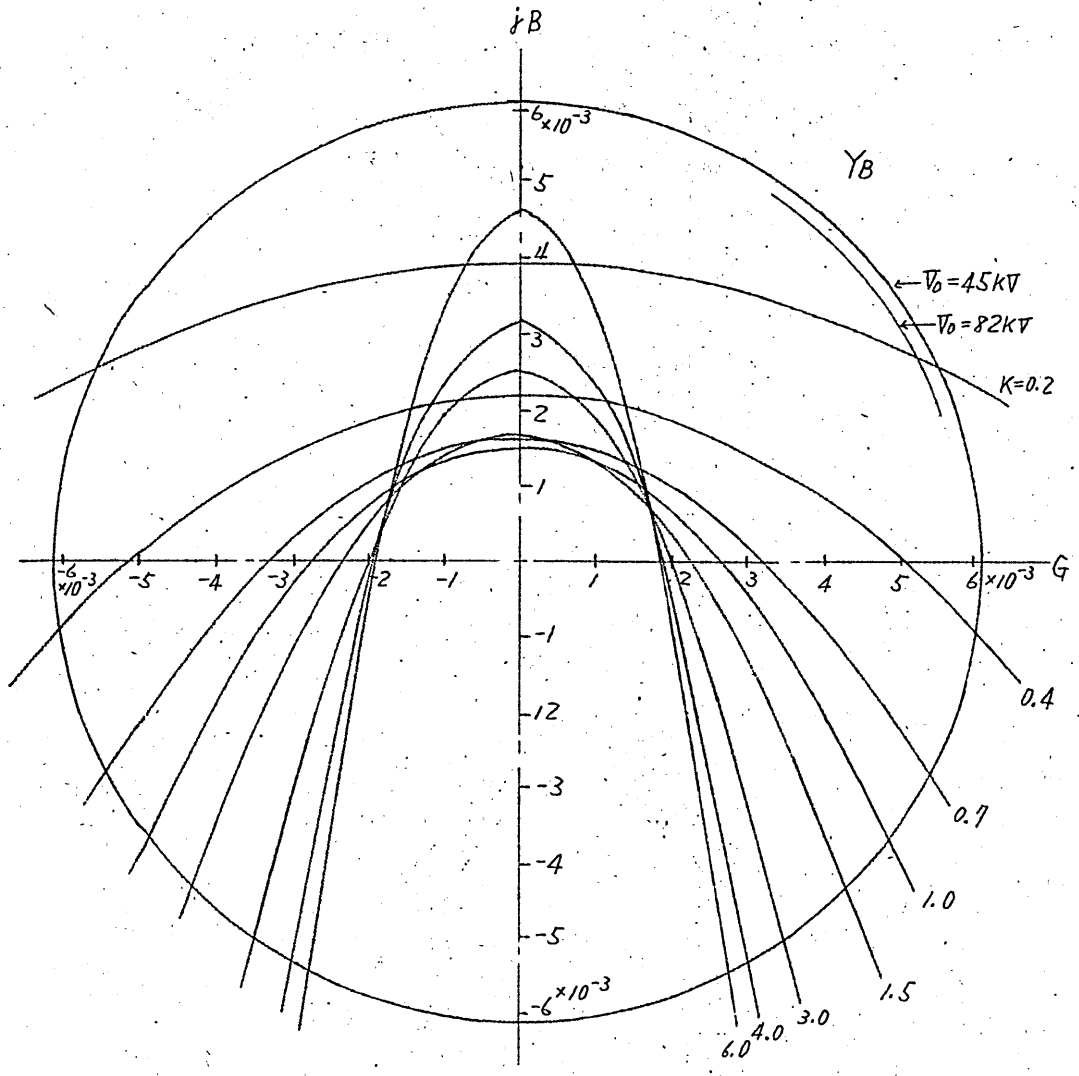
G_R 及び Q は文献(3)により, また G_L は

$$G_L = \frac{Q_{ex}}{Q_L} G_{BR} \qquad (12)$$

より求めた.



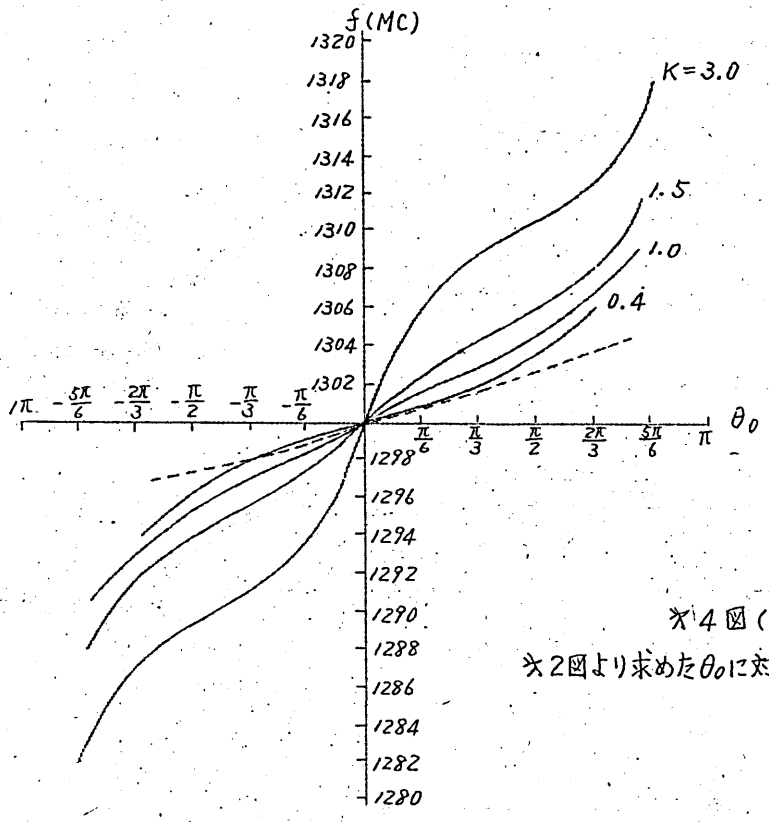
※2図　※2空胴から※1空胴へフィードバックさせた場合のトランスアドミッタンス曲線
（Lバンド大電力クライストロン発振器）



第3図　第3空胴から第1空胴へフィードバックさせた場合のトランスアドミッタンス曲線
（Lバンド大電力クライストロン発振器）

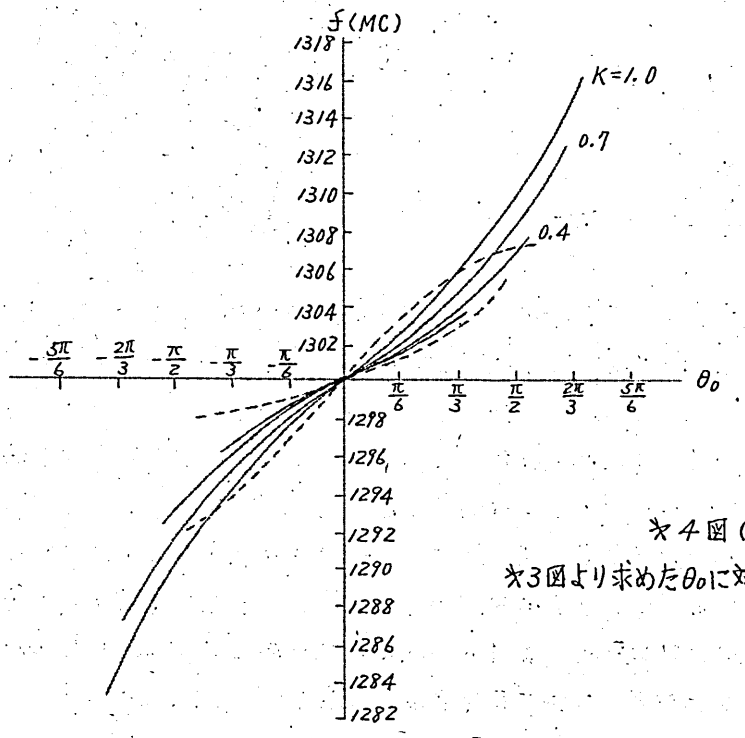
又、Y_B についてはビーム結合係数M、バンチングパラメーター X_{12}、G_0、θ_0 等を計算し、(2)式に代入して求めたものである。

図で $Y_B > Y_C$ の範囲が発振可能の範囲で、結合係数Kが大きいほど発振範囲は大になる。この曲線より結合係数Kをパラメーターとして、電子走行角 θ_0 に対する発振周波数の変化を算出し、測定値と一緒にプロットしたのが第4図(a)及び第4図(b)で、それぞれ第2図及び第3図に対応する。



※4図(a)

※2図より求めたθ_0に対する周波数変化

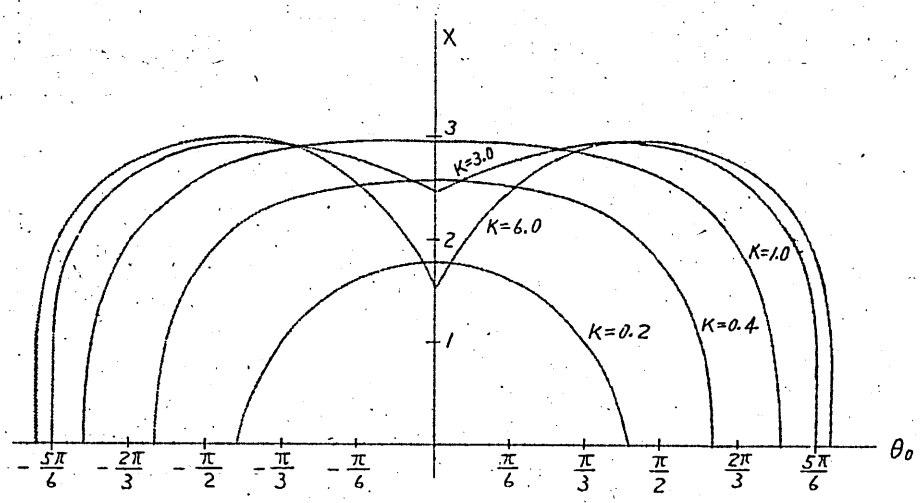


※4図(b)

※3図より求めたθ_0に対する周波数変化

これらの図よりKが大になるほど発振範囲が広くなると共に、θ_0の変化に対する発振周波数の変化も大きくなることがわかる。しかしKをあまり大にすれば双峰特性を示し発振範囲の中央が凹んだり、またY_Cの抛物線の頂上で$Y_B < Y_C$の範囲を生じ、発振しなくなる所が出てくる。

第5図はLバンド大電力クライストロンで第2空胴から第1空胴へフィードバックした場合、Kをパラメーターとしてθ_0と集群定数Xとの関係を計算したものである。



第5図　θ_0対Xの計算値（Lバンド大電力クライストロンで第2空胴から第1空胴へフィードバックした場合）

同一ビームで発振と増幅とを行なわせる場合、増幅部分には、クライストロン増幅器の理論を適用して取扱えばよい。

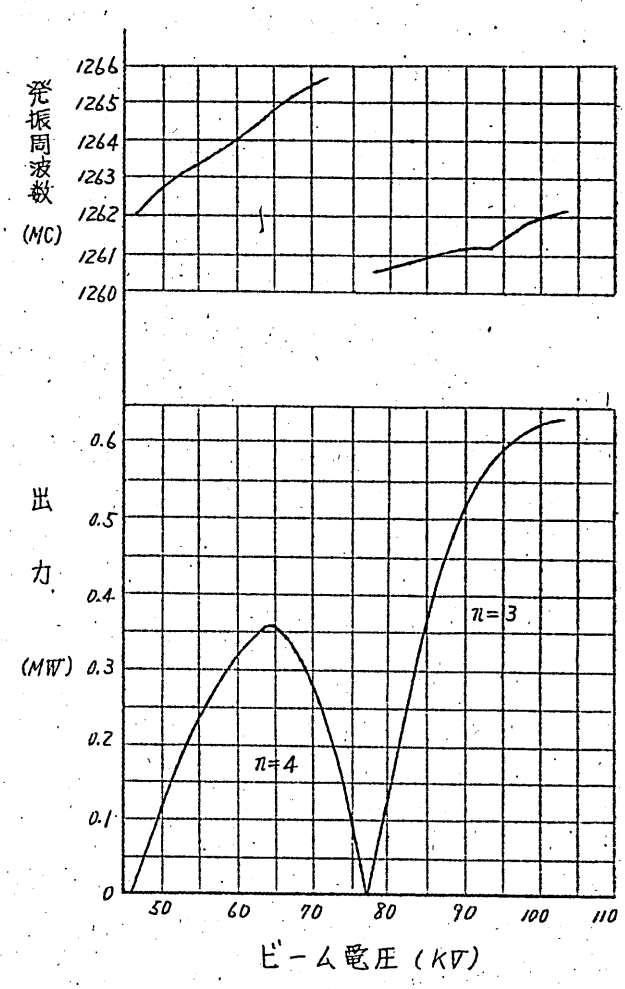
第2空胴より第1空胴にフィードバックさせ、第3空胴又は第4空胴より出力を取り出す場合の出力間隙における最適集群はそれぞれのビームパービアンス及びビーム半径に対して最適のドリフト長、第1空胴及び第2空胴（第3空胴）間隙の高周波電圧の最適の振幅及び位相の時に得られる。このような条件に選んでやらなければならないのは増幅管の場合と同様であり、そのように結合係数、フィードバックの位相を与える必要がある。

固定のフィードバック回路が用いられるとき、ビーム電圧の変化に伴ってθ_0が変化し、いくつかの発振モードを生ずることは、トランスアドミッタンス線図に示されているが、これを実験球についての測定結果と比較してみると、中

心附近では大体 $K=0.4$ のカーブに近い。Y_C の抛物線が虚数軸に対して左右非対称であるのは、計算の際仮定した $\omega_1=\omega_2$ に対し実際には ω_1 と ω_2 とがわずか異るためである。

第6図はLバンド3空胴大電力クライストロンにおいて第3空胴から第1空胴へフィードバックさせた場合の特性を示す。

二つの空胴の間をビームを通して結ばれる回路と外部フィードバック回路とを含む一廻りの回路における位相変化が 2π 変るごとに Y_B のトランスアドミッタンス円（V_0 が大になるほどわずかに中心に向かう弓線をえがく）を一周してもとの点にもどる。V_1 と V_2 との位相差は電子の走行角によるものとフィードバック線路によるものと二つの空胴の離調によるもの等を加えたものに影響されるが、フィードバックの回路による移相量及び空胴の離調による移相量が一定であれば、各モードの境は、



第6図 発振特性（Lバンド大電力クライストロン）

$$\theta_0 = 2n\pi \qquad \text{ここに} n \text{は整数}$$

で決まり、ドリフト長を ℓ とすれば

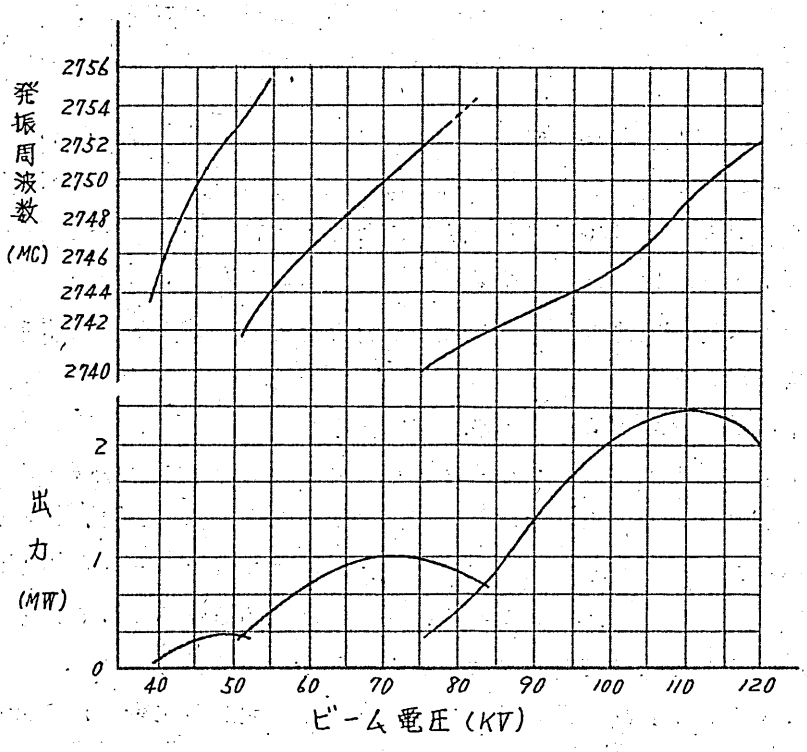
$$\theta_0 = \frac{\omega \ell}{V_0} = 2n\pi \qquad \cdots\cdots (13)$$

これより第6図の場合の発振停止電圧は計算され、モード2はビーム電圧が

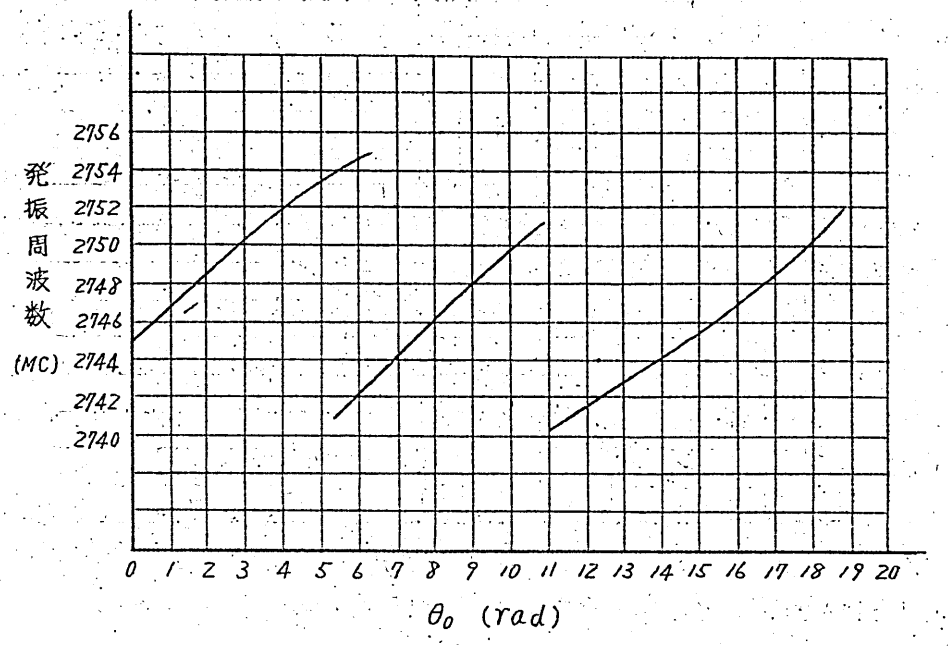
500KVから137KVの間、モード3は137KVから70KVの間、モード4は70KVから43KVの間となり、実験値とほぼ一致する。また※2空胴から※1空胴にフィードバックさせた場合は、モード1は500～58KV、モード2は58～27KV、モード3は27KV～16KVとなる。

※7図はSバンド4空胴大電力クライストロンにおいて発振増幅させた場合のビーム電圧対出力及び周波数変化特性を示し、※8図はこれを電子走行角θ_0に対する発振周波数変化に換算したものである。

以上はフィードバック回路に何も用いない場合の特性であるが、フィードバック回路を球の外部に設けてやれば、移相器※次に述べる安定回路を挿入することができ、好都合である。ビーム電圧の変化によって、V_1とV_2の間の位相が最適値からずれるのを、外部フィードバック回路に挿入した移相器によってV_1とV_2との間の位相を調整し、各ビーム電圧に対して最適になるようにしてやればよく、このようにクライストロン増幅器の場合と同様のビーム電圧対出力特性が得られた。



※7図　Sバンド大電力クライストロンの発振特性

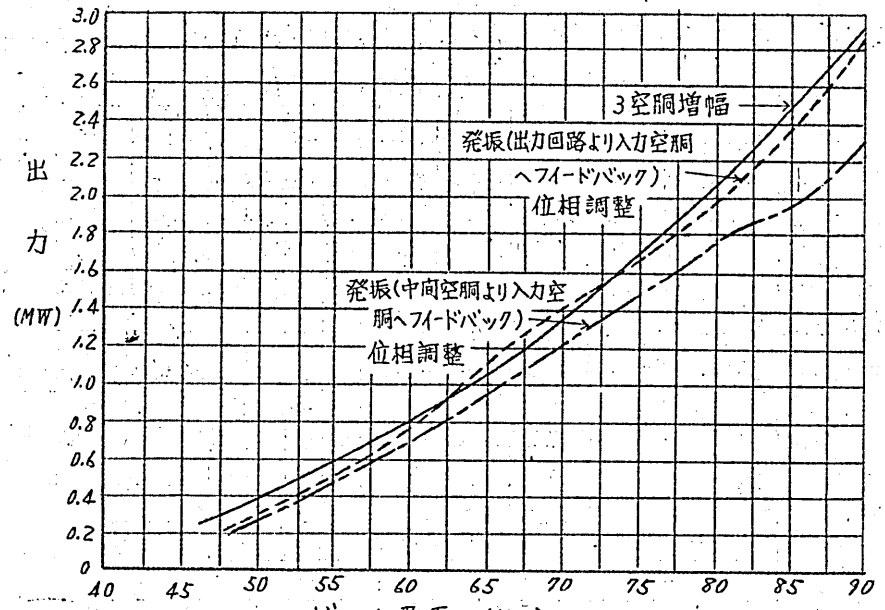


第8図　Sバンド大電力クライストロンの発振特性

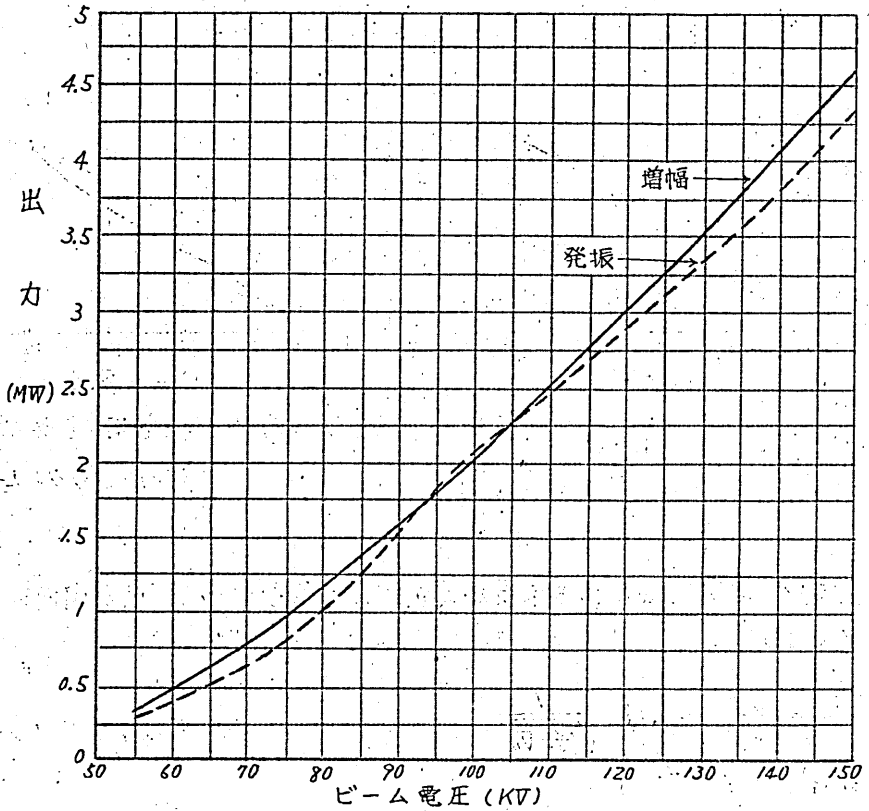
第9図はLバンド3空胴大電力クライストロンにおいて、中間空胴から入力空胴にフィードバックさせた場合、出力回路から入力空胴にフィードバックさせた場合及び本来の3空胴増幅管の場合の出力を比較したものである。これは球によるバラツキや他の多くの要素が入ってくるのを除くため、同一球を増幅管として、或は発振増幅管として動作させ、同一ビームの状態で精密測定し、比較を行なった。

これによれば、出力回路から入力空胴にフィードバックさせた時の出力は3空胴増幅管として動作させた場合とほとんど同じであり、中間空胴から入力空胴へフィードバックさせる場合は若干出力が低下する。前者の場合は増幅管の場合と動作条件はほとんど同じになるが、後者の場合はフィードバック回路の結合度が変えられなかったこと、発振条件と、3空胴増幅管としての出力最大の条件とが必ずしも同じでないこと、等によるものと考えられる。

また、Sバンド4空胴クライストロンについて、同様の比較をしたのが、第10図である。



第9図　出力特性の比較（Lバンド大電力クライストロン）

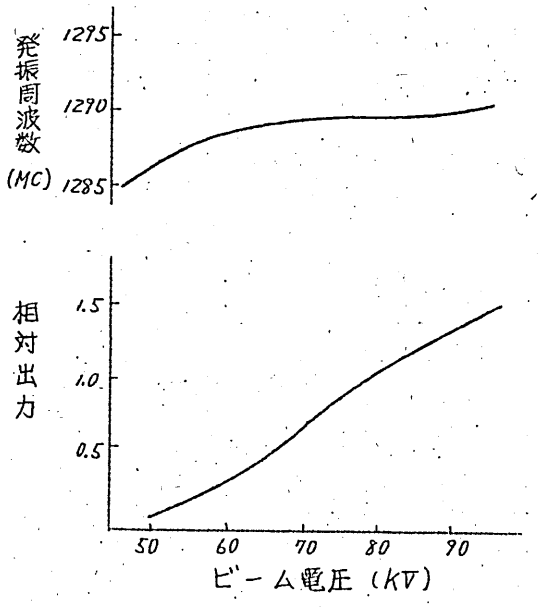


第10図　出力特性の比較（Sバンド大電力クライストロン）

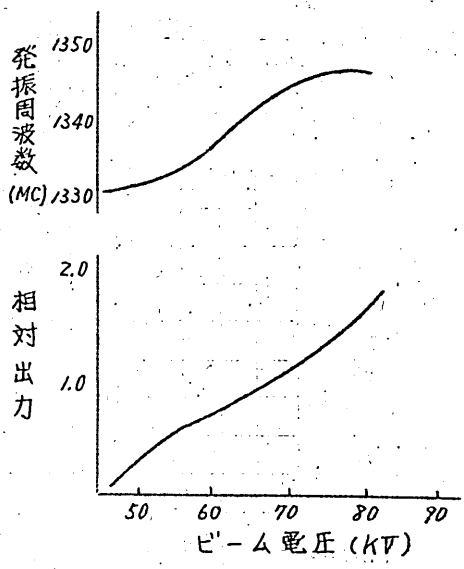
上記のごとくクライストロン発振増幅管は移相器で位相を最適に合わせてやれば、クライストロン増幅管に比べほぼ同程度の出力が得られる。

発振増幅管として動作させる時、増幅管として動作させる場合に比し問題となるのは、ビーム電圧の変化による周波数変動、温度変化による周波数ドリフト等の周波数安定度や、発振の立上り、タイムジッター、周波数スペクトラムである。これらについては§4で述べるが、これらのうちで最も問題となるのは周波数安定度である。

Lバンドクライストロンでビーム電圧を変えた場合の周波数の変り方を第11図(a)及び(b)に示す。



第11図(a) 第2空胴から第1空胴へフィードバックした場合



第11図(b) 第3空胴から第1空胴へフィードバックした場合

ビーム電圧の変化による周波数変化は次の如く表わされる。両空胴間隙間の距離をlとすれば

$$\theta_0 = \frac{\omega l}{v_0} = \omega l \frac{1}{\sqrt{\frac{2m}{e} V_0}}$$

微分すれば

$$d\theta_0 = -\frac{\theta_0}{2} \frac{dV_0}{V_0} = -\pi N \frac{dV_0}{V_0} \quad \cdots\cdots (14)$$

ここに、$N = \frac{f}{V_0} l$ である。

§3.2の(21)式において $\varphi - \alpha = \phi$ とすれば $\theta_0 + \phi = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ で $d\theta_0 = -d\phi$ であるから

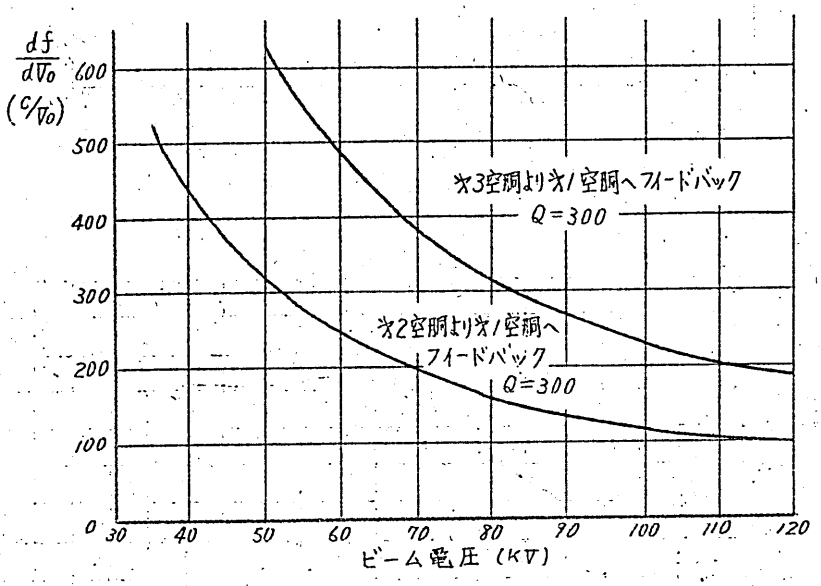
$$d\phi = \pi N \frac{dV_0}{V_0}$$

空胴間の結合が密であるときは $d\phi = 2Q \frac{df}{f}$ で表わされるから、

$$\frac{df}{dV_0} = \frac{\pi N f}{2Q V_0} \qquad \cdots\cdots (15)$$

となる。

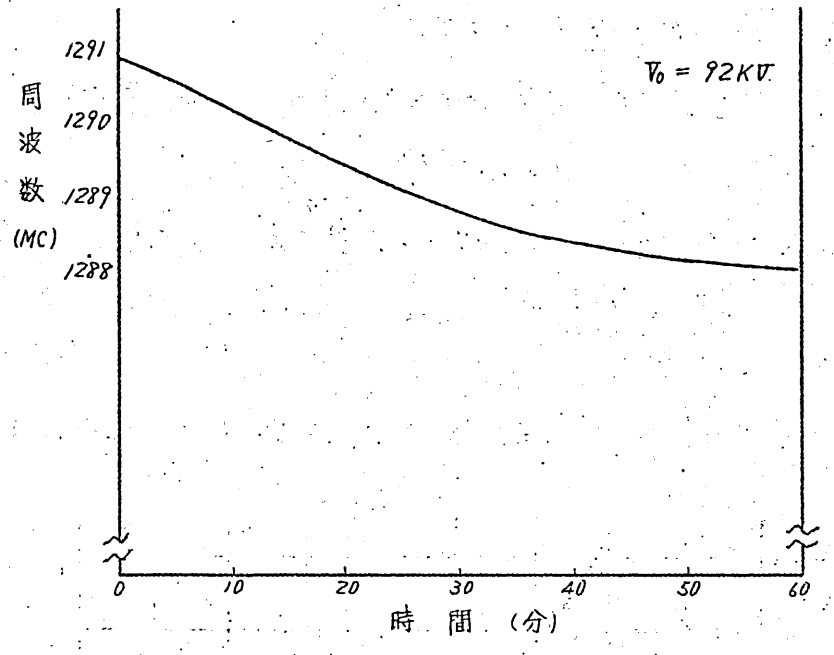
これを用いてLバンドクライストロンについて計算したカーブが第12図である。



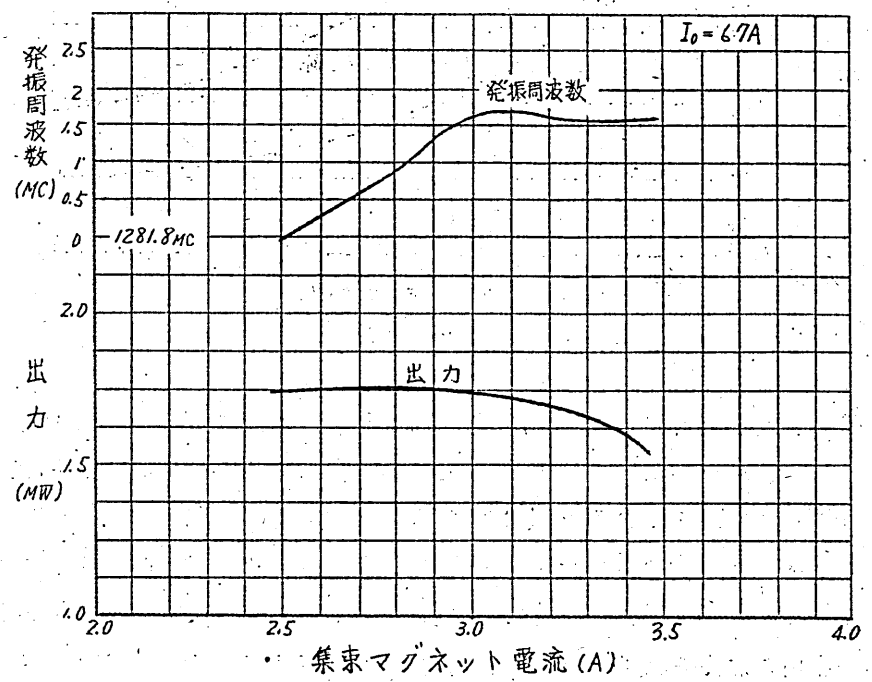
第12図

周波数ドリフトは空胴の温度変化による空胴寸法の変化により起るもので、ゆるやかな漂動である。第13図はLバンド発振管について高圧印加直後から周波数が安定するまでの周波数漂動を測定したものである。

この他、第14図に示すように集束マグネット電流の変化によっても発振周波数は変る。これは集束マグネット電流を変えることによってビーム透過率が変り、空胴の温度変化を来すことによる場合もあるが、主としてビーム直径の変化に伴うビームサセプタンスの変化による空胴の共振周波数の変化に原因するものである。



第13図 Lバンド大電力クライストロン発振器のドリフト特性



第14図 マグネット電流による発振周波数の変化
(Lバンド大電力クライストロン発振器)

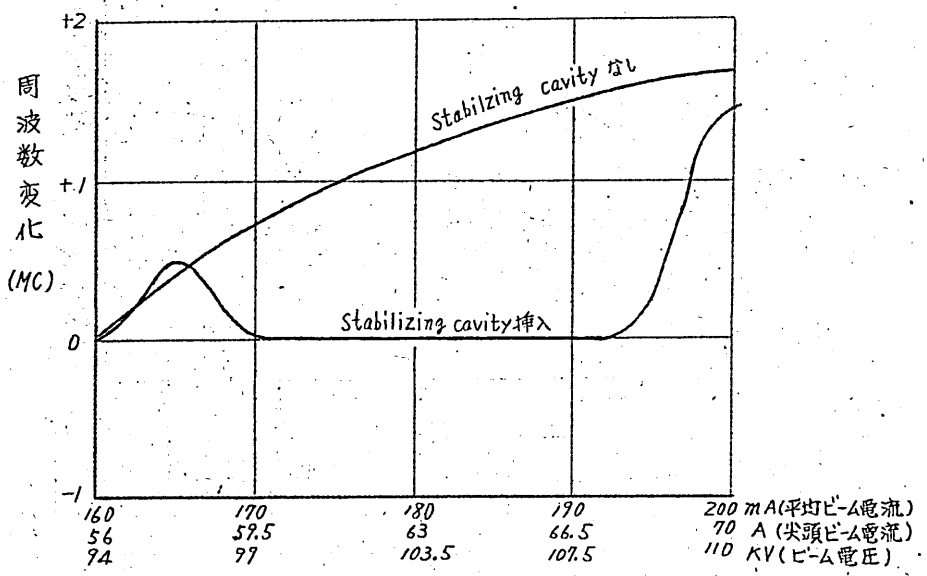
§3 周波数の安定化

発振増幅管の場合、上記の如く、空胴の温度変化やビーム電圧の変化等によって発振周波数が変動する。その他フィードバック回路の位相変化によっても周波数が変化するが、これを逆に積極的に利用して発振周波数の安定をはかる種々の方法が考えられる。

その一の方法としては、外部フィードバック回路にQの高い安定化空胴を入れる方法があり、その二の方法としては、強制的にAFCをかける方法が考えられる。

§3.1 安定化空胴による周波数安定化

フィードバック回路に *Stabilizing cavity* を入れない場合は、ビーム電圧の変化に対して発振周波数が第15図の上側のカーブのように変化するが、*Stabilizing cavity* を入れてやると下側のカーブの如く、ビーム電圧のかなり広い変化範囲にわたって発振周波数が一定に保たれた。

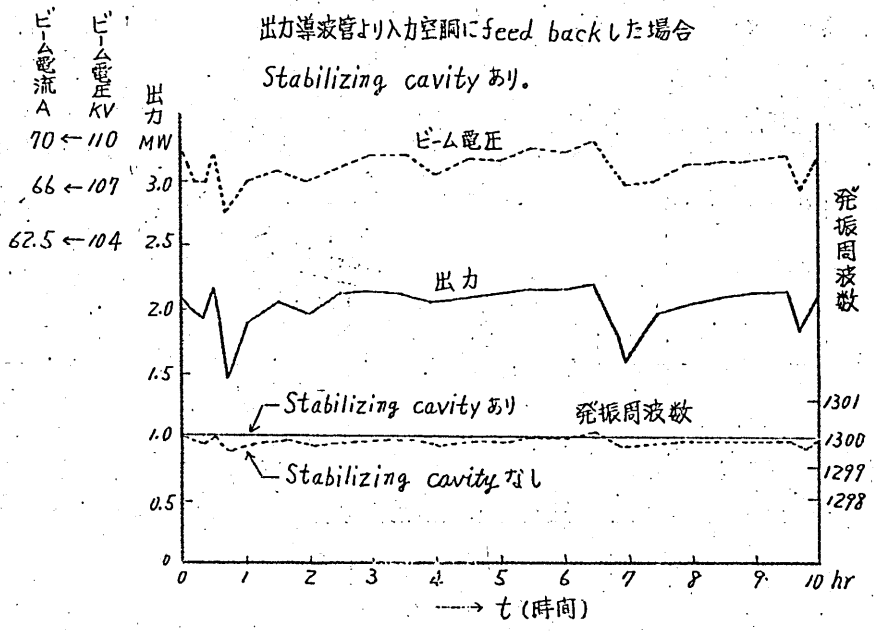


第15図 発振周波数変化特性（Lバンド大電力クライストロン発振器）

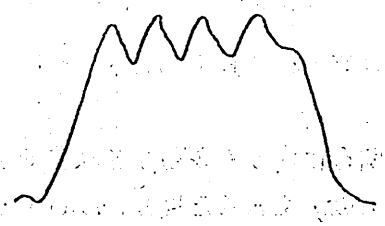
第16図はビーム電圧が割合に激しく変動する状態で長時間ランニングテストを行ない *Stabilizing cavity* を入れた場合について、発振周波数及び出力の変動をしらべたものであるが、安定な発振周波数が得られた。図において、

Stabilizing cavity がない場合の発振周波数のカーブは、Stabilizing cavity を除く他は同じ動作条件で測定したビーム電圧対発振周波数のカーブよりプロットしたもので、これらのカーブより Stabilizing cavity を入れたための効果が認められる。ビーム電圧の変動に対する出力の変動は増幅管の場合に比し若干大きい。Stabilizing cavity を入れた場合の周波数安定度の測定は、パルス動作であるため困難が伴い、現在の所正確な測定値が得られていない。

我々はクライストロンの周波数と基準の周波数とのビートを第17図の如くシンクロスコープ上に出してしらべたが、我々の場合パルス幅が6～8μsであるので、10^{-4}以上の安定度はしらべられない。しかし少なくとも10^{-4}の悪い所よりも良いことは確認することができた。



第16図　Stabilizing cavity を入れた場合の周波数安定度（Lバンド大電力クライストロン発振器）



第17図

Stabilizing cavity を使用する場合、その共振周波数が変化すれば、発振周波数もそれにともなって変化するので、恒温槽に入れて使用する。

また、大電力クライストロンにおいては高次姿態の発振を起こすことがある。これは増幅管の場合においても起ることがあるが、*Stabilizing cavity* を入れることは一種のフィルターを挿入したことになるから、このような発振を抑制する上にも効果がある。

§3.2 AFCによる周波数安定化

2空胴発振管における位相に関する条件式は、次のように与えられる。

先ず第1図の如き発振回路において、第1空胴と第2空胴は、フィードバック線路を通して結合されているとする。反結合係数を $\dot{k} = \frac{V_1}{V_2} = k\, e^{-j\varphi}$ とし第2空胴の間隙から見た回路アドミッタンスを $Y_c = y_c\, e^{-j\alpha}$ とすれば、

$$V_1 = \dot{k}\, V_2 = k\, e^{-j\varphi} V_2 \qquad \cdots\cdots (16)$$

ここに φ は第1空胴の高周波電圧 V_1 が第2空胴の高周波電圧 V_2 より遅れる位相角、α は出力回路に流れる高周波電流 i_2 が V_2 より遅れる位相角である。

一方、i_2 は

$$i_2 = 2M_2 I_0 J_1(X_{12})\, e^{j(\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2})} \qquad \cdots\cdots (17)$$

ここに M_2 は第2空胴間隙におけるビーム結合係数

であるから、

$$V_2 = \frac{i_2}{Y_c} = \frac{2M_2 I_0 J_1(X_{12})\, e^{j(\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} + \alpha)}}{y_c} \qquad \cdots\cdots (18)$$

となる。(16)式及び(18)式より

$$V_1 = \frac{2M_2 I_0 J_1(X_{12})\, k}{Y_c}\, e^{j(\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} + \alpha - \varphi)} \qquad \cdots\cdots (19)$$

ここで V_1 が基準になっているから、$V_1 = v_1\, e^{j\omega t}$ とすると、(19)式が成立つためには、

$$v_1 = \frac{2M_2 I_0 J_1(X_{12})\, k}{y_c} \qquad \cdots\cdots (20)$$

$$\theta_0 + \varphi - \alpha - \frac{\pi}{2} = 2n\pi \qquad \cdots\cdots (21)$$

でなければならない。ここに v_1 は高周波電圧 V_1 の振幅で(21)式は発振周波数を決定するものである。

次に第3空胴から第1空胴へフィードバックした場合の位相に関する発振条件は次のようにして求められる。

第3空胴の出力回路に流れる高周波電流 i_3 は第1空胴間隙と第3空胴間隙との間の電子走行角を θ_0 とすれば

$$i_3 = 2M_3 I_0 J_1(X) e^{j\gamma} e^{j(\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2})} \quad \cdots\cdots (22)$$

ここにX及びγはそれぞれ

$$X = \sqrt{X_{23}^2 + 2X_{23}(\beta)X_{13}\sin\beta + X_{13}^2} \quad \cdots\cdots (23)$$

$$\gamma = -\tan^{-1}\frac{X_{23}(0)\cos^2\beta}{X_{13} + X_{23}(0)\sin\beta\cos\beta} \quad \cdots\cdots (24)$$

X_{13} 及び X_{23} はそれぞれ第1空胴、第3空胴間及び第2、第3空胴間の集群定数である。β は第2空胴の離調度で

$$\beta = -\tan^{-1} 2Q_2\delta_2$$

上述の2空胴発振管の場合と同様の操作をすれば、位相に関する発振条件として次式を得る。

$$\theta_0 + \varphi - \alpha - \gamma \overset{-\frac{\pi}{2}}{=} 2n\pi \quad \cdots\cdots (25)$$

(25)式は第2空胴から第1空胴へフィードバックする場合と比較すれば、γが加っただけであり、中間空胴による離調度等の影響も加ってくることになる。

(21)式、(25)式は発振のための位相に関する条件式であるから、発振周波数は θ_0、φ、α、γ が変化した場合、これらの式の関係が保たれるように発振周波数が変化する。したがって、θ_0、φ、α、γ のうちどれかを変化してやれば、発振周波数を変化させてやることができ、これをAFCまたは周波数変調に利用することができる。

θ_0 の変化を利用してAFCをかける場合は、ビーム電圧を変化させる必要があり、出力の変化をも伴うことと、特に大電力クライストロンのような場合は、大きな電力を要し不適当である。

次に、α を変化させる場合は、空胴間隙から見たインピーダンスを変化させることになるから、マッチングが不適当になる可能性があり、また実際にインピーダンスを変化させることは、困難が伴う。

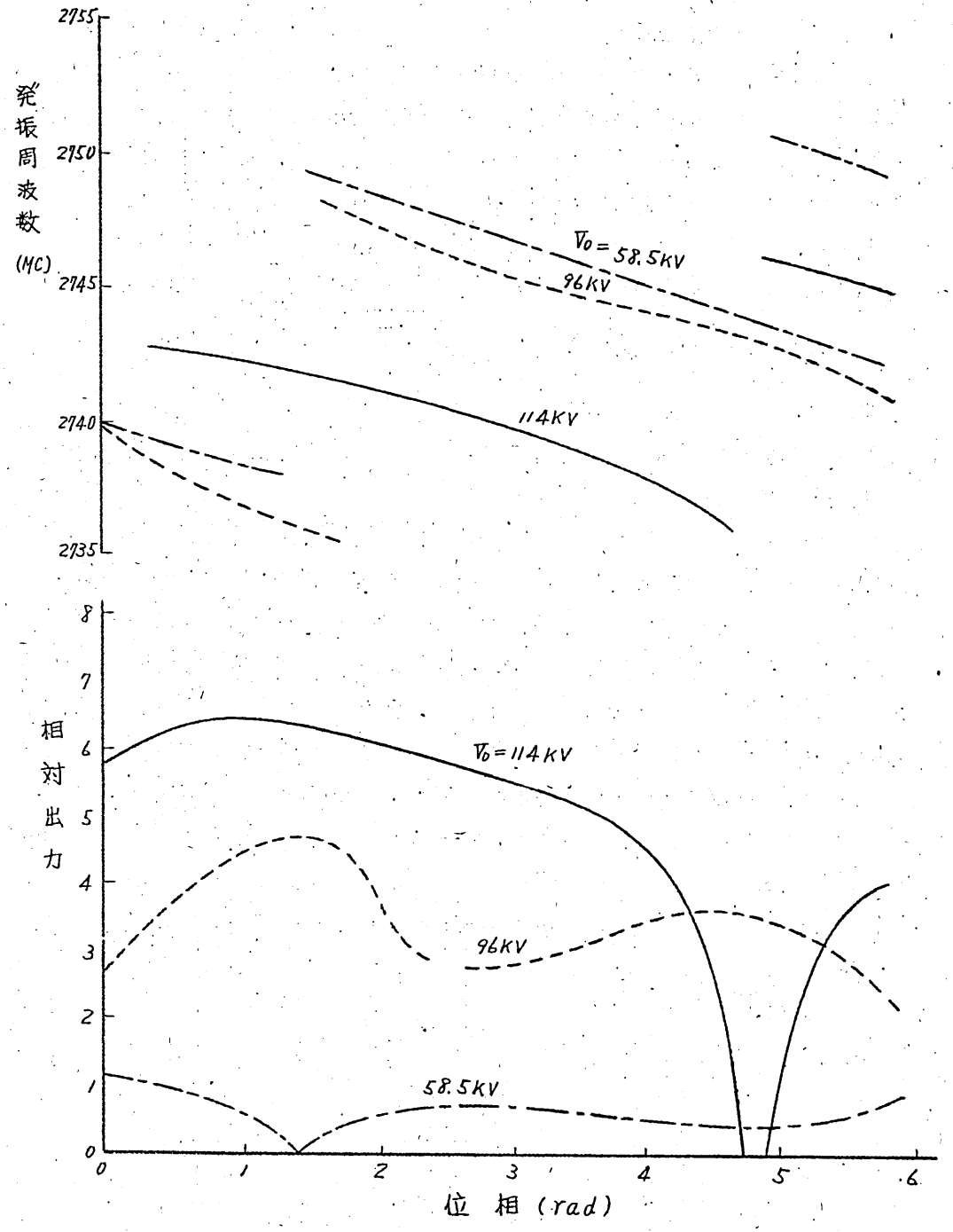
割り合いに簡単に行ない得るのは、φの変化による周波数変化を利用することである。いま第2空胴より第1空胴へ、または第3空胴より第1空胴へフィードバックする場合を考えると、φは第2空胴間隙または第3空胴間隙の高周波電圧と、第1空胴間隙の高周波電圧との間の位相差であるから、これを変化させてAFCをかけるには、フィードバック回路に位相を自由に変化させ得る装置を挿入し、AFC回路と連結すればよい。

第18図は、フィードバック回路に移相器を挿入し、周波数を変化させた測定結果で、出力の変化も併せて測定したものである。この第18図を第8図のθ_0による発振周波数の変化と比較してみると、$\frac{df}{d\varphi}$と$\frac{df}{d\theta_0}$とはほぼ同じ値になっており、(21)式を裏付けする。

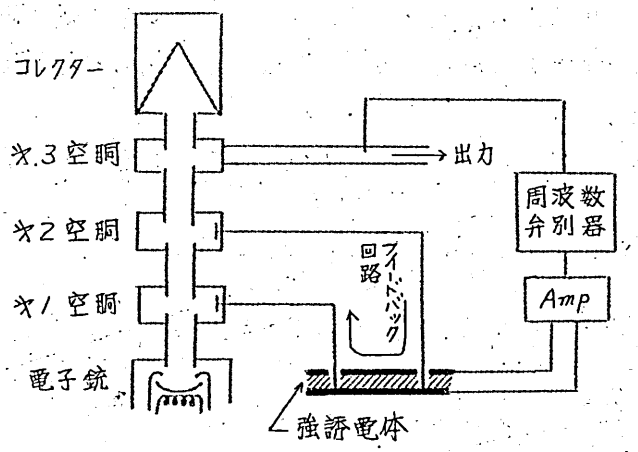
さて、このφを電気的に制御することができれば、周波数を自動的に制御することができるわけである。

その方法としては、強誘電体のεの変化を利用する方法や、フィードバック回路に挿入した空胴の共振周波数の変化を利用する方法等が考えられる。

その第一の方法は、第19図のようにフィードバック回路に電界によってεが変化する$Ba\ Ti\ O_3$系統の強誘電体より構成される線路を挿入し、強誘電体に加える電圧を加減することによって、εを変化させる方法である。位相定数は$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$であるから、$\varepsilon$が変化すれば位相も変化する。第19図において出力の一部をとり出して、周波数弁別器を動作させて、周波数の変化を電圧の変化に変換し、その電圧を増幅器で増幅して強誘電体に加えてやれば、自動周波数制御ができる。この場合には、クライストロンはパルス動作であるから、直流増幅器の出力側に積分回路を入れて、パルスをなましてやらなければならない。

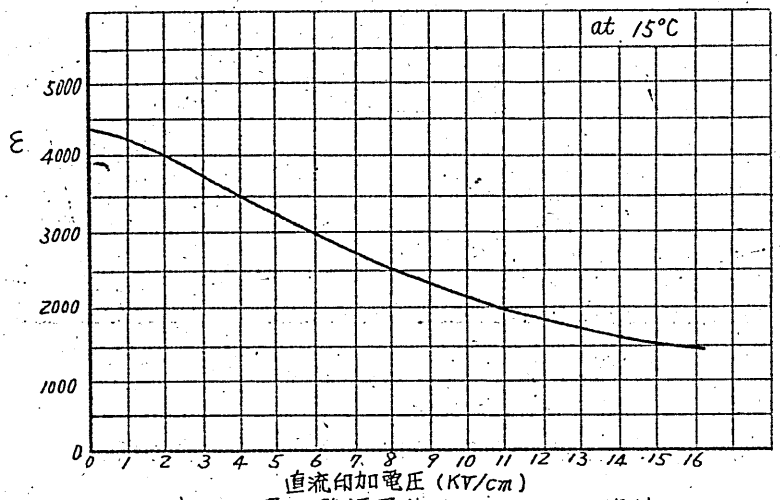


第18図 移相器で位相を変えた場合の発振特性
(Sバンド大電力クライストロン)



#19図

強誘電体としてはチタン酸バリウム系統ではあるが、それよりも電界による誘電率の変化が大きいKBS－20を用いた。#20図はこの強誘電体の印加直流電圧に対するεの変化を測定したものである。この種の材料は誘電率が非常に大きいということと、温度によってもεが変るという欠点をもっているが、フィードバック回路の小電力部に使用するため温度上昇の問題はなかった。更に多空胴高利得のクライストロンに使用する場合は、フィードバックの電力は小ですむので損失による温度上昇の問題は一層低域されると思われる。また温度によってεが変化するための周波数変動があっても、それらを含めて周波数制御が行なわれる。



#20図　強誘電体KBS－20の特性

次にAFCの第2の方法として、フィードバック回路の途中に挿入した空胴共振器の共振周波数を変化させてやれば、φが変化し、発振周波数を制御することができる。

この場合、フィードバック回路の途中に挿入した空胴のQをQ_f、空胴の離調度を

$$\delta_f = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \qquad \cdots\cdots (26)$$

とすれば空胴の等価回路より空胴のインピーダンスは

$$Z = \frac{RQ_f^2(1+\delta_f)^2}{1+jQ_f\delta_f(1+\delta_f)(2+\delta_f)} \qquad \cdots\cdots (27)$$

となり、これよりδ_fだけ離調したときの位相変化φ_fは

$$\varphi_f = \tan^{-1} \frac{-Q_f^3(1+\delta_f)^3(2+\delta_f)\delta_f}{1+Q_f^2(1+\delta_f)^2(2+\delta_f)^2\delta_f^2} \qquad \cdots\cdots (28)$$

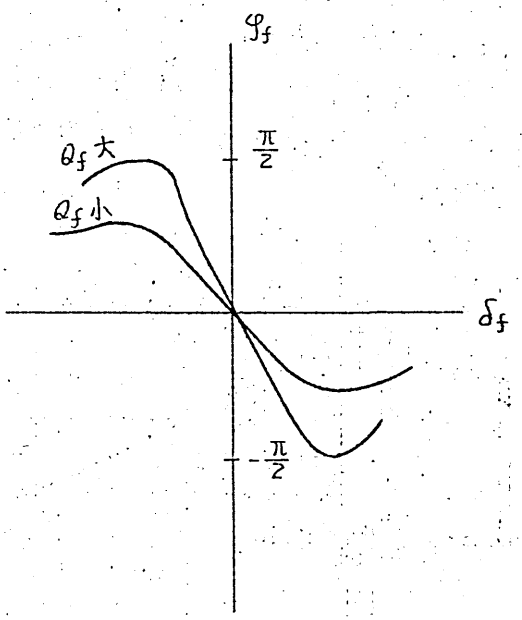
(28)式において$\delta_f \ll 1$の範囲では次のごとく書き直される。

$$\varphi_f = \tan^{-1} \frac{2Q_f^3\delta_f}{1+4Q_f^2\delta_f^2} \qquad \cdots\cdots (29)$$

(29)式をδ_fについてプロットすれば、第21図のようになる。

第21図よりQ_fが高いほど、δ_fに対する位相の変化が大きいから、発振周波数の変化 $\frac{d_f}{d\delta_f}$ も大きくなる。

Lバンドのクライストロンにおいて、そのフィードバック回路の途中に空胴（$Q=440$）を挿入し、その共振周波数を変化させた場合の発振周波数の変化を第22図に示す。実験の結果からもフィードバック回路に入れた空胴の共振周波数の変化の割り合いと、発振周波数の変化の割り合いとは同



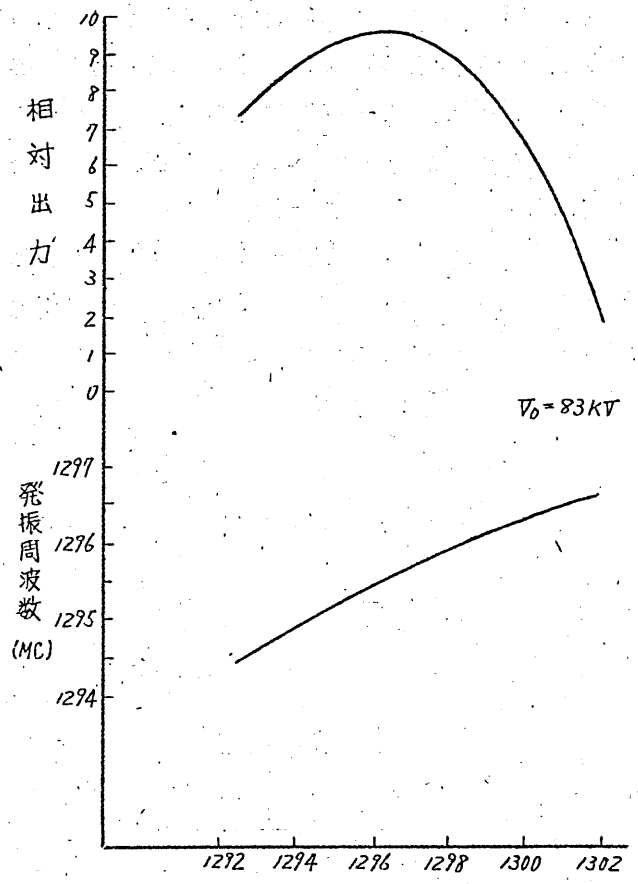
第21図

じではない。

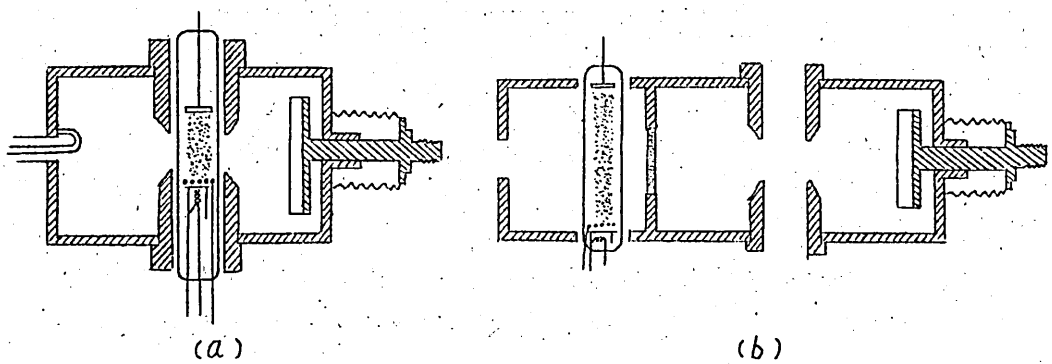
このフィードバック回路に入れた空胴の共振周波数をＡＦＣ回路と結びつけて、自動的に制御すれば、ＡＦＣが可能となる。

その方法としては、空胴の共振周波数を変えるのに第２３図に示すように、空胴中に置かれたプラズマ放電管の放電電流を変えることによって行なう方法がある。

低圧ガス放電によるプラズマは電磁波に対し誘電体のように働きその誘電率は、電子密度の関数になるので、放電管の放電電流を変えてやれば、その共振周波数を変えることができる。

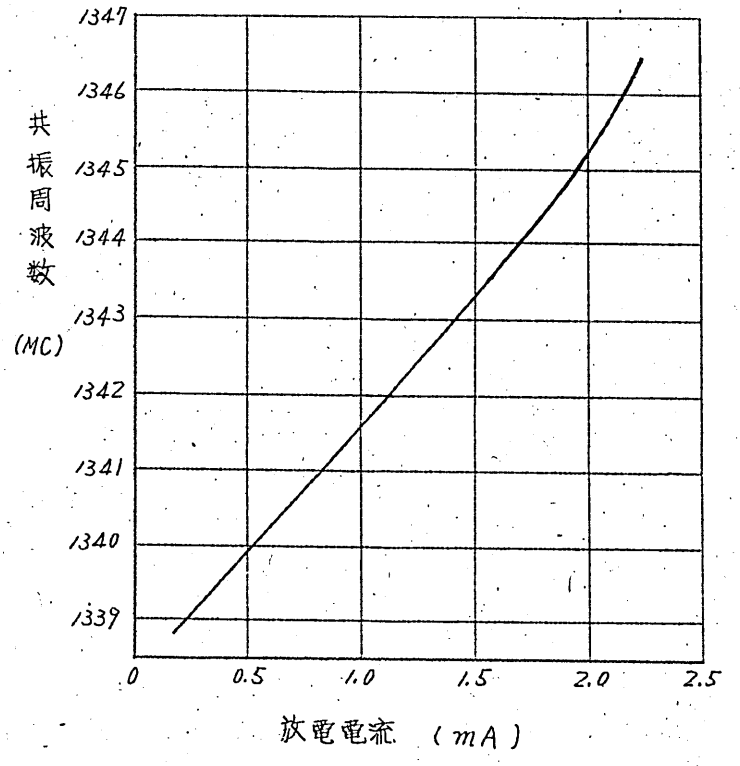


第22図　Stabilizing cavity の共振周波数と発振周波数との関係



第２３図

第23図(a)のように放電管を挿入して、放電電流に対する空胴の共振周波数変化を測定したのが第24図で、放電管のガスとしてはネオンを用いた。第24図の放電電流対共振周波数の関係は、放電の性質、放電柱の形状、強い発光部分の位置等によって異り、ガス圧が1mmHg程度の時、比較的安定な放電が得られ、また放電柱の直径も大きく、したがって大きな周波数変化が得られた。AFCに使用する場合には、この程度の周波数変化で十分である。放電電圧は陰極にエミッターを用いるか、または熱陰極を用い、さらにグリッドを設ければ極めて低い電圧で放電電流を制御することができる。

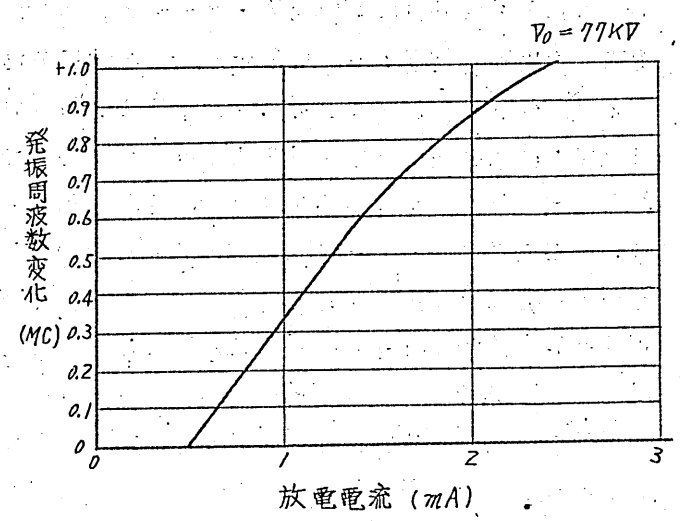


第24図 放電電流対共振周波数

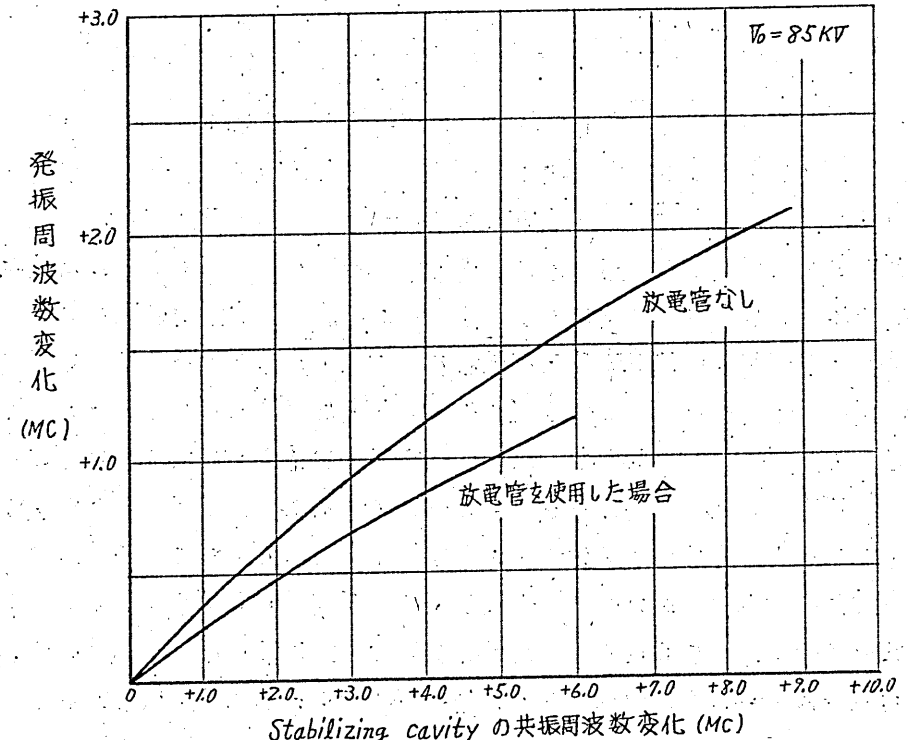
このような放電管を挿入した空胴をフィードバック回路に入れた場合の放電管の放電電流対クライストロンの発振周波数との関係を第25図に示す。

また第26図には放電管を使用しないで、フィードバック回路中の空胴共振周波数を変化させた場合、及び放電管を使用して行なった場合についての共振周波数対発振周波数の関係が示されている。

放電管を挿入した場合の方が、発振周波数の変化量が少ないのはガス放電による空胴のQの低下に原因するものである。



第25図　放電電流による発振周波数の変化



第26図　Stabilizing cavity の共振周波数変化に対する発振周波数変化
(Lバンド大電力クライストロン発振器)

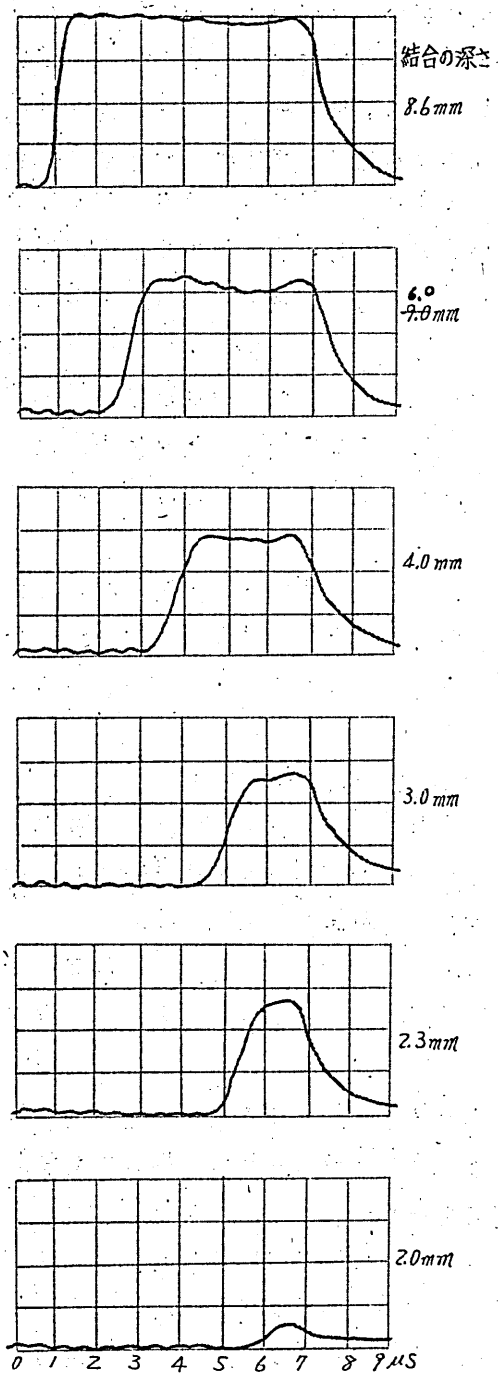
この場合も強誘電体を使用する場合と同じように周波数弁別器を動作させて周波数の変動を電圧の変動に変換し、その電圧を直流電圧と重畳して放電管に加えてやればＡＦＣができるわけである。プラズマ電子密度が平衡に達するには一定の時間が必要で，クライストロンがパルス動作の場合は、周波数弁別器からの出力電圧は積分回路を通して滑らかな電圧にしてやらなければならないのは、この場合も同様である。パルス幅内での周波数変動にはとても追随できないが、発振管で最も問題になるドリフト等には効果がある。また放電管を使用する場合問題になるのは、ガス放電の不安定性にもとずくもので，周波数変調や雑音である。これらに対しては、ガス放電の種類、ガス圧，電極処理，動作点等の検討により安定な所があり，文献(7)では雑音については３MC～36MC のバンドで測定した結果、$N/S = 0.7 \times 10^{-10}$で放電電流０の場合と、放電電流 250mA の場合とでは、同じ値を得たと報告されている。

以上述べたＡＦＣの方法を用いた大電力クライストロン発振器の具体的な動作に関しては現在，実験、検討を続行中である。

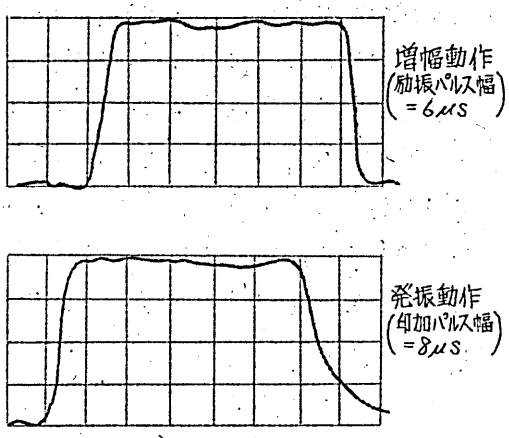
§4 その他の特性

多空胴のパルスクライストロンを発振増幅管として動作させるとき，増幅管として動作させる場合に比し問題となるのは，上記の周波数安定度以外に，発振の立上り、タイムジッター，周波数スペクトラム等の問題がある。

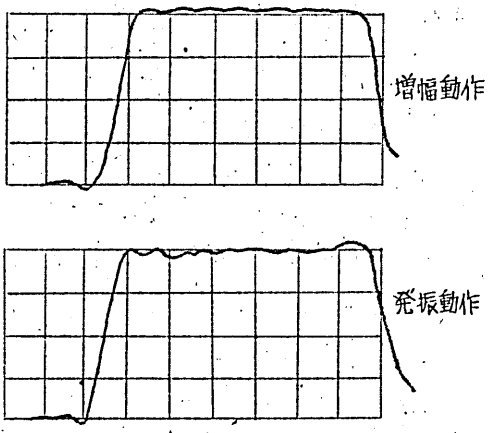
発振動作の場合には，初め入力空胴の中の雑音電力のうち，共振周波数に近い周波数成分が入力空胴間隙電圧となって電子ビームに速度変調を与え，Ｘ２又はＸ３空胴間隙に高周波電圧が現われ，フィードバック回路を通して更に入力空胴間隙電圧を強める。この過程を繰返して集群定数Ｘが増して行くが，$J_1(X)$が最大値を越すと集群電子流は却って減ずるので発振の振幅は一定の値に落ちつく。発振の立上り時間は空胴のＱ等に影響されるが、Ｌバンド３空胴クライストロンで出力回路よりフィードバックした場合，出力回路結合部における結合度を変えるとＸ２７図の如く，発振立上りに要する時間が変ってくる。しかし最適の結合にしてやれば立上り時間は 0.5～1μS 程度になった。その場合高周波出力波形も良好で、増幅管として動作させた場合の高周波出力波形（Ｘ28図に示す）と比較して波形そのものはほとんど差がない。Ｘ２空胴よりＸ１空胴にフィードバックした場合は発振立上り時間は上記の場合よりも短くなった。



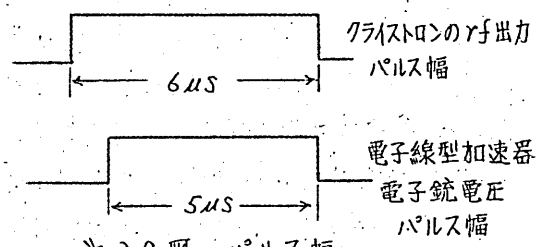
第27図　出力回路結合部の結合の深さを変えた場合の発振立上り特性
（Lバンド大電力クライストロン発振器）



第28図　Lバンド大電力クライストロンの高周波出力波形



第29図　Sバンド大電力クライストロンの高周波出力波形



第30図　パルス幅

4空胴クライストロンの場合は、入力空胴間隙電圧は非常に低い値で事足りる。Sバンド4空胴クライストロンを発振動作させた場合、発振立上り時間はほとんど0に近い値であった。※29図はSバンド4空胴クライストロンを同一球で増幅管として動作させた場合及び発振増幅管として動作させた場合の高周波出力波形を示す。

増幅動作の場合と比較し尖頭出力が同じであれば、発振立上り時間を要する時には、尖頭出力で規定する球の能率は同じであるが、電源から見た能率は低下したことになる。

次にタイムジッターは、タイムジッター測定器による測定では、Lバンド3空胴クライストロンの場合、増幅動作の時2.5～3 mμS で、発振動作の時50 mμS 程度であった。Sバンド4空胴クライストロンでは、発振動作の時20 mμS 程度である。

MTIレーダー等の特殊な機器に使用する場合は、タイムジッターがあればMTIの消去がうまく行かず問題になる。線型加速器等に使用する場合は、※30図の如く、パルスの中央部だけを使用するので、タイムジッター、発振立上り特性は問題にならない。

次に周波数スペクトラムについては、*stabilizing cavity* を挿入することは一種のフイルターとして働くから、クライストロにおいて起り得る高次姿態発振等を抑制する上に効果があると考えられる。増幅動作及び種々の発振動作における周波数スペクトラムについては現在、比較検討を進めている。

§5 結　　言

以上の検討は主に線型加速器の高周波電源として使用する目的のためになされたもので、AFCの具体的な結論を得ること、周波数安定度の正確な測定法の問題等が残されており、現在実験、検討を進めている。

電子線型加速器では 10^{-5}～10^{-6} 程度の周波数安定度が要求される。

従来の線型加速器では加速器本体とクライストロン増幅器との関係は周波数的に独立していて、例えば加速器本体の温度変化、ビーム電流の変化に対してクライストロンの周波数は追随することができない。クライストロン発振増幅管ではこれを可能にすることができると考えられ、また *stabilizing cavity* として加速管自身を利用する方法や、加速管の出口においてダミーロードに消

費される用済みの電力をクライストロンの入力空胴にフィードバックする方法等も考えられ、これらについても検討を行ないたいと考えている。

また、フィードバック回路に挿入する強誘電体や放電管に変調電圧を加えれば、周波数変調も可能ではないかと考えられる。

電子線型加速器の高周波電源としての実用試験はまだ行なっていないが、機会を得て、実験的見地からの検討も行ないたいと考えている。

最後に、御指導或は御討論をいただいた佐々木部長、大脇部長、高島次長、高木課長、三杉社員に謝意を表す次第である。

参考文献

(1) D.R. Hamilton, J.K. Knipp, J.B.H. Kuper "Klystron and Microwave Triodes" Mc Graw-Hill Book Co 1948

(2) L. Marton : Advances in Electronics Ⅲ, Academic Press 1951

(3) K. Fujisawa : "General Treatment of Klystron Resonant Cavities" Trans I.R.E. MTT Oct 1958

(4) E.L. Ginzton : Microwave Measurements, Mc Graw-Hill Book Co 1957

(5) 西巻 : マイクロ波真空管とその回路

(6) 小宮山, 三杉, 吉田, 佐々木 : Sバンド Lバンド高出力パルスクライストロン, マイクロ波真空管研究専門委員会資料. 1960年5月

(7) R. Musson-Genon, J. Favalier "Klystron a' Fréquence Accordable Électriquement" L'onde Élect. t. XLI, 407, Feb. 1961

(8) 吉田, 渡部 : 大電力クライストロンの増幅及び発振特性について, 昭和36年電気四学会九州支部連合大会 313, 1961年10月

(9) 吉田 : 大電力クライストロンの発振特性 昭和37年電気四学会連合大会 998, 1962年4月

輻射科学研究会資料

金属歯型表面波線路

昭和37年6月30日

中原恒雄　　倉内憲孝

住友電気工業株式会社

はしがき

表面波線路の開放性を利用して、高速列車の障害物探知を行うことが、鉄道技術研究所より提案されており当社ではこれに利用し得る実用表面波線路の開発を行っている。

実用線路としてはその使用環境から考えて、金属体で構成されることが望ましく、低損失で均等性がよく、しかも経済的な線路の開発が必要である。

ここでは当社で試作し、鉄道技研に納入したものでYガイドと仮称される線路について電気特性実験結果を報告する。

1. 概　　説

1-1 障害物探知用表面波線路

国鉄東海道新幹線における列車速度は公称200㎞/hであり、制動距離は2.5～3㎞といわれている。一方列車の運転手の見通し距離は、勾配、曲がりなどのため場所によっては、300m程度であり、運転手の目による列車障害探知はほとんど不可能であり何らかの方法で列車前方3㎞程度を監視する必要がある。

表面波レーダーは、鉄道技研雨宮好文技師の提案によるもので、列車軌道に沿って、表面波線路を布設し、軌道に近接する列車障害物を、表面波線路の不均等性として、従来用いられているケーブル故障点検出と同様な手法で検出しようとするものである。

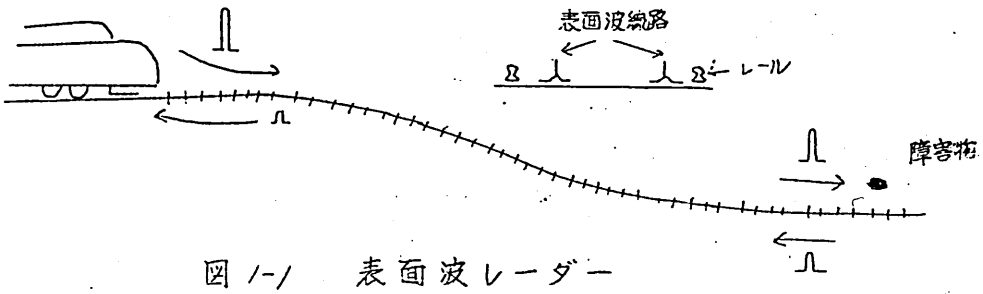


図1-1　表面波レーダー

これに用いられる表面波線路の電気特性としては低損失、均一性の外に適当な伝送エネルギー分布が要求される。

伝送損失は探知可能距離を制約し、均一性は探知可能の障害物の大きさを制約する。伝送エネルギー分布としては、軌道全面を一様におおっているのが理想的であるが、実用上線路が路床に近接しているために電磁界の拡がりを大きくとろうとすると伝送損失が増加するため実際はある程度表面波線路に集中させる必要がある。

表面波線路と列車との結合装置は、結合損失が小さく、列車の振動による変動の小さいことが望ましい。表面波線路自身が開放線路であるために、同じ形の線路を平行させて分布結合とすれば、簡単でしかも、結合損失の小さい結合器が得られると予想される。

表面波線路の伝送損失を 20 db/km、結合器損失を片道 10 db とすると 3 km 先の −30 db の反射を生ずる障害物の反射は −170 db となり、500 kW 程度のマグネトロンを用いれば、検知が可能である。したがって電気特性の目標としては、減衰定数 20 db/km 以下、結合損失 10 db 以下を目標としている。

今回試作したのは、下記の如く、貼合せた2枚の板で作られ歯形を有する垂直部と左右に開いた傾斜面からなっている。

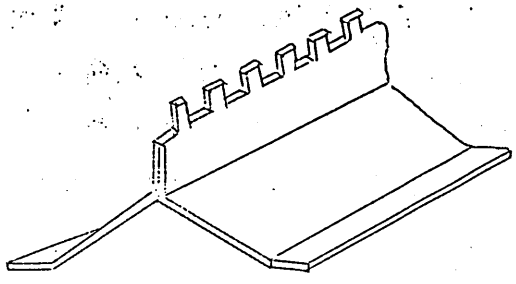


図 I-2　Y ガイド

この傾斜面は、支持と同時に電磁界の路床へのまわりこみを抑える機能を有している。この線路は構造が簡単で、精密な加工が容易であり、また、水、塵などがたまりにくい点などの特徴を有

している。

1-2 金属歯形表面波線路の伝送理論概要

ヤガイドのような実用構造の金属歯形表面波線路の伝送を厳密に理論解析することは一般に非常に困難であるが、2次元歯形、円板列などの特別な形状では比較的簡単に近似的な伝送特性を求めることができ、これらの簡単な場合の解析から一般の歯形表面波線路の伝送特性を定性的に論ずることができる。

表面波線路の外界の電磁界は一般に線路本体から遠ざかるにつれて一様に減衰しており、線路本体が平面状の時は指数関数で表示され、円筒状の場合は変形ベッセル関数で表示される。

歯形線路の近似解析には通常、厳密な連続条件を適用せずに線路の外表面で電磁界の接線成分のみに留意し、壁面インピーダンスの概念を用いて伝送定数を決定する特性方程式を導出する。

厳密な解では歯形の周期構造に対応する空間高調波の級数解で表示された電磁界に境界条件を適用して求めうるが歯形のピッチ、溝の深さが波長に比して小さい場合には、近似解でも実用的に充分であることが知られている。

歯形表面波線路のもつとも簡単な場合として、図1-3に示すような巾が無限に広い歯形の場合の近似解析結果を示す。この基本基態は、TM姿態であり、y方向に一様な密度を持った電流がz方向に流れている場合に相当する。

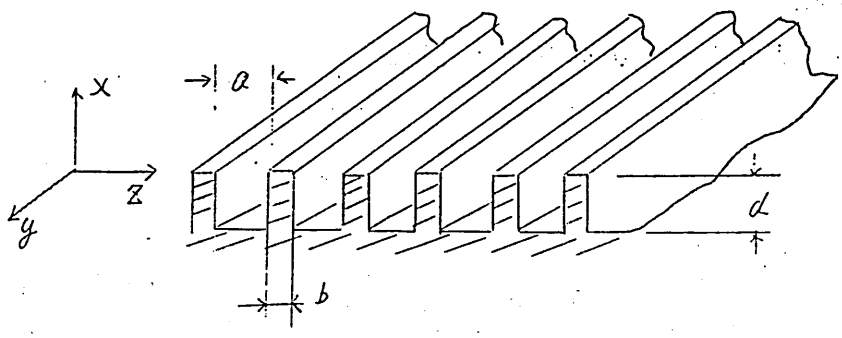


図 1-3　2 次 元 歯 形

(1) 電磁界表示

〔I〕 $X > 0$ （歯形の外）

$$\left.\begin{aligned} E_z^I &= A e^{-\gamma x - j h z} \\ E_x^I &= -j\frac{h}{\gamma} A e^{-\gamma x - j h z} \\ H_y^I &= -\frac{j k_0}{\gamma Z_0} A e^{-\gamma x - j h z} \\ k_0^2 &= h^2 - \gamma^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (1-1)$$

〔II〕 $0 > X > -d$ （歯形の中）

$$\left.\begin{aligned} E_z^{II} &= B \sin k_0 (x+d)\, e^{-jhn(a+b)} \\ H_y^{II} &= -j\frac{B}{Z_0} \cos k_0 (x+d)\, e^{-jhn(a+b)} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (1-2)$$

ここで

- γ ; X方向減衰定数
- h ; Z方向位相定数
- k_0 ; 自由空間での位相定数 $\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)$
- Z_0 ; 自由空間電波インピーダンス
- n ; Z方向につけた波形部の番号

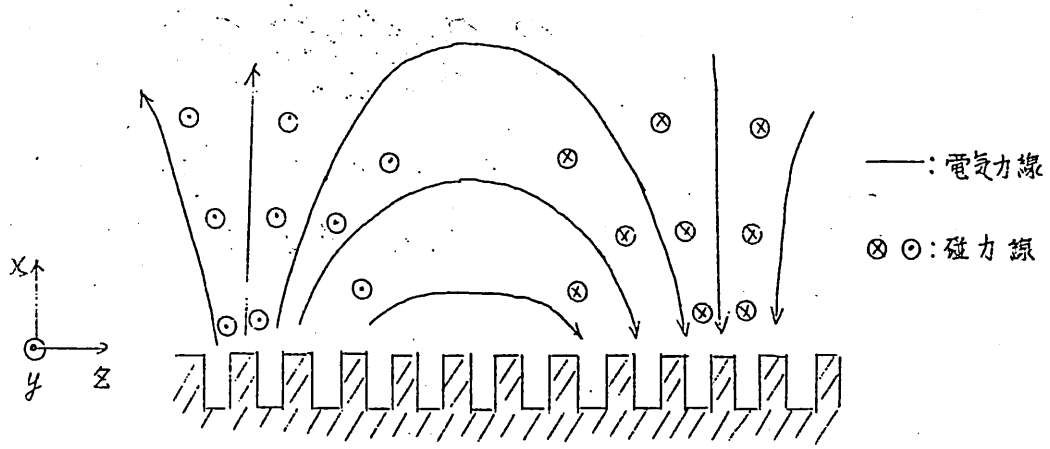


図1-4　電磁界分布

界分布の様子はほぼ図1-4のようになっており、z方向には指数関数的に電磁界が減少している。

(2) 電磁界の集中度

式(1)から明らかなように電磁界の集中度の大小は、γによって決まる。この場合γは次の式で与えられる。

$$\gamma = k_0 \frac{a}{a+b} \tan k_0 \left(d - \frac{a}{\pi} \ln 2\right) \quad \cdots\cdots (1\text{-}3)$$

すなわち周波数が一定の場合、歯の深さが深いほど、また波形の巾(b)が小さい方が集中が大きくなる。

また $k_0 d \ll 1$、$d \gg a$ の場合には

$$\gamma \simeq k_0^2 d \left(\frac{a}{a+b}\right) \quad \cdots\cdots (1\text{-}4)$$

となり、構造が一定の時は、周波数の2乗に比例し、周波数が一定の場合には、歯の深さと、歯の切込部の占積率に比例することになる。

(3) 減衰定数

金属面の熱損失によるz方向の減衰定数は次の式で与えられる。

$$\alpha = R_S \frac{\gamma k_0 \left[a + b\cos^2 k_0 d + d + \frac{\sin 2k_0 d}{2k_0} \right]}{2h(a+b)\cos^2 k_0 d} \quad (1\text{-}5)$$

（R_S；Z_0で規格化した表面インピーダンス）

今集中度が比較的小さく、$k_0 d \ll 1$、$h/k_0 \simeq 1$とすると、

$$\alpha \simeq R_S \frac{\gamma}{2} \left(\frac{a+b+2d}{a+b} \right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1\text{-}6)$$

$$= \frac{k_0 \gamma \delta}{4} \left(\frac{a+b+2d}{a+b} \right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1\text{-}7)$$

（δ；材料の表皮厚さ）

構造が一定の場合には、$k_0 \propto f$，$\gamma \propto f^2$，$\delta \propto f^{-\frac{1}{2}}$であるから、$\alpha \propto f^{\frac{5}{2}}$となる。

また同波数、集中度が一定の場合には$\left(\frac{a+b+2d}{a+b} \right)$すなわち表面積に比例し、歯形のピッチが大きいほど、また歯形の深さが小さいほど減衰は小さくなる。

一方形の相似性を保ちながら、構造寸法を波長に比例して変化させる場合を考えると、$\gamma \propto f$，$k_0 \propto f$，$\delta \propto f^{-\frac{1}{2}}$であることから

$$\alpha \propto f^{\frac{3}{2}} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1\text{-}8)$$

となる。この関係は、導波管等金属のみで構造される伝送線路に関して共通にいえるものである。

(3) ヤガイド

ヤガイドは、上記の歯形線路の横巾が非常に狭くなった場合に相当するが、表面波作用が上記の線路と同じく切込み部の直列インダクタンスに基づいているので、集中度については上記の理論を定性的に適用しうると考え

られる。

減衰定数についても歯形部で発生する損失については上記の理論を適用してよいが、それとは別に平板部電流による減衰、さらに遮蔽板が有限であるために路面にまわり込んだ電磁界による減衰を考える必要がある。

これらの要因については、結局、実験的に求めるのが妥当である。

Yガイドの電磁界分布の様子は歯形部の巾が狭いために上記の線路とは相当様子が変っている。

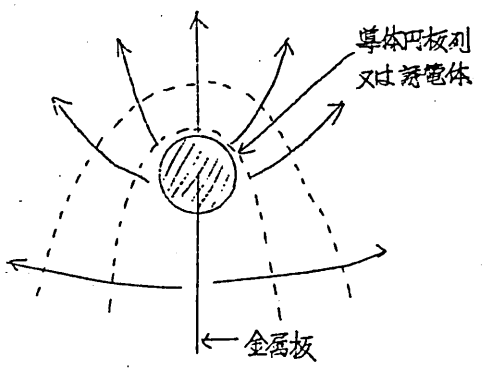


図1-5　円形分割形

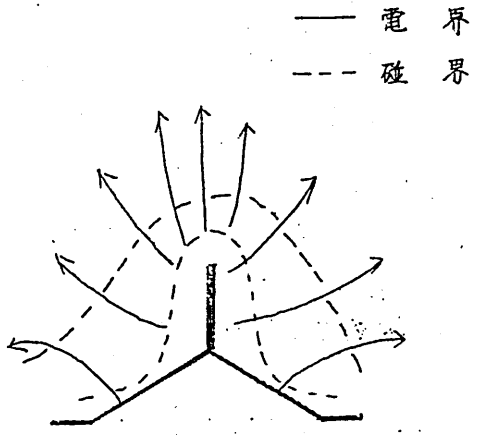


図1-6　Yガイド

図1-5に示すような円筒の中心線をZとする半平面の導体板を有する線路は理論解析が可能で、その基本姿態（TM）の電磁界は、次式で表示される。

$$
\left.\begin{aligned}
E_r &\propto K'_{\frac{1}{2}}(\gamma r)\cos\tfrac{1}{2}\phi \\
E_\phi &\propto K_{\frac{1}{2}}(\gamma r)\sin\tfrac{1}{2}\phi \\
E_z &\propto K_{\frac{1}{2}}(\gamma r)\cos\tfrac{1}{2}\phi \\
H_r &\propto K_{\frac{1}{2}}(\gamma r)\sin\tfrac{1}{2}\phi \\
H_\phi &\propto K'_{\frac{1}{2}}(\gamma r)\cos\tfrac{1}{2}\phi \\
H_z &= 0
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (1\text{-}9)
$$

Y ガイドの場合、円形列が歯形に置換した構造になっているが、歯形からある程度離れた点ではほぼ同じ電磁界になっており、図ノ-6のようになっていると考えられる。

2. 試作表面波線路（Y ガイド）

(1) Y ガイド本体

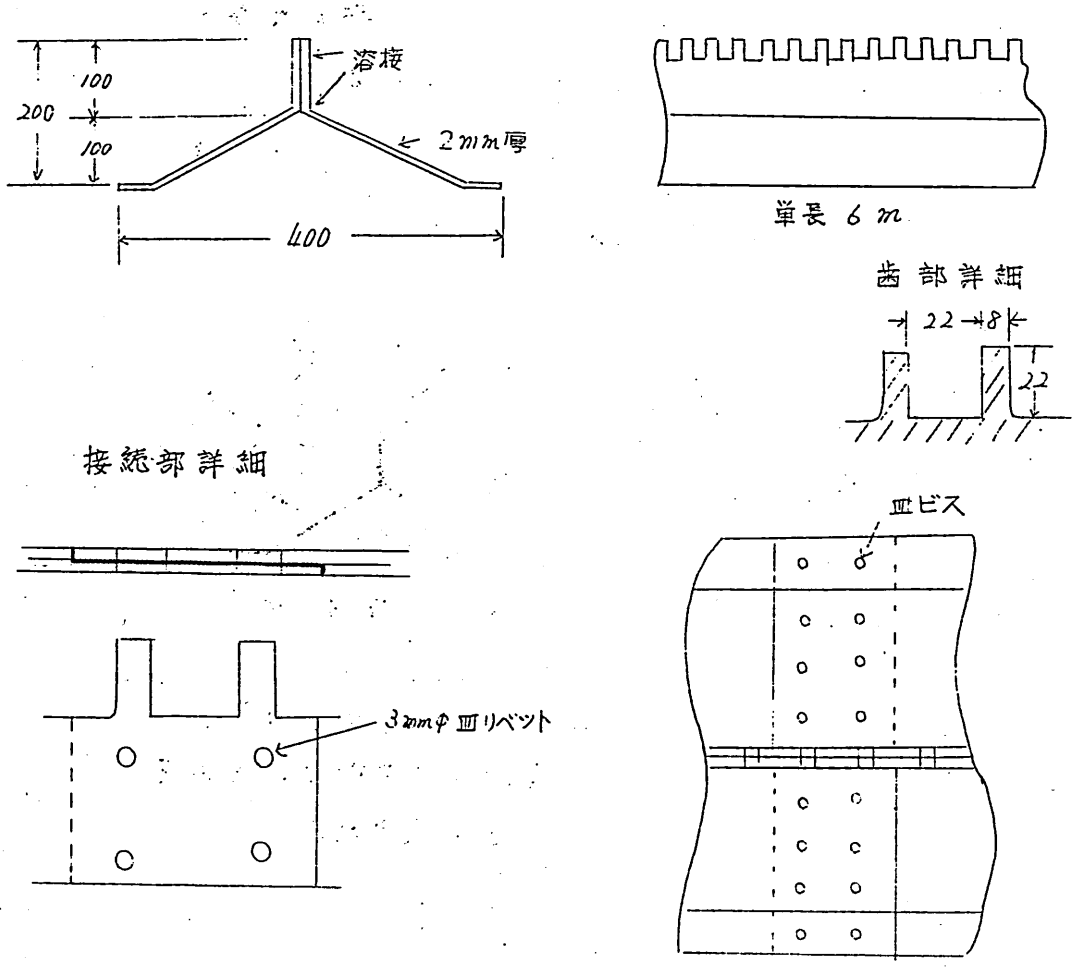


図2-1　Y ガイド構造

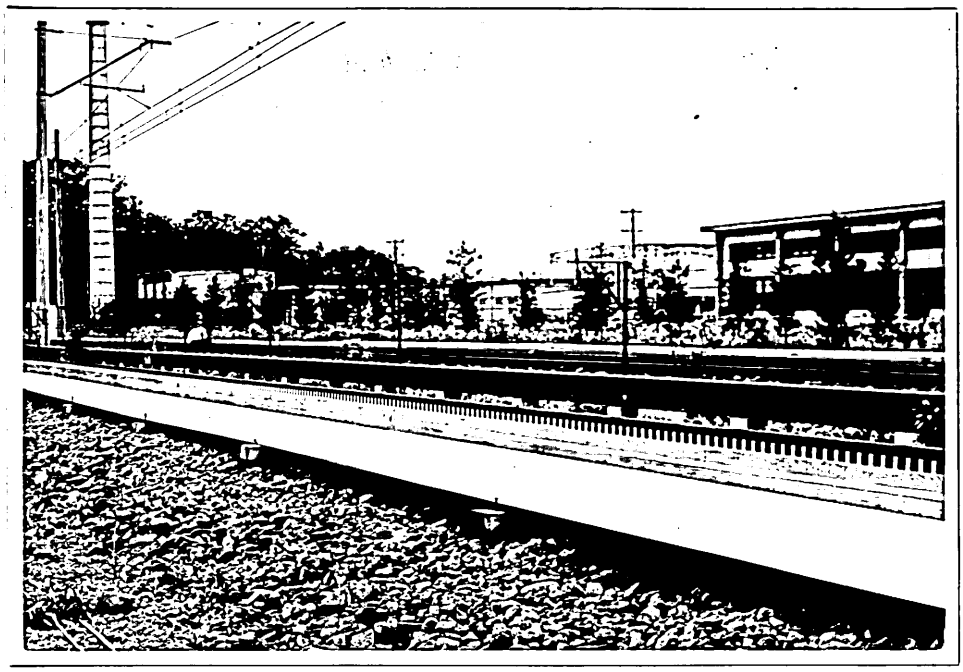


図 2-2　Y ガイド 写 真

(2)　Y ガイド結合器

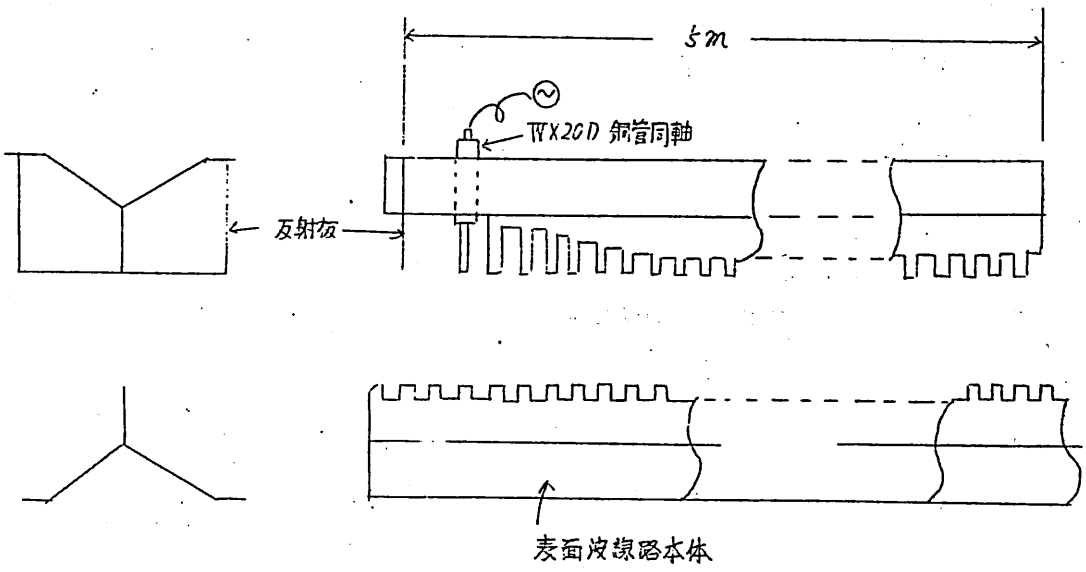
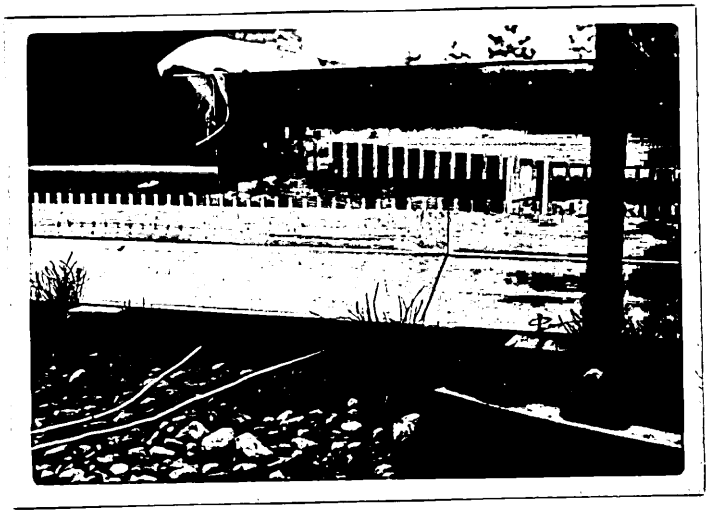


図 2-3　結 合 器 構 造

(a)　全　　景



(b)　励　振　部

図2-4　結　合　器

5mのYガイドを上下逆にして本体と平行に配置し、その一端に銅管同軸からの給電点を設け、給電点付近は整合をとりやすくするために歯型の深さにテーパーをつけている。

3. 表面波線路伝送特性

3-1 減衰定数

約300mのVガイドを直線に地上に布設して、その一端より結合器を経て励振し、線路上で30m毎にアンテナで受信し、そのレベル変化から減衰定数を求めた。

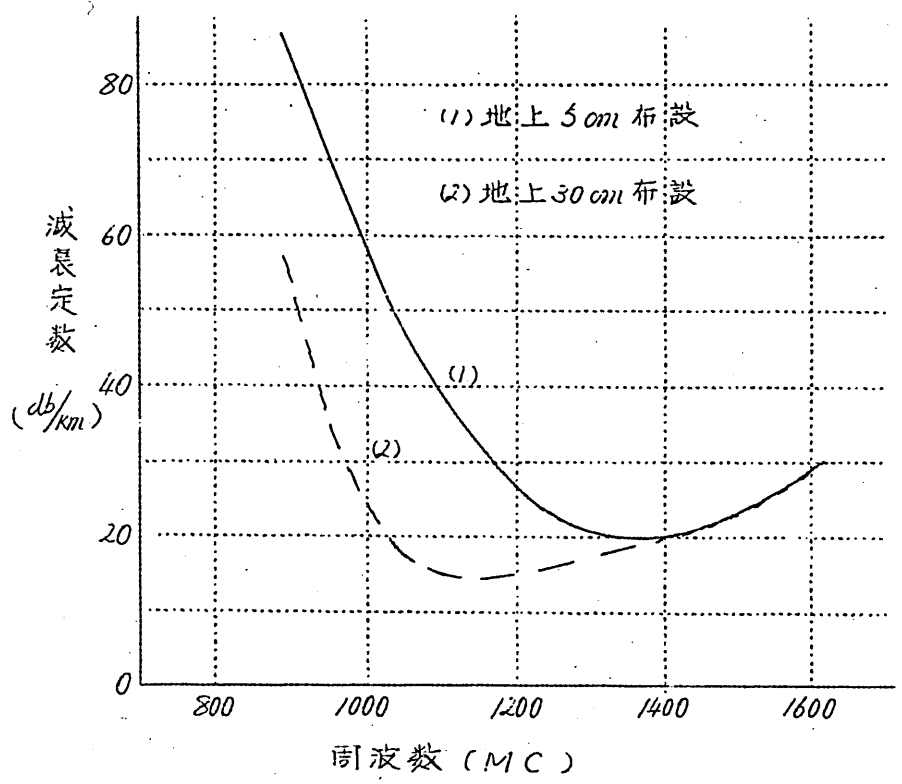


図3-1 減衰定数周波数特性

3-2 波長短縮率

表面波線路上の波長を測定し、自由空間波長との比を求めた。

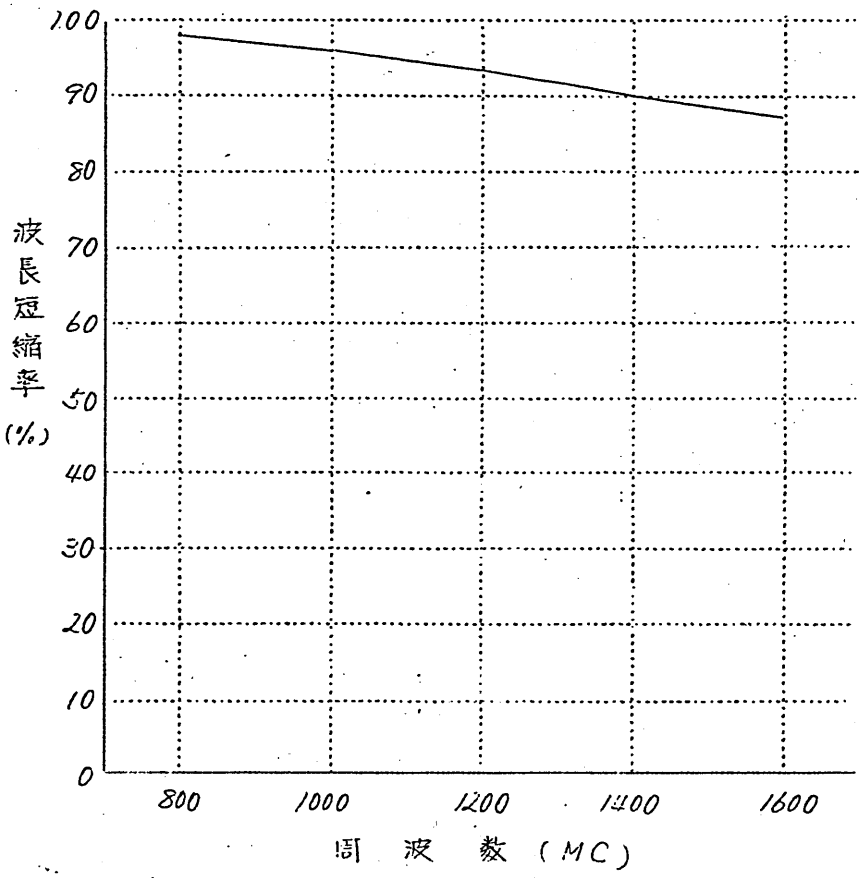
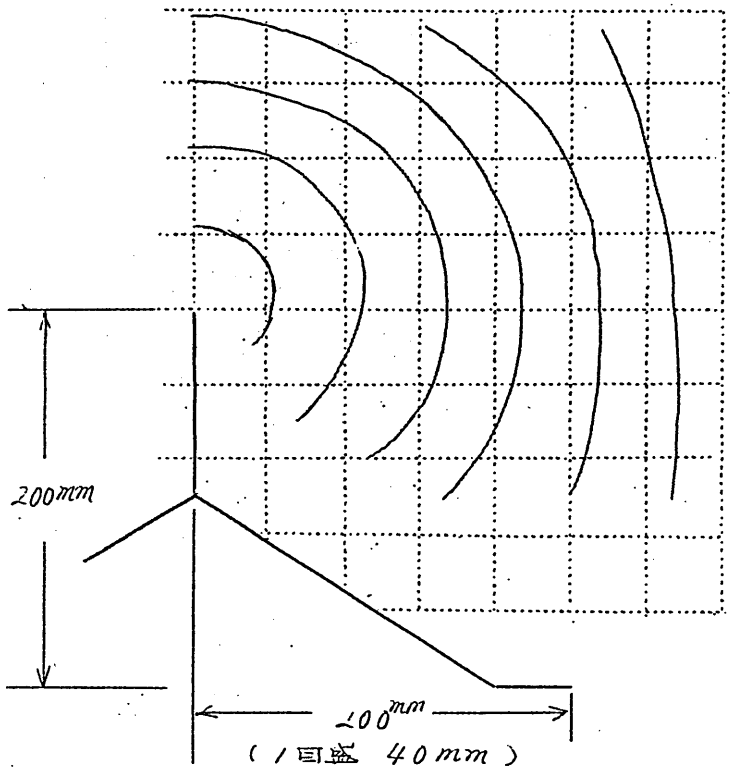


図3－2　波長短縮率

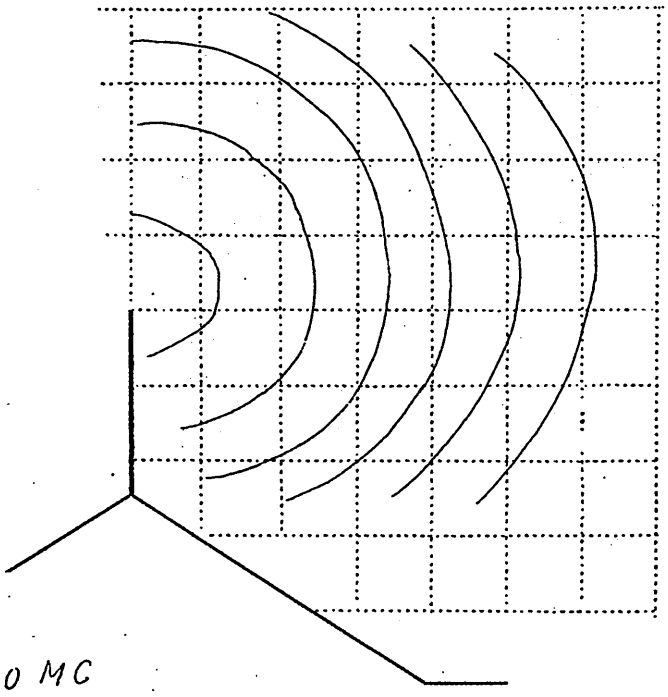
3-3　等電界強度線

表面波線路の電磁界の拡がりを表現する方法は、種々考えられるが、ここでは電界の進行方向方向成分(E_Z)について断面内での等強度線を5db毎に求めた。この線はそのまま伝送エネルギーの強度分布を示すものではないが、集中の程度を知るのには、都合のよいものである。



(1目盛 40mm)

(a) 974 MC



(b) 1110 MC

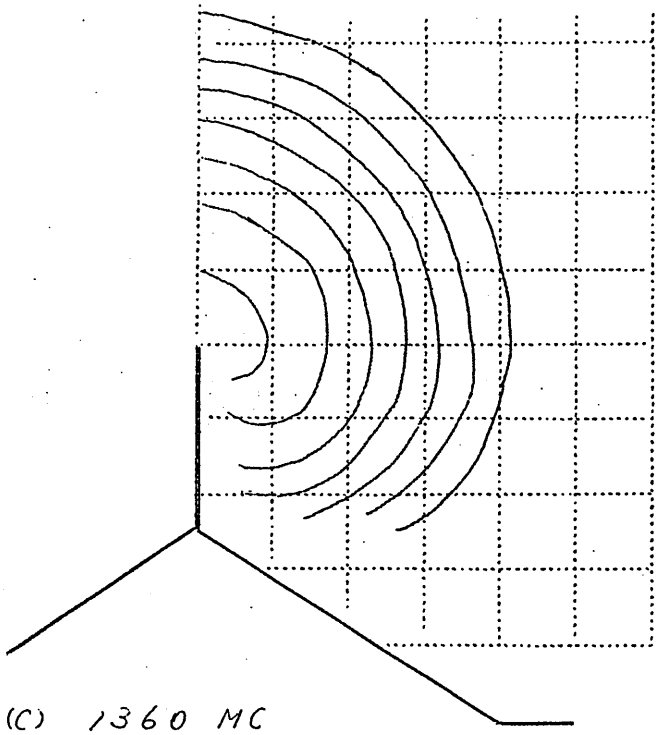


図3-3　電界（Ez）等強度線（各線間のレベル差は5db）

3-4　線路定在波比

３００ｍの線路を電波吸収体で作った無反射終端で終端した状態で、Ｙガイド上の定在波比を測定した。

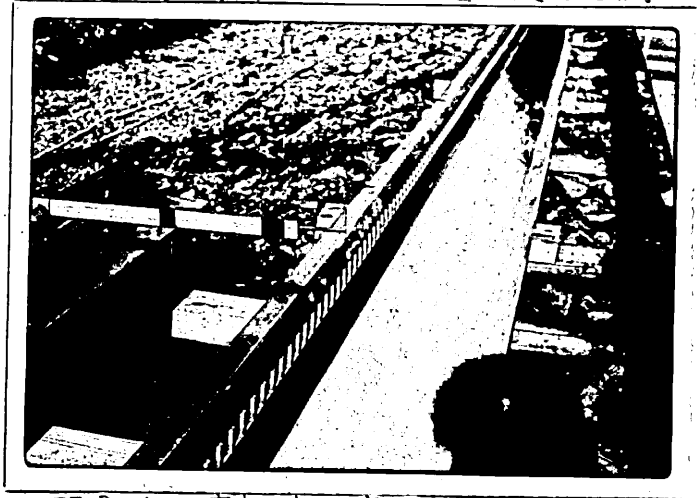
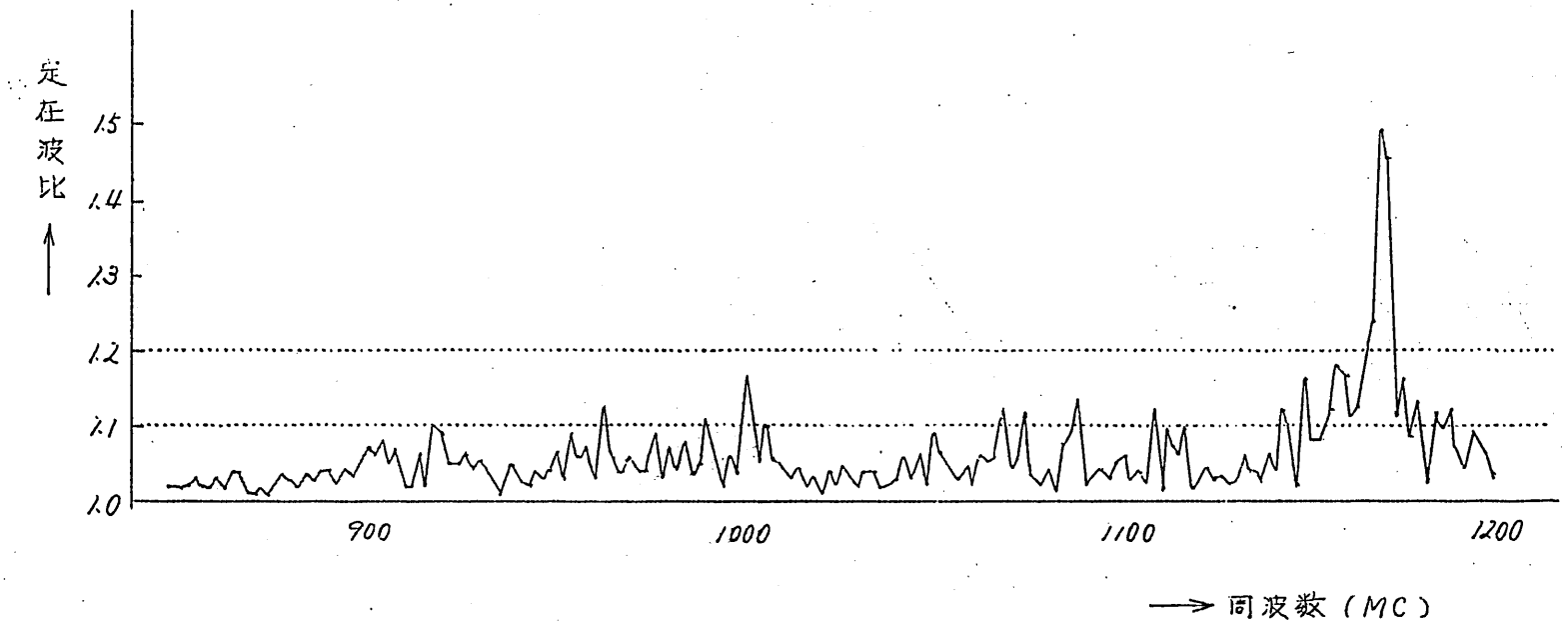


図3-4　定在波測定用アンテナ

図3-5 定在波比周波数特性



4. 結合器電気特性

結合効率は、下図のように主線路に反射板を設けこれを動

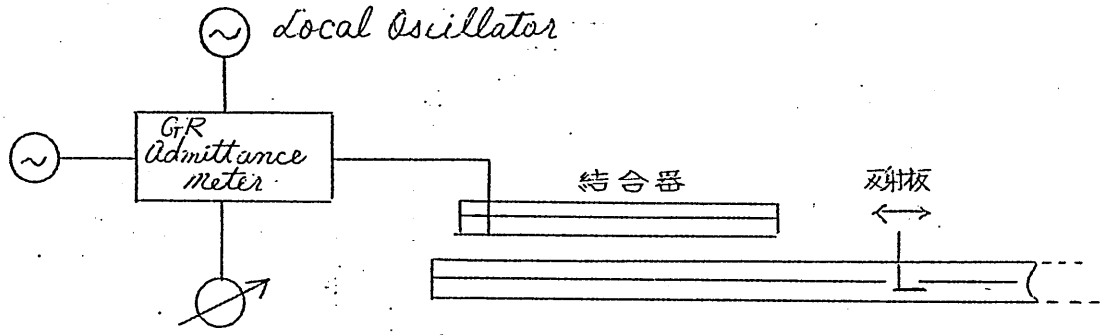


図 4-1　　結合効率測定

かした時のアドミタンス変化をスミスチャート上に描き、その軌跡の半径から求める。

結合器高を変化させながら、その都度入力インピーダンス整合をとって結合効率を測定したのが、図4-2である。これは結合器高の最適値を求めようとしたものである。

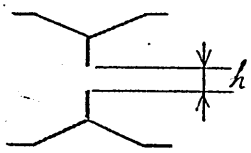
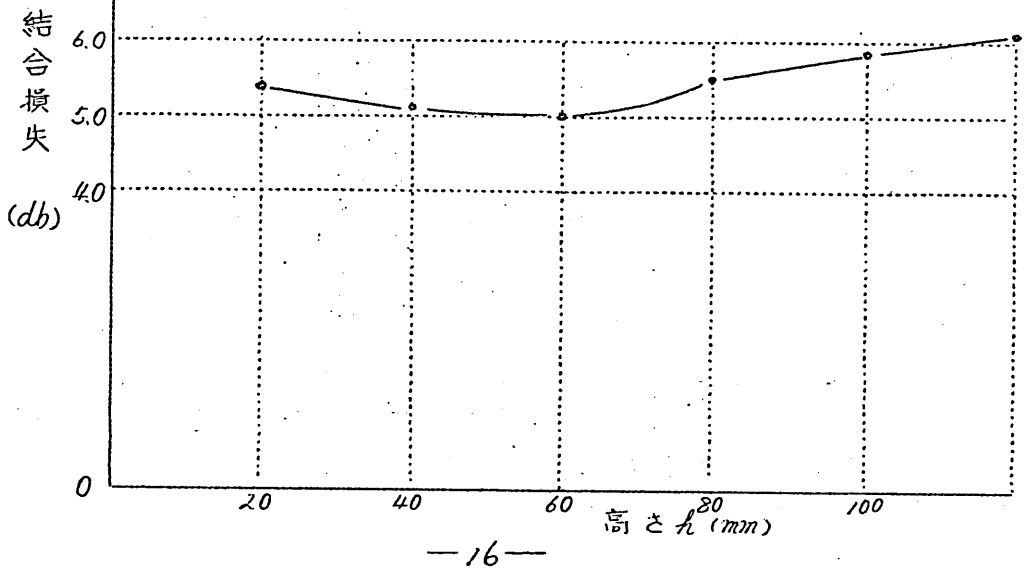
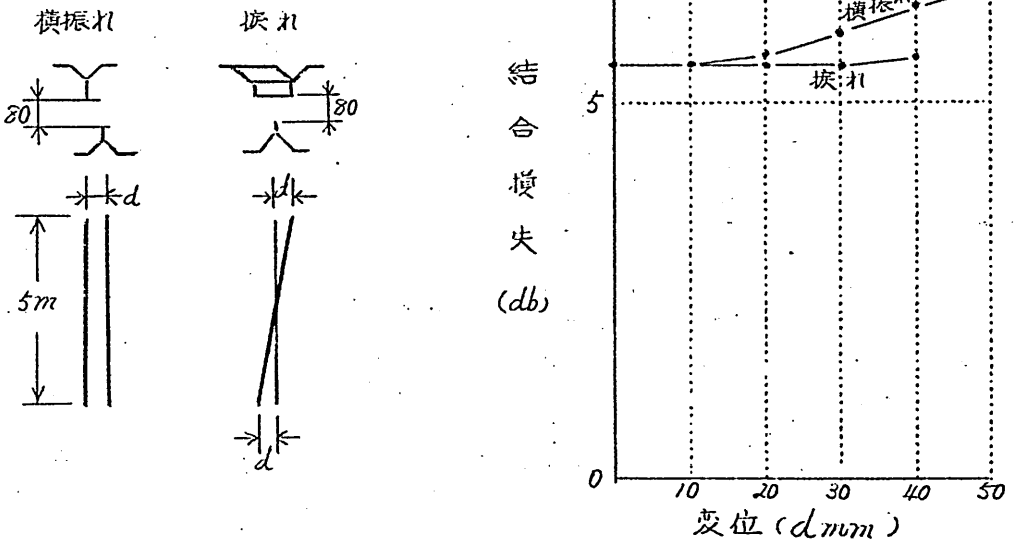


図4-2　結合器高と結合損失（935MC）

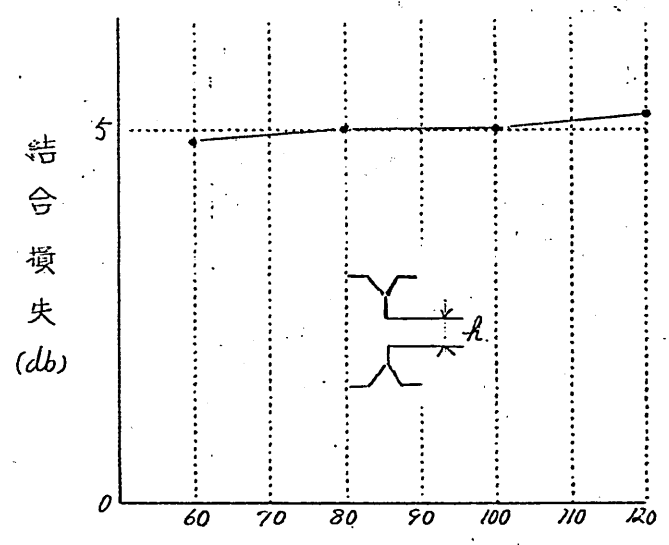


結合器を列車に取付けた場合、列車の振動によって線路本体との相対位置の変動は避けられない。結合器の整合状態は変化させずに、縦、横方向のずれ、水平面内での平行からのずれなどによる結合損失の変化を測定したのが図4-3である。



(a) 横振れと捩れ

いずれも整合は
$d=0$、$h=80$
でとっている。
($f=935MC$)



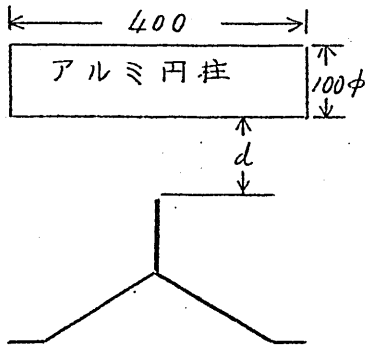
(b) 縦振れ

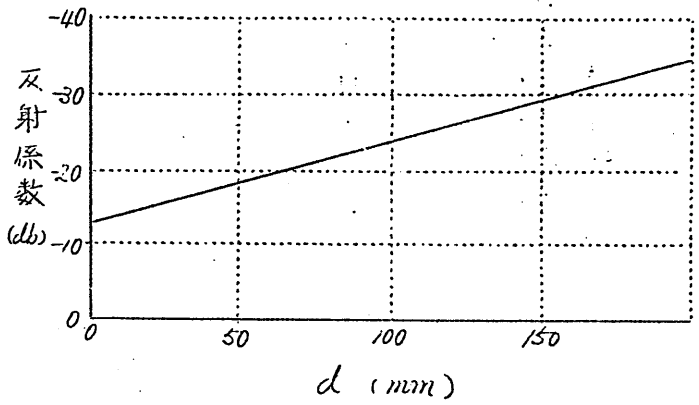
図4-3 結合器位置変動と結合損失

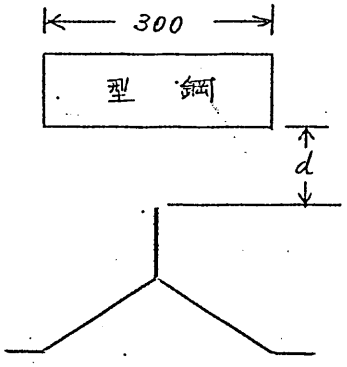
5、模擬障害物による反射

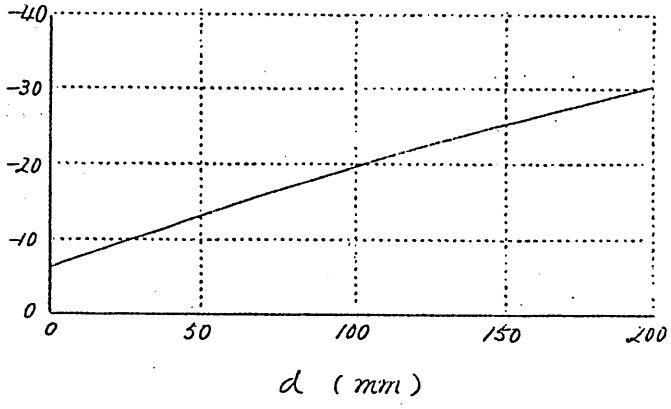
5-1　反射係数

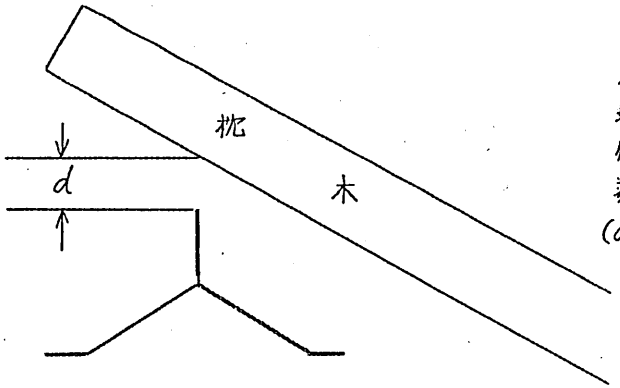
表面波線路に近接して物体があると表面波線路の伝送に対し、不均等点として作用し、反射波を生じる。下に示すのは、各種の近接物体による反射係数である。周波数はいずれも946Mcであり、反射係数は、線路上の定在波比測定、あるいはパルス反射観測によった。

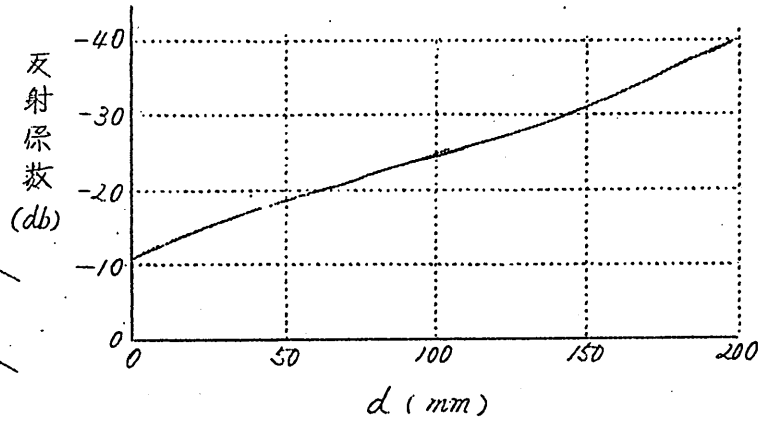


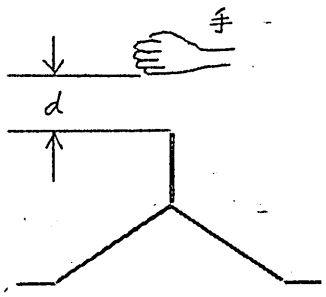












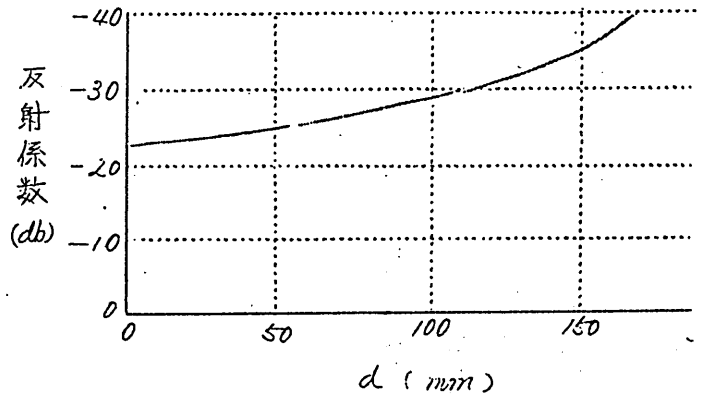


図 5-1　模擬障害物反射係数

5-2　パルス観測

下図の方法で模擬障害物の反射パルスを観察した。

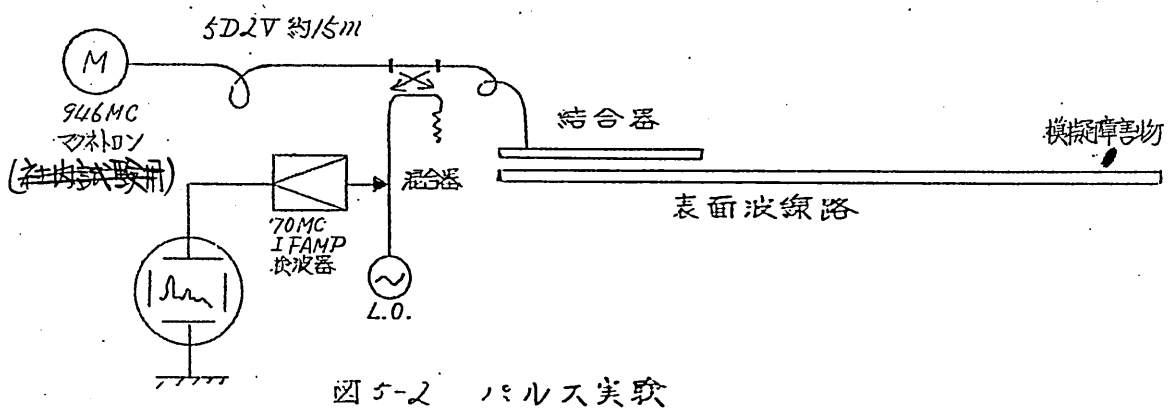


図5-2　パルス実験

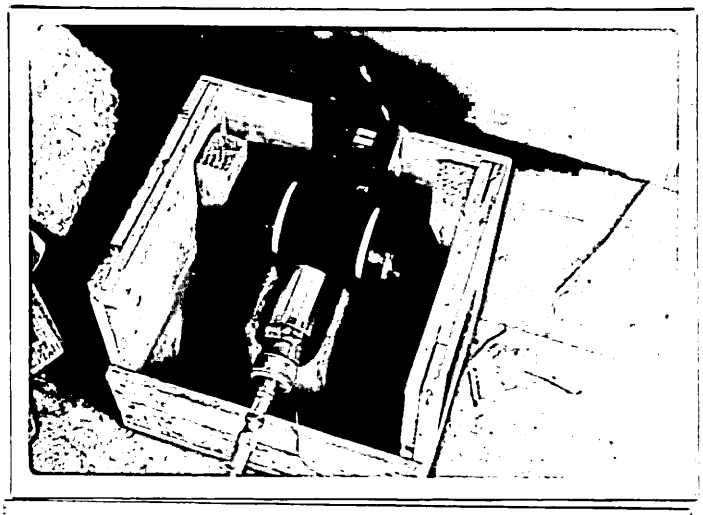


図5-2

マグネトロン
(社内試験用)

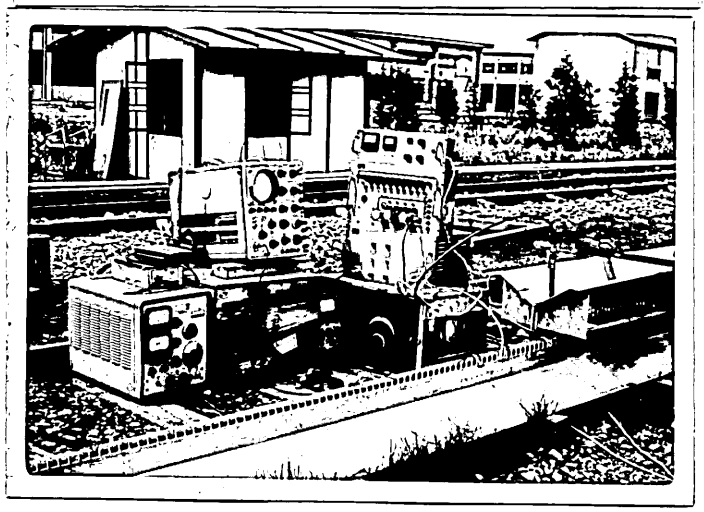
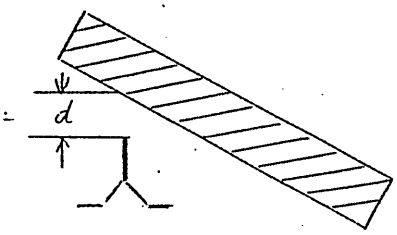


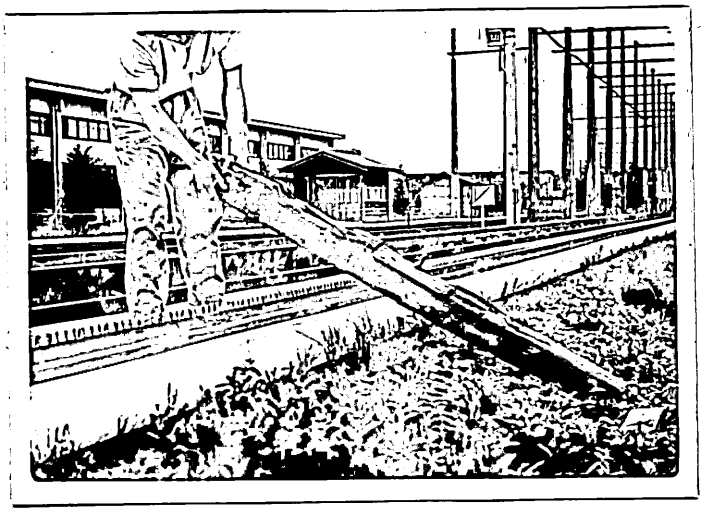
図5-3

パルス受信部

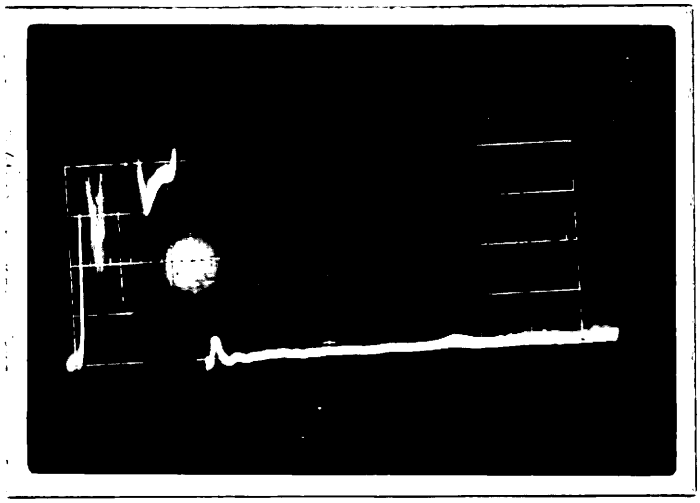
図5-4　枕木の反射

a.　枕木



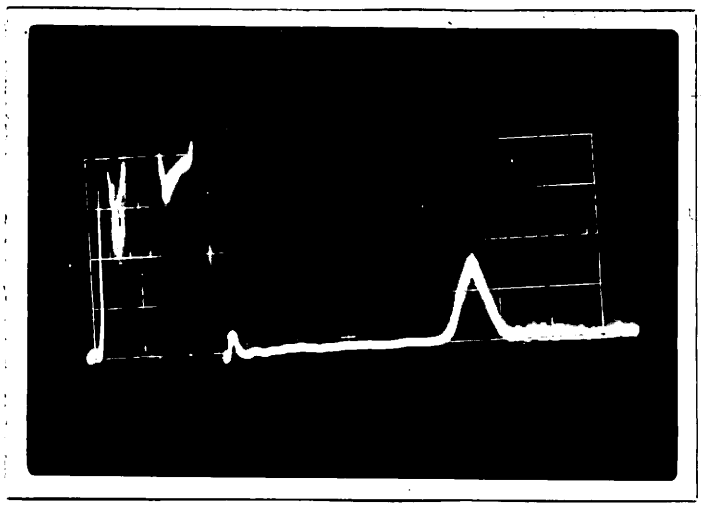


b.　枕木無し



c.　枕木 $d=0$

(-20db)



(d) 枕木

$d = 15cm$

(−29.3 db)

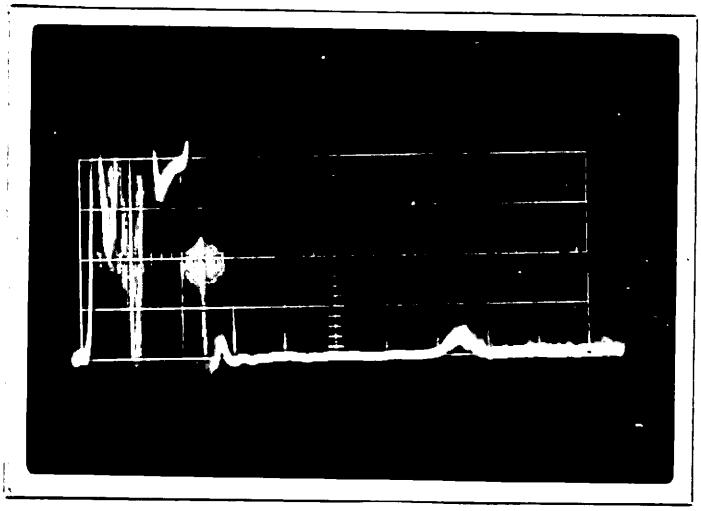
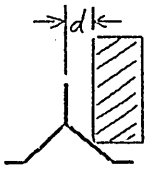


図5-5 アルミ円柱

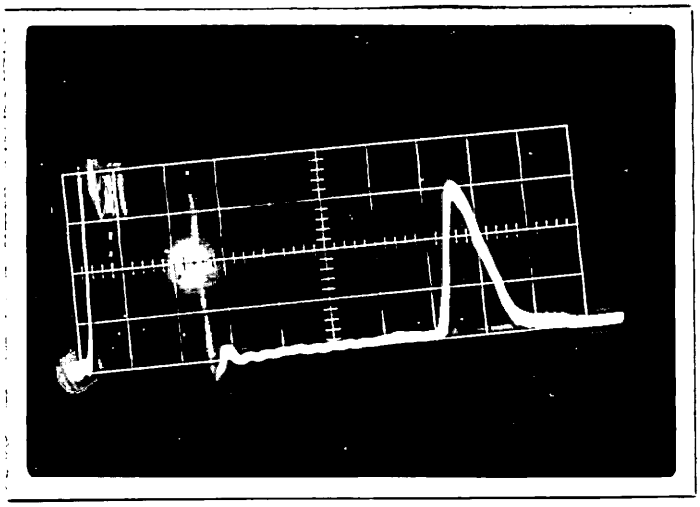
(a) アルミ円柱



(b) アルミ円柱

$d = 0$

(−6.2 db)



(c) アルミ円柱

$d = 15\,cm$

$(-29.2\,db)$

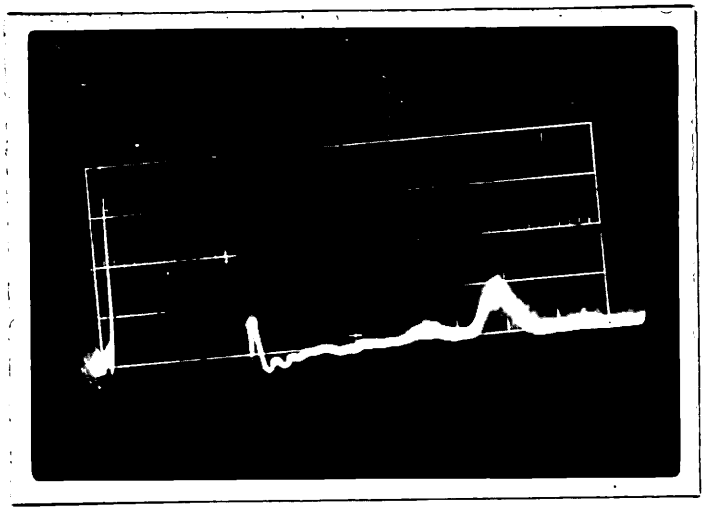
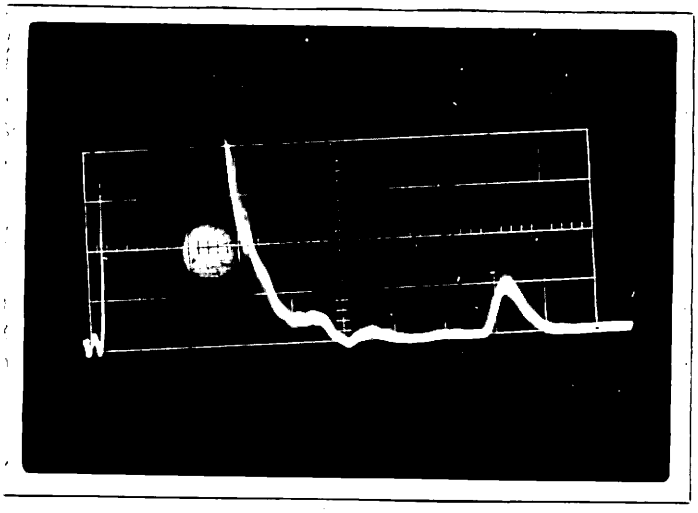


図5-6

(a) 手



(b) 手をつけた状態

6. 結　言

本実験は、実用形態の線路として最初のものについてであるが、この実験によって当初目標としていた特性が得られることがわかった。

減衰定数は、地上高 5 cm の場合 1350 MC で 20 db/km であるが、900 MC 近辺で最適の設計を行えば、20 db/km 以下になりうることが充分予想される。また線路の不均等反射は、パルス観測によれば −40 db 以下であり、実用上問題ないと思われる。

結合器は結合損失 6 db 程度のものは容易に得られ、しかも相対位置変動の影響は非常に小さいことが分った。

障害物の探知可能範囲は、材質、大きさによって異なるが実験の結果からみると、金属体では歯形から 15 ～ 20 cm 人体や木材では 10 ～ 15 cm 程度までと考えられる。

この実験では、主として電気特性について検討を行ったが今後は温度伸縮、機械強度、材質、などを考慮した実用線路の開発が必要である。

最後にこの研究に当り、終始御指導頂いている鉄道技研前宮技師、栗田氏に謝意を表します。

輻射科学研究会、第 2.3.4 部会資料

5Gc フェライト形無限移相器

昭和３７年６月３０日

（於　三菱電機株式会社）

三菱電機株式会社

喜連川　隆
中原昭次郎
近藤輝夫

5Gcフェライト形 無限移相器

喜連川　隆
中原　昭次郎
近藤　輝夫
（三菱電機株式会社）

1. まえがき

移相量を同一方向に連続的に変化しうる移相器としては、従来、回転形移相器[1]が用いられてきた。しかしこの形の移相器は、円形導波管の一部を管軸のまわりに機械的に回転させる必要があるため、移相速度に制限があり、とくに移相加速度が小さいことが欠点である。

この点を改善するため、フェライトを使った回路を用いて構成したのが、ここに述べるフェライト形無限移相器である。この移相器は、フェライト移相器とフェライト・スイッチとを適当に組合わせて得られるが、種々の形式があり、それぞれ特長をもっている。

以下、各形式の無限移相器について列記し、そのうち、実際に製作したもの２種の特性について述べる。

2. フェライト形無限移相器の使用例

この章ではフェライト形無限移相器がどういう個所に用いられるかを示すために、数例について述べる。

2.1 空中線のビーム走査[2]

数台の空中線を図１に示すように接続し、右端から給電する場合、各移相器の移相量が零

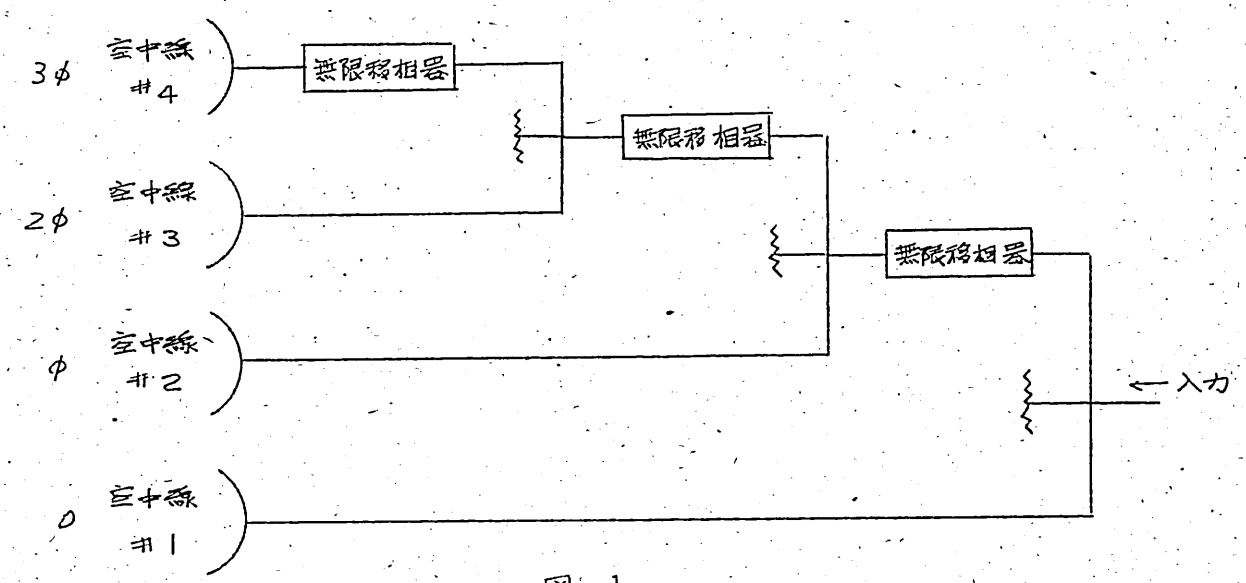


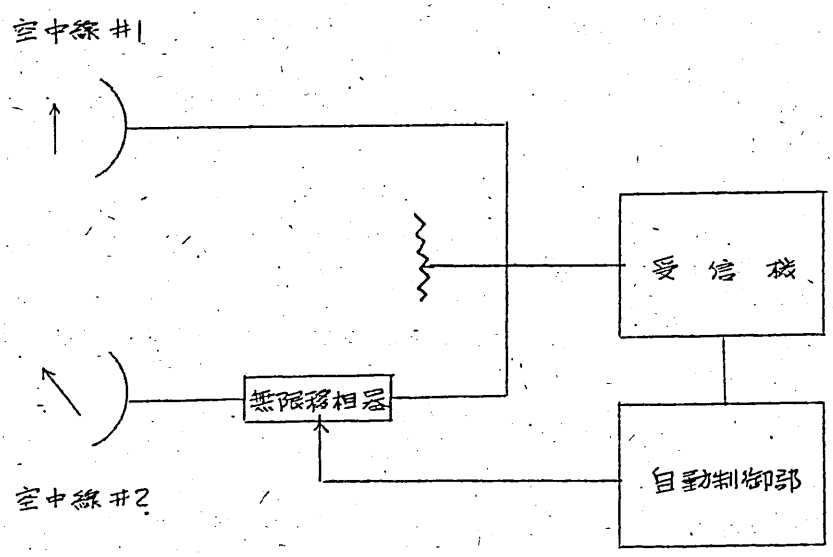
図　1

のとき　各空中線の位相が合っているとすると，各移相器の移相量がφのとき　#1の空中線の位相を基準と採ると，各空中線の位相は　図示の通りとなる．したがって，φを時間とともに変化することによって　放射ビームを走査することができる．

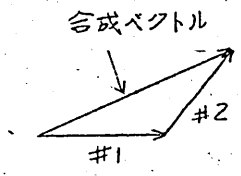
この空中線系を　ダクトによって発生する多重波の測定に用いるため，多重波が到来したときに空中線のビームを走査して得られるパターンを連続的に記録する場合には，移相器としては0度から　無限大まで同一方向に連続して移相量が変ることが必要となる。

2.2　スペース・ダイバシティ方式の位相合成[1]

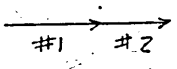
通信回線のフェージング対策として用いられている　スペース・ダイバシティ方式において，各空中線からの受信電力を図2のように合成する場合，これら受信電力の位相が一般に異っているため，合成ベクトルは図2(b)のようになり　最大出力を得ることができない．



(a)



(b)



(c)

図　2

とくに二つの受信ベクトルが等振幅、逆位相の場合は 合成ベクトルが零となり、通信回線は瞬断する。これを防ぐため 図2(a)に示すように、自動制御機構を用い、同図(c)に示すようにいつも同位相で合成するように、移相器の移相量を制御する方法が考えられる。この場合も、二つの受信波ベクトルの相対位相の変化に応じて、瞬断することなく 連続して移相量が変ることが必要である。 またこのときは かなり速い応答速度が要求されるので、回転形移相器より フェライト形の無限移相器の方が望ましい。

2.3 セロダインへの応用[3]

移相器によって 単位時間当り $\phi = 2\pi f$ の割合で位相を変化させると、透過電波の周波数が f だけ変化する。これを可能に使用するのが セロダイン検波である。この場合も有限の移相器を鋸歯状電流で働らかせると、鋸歯状電流のフライバックによって不要側帯波が発生する。これを抑制するには、無限移相器の使用が必要である。

3. フェライト形無限移相器の種類と動作原理

フェライト形無限移相器は フェライト移相器と フェライト・スイッチとを組合せ、二つの分岐路または 二つの伝送姿態の向を交互に切換えることによって、不連続な同一方向に位相を変化していくものであるが、これらの組合せ方に種々の方式が考えられる。 以下順を追って、種類と動作原理とについて述べる。

3.1 透過形無限移相器

これは フェライト移相器を透過形として使用するものであり、以下に述べる諸形式が考えられる。

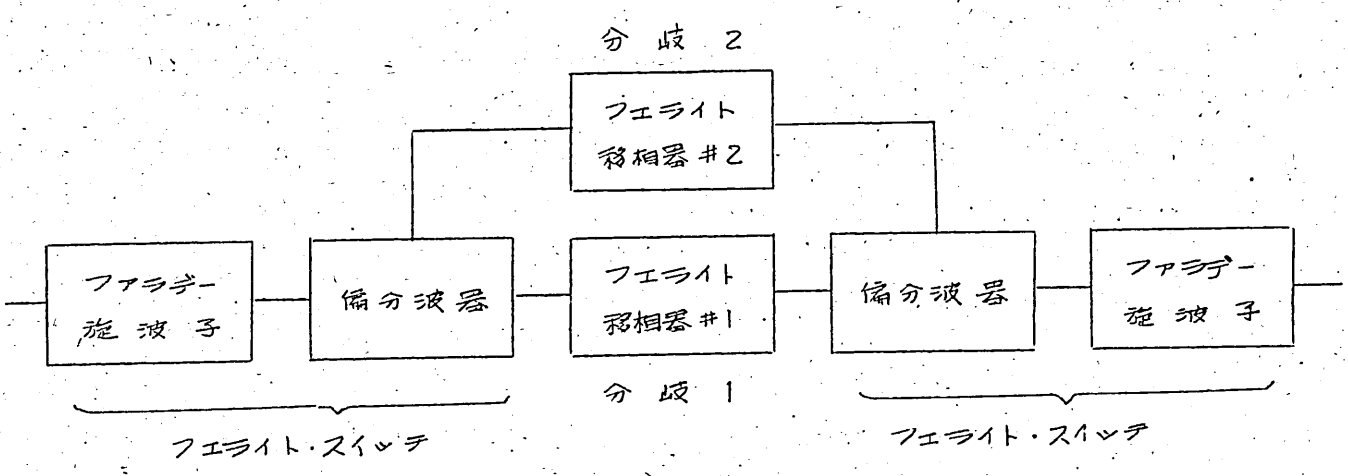
3.1.1 分岐路切替方式

3.1.1.1 2個のフェライト移相器を用いる場合。

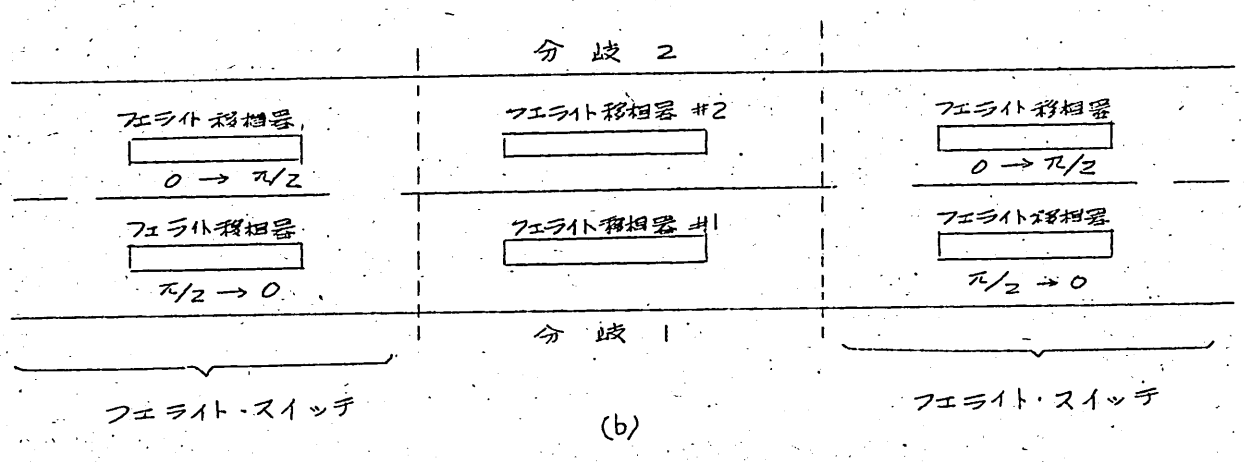
この場合の無限移相器の例を図3(a),(b),(c)に示す。 このうち、図3(a)を例にとって動作原理を説明すると次のとおりになる。

2個の フェライト移相器はともに、0から180度まで 移相量が変化しうるようにしてあり、ファラデー旋波子と偏分波器とを組合せたフェライト・スイッチにより、電波の回路を分岐1と分岐2と交互に切替えるようにしてある。

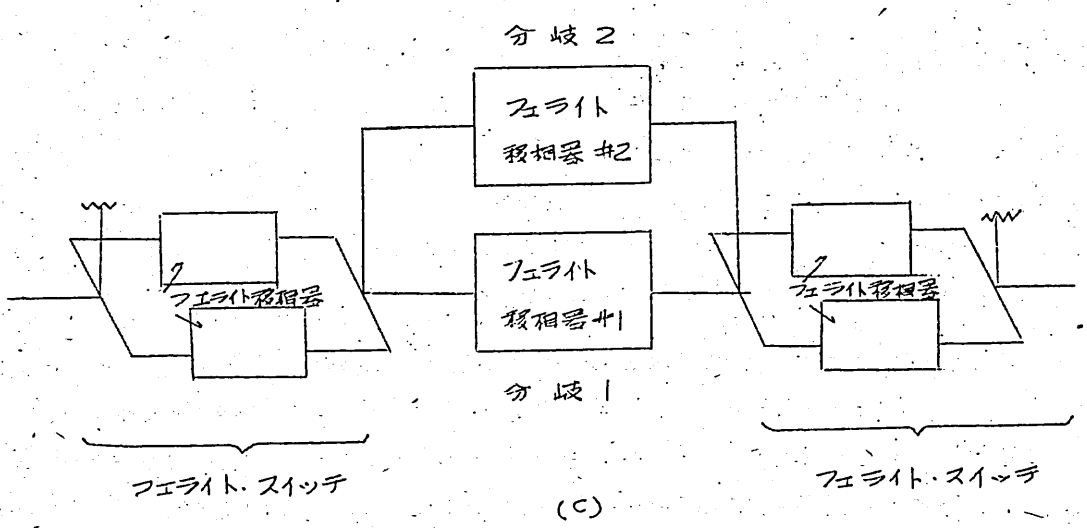
いま2つの移相器の移相量がともに零の状態で、導波管の長さ または定移相器によって、分岐1と分岐2との電気長の差を180度の奇数倍になるようにしてあるとすると、これを含めて #1の移相器は 0から180度、#2の移相器は180度から360度までの移相を受け持つことになる。 このようにすると 2個の移相器を励磁する三角波電流をたがいに逆相とし、移相量が0または $n \times 360$ 度、および180度または $(2n+1) \times 180$ 度 ($n = 0, 1, 2, \cdots$) のとき フェライト・スイッチを働らかせて、#1, #2両移相器に交互に電波を通すことによって、


分岐 2
フェライト
移相器 #2
ファラデー
旋波子
偏分波器
フェライト
移相器 #1
分岐 1
偏分波器
ファラデー
旋波子
フェライト・スイッチ
フェライト・スイッチ

(a)


分岐 2
フェライト移相器
0 → π/2
フェライト移相器 #2
フェライト移相器
0 → π/2
フェライト移相器
π/2 → 0
フェライト移相器 #1
フェライト移相器
π/2 → 0
分岐 1
フェライト・スイッチ
フェライト・スイッチ

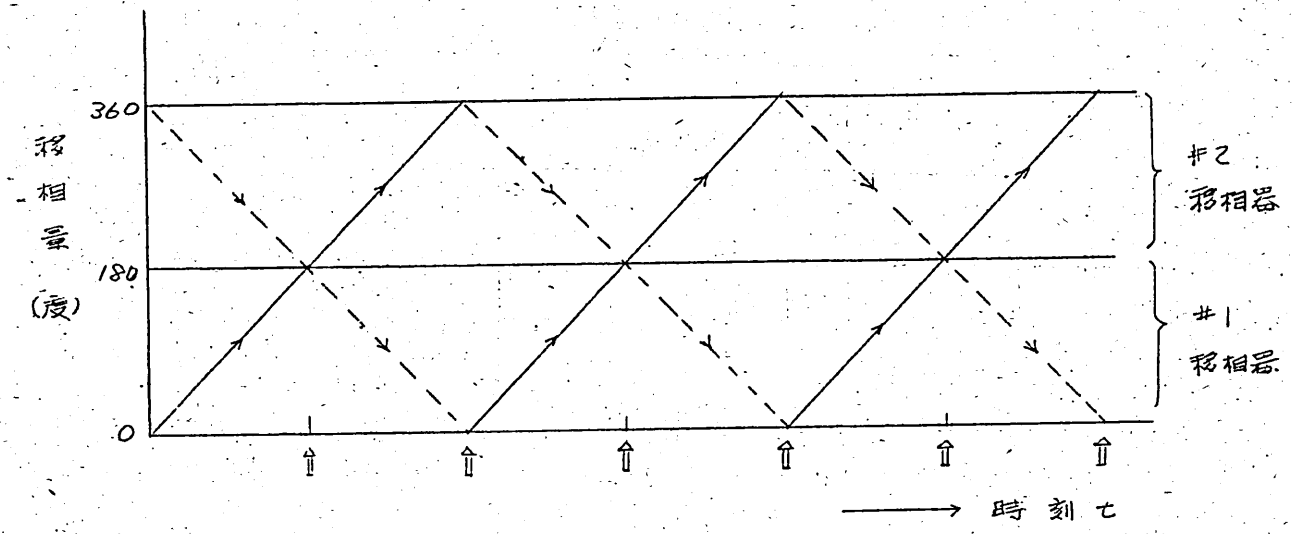
(b)


分岐 2
フェライト
移相器 #2
フェライト移相器
フェライト
移相器 #1
フェライト移相器
分岐 1
フェライト・スイッチ
フェライト・スイッチ

(c)

図 3

全体の移相量を0から無限大まで連続的に変化させることができる．この様子を図4に示す．



——— 電波の通っている時間
- - - - 電波の通っていない時間
⇧ はスイッチの動作する時刻

図　4

この無限移相器では　フェライト・スイッチが動作しつつある間も，電波は両方の分岐を分流し，両分岐の移相量の差が　2πで　あるため，出力側のスイッチで入力と同じ出力になるように合成される．したがって切替時においても電力の変動なく連続した位相変位が可能となる．

図3 (b), (c) の動作原理も (a) と全く同様である．(b) では フェライト・スイッチとして　2個の ショート・スロットの ハイブリッド回路と フェライト移相器とを組合せたものを用いてあり，同図(c)では 2個の マジック T と フェライト移相器とを組合せたものを用いてある．

この3種は 無限移相器としてもっとも基本的な形式であり，一般には2個の移相器の移相変化量が 180度ずつである必要はなく，1個が 0から ϕ_m まで，他の1個が ϕ_m から 360度まで（$0 < \phi_m < 360$ 度）移相変化すればよい．　ただ，温度特性，周波数特性を考えたときは，同じ移相器を両分岐に入れた方が有利である．

3.1.1.2　1個の フェライト移相器を用いる場合

これは図3に示した3種のすべてに適用されるが　同図 (a) に相当する例についてのみ説明する．

図5に示すように，分岐1には　0から 360度まで移相が変化しうる移相器を

挿入したものである．この場合は前節の ϕ_m が360度になった場合で，移相器の励磁電流は鋸歯状電流であり フライ・バックの期間だけ分岐2に電波を通すことになる．

この方式はフェライト移相器が1個ですむ利点はあるが 温度特性の点で不利である．

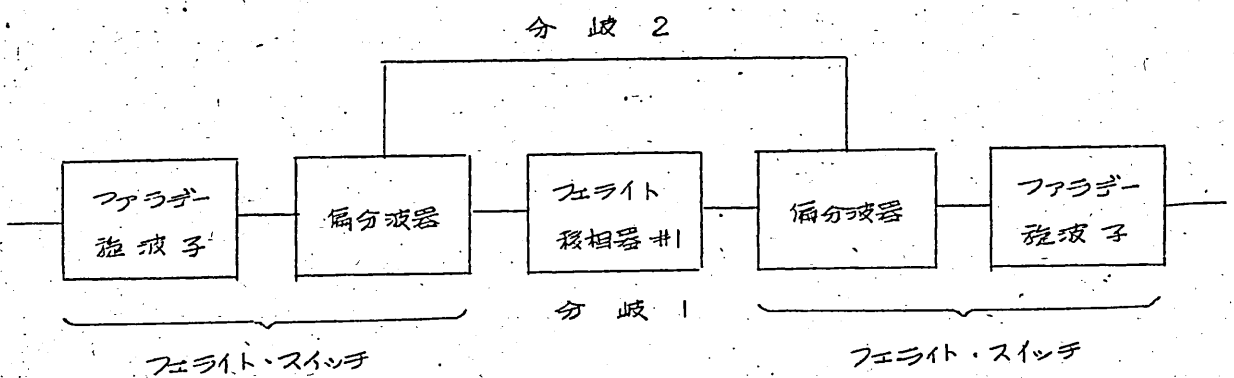


図 5

3.1.2 伝送姿態切替方式

上述の分岐路切替方式では 空間的に別々の2個の分岐回路を設けて，この両者を切替えていたのであるが，ここに述べるのは 一本の導波管を用い その中を伝送する互に結合のない二つの姿態を利用するもので その構造を図6(a)に示す． この場合は二つの伝送姿態は左旋，右旋の円偏波である． ファラデー旋波子によって，偏波面を90度回転させることにより，1/4波長板通過後の円偏波の回転方向を逆転させることができる． したがって，ファラデー旋波子と1/4波長板とでスイッチを構成することになる．

円偏波移相器は 印加直流磁界 H_{DC} の方向を一定とすれば 左旋円偏波と右旋円偏波とで移相の符号が異り 一般には移相量対 H_{DC} の傾斜を同じではない．その模様を図7に示す．

いま図6(b)の最上段に示すように，ファラデー旋波子の磁化電流 I_{DC} が I_0（偏波面を右回りに45°回転させる）のとき，左旋の円偏波が生じるようにしておき，直流磁界を図示の方向に印加していくと この場合は 負の円偏波に相当するので 実効 μ すなわち μ_- は1より大きくなっていくので，移相器通過後の電波の位相は遅れていく．この通過波は図示のように 出力側の1/4波長板で直線偏波になり，ファラデー旋波子で偏波面が回転して通過される．このようにして，図7の H_0 まで直流磁界を増加していき，移相量が ϕ_m になったとき ファラデー旋波子の磁化電流を $-I_0$ として，偏波面を左回りに45度回転させ，円偏波の回転方向を逆転させると，そのときの各部における電界の模様は 図6(b)の最下段のようになる．すなわち，伝送姿態を切替えた途端に，円偏波移相器を通過する電波が正の円偏波になるので，図7に示すように円

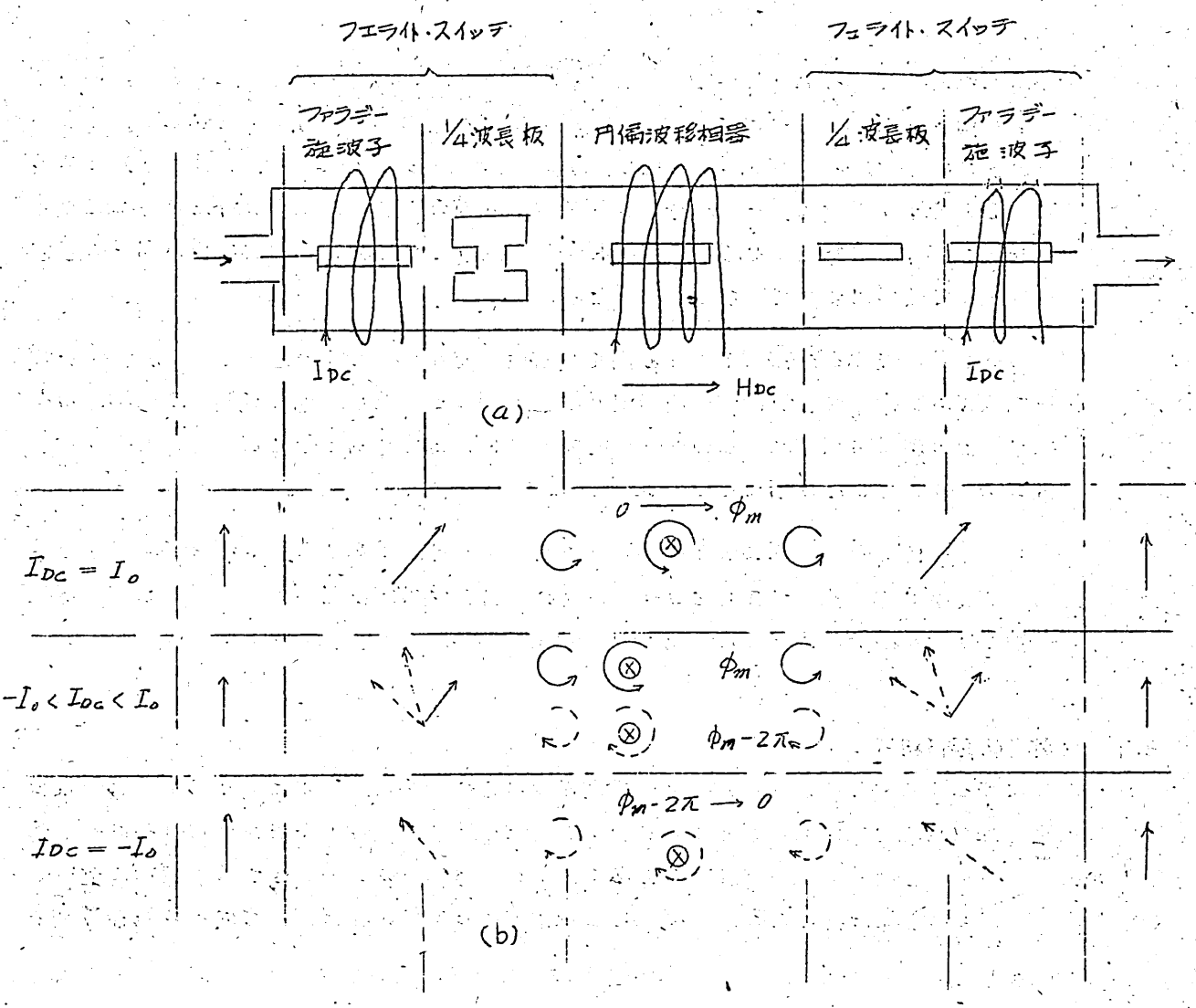
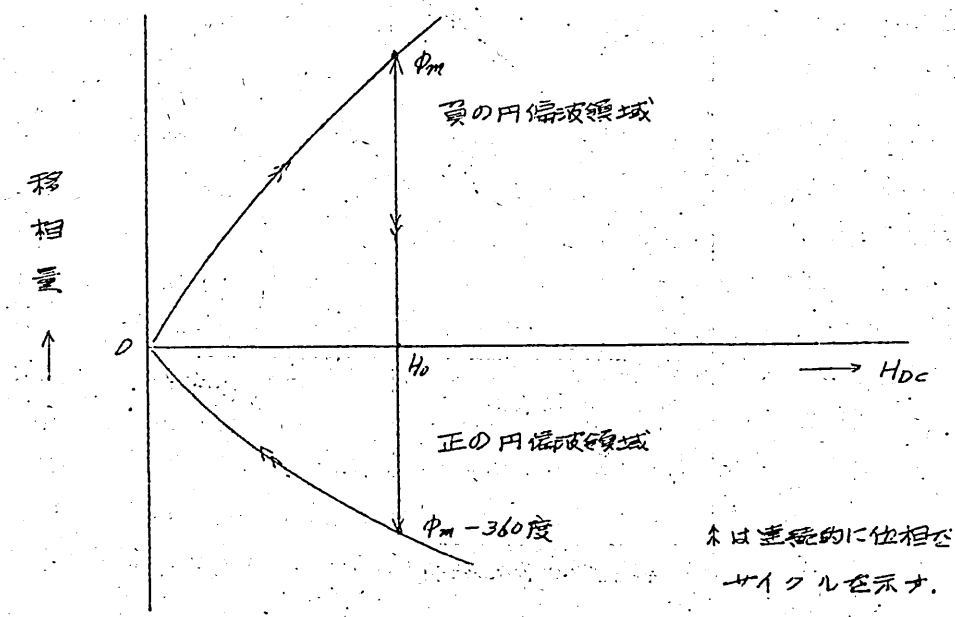


図 6

○ 入力側からみた電界の向き
および回転方向を示す.

○ ⊗は印加直流磁界の方向を示す



※は連続的に位相を回らせるときの
サイクルを示す.

図 7

偏波移相器の移相量は $\phi_m - 2\pi$ となる．したがって切替えたことによる移相量の不連続は生じない．つぎにこの状態で円偏波移相器の印加直流磁界を減していくと図7の下の曲線に沿って移相量が変化し，$\phi_m - 2\pi$ から0（$\phi_m \to 2\pi$ に相当）に達する．ここで再びファラデー旋波子によって円偏波の正負を切替え，H_{DC} を増加して移相量を ϕ_m まで変化させる．この過程をくり返すことによって，移相量を同一の方向に連続して無限に変化させることができる．

ファラデー旋波子を切替えている間の模様は図6(b)の真中に示してあるとおりで，円偏波移相器の中を正負両方の円偏波が通過することになり，両者が同一の位相になる結果，出力側で合成され，回転された電界ベクトルは入力側と変化なく，したがって透過電力の変動なしに切替えることができる．

このようにして姿態切替えによる無限移相器が可能であり，1本の円形導波管で済むのが長所であるが，現在のところ特定のよい円偏波移相器が得にくく，とくに零磁界近辺での挿入損失が大きくなり易いのが難点である．

3.2 反射形無限移相器

これはフェライト移相器を反射形として使用するものである．一般にフェライト移相器の移相量対磁化電流の関係は図8に示すように直線的でなく，挿入損失を小にするため短かいフェライトを使って動作電流範囲を広くとると，移相量の大きいところで飽和に近ずくため，直線性は非常に悪くなる．移相器を反射形として用いれば，一方向への移相量は半

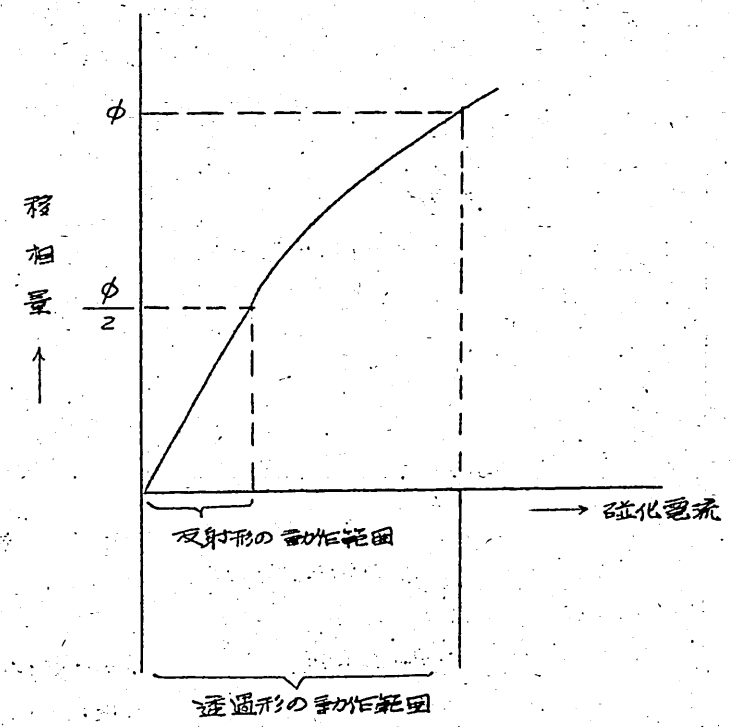


図 8

分ですむので，図8のように，電流範囲を導波形に比し　半分以下にすることができ，同時に直線性のよいところだけを使用することができる。　これが反射形を用いる利点である。反射形無限移相器を得るためには、前章で述べた導波形の分岐路切替方式に使用している。

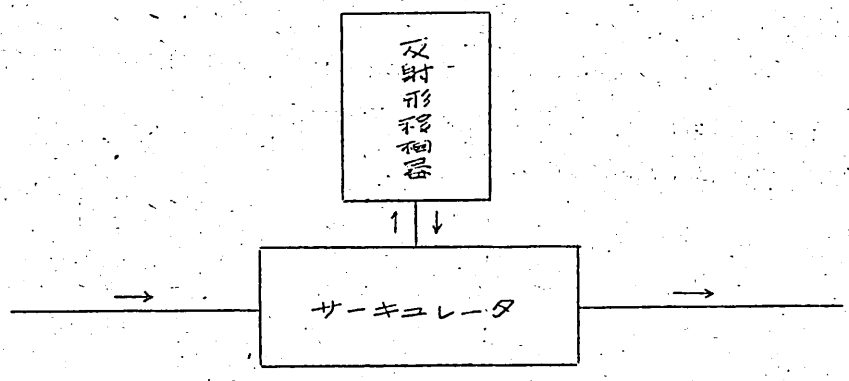


図　9

導波形移相器の代りに，図9のようなサーキュレータと反射形移相器とを組合せたものを用いればよく，導波形の各形式に対応したものが考えられる。したがって個々の説明は省略し，ここではシュライト・スイッチとして　切替作用とサーキュレータ作用とを同時に有するものを用いた場合のみについて述べることとする。

3.2.1　分岐路切替方式

この方式の一例を図10に示す。同図で入出力側の偏分波器と移相器側の偏分波器とは，軸方向に関して　45度の角度をなしている。

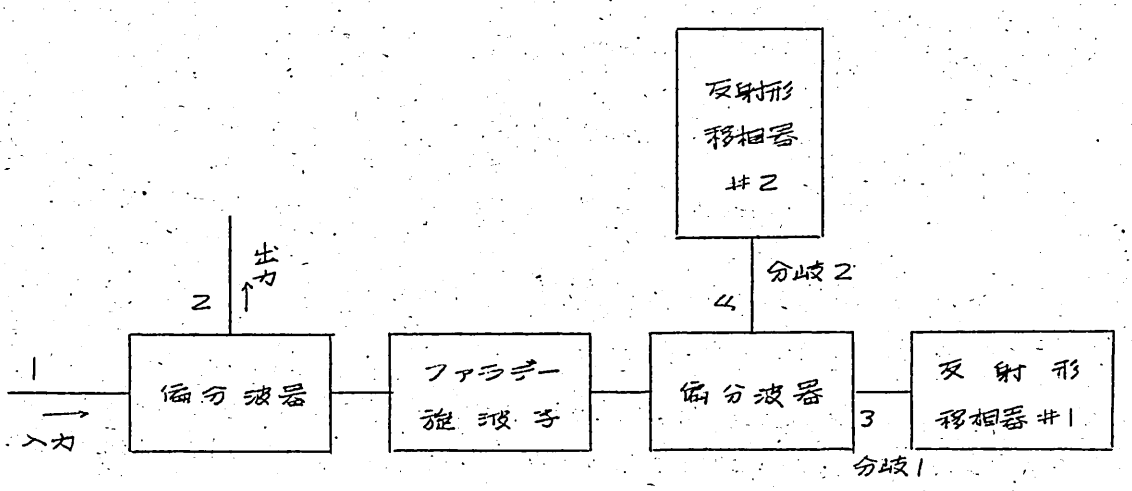
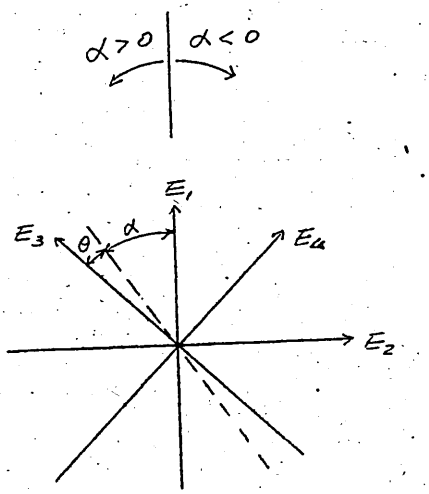


図　10

いま1からの入射波がファラデー旋波子によってある方向に45度偏波面を回転されて分岐1に進むとすると，反射してきた波は再びファラデー旋波子によって同一方向に45度偏波面を回転されるので，入射波の電界と90度の角をなすことになり，偏分波

器の2より出て行くことになる。つぎにファラデー旋波子の回転方向を逆にしても，分岐2を往復してやはり2から出て行く。このようにファラデー旋波子は切替作用と同時にサーキュレータ作用をも同時に有することになる。この場合無限に移相を変え得る動作は，透過形のときと同様であるが，ただ，スイッチの切替え中の操作は次のようになる。

ファラデー旋波子と2個の互いに45度の角度をなす偏分波器とを図10のように組合せた4端子対回路において，入力側からみた各端子対の電界の向きが図11の関係にあるとすると，次の2式が成立する。



$\theta = 45 - \alpha$

図・11

$$\begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

上式で θ はファラデー旋波子の回転角を α としたとき $\theta = 45 - \alpha$ で表わされ，$0 \leqq \theta \leqq 90$ 度の間を変化する。

いま，図10で端子3，4から反射形移相器側をみたときの反射係数をそれぞれ $\dot{R}$，$\dot{R}'$ とすると，入力端子1から単位入力を入れたとき，各移相器を往復して端子対2から透過する出力の電界 E は次のようになる。

$$E = \dot{R}\cos\theta \cdot (-\cos\theta) + \dot{R}'\sin\theta \cdot \sin\theta = -\dot{R}\cos^2\theta + \dot{R}'\sin^2\theta \qquad (3)$$

θ が0または90度のとき，E は $-\dot{R}$ または $\dot{R}'$ で表わされることになり，これは切替後一方の分岐のみを電波が往復する状態に相当する。

式(3)において $\dot{R}' = -\dot{R}$ とすると

$$E = -\dot{R} = \dot{R}' \qquad (4)$$

となり，θ に無関係に一定であるので，切替時における透過波の連続性が得られる。

このように反射形においては $\dot{R}' = -\dot{R}$ が切替時に必ず満されねばならないので，2個の移相器の印加磁界対移相量の傾斜が等しいときには ともに0から180度までの移相範囲を有することが必要となる。

以上の例は 図3(a)に対するものであるが，図3(b)，(c)に対応する反射形無限移相器もフェライト・スイッチ部の2個の $0 \rightarrow \pi/2$ のフェライト移相器のかわりに，一方は $0 \rightarrow \pi/2$ のフェライト可逆移相器，他方をジャイレータにすることによって，上述のものと同様に実現し得る。

3.2.2 伝送姿態変換方式

この方式を反射形にして用いる場合も，図6の透過形の入力側矩形円形変換器を偏分波器にかえることによって，図12に示すような構造の無限移相器が得られる。動作原理は前節の分岐路切替方式と全く同様であり，切替時の透過波の連続性を保つために，円偏波移相器の動作範囲は図13に示すようにすることが望ましい。

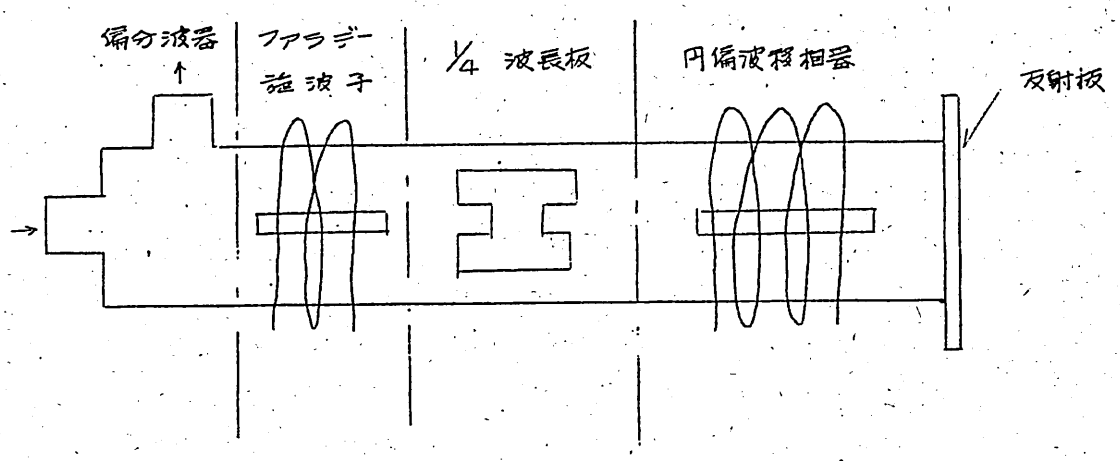


図 12

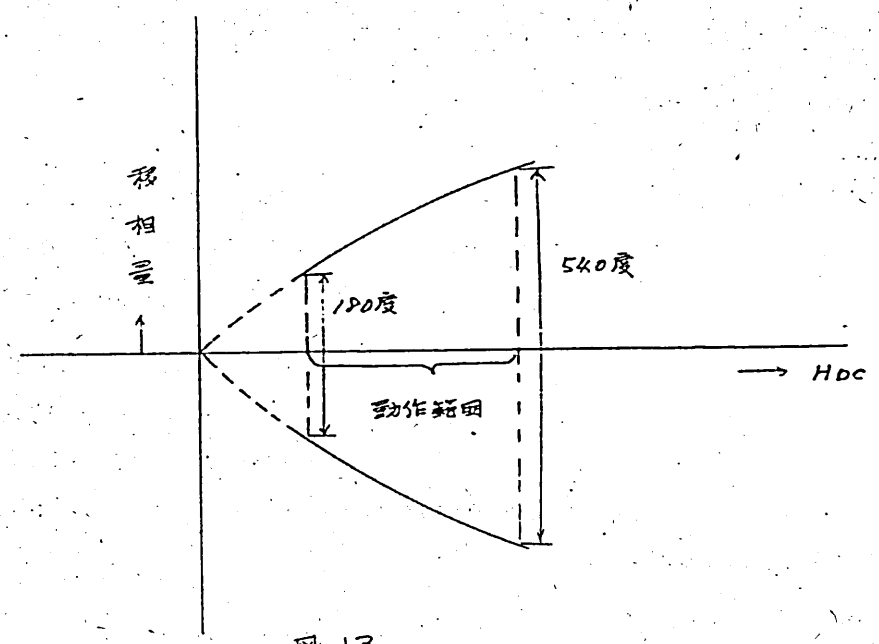


図 13

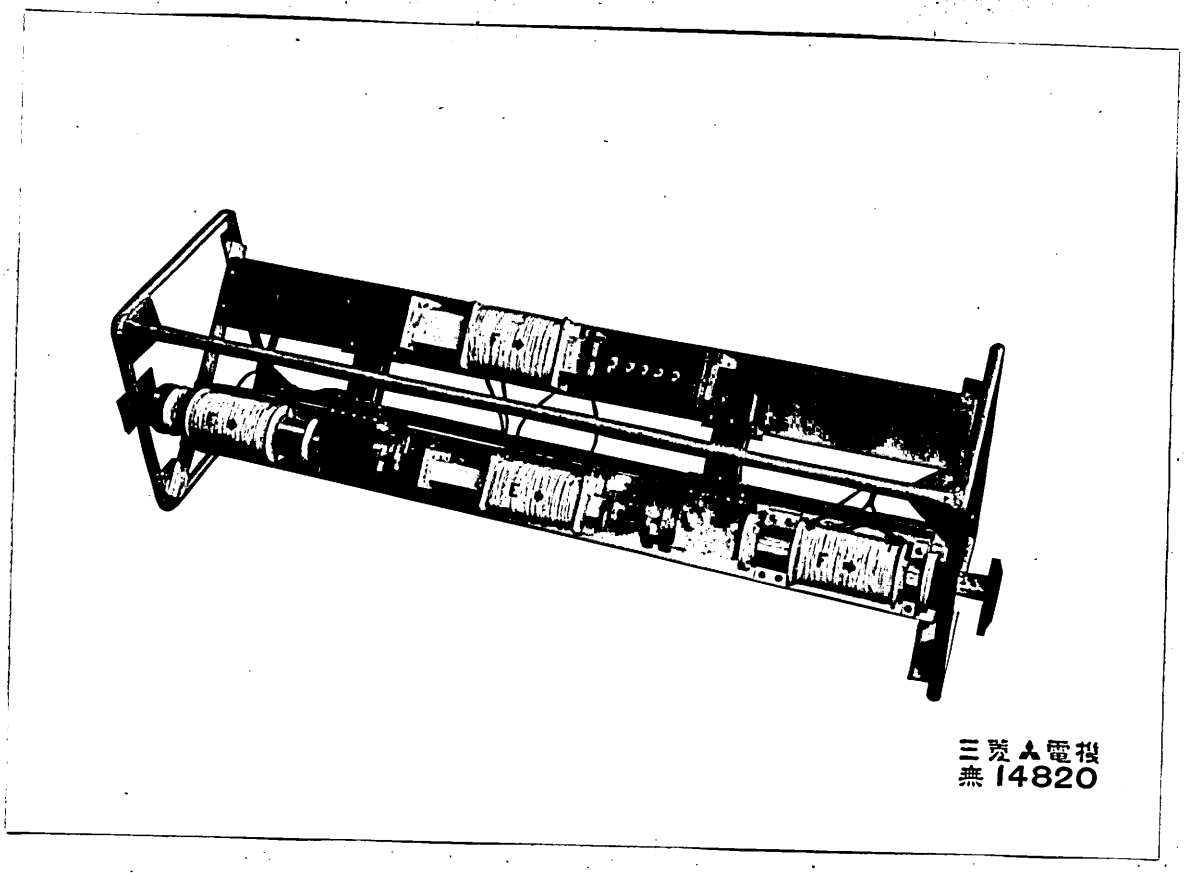


図 14

4. フェライト形無限移相器の実施例

4.1 通過形無限移相器の特性[4]

通過形のうち 図3(a)に相当するものを製作したが、その写真を図14に示す。フェライト移相器としては、挿入損失が小さく、能率のよい Reggia-Spencer 形を用いた。使用周波数は 5.005 Mc であるが、現在の都合上 導波管は 6.000 Mc帯用の WRJ-6 を用いた。

フェライト移相器単体、フェライト・スイッチ単体および総合特性は下記の通りである。

(1) フェライト移相器単体

挿入損失 : 0.6 dB以下 、 移相の温度特性 : 0.4度/°C

VSWR : 1.2 以下 、 移相対磁化電流の直線性 : ±1.5度

移相量変化時の損失の変化 : 0.3dB 以下

(2) フェライト スイッチ単体

挿入損失 : 0.8dB以下 、 直交成分発生量 : −32dB 以下

VSWR : 1.05以下 、 スイッチング時間 : 4m sec.

(3) 無限移相器としての総合特性

挿入損失 : 2.3dB以下 、 切替時の不連続 : 5度以下

VSWR : 1.05 以下 、 位相変化の速度 : 18.000度/sec.

無限移相器の移相量、挿入損失、および VSWRの磁化電流に対する特性の一例を図15に示す。

上記特性のうち、挿入損失は 5.005 Mc に対し 6000 Mc の導波管を使用しているので相当大きいが、WRJ-5を用いれば 大幅に減少し得る。 また今回の無限移相器は移相器およびスイッチの導波管に何ら手を加えていないので、スイッチング時間を長く、位相の変化の速度も遅いが、これは薄膜導波管またはスロット入り導波管を用いることによって改善し得る。[5]

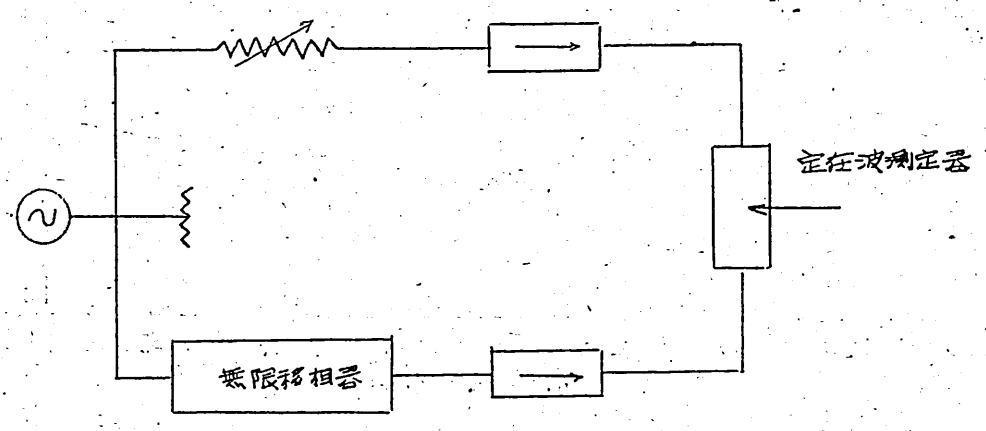


図 16

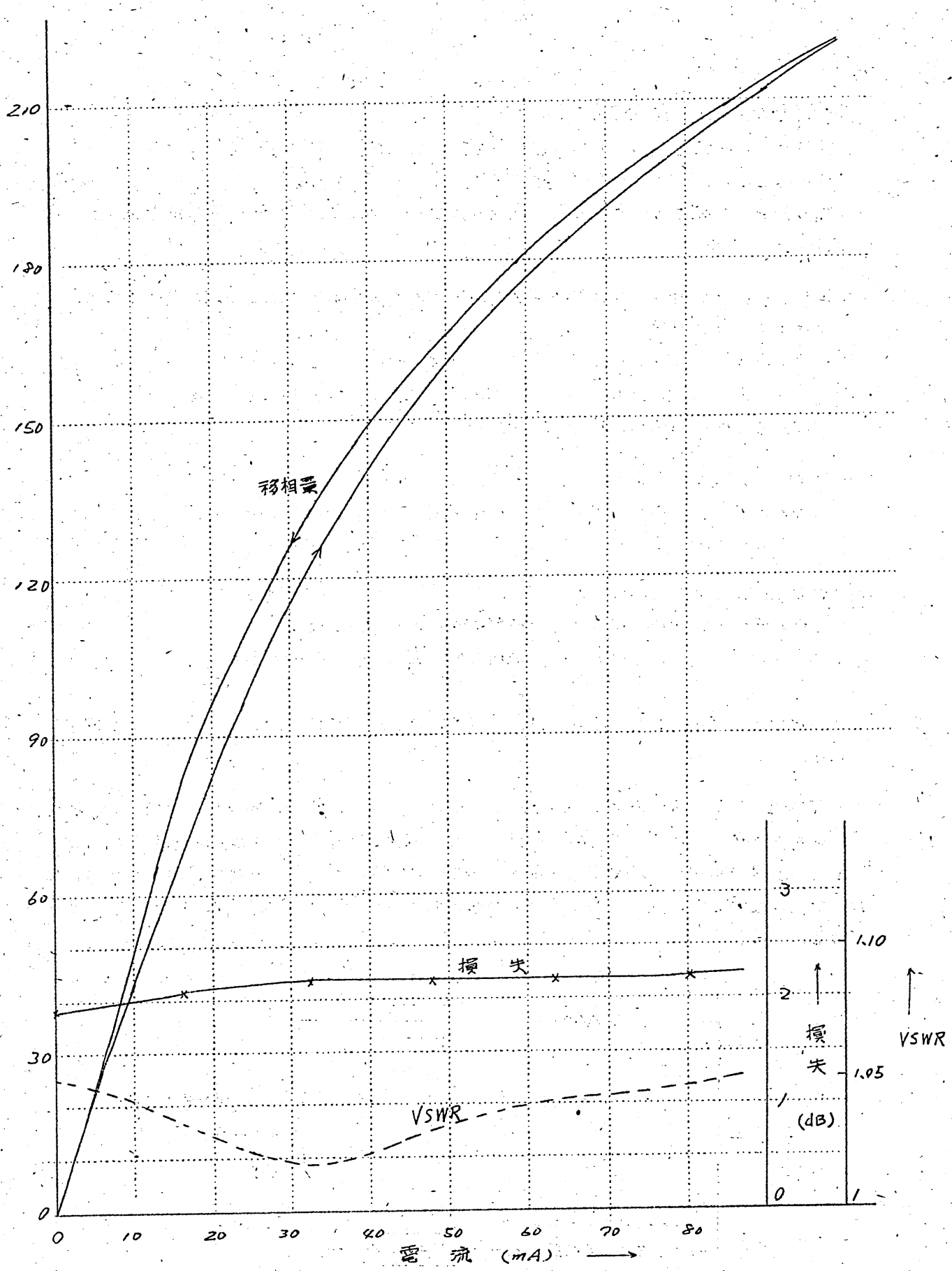


図15　遅延形フェライト無限移相器の特性

この無限移相器の動作状態を観測するために　図16に示す回路を用いる。ブリッジの両分岐の通過電力を等しくすれば、定在波測定器のところには完全な定在波が立つことになる。その状態で無限移相器を働かせれば、定在波は一方向に移動することになり　固定された定在波測定器のプローブからは連続した定在波が観測されるはずである。　その観測波形の一例を図17に示す。　透過形移相器の直線性が悪いため、波形はかなり歪んでいるが、連続して移相量が変化していることが分かる。

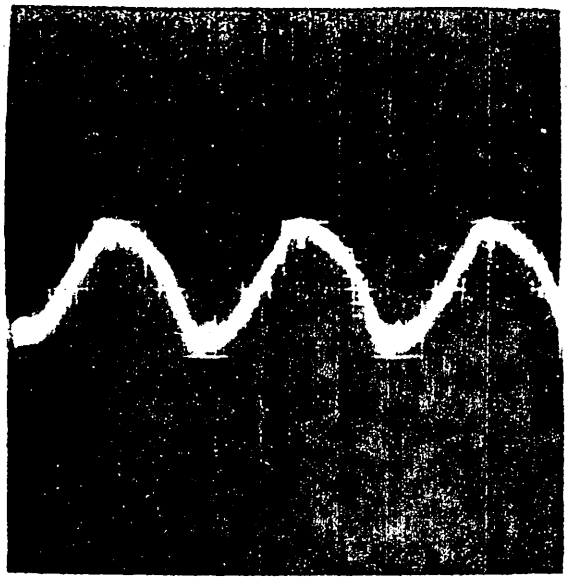


図17　透過形無限移相器の動作特性

なお同図で切替えの個所にわずかな切れ込みが見られるが、これは電力変動ではなく、ファラデー旋波子の印加磁界の変化による透過移相量の変化によって起るもので、ファラデー旋波子を0度から　±45度　に変えるとき生ずる移相量の変化は約25度である。これは当然移相の連続性を損うものであり、とくに自動制御による位相合成の際の自動位置のときに大きな障害となるので　フェライトの材質、形状等の工夫によって極力改善すべきである。

4.2　反射形無限移相器の特性

前述のことと、主として直線性を改善させるために、前節の透過形無限移相器を用いた　フェライト回路、および偏分波器をそのまま利用して、反射形に組替えたもので、その写真を図18に示す。

この無限移相器の特性中、透過形と異っているのは、反射形にしたため、フェライト移相器単体の挿入損失が　1.2dB　と倍になった代りに、移相量対磁化電流の直線性が　±5度　と大幅に改善されていることである。　無限移相器としての移相量、挿入損失、および VSWR 対磁化電流の特性の一例を図19に示す。　また図16の回路を用いて得られた動作特

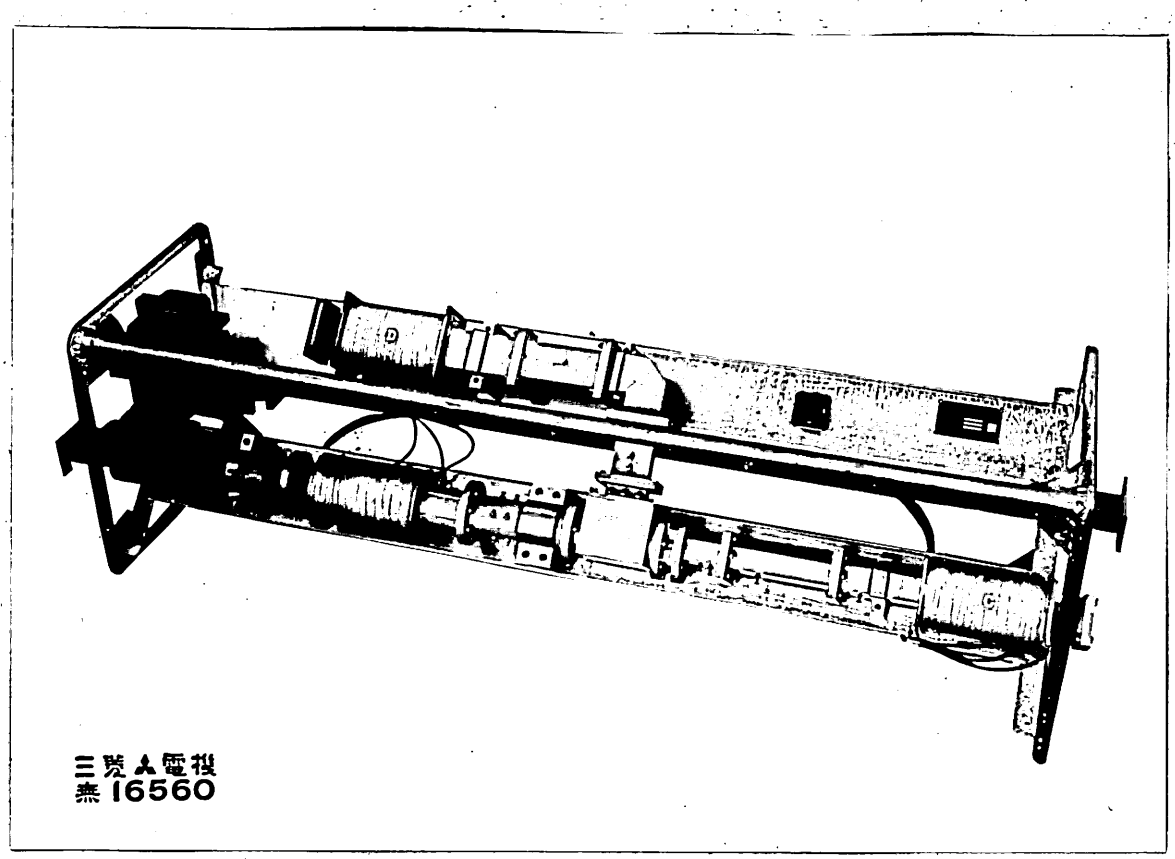


図 18

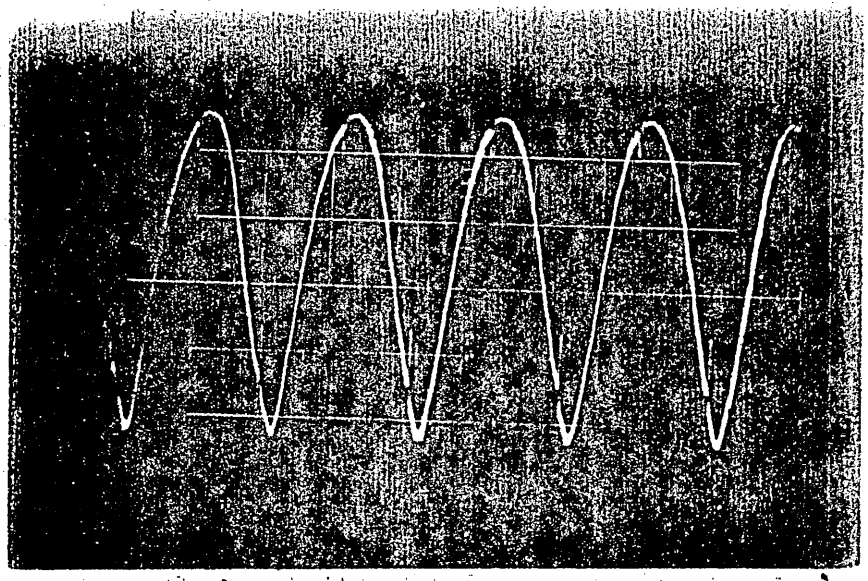


図 20　反射形無限移相器の動作特性

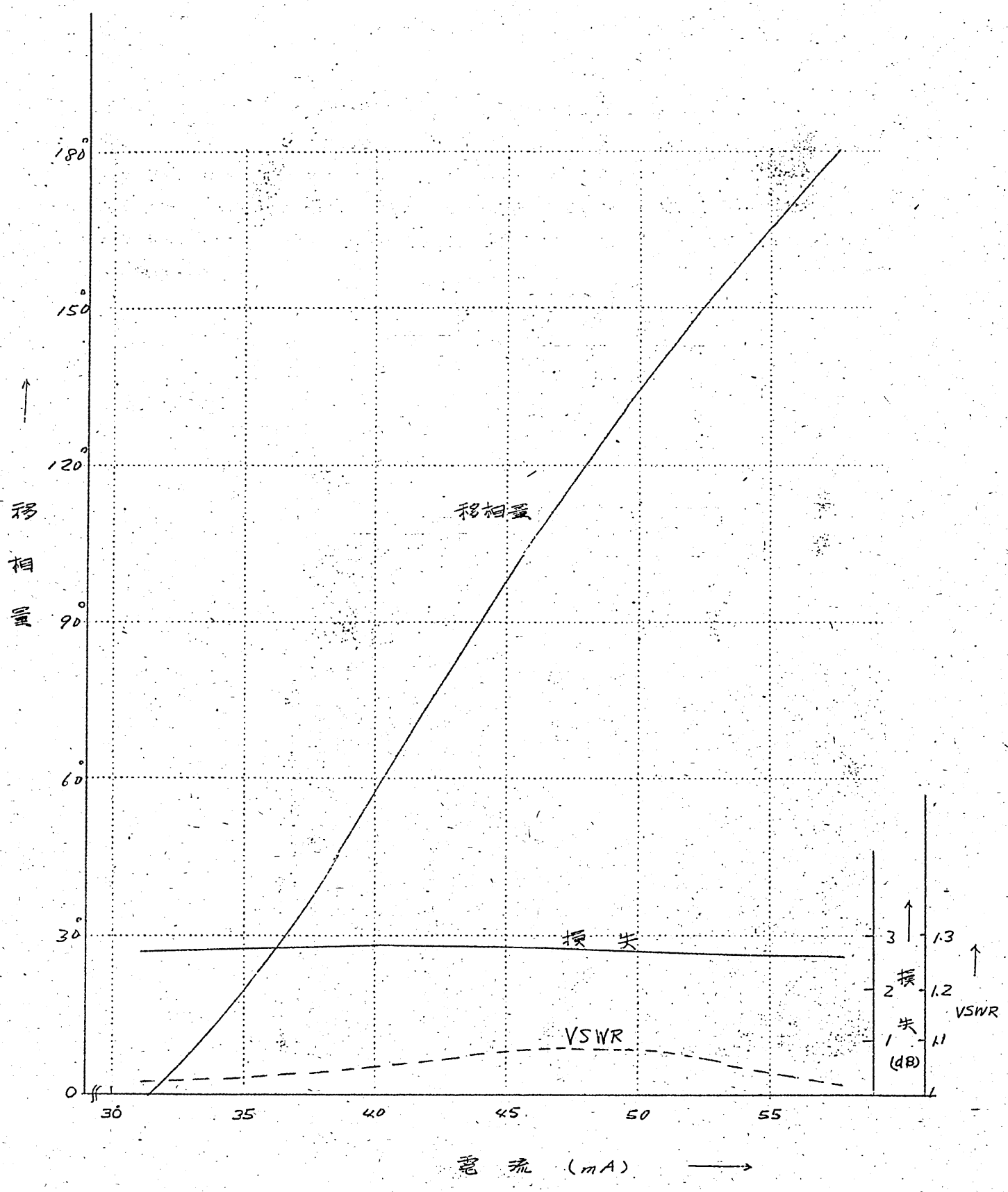


図19　放射形フェライト無限移相器の特性

性を示す観測波形は 図 20 の通りで、移相器の直線性が良いので、きれいな定在波波形を示している。

つぎに、この無限移相器を図1に示すようなビーム走査に使用するとき、各無限移相器の移相特性が揃っていることが必要である。このギャンギングの模様を知るために 図 21 のようにブリッジの両分岐に無限移相器を挿入し、同時に移相量を変化させると、特性が揃っていれば 定在波測定器のところの定在波は全く変動せず、したがってプローブでとり出される電界も変化しないはずである。今回製作した無限移相器のギャンギングの状態を示す

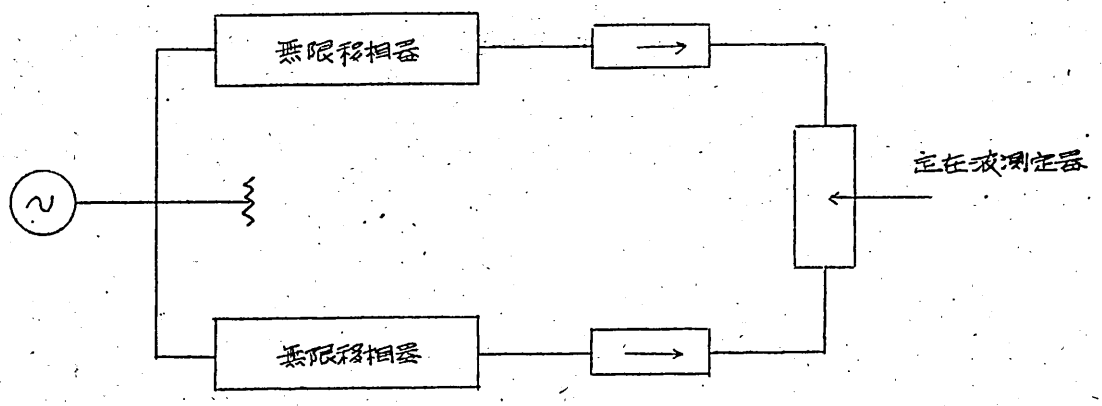
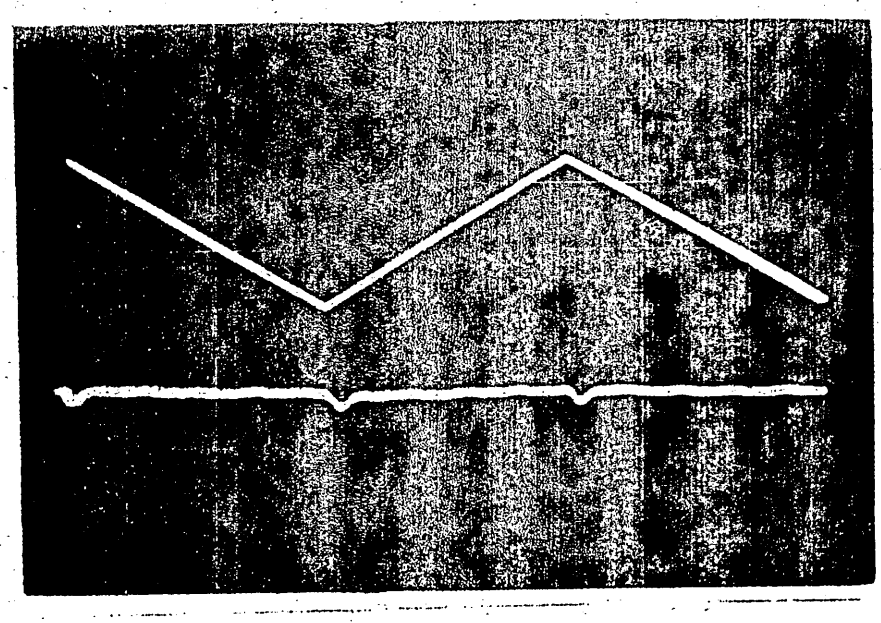


図 21



上 ： 励磁三角波電流の波形

下 ： ギャンギング波形

図 22 反射形無限移相器のギャンギング特性

波形を図22に示す。 上の三角波は移相器を流れる三角波電流の波形である。これによるとごくわずかな凸凹があるだけで 非常によくギャンギングがとれていることがわかる。実際には ±3度以内の違いに納っている。

5. むすび

フェライト回路を用いて 無限移相器を得る種々の方法について研究し，実際に製作した結果，十分使用し得ることが分った。 温度補償，広帯域化，高速度化等が今後の問題である。

なお、この無限移相器は 制御部と組合せて 電波伝播実験用の位相調整装置として，日本電信電話公社通信研究所に納入したものである。

本件については 通研の御指導に負うところが大きく，同所電波伝ぱん研究室 近藤，野村両研究主任に深甚の謝意を表します。

文 献

(1) 河津，大橋，沼野，布施：“自動回転移相器について”，昭和36年電気四学会連合大会講演論文集，1119

(2) 池上，野村，佐藤，正立，秋山，：“多重アンテナのビーム掃引による多重波の測定”昭和37年電気四学会連合大会講演論文集，845

(3) 本間，岡村：“フェライト・セロダインによる同波数変換”昭和36年度電気通信学会全国大会講演論文集，232

(4) 喜連川，中原，近藤：“5 Gc フェライト形無限移相器”昭和37年電気四学会連合大会講演論文集，915

(5) 喜連川，中原 “24.000 MC 高速度フェライト・スイッチ”ミリ波の開発に関する総合研究委員会資料，昭和36年12月。

アイドリング周波によって結合した二段パラメトリック増巾器

京都大学工学部

池上淳一

中島將光

輻射科学研究会

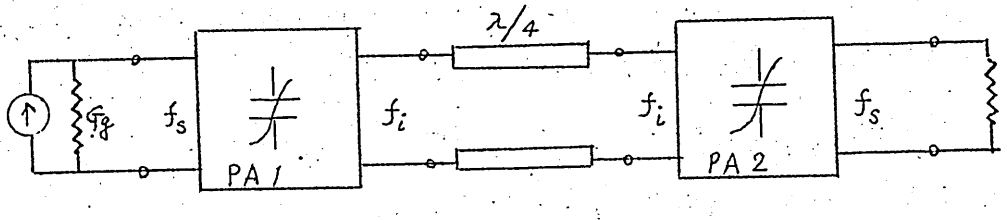
昭和37年6月30日

アイドリング周波によって結合した二段パラメトリック増巾器

I. はしがき

負性抵抗形パラメトリック増巾器を適当な素子によって結合すれば，単一の場合とは異なった特性の増巾器が得られることを以前に発表したが[1]，今回負性抵抗形パラメトリック増巾器のアイドリング回路を四分の一波長線路によって結合したものゝ実験について報告する．

最近エサキダイオードを用いて，増巾中心周波数に於いて整合のとれる増巾器[2]-[6]が発表されているが，負性抵抗素子の一種であるパラメトリック素子を用いても類似の特性を得ることができる．しかし，パラメトリック素子は二端子のエサキダイオードとは異なり，信号及びアイドリング周波をもつ四端子網であるから，パラメトリック素子特有の結合方法もある訳であって，我々の行なった実験はこの種のもの，即ちアイドリング周波を積極的に利用したものである．第1図にそのダイアグラムを示す．パラメトリック素子が信号及びアイドリング回路について互に負性インピーダンス変換の作用をすることを考慮すると，このよ



第1図　アイドリング周波によって結合した二段結合形パラメトリック増巾器．

うな増巾器に於いては，電源から増巾器の内部を見た入力インピーダンスは，負荷インピーダンスが二回負性変換をうけて，結局正のインピー

ダンスを呈し，増巾器から電源への反射が非常に少なくなり，しかもその打消された反射波は負荷へ供給されるであろうと想像される．しかし，それが実現されるためには必らず安定條件が成立していなければならない．両方のアイドリング回路を単に直結するのみでは，両者によつて生ずる負性抵抗は互に加わり合うことになり，本質的に単一パラメトリック増巾器の動作と異なる所なく，上述の事は実現しない．しかし，四分の一波長線路のようなインピーダンス反転作用をもつ素子を介して結合すれば，両方の増巾器に生ずる負性抵抗は互に打消し合つて反射波がなくなることが可能になる．この増巾器に於いては，両者のパラメトリック素子はアイドリング周波によつて結合されるのであるが，出力は入力と同一周波数が得られしかも整合をとることが可能であるので，サーキュレーターは要らなくなる．

第一図のこの増巾器の形から進行波形パラメトリック増巾器が連想されるが，これ　根本的に異なる点は，二つのパラメトリック素子を信号とアイドリング周波の二者によつて結合するか，どちらか一方のみによるのであつて，進行波形と異なつた特性として，増巾の両方向性と，増巾度が両パラメトリック素子の励振位相差に関係しない事が与げられる．

Ⅱ．理　論

単一共振形パラメトリック増巾器のアイドリング回路を四分の一波長線路で結合した増巾器の解析の概要を述べる．

§1．単一共振形パラメトリック増巾器

非線形容量が励振電力 ω_p によつて励振

$$C(t) = C_0 + 2|C_1| \cos(\omega_p t + \varphi)$$

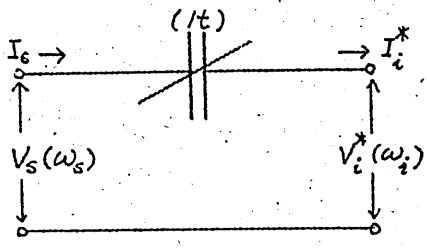
$$= C_0 + C_1 e^{j\omega_p t} + C_1^* e^{-j\omega_p t} \qquad (1)$$

をうけているとき，信号周波数 ω_s 及びアイドリング周波数 ω_i（$\omega_s + \omega_i$

$=\omega_p$）に対するアドミタンス行列は[7]，

$$\begin{pmatrix} I_s \\ I_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega_s C_0 & j\omega_s C_1 \\ -j\omega_i C_1^* & -j\omega_i C_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ V_i^* \end{pmatrix} \tag{2}$$

で表わされる．第２図に示すような励振容量の四端子網を考え，入力側には信号周波数 ω_s のみ，出力側にはアイドリング周波数 ω_i のみの電圧が発生するように，部回路が置かれているものとすると，その四端子行列は



第２図
励振をうけた容量の二周波における四端子網

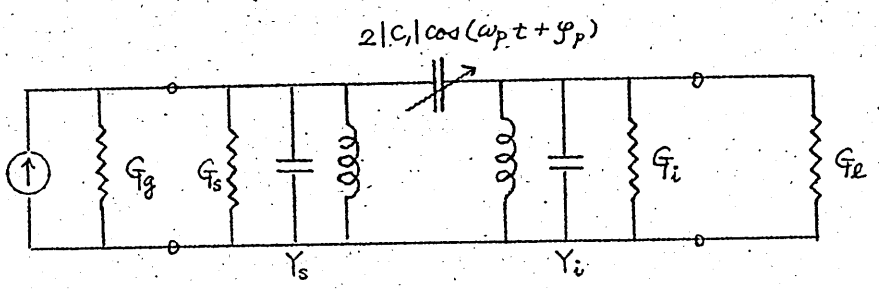
$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = \frac{1}{-j\omega_i C_1^*} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -g_1^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i^* \\ I_i^* \end{pmatrix} \tag{3}$$

で与えられる．但し非線形容量に於ける不変化容量 C_0 は信号及びアイドリングの外部回路に含めて考えるものとし，g_1^2 は

$$g_1^2 = \omega_s \omega_i |C_1|^2 \tag{4}$$

であり，励振の大きさを示す量である．

さて，第３図に示すようにパラメトリック励振をうけた容量の両端に夫々 ω_{s0}，ω_{i0} に同調する並列共振回路をつけた周波数変換形増巾器に



第３図．　周波数変換形パラメトリック増巾回路

ついて考える．並列共振回路のアドミタンスは離調が余り大きくないか

ぎり

$$Y = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \approx G + j2\delta' B = G(1 + j2\delta' Q) \quad (5)$$

と表わすことができる．ここに

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \quad B = \sqrt{C/L}, \quad \delta' = (\omega - \omega_0)/\omega_0, \quad Q = B/G$$

又，　$\omega_s + \omega_i = \omega_p$，　$\omega_{s0} + \omega_{i0} = \omega_p$

なる関係の下に

$$\delta = \delta_s' = \frac{\omega_s - \omega_{s0}}{\omega_{s0}}, \quad B_i = \frac{\omega_{s0}}{\omega_{i0}}\sqrt{\frac{C_i'}{L_i'}} \quad (6)$$

なる量を定めれば，信号及びアイドリング共振回路のアドミタンスは信号の共振周波数よりの離調度 δ を用いて

$$Y_s = G_s + j2\delta B_s, \quad Y_i = G_i - j2\delta B_i$$

のように表わすことができる．従って信号源 G_g から負荷 G_ℓ に至る四端子行列は次のようになる．

$$F_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G_s + j2\delta B_s & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{-j\omega_i C_1^*} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -g_1^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ G_i - j2\delta B_i & 1 \end{pmatrix}^* \cdot$$

$$= \frac{1}{-j\omega_i C_1^*} \begin{pmatrix} G_i + j2\delta B_i & 1 \\ -g_1^2 + (G_s + j2\delta B_s)(G_i + j2\delta B_i) & G_s + j2\delta B_s \end{pmatrix} \quad (7)$$

電力利得を負荷に消費される電力の電源有能電力に対する比で定義すれば，

$$G_{p1} = \frac{4G_g G_\ell \omega_i g_1^2 / \omega_s}{\{(G_g + G_s)(G_\ell + G_i) - g_1^2 - 4\delta^2 B_s B_i\}^2 + 4\delta^2\{B_s(G_\ell + G_i) + B_i(G_g + G_s)\}^2}$$

となる．ここでパラメトリック増巾器の帯域巾が狭い事を考慮して，分母に於ける $4\delta^2 B_s B_i$ の項を無視し，

$$\left.\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{g_1^2}{(G_g + G_s)(G_\ell + G_i)} \quad : \text{励振係数} \\ Q_s &= \frac{B_s}{G_s + G_g}, \quad Q_i = \frac{B_i}{G_\ell + G_i} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

なる量を導入すれば，電力利得 G_p は

$$G_{p1}=\frac{4G_gG_e}{(G_g+G_s)(G_e+G_i)}\cdot\frac{\omega_i}{\omega_s}\cdot\frac{\alpha^2}{(1-\alpha^2)^2+4\delta^2(Q_s+Q_i)^2} \qquad (9)$$

となる．従って 3db 下りの帯域巾は

$$2\delta=\frac{1-\alpha^2}{Q_s+Q_i} \qquad (10)$$

となり，利得が比較的大きい場合（$\alpha^2\approx 1$）の利得・帯域積は

$$2\delta\sqrt{G_{p1}}\fallingdotseq\frac{2\sqrt{\omega_i/\omega_s}}{Q_s+Q_i} \qquad (11)$$

と求められる．但し，増巾器の各共振回路に於ける損失 G_s 及び G_i は夫々 G_g 及び G_e に比して小さいものとして近似計算している．

この増巾器の安定條件は次のようにして求められている．即ち信号共振回路に於いてそれに並列に入るコンダクタンスは信号源のコンダクタンス G_g，損失 G_s 及びパラメトリック容量によつてアイドリング回路のコンダクタンスが信号側へ変換されたもの $-g_1^2/(G_e+G_i)$ であつて，その和が正

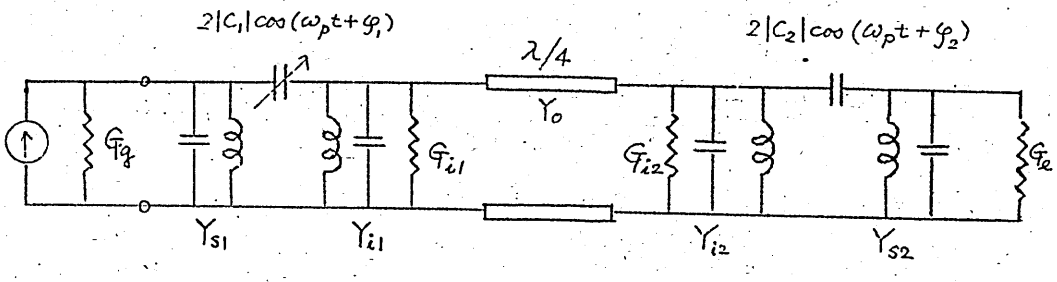
$$G_g+G_s-g_1^2/(G_e+G_i)>0,\quad \therefore\alpha^2<1 \qquad (12)$$

なることである．又アイドリング回路に於いても同様の條件が成立しなければならないが，その條件は(12)と一致する．

信号入力端に生ずる負性抵抗を用いた直接増巾器についても，利得・帯域巾等は以上と殆んど同様な式が得られる．

§2. 二段結合増巾器

第4図のようにインピーダンス反転素子（四分の一波長線路）を介して二つの共振形パラメトリック増巾器を背中合せに結合したものについて考える．即ちこの増巾器では，信号周波数は $\omega_s\rightarrow\omega_i\rightarrow\omega_s$ と二回変換をうけて元の周波数の信号出力が得られる．



第4図　アイドリング共振回路を四分の一波長線路によって結合した二段結合形パラメトリック増巾器

さて，初段の増巾器については(7)式の四端子行列が成立する．

$$F_1=\frac{1}{-j\omega_i C_1^*}\begin{pmatrix} G_{i1}+j2\delta B_{i1} & 1 \\ -g_1^2+(G_{s1}+j2\delta B_{s1})(G_{i1}+j2\delta B_{i1}) & G_{s1}+j2\delta B_{s1}\end{pmatrix} \quad (13)$$

結合素子としては，実際には λ/4 線路を用いるのであるが，取扱う周波数の帯域は余り広くないものとして，すべての周波数に対して，その移相量は常に π/2

$$F_c=\begin{pmatrix} 0 & jZ_0 \\ jY_0 & 0\end{pmatrix} \quad (14)$$

とする．後段の四端子行列については，(7)式に於いて信号とアイドリングを交換して考えることによつて（相対周波数 δ としては(13)式と同じものを使う）

$$F_2=\frac{1}{j\omega_s C_2}\begin{pmatrix} G_{s2}+j2\delta B_{s2} & 1 \\ -g_2^2+(G_{i2}+j2\delta B_{i2})(G_{s2}+j2\delta B_{s2}) & G_{i2}+j2\delta B_{i2}\end{pmatrix} \quad (15)$$

を得る．

従つて二段結合増巾器全体の四端子行列は(13)，(14)及び(15)の積で与えられる．

$$F_t=F_1F_c^*F_2=\frac{-jZ_0e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}}{\omega_s\omega_i|C_1C_2|}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D\end{pmatrix} \quad (16)$$

$$A=-g_2^2G_{i1}-4\delta^2B_{s2}B_{i1}G_{i2}-4\delta^2B_{s2}B_{i2}G_{i1}$$
$$+j2\delta B_{s2}(Y_0^2+G_{i1}G_{i2})-j2\delta B_{i1}(g_2^2+4\delta^2B_{s2}B_{i2})$$

$$B=Y_0^2+G_{i1}G_{i2}-4\delta^2B_{i1}B_{i2}+j2\delta B_{i1}G_{i2}+j2\delta B_{i2}G_{i1}$$

$$C=(g_1^2+4\delta^2B_{s1}B_{i1})(g_2^2+4\delta^2B_{s2}B_{i2})-4\delta^2B_{s1}B_{s2}(Y_0^2+G_{i1}G_{i2})$$
$$-j2\delta B_{s1}G_{i1}(g_2^2+4\delta^2B_{s2}B_{i2})-j2\delta B_{s2}G_{i2}(g_1^2+4\delta B_{s1}B_{i1})$$

$$D=-g_1^2G_{i2}-4\delta^2B_{s1}B_{i2}G_{i2}-4\delta^2B_{s1}B_{i2}G_{i1}$$
$$+j2\delta B_{s1}(Y_0^2+G_{i1}G_{i2})-j2\delta B_{i2}(g_1^2+4\delta^2B_{s1}B_{i1})$$

但し，記号共振回路に於ける損失 G_{s1}，G_{s2} は信号源 G_g 及び負荷 G_e に比して小さいものとして省略した．

(16)式から分るようにアイドリング回路のみによって結合するこの方式では，両増巾器のポンピングの位相差に関する係数が共通因数として行列から取り出される．これからポンピングの位相差は増巾器の入力信号と出力信号の位相差に linear に関係し，増巾器の利得には独立であることが結論できる．

次に無次元量

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha^2=\frac{g_1^2}{G_gG_{i1}} &&: \text{初段増巾器の励振係数}\\
&\beta^2=\frac{g_2^2}{G_eG_{i2}} &&: \text{後段増巾器の励振係数}\\
&\eta^2=\frac{Y_0^2}{G_{i1}G_{i2}} &&: \text{結合に関する定数}\\
&Q_g=B_{s1}/G_g &&: \text{入力信号共振回路の外部Q}\\
&Q_e=B_{s2}/G_e &&: \text{出力信号共振回路の外部Q}\\
&Q_1=B_{i1}/G_{i1} &&: \text{前段アイドリング共振回路のQ}\\
&Q_2=B_{i2}/G_{i2} &&: \text{後段アイドリング共振回路のQ}
\end{aligned}\right\}\quad(17)$$

を導入すれば，(16)式は

$$A/G_{i1}G_{i2}G_e = -\beta^2 - 4\delta^2 Q_e(Q_1+Q_2) + j2\delta\{(1+\eta^2)Q_e - Q_1(\beta^2+4\delta^2 Q_2 Q_e)\}$$

$$B/G_{i1}G_{i2} = 1+\eta^2 - 4\delta^2 Q_1 Q_2 + j2\delta(Q_1+Q_2)$$

$$C/G_g G_{i1}G_{i2}G_e = (\alpha^2+4\delta^2 Q_g Q_1)(\beta^2+4\delta^2 Q_2 Q_e) - 4\delta^2 Q_g Q_e(1+\eta^2) - j2\delta\{Q_g(\beta^2+4\delta^2 Q_2 Q_e) + Q_e(\alpha^2+4\delta^2 Q_g Q_1)\}$$

$$D/G_g G_{i1}G_{i2} = -\alpha^2 - 4\delta^2 Q_g(Q_1+Q_2) + j2\delta\{(1+\eta^2)Q_g - Q_2(\alpha^2+4\delta^2 Q_g Q_1)\}$$

と書かれる．従って二段結合増巾器の電力利得は

$$G_p = \frac{4\alpha^2\beta^2\eta^2}{\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\}^2 + 4\delta^2 F + 16\delta^4 G + 64\delta^6 H + 256\delta^8 I} \qquad (18)$$

$$F = \{(1-\alpha^2)(Q_2+Q_e)+(1-\beta^2)(Q_g+Q_1)+\eta^2(Q_g+Q_e)\}^2 - 2\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\}\{(1-\alpha^2)Q_2Q_e+(1-\beta^2)Q_gQ_1+\eta^2Q_gQ_2+(Q_g+Q_1)(Q_2+Q_e)\}$$

$$G = \{(1-\alpha^2)Q_2Q_e+(1-\beta^2)Q_gQ_1+\eta^2Q_gQ_e+(Q_g+Q_1)(Q_2+Q_e)\}^2 + 2Q_gQ_1Q_2Q_e\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\} - 2\{Q_1Q_2(Q_g+Q_e)+Q_gQ_e(Q_1+Q_2)\}\{(1-\alpha^2)(Q_2+Q_e)+(1-\beta^2)(Q_g+Q_1)+\eta^2(Q_g+Q_e)\}$$

$$H = \{Q_1Q_2(Q_g+Q_e)+Q_gQ_e(Q_1+Q_2)\}^2 - 2Q_gQ_1Q_2Q_e\{(1-\alpha^2)Q_2Q_e+(1-\beta^2)Q_gQ_1+\eta^2Q_gQ_e+(Q_g+Q_1)(Q_2+Q_e)\}$$

$$I = (Q_gQ_1Q_2Q_e)^2$$

a．電力利得と励振との関係

帯域の中心に於ける利得は，(18)式に於いて $\delta=0$ として

$$G_{po} = \frac{4\alpha^2\beta^2\eta^2}{\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\}^2} \qquad (19)$$

となる．励振電力の大きさ α^2，β^2 によって電力利得が如何に変化するかを考察する前に，安定條件について簡単に考えてみる．信号源から増巾器の内部を見た入力コンダクタンスは

$$G_{in} = -G_g \frac{\alpha^2(1-\beta^2)}{1-\beta^2+\eta^2}$$

であり，この負性コンダクタンスの絶対値が，それに接続される信号源のコンダクタンスより小さい條件を求めれば

$$(1-\beta^2+\eta^2)\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\} > 0$$

となる．又負荷側についても同様の條件を求めると

$$(1-\alpha^2+\eta^2)\{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2\} > 0$$

が得られる．この二式が両立する範囲を求めれば

$$\alpha^2 < 1+\eta^2, \qquad \beta^2 < 1+\eta^2 \tag{20}$$

なる事が分る．以下この増巾器の考察に当って増巾器が安定であるための励振電力の大きさは(20)によって規定されるものとする．

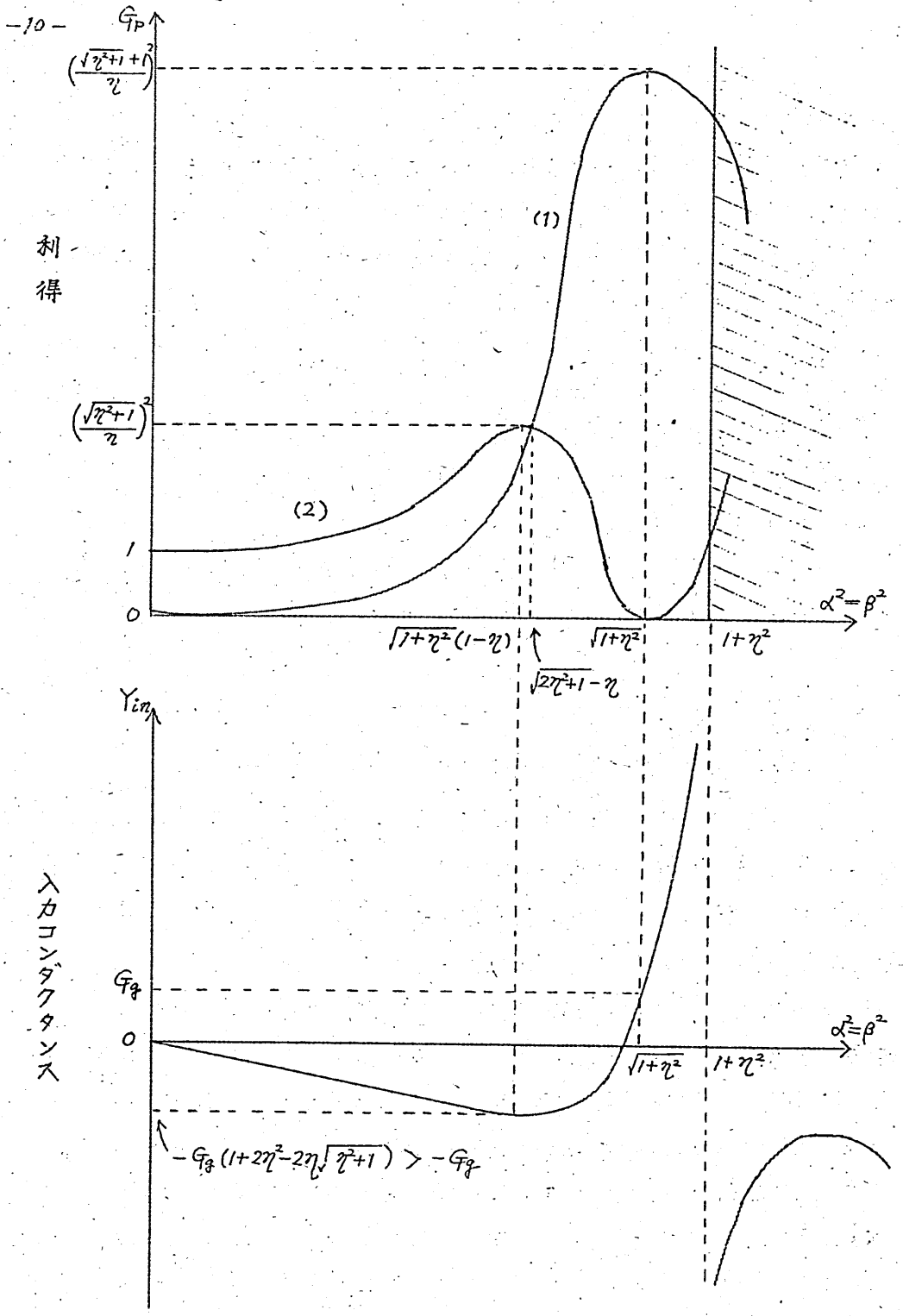
信号入力コンダクタンスは上に示したような値となるから，入力端に於ける反射利得は次のように求められる．

$$G_{refl} = \left\{\frac{G_g - G_{in}}{G_g + G_{in}}\right\}^2 = \left\{\frac{(1+\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2}{(1-\alpha^2)(1-\beta^2)+\eta^2}\right\}^2 \tag{21}$$

以上の諸式によって励振電力 α^2 及び β^2 を変化したとき，通過増巾利得(19)及び反射の大きさ(21)が如何に変化するかを考察する．

イ．両増巾器の励振を同時に変えた場合

特に両方の増巾器の励振係数 α^2 と β^2 を等しくえらんで同時に変化させた場合の通過利得と反射利得との関係を第5図に示す．同時にその励振の大きさに対する増巾器入力コンダクタンスの大きさも示してある．増巾器に励振を加えないとき，($\alpha^2=\beta^2=0$)は，この増巾器の性質上利得(通過利得)は零であり，反射は増巾器の無損失の仮定から1，即ち全反射である．励振を加えると直ちに増巾器の入力コンダクタンスは負値を示し，反射は1より大きくなり，通過利得も次第に増加する．$\alpha^2=\beta^2=(1-\eta)\sqrt{1+\eta^2}$ なる励振の大きさで増巾器の入力コンダクタンスは負の最大値(極大値)をとり，反射電力は最大となる．この負性コンダクタンスの絶対値は常に電源の内部コンダクタンスより小さい．



第5図　両増巾器の励振を同時に変化させた場合の利得と増巾器入力コンダクタンスとの関係．(1) 通過利得　(2) 反射利得．

従って増巾器はこの点で不安定になることはない．もう少し励振を増すと $\alpha^2=\beta^2=\sqrt{2\eta^2-1}-\eta$ の点で反射利得と通過利得は等しくなる．更に励振を大きくすると負性コンダクタンスは小さくなり，$\alpha^2=\beta^2=\sqrt{1+\eta^2}$ の点で増巾器の入力コンダクタンスは正で信号源コンダクタンス G_g に等しくなる．即ちこの点で入力端に於いて整合がとれることを示している．同時に通過利得はこの点で最大値

$$G_{pmax}=\frac{(1+\sqrt{1+\eta^2})^2}{\eta^2} \qquad (22)$$

をとる．この式は η^2 に関して単調減少関数であって，中心周波数に於ける利得は結合定数 η^2 が小さい程，即ち結合線路の特性アドミタンスが小さい程大きくなる．

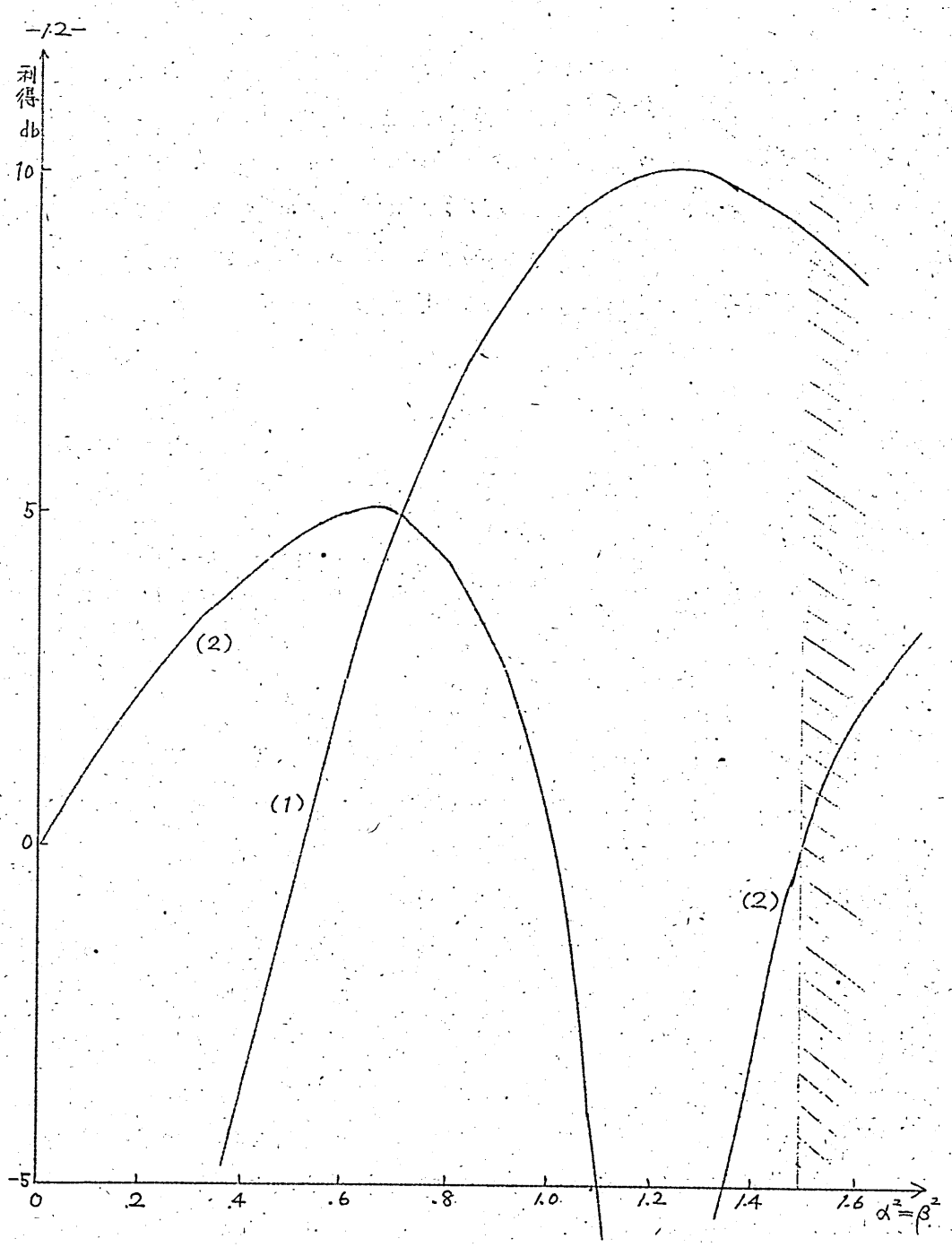
第6図に最大利得を 10 db にえらんだ場合の通過利得と反射利得特性を示す．

ロ．片方の励振のみを変化した場合

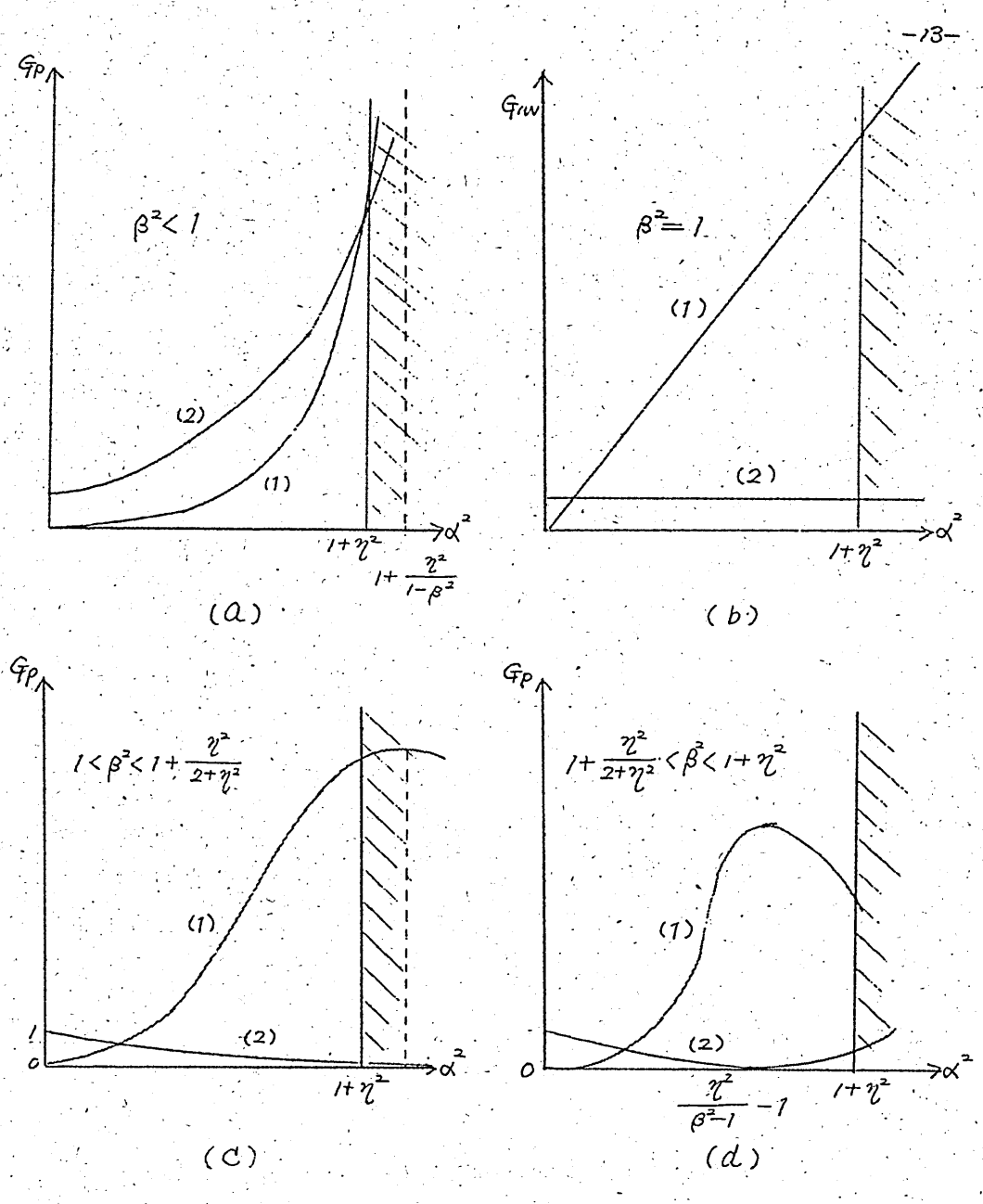
例えば後段の励振 β^2 を一定に保ち前段の励振 α^2 を変化した場合について考える．この場合 β^2 の種々の値に対して色々な変化特性を示す（第7図）．

先づ後段の励振 β^2 が小さいときは，それによつて生ずる後段増巾器の負コンダクタンスは小さく，後段の増巾器は損失のある単なる周波数変換器の作用をしているに過ぎない．従って増巾器全体としては負性抵抗形パラメトリック増巾器と普通の意味での周波数変換器とを並置したものと同様な動作であつて，励振に対する利得特性は後段増巾器によつて影響されることが少なく単一のパラメトリック増巾器の場合によく似ている．即ち励振 α^2 を増加するに従って通過利得反射利得共に $\alpha^2=1+\eta^2/(1-\beta^2)$ の点で無限大となるように増加する．β^2 が小さくなる程安定限界 $\alpha^2<1+\eta^2$ とこの点は接近する．即ち単一パラメトリック増巾器の動作に縮退する（第7図 a）．

次に励振 β^2 が相当大きく $\beta^2=1$ の場合は通過利得は α^2 に比例し，又



第6図　励振に対する通過利得(1)及び
反射利得(2).



第7図　後段の励振を一定に保ち前段の励振を
変化させたときの利得特性.

力端は常に全反射となる.

$1+\eta^2/(2+\eta^2)$より大きく β^2 をえらべば, α^2を変化したとき利得は最大値をもつようになる(第7図d).

以上の検討から，入力端に於ける反射は後段の励振β^2によって大きく決定されることが分る．

b. 利得の周波数特性

(18)式によつて信号相対周波数δに対する利得を求めることができる．(18)式から分るように励振が大きい場合（$\alpha^2=\beta^2\approx 1$）は$\delta^2$に関する係数Fは常に負となり，この増巾器の利得は双峰特性になる．前段と後段を同一の増巾器とし，帯域中心における通過利得を10dbにえらんだ場合の周波数特性の一例を第8図に示す．即ち増巾器の定数を次のようにえらんである．

$$\alpha^2=\beta^2=1, \qquad \eta^2=0.4$$

$$Q_g=Q_l=Q_0, \qquad Q_{i1}=Q_{i2}=Q, \qquad Q/Q_0=k$$

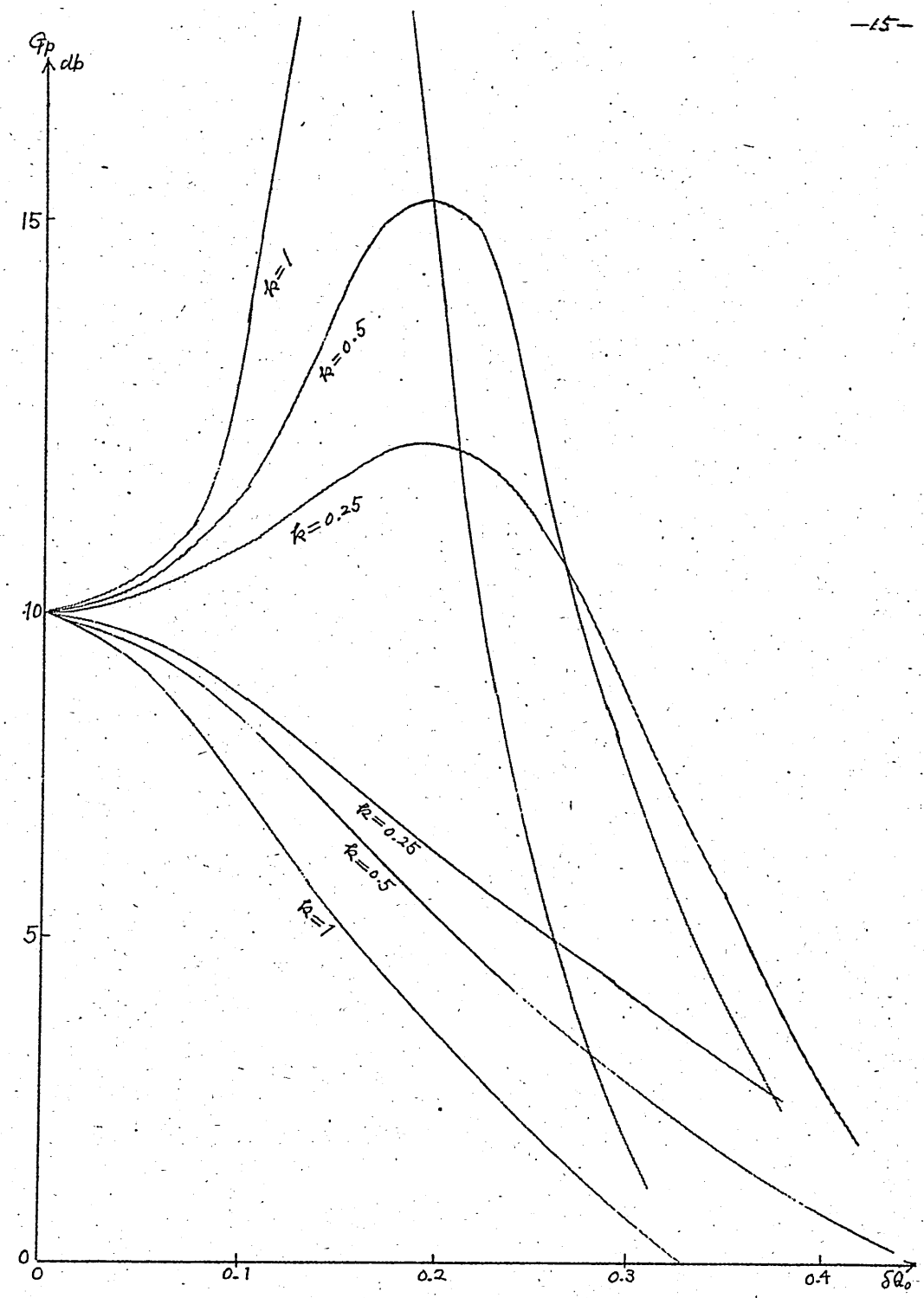
因みに片方の増巾器をそのまゝ，サーキュレーターを用いて直接増巾器として働かせた場合の周波数特性も同時に示してある．

この図から分ることは，二段に結合すれば，双峰特性となり，帯域巾が広くなることである．しかし，二段の場合はアイドリング回路のQが周波数特性に大きな影響をもちアイドリング回路のQが信号回路のQに近くなると双峰特性の峰が高くなる．従つてアイドリング回路のQを低くえらぶのが望ましい．これはアイドリング周波数をなるべく信号よりも高くえらぶことによって解決され（アイドリング回路のQは信号周波数へ換算したものであるから）これは後述するように雑音指数を下げる方法でもある．

次に増巾器の入力端に於ける整合特性についてであるが，前述の如く励振電力を$\alpha^2=\beta^2=\sqrt{1+\eta^2}$にえらべば，中心周波数に於いて整合がとれる．第9図に整合の周波数特性を示す．実線が反射利得の大きさを表わし，点線はそのときの増巾器通過利得を表す．

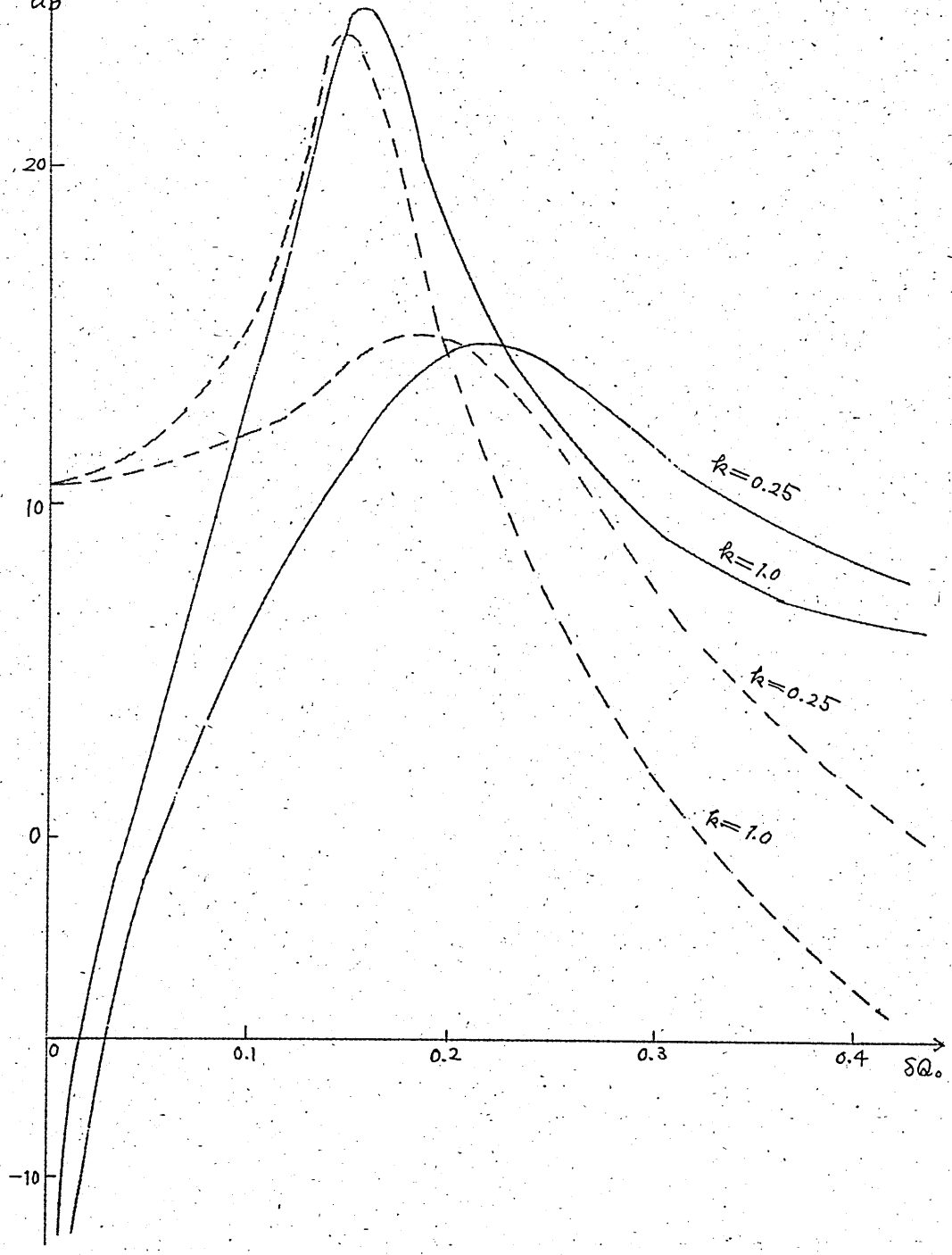
C. 安定度

パラメトリック増巾器の利得の安定度として一般に定義されている如



第8図　二段結合増巾器の利得の周波数特性

（下の曲線は中心周波数における利得を等しくとった場合の単一増巾器の周波数特性）



第9図　二段結合増巾器の整合周波数特性

実線：反射利得　　点線：通過利得

く励振電力の変化に対する利得の変動度

$$S=\frac{d G_p / G_p}{d\alpha^2/\alpha^2}$$

の値を計算する．単一共振形パラメトリック増巾器の利得変動度は

$$S'=\sqrt{G_p} \qquad \text{(利得が比較的大きいとき)}$$

である．二段結合形について求めると（$\alpha^2=\beta^2$として）

$$S=2+\frac{2(1-\alpha^2)}{\eta}\sqrt{G_p} \tag{23}$$

となる．単一増巾器の場合とは非常に異なった形をもつて居り，これに増巾器が整合のとれる條件を代入すると零となる．これは利得が励振に対して極大値をもつていることに対応しており，二段増巾器は単一の場合より安定に働作することを示している．

以上は利得の安定度として，励振電力の変動に対するものを考えたが，励振係数α^2の定義から推して外部回路の変化と励振電力の変化とは相対的なものであるから，外部回路定数の変動についても同様なことが云える．これは増巾器の整合がとれていることからの当然の帰結でもある．

d．雑音指数

単一パラメトリック増巾器の雑音指数は，周知の如く，利得が比較的大きいとき

$$F'=1+\frac{G_s}{G_g}+\frac{\omega_s}{\omega_i}$$

と表わされる．二段結合形について整合のとれる近傍（$\alpha^2=\beta^2\approx 1$）で求めると

$$F=1+\frac{G_{s1}}{G_g}+\frac{\omega_s}{\omega_i}+\frac{\eta^2}{\beta^2}\frac{G_{s2}}{G_e} \tag{24}$$

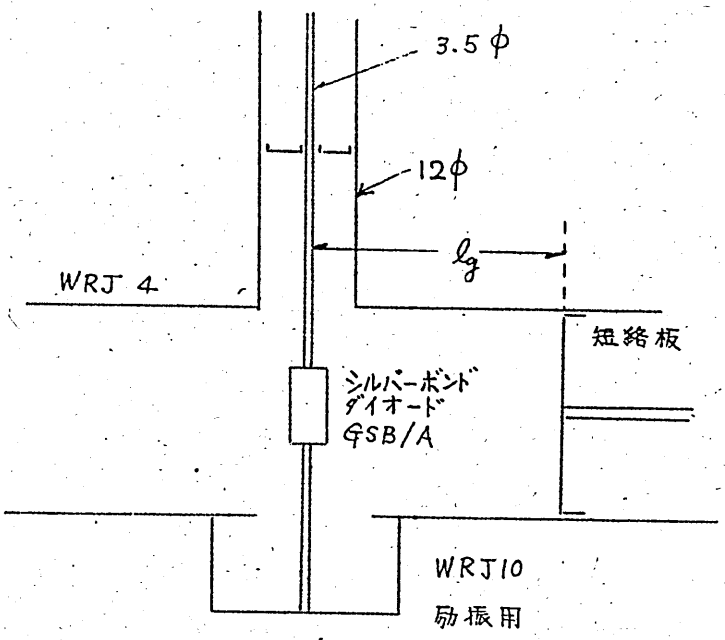
となる．即ち単一パラメトリック増巾器の場合と同様アイドリング回路の損失は直接雑音指数には影響しない．そしてどちらの式にも共通に信号・アイドリング周波数の比ω_s/ω_iの項が含まれて居り，雑音指数を

よくするにはアイドリング周波数を高くえらばなければならないのは単一の場合と共通である．二段形では負荷の信号回路の損失に基ずく項 $\eta^2 G_{sc}/\beta^2 G_c$ が余分に加わっており，それだけ雑音指数が悪くなることを示しているが，一般に $\eta^2 < \beta^2$ であるからこの項による寄与は小さい．増巾度を大きくとれば（η^2を小さく）この項が小さくなることは一般の縦属結合増巾器に類似している．この項による寄与がサーキュレーターのそれより小さくなれば，二段形の方が有利になることもありうる．

尚，共振回路の損失をなくすれば究極的にはどちらの雑音指数も $1+\omega_s/\omega_i$ に一致する．

Ⅲ．アイドリング回路を四分の一波長線路によって結合したパラメトリック増巾器の実験とその特性

第10図に示すような単一パラメトリック増巾器を，信号とアイドリング周波を分離して結合した．先づ第4図の等価回路で表わされるものを



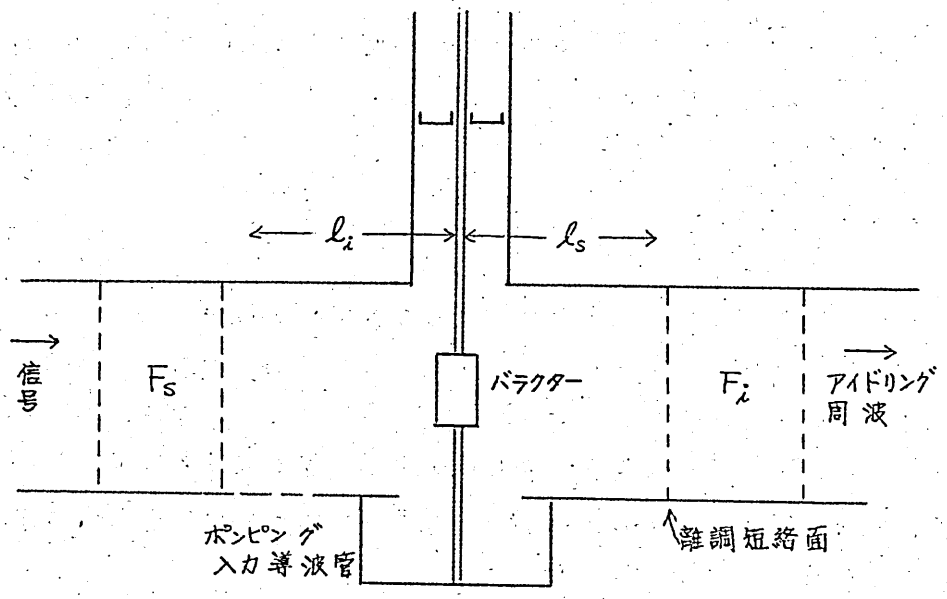
第10図　　非縮退形パラメトリック増巾器

如何にして実現するかの方法について述べ，その増巾器によって測定した諸特性を報告する．

§3. 信号周波とアイドリング周波の分離

我々の望むものは二個のパラメトリック増巾器をアイドリング周波のみによって結合することである．その方法として種々考えられるが，我々は第10図の主導波管の前後に夫々信号及びアイドリングを通過させる単一素子のフィルターを用いた．信号及びアイドリング周波数として夫々3.8GC，4.5GCを用いているので分離は完全であるが，一つのパラメトリックダイオードについて増巾条件を満足していなければならない．即ちバラクターが信号及びアイドリング周波数に夫々共振している事と，外部回路との結合度が適当になっていることである．

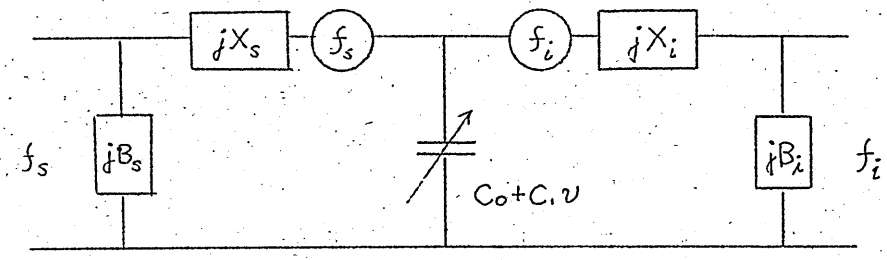
信号とアイドリングの分離された第11図の回路においてバラクターを C_0+C_1v で表すと，この部分の等価回路は第12図のように表わされる．



第11図　信号とアイドリングの分離

即ち信号周波数 f_s に於いて考えると信号フィルター F_s は信号周波数に共振しているから信号波はこゝを自由に通過し，（アイルターの外部Qは

低くその共振周波数の近傍に於けるサセプタンス分は無視できるようにとつてあるものとする），アイドリングフィルター F_i は信号周波数に対して離調しているので，その入口に於いては短絡である．この離調短絡面とバラクターとの距離を適当にえらぶとバラクターを信号周波数に共振させることができる．このとき同軸部のリアクタンス jX_s はこれに直列に入る．アイドリング周波についても上と全く同様の事が云える．第12図の等価回路において ㊦ ㊧ は理想的なフィルターを表すが，これは便宜的に挿入したものであって，第12図は第11図のような回路を信号及



第12図　　第11図の増巾器の等価回路

びアイドリング周波数で考える限り全く等価であるという意味である．さて，この等価回路から分るように（信号又はアイドリング周波数に於ける）共振條件は

$$jX + \frac{1}{j\omega C_0} + \frac{1}{jB} = 0 \qquad (25)$$

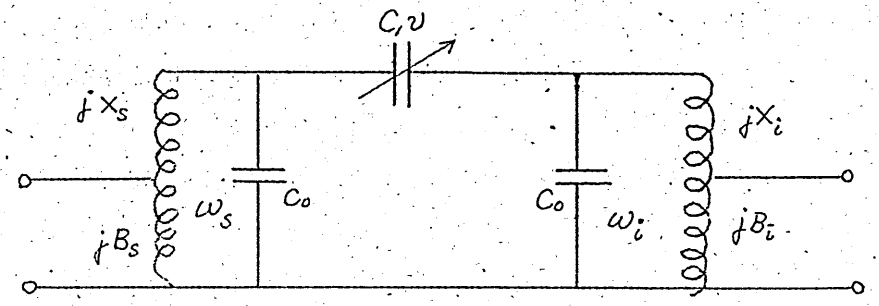
である．$jB = -jY_0 \cot \beta l$ であるから，$jX = jZ_c \tan \beta_c l_c$ が適当な値のとき，バラクター中心面とフィルターFの離調短絡面との距離（l_s or l_i）を加減することによつて同調をとるのである．このとき jX 及び jB の値によつてバラクターの共振回路と外部（電源又は負荷）回路との結合度が定まる．jX 及び jB の符号は一義的に定まらないので結合度も明確に定義し難いが，大体

$$1 / |XB|$$

をもつてその目安とすることができる．パラメトリック増巾器に於いて大きな増巾度を得るには結合度を小さくしなければならないが，そのた

めには共振條件(25)を滿足しつゝ $|XB|$ を大きくすればよい．從つて $jB=-jY_0\cot\beta\ell$ は相当大きな値であつて（$\beta\ell\approx n\pi$），パラクターとフィルターの離調短絡面との距離 ℓ はその周波数における管内波長の半分の整数倍（$\ell=n\lambda_g/2$）に大体等しい．

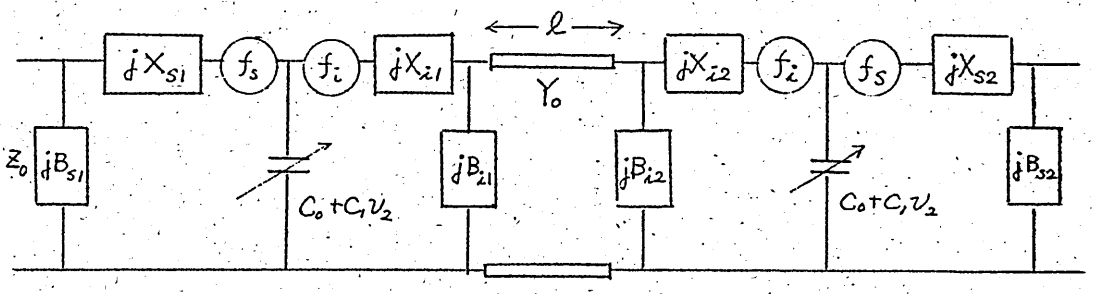
第12図の回路はもう少し分り易い回路，第13図のように画くこともできよう．



第13図　　定性的な等価回路

§4. 二段結合形パラメトリック増巾器

信号とアイドリング周波とを分離した個々の増巾器のアイドリング出力端同志を線路（導波管）で結合すればよいのであるが我々の望む特性を得るためには両増巾器のアイドリング共振回路を四分の一波長の奇数倍になるように線路の長さを決定しなければならない．実際には増巾器自身分離用のフィルター等が含まれる上，アイドリング回路の並列共振面が明確でないので，結合線路に移相器を挿入して，結合位相量は実験的に定めることになる．この場合の等価回路を第14図に示す．信号及び



第14図　　二段結合増巾器の等価回路

アイドリングには同一の導波管（WRJ-4）を用いているが，周波数が異なるので，特性インピーダンスは厳密には異なるが，定性的には同一として差支えない．

第一段目入力回路に於いてバラクターの残留容量 C_0 は同軸部のリアクタンス jX_{s1} とアイドリングフィルターの帯調短絡面によるサセプタンス jB_{s1} によつて打消される．同様にアイドリング回路は jX_{i1}，jB_{i1} 及び C_0 がその周波数に共振するようになっている．このときの jX_{i1} と jB_{i1} の大きさによつて前段のアイドリング共振回路と結合線路との結合度が定まる．第二段目についても全く同様である．

前述した如くこの形の増巾器では，結合線路の特性アドミタンスの大きさが中心周波数に於ける最大増巾度を決定する．我々の実験に於いては結合線路は信号と同一の導波管を使用したが結合線路の特性インピーダンスはアイドリング共振回路と外部回路との結合度によつて等価的にかえることができる．即ち理想変圧器と四分の一波長線路とを組合わせると

$$\begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & jZ_0 \\ j/Z_0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & jnZ_0 \\ j/nZ_0 & 0 \end{pmatrix}$$

四分の一波長線路の特性インピーダンスは理想変圧器の巻数比倍になる．一般にパラメトリック増巾器では，利得を大きくとるためにバラクターと外部回路との結合は小さくえらばれる．上式から分るように，二段結合形についてもアイドリング回路と結合線路との結合度を小さくする程得られる最大利得は大きくなる．

この増巾器に於いて結合度を加減するには，共振條件(25)をくずさない範囲で jX 及び jB を加減すればよいが，同軸部のリアクタンス jX は信号及びアイドリングに対して独立に変化できないので，増巾器の特性にはある制限が加わる．

又アイドリング共振回路の Q も解析結果によると，増巾特性に大きな影響をもつ．従つてアイドリング回路の損失も適当に加減できることが望ましいが，我々の実験に於いては特にアイドリングの損失は入れな

かった.

実験回路は第15図に示す通りである. ポンピング電力は一個のクライストロン V-55から供給されており, 二つのパラメトリックダイオードに加わるポンピング電力の位相は一般に異なるが, 利得はこの位相に無関係であるので特に考慮する必要はない. 従ってポンピング電力がアイドリング結合回路を通して干渉してもトラブルは起らない.

増巾器の利得は, 信号発生器 S.G と負荷の間に増巾器を挿入した場合と, 導波管で直結した場合との比として測定する. この回路を実際に調整するにはパラメトリック増巾器 PA1 と PA2 の間に減衰器 ATT1 を入れて両者を分離し, 夫々の増巾器が直接増巾器として optimum に動作するように調整して後, 減衰器を抜いて二段増巾として動作させる. 結合線路の位相量は次に述べるようにこれと増巾利得との関係を測定して実験的に定める.

§5. 二段増巾器の諸特性

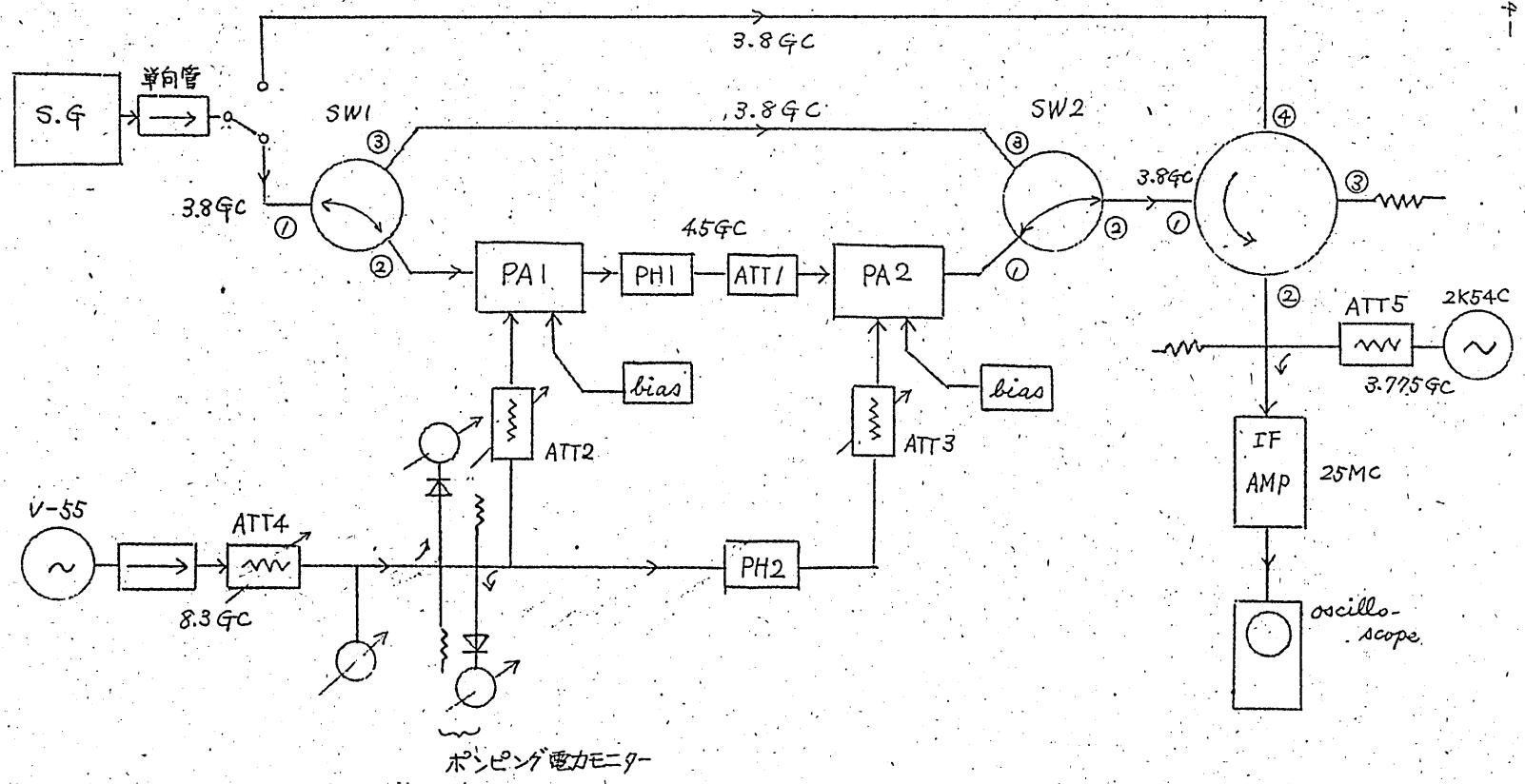
a. 励振位相と利得

進行波形パラメトリック増巾器では各パラクターに加わるポンピング波の位相量が利得に重大な関係をもつが, アイドリング周波のみによって結合するこの方式では利得はポンピング位相差には無関係である. 両方の増巾器がアイドリング周波以外に結合するものがあれば(但しポンピングそのものは除く)この独立性は失われる. 実験の結果ではポンピングの位相量の変化による利得の変動は実験誤差の範囲で零である.

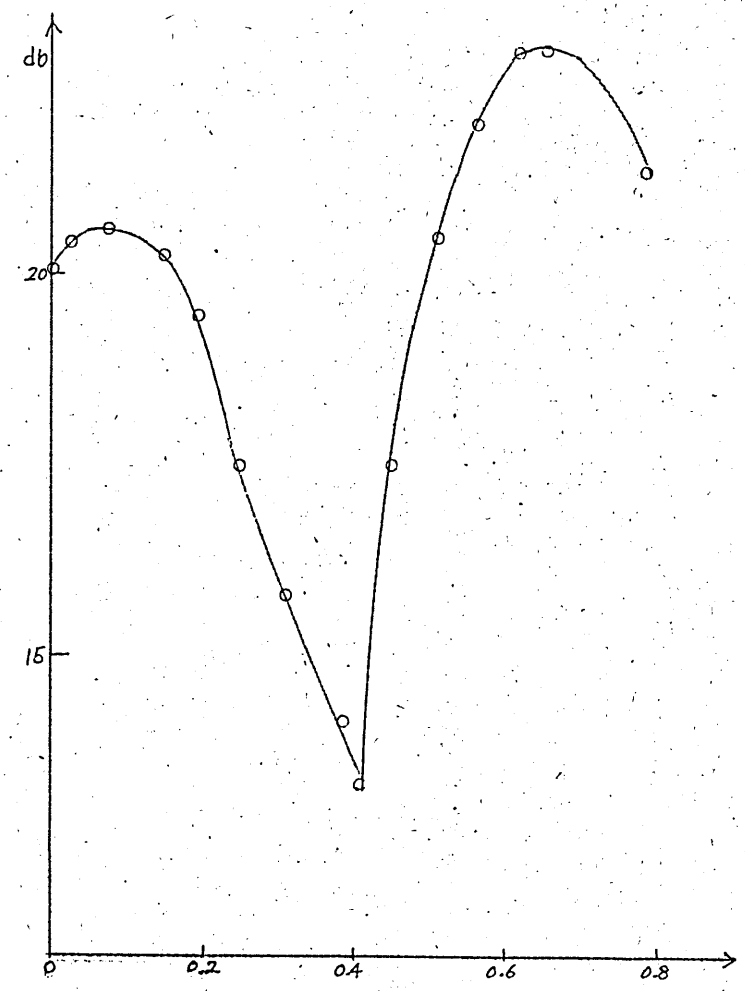
b. 結合回路の位相量

結合線路の長さ(位相量)は回路が複雑であるから, 実験的に定めなければならない. 結合線路の位相量と反射及び通過利得との関係を第16図(a)(b)に示す. 反射電力は結合移相量に対して周期的に変化し $0.4\pi^*$ の位置で最小となっているがこの点が我々の望むインピーダンス反転結合である. 即ち励振電力を適当にとったときこの点で反射波が打消さ礼

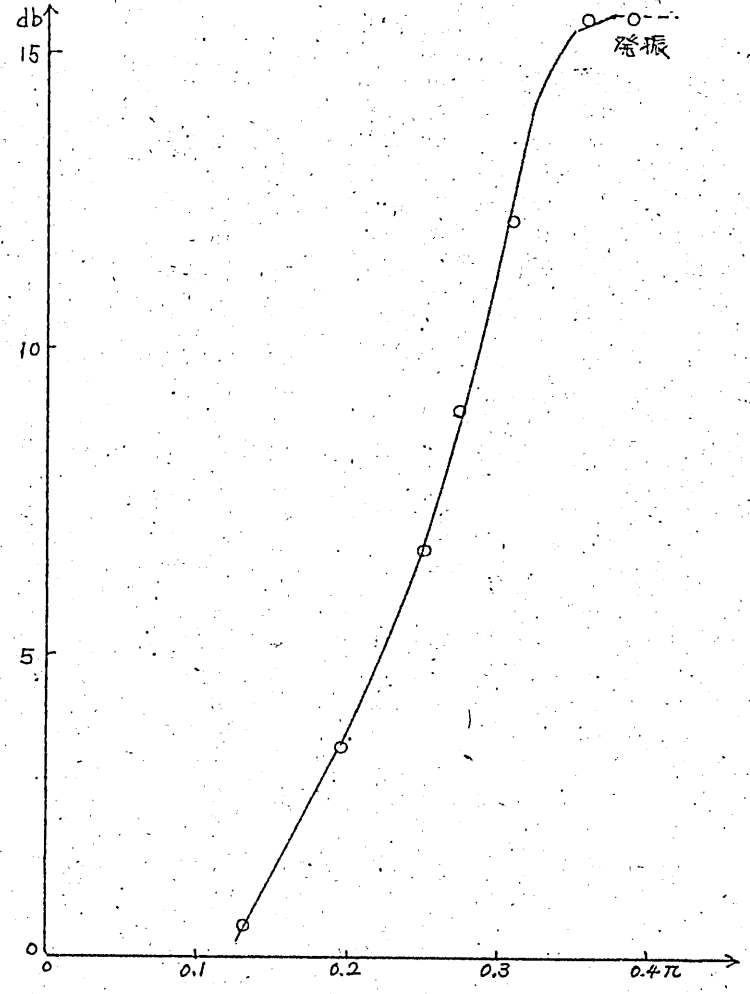
* 相対値



第１５図　　二段結合形パラメトリック増巾器の実験回路ブロック図



第16図(a) 結合線路の移相量と入力端における反射利得との関係



第16図(b) 結合線路の移相量と通過利得との関係

る訳である．この図に於いて反射波が完全に打消されずまだ利得が残っているのは，結合移相量の変化の全範囲で発振しないように励振を小さくとつたからである．励振が小さい場合，整合のとれないのは解析より明らかである．この反射波最小の点から$\pi/4$だけずれた点で反射利得は極大となっているが，これは両パラメトリック増巾器の結合移相が半波長の整数倍になる点である．このとき，両増巾器によって生ずる負性抵抗は互に加わり合うので，反射波が大きくなっている訳である．第16図(b)は，結合移相量と通過利得との関係を示している．反射波が打消される点で通過利得が最大となる．

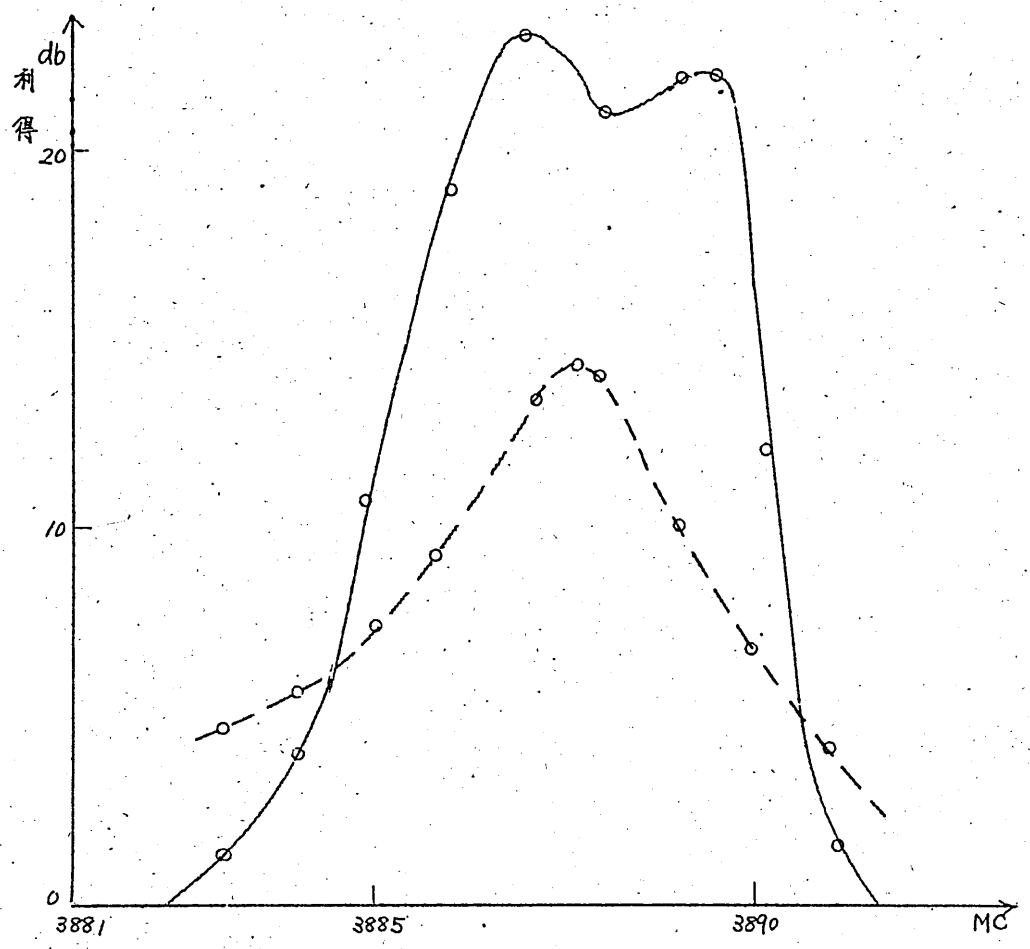
尚第16図(a)に於いて極小付近の曲率は極大付近のものより大きいのは，完全に反射波が打消される点は唯一点であるという事実に対応している．

C．利得の周波数特性

周波数特性は二つの増巾器の調整具合及び励振の大きさによつて種々異なるが，第17図にその一例を示す．解析結果からも明らかな如く，整合のとれる付近では常に双峰特性を示す．そして励振を増加すれば双峰特性の峰は高くなり，谷が深くなる．一方の増巾器をサーキュレーターを用いて直接増巾器として働らかせた場合の特性を点線で参考のため画いた．二段形の場合回路を巧く調整すれば比較的滑らかな周波数特性が得られる．解析では余り利得を大きくとれば，周波数特性は悪くなるが，実験では種々の定数を適当に変化することができるので，比較的良い点を見出すこともできる．二段結合にすれば増巾帯域巾が広くなるが，更に広くする積りで，両者の増巾器の同調点をスタガー式にずらせば，全体の周波数特性は単峰特性となり帯域巾は却つて狭くなる．

d．励振電力の大きさと利得の関係

第18図(a)は後段の励振を変化させた場合の反射利得特性である．解析からも分る如く，増巾器入力端に於ける反射波は後段の励振の大きさ



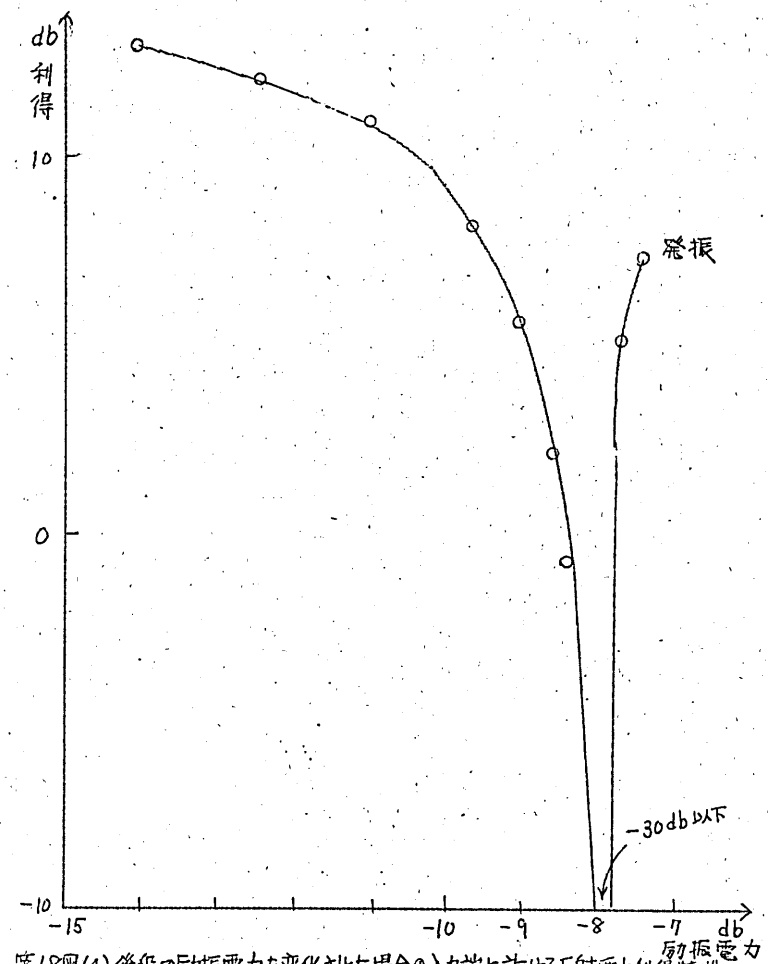
第17図　利得の周波数特性の一例

実線：二段結合形，総合特性

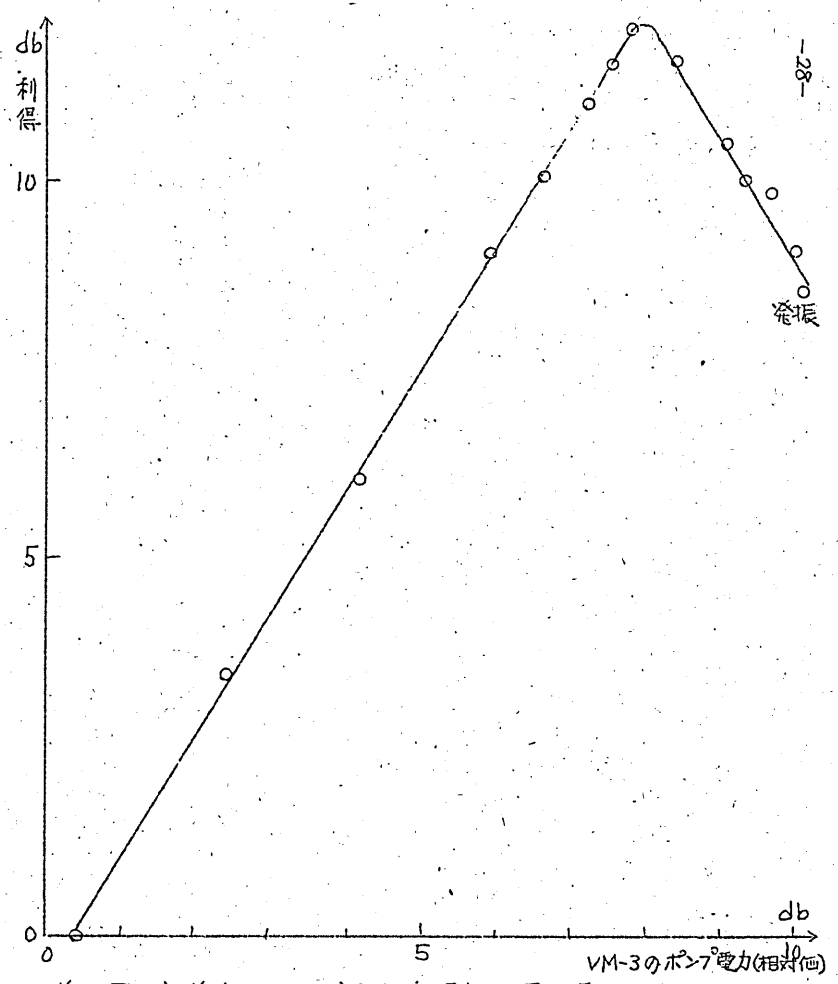
点線：一方の増巾器を直接増巾器とした場合

によつて大きく左右され，励振を大きくすると発振する手前で中心周波数における反射波が全くなくなる点がある．後段の励振が大きいときは前段の励振の大きさによつて入力端における反射波の大きさは殆んど変らず従つて前段と後段の励振を同時に変化させても第18図(a)と殆んど同じ形の曲線が得られる．

第18図(b)は後段の励振をかえた場合の通過電力利得特性を示す．励振が大きい所で通過利得が最大値を示すことは解析から予想された事で



第18図(a) 後段の励振電力を変化させた場合の入力端に於ける反射電力利得特性
f_s: 3786MC, f_p: 8323MC



第18図(b) 後段の励振を変化させた場合の通過利得の特性
f_s: 3787MC, f_p: 8323MC

ある．前段と後段の励振を同時に変化させても同様な曲線が得られる．

e．雑音指数

雑音指数の測定は岡島氏の方法[5]によった．但々の増巾器を直接増巾器として働らかせた場合の雑音指数は下表(a)の如くである．増巾器PA1の雑音指数が悪いのは，信号及びアイドリングのフィルターとして，

(a) 但々の増巾器の雑音指数

	利得 (db)	N.F. (db)
PA1	10	15.1
	15	14.4
	20	13.1
PA2	10	6.0
	15	7.1
	20	7.0

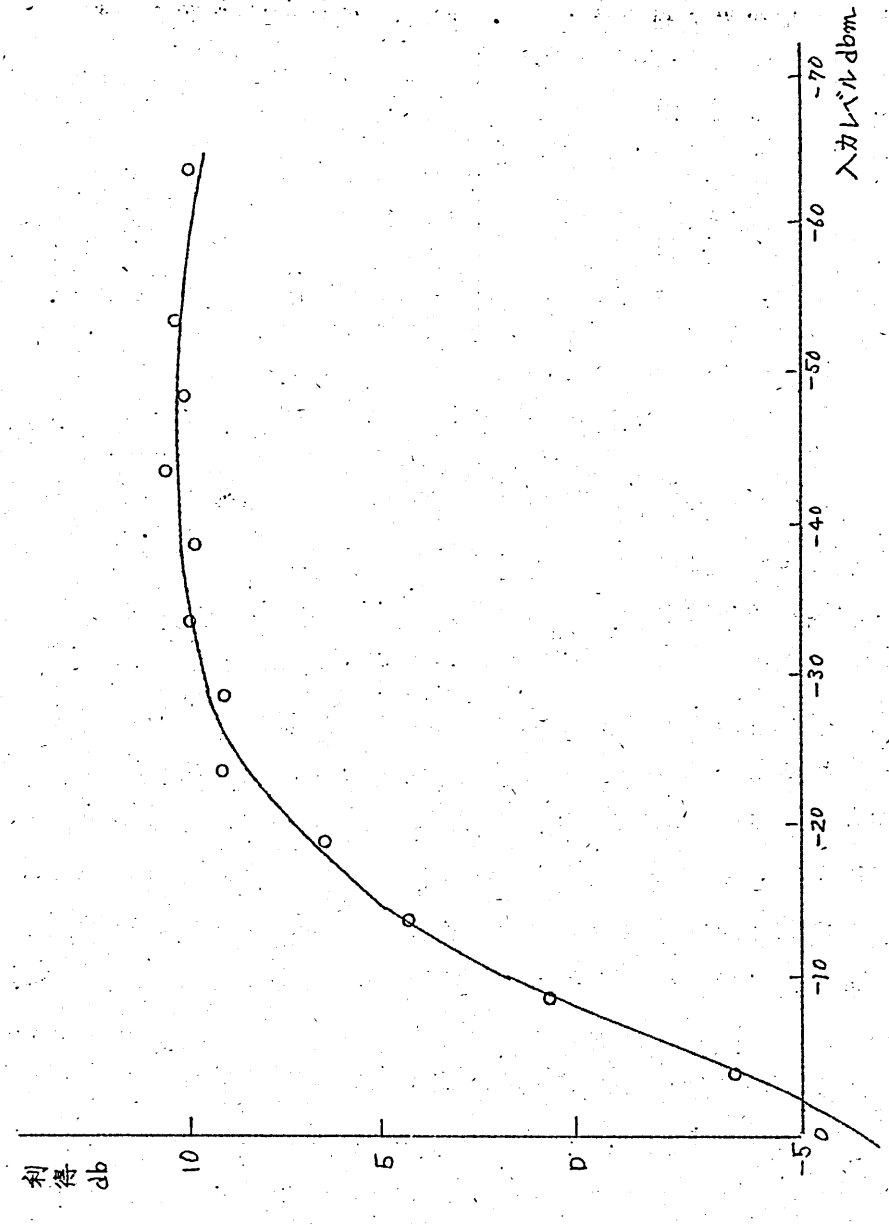
(b) 二段形の総合雑音指数

	利得 (db)	N.F. (db)
PA1 ↓ PA2	15	12.6
	20	13.9
PA2 ↓ PA1	10	10.7
	15	7.7
	17	9.8

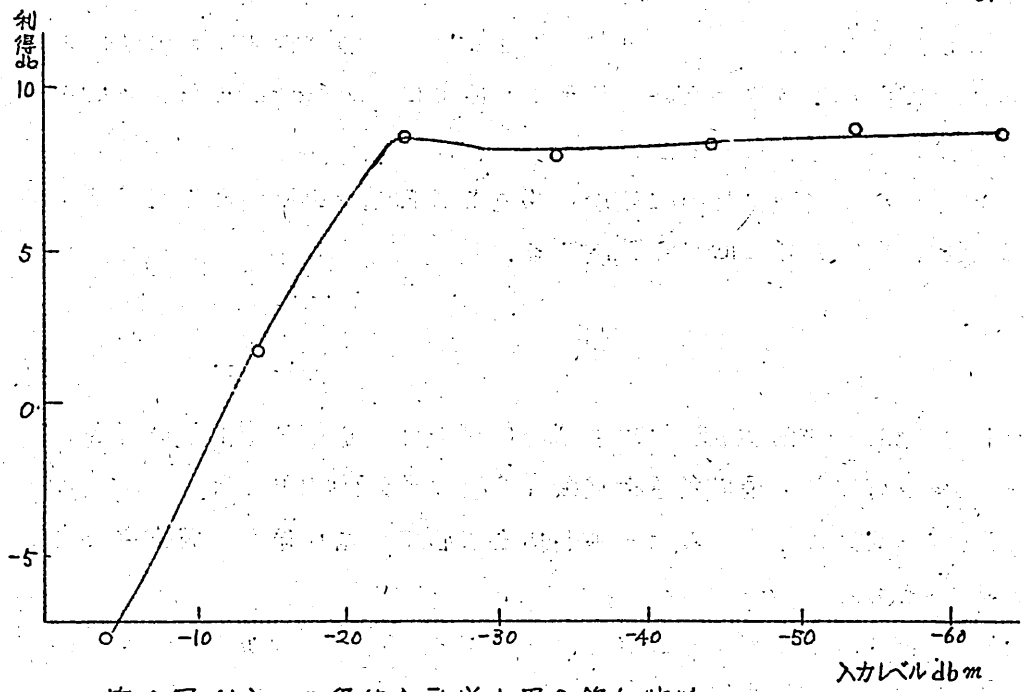
obstacle が導波管の軸方向に移動できるものを製作したのであるが，導波管壁との接触が滑らかに行かなかつたので，損失が非常に大きくなつた為である．他方の増巾器PA2はフィルターを固定したので，損失が少なくなり雑音指数もよくなつている．この実験に於いて問題となるのは但々の増巾器の雑音指数ではなく，二つの増巾器を結合すれば，どの程度雑音指数が悪くなるかが問題である．それについて測定したのが，左の(b)表である．一般に増巾器を二段結合する場合は雑音指数のよい方を前段にもつて来るのが正統であるが，実験の場合は二通りの方法を試みた．予想通り雑音指数のよい方を前にした場合が，全体の雑音指数がよい．雑音指数の測定には誤差が伴うので，明確な判断を下し難いが，二段結合にしてもそのために特に雑音指数が悪くなるという事はなく，大体に於いて通常の増巾器を二段縦属結合する場合と同様に考えて差支えないようである．

f. 飽和特性

二段結合にした場合と単一の場合の信号飽和レベルを比較にしたものが第19図である．(a)図は個々の増巾器を直接増巾器として働らかせた場合で(b)図はそれを二段結合した場合である．いづれの場合も，入力信号レベルが −20 ～ 30 db m で飽和が見られ，二段結合にしても飽和レベルについて特に問題はないようである．



第19図 (a) 個々の増巾器を直接増巾器として働かせた場合の飽和特性



第19図（b） 二段結合形増巾器の飽和特性

Ⅳ. むすび

最近種々の負性抵抗素子が開発され，それを用いた色々の形の増巾器が発表されているが，その中負性抵抗を使用しながら整合のとれるという比較的興味あるものがある[2)~6)]．ここに報告したものもこれらと類似の点をもつているが，他の負性抵抗素子と異なり，パラメトリック素子は少なくとも三つの周波数をもつので，それらに最も類似したものを実現するにも回路が非常に複雑になる．我々はパラメトリック素子が信号周波以外にアイドリング周波をも持つている事実を利用して整合のとれる増巾器について研究した．パラメトリック増巾器は現在一応実用の段階に達しているが，未だ理論的に完全な設計法は確立されておらず，我々実験技術の未熟さもあつて実験データーとしては十分なものがとれなかったが，一応，要点をとりまとめて報告した．これによつて，アイドリング周波によって結合したパラメトリック増巾器が，最近発表されているエサキダイオードを用いたもの[2)~6)]と類似の特性を有していること

が確かめられた．パラメトリック素子によるものでは回路が複雑になるが，各回路素子の特性を巧く利用すれば更に compact なものに仕上げることができるであろう．

終りにこの実験に当って熱心に協力された電々公社小宮田国雄氏，本学々生竹居敏夫君に心から感謝する．

文　献

(1) 池上・中島 et al. "二段結合形パラメトリック増巾器の結合方式について" 輻射科学研究会資料．1962年2月10日

(2) 浜崎襄二；"四分の一波長結合負性抵抗増巾器"，通信学会雑誌 vol.44，pp 1781—1788（nov. 1961）

(3) 牧本利夫；"整合された工サキダイオード増巾回路の特性" 輻射科学研究会資料，1961年2月11日

(4) 牧本利夫；"空胴沪波器形負性抵抗増巾回路"，輻射科学研究会資料，1961年4月22日

(5) 熊谷信昭，森引壽；"分布定数線路によって結合された整合負性抵抗増巾器"，輻射科学研究会資料，1962年4月21日

(6) D. R. Hamann；"A matched amplifier using two cascaded Esaki divdes"，Proc. IRE vol 49. 5. pp. 904—906（may 1961）.

(7) J. M. Manley and H. E. Rowe；"Some General properties of Nonlinear Elements II Small Signal Theory"，Proc. IRE. vol. 46 p.p. 850—860 (may 1958)

(8) 岡島徹；"受信機初段の雑音指数新測定法" 通信学会雑誌，第四十三巻六号（昭．35年6月）p. 691.

輻射科学研究会資料

広帯域ストリップ線マジックティ

板倉清保
阿座上孝
山本錠彦
(大阪大学工学部)
丹後健
(松下電気中央研究所)

昭和37年9月29日

於 神戸工業株式会社

1. 緒　　言

従来、極超短波帯の伝送線路および回路素子としては、同軸系または導波管系が使用されていたが、一般に大形で、構造も複雑であるのに対し、最近ストリップ線路が考案され、1) 軽量、小形で　2) 線路の構造寸法に対して要求される精度の厳密性が比較的ゆるく、3) 製作容易であり、また製作途上において内部の点検が可能であり、4) 場合により印刷回路技術が応用できるため量産が可能で、極めて廉価となるなどの特長のため注目されるようになり、特に高い無負荷Qを必要としない回路などに応用して、その真価を発揮している。

一方、マジックティはブリッジ回路、バランスドミクサ、分波器、円偏波発生器などに応用されているが、VHF帯での導波管系におけるマジックティは、その物理的寸法が大きくなるという見地から実用性にとぼしく、また、ラットレース回路は単一の $\frac{1}{4}$ 波長インピーダンス整合器と同様に広帯域特性のものを得ることが困難である。

本論文は、ストリップ線マジックティに関して、その設計理論、設計法および実験結果について述べたものである。ここで展開された設計理論は、E. M. T. Jones氏の理論の拡張であって、広帯域特性の改善および伝送特性の向上をはかったものである。

2. 設 計 理 論

図1 (a)(b) に示す平衡形分布結合ストリップ線帯域ろ波器の影像インピーダンスおよび影像位相定数は次式で表わされる。[1]

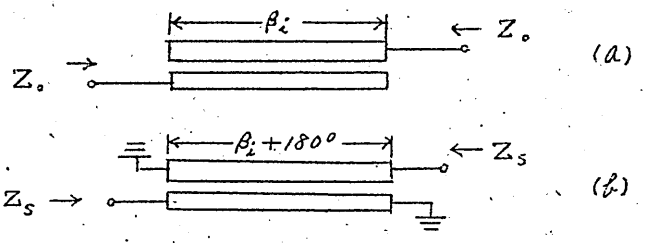


図1.　ストリップ線帯域ろ波器

$$Z_o = \frac{\left\{(Z_{oe}-Z_{oo})^2-(Z_{oe}+Z_{oo})^2\cos^2\theta\right\}^{1/2}}{2\sin\theta} \qquad (1)$$

$$Z_s = \frac{Z_{oe}Z_{oo}}{Z_o} = \frac{2Z_{oe}Z_{oo}\sin\theta}{\left\{(Z_{oe}-Z_{oo})^2-(Z_{oe}+Z_{oo})^2\cos^2\theta\right\}^{1/2}} \qquad (2)$$

$$\beta_i = \cos^{-1}\left\{\frac{(Z_{oe}+Z_{oo})}{(Z_{oe}-Z_{oo})}\cos\theta\right\} \qquad (3)$$

ここで、θは、ろ波器の電気長。

また，図2の平衡形分布結合ストリップ線路において偶および奇励振特性インピーダンス Z_{oe}, Z_{oo} と各部寸法との関係は次式で与えられる。[2)]

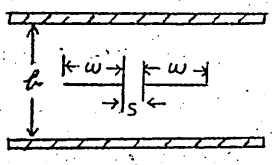


図2，平衡形分布結合ストリップ線路

$$Z_{oe} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}\cdot\frac{K(k_e')}{K(k_e)} \quad (\Omega)$$

$$Z_{oo} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}\cdot\frac{K(k_o')}{K(k_o)} \quad (\Omega) \qquad (4)$$

ここに　K＝ 第一種完全楕円積分

$$\begin{cases} k_e = \tanh\left(\frac{\pi}{2}\frac{w}{b}\right)\tanh\left(\frac{\pi}{2}\frac{w+s}{b}\right) \\ k_e' = \sqrt{1-k_e^2} \end{cases} \qquad (5)$$

$$\begin{cases} k_o = \tanh\left(\frac{\pi}{2}\frac{w}{b}\right)\coth\left(\frac{\pi}{2}\frac{w+s}{b}\right) \\ k_o' = \sqrt{1-k_o^2} \end{cases} \qquad (6)$$

ここで $w=2\,mm$, $s=0.05\,mm$, $b=25\,mm$ に選び電気長θを変化させた場合について 式 (1), (2) をグラフに描けば、図3のごとくなる。

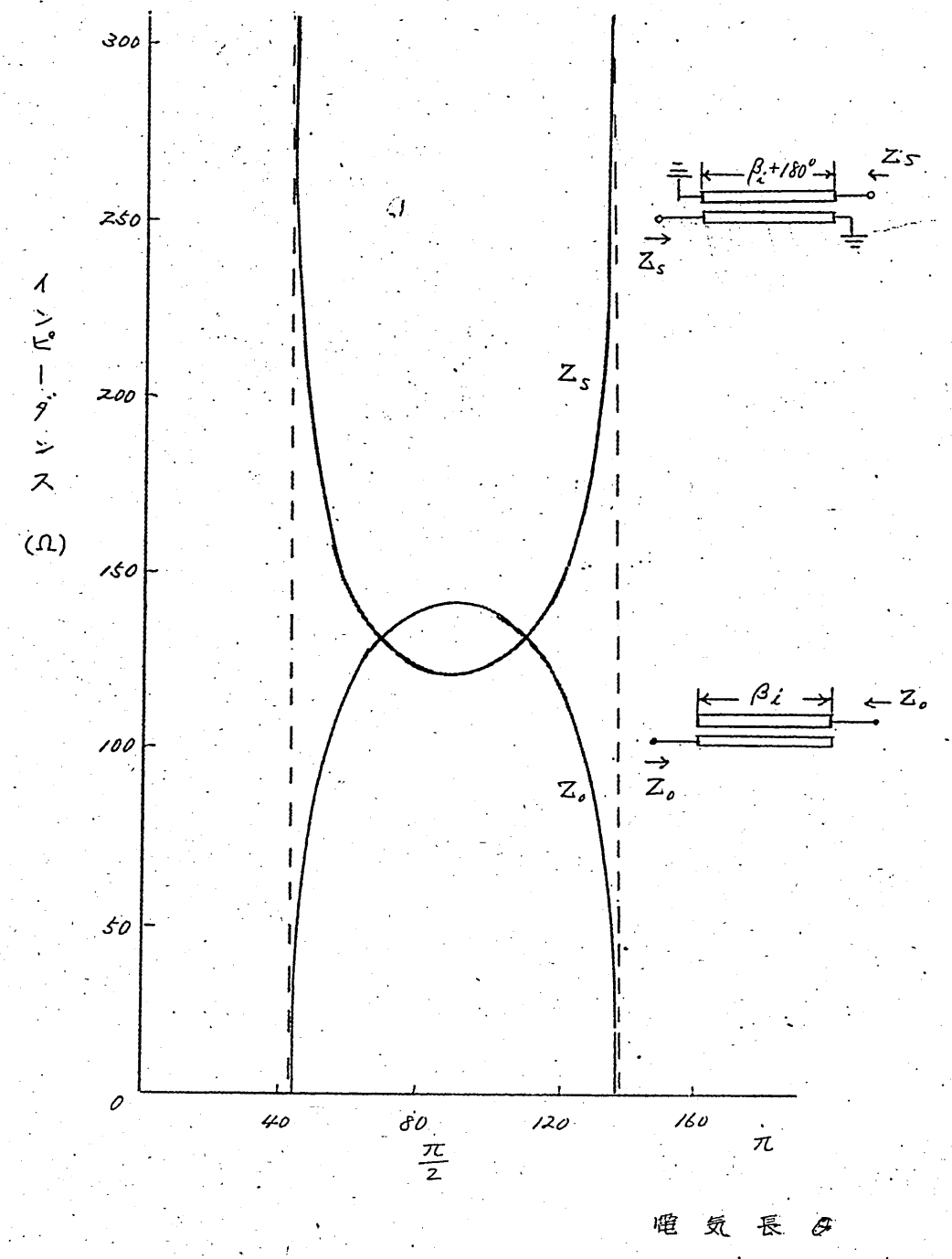


図3. 帯域3波器の影像インピーダンス

つぎに，図1の2つの帯域ろ波器の通過域の範囲が等しく，影像位相定数が π ずれていることに着目すれば，図4の回路を構成することにより，ストリップ線・マジック・テイを実現することができる。

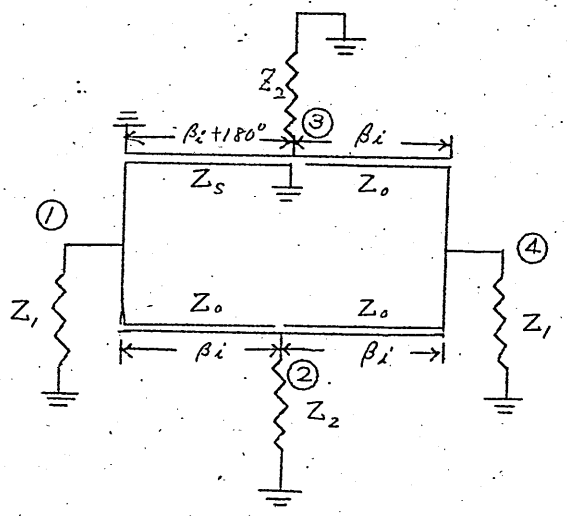


図4. 広帯域ストリップ線マジック・テイ

2-1. 入力インピーダンスおよび電圧比

図4のマジック・テイの理論的解析は、個々の回路のFマトリクスの縦続接続を考えることにより行われる。

これらのFマトリクスを表1に示す。3)

表 1.　各回路とそのマトリクス

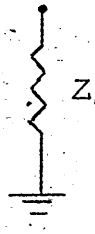
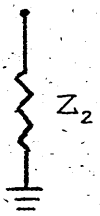
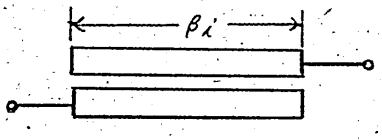
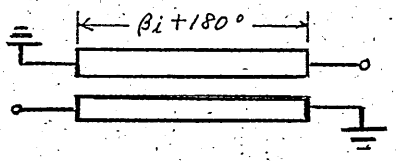
回　　路	マトリクス
	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_1 & 1 \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{vmatrix}$
 Z_0	$\begin{vmatrix} \cos\beta_i & jZ_0\sin\beta_i \\ j\frac{\sin\beta_i}{Z_0} & \cos\beta_i \end{vmatrix}$
 Z_S	$\begin{vmatrix} -\cos\beta_i & -jZ_S\sin\beta_i \\ -j\frac{\sin\beta_i}{Z_S} & -\cos\beta_i \end{vmatrix}$

表1の下マトリクスをもちいて、図4のマジック・ティの等価回路を示せば図5のごとくなる。

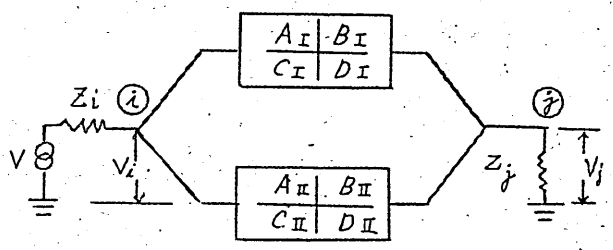


図5. 等価回路

図5において端子 i からみた入力インピーダンスは，

$$Z_{in(i)} = \frac{A_I B_{II} + B_I A_{II} + \dfrac{B_I B_{II}}{Z_j}}{-2 + B_I C_{II} + B_{II} C_I + D_I A_{II} + D_{II} A_I + \dfrac{B_I D_{II} + D_I B_{II}}{Z_j}}$$

また，端子 j からみた入力インピーダンスは上式において A_I と D_I および A_{II} と D_{II} を入れかえることによって容易に求められる。

つぎに，電圧比 V_i/V_j は

$$\frac{V_i}{V_j} = \frac{\dfrac{B_I B_{II}}{Z_j} + A_I B_{II} + A_{II} B_I}{B_I + B_{II}}$$

で与えられる。

式（7）および式（8）における，それぞれのマトリクス要素の値を算出すれば，つぎのようになる。

i) 電圧減衰比：V_i/V_4 （$i=1$, $j=4$）

$$A_I = -\cos^2\beta_i + \frac{Z_S}{Z_0}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_S}{2Z_2}\sin 2\beta_i,$$

$$B_I = \frac{Z_0 Z_S}{Z_2}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_0 + Z_S}{2}\sin 2\beta_i$$

$$A_{II} = \cos 2\beta_i + j\frac{Z_0}{2Z_2}\sin 2\beta_i$$

$$B_{II} = -\frac{Z_0^2}{Z_2}\sin^2\beta_i + jZ_0\sin 2\beta_i$$

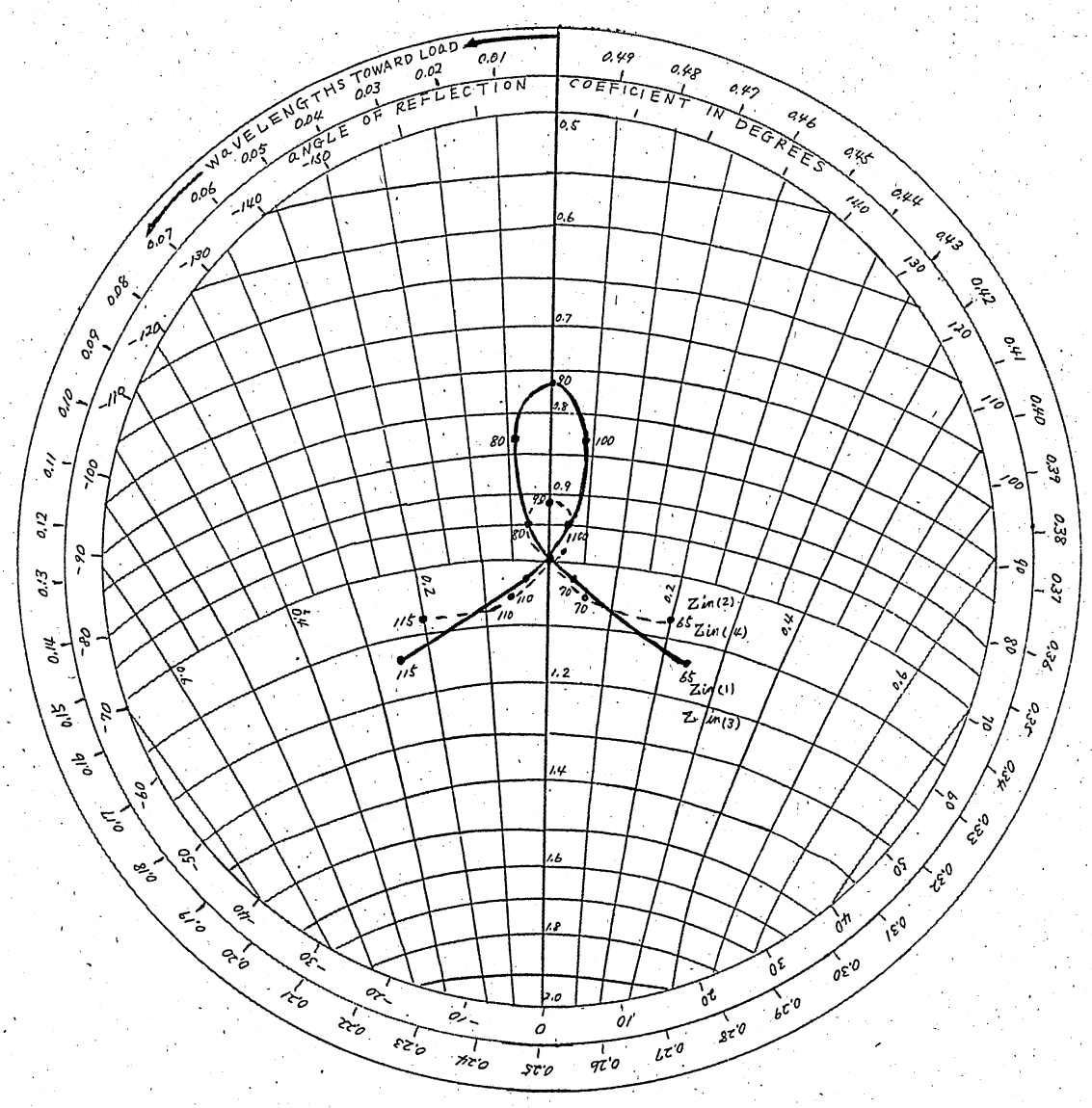


図6　各端子における規準化入力インピーダンス

$$C_I = -\frac{1}{Z_2}\cos^2\beta_i - j\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{Z_s}\right)\sin 2\beta_i$$

$$D_I = -\cos^2\beta + \frac{Z_0}{Z_s}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_0}{2Z_2}\sin 2\beta_i$$

$$C_{II} = \frac{1}{Z_2}\cos^2\beta_i + j\frac{1}{Z_0}\sin 2\beta_i$$

$$D_{II} = A_{II}$$

ii) 電圧減衰比 : V_2/V_3 $(i=2,\ j=3)$

$$A_I = -\cos^2\beta_i + \frac{Z_0}{Z_s}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_0}{2Z_1}\sin 2\beta_i ,$$

$$B_I = \frac{Z_0 Z_s}{Z_1}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_0+Z_s}{2}\sin 2\beta_i ,$$

$$C_I = -\frac{1}{Z_1}\cos^2\beta_i - j\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{Z_s}\right)\sin 2\beta_i$$

$$D_I = -\cos^2\beta_i + \frac{Z_s}{Z_0}\sin^2\beta_i - j\frac{Z_s}{2Z_1}\sin 2\beta_i$$

A_{II}, C_{II}, B_{II}, D_{II} = i) と同じ (但し Z_2 を Z_1 と入れかえる)

iii) 電圧伝達比 : V_2/V_1 $(i=1,\ j=2)$

$$A_I = \left(A_I + \frac{B_I}{Z_1}\right)\cos\beta_i + j\frac{B_I}{Z_0}\sin\beta_i$$

$$B_I = j\left(A_I + \frac{B_I}{Z_1}\right)Z_0\sin\beta_i + B_I\cos\beta_i$$

A_I, B_I は i) と同じ

$$A_{II} = \cos\beta_i$$

$$B_{II} = jZ_0\sin\beta_i$$

iv) 電圧伝達比 : V_3/V_1 $(i=1,\ j=3)$

$$A_I = -\cos\beta_i$$

$$B_I = -jZ_S\sin\beta_i$$

$$A_{II} = \left(A_{II} + \frac{B_{II}}{Z_1}\right)\cos\beta_i + j\frac{B_{II}}{Z_0}\sin\beta_i$$

$$B_{II} = j\left(A_{II} + \frac{B_{II}}{Z_1}\right)Z_0\sin\beta_i + B_{II}\cos\beta_i$$

A_{II}, B_{II} は i) と同じ.

v) 電圧伝達比：V_1/V_2 $(i=2,\ j=1)$

$$A_I = \cos\beta_i$$

$$B_I = jZ_0 \sin\beta_i$$

$$A_{II} = -\left(A_{II} + \frac{B_{II}}{Z_2}\right)\cos\beta_i - j\frac{B_{II}}{Z_S}\sin\beta_i$$

$$B_{II} = -j\left(A_{II} + \frac{B_{II}}{Z_2}\right)Z_S \sin\beta_i - B_{II}\cos\beta_i$$

A_{II}, B_{II} は ii) と同じ

vi) 電圧伝達比：V_4/V_2 $(i=2,\ j=4)$

$$A_I = \left(A_I + \frac{B_I}{Z_2}\right)\cos\beta_i + j\frac{B_I}{Z_0}\sin\beta_i$$

$$B_I = j\left(A_I + \frac{B_I}{Z_2}\right)Z_0 \sin\beta_i + B_I\cos\beta_i$$

A_I, B_I は ii) と同じ

$$A_{II} = \cos\beta_i$$

$$B_{II} = jZ_0 \sin\beta_i$$

2-2 広帯域特性

相対する端子間にエネルギーの伝達が全く行なわれないための条件は、式(8)より

$$B_I + B_{II} = 0$$

すなわち

$$Z_0 = Z_S \qquad (9)$$

したがって、中心周波数 $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ においては、Z_{0e}, Z_{00} の値如何にかかわらず式(3)より $\beta_i = \frac{\pi}{2}$ となるから Z_{0e} と Z_{00} の値を

$$\frac{Z_{0e}}{Z_{00}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \qquad (10)$$

なる関係に選べば、中心周波数において $Z_0 = Z_S$ となり相対する端子間の挿入損失は無限大となる。

さらに、4つの端子の終端インピーダンスの値を中心周波数において

$$ZZ_1 = Z_2 = Z_0 \qquad (11)$$

の関係に並べば，それぞれの端子からみた規準化入力インピーダンスは1となり完全に整合がとれることになる。

しかし、この状態では広帯域特性のものが得られないので，ここでは、周波数特性の最もよい E. M. T. Jones 氏[3] のマジック・テイ No. 5 の諸定数*をもちいて図4のマジックテイについて，入力インピーダンス，電圧減衰比および電圧伝達比の理論計算を行った。

それぞれの場合の計算結果をグラフにして図6～図10に示す。

また、同時に，この場合の最適値の諸定数を表2に示す。

表2 最適値の諸定数

Z_{oe}/Z_1	3.1780
Z_{oo}/Z_1	0.4885
Z_2/Z_1	1.000
Z_0/Z_1（中心周波数）	1.3462
Z_s/Z_1（中心周波数）	1.1526
β（$Z_0=Z_s$ の時）	$90°\pm 30.7°$
θ（$Z_0=Z_s$ の時）	$90°\pm 22°$

---

* Z_0 と Z_s との値は $\theta=90°\pm 22°$ で端子1と4の間の結合が零になり、かつ近似的に $\theta=60°$, $90°$, $120°$ で1と4との間の電圧減衰比が等しくなるようにし、また、終端インピーダンスは Z_1, Z_2 の値が、$\theta=90°\pm 22°$ において端子1からみて整合するように選ばれたときの幾何平均に等しくとったもの。

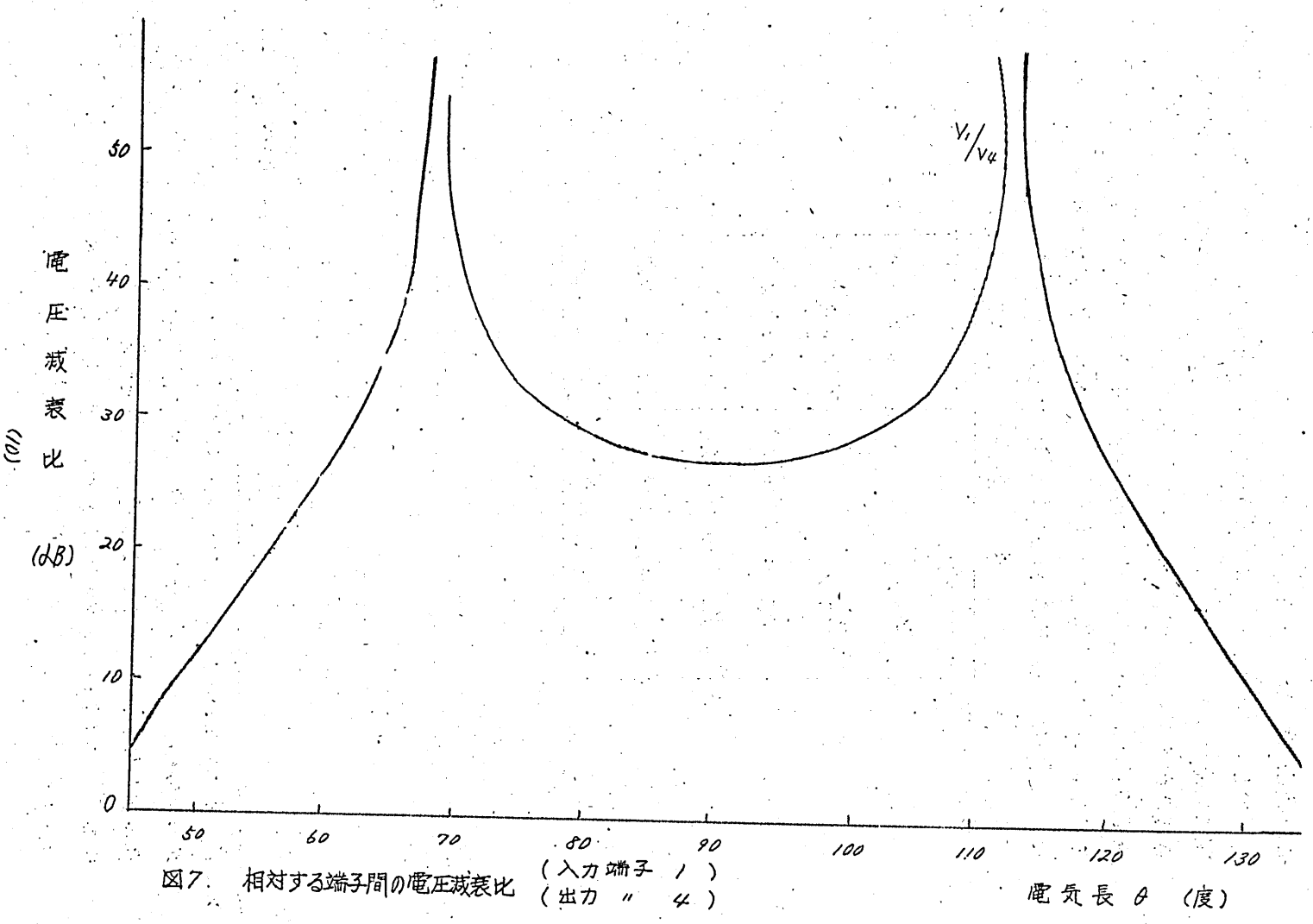


図7. 相対する端子間の電圧減衰比 (入力端子 1)
(出力 〃 4)

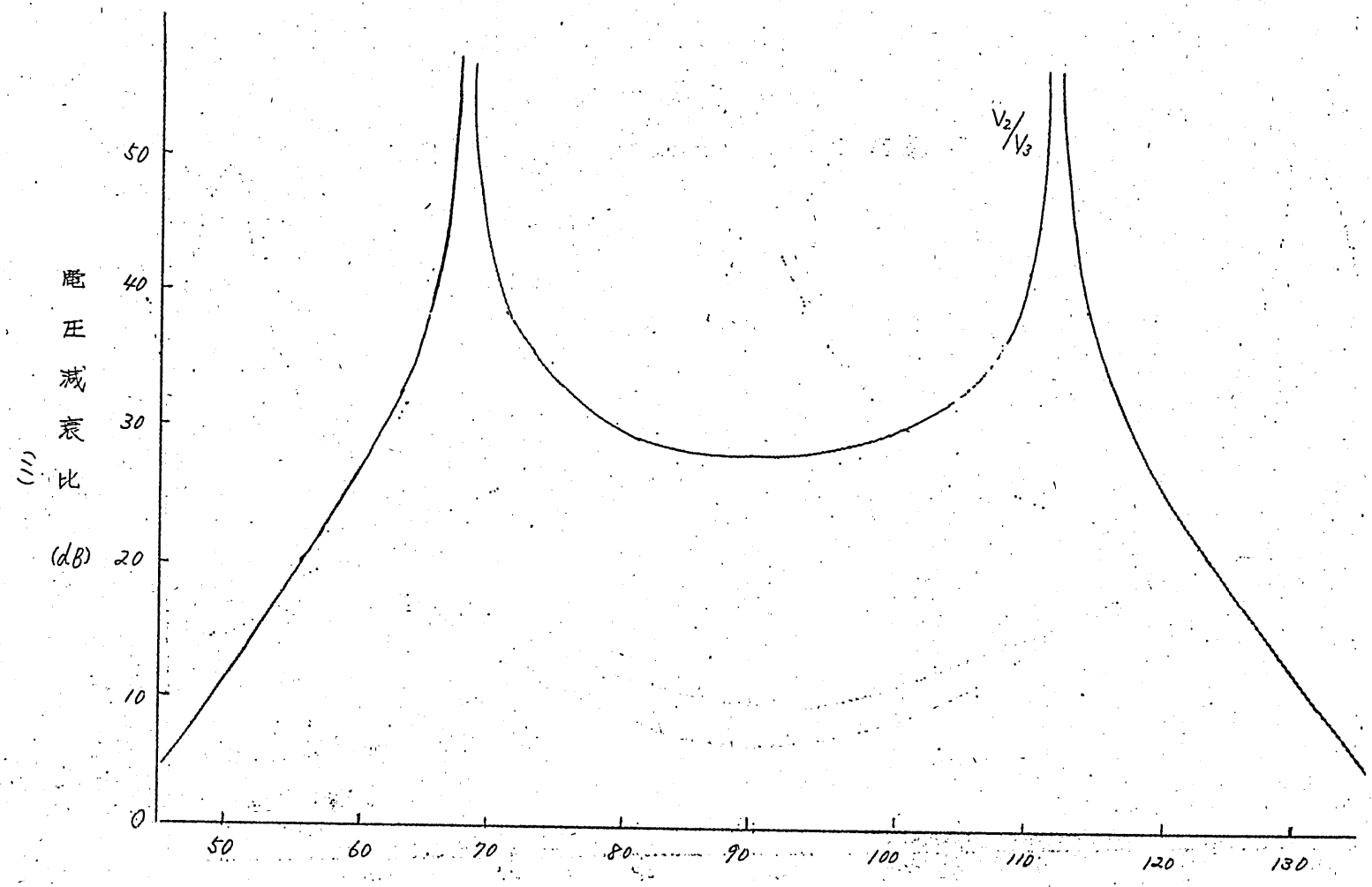


図8　相対する端子間の電圧減衰比　（入力端子　2）
（出力　〃　3）

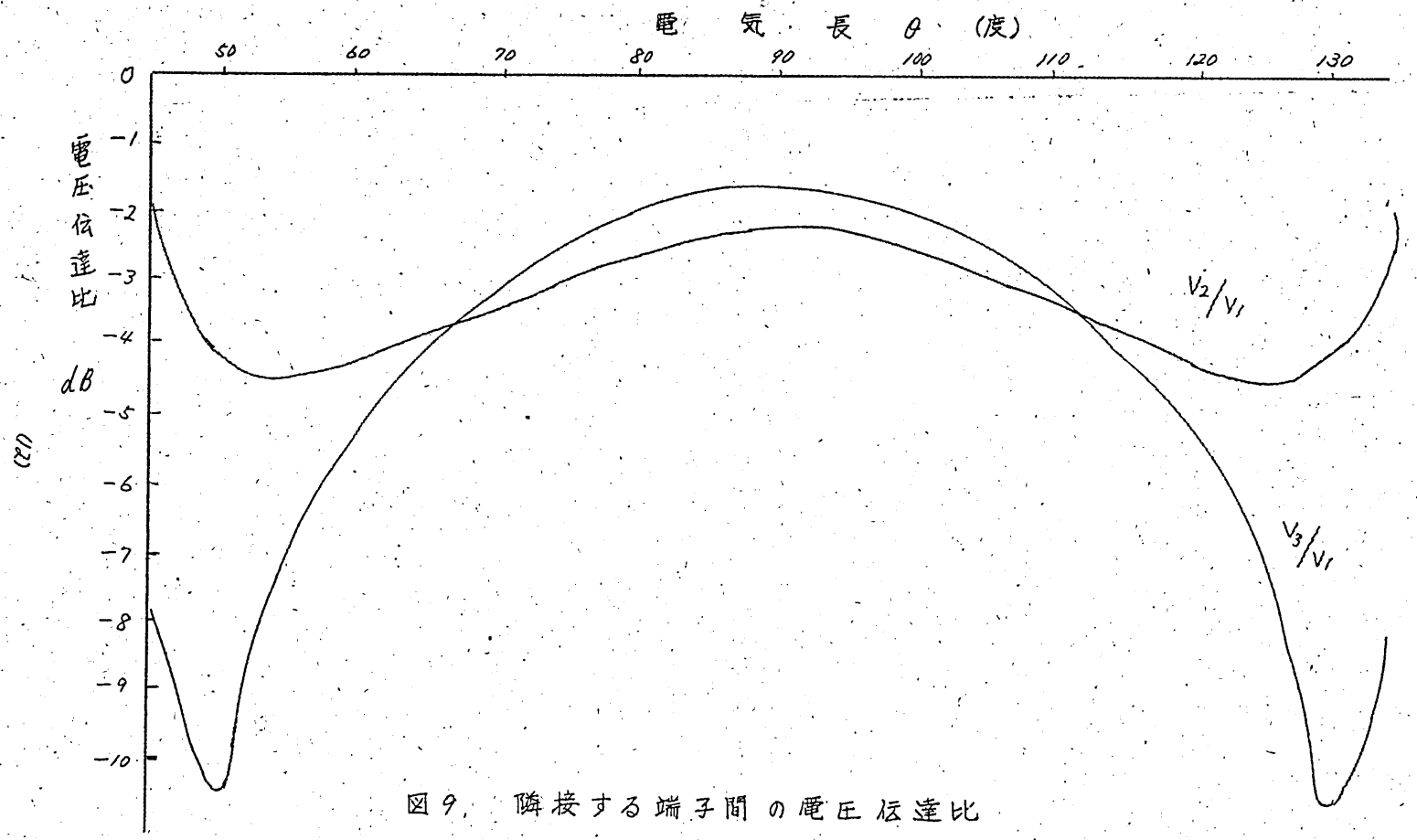


図9. 隣接する端子間の電圧伝達比

(入力端子1)

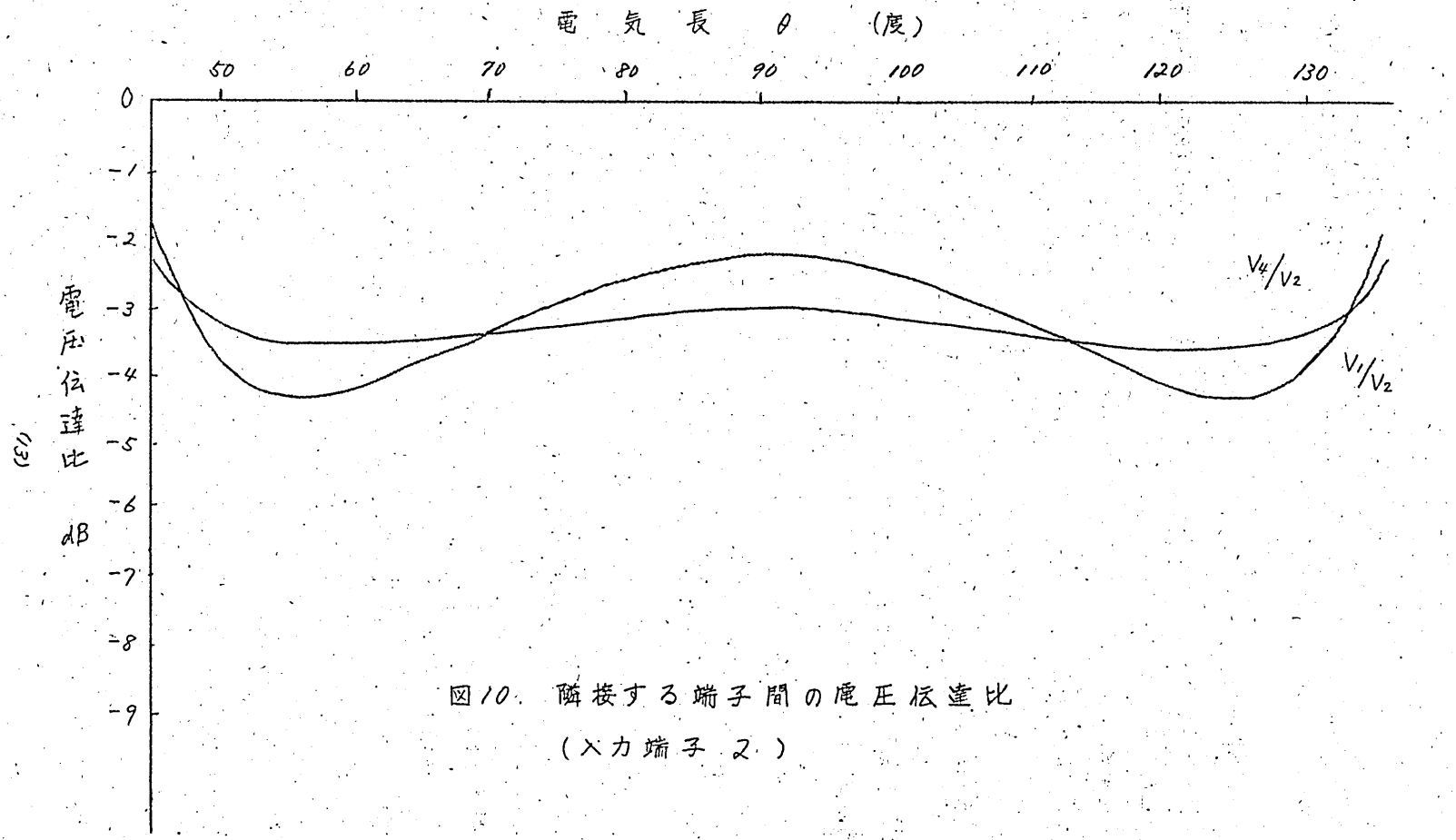


図10. 隣接する端子間の電圧伝達比
（入力端子 2）

3. 設　計　法

ストリップ線マジック・テイの設計例として中心周波数 800 MC 帯域巾 ±250 MC のものについて考える。

i) 基板間隔

いま $b = 25\,mm$ に選べば $b < \frac{\lambda_g}{4}$ となり、上下基板間の伝送姿態はTEM姿態と考えてよいことになる。

ii) 分布結合ストリップ線の各部寸法

図11は表2の諸定数を用いて設計するのに便利なように、$\frac{w}{b}$ をパラメーターとし、$\frac{s}{b} = 0.001 \sim 0.01$ の範囲で

$\frac{K(k_e')}{K(k_e)} = 6.505 \frac{K(k_o')}{K(k_o)}$ の点をプロットしたものである。

設計に際しては、結合間隙Sとストリップ導体の幅 w との実現すべき寸法の関係から

$$\frac{w}{b} = 0.08 \qquad \frac{s}{b} = 0.002$$

に選び、かつ上下基板間隔 $b = 25\,mm$ より

$$w = 2.0\,mm, \quad s = 0.05\,mm$$

をうる。これらの値は印刷配線可能な寸法である。

iii) 終端インピーダンス

上記の各部寸法の値においては、$\frac{K(k_e')}{K(k_e)} = 3.52$

ここで、ストリップ導体の周囲の媒質として、比誘電率 $\varepsilon_r \fallingdotseq 2.53$ のテフロンを用いれば、

$$Z_{oe} = \frac{30\pi}{\sqrt{2.53}} \times 3.52$$

したがって終端インピーダンスの値は、

$$Z_1 = Z_2 = \frac{Z_{oe}}{3.1780} = 65.195\ \Omega$$

となる。

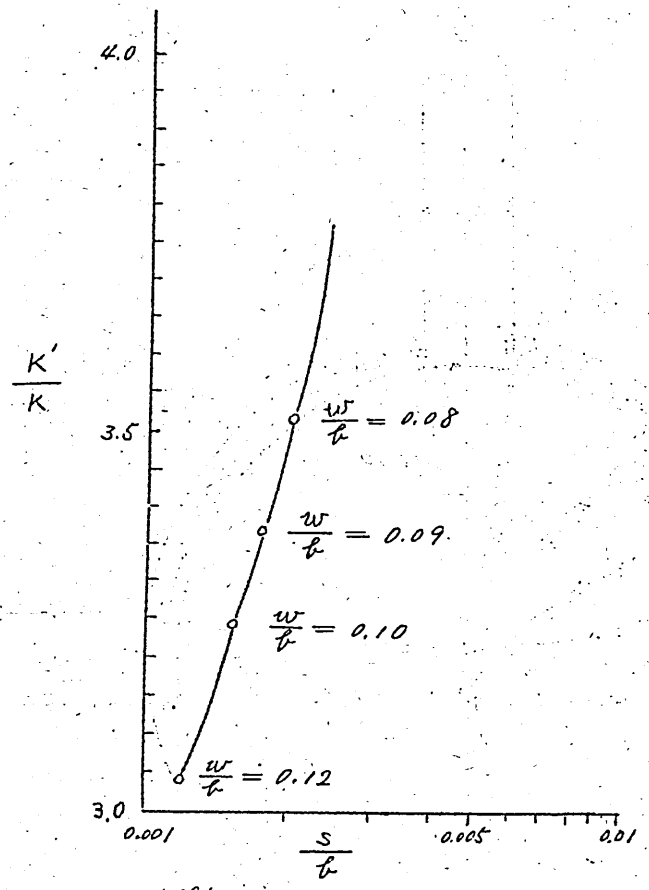


図 11. $\frac{K(k_e')}{K(k_e)}$ と $6.505\frac{K(k_0')}{K(k_0)}$ との交点の軌跡

iV) 単一ストリップ導体の幅

単一ストリップ導体の幅は S. B. Cohn 氏のノモグラム[3]を用いることにより

$$Z_1 = Z_2 = 65.195\,\Omega, \quad \frac{w}{b} = 0.470 \text{ より}$$

$$w = 11.8\ mm$$

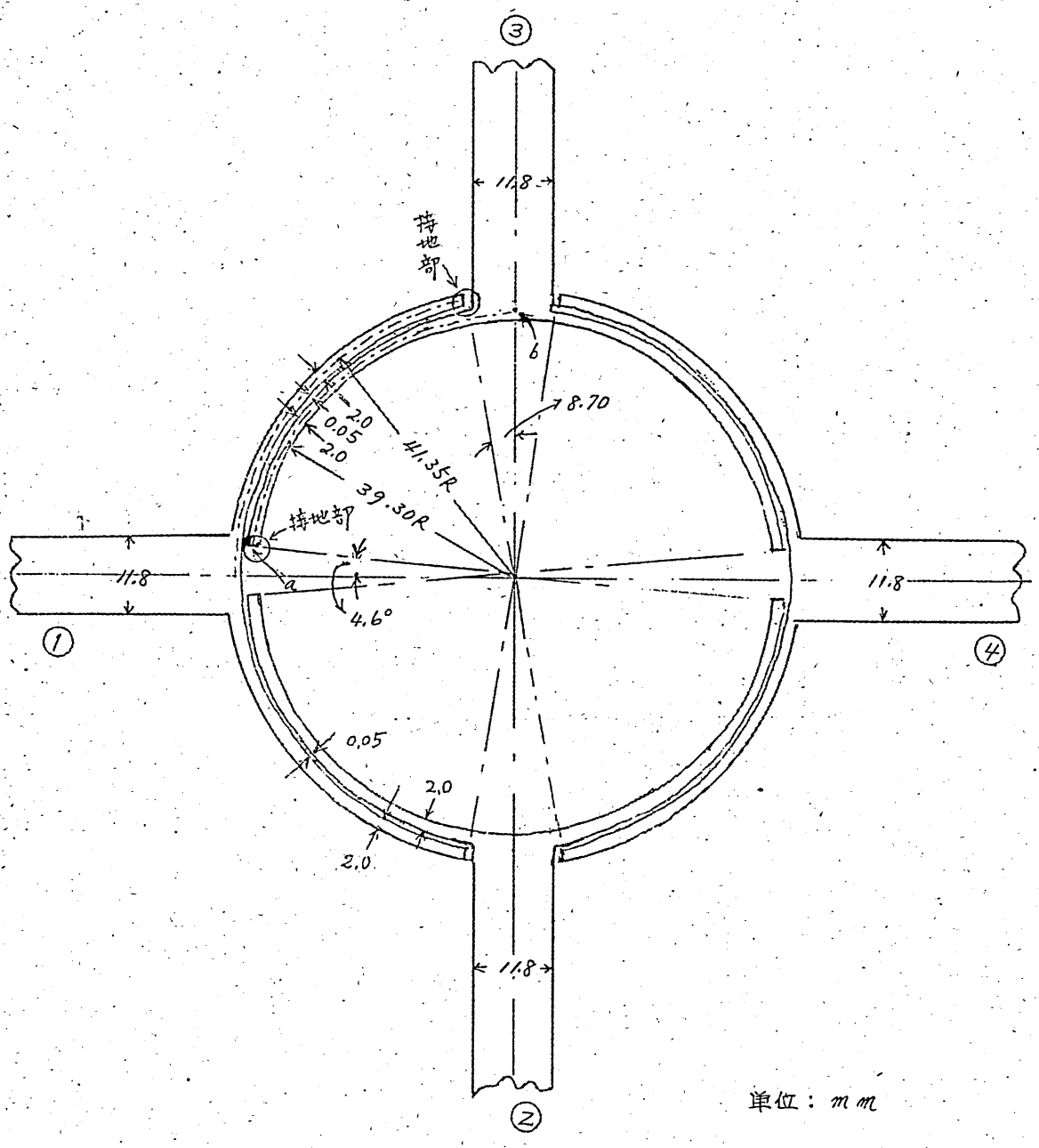
V) 分布結合ストリップ線の線路長

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{\lambda}{2\pi} \theta \quad \text{より}$$

中心周波数においては $\theta = \frac{\pi}{2}$ であるから

$$\ell = 58.59\ mm$$

図 12 は，誘電体材料としてテフロン（$\varepsilon_r \fallingdotseq 2.53$）を使用した場合のマジック・テイの設計寸法を示す。



単位：mm

図12. マジック・テイー

4. 測定回路

ストリップ線マジック・ティにおける入力電圧定在波比および電圧減衰比、電圧伝達比の測定回路のブロック・ダイヤグラムを図13，14に示す。

図において，信号発生器（Hewlett Packard 社製）の発振周波数は450MC～1230MCの範囲内可変で直読でき，また，可変減衰器は内蔵でその減衰量お直読できるようになっている。

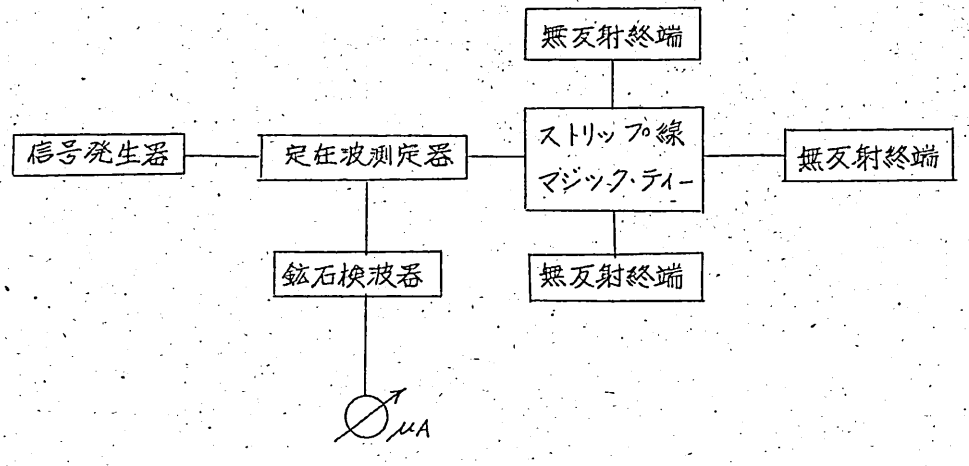


図13・入力電圧定在波比測定回路のブロック ダイヤグラム

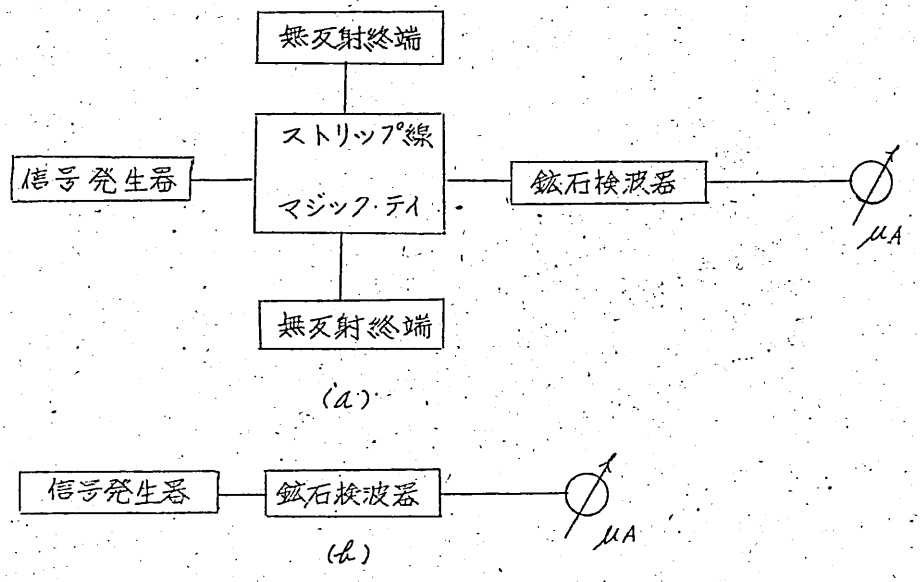


図14．電圧減衰比及び電圧伝達比の測定回路のブロック・ダイヤグラム．

なお、使用した三個の同軸形無反射終端の入力電圧定在波比の値は、中心周波数において、それぞれ 1.02, 1.04, 1.10 である。

結合ストリップ線路の上下接地基板とストリップ導体との間の接地方法は、図15の如く、幅2mm、厚さ0.038mm の銅箔をコの字形に曲げて接地した。

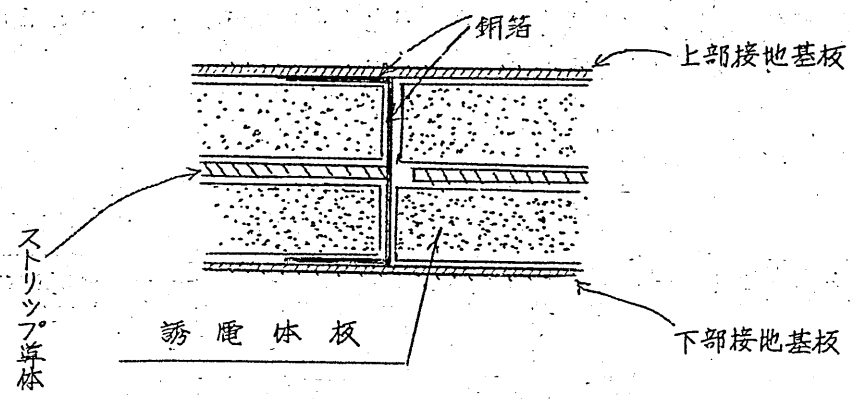


図15 接地部の構造

5 実験結果および検討

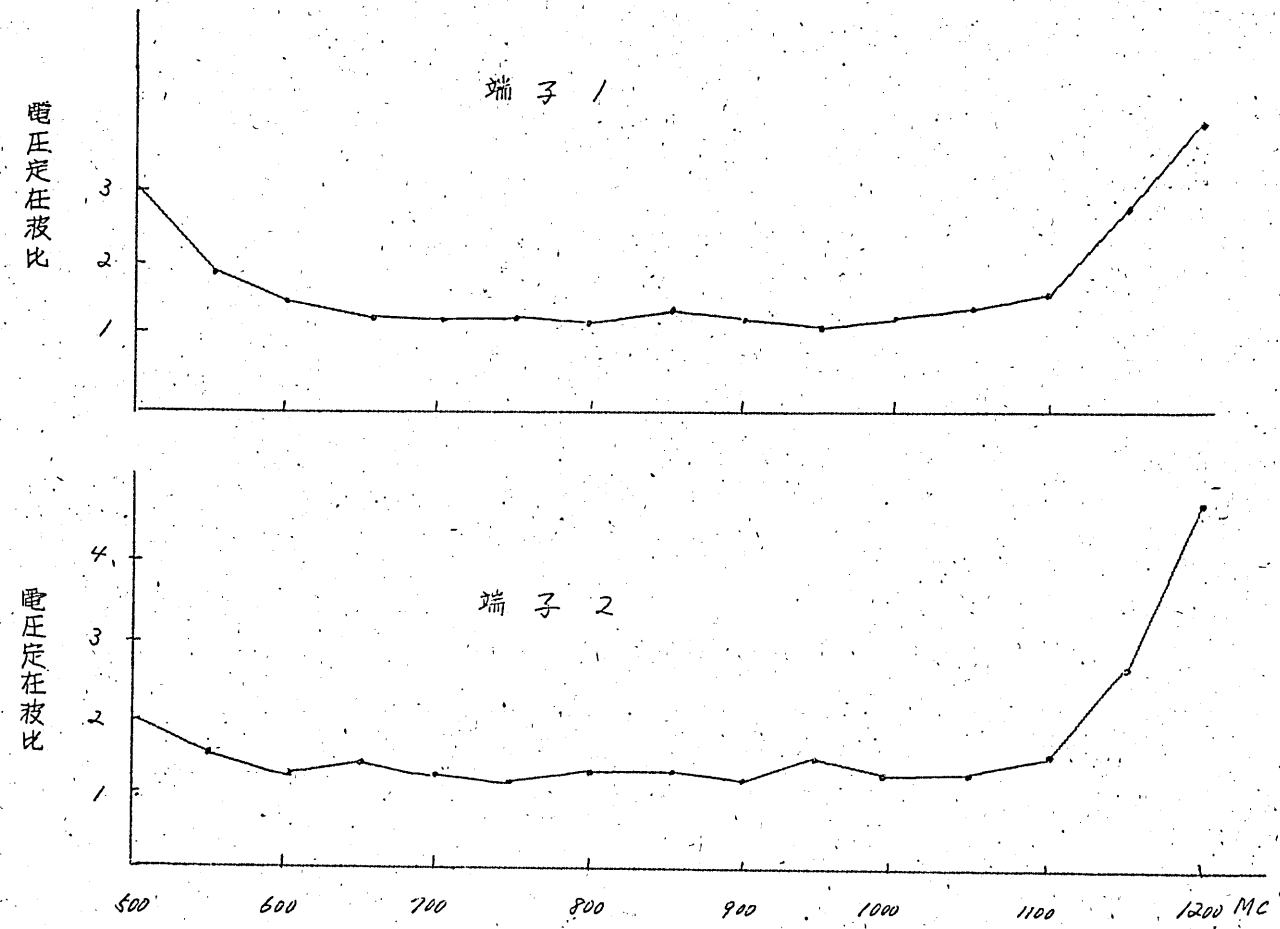
入力電圧定在波比、電圧減衰比および電圧伝達比の実験結果を図16～図28に示す。こゝで、図16～図22は結合ストリップ線の間隙が0.30mmの場合、図23～図28は0.15mmの場合の測定結果であり、実線は理論値、○印は測定値を示している。

図6～図10に示した理論計算の結果より、この形式のストリップ線マジック・テイは帯域巾 $\theta = 65^\circ \sim 115^\circ$ の範囲においては、入力電圧定在波比 $\rho = 1.30$ 以下、電圧減衰比 27db 以上、電圧伝達比は $-3dB \pm 1dB$ 以内という諸特性をもつことが分る、また入出する電力の位相関係は、周波数の如何にかかわらず一定であり、かつ導波管におけるマジック・テイと同様に明瞭である。すなわち端子1は導波管のマジック・テイにおける Eアームに相当し端子4はHアームに相当する。

設計に際して考慮しなければならぬ点はストリップ導体が適当な幅を持っているために帯域3波器の結合長と電気長を等しくする事ができない事である。図12においては、ストリップ導体の中心線にそって縁端aからT分岐の中心bまでの距離を電気長に等しくとっているが、このため、結合長は約10%程

度、電気長よりも短かくなっている。この等しくできない事が原因となって、中心周波数における電圧減衰比の最小値が低下すると考えられるが，V_1/V_4 と V_2/V_3 の周波数特性が全く一致しているので，この低下をみこんで，Z_{oe} と Z_{oo} の値を調整して、それぞれの減衰極を近づけ中心周波数における最小電圧減衰比の値をひき上げるという操作が可能である。

理論値と測定値との間の偏差は i) 結合長を理論値通りに実現できないこと，ii) 分岐部の影響 iii) 結合間隙の製作精度等に起因するものと考えられる。


端子1
電圧定在波比
3
2
1
端子2
電圧定在波比
4
3
2
1
500
600
700
800
900
1000
1100
1200 MC

(12)

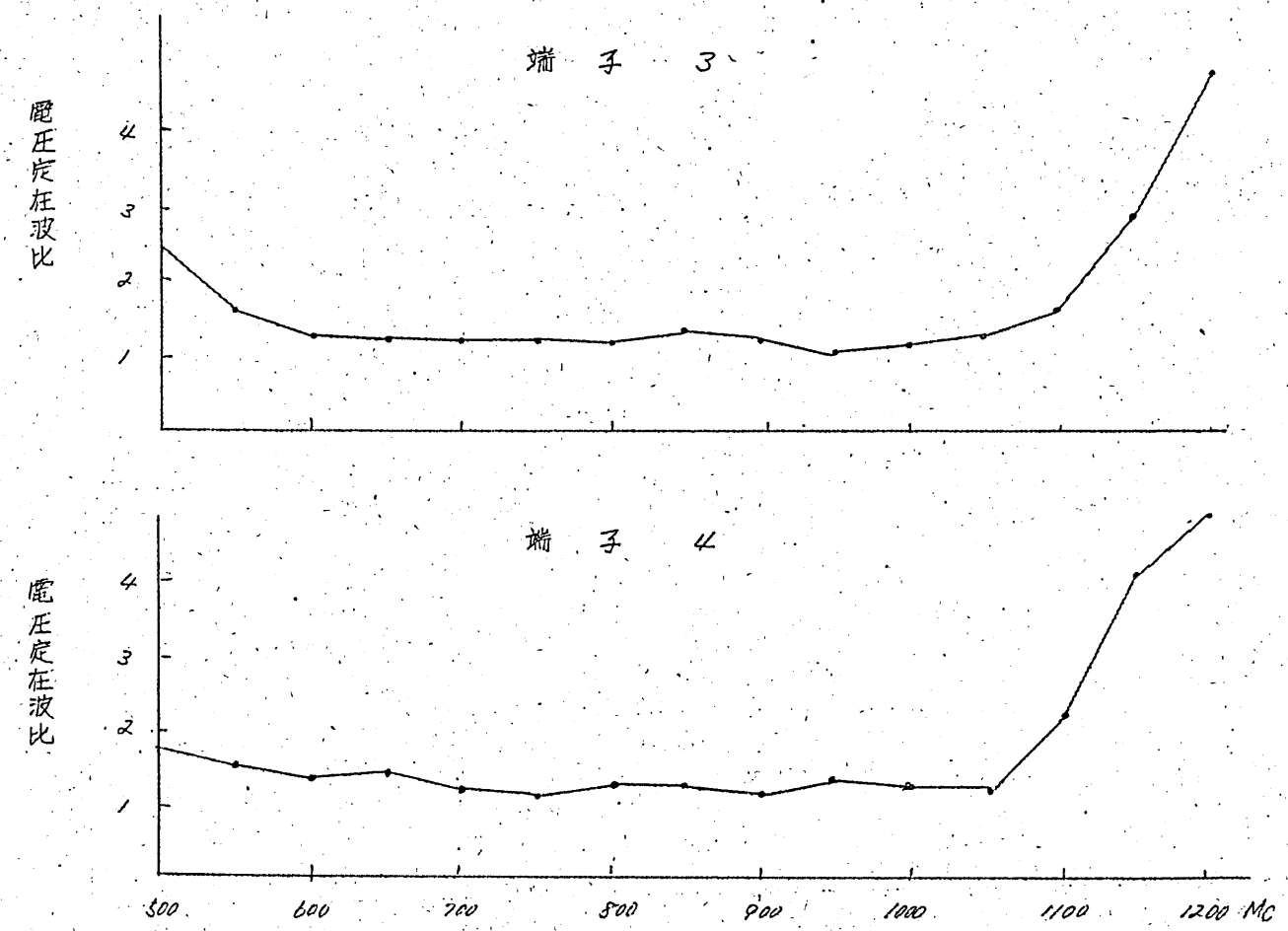


図16. 電圧実在波比 ($S = 0.3\,mm$)

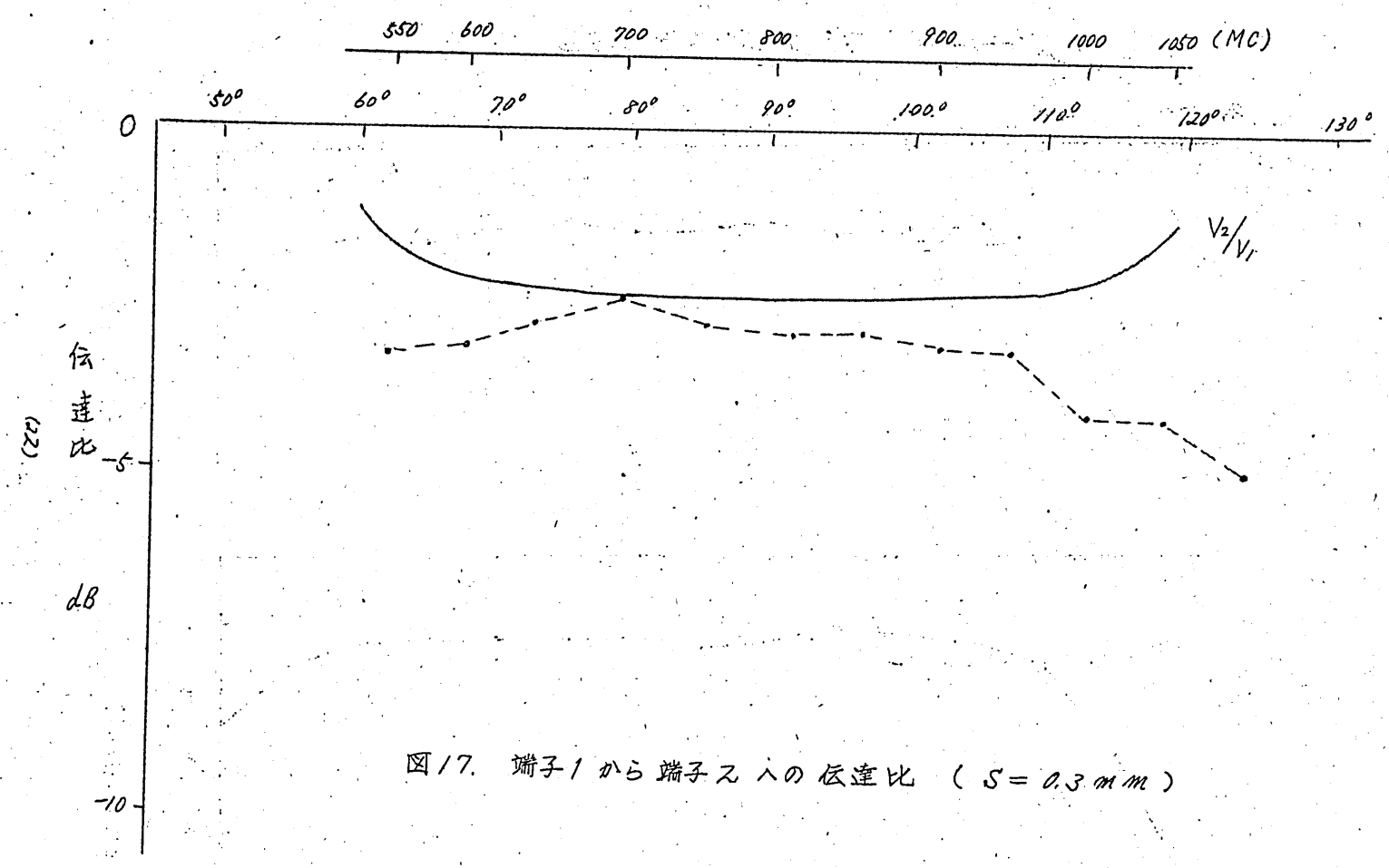


図17. 端子1から端子2への伝達比 ($S = 0.3\,mm$)

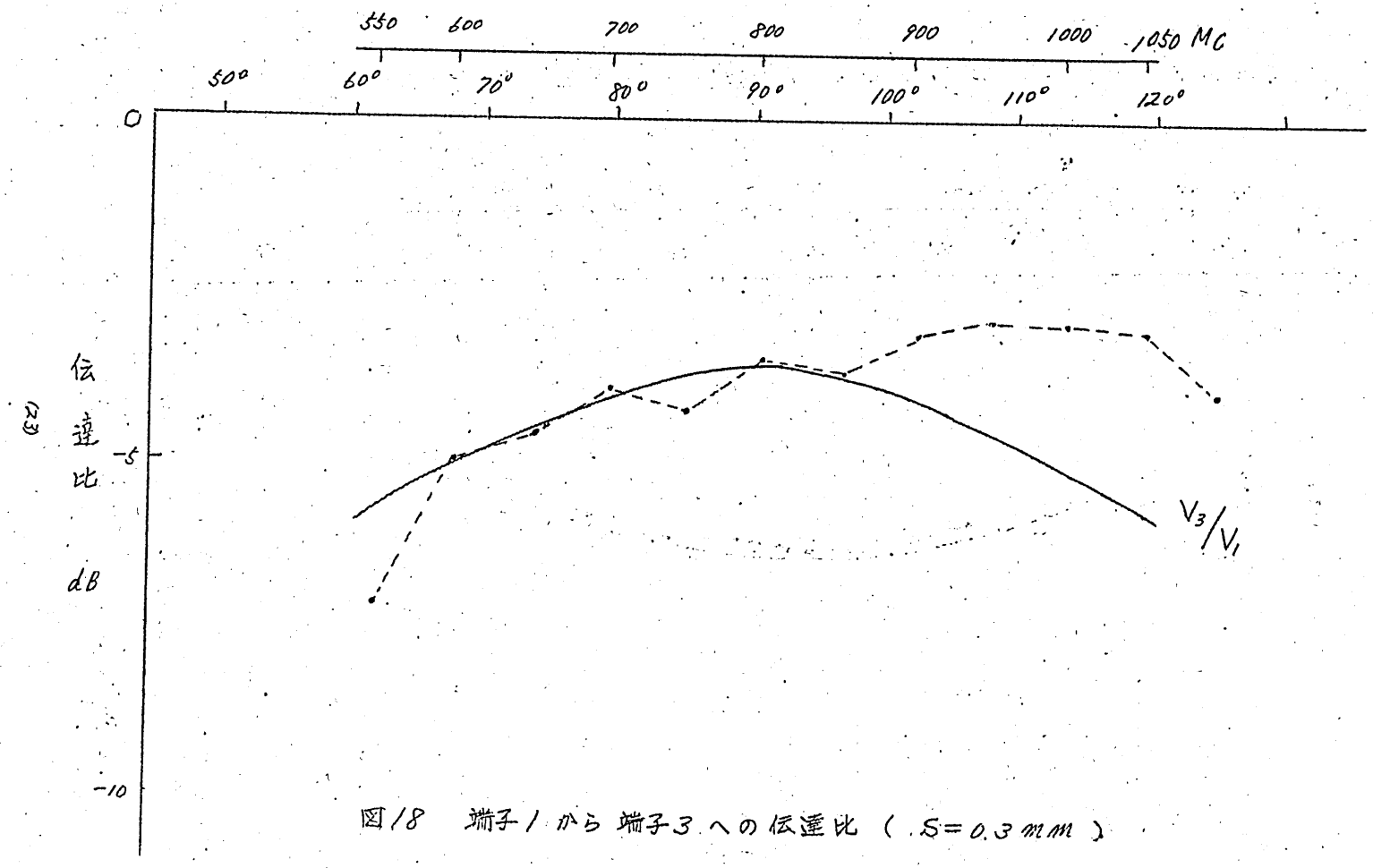


図18　端子1から端子3への伝達比（S=0.3mm）

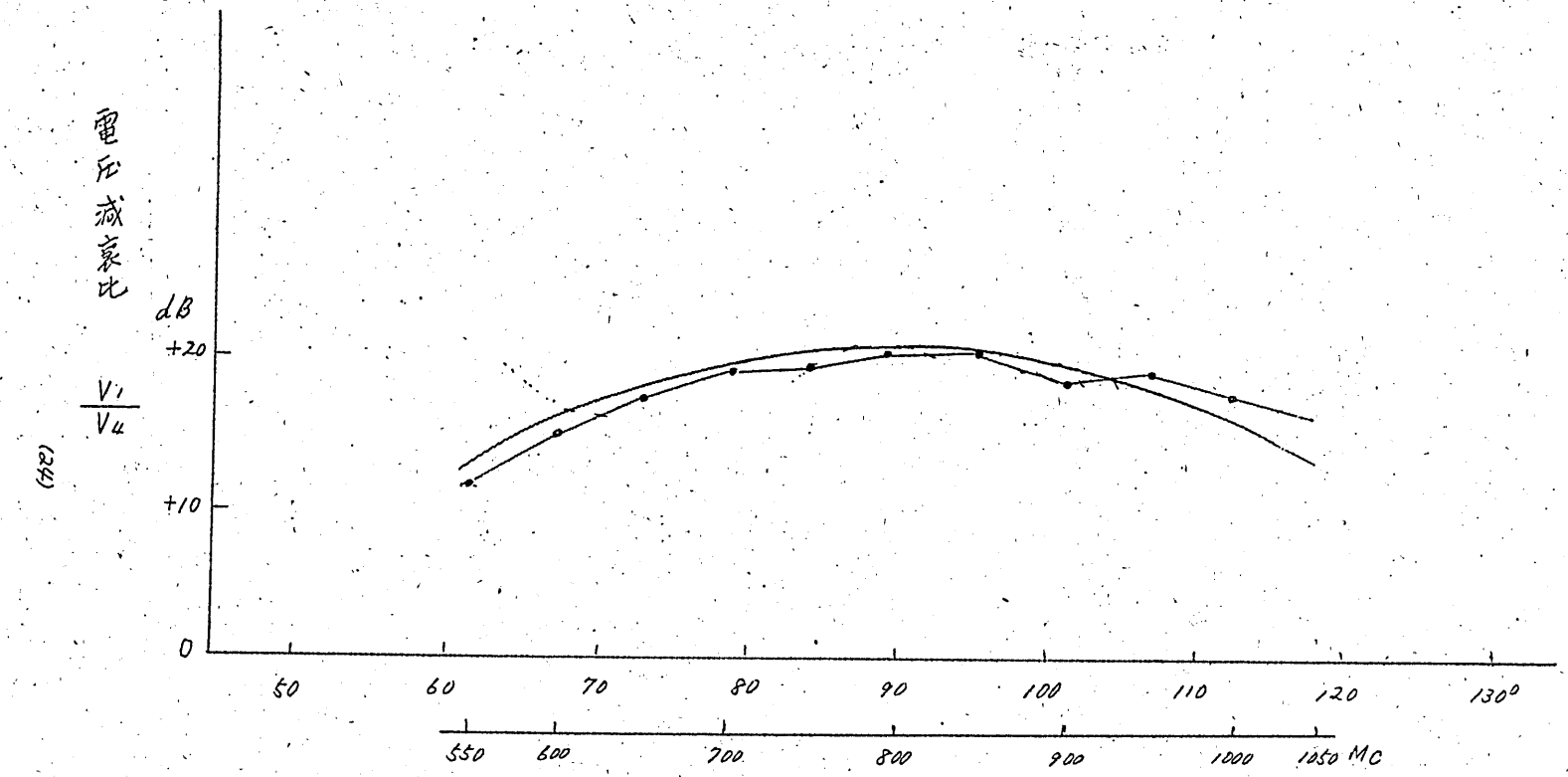
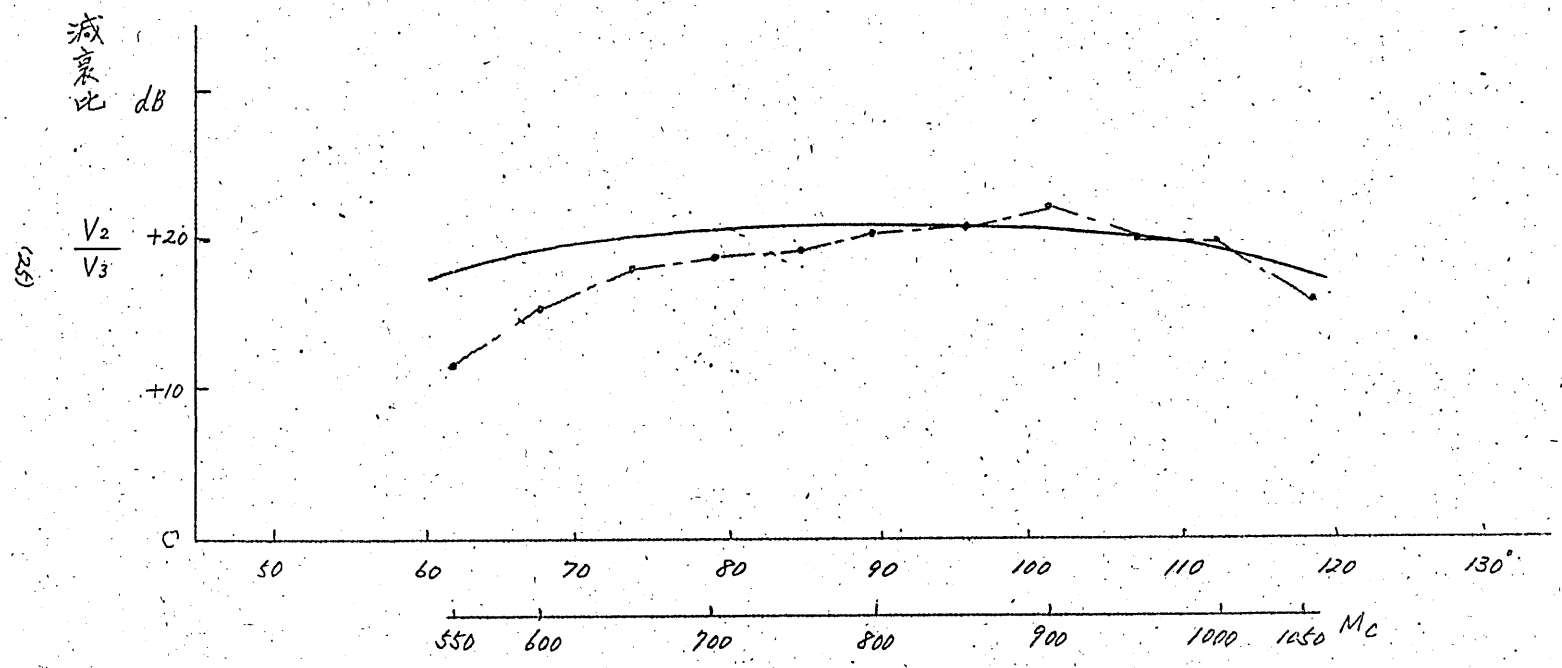


図19　端子1から端子4への減衰比　（S＝0.3mm）



(25)

図 20　端子 2 から端子 3 への減衰比　（S＝0.3 mm）

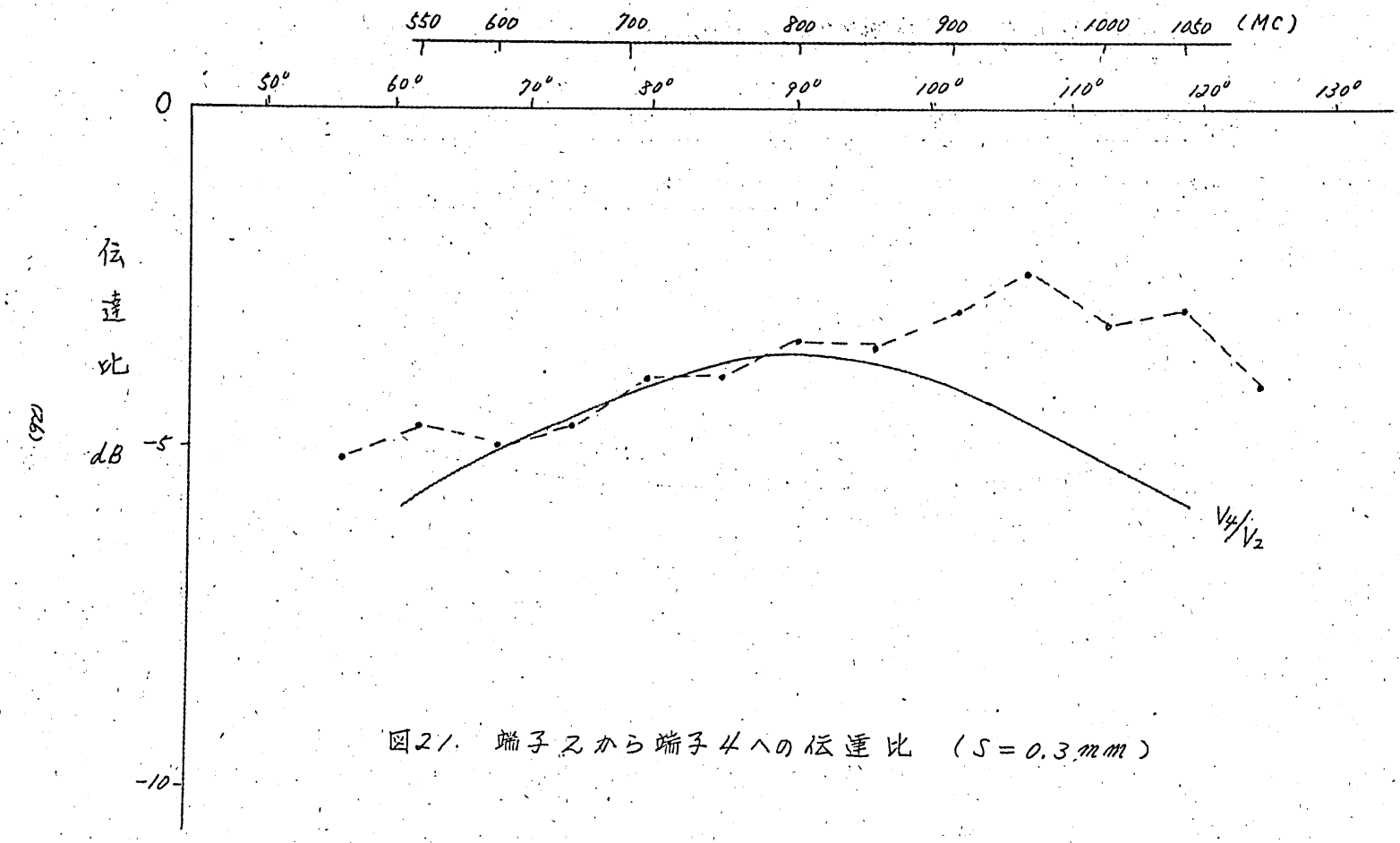


図21. 端子2から端子4への伝達比 (S=0.3mm)

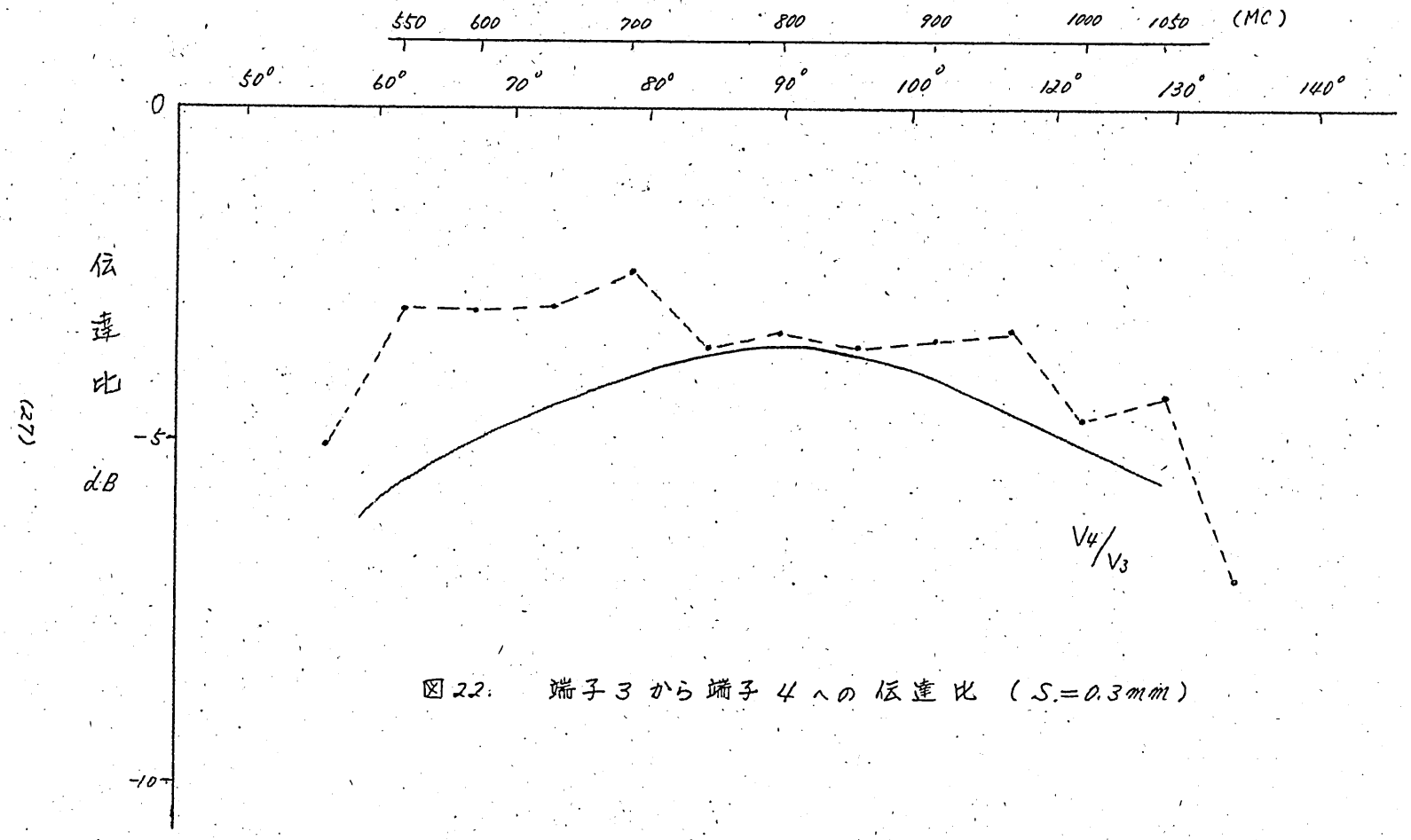
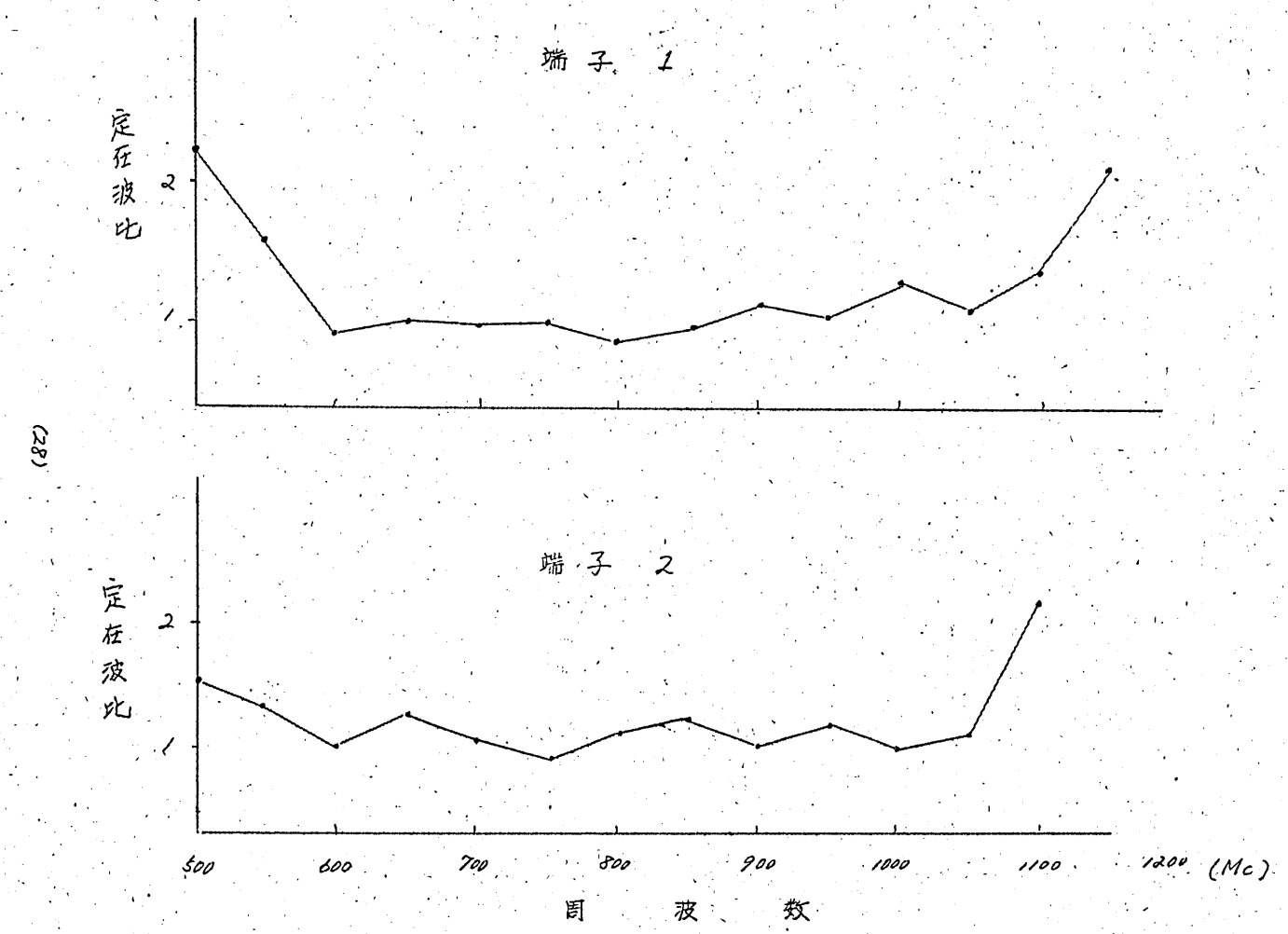


図22. 端子3から端子4への伝達比 ($S_{.}=0.3mm$)


端子 1
定在波比
2
1
端子 2
定在波比
2
1
500
600
700
800
900
1000
1100
1200
(Mc)
周 波 数

(28)

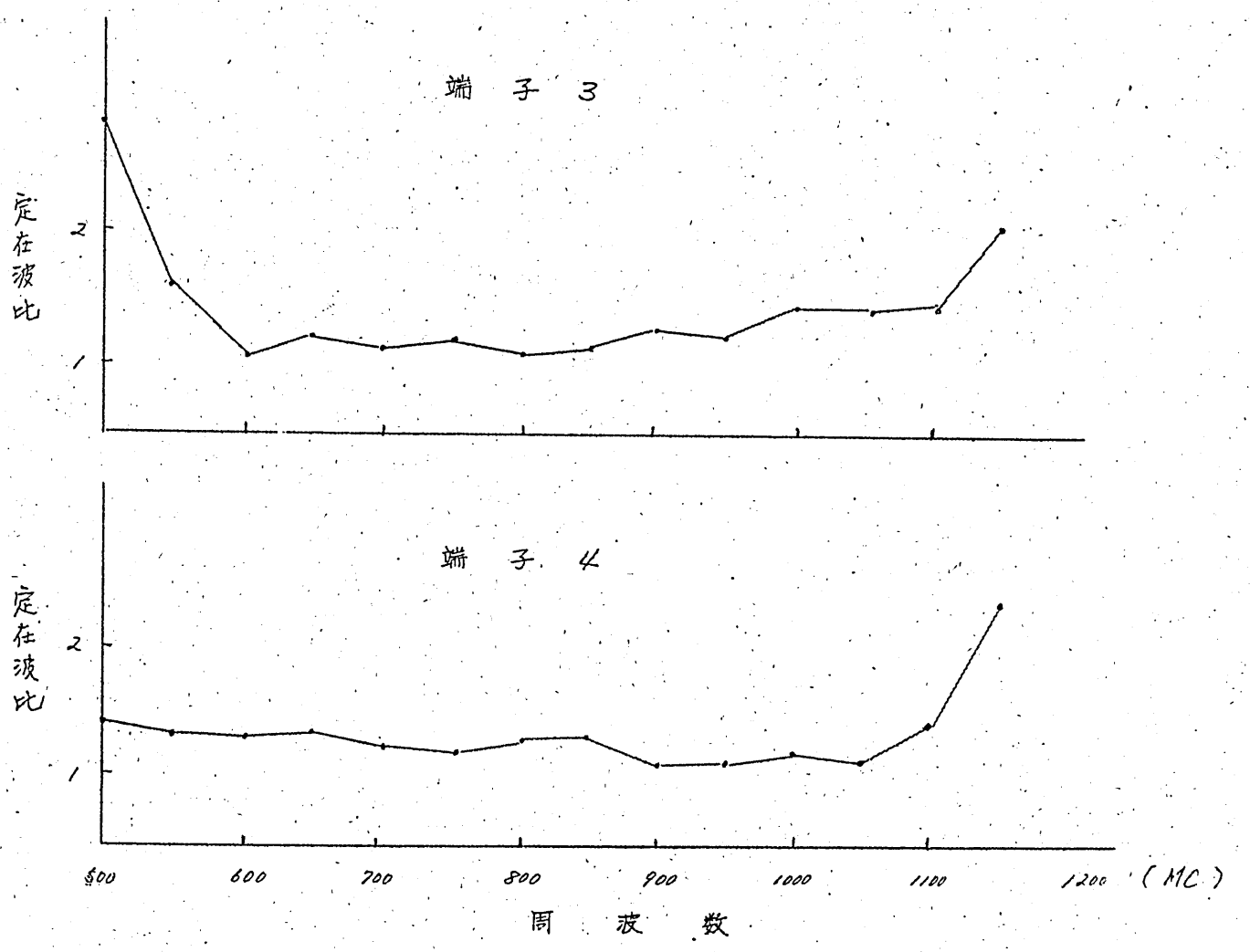


図23, 入力電圧定在波比 ($S = 0.15\,mm$)

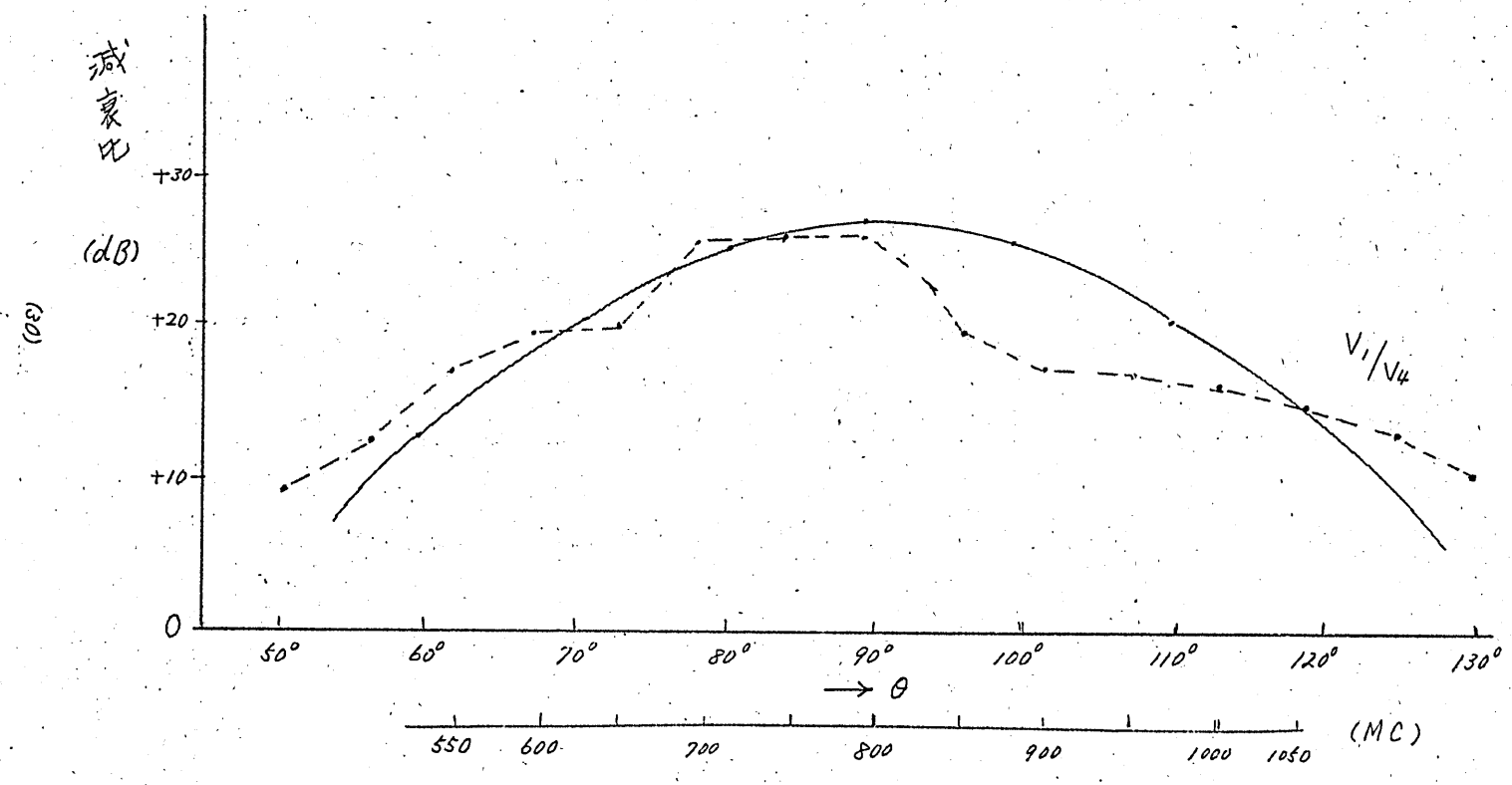


図24. 端子1と4の間の減衰比 (S=0.15mm)

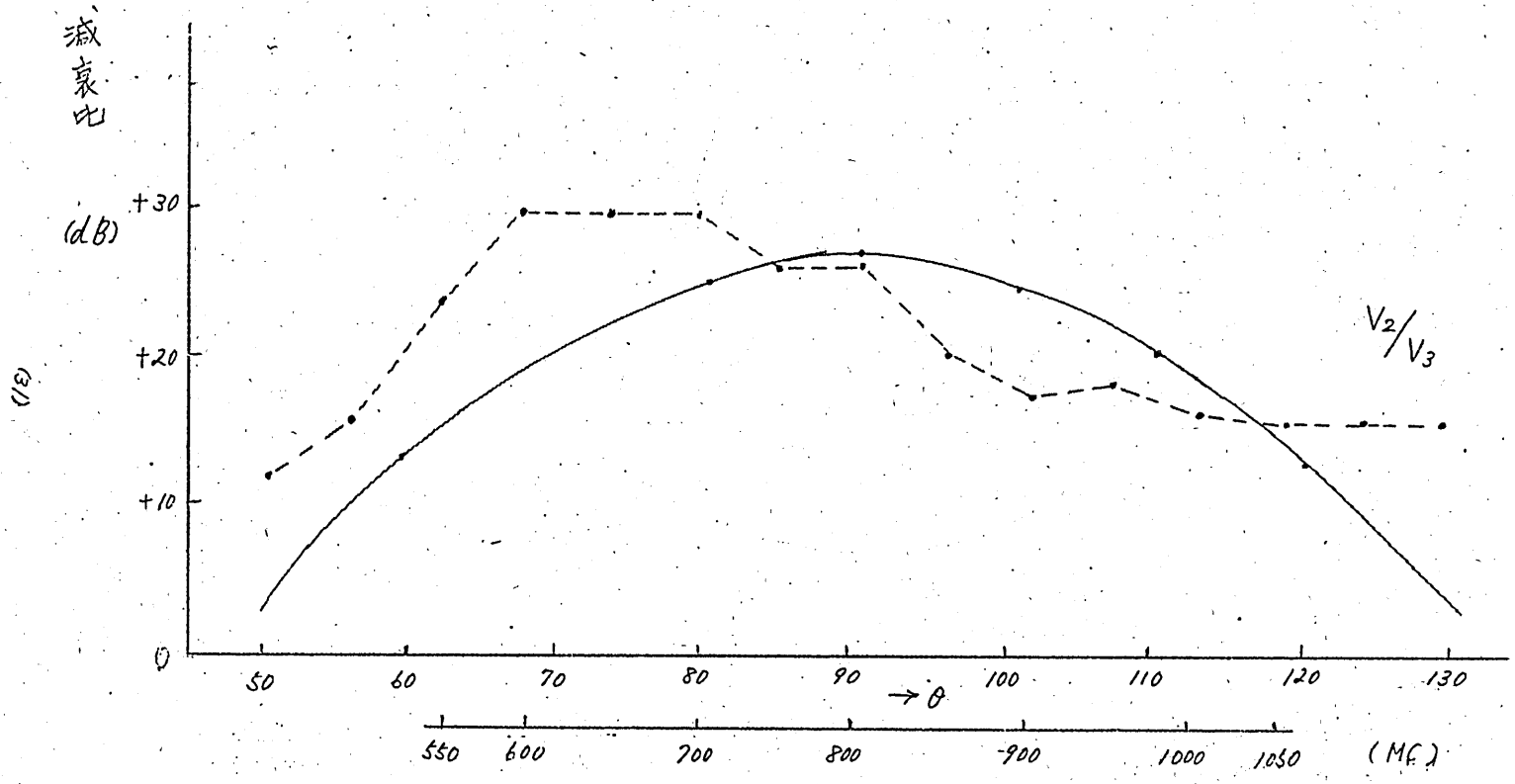


図25　端子 2 と 3 の間の減衰比　(S = 0.15 mm)

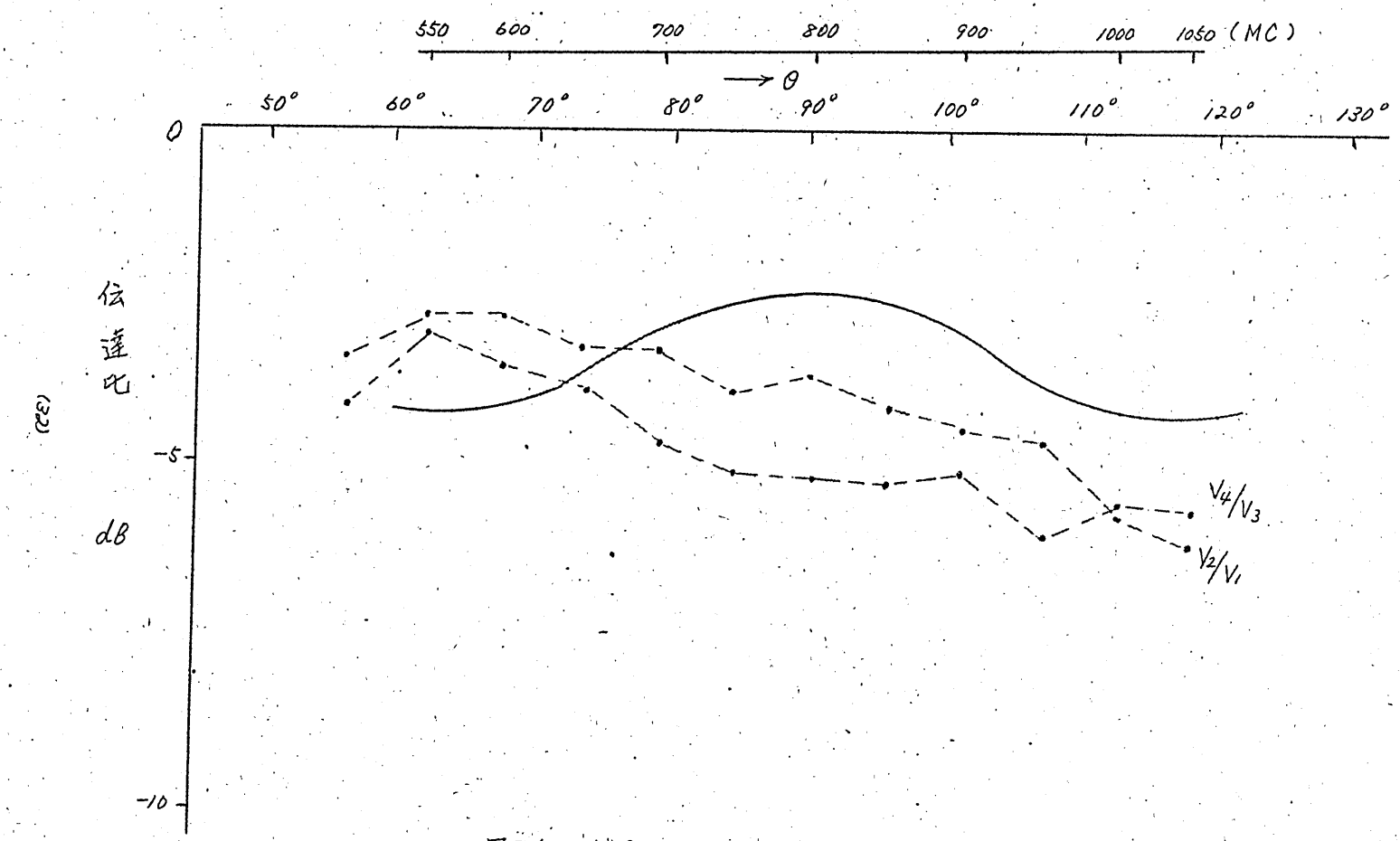
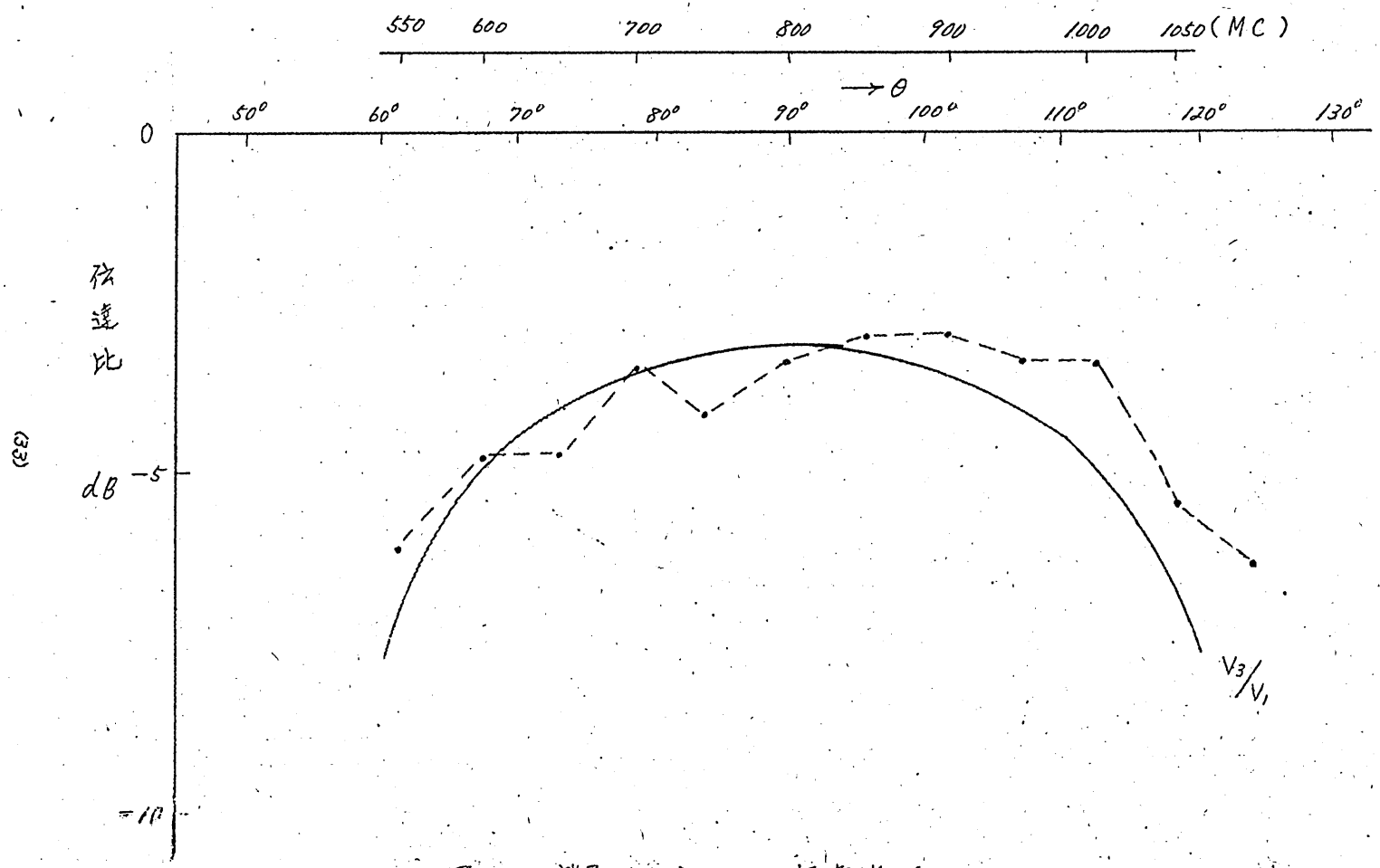


図26，端子1から2および端子4から3への伝達比



(33)

図27　端子1から3への伝達比（S＝0.15mm）

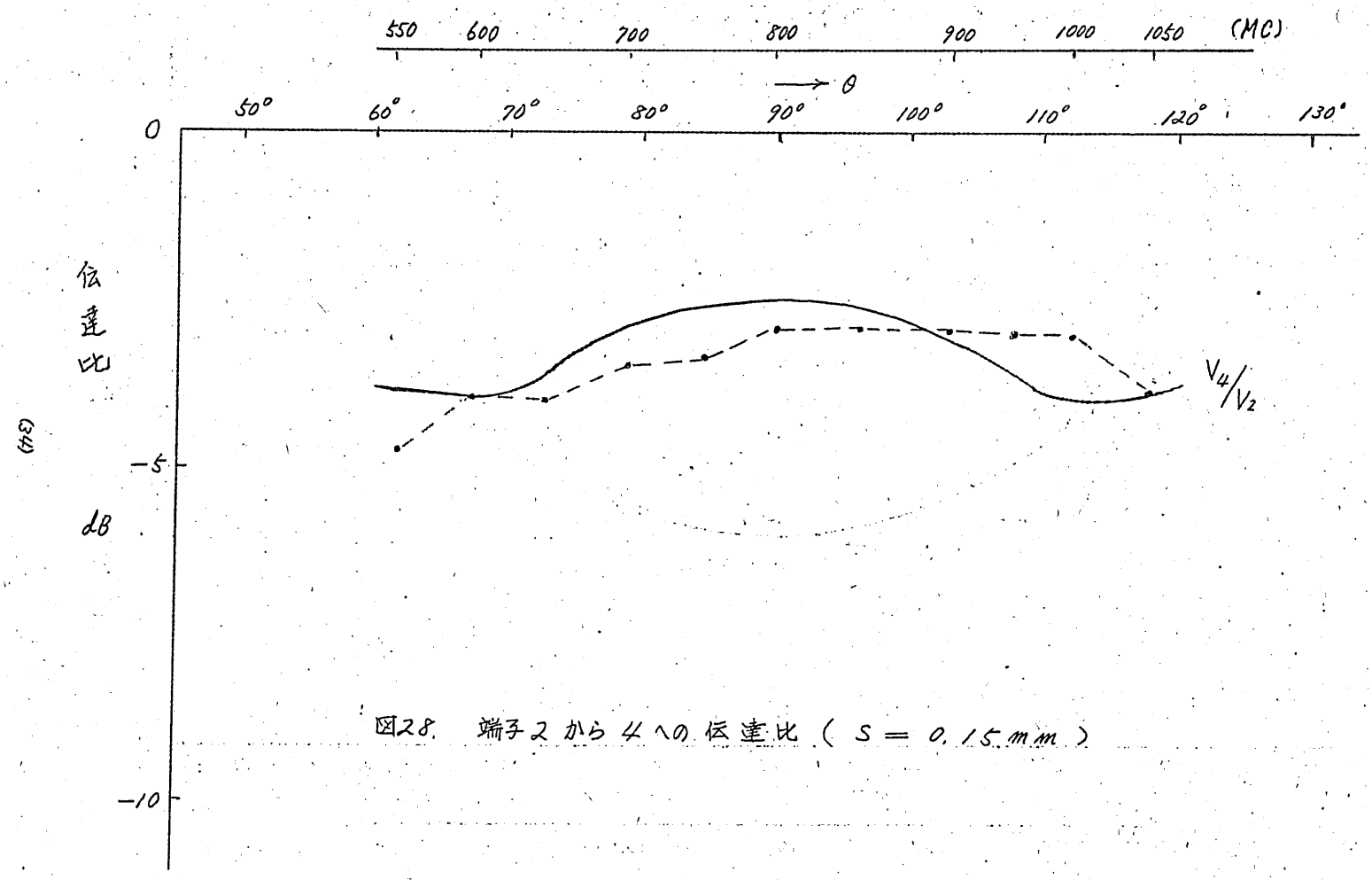


図28. 端子2から4への伝達比（S = 0.15mm）

結言および謝辞

VH下帯における小形・軽重なマジック・テイが分布結合ストリップ線路をもちて容易に実現できた。また、第2節（設計理論）で示したストリップ線マジック・テイは、1）二つの減衰極を中心周波数に近づけることにより、最小電圧減衰比を調整し，広帯域特性をもたすことができる。2）二組の相対する端子間の電圧減衰比（V_1/V_4 および V_2/V_3）の周波数特性が等しい，3）導波管をもちいたマジック・テイと同様に，各端子間の入出力の位相関係が明瞭であるなどの特徴をもつことが明らかになった。

実験に際し、便宜を与えていただい松下電器中央研究所籠沢課長ならびに内田社員に感謝の意を表わす。

文　献

1) E. M. T. Jones and J. T. Bolljahn : "Coupled Strip Transmission Line Filters and Directional couplers." IRE. Trans. Vol MTT-4. No. 2 PP. 75~81 April. 1956

2) S. B. Cohn : "Shielded Coupled-Strip Transmission Line". IRE Trans. Vol. MTT-3. No. 5. PP. 29~38. Oct., 1955.

3) E. M. T. Jones, "Wide-Band Strip Line Magic-T" IRE Trans, Vol MTT-8. No. 2, PP. 160~168. March, 1960.

輻射科学研究会資料

電磁波と音波の等価性について

（等価性の條件）

昭和37年12月15日

大阪大学工学部

板倉清保

鈴木力

電磁波と音波の等価性について
(等価性の条件)

大阪大学工学部
坂倉清保
袋本力

電磁波も音波も波動によってエネルギーが伝送される現象であるから、その間に幾多の類似性があることは従来から指摘されて来たところであるが，電界、磁界及び音圧、粒子速度の間にどのような対応関係があり、且どのような條件の場合に等価的な性質を示すかということについて充分な理論的考察がなされていないようである。

本論文では平面波に対する境界条件によって両者の対応性を考え，電界又は磁界が境界面に平行な場合でなければ電磁波と音波の間に等価性は成立しないこと，電界が完全導体面に平行な場合には完全導体面は音波の液体／真空境界面に対応し、磁界が完全導体面に平行な場合には液体／剛体境界面に対応することを明かにした。

§1. 緒　論

電磁波も音波もともに波動によってエネルギーが伝送される現象であるから、多くの類似性があることは従来から指摘されて来たところであるが、両者の等価性が成立する條件が明かになると，

(1) 音波は電磁波にくらべてはるかに伝播速度がおそいので，短い距離できわめて簡単にパルスを用いた伝播の実験を行うことが出来る。

(2) 音波を使用すると低い周波数で短い波長の波を簡単に出せるので波長と標的の寸法との間に比例関係が成立するとして縮尺模型による実験を行うことが出来る。(Table 1-1)

(3) マイクロ波工学で開発された技術が音響工学に、音響工学で開発された技術がマイクロ波工学に適用される可能性が生ずる。

又等価性が成立しない場合でも、電磁波と音波は波動現象としての類似性をもっているから、定性的な問題を論ずることは可能である。

Table 1-1 波長の関係

	電磁波	音波	
周波数	真空中	水中	空気中
1 KC	3×10^7 cm	150 cm	34 cm
10	3×10^6	15	3.4
100	3×10^5	1.5	3.4 mm
1 MC	3×10^4	1.5 mm	0.34
10	3×10^3	0.15	—
100	3×10^2	0.015	—
1 GC	3×1.0	15000 Å	—
10	3	1500 Å	—
100	3 mm	150	—
1 TC	0.3	15	—
10	0.03	—	—
100	30000 Å	—	—

既に超音波によって標的のレーダー反射断面積を推定し[1]又超音波によって，航空機より地面にむけて輻射したレーダー波によるレーダースコープ上の図型を模型によって記録する[2]等のことが試みられているが，それらがどのような理論的背景のもとにどのような近似度で測定されているかということについて、充分な理論的考察がなされていないようである。

自由空間中を伝播している場合には、電磁波と音波は波動によってエネルギーが伝送されているという性質が類似であり、且そのエネルギーは、電磁波の場合には電気エネルギーと磁気エネルギーの間を振動し、音波の

場合にはポテンシアルエネルギーと運動エネルギーの間を振動する。したがって，その各々のエネルギーを構成する電界，磁界及び音圧、粒子速度はどのように対応させても現象論的な等価性は成立する。しかし、空間が境界面で区切られている場合，その境界面における反射や屈折のされかたは、電磁波に対しては電界と磁界の境界条件で定り、音波に対しては音圧と粒子速度の境界条件で定まる。したがって、電界と磁界、音圧と粒子速度の対応のさせかたは任意ではなくなる。

本論文では，平面電磁波において，電界又は磁界が境界面に平行な場合のみ，境界で区切られた空間中の電波伝播と音波伝播の間に等価性が成立し，電磁波の真空／完全導体境界面は，前者の場合 液体／真空境界面に，後者の場合，液体／剛体 境界面に対応することを明かにした。

§2. 電磁波及び弾性波に関する一般的考察

弾性論によれば，弾性体中には一般に縦波と横波がそれぞれ違った速度で伝播すること，特別な場合として理想的な液体又は気体中では縦波だけが伝播することが示されている。電磁波は偏光現象等によって電磁界の横波であることは良く知られているころであるから，電磁波と弾性波の等価性を論じる場合には、電磁波と弾性体中の横波とを比較検討すべきではないかという疑問が当然おこるであろう。

Y－Cut の水晶振動子を用いれば、弾性体中に横波だけをおこすことは可能である。しかし波動方程式の解に境界条件を入れてみれば直ちにわかるように、境界面上の反射屈折の際に、弾性体中の横波は必ず縦波を作る。その縦波は入射した横波とは違った速度で伝播し、弾性体中に複雑なフィールドを作るのである。それでは理想的な液体が横波を伝えないように、縦波を伝えない理想的な弾性体が存在しないであろうかということを考えてみると，そのような弾性体ではポアソン比 $\sigma = 0$ でなければならないことがわかる。しかるに，弾性論によって $\sigma \leq \frac{1}{2}$ であることが証明されているから，横波だけを伝播して縦波を伝えないような弾性体は存在しない。したがって、本論文では電磁波と液体中の縦波について論ずるのである。

電磁波又は音波が自由空間中を伝播している場合には、どちらも波動によつてエネルギーが伝送されているのであって，そのエネルギーが電界エネル

ギーが電界エネルギーと磁界エネルギーの間を振動するか、ポテンシャルエネルギーと運動エネルギーの間を振動するかの違いだけであるから、自由空間中のフィールドを考える限り、電界と音圧を対応させても粒子速度を対応させてもどちらでも良い筈である。しかし、空間が境界面で区切られている場合には、その境界面での反射や屈折のされかたは、電磁波に対しては電界と磁界の境界條件で定まり、音波に対しては音圧と粒子速度の境界条件で定まる。したがって電界・磁界と音圧・粒子速度の対応のさせかたは任意ではなくなる。

先づ第一に考慮しなければならないことは、電界、磁界はともにベクトル量であるのに対して、音波の場合には粒子速度はベクトル量であるが，音圧はスカラー量であるということである。自由空間中を伝播する電磁波 — TEM波 — の電界と磁界はエネルギーの伝わる方向に垂直な面内で互に直交する方向を向いている。即ち、Z方向に伝播している電磁波において、電界方向にX軸をとると，磁界はy軸の方向と一致し他の成分を持たない。一方自由空間中を伝播する音波においては、音圧はスカラー量，粒子速度は音波の進行方向の向きをもっているベクトル量である。ベクトル量が一成分しかもっていないときは、その方向を考えに入れないで議論を進め，出て来た最後の結果に方向をつけ加えれば良い筈である。したがって、自由空間中の伝播を論ずる場合には、電界、磁界と音圧、粒子速度の対応のさせかたは任意である。しかるに空間が任意の境界面で区切られている場合、その面上の境界條件は、電磁波の場合一般には電界、磁界について各々2つ（E_t, E_n : H_t, H_n），音波の場合には音圧がスカラー量であるから3つ（p : v_t, v_n）の條件式で与えられる。

上に述べたように、スカラー量は一方向にしか成分をもたないベクトル量と考えてよいから，音波は電磁波の電界か磁界が境界面に平行で法線方向の成分をもっていないときでなければ電磁波に対応しない。しかも，その境界面に平行な量が音圧に対応すべきことがわかる。

§4. 境界面に平面電磁波又は平面音波が斜めに入射した場合の反射及び透過

前節で述べた法則を明確にし、且誘電率・透磁率と弾性常数・密度との間の対応関係をはっきりさせるために、電磁波及び音波が境界面に斜に入射した場合について考えてみる。

Fig. 4－1 のような右手座標系を考え，x y 軸を含む平面に境界面があるとし、$z<0$ の部分には（領域①）誘電率 ε，透磁率 μ 又は密度 ρ，体積弾性率 k の媒質が，$z>0$ の部分（領域②）には ε' μ' 又は ρ' k' の媒質、あるいは完全導体、剛体等の理想的な物体があるとする。それらの境界條件を列挙すると次の通りである。

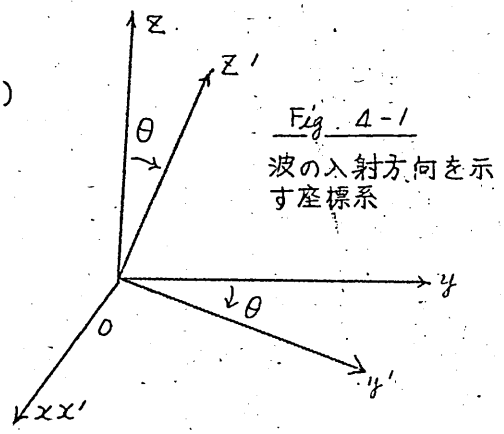


Fig. 4－1
波の入射方向を示す座標系

電磁波の境界条件

(1) 完全導体壁（electric wall）

$$E_t = 0 \quad H_n = 0 \qquad (4\text{-}1)$$

(2) 完全磁性体壁

（magnetic wall）

$$E_n = 0 \quad H_t = 0 \qquad (4\text{-}2)$$

(3) 誘電体／誘電体 境界面

$$\left.\begin{aligned} &E_t = E_t' \\ &(\mu H_n = \mu' H_n') \\ &H_t = H_t' \\ &(\varepsilon E_n = \varepsilon' E_n') \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}3)$$

但し境界面上には面電流、面電荷はないものとする。

音波の境界条件

(4) 完全自由壁（free wall）

$$p = 0 \qquad (4\text{-}4)$$

(5) 完全剛体壁（rigid wall）

$$v_n = 0 \qquad (4\text{-}5)$$

(6) 液体／液体 境界面

$$\left.\begin{aligned} &p = p' \\ &v_n = v_n' \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}6)$$

Fig. 4－1 に示した座標系において x 軸を軸として角 θ だけ回転し、新しく出来た座標系を x' y' z' とし、x' y' 面を波面、z' を入射波の伝播方向とする。

以下電磁波が種々の境界面に入射した場合の電磁界と音場を比較検討する。

〔Ⅰ－A－1〕 電界が境界面に平行な電磁波が完全導体壁（electric wall）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
E_x &= A e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)}\left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}-e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right)\\
E_y &= E_z = 0\\
H_x &= 0\\
H_y &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)}\\
&\qquad\times\left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}+e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right)\\
H_z &= -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)}\\
&\qquad\times\left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}-e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right)
\end{aligned}
\right\} \quad (4\text{-}7)
$$

〔Ⅱ－C－7〕 音波が自由壁（free wall）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
p &= A e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} y\sin\theta} - e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} \right) \\
w &= \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} \right) \\
v &= \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} \right) \\
u &= 0
\end{aligned}
\right\} \quad (4-8)
$$

〔Ⅰ−A−2〕 電界が境界面に平行な電磁波が完全磁性体（Magnetic wall）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
E_x &= A e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right) \\
E_y &= E_z = 0 \\
H_x &= 0 \\
H_y &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right) \\
H_z &= -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right)
\end{aligned}
\right\} \quad (4-9)
$$

〔Ⅱ－C－8〕 音波が剛体壁（rigid wall）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
p &= A e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{w} &= \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{v} &= \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{u} &= 0
\end{aligned}
\right\} \quad (4-10)
$$

〔Ⅰ－A－3〕 電界が境界面に平行な電磁波が誘電体／誘電体境界面に入射した場合

電界の反射係数

$$\frac{B}{A} = \frac{\mu' \tan\theta' - \mu \tan\theta}{\mu' \tan\theta' + \mu \tan\theta} \qquad (4-11)$$

電界の透過係数

$$\frac{A'}{A} = \frac{2\mu' \tan\theta'}{\mu' \tan\theta' + \mu \tan\theta} \qquad (4-13)$$

〔Ⅰ－B－4〕 磁界が境界面に平行な電磁波が完全導体壁（electric wall）に入射した場合

$$\left.\begin{aligned}
H_x &= A\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c} y \sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c} z\cos\theta}\right) \\
H_y &= H_z = 0 \\
E_x &= 0 \\
E_y &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c} y \sin\theta\right)} \times \left(-e^{-\frac{j\omega}{c} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c} z\cos\theta}\right) \\
E_z &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c} y \sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c} z\cos\theta}\right)
\end{aligned}\right\} \qquad (4-15)$$

〔Ⅱ－C－9〕 音波が液体／液体 境界面に入射した場合

音圧の反射係数

$$\frac{B}{A} = \frac{\rho' \tan\theta' - \rho \tan\theta}{\rho' \tan\theta' + \rho \tan\theta} \qquad (4-12)$$

音圧の透過係数

$$\frac{A'}{A} = \frac{2\rho' \tan\theta'}{\rho \tan\theta' + \rho \tan\theta} \qquad (4-14)$$

〔Ⅱ－C－8〕 音波が剛体壁（rizid wall）に斜めに入射した場合

$$\left.\begin{aligned}
p &= AC\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c_d} y \sin\theta'\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{w} &= -\frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(-e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{v} &= \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t - \frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{u} &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (4-16)$$

〔I－B－5〕 磁界が境界面に平行な電磁波が完全磁性体壁（Magnetic wall）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
H_x &= A\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right) \\
H_y &= H_z = 0 \\
E_x &= 0 \\
E_y &= -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, A\cos\theta\; e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right) \\
E_z &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, A\sin\theta\; e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c}y\sin\theta\right)} \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c}z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c}z\cos\theta}\right)
\end{aligned}
\right\} \quad (4-17)
$$

〔I－B－6〕 磁界が境界面に平行な電磁波が誘電体／誘電体 境界面に入射した場合，

磁界の反射係数

$$\frac{B}{A} = \frac{\varepsilon' \tan\theta' - \varepsilon\tan\theta}{\varepsilon'\tan\theta' + \varepsilon\tan\theta} \qquad (4-19)$$

磁界の透過係数

$$\frac{A'}{A} = \frac{2\varepsilon'\tan\theta'}{\varepsilon'\tan\theta' + \varepsilon\tan\theta} \qquad (4-21)$$

〔Ⅱ－C－7〕 音波が自由壁（ free wall ）に入射した場合

$$
\left.
\begin{aligned}
p &= A e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y \sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{w} &= \frac{1}{\sqrt{kp}} A\cos\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} + e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{v} &= \frac{1}{\sqrt{kp}} A\sin\theta\, e^{j\omega\left(t-\frac{1}{c_d} y\sin\theta\right)} \\
&\quad \times \left(e^{-\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta} - e^{\frac{j\omega}{c_d} z\cos\theta}\right) \\
\dot{u} &= 0
\end{aligned}
\right\} \quad (4-18)
$$

〔Ⅱ－C－9〕 音波が液体／液体 境界面に入射した場合

音圧の反射係数

$$
\frac{B}{A} = \frac{\rho' \tan\theta' - \rho \tan\theta}{\rho' \tan\theta' + \rho \tan\theta} \qquad (4-20)
$$

音圧の透過係数

$$
\frac{A'}{A} = \frac{2\rho' \tan\theta'}{\rho' \tan\theta' + \rho \tan\theta} \qquad (4-22)
$$

以上種々の境界平面に電磁波又は音波が入射した場合のフィールドを与える式を比較したが，理想的境界面――完全導体壁，完全剛体壁等――による完全反射のみを問題にする場合には、媒質の電磁気学的性質を示す定数 ε, μ と音響学的性質を示す定数 ρ, k の間に Table 4－1 に示したような関係があれば、電界，磁界；音圧，粒子速度の間に Table 4－3, 4－4 に示すような関係が成立する。(－) 記号は、例えば Table 4－3 において，ひの式の $1/\sqrt{k\rho}$ を $\sqrt{\varepsilon/\mu}$ とおきかえて負号をつければ H_z になることを示している。誘電体／誘電体境界面や液体／液体境界面のように完全反射でなく透過波も存在する場合には ε/μ や $k\rho$ を等価とおくのではなくて、個々の定数を Table 4－2 のように対応させなければならない。

Table 4－3 の場合も、Table 4－4 の場合も電磁界の一つの成分の符号が粒子速度とあわないのは，Fig. 4－2 に示すように x' y' 平面に波面をもつ波が z' 方向に進んでいるとするとき，(I－A) では電界が x' 軸，磁界が y' 軸，(I－B) では磁界が x' 軸電界が $-y'$ 軸としたので、音波の粒子速度の方向（z' 軸）とはそれぞれ ±90 度違っているために、符号の変更がおこったのである。今後の検討のさいに対応するベクトルの向きに気をつければ特に支障はない。

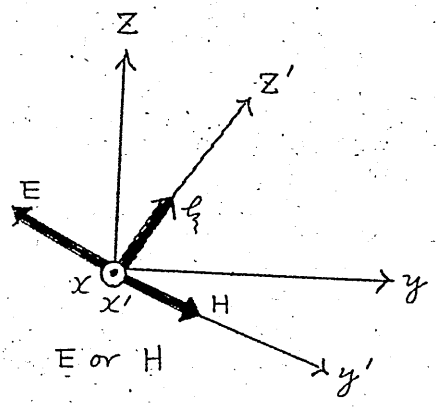


Fig. 4－2
ベクトルの方向の関係

Table 4－1
完全反射体に対する定数の対応

	境界面に電界が平行な場合	境界面に磁界が平行な場合
電磁波	$\sqrt{\varepsilon/\mu}$	$\sqrt{\mu/\varepsilon}$
音波	$1/\sqrt{k\rho}$	$1/\sqrt{k\rho}$

Table 4 − 2

透過波も考慮に入れた場合の定数の対応

	境界面に電界が平行な場合		境界面に磁界が平行な場合	
電磁波	ε	μ	ε	μ
音波	$\frac{1}{\kappa}$	ρ	ρ	$\frac{1}{\kappa}$

Table 4 − 3

境界面に電界が平行な場合の電磁界と音場の対応

完全導体壁 〔Ⅰ−A−1〕	完全自由壁 〔Ⅱ−C−7〕
E_x	p
H_y	$\dot{w}$
$(-)\ H_z$	$\dot{v}$
完全磁性体壁 〔Ⅰ−A−2〕	完全剛体壁 〔Ⅱ−C−8〕
E_x	p
H_y	$\dot{w}$
$(-)\ H_z$	$\dot{v}$

Table 4 − 4

境界面に磁界が平行な場合の電磁界と音場の対応

完全導体壁 〔Ⅰ−B−1〕	完全剛体壁 〔Ⅱ−C−8〕
H_x	p
$(-)\ E_y$	$\dot{w}$
E_z	$\dot{v}$
完全磁性体壁 〔Ⅰ−B−2〕	完全自由壁 〔Ⅱ−C−7〕
H_x	p
$(-)\ E_y$	$\dot{w}$
E_z	$\dot{v}$

§5. 2枚の平行平面板の間の電磁波及び音波の伝播

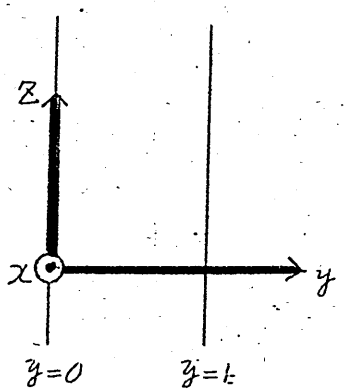


Fig. 5−1

平行平面板の間の波の伝播

Fig. 5−1 のように2枚の平行平面導体板が b なる間隔でおかれている場合 z 方向に伝播する電磁波の姿態及び同じ位置に完全自由壁、完全剛体壁がおかれている場合、z 方向に伝播する音波の姿態を比較すると次のようになり、Table 4−1 又は Table 4−2 のおきかえをすれば、Table 4−3, Table 4−4 の関係が成立することがわかる。

〔Ⅰ－A〕 電界が境界面に平行な場合

$$
\left.
\begin{aligned}
E_x &= A \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_y &= E_z = 0 \\
H_x &= 0 \\
H_y &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A \cos\theta \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_z &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A \cos\theta \frac{k_y}{\gamma} \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} \quad (5-1)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_y &= \frac{n\pi}{b} \\
\gamma &= j\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)\sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2} \\
\sin\theta &= \frac{n\lambda_0}{2b} \\
\cos\theta &= \sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}
\end{aligned}
\right\} \quad (5-2)
$$

λ_0 ： 自由空間波長

$n = 1, 2, 3$ -------

〔Ⅱ－C－1〕 平行平面板が自由壁（free wall）の場合の音場

$$p = A \sin k_y y \, e^{-\gamma z} \, e^{j\omega t}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A \cos\theta \sin k_y y \, e^{-\gamma z} \, e^{j\omega t}$$

$$w = -\frac{1}{\sqrt{k\rho}} A \cos\theta \frac{k_y}{\gamma} \cos k_y y \, e^{-\gamma z} \, e^{j\omega t}$$

$$u = 0$$

(5-3)

ここに

$$k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$\gamma = j\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)\sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{n\lambda_0}{2b}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}$$

λ_0 ： 自由空間波長

$n = 1, 2, 3$ ------

(5-4)

〔Ⅰ－Ｂ〕磁界が境界面に平行な場合

$$
\left.
\begin{aligned}
H_x &= A \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_y &= H_z = 0 \\
E_x &= 0 \\
E_y &= -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} A \cos\theta \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_z &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} A \cos\theta \frac{k_y}{\gamma} \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} (5-5)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_b &= \frac{n\pi}{b} \\
\gamma &= j\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)\sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2} \\
\sin\theta &= \frac{n\lambda_0}{2b} \\
\cos\theta &= \sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}
\end{aligned}
\right\} (5-6)
$$

λ_0 ： 自由空間波長

$n = 0, 1, 2 \cdots\cdots\cdots$

〔Ⅱ－C－2〕 平行平面板が剛体壁（rigid wall）の場合の音場

$$p = A \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}$$

$$\dot{w} = \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A \cos\theta \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}$$

$$\dot{v} = \frac{1}{\sqrt{k\rho}} A \cos\theta \frac{k_y}{\gamma} \sin k_y y e^{-\gamma z} e^{j\omega t}$$

$$\dot{u} = 0$$

(5－7)

ここに

$$k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$\gamma = j\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)\sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{n\lambda_0}{2b}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-\left(\frac{n\lambda_0}{2b}\right)^2}$$

λ_0 ： 自由空間波長

$n = 0, 1, 2 \cdots\cdots$

(5－8)

§6. 矩形導波管の中の電磁波及び音波の伝播

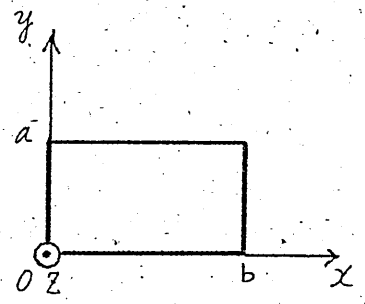


Fig 6-1
短形導波管

Fig. 6-1 のように座標をとり矩形導波管の中の電磁波及び音波の式を計算すると次のようになり、両者の間には等価性が成立しないことがわかる。

〔I-A〕 電界が境界面に平行な成分のみを有する場合：

（TE波）

$$
\left.
\begin{aligned}
E_x &= D k_y \cos k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_y &= -D k_x \sin k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_z &= 0 \\
H_x &= -j \frac{\gamma}{\mu \omega} D k_x \sin k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_y &= -j \frac{\gamma}{\mu \omega} D k_y \cos k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_z &= -j \frac{k^2}{\mu \omega} D \cos k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-1)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_x &= \frac{n\pi}{b} \qquad k_y = \frac{m\pi}{a} \\
\gamma^2 &= -\frac{\omega^2}{c^2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \\
k^2 &= \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c^2}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-2)
$$

〔Ⅱ－C－1〕 自由壁の矩形導波管の中の音場

$$
\left.
\begin{aligned}
p &= D \sin k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
u &= j \frac{1}{\rho\omega} D k_x \cos k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
v &= j \frac{1}{\rho\omega} D k_y \sin k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
w &= -j \frac{\gamma}{\rho\omega} D \sin k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-3)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_x &= \frac{n\pi}{b} \qquad k_y = \frac{m\pi}{a} \\
\gamma^2 &= -\frac{\omega^2}{c_d^2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right) + \left(\frac{m\pi}{a}\right) \\
k^2 &= \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c_d^2}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-4)
$$

〔I − B〕 磁界が境界面に平行な成分のみを有する場合
（TM波）

$$
\left.
\begin{aligned}
H_x &= D k_y \sin k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_y &= -D k_x \cos k_x x \sin k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
H_z &= 0 \\
E_x &= j \frac{\gamma}{\varepsilon \omega} D k_x \cos k_x x \sin k_y y \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_y &= j \frac{\gamma}{\varepsilon \omega} D k_y \sin k_x x \cos k_y y \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
E_z &= -j \frac{k^2}{\varepsilon \omega} D \sin k_x x \sin k_y y \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-5)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_x &= \frac{n\pi}{b} \qquad k_y = \frac{m\pi}{a} \\
\gamma^2 &= -\frac{\omega^2}{c^2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \\
k^2 &= \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c^2}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-6)
$$

〔Ⅱ－C－2〕剛体壁の矩形導波管の中の音場

$$
\left.
\begin{aligned}
p &= D \cos k_x x \cos k_y y \, e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
u &= -j \frac{1}{\rho W} D k_x \sin k_x x \cos k_y y \\
&\quad \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
v &= -j \frac{1}{\rho W} D k_y \cos k_x x \sin k_y y \\
&\quad \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\
w &= -j \frac{\gamma}{\rho W} D \cos k_x x \cos k_y y \\
&\quad \times e^{-\gamma z} e^{j\omega t}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-7)
$$

ここに

$$
\left.
\begin{aligned}
k_x &= \frac{n\pi}{b} \qquad k_y = \frac{m\pi}{a} \\
\gamma^2 &= -\frac{\omega^2}{c_d^2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \\
k^2 &= \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c_d^2}
\end{aligned}
\right\} \quad (6-8)
$$

§7. 円形導波管の中の電磁波及び音波の伝播

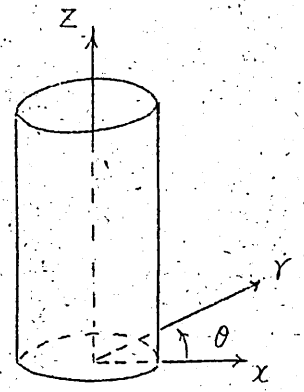


Fig 7-1
円筒座標

Fig 7-1のように座標をとり簡単のために円対称のモードについて比較すると次のようになり、短形導波管の場合と同様に等価性は成立しないことがわかる。

〔I-A〕 電界が境界面に平行な場合の電磁波の伝播
(TE$_{0n}$ 波)

$$\left.\begin{aligned} E_\theta &= A J_0'\left(\frac{S_{0n}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\ H_z &= \frac{k_c}{j\mu\omega} A J_0\left(\frac{S_{0n}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\ H_r &= \frac{\gamma}{j\mu\omega} A J_0'\left(\frac{S_{0n}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \end{aligned}\right\} \quad (7-1)$$

ここに

$$k_c = \frac{S_{0n}}{a}$$

S_{0n} は $J_0'(X)$ の第 n 番目の根とする。

〔Ⅱ－C－1〕 自由壁の円形導波管の中の音場

$$\left.\begin{aligned} p &= A J_0\left(\frac{t_{on}}{a}r\right) e^{-\gamma z} e^{jwt} \\ \xi_z &= \frac{\gamma}{j\rho w} A J_0\left(\frac{t_{on}}{a}r\right) e^{-\gamma z} e^{jwt} \\ \xi_r &= -\frac{k_c}{j\rho w} A J_0'\left(\frac{t_{on}}{a}r\right) e^{-\gamma z} e^{jwt} \end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}2)$$

ここに

$$k_c = \frac{t_{on}}{a}$$

t_{on} は $J_0(x) = 0$ の第 n 番目の根

〔 I − B 〕 磁界が境界面に平行な場合の電磁波の伝播
（ TM_{on} 波 ）

$$
\left.
\begin{aligned}
H_\theta &= A\, J_0'\left(\frac{t_{on}}{a}\gamma\right) e^{-\gamma z}\, e^{jwt} \\
E_z &= -\frac{k_c}{jw\varepsilon}\, A\, J_0\left(\frac{t_{on}}{a}\gamma\right) e^{-\gamma z}\, e^{jwt} \\
E_r &= -\frac{\gamma}{jw\varepsilon}\, A\, J_0'\left(\frac{t_{on}}{a}\gamma\right) e^{-\gamma z}\, e^{jwt}
\end{aligned}
\right\} \quad (7-3)
$$

ここに

$$k_c = \frac{t_{on}}{a}$$

t_{on} は $J_0(x) = 0$ の第 n 番目の根とする。

〔Ⅱ－C－2〕 剛体壁の円形導波管の中の音場

$$\left.\begin{aligned} \dot{p} &= A J_0\left(\frac{S_{on}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\ \dot{\xi}_r &= -\frac{k_c}{j\omega\rho} A J_0'\left(\frac{S_{on}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \\ \dot{\xi}_z &= \frac{\gamma}{j\omega\rho} A J_0\left(\frac{S_{on}}{a} r\right) e^{-\gamma z} e^{j\omega t} \end{aligned}\right\} \quad (7-4)$$

ここに

$$k_c = \frac{S_{on}}{a}$$

S_{on} は $J_0'(\chi)$ の第 n 番目の根とする。

§8. 結　論

以上種々な形，材質の境界面によって区切られた空間中の電磁波及び音波の伝播ついて比較検討を行い、両者の間に等価性が成立するのは半無限空間又は2つの平行平面板の間の空間において，電界又は磁界のどちらか一方が境界面に平行な成分だけをもっている場合のみであることを明かにし、前者の場合には音圧が電界に、液体／真空境界面が完全導体壁に、後者の場合には音圧が磁界に、液体／剛体壁が完全導体壁に対応することをたしかめた。

矩形導波管・円形導波管等壁でかこまれた空間の中の電磁波のモードは音波の場合と一致しないが、それは対称性の意味が縦波と横波でちがうからであって，電界又は磁界が境界面に平行なモードでは境界条件を音波の場合と対応させることが出来るから定性的な類似性は成立する。

境界面に電界が平行であるような電磁波の伝播に関する理論式を電磁波で立証するには境界面に電界が平行にあたらないために誤差を生ずるが，音波におきかえて実験をすれば，理想化した状態を容易に実現出来るという利点がある。

又標的のレーダー反射断面積の測定、航空機から地面に向けて輻射したレーダー波によるレーダー図形の測定等に，

(1) 伝播速度がおそいのでパルス法で容易に実験室内で測定出来る。

(2) 波長1mm，0.1mm 等の音波が容易に出さるので縮尺模型による測定が可能である。

等のために音波を用いることが呈案されて来たが，本論文の考察によって，標的からの反射波が，正確に電磁波と音波で一致するのは、標的の面が電界に平行な場合、又は磁界に平行な場合だけであることがわかった。しかし複雑な形をした標的の場合でも、反射に寄与するのは、主として送受波器の方を向いた面であるから、電磁波と音波に対するレーダー反射断面積の値はそれほどちがわないことが期待されるが、詳細な理論的考察は次回にゆづる。

次に導波管中を伝播している音波を電気的な集中定数回数であらわすいわゆる等価回路の問題であるが，本論文の論旨を忠実に拡張すると，境界面に電界が平行な場合は音圧／粒子速度、境界面に磁界が平行な場合には粒子速度／音圧が電気的インピーダンスに等価な量となり、又矩形導波管中の音場に対応する電磁界はないから、矩形導波管の等価回路は書けないということ

になる。

電磁界において、インピーダンスが電界/磁界で表わされるのは、電界が電圧に相当する役割を実際に果し、又磁界が電流に相当する役割を果すこと、又マイクロ波回路におけるインダクタンス・キャパシタンスはそれぞれ磁界のエネルギー及び電界のエネルギーを蓄積するという意味で集中定数回路のL, Cと全く同じ役割を果しているために、等価回路に一意的に書き換えられるのであると考えられる。

そのような意味において、導波管の中の音波伝播を Fig. 8-1 のような質量、ばね、ダンパーの分布定数回路に一意的におきかえることは可能であり、又主として質量の役目をし、又ばねの役目をするような音響要素を考えることは出来るが、Fig. 8-2 のような機械系を電気的な直列回路に等価と考えるか、並列回路に等価と考えるかは全く任意である。

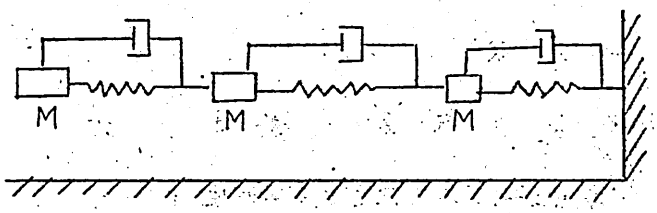


Fig. 8-1
機械的分布定数回路

従来習慣的に使用されて来た音響インピーダンスの定義

音圧 / 粒子速度　　(8-1)

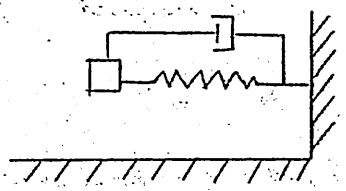


Fig. 8-2
機械系

は Fig. 8-2 のような機械系におきかえて考えれば

質点に働く力 / 質点の速度　　(8-2)

即ち、力が加えられたために質点が動くのであるが、その時の質点の速度及び位相のづれを示す測度であって、それ自体に電圧電流の意味はない。

電気振動は電気エネルギーと磁気エネルギーの振動であり、機械振動はポテンシアルエネルギーと運動のエネルギーの間の振動であることを考えればこのことは当然である。

したがって、マイクロ波回路の技術を音響工学に適用するためには、音響インピーダンスの定義を定め、音響エネルギー対してインダクタンス・キャパシタンスと同じ働きをする音響要素を考えなければならない。

本研究について適切な助言と御指導を賜った大阪大学産業科学研究所 加藤金正教授、工学部通信工学教室 熊谷信昭助教授に感謝する。

〔参考文献〕

(1) 久山多美男・鈴木 力
「航空機モデルの超音波反射特性」
航空電子機器研究専門委員会資料
昭和35年8月

(2) E. Meyer und P. Schnupp
acustica 10 1 (1960)

〔参考書〕

(1) M. R. Redwood
"Mechanical Waveguides."
Bergmon Press 1960

(2) J. C. Slater
"Microwave Transmission"
Mcgraw-Hill Book Comp. 1942

(3) C. G Montgomery etc.
"Principles of Microwave Circuits.
McGraw-Hill Book Comp. 1948

輻射科学研究会資料

実用化1300Mcパラメトリック増幅器の諸特性

（三菱電機株式会社研究所）

喜連川　隆

白幡　潔

（昭和37年12月15日）

1. まえがき

パラメトリック増巾器の広帯域化については、内外での研究が非常に進歩し、アイドラ共振器としてダイオード自身の自己共振周波数を利用し、信号回路を複同調回路にするという事がほゞ定説のようになつている。(1) しかしこれに用いる小形ダイオードは、未だ機構的に脆弱なきらいもあり、価格も比較的高いという事もあつて、或る場合には従来の１Ｎ２３Ｂ形の方が取扱い易いという見方も出てくる。勿論例えばＭＡ－４６０形のダイオードの自己共振周波数は３０００ＭＣ程度のものであろうから、この共振を利用することは雑音指数の点から多くの場合望ましくない。更に高い周波数を操ればアイドラ共振器のQが高くなる。このQを下げ増巾帯域巾を拡げようとしてアイドラに負荷を与えれば、ダイオードのMeritが下つてしまう。しかし、アイドラ回路に単なる負荷でなく、もう一つの共振回路を縦続し、複共振回路にしてそのダイオード負荷に対するQを下げれば、ダイオードの特性をそれ程そこなうことなく、即ち雑音指数の劣化を抑えながら帯域巾を拡大し得よう。

本文には先きにや、詳細な解析を行い、実験にも確認したアイドラ複同調化による広帯域化化の方法 (2) を１３００Mc パラメトリック増巾器に適用して得られた諸特性について報告してある。$\sqrt{G}\frac{B}{f_s}$積は最大４８％が得られた。雑音指数は1.8dB であつた。又実用上問題になる安定度及びダイオードの互換性についても記してある。

2. 構　　造

基本的には数年前の原形 (3) と異ならない。しかし、広帯域化を目標としたその後の改良 (2) 及び実用上からの機構的改良が幾分加えられている。アイドラ回路のB、P、Fを取外し、アイドラを単一同調回路として狭帯域特性をも持たせることが出来る。信号周波数その他は次の通りである。

信号周波数	１３００ＭＣ
アイドラ周波数	９５００ＭＣ
ポンプ周波数	１０８００ＭＣ

3. 増巾特性

供試ダイオードの一つＭＡ－４６０Ｇ⑤で得られた増巾特性を図１に示す。$\sqrt{G}$　Ｂ積は下記の通りである。

利得２０ｄＢで帯域巾６１ＭＣ　$\sqrt{G}\frac{B}{f_B}$　積４７％

利得１５ｄＢで帯域巾８２ＭＣ　$\sqrt{G}\frac{B}{f_B}$　積３５４％

なお利得１５ｄＢ或いは１０ｄＢだけについて調整すれば、更に広い帯域がとれる。例えば１０ｄＢでほゞ１０％の比帯域巾が実現できる。

4. 安定度

ＭＡ－４６０Ｇ④でとつたポンプ電力特性を図２に示す。バイアス電圧は一定である。１５～２０ｄＢの範囲ではポンプ電力に対するダイオードの励振の飽和がやゝ顕著に現われ、変動率が改善されている。１５ｄＢを基準としたときの利得変動は次の通りである。

ポンプ電力±０.１ｄＢの変動に対し　利得０.７ｄＢ

ポンプ電力±０.５ｄＢの変動に対し　利得２.５ｄＢ

ポンプ電力±１.０ｄＢの変動に対し　利得５　ｄＢ

ポンプ周波数の変動に対する利得の変動を図３に示す。

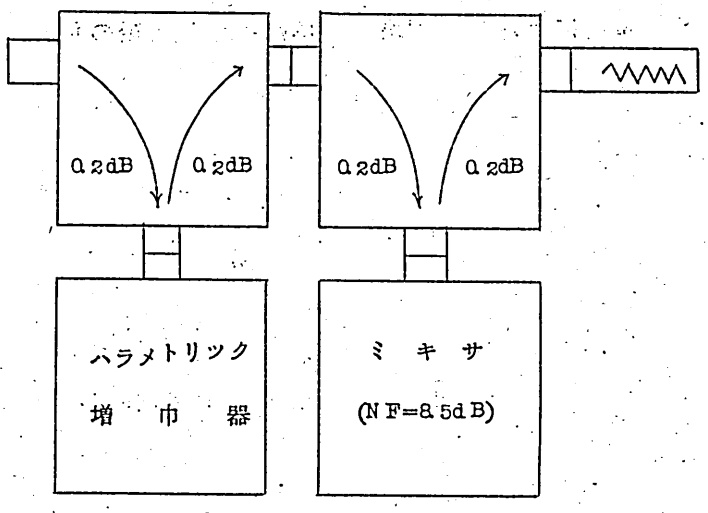
±５Ｍc の変動に対して±１ｄＢの利得変動である。この変動はポンプ回路の改良により更に改善できるものと思われる。

バイアス電圧の変動に対する利得の変動は図４に示されている。この変動は±０.１Ｖに対して±１ｄＢであるが、実際上この変動を零に抑えることは容易である。

5. 雑音特性

雑音指数の測定は１００℃に加熱した無反射終端と液体窒素で冷却した無反射終端とを雑音源とするＹ係数法によつた。

アイドラが単一同調回路の場合パラメトリック増巾器本体の雑音指数は１.５±０.１ｄＢと測定された。この値は下記のシステムでHot-Coldダミーを用いて測定した値から算出したものである。



利　得　２０ｄＢで　　ＮＦ　２.０ｄＢ

利　得　１５ｄＢで　　ＮＦ　２.２ｄＢ

広帯域特性の場合は同様にして1.8±0.1ｄＢと測定された。ダイオードの電流は＋0.3μＡ流れている。＋４μＡ流したところ雑音指数は0.4ｄＢ増加した。帯域両端と中央の３点での差異は0.1ｄＢ以内であつた。

Ｂｅｎｄｅｘ社製アルゴン放電灯を用いた自動測定器は公称±0.5ｄＢの誤差といわれているが、上記Hot-Coldダミーと比較して1.0～1.3ｄＢ良い値が出る。

6. 狭帯域特性

アイドラ回路の一部として縦続されているＢ、Ｐ、Ｆを取去れば狭帯域増巾器となるが、このときアイドラ空胴の短絡板を調整すれば、増巾周波数は極めて簡単に移動できる。ポンプ電力一定のとき利得の減少は±５０ＭＣ間で２～３ｄＢである。（図５）この様に簡単に増巾周波数が移動できるということは受（送）信周波数を時として移動させねばならぬ目的のために有用である。

7. ダイオードの交換

供試ダイオードは次の５個である。

ＭＡ－４６０Ｅ　　資料番号　①②③

ＭＡ－４６０Ｇ　　資料番号　④⑤

7 1 ダイオードを装荷した状態での信号空胴の損失バイアス電圧が－１Ｖの状態で増巾の中心周波数が１３００Mc になる様、回路を簡単に調整した後の信号空胴の損失フアクタ g は次の通りであつた。

資料番号

① $g = 0.37$

② $g = 0.19$

③ $g = 0.45$

④ $g = 0.26$

⑤ $g = 0.25$

$$g = \frac{G_1}{G_g}$$

G_1 ＝信号空胴のコンダクタンス

G_g ＝信号外部回路のコンダクタンス

7 2 狭帯域増巾のときの帯域巾

利得１５d Bのときの帯域巾は次の通りである。（図６）

試　料	帯域巾	ポンプ電力
①	１６.６M_c	２４ｍＷ
②	１２ M_c	１６ｍＷ
③	１６ M_c	２０ｍＷ
④	１４ M_c	１８ｍＷ
⑤	１５ M_c	１６ｍＷ

7 3 広帯域増巾のときの帯域巾

	利得　１５d B		利得　２０d B	
資　料	帯域巾	ポンプ電力	帯域巾	ポンプ電力
①	８０M_c	４０ｍＷ	５４Mc	５２ｍＷ
②	７３Mc	５０ｍＷ	５２Mc	６２ｍＷ
③	８０Mc	４０ｍＷ	５６Mc	５０ｍＷ
④	７６Mc	５２ｍＷ	５４Mc	５５ｍＷ
⑤	８２Mc	４５ｍＷ	６１Mc	５８ｍＷ

図７は以上の結果のグラフであるが、図の重なるのを防ぐため互いに少し増巾周波数をづらしてある。何れのダイオードでも１３００Mc を中心に数１０Mc 前後に移動させることは容易である。

7.4　狭帯域特性での雑音指数

ダイオードを交換したときのシステム雑音指数は次の様に測定された。測定器は章5で触れた自動測定器である。確からしい値は1.0～1.3 d B加えたものである。

システム雑音指数

資料番号	利得15 d B	利得20 d B
①	1.7 d B	1.0 d B
②	1.1 d B	0.5 d B
③	1.7 d B	1.5 d B
④	1.4 d B	1.0 d B
⑤	1.4 d B	1.0 d B

9. あとがき

本文は先に発表したもの[2]の続編として、1680Mc、5300Mcに続いて1300Mcでの試験結果を纒めたものであるが、大形の堅牢なダイオードMA-460シリーズを用いても、アイドラ回路を複同調化することにより顕著に広帯域化できることを再び確めることができた。$\sqrt{G}\frac{B}{f_s}$ 積は47%でこの数値は従来発表されたもの中で可成り広い方に属する。前回迄は測定器の関係で確からしい雑音指数を知ることができなかつたが、今回Hot-Coldダミーで測定したところ、広帯域化した場合でも狭帯域の場合より0.3 d B高い1.8 d Bであつた。0.3 d Bの劣化は広帯域のための本質的なものか、僅か乍ら電流が流れているためかなお検討を要する。

このパラメトリック増巾器は研究用でなくて実用品であつて、構造の堅牢さ及び安定性を第一に製作された。ダイオードの交換は容易である。

温度特性はポンプ周波数特性及びポンプ電力特性からみて可成り良いことが期待されるが目下検討中である。

御指導御鞭撻をいたゞいた防衛庁技術研究本部第1研究所レーダ研究室長平井2等空佐及び山岸技官に厚く御礼申し上げます。

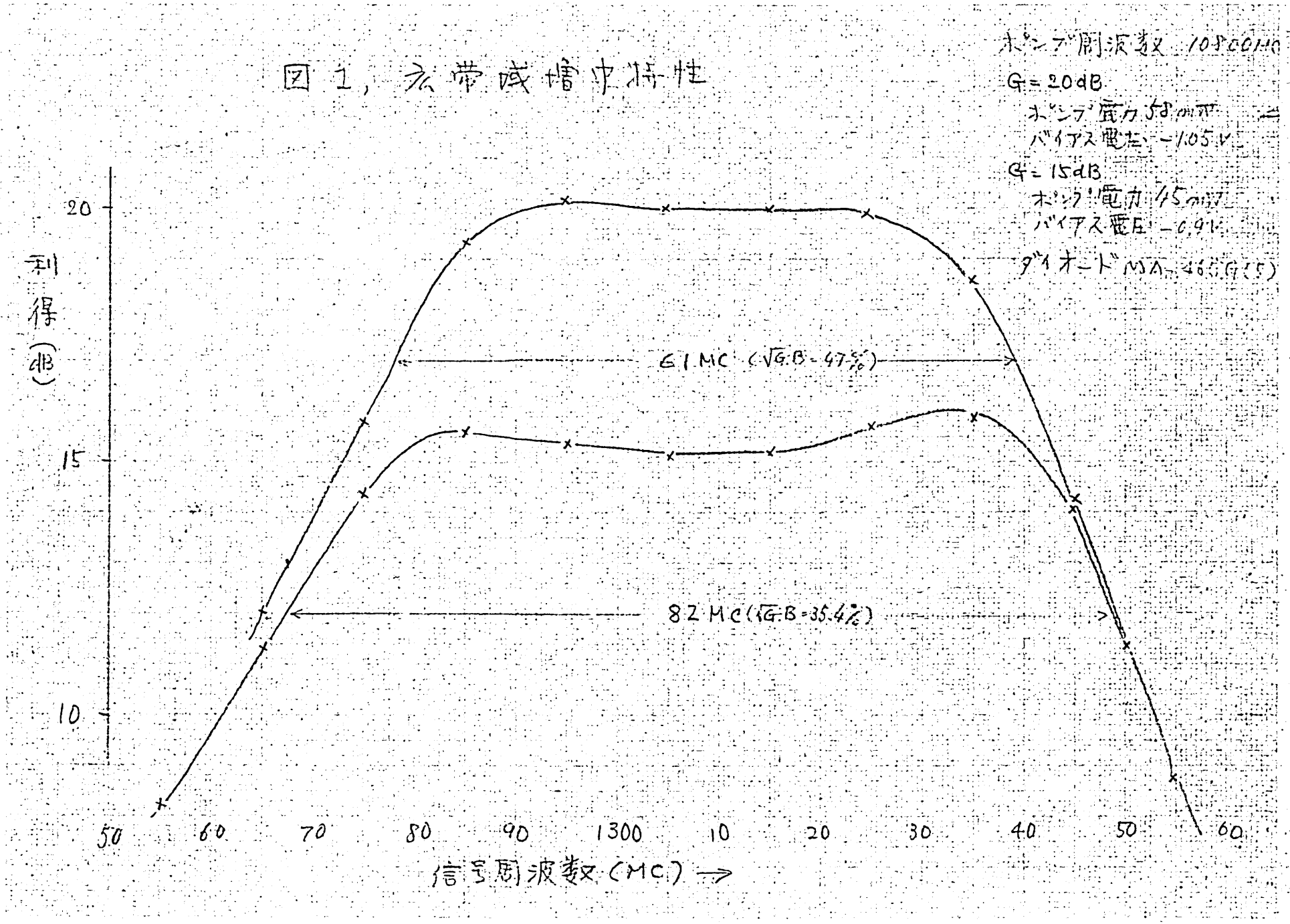
文　献

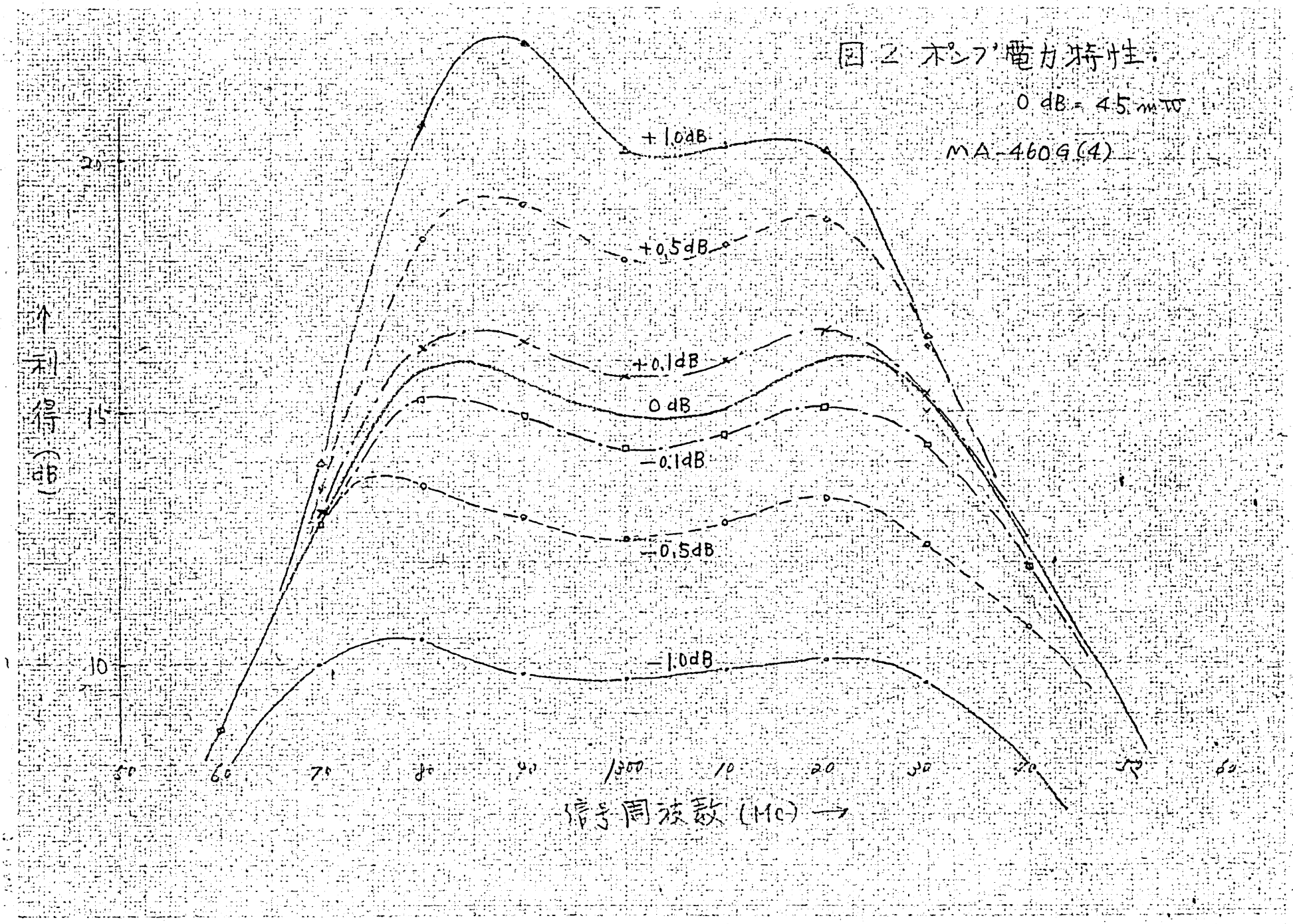
(1) 例えば石井" パラメトリック増巾器の最近の動向 " パラメトリック増巾器専門委員会資料　３７－９－２８

(2) 喜連川・白幡 " 広帯域パラメトリック増巾器 " マイクロ波伝送研究専門委員会資料　３６－９－２１

(3) 喜連川・有田・白幡 " 1.3GCパラメータ増巾器 " ３５年度四学会連合大会資料　№１２０３

図1, 広帯域増中特性


ポンプ周波数 10500MC
G=20dB
ポンプ電力 58mW
バイアス電圧 −1.05V
G=15dB
ポンプ電力 45mW
バイアス電圧 −0.9V
ダイオード MA-46(5)
20
15
10
利得(dB)
61MC (√G.B-47%)
82MC (√G.B-35.4%)
50
60
70
80
90
1300
10
20
30
40
50
60
信号周波数(MC) →



0 dB = 45 mW
MA-460G(4)
+1.0dB
+0.5dB
+0.1dB
0 dB
−0.1dB
−0.5dB
−1.0dB
20
15
10
利得(dB)
50
60
70
80
90
1300
10
20
30
40
50
60
信号周波数(Mc)

図2 ポンプ電力特性

図3 ポンプ周波数特性

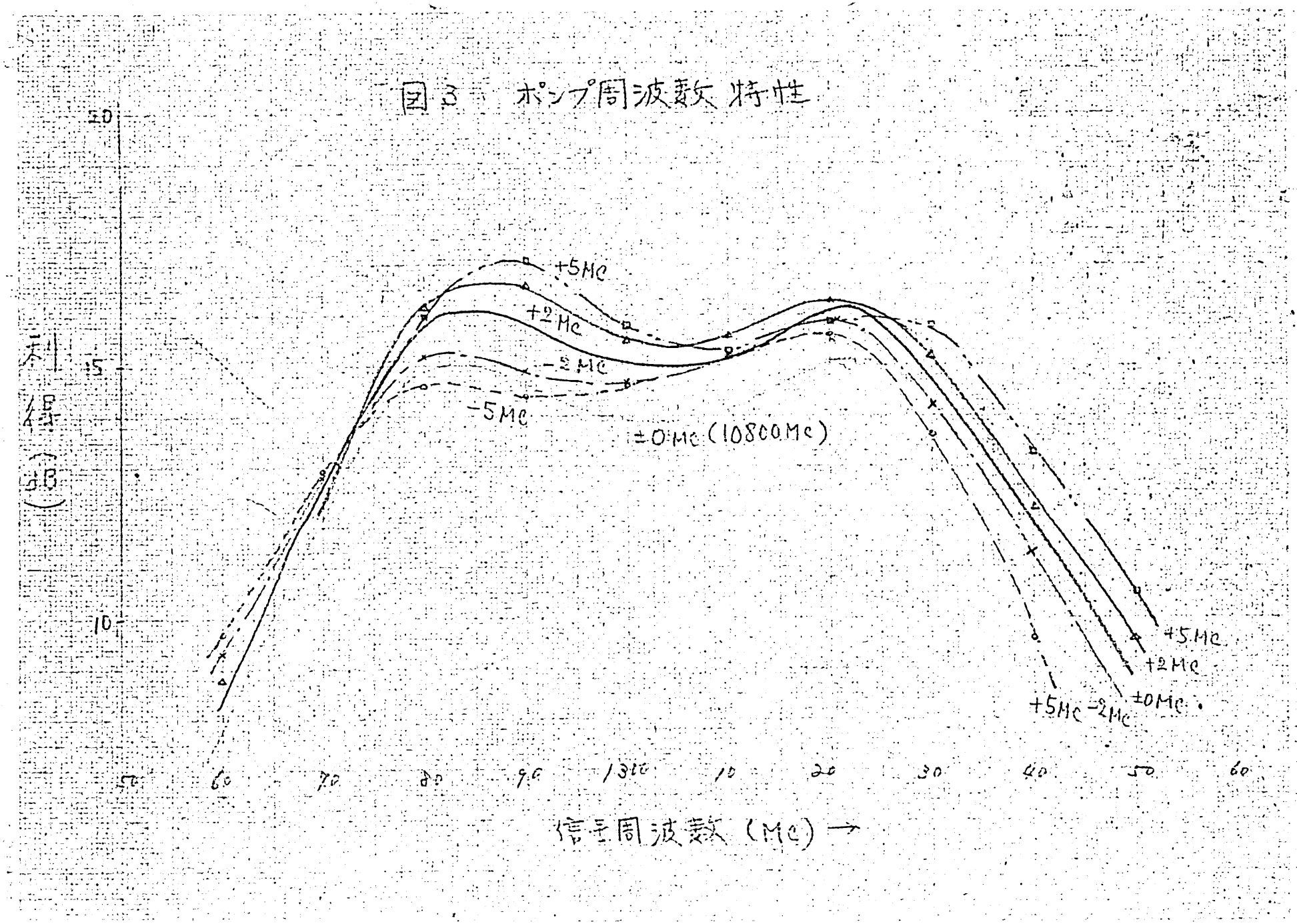
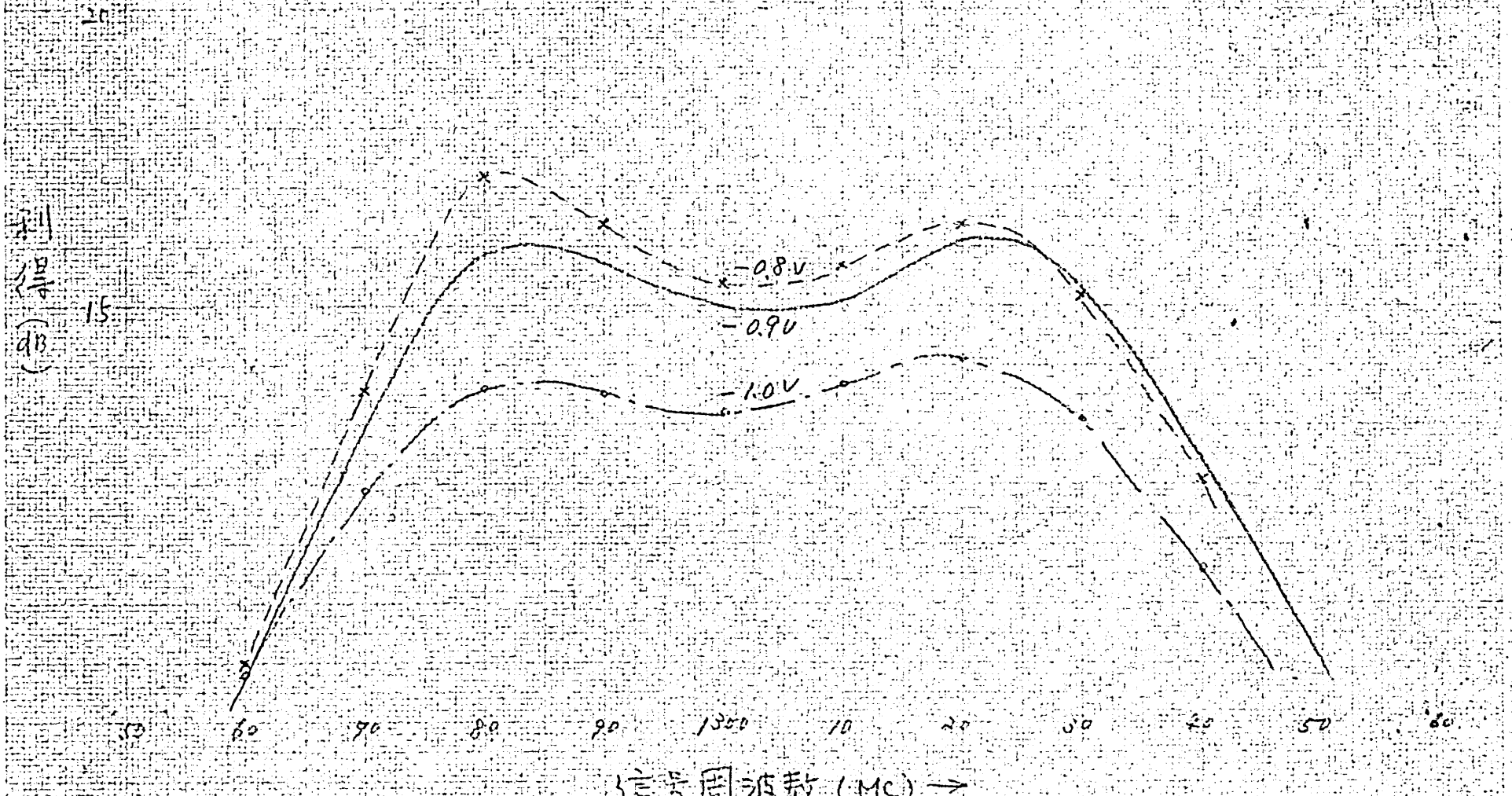


図4 バイアス電圧特性



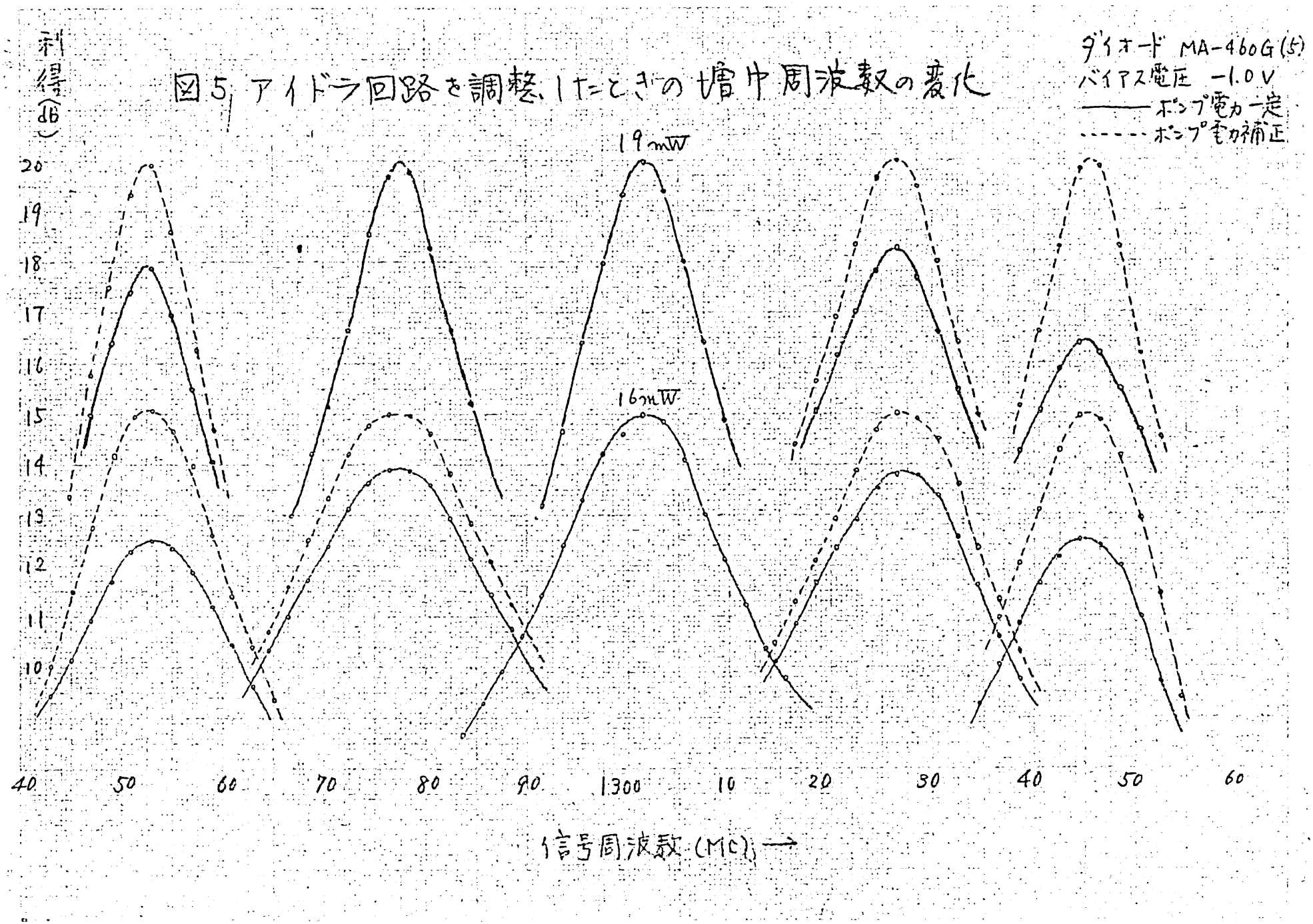


図5 アイドラ回路を調整したときの増中周波数の変化
利得(dB)
ダイオード MA-460G(5)
バイアス電圧 −1.0V
——ポンプ電力一定
------ポンプ電力補正
19mW
16mW
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
40
50
60
70
80
90
1300
10
20
30
40
50
60
信号周波数(MC)→

図6 ダイオードを種々交換したときの増巾特性

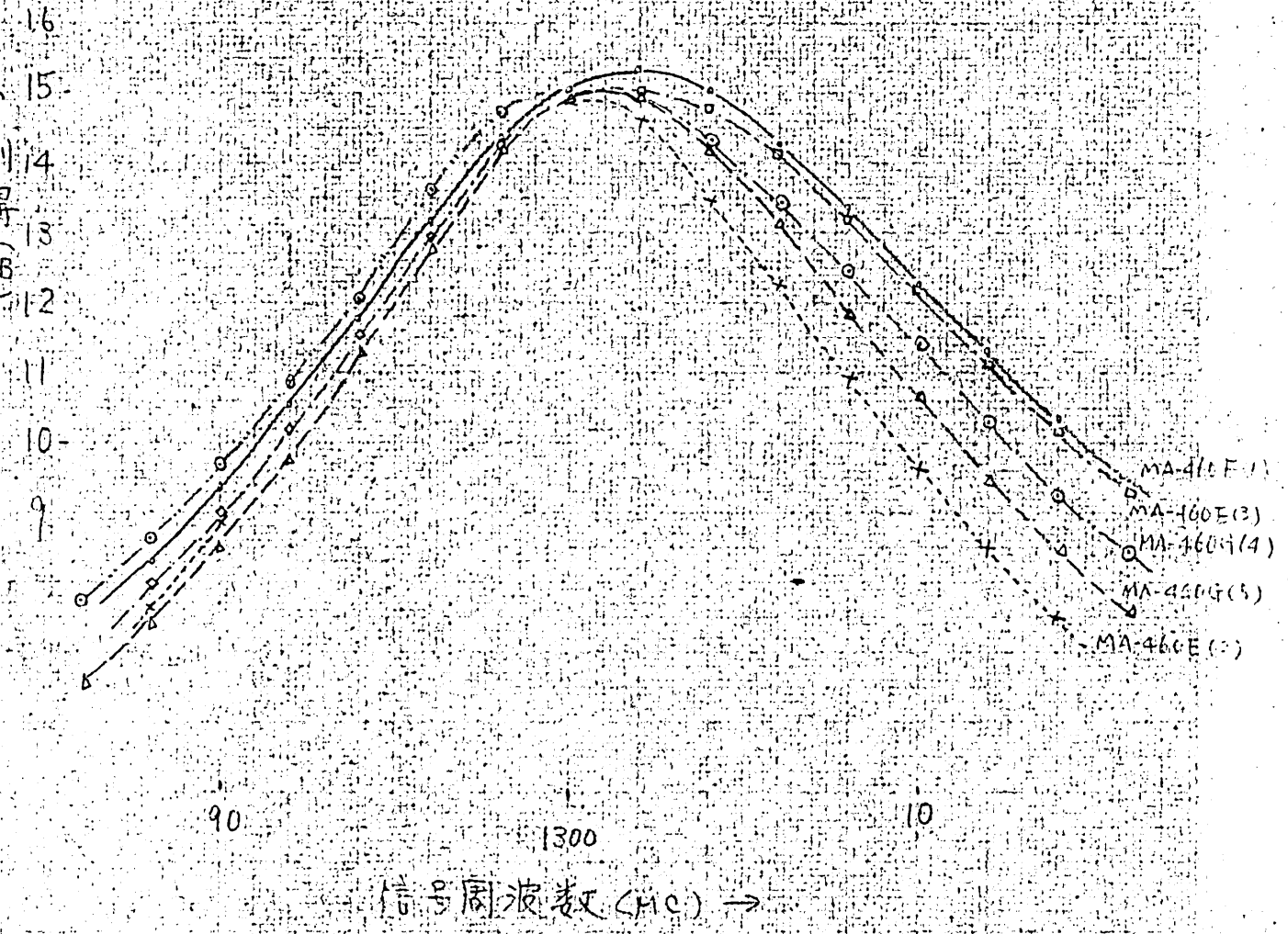
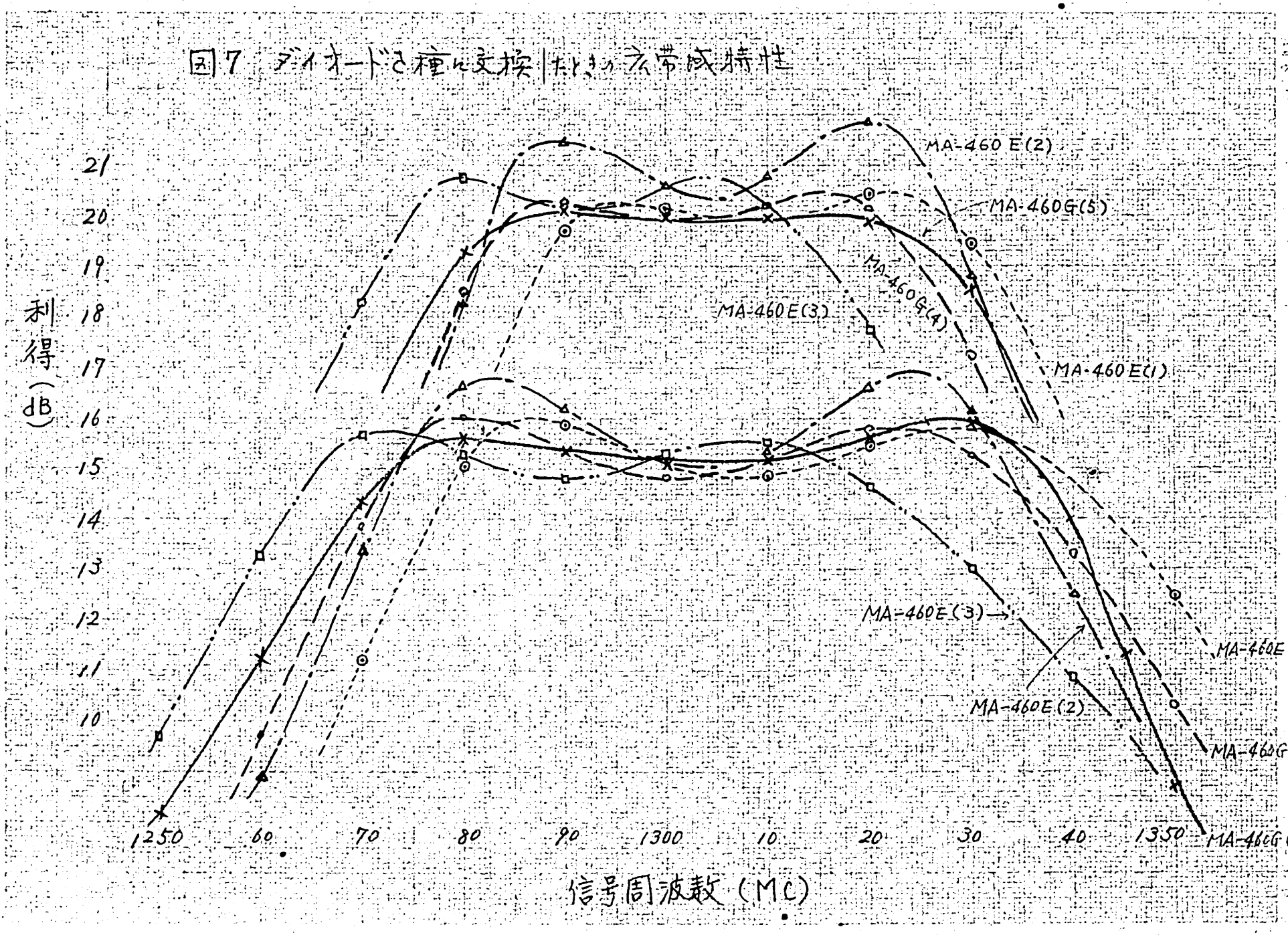


図7 ダイオード3種と交換したときの広帯域特性



輻射科学研究会資料
1962年 12 月 15 日

Short Slot Hybrid における電磁界

守口信雄
六島克
森静雄

（大阪府立大学工学部）

1. 序　言

側壁上のSlotによって結合された二つの平行導波管分岐回路は方向性結合器として用いられる。このいわゆるShort slot hybrid couplerの概念はRiblett[1]によって初めに提案され，Marcuvitz[2]によって与えられた分岐部の等価回路の縦続接続の問題として解析が行われている。[2),3)] 又Kaden[4]はこの電磁界を解析し，電子計算器を用いて数値解を与えている。しかし以上の取扱は何れも導波管の巾aと自由空間波長λとの比a/λが，$0.5 < a/\lambda < 0.75$の範囲に限られる。又slotの長さℓが小さい場合には，slot端部で発生する高次波同の相互作用が存在するが，これ等の影響は考慮されていない。一方通常の導波管は，$0.5 < a/\lambda < 1.0$の範囲で使用されている。そこでこの範囲において，slotの任意の長さℓに対して適用出来る関係式を，電磁界を解析して求めた結果について述べる。勿論この結果は，前述の範囲では他の諸結果と一致する筈である。

2. S行列による表示

図1に示す様に，巾aなる二つの導波管が長さℓなるslotによって結合されている場合を考える。

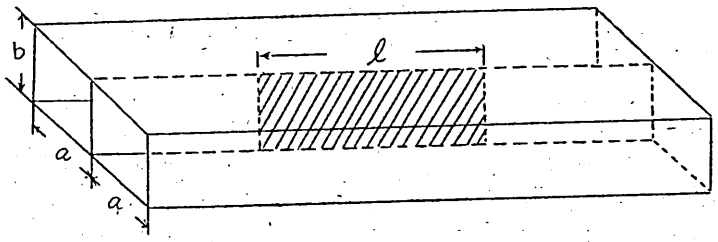


図1　Slotによって結合された導波管

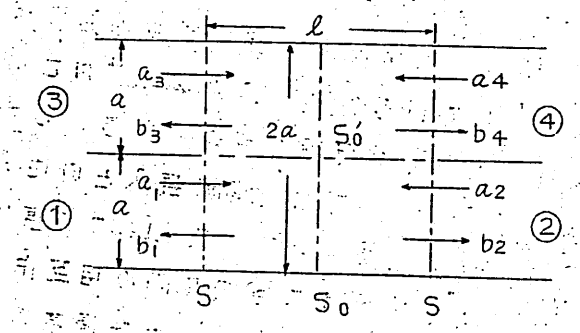
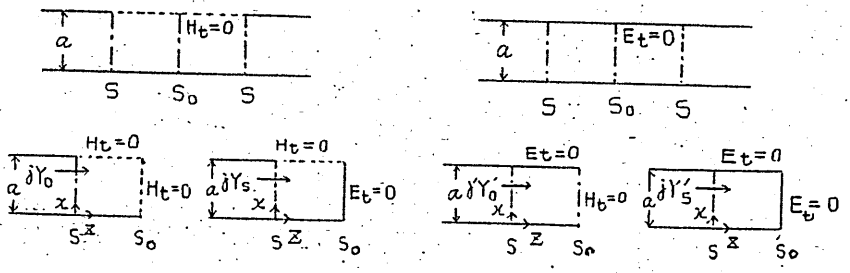


図２　上　面　図

回路の規準面を図２の様にS面と定め，この面上の入射波及び反射波の振巾をai，biとすると，この回路のS行列表示は，構造の対称性から四個の要素S11，S12，S13，S14，によって，(1)式によって与えられる．

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{11} & S_{12} \\ S_{14} & S_{13} & S_{12} & S_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \qquad (1)$$



（a）偶モード　　（b）奇モード

図３　偶モード及び奇モードに対応する境界条件

図2に示す二つの対称面 S_0, S_0' が存在する事からこれ等のS行列の要素は、図3に示されている様に、これ等の対称面に磁気的及び電気的短絡をおいた境界条件に対応する。偶モード及び奇モードの開放及び短絡規準化入力アドミタンス jY_0, jY_S, jY_0', jY_S', 或は反射係数 R_0, R_S, R_0', R_S' より、次の関係で与えられる。[5]

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= \frac{R_0+R_S+R_0'+R_S'}{4} & S_{12} &= \frac{R_0-R_S+R_0'-R_S'}{4} \\ S_{13} &= \frac{R_0+R_S-R_0'-R_S'}{4} & S_{14} &= \frac{R_0-R_S-R_0'+R_S'}{4} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} &R_0=e^{j\alpha}, \quad R_S=e^{j\beta}, \quad R_0'=e^{j\alpha'}, \quad R_S'=e^{j\beta'} \\ &\alpha=-2\tan^{-1}Y_0 \quad \beta=-2\tan^{-1}Y_S, \quad \alpha'=-2\tan^{-1}Y_0' \quad \beta'=-2\tan^{-1}Y_S' \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

簡単のために隔壁の厚みが0の場合を考えると奇モードは slot の存在によって何等影響を受けないので、

$$\alpha'=-\theta, \quad \beta'=\pi-\theta, \quad \theta=2\pi l/\lambda_g \qquad (4)$$

となる。ここに θ 及び λ_g は slot 部における奇モードの電気角及び管内波長を示す。結局この場合のS行列要素は次の様になる。

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= S_{13} = \frac{1}{4}\left(e^{j\alpha}+e^{j\beta}\right) \\ S_{12} &= \frac{1}{4}\left(e^{j\alpha}-e^{j\beta}+2e^{-j\theta}\right) \\ S_{14} &= \frac{1}{4}\left(e^{j\alpha}-e^{j\beta}-2e^{-j\theta}\right) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

従って図3(a)に示す境界条件の電磁界問題を解いて Y_0, Y_S を求めれば、(3), (4), (5) 式によってS行列の要素が計算出来、この系の電力分配の特性が明かとなる。

3. 電磁界の解析

次に電磁界の解析によって Y_0, Y_S を求める事を考える。今図3(a)に示す様に座標軸を定め、$z<0$ の領域Ⅰから単位の基本波が入射したとすると $z<0$ 及び $z>0$ なる領域Ⅰ, Ⅱの電磁界成分 E_y, H_x は、(6)式のH型スカラー関数より(7)式によって与えられる。

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{\mathrm{I}} &= \cos\frac{\pi}{a}x\, e^{-\gamma_1 z} + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \cos\frac{m\pi}{a}x\, e^{\gamma_m z} \\ \Phi_{\mathrm{II}} &= \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\frac{n\pi}{2a}x \begin{matrix}\cosh \\ \sinh\end{matrix} \Gamma_n (z-\ell/2),\ n=2n'+1 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$E_y = j\omega\mu\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \qquad H_x = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z} \quad (7)$$

ここに

$$\gamma_m = \sqrt{(m\pi/a)^2-(2\pi/\lambda)^2}, \qquad \Gamma_n = \sqrt{(n\pi/2a)^2-(2\pi/\lambda)^2} \quad (8)$$

にして γ_m, Γ_n はそれぞれ中 a 及び $2a$ なる導波管の伝播定数, R_m, D_n はモード振巾を表わす。

又、(6)式及び以下の解析において、式中の上下の項はそれぞれ Y_0, Y_S に対応するものとする。又、上述の a/λ の範囲より、Ⅰ領域では H_{10} 波のみ、Ⅱ領域では H_{10} 及び H_{30} 波迄伝播し得るものとする。

$z=0$ なる境界面においては、領域Ⅰ、Ⅱの電磁界成分 E_y, H_x が連続でなければならない条件より次の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} & j\gamma_1 \begin{matrix}Y_0\\ Y_S\end{matrix} \int_0^a E_y(x')\sin\frac{\pi}{a}x\sin\frac{\pi}{a}x'\,dx' \\ & -\sum_{m=2}^{\infty}\gamma_m\int_0^a E_y(x')\sin\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{a}x'\,dx' \\ & = \sum_{n=1}^{\infty}\Gamma_n \begin{matrix}\tanh \Gamma_n\ell/2\\ \coth \Gamma_n\ell/2\end{matrix} \int_0^a E_y(x')\sin\frac{n\pi}{2a}x\sin\frac{n\pi}{2a}x'\,dx' \end{aligned} \quad (9)$$

今

$$\left.\begin{aligned} &\gamma_m/m\pi = (1-\Delta_m)/a, \quad \Delta_m = 1 - a\gamma_m/m\pi = 1-\sqrt{1-(2a/m\lambda)^2}, \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad m \geqq 2 \\ &(2\Gamma_n/n\pi)\cdot \begin{matrix}\tanh \Gamma_n l/2 \\ \coth \Gamma_n l/2\end{matrix} = (1-\frac{\Delta n_o}{\Delta n_s})/a \qquad n = 1,3,5\cdots \end{aligned}\right\} (10)$$

$$\Delta n = \frac{\Delta n_o}{\Delta n_s} = 1 - \left(\frac{2a\Gamma_n}{n\pi}\right) \begin{matrix}\tanh \Gamma_n l/2 \\ \coth \Gamma_n l/2\end{matrix}$$

と書き表すと Δ_m ($m \geqq 2$) 及び Δn_o, Δn_s ($n \geqq 5$) は, l が或程度大きいと小さな量であって、m 或は n が大きくなると 0 に近付いて行く。そこで (9) 式を部分積分して (10) 式の記号を用い (11) 式の関係式

$$\sum_{m=1}^{\infty} \cos\frac{m\pi}{a}x' \sin\frac{m\pi}{a}x = \frac{\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{a}x}{\cos\frac{\pi}{a}x' - \cos\frac{\pi}{a}x} \qquad (11)$$

を使用すると (12) 式を得る。

$$\left\{1-(2a/\lambda_g)\begin{matrix}Y_o \\ Y_s\end{matrix}\right\}\int_0^a E_y'(x')\sin\frac{\pi}{a}x\cos\frac{\pi}{a}x'\,dx'$$

$$+\int_0^a E_y'(x')\left\{\sum_{m=2}^{\infty}\Delta_m\cos\frac{m\pi}{a}x'\sin\frac{m\pi}{a}x + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Delta n_o}{\Delta n_s}\cos\frac{n\pi}{2a}x'\sin\frac{n\pi}{2a}x\right\}dx' \qquad (12)$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^a E_y'(x')\frac{\sin\frac{\pi}{2a}x}{\cos\frac{\pi}{2a}x' - \cos\frac{\pi}{2a}x}\,dx'$$

ただし

$$E_y'(x') = \frac{d}{dx'}E_y(x'), \quad \gamma_1 = j\frac{2\pi}{\lambda_g}, \quad \Gamma_1 = j\frac{2\pi}{\lambda_g} \qquad (13)$$

ここで次の変数変換

$$\cos\frac{\pi x}{2a} = \frac{1}{2}(1+X), \quad \cos\frac{\pi x'}{2a} = \frac{1}{2}(1+X') \qquad (14)$$

を行い

$$E\,y'(X')\,dx' = F(X')\,dX' \qquad (15)$$

とおくと次の(16)式を得る

$$\begin{aligned} & f(X) \\ &= A(X+1) + B + C(X^2+2X) + D(X^3+3X^2+X-1) \\ &\qquad + E(X^4+4X^3+3X^2-2X-1) + \cdots \\ &= \int_{-1}^{1} \frac{F(X')}{X'-X}\,dX' \end{aligned} \qquad (16)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\left\{1-\left(2\alpha/\lambda_s\right)\frac{Y_0}{Y_S}\right\}\int_{-1}^{1} F(X')\,(X'^2+2X'-1)\,dX' \\ B &= \frac{1}{2}\Delta_1'\int_{-1}^{1} F(X')\,(X'+1)\,dX' \\ C &= \frac{1}{2}\Delta_3'\int_{-1}^{1} F(X')\,(X'^3+3X'^2-2)\,dX' \\ D &= \frac{1}{2}\Delta_2\int_{-1}^{1} F(X')\,(X'^4+4X'^3+2X'^2-4X'-1)\,dX' \\ E &= \frac{1}{2}\Delta_5'\int_{-1}^{1} F(X)\,(X'^5+5X'^4+5X'^3-5X'^2-5X'+1)\,dX' \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

この形の積分方程式はLewin[7]が一般形として示しているものでその解は(18)式の形で与えられる。

$$F(X') = -\frac{1}{\pi^2\sqrt{1-X'^2}}\int_{-1}^{1}\frac{\sqrt{1-X^2}}{X-X'}\,f(X)\,dX + \frac{K}{\pi\sqrt{1-X'^2}} \qquad (18)$$

ここにKは積分定数である。

(18)式に(16)式を代入して未知関数 $F(x')$ を求め，この $F(x')$ を(17)式に代入すると $A, B, C, D, E, \cdots\cdots$ に関する斉次連立一次方程式を得る。これ等から $A, B, C, \cdots\cdots$ を決定して $F'(x)$ を定め $E_y(x')$ を計算すれば，この場合の電界分布が分る。又，有限の値の $A, B, C, \cdots\cdots$ が存在する条件，即ち連立方程式の係数の行列式が0となる条件より Y_0，Y_s が求められる。

今 Δ_2 及び Δ_{50}'，Δ_{55}' 迄考慮に入れそれ以外の Δ_m，Δ_n' を無視すると Y_0，Y_s の近似式として次式を得る。

$$\begin{matrix} Y_0 \\ Y_s \end{matrix} = \frac{\lambda_g}{2a} \cdot \frac{K_1 u + K_2}{K_3 u + K_4} \qquad (19)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= (15-6.234v) + \delta_2(10.5-42.87v) + \delta_5'\{(4.69-3.32v) + \delta_2(-296.8+45.63v)\} \\ K_2 &= (-13+12v) + \delta_2(12.5-5.49v) + \delta_5'\{(14.69-9.59v) + \delta_2(462-491.1v)\} \\ K_3 &= (-1+0.015625v) + \delta_2(-5.5+0.133v) + \delta_5'\{(-0.3125+0.09765v) + \delta_2(18.3+27.5v)\} \\ K_4 &= (35-9.734v) + \delta_2(-35-70.49v) + \delta_5'\{(9.69-8.28v) + \delta_2(-848.2+114.2v)\} \end{aligned}\right\} (20)$$

$$\left.\begin{aligned} u = \begin{matrix} u_0 \\ u_s \end{matrix} &= \frac{4a}{\lambda_g}\begin{cases} \tan \pi\ell/\lambda_g \\ -\cot \pi\ell/\lambda_g \end{cases}, \qquad \Gamma_1 = j\,2\pi/\lambda_g \\ v = \begin{matrix} v_0 \\ v_s \end{matrix} &= 1-\left(\frac{2a\Gamma_3}{3\pi}\right)\begin{cases} \tanh \Gamma_3\ell/2 \\ \coth \Gamma_3\ell/2 \end{cases} = 1+\left(\frac{2a\Gamma_3'}{3\pi}\right)\begin{cases} \tan \Gamma_3'\ell/2 \\ -\cot \Gamma_3'\ell/2 \end{cases} \\ &\Gamma_3 = j\,\Gamma_3' \\ \delta_2 = \frac{\Delta_2}{16-8.56\Delta_2}, \qquad \delta_5' &= \begin{matrix} \delta_{50}' \\ \delta_{55}' \end{matrix} = \frac{\begin{cases} \Delta_{50}' \\ \Delta_{55}' \end{cases}}{16-7.44\begin{cases} \Delta_{50}' \\ \Delta_{55}' \end{cases}} \end{aligned}\right\} (21)$$

(20)式において δ_2, δ_5' との積として表わされている項は補正項を示している。より正確な値を求めるには多数の補正項を取り入れて計算すればよいが通常 δ_2 迄取れば相当正確な値が得られる。

(19) 式の Y_0, Y_S より

$$\alpha = -2\tan^{-1}Y_0, \quad \beta = -2\tan^{-1}Y_S, \quad \theta = 2\pi\ell/\lambda_g \qquad (22)$$

によって α, β, θ が求まるから、これ等の値を (5) 式に代入する事によって S 行列の要素が求められる。従って db で表した結合度 C, 正方向電力分配比 F, 方向性 D, 入力 VSWR ρ は次式から計算される。

$$C = 20\log\left|1/S_{14}\right| \text{ db} \qquad F = 20\log\left|S_{12}/S_{14}\right| \text{ db}$$

$$D = 20\log\left|S_{14}/S_{13}\right| \text{ db} \qquad \rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} \qquad (23)$$

4. 結果並びに検討

以上により、この導波管系の S 行列表示を求め得たが、この結果につき検討して見る。

(5) 式において $e^{j\alpha} \pm e^{j\beta}$ の項は、偶モードの反射及び透過を示し、$e^{-j\theta}$ の項は奇モードの透過を示している。そしてこれ等の二つのモードの間には結合がない。反射係数の起り得る最大値は偶モードが完全に反射する時、即ち $\alpha = \beta$ に対して起り、

$|S_{11}|_{max} = 0.5$, $\rho_{max} = 3.0$ となる。

又、上の取扱いにおいては隔壁の厚さを 0 としたが、隔壁が小さい値であるが有限の厚さ $2t$ を持っている場合を考えると、slot の存在する領域の巾が $2a$ より $2(a+t)$ に変った事になる。

従っていささか厳密性を欠くがこの場合には、$\theta = 2\pi/\lambda_g$ を求める際の λ_g を巾 $(a+t)$ なる管内の管内波長 λ'_g に、又 α, β

を求める際の (21) 式中の Γ_n, $2a$ をそれぞれ $2(a+t)$ の中の場合の値に変える。以下の計算値にはこの換算値を使用した。

理論値及び実験値を図4～図6に示す。使用導波管は4GC帯の標準導波管でその寸法は $a \times b = 58.1 \times 29.1\ mm$ 隔壁の厚さは $2t = 1\ mm$ である。

図4は $f = 3.5\ GC$, $a/\lambda = 0.6778$ における電力分配比 F と入力 VSWR ρ を l の関数として示してある。$0.5 < a/\lambda < 0.75$ の範囲では、slot 部の偶モードにおける伝播波は H_{10} 波丈である。この場合、$\Gamma_n l/2$ ($n \geq 3$) が十分大きくて $\tanh \Gamma_n l/2 \approx \coth \Gamma_n l/2 \approx 1$ と見なし得る場合には、slot 端部で発生する高次波の相互作用が無視出来る。この場合には (20) 式の $K_1 \sim K_4$ は周波数一定の場合 l に無関係で、λ, β は $l = \lambda_g/2$ 各にお互に入れ替る。従って入力 VSWR は l に対して周期的に変化する。しかし、$\Gamma_n l/2$ が小さいと $K_1 \sim K_4$ は l の関数となり周期性はなくなる。

図5は $f = 4.3\ GC$, $a/\lambda = 0.8328$ に対する値を示してある。これ等の結果は、図4の場合と大分異っている。$0.75 < a/\lambda < 1.0$ の範囲では偶モードにおける伝播波は H_{10} 及び H_{30} 波で、これ等の波は slot の両端でお互いに結合している。電力分配の機構はヤヤ複雑で上の如き周期性は存在していない。この図において、$l = 115 \sim 150\ mm$ の範囲では l の変化に対して電力分配比 F は略一定で、定在波比も1に近い値を示している。これは又一定の l に対して周波数 f を変化した場合も同様な特性が期待され、この特性を利用して広帯域 3db coupler 構成の可能性がある。[8]

図6は、$l = 2a = 116.2\ mm$ で周波数を変化した場合の値を示す。$f = 3.99\ GC$ の附近で入力 VSWR は急激な変化を示し、$\rho = 3.0$ を示している。この点では偶モードは完全に反射され電力は奇モードによって運ばれるもののみとなるから $F = 0\ db$ を示している。

理論値と実験値とは略一致している。これ等の間の偏差は、補

正項をS_5迄しか取らなかった事，隔壁の厚さ$2t$に対する補正の不完全性によるもの，及び実験に用いたslotの寸法その他装置の機械的不正確さ等に起因するものと思われる。

5. 結　言

short slot hybridのS行列表示をなし，電磁界を解析してその要素を求めた。これ等からこの系の電力分配及び入力定在波比が求められる。この方法は，$0.5 < a/\lambda < 1.0$の範囲において，任意のslotの長さに対して適用出来る。又その結果から，$a/\lambda \leq 0.75$によって特性が非常に異る事が分る。これ等の結果が3db couplerの設計の一助にもなればと考えている。

文　献

1) H.J. Riblett, "The Short Slot Hybrid Coupler", I.R.E, 40, 180 (1952)
2) N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook", chap. 7 (McGraw-Hill, 1948)
3) 松田，岩沢，竹島，"Short Sloted Couplerに対する一考察"，電気関係学会連大講演論文集，(昭35-7.)
4) 柚木，伊藤，横内，"Short Slot Hybrid の設計"，通信学会全国大会講演論文集 (昭37-11)
5) H. Kaden, "Elektromagnetische Wellen in Verzweigungen von Rechteckhohlleitern", A.E.Ü., 15, 61 (1961)
6) 守口，六島，星川，"細隙列で結合された二導波管内の電磁界" 信学誌，45，149 (昭37)
7) L. Lewin, "On the Resolution of a Class of Waveguide Discontinuity Problems by the Use of Singular Integral Equations", Trans. I.R.E; MTT-9 321 (1961)
8) 守口，六島，森，"3db 方向性結合器の広帯域化"，電気関係学会関西支部連大講演論文集 (昭37-11)

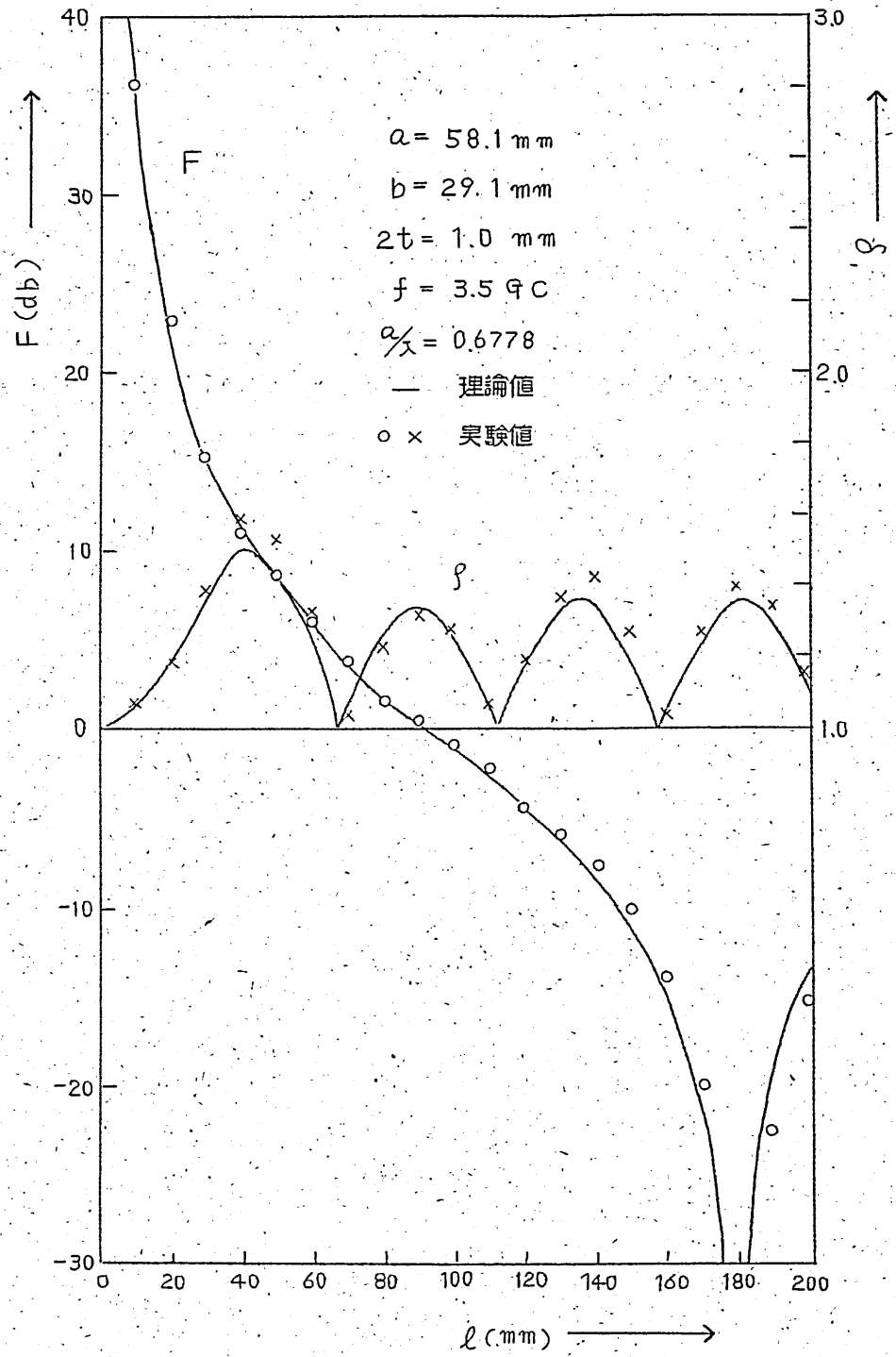


図4　f = 3.5 GC における電力分配比 F 及び入力 VSWR ρ の slot の長さ ℓ に対する関係

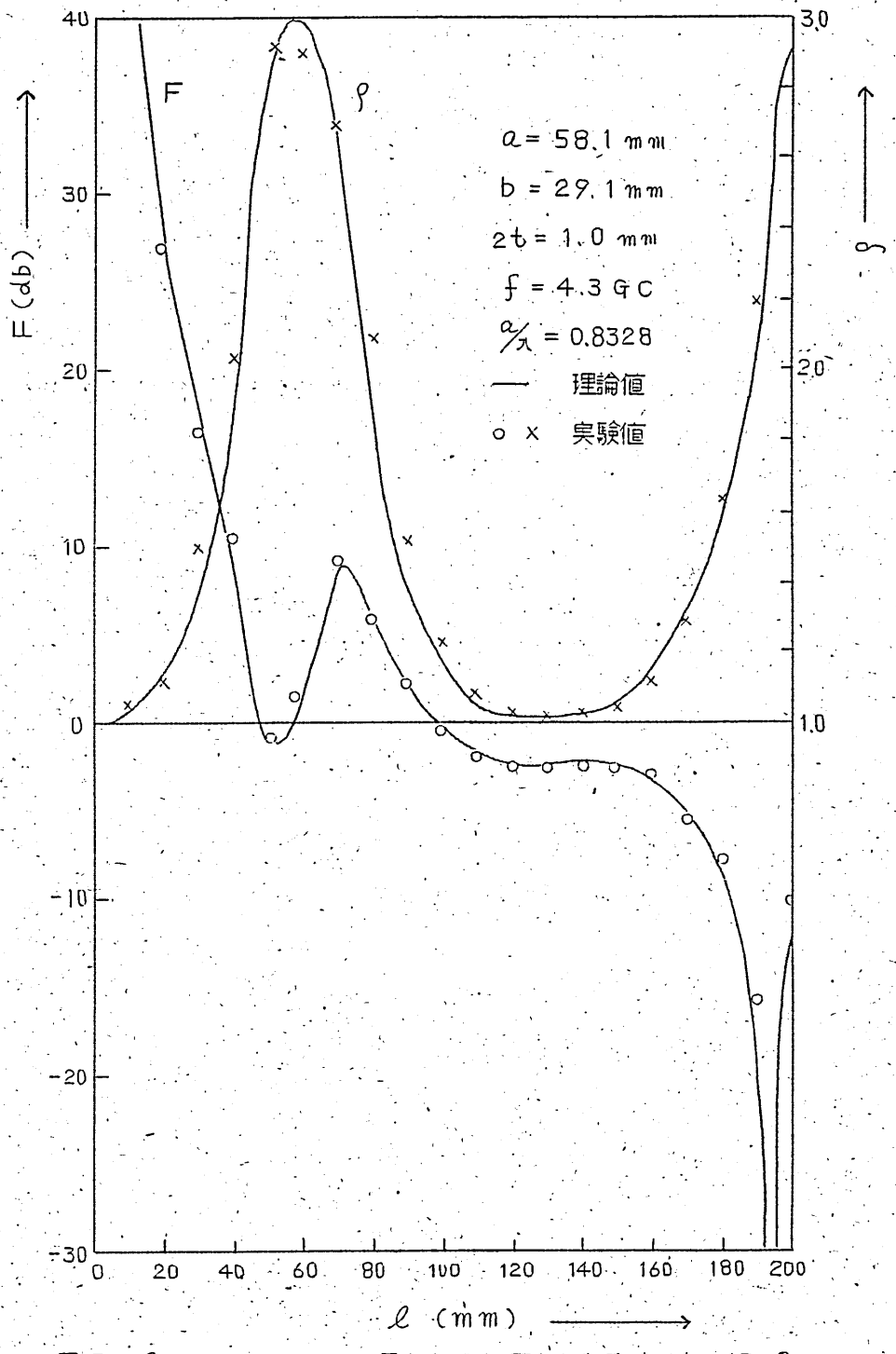


図5 f=4.3 GCにおける電力分配比 F 及び入力 VSWR ρ の slot の長さ ℓ に対する関係

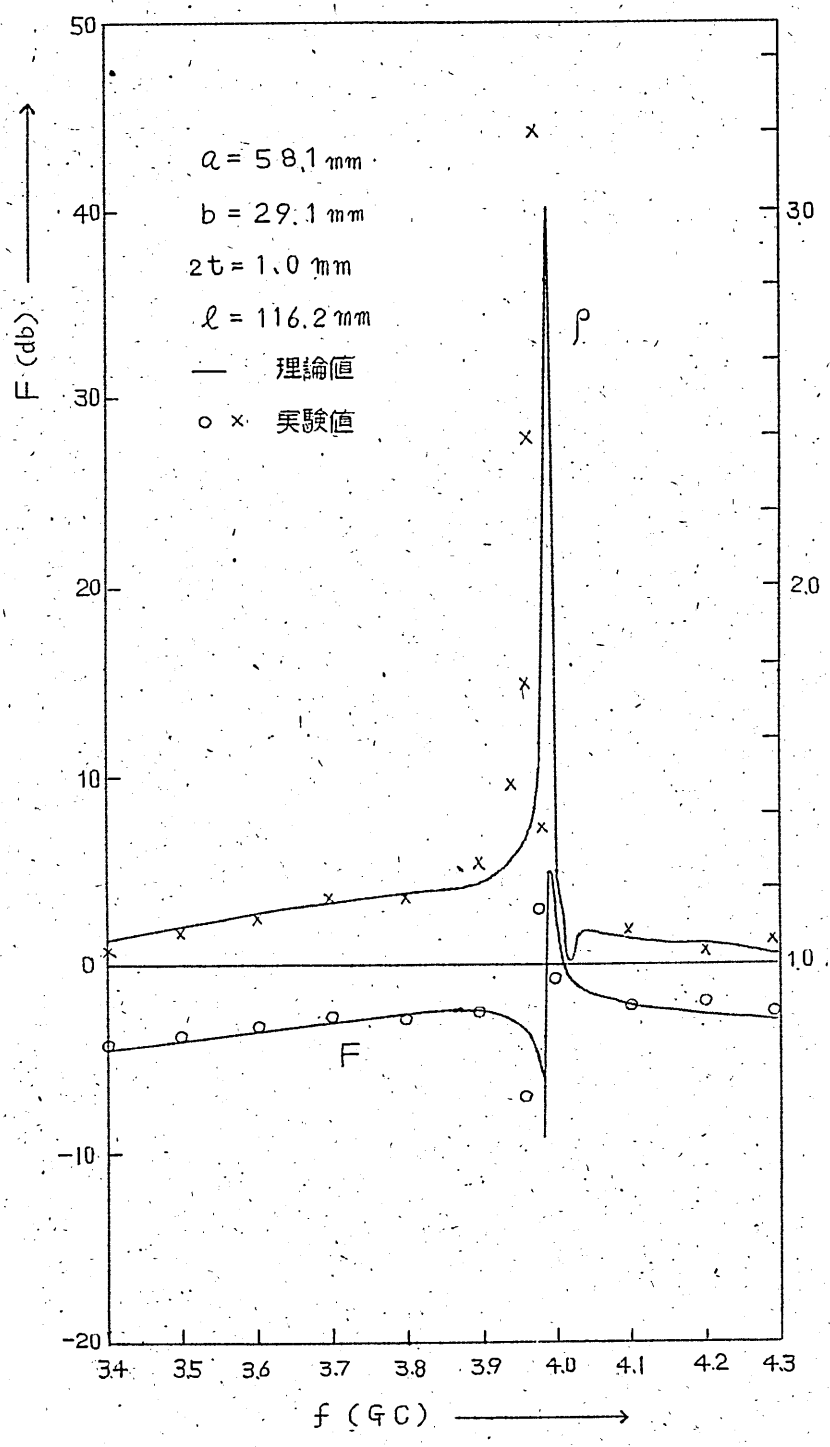


図6 Slotの長さ ℓ = 116.2 mmにおける電力分配比 F 及び
入力VSWR ρの周波数 f に対する関係

輻射科学研究会資料

負性定数増巾回路の安定條件について

池　上　淳　一
中　島　將　光

（京都大学工学部）

1963年2月23日

負性定数増巾回路の安定條件について

§1. はしがき

最近負性抵抗素子が開発されると共に，これらを用いた種々の興味ある増巾回路が発表されている。負性素子は元来條件付安定な素子であるから，それらを用いた回路では安定條件が重要な問題となる。安定判別は回路が簡単であれば，従来行われている如く或る周波数に於けるアドミタンス又はインピーダンスの正負を調べるだけで足りる場合もあるが，回路が複雑になれば直感的には判断を下し難くなる。

ある回路系の安定問題を考えるのに最も直接的で確実な方法は，系を満足する微分方程式をたて，それが時間的に発散する解をもつか否かを調べることである。しかし直接微分方程式を解くことは一般に難かしく，普通には解の形を仮定することが多い。そして解の形（線形系の場合）を e^{st} と置くときは問題を周波数領域で考えていることに相当する。[(1)(2)(3)] パラメトリック素子の場合，その用途から考えて素子に与えられる外部條件は周波数條件であり，後に考える二素子パラメトリック回路も両者をアイドリング周波数によって結合するのであるから，このような回路系の安定問題を考えるのも周波数領域に於ける方が便利である。以下パラメトリック素子を複素周波数で考え，二段結合パラメトリック増巾器の安定條件を導き，その方法を利用して他の負性抵抗増巾回路の安定條件をも比較検討する。

§2. 複素周波数で考えたパラメトリック素子

パラメトリック増巾器に於いて安定條件が問題になるのは所謂周波数反転形の場合である。この場合一定振巾の周波数 ω_p で励振されたパラメトリック容量の両端に信号周波数 ω_s 及びアイドリング周波数 ω_i の

電圧のみが存在するように二つの並列共振回路を設ける。通常このパラメトリック回路を解析するに当って一定振巾の二つの周波数 ω_s 及び ω_i の電圧が仮定されるが，ここでは安定問題を考えるため，時間的に振巾が変化する二つの複素周波数の電圧 $2|V_s|e^{\sigma_s t}\cos(j\omega_s t+\varphi_s)$ 及び $2|V_i|e^{\sigma_i t}\cos(j\omega_i t+\varphi_i)$ を考える。しかし，それらが周波数 ω_p の一定振巾の励振をうけているパラメトリック素子と結合すれば周波数混合の結果 $e^{\sigma_s t}\cos(j\omega_i t+\varphi_i')$ 及び $e^{\sigma_i t}\cos(j\omega_s t+\varphi_s')$ なる成分も現われるから，結局パラメトリック素子を複素周波数で考える場合は，これらの四つの成分を考慮しなければならない。従って次のように諸式を定める。

時間的に変化するパラメトリック容量を

$$\left.\begin{aligned} C(t)&=C_0+2|C_3|\cos(\omega_3 t+\varphi)=C_0+\sum_{p=\pm 3}C_p e^{j\omega_p t}\\ C_{-3}&=C_3^{*},\quad \omega_{-3}=-\omega_3 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

とおき，その両端に存在する電圧を

$$\left.\begin{aligned} v&=\sum_{m=\pm 1,\pm 2}\sum_{n=1,2}V_{mn}e^{(\sigma_n+j\omega_m)t}\\ V_{-m,n}&=V_{m,n}^{*},\quad \omega_{-m}=-\omega_m\\ \omega_1+\omega_2&=\omega_3 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

とし，それに流れる電流を電圧に対応して

$$\left.\begin{aligned} i&=\sum_{m=\pm 1,\pm 2}\sum_{n=1,2}I_{mn}e^{(\sigma_n+j\omega_m)t}\\ I_{-mn}&=I_{mn}^{*} \end{aligned}\right. \qquad (3)$$

と表わす。電力に関係のない電流成分は無視するものとする。電圧 V_{mn} 及び電流 I_{mn} の関係を求めるために

$$i=\frac{d}{dt}(Cv)$$

に (1) 及び (2) 式を代入すると

$$i=\sum_{m=\pm1,\pm2}\sum_{n=1,2}\left\{(\sigma_n+j\omega_m)C_0V_{mn}e^{(\sigma_n+j\omega_m)t}\right.$$
$$\left.+\sum_{p=\pm3}(\sigma_n+j\omega_m+j\omega_p)C_pV_{mn}e^{(\sigma_n+j\omega_m+j\omega_p)t}\right\}$$

を得る。この電流の中周波数 $j\omega_1$ の成分のみを抜き出して，(3)式と比較すると

$$\sum_{n=1,2}I_{1n}e^{\sigma_nt}=\sum_{n=1,2}(\sigma_n+j\omega_1)(C_0V_{1n}+C_3V_{2n}^*)e^{\sigma_nt}$$

が得られるから，この式が時間に無関係に成立するために虚周波数の成分の係数を比較すると

$$I_{11}=(\sigma_1+j\omega_1)(C_0V_{11}+C_3V_{21}^*)$$
$$I_{12}=(\sigma_2+j\omega_1)(C_0V_{12}+C_3V_{22}^*)$$

の二式が得られる。同様に $-j\omega_1$, $j\omega_2$, $-j\omega_2$ の周波数成分について6ケの式が得られる。この中4ケは互に複素共役であって，独立な式は4個である。又この4個の中添字 n に関して互に同一の形式に表わされているものが2個宛あるから，電圧 V_{mn} と電流 $I_{m,n}$（$m=\pm1,\pm2$，$n=1,2$）との関係は，添字 n を省略して

$$\left.\begin{aligned}I_1&=(\sigma+j\omega_1)(C_0V_1+C_3V_2^*)\\ I_2^*&=(\sigma-j\omega_2)(C_0V_2^*+C_3^*V_1)\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

の二つの式を考えれば充分である。（以下安定問題を考えるに当って σ の値が複数個得られれば，そのいづれかを添字 n に割当てればよい。）

$$S=\sigma+j\omega_1$$

なる記号を用いて(4)式を行列の形に書き直すと

$$\begin{bmatrix}I_1\\ I_2^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}SC_0 & SC_3\\ (S-j\omega_3)C_3^* & (S-j\omega_3)C_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ -V_2^*\end{bmatrix}\qquad(5)$$

の如く複素周波数で考えた場合のアドミタンス行列が得られる。この差

用いて以下に示すパラメトリック回路系の安定問題を考えることにする。

§3. 単素子パラメトリック回路の安定條件

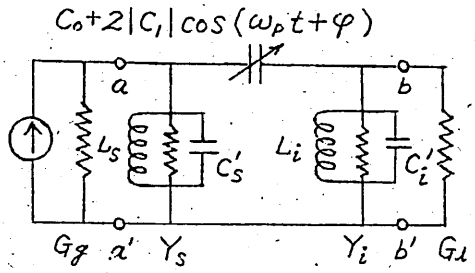


図 1

図1に示すような最も一般的なパラメトリック回路の特性方程式は

$$(sC_0+Y_s+G_g)(\overline{s-j\omega_p}\,C_0+Y_i^*+G_l)-s(s-j\omega_p)|C_p|^2=0 \qquad (6)$$

である。* ここに $\omega_1\to\omega_s$, $\omega_2\to\omega_i$, $\omega_3\to\omega_p$ の如く添字を変更し,

$$Y_s+G_g=G_s+sC_s'+\frac{1}{sL_s}$$

$$Y_i+G_l=G_i+(s^*+j\omega_p)C_i'+\frac{1}{(s^*+j\omega_p)L_i}$$

とする。 $C_0+C_s'=C_s$, $C_0+C_i'=C_i$, $\omega_s+\omega_i=\omega_p$

この特性方程式(6)を S について解けば, S の実部の正負によって回路が安定か否かが判る。しかし(6)式は S に関する四次式であって, 一般的に解くことができないので次のような近似計算によって安定條件を見出すことにする。

信号及びアイドリング回路の共振周波数を添字0で表わし

$$\omega_0=1/\sqrt{LC}$$

信号(又はアイドリング)周波数 ω は共振周波数 ω_0 の近傍であって, S の実部 σ は ω に比して充分小さい(安定限界ではこの條件は満足され

---

* 図1のような回路に於いて信号源と負荷との間 $aa'-bb'$ のアドミタンス行列を $(Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22})$ とすると, 特性方程式は

$$(Y_{11}+G_g)(Y_{22}+G_l)-Y_{12}Y_{21}=0$$

である。

ている）ものとすれば，

$$(\sigma+j\omega)C+\frac{1}{(\sigma+j\omega)L}\cong 2B(\rho+j\delta)$$

なる近似式が成立つ。ここに

$$B=\sqrt{\frac{C}{L}}\ ,\quad \rho=\frac{\sigma}{\omega_o}\ ,\quad \delta=\frac{\omega-\omega_o}{\omega_o}\qquad \omega_{so}+\omega_{io}=\omega_p$$

これを用いて (6) 式を書き直すと（$\rho_s\to\rho$, $\delta_s\to\delta$ として添字 s をとって表す）

$$\left\{G_s+2(\rho+j\delta)B_s\right\}\left\{G_i+2(\rho+j\delta)\frac{\omega_{so}}{\omega_{io}}B_i\right\}$$
$$-\left\{\omega_s\omega_i+j\rho\omega_{so}(\omega_s-\omega_i)|C_p|^2\right\}=0$$

を得る。この式の実部から

$$(1+2\rho Q_s)(1+2\rho Q_i)+4\delta^2Q_sQ_i-\alpha^2=0 \qquad (6a)$$

及び虚部から

$$\delta\fallingdotseq-\mu\rho \qquad (6b)$$

を得る。ここに

$$Q_s=\frac{B_s}{G_s}\ ,\quad Q_i=\frac{\omega_{so}}{\omega_{io}}\frac{B_i}{G_i}\ ,\quad \alpha^2=\frac{\omega_s\omega_i|C_p|^2}{G_sG_i}\ ,\quad \mu=\frac{\omega_{so}(\omega_s-\omega_i)|C_p|^2}{G_sG_i(Q_s+Q_i)}$$

共振周波数の近傍を考えているのであるから，α^2 は一定とみなし (6b) 式を (6a) 式に代入すると ρ に関する二次式

$$4(1+\mu^2)Q_sQ_i\rho^2+2(Q_s+Q_i)\rho+1-\alpha^2=0$$

が得られる。これを解くと

$$\rho=\frac{-(Q_s+Q_i)\pm\sqrt{(Q_s+Q_i)^2-4Q_sQ_i(1+\mu^2)(1-\alpha^2)}}{4(1+\mu^2)Q_sQ_i} \qquad (6c)$$

従って

$$\alpha^2<1$$

ならば $\rho=\sigma/\omega_{so}$ は二根共に負であり，回路は安定であることが分る。

これはパラメトリック増巾器の安定條件として中心周波数に於けるコンダクタンスの正負から求めたものと同一である。又上式に於いて一根 P が負から正に移るときに即ち安定限界では P の値は小さいから（66）式によつて発振する周波数 δ は非常に小さく従つて殆んど共振周波数である。

§4. 二段結合形パラメトリック増巾器の安定條件

二つのパラメトリック素子を図2のようにアイドリング周波を通じ，

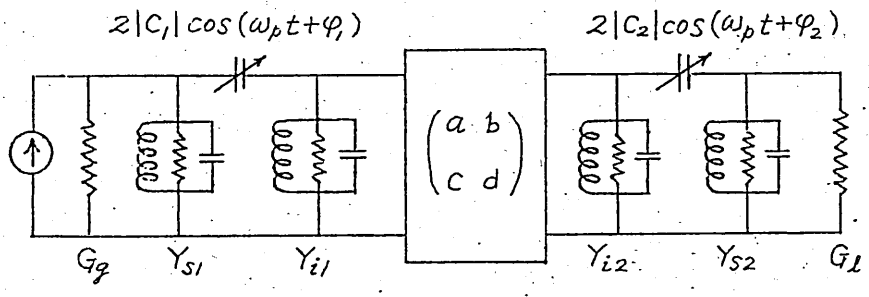


図　2

四端子網（a, b, c, d）によつて結合したものを考える。このような回路の解析には基本行列が好都合であるから，(5)式のアドミタンス行列を基本行列の形に書き直すと

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1/(s-j\omega_p)C_p^* \\ -sC_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (s-j\omega_p)C_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i^* \\ I_i^* \end{bmatrix} \tag{7}$$

を得る。従つて図2の回路に於いて信号源より負荷に至るまでの基本行列は次のように計算される。

$$\mathbb{F} = \mathbb{Y}_{s1}\mathbb{F}_{p1}\mathbb{Y}_{i1}^* a^* \mathbb{Y}_{i2}^* \mathbb{F}_{p2}\mathbb{Y}_{s2} = \frac{e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}}{s|(s-j\omega_p)|C_{p1}C_{p2}|} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{8}$$

但し，$\mathbb{Y}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G_s+sC_s+1/sL_s & 1 \end{bmatrix}$，$\mathbb{Y}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G_i+(s^*+j\omega_p)C_i+1/(s^*+j\omega_p)L_i & 1 \end{bmatrix}$

$$a=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$F_{p1}=\begin{bmatrix} 0 & 1/(s-j\omega_p)C_{p1}^* \\ -sC_{p1} & 0 \end{bmatrix}, \quad F_{p2}=\begin{bmatrix} 0 & 1/sC_{p2} \\ -(s-j\omega_p)C_{p2}^* & 0 \end{bmatrix}$$

従って図2の特性方程式は，電源及び負荷コンダクタンスを含めて*

$$C=a^*(Y_{s1}Y_{i1}^*-g_1^2)Y_{s2}+b^*(Y_{s1}Y_{i1}^*-g_1^2)(Y_{s2}Y_{i2}^*-g_2^2)$$
$$+c^*Y_{s1}Y_{s2}+d^*Y_{s1}(Y_{s2}Y_{i2}^*-g_2^2)=0 \qquad (9)$$

と求められる。ここに

$Y_{s1}=G_{s1}+sC_{s1}+1/sL_{s1}$，　$G_{s1}=G_g+G_{s1}'$，　G_{s1}'：共振回路の損失

$g_1^2=s(s-j\omega_p)|C_{p1}|^2$，　$g_2^2=s(s-j\omega_p)|C_{p2}|^2$

(9) 式を用いて，二段結合増巾器の安定条件を求める事ができる訳であるが，最も簡単な例として，二つのアイドリング回路を直結した場合について考えてみる。$(a,b,c,d)=(1,0,01)$ とおき，二つの増巾器が対称であるとすれば

$$f(s)=2Y_s(Y_sY_i^*-g^2)=0$$

を得る。従ってSの根として

$$Y_s=0 \quad 及び \quad Y_sY_i^*-g^2=0$$

から求められる。$Y_s=0$ の根は

$$s=-\frac{G_s}{2C_s}\pm\sqrt{\left(\frac{G_s}{2C_s}\right)^2-\frac{1}{L_sC_s}}$$

となるが二根共に常に負であるから，$Y_sY_i^*-g=0$ のみを考えればよい。この式は前述の (6) 式と全く同じ式（後の式では Y_s の中に G_g を含めて

---

* 図2のような回路に於いて電源及び負荷コンダクタンスを含めてその基本行列を (A,B,C,D) とすると特性方程式は $C=0$ で与えられる。

いる）であるから安定條件は単一パラメトリック増巾器の場合と同じである。これは増巾特性が両者共に類似していたことに対応する。

次に二つの増巾器を直列抵抗 $(a,b,c,d)=(1,R,0,1)$ を通して結合したものについて安定條件を求める。この場合の特性方程式は (a) 式より

$$2Y_S(Y_SY_i^*-g^2)+R(Y_SY_i^*-g^2)^2=0$$

$$Y_SY_i^*-g^2=0 \quad \text{又は} \quad 2Y_S+R(Y_SY_i^*-g^2)=0$$

これから前と同様に複素周波数の実部を求めると，(6c) 式及び

$$p'=\frac{-(Q_S+Q_i)\pm\sqrt{(Q_S+Q_i)^2-4Q_SQ_i(1+\mu^2)(1-\alpha^2+\nu)}}{4Q_SQ_i(1+\mu^2)}$$

が得られる。ここに $\nu=2Y_S/G_SG_iR$。これら四個の複素周波数が実部正の値をとらない條件を求めると

$$\alpha^2<1$$

となってこの場合も安定條件は単一の場合と一致することが分る。

§5. インピーダンス反転結合パラメトリック増巾器の整合可能條件

アイドリング回路の結合にインピーダンス反転素子を用いた場合の特性方程式は $(a,b,c,d)=(0,j/Y_0,jY_0,0)$ とおき，整理すれば次のように表わされる。

$$f(S)\equiv\left[\left\{1+l_g+G_g\left(\frac{S}{\omega_{s0}}+\frac{\omega_{s0}}{S}\right)\right\}\left\{1+Q_{i1}\left(\frac{S-j\omega_p}{\omega_p-\omega_{s0}}+\frac{\omega_p-\omega_{s0}}{S-j\omega_p}\right)\right\}-S(S-j\omega_p)\frac{|C_{p1}|^2}{G_gG_{i1}}\right]$$

$$\times\left[\left\{1+l_\ell+Q_\ell\left(\frac{S}{\omega_{s0}}+\frac{\omega_{s0}}{S}\right)\right\}\left\{1+Q_{i2}\left(\frac{S-j\omega_p}{\omega_p-\omega_{s0}}+\frac{\omega_p-\omega_{s0}}{S-j\omega_p}\right)\right\}-S(S-j\omega_p)\frac{|C_{p2}|^2}{G_{i2}G_\ell}\right]$$

$$+\gamma^2\left\{1+l_g+Q_g\left(\frac{S}{\omega_{s0}}+\frac{\omega_{s0}}{S}\right)\right\}\left\{1+l_\ell+Q_\ell\left(\frac{S}{\omega_{s0}}+\frac{\omega_{s0}}{S}\right)\right\}=0 \qquad (10)$$

ここに

$$Q_g=\frac{B_{s1}}{G_g},\quad Q_i=\frac{B_i}{G_i},\quad Q_l=\frac{B_{s2}}{G_l},\qquad l_g=\frac{G_{s1}}{G_l},\quad l_t=\frac{G_{s2}}{G_l},\quad \eta=\frac{Y_1^2}{G_{i1}G_{i2}}$$

このままではSの8次式になって一般的に解けないので，このような問題の簡単な解法を考えてみる。(10)式のような特性方程式をPを助変数として

$$f(S,P)=0 \tag{11}$$

のように表わすと次の定理が成立することを証明することができる。但し極をもたない場合を考える。

定理　特性方程式(11)が $P=P_0$ のとき純虚数 $S_0=j\omega_n$ を有するものとする。Pが P_0 からずれると $S=S_0$ は一般に虚根でなくなるが，Pが P_0 の近傍である限りその根 $S=\sigma_n+j\omega_n'$ の実部は小さく

$$D=-\mathrm{Im}\left[\frac{\partial f(j\omega,P)}{\partial\omega}f^*(j\omega,P)\right]_{\omega=\omega_n'} \tag{12}$$

と同符号である。

証明　(11)式がPが P_0 の近傍にあるとき

$$S=S_n=\sigma_n+j\omega_n \tag{a}$$

なる根をもつものと仮定すると(11)式は

$$f(S,P)=g(S,P)(S-\sigma_n-j\omega_n) \tag{b}$$

なる形に表わされる。仮定によって σ_n は小さな数であるが

$$0\leqq\varepsilon<|\sigma_n| \tag{c}$$

なる任意に小さな正の数 ε をとることができる。$S=\varepsilon+j\omega_n$ を代入して $|f(S,P)|^2$ を ε に関して微分すれば，(b)式によって*

$$\frac{\partial f(\varepsilon+j\omega_n)}{\partial\varepsilon}f^*(\varepsilon+j\omega_n)+f(\varepsilon+j\omega_n)\frac{\partial f^*(\varepsilon+j\omega_n)}{\partial\varepsilon}$$

$$=\frac{\partial|g(\varepsilon+j\omega_n)|}{\partial\varepsilon}(\varepsilon-\sigma_n)^2+2(\varepsilon-\sigma_n)|g(\varepsilon+j\omega_n)|^2 \tag{d}$$

---

* 助変数Pを省略する。

を得る。σ_n が小さければ，$g(s)$ が正則である限り (c) 式によって (d) 式の符号は右辺の半二項によって決定される。(c) 式より $\varepsilon-\sigma_n$ は $-\sigma_n$ と同符号であるから，(d) 式は $-\sigma_n$ と同符号である。即ちこれを書き直すと

$$\text{Right hand side of (d)} = \left[\frac{\partial f(\varepsilon+j\omega)}{\partial \varepsilon} f^*(\varepsilon+j\omega)+f(\varepsilon+j\omega)\frac{\partial f^*(\varepsilon+j\omega)}{\partial \varepsilon}\right]_{\omega=\omega_n}$$

$$=\left[-j\frac{\partial f(\varepsilon+j\omega)}{\partial \omega} f^*(\varepsilon+j\omega)+jf(\varepsilon+j\omega)\frac{\partial f^*(\varepsilon+j\omega)}{\partial \omega}\right]_{\omega=\omega_n}$$

$$=\mathcal{I}m\left[\frac{\partial f(\varepsilon+j\omega)}{\partial \omega} f^*(\varepsilon+j\omega)\right]_{\omega=\omega_n}$$

ε は任意に小さくえらんだ数であるから $\varepsilon\to 0$ とすることによって (12) 式が証明される。

一般に特性方程式を用いて安定問題を考えるときは，系が安定か不安定かの限界を論ずる場合が多いが，そのような場合は助変数 P を適当にえらぶことによって上の定理を適用することができる。助変数のえらび方については上の條件（$p=p_0$ のとき純虚根を有する）以外，特に制限がないので，特性方程式が数値的に与えられている場合でも適当な助変数を設けることによって上の定理を適用することができる。(12) 式は当然のことながら $p=p_0$ を代入すれば $D=0$ となるが，p が p_0 より少し大きくなった場合又は小さくなった場合の D の符号を知るには D を p に関して微分し，$p=p_0$ とおけばよい。p に関する微係数は簡単な計算によって

$$d\equiv\frac{\partial D}{\partial p}=\left[\frac{\partial f_r}{\partial \omega}\frac{\partial f_i}{\partial p}-\frac{\partial f_i}{\partial \omega}\frac{\partial f_r}{\partial p}\right]_{\omega=\omega_n,\ p=p_0} \tag{13}$$

と表わされる。ここに

$$f_r=\mathcal{R}e f(j\omega,p)\ ,\quad f_i=\mathcal{I}m f(j\omega,p)$$

さて，元に戻って特性方程式 (10) の安定判別を上の定理を用いて考える。助変数としては励振電力の大きさを表わす

$$\gamma^2=\omega_s\omega_i|C_p|^2/G_0G_i$$

をえらぶのが好都合である。定理が適用されるためには $\gamma^2=\gamma_0^2$ のとき (10) 式が純虚根を有するためには $S=j\omega_S$ を代入することによって

$$f(j\omega_S,\gamma_0^2)\equiv\left\{(1+l+j2\delta_SQ_0)(1-j2\delta_iQ_i^0)-\gamma_0^2\right\}^2+\eta^2(1+l+j2\delta_SQ_0)^2=0 \tag{14}$$

が成立しなければならない。ここに両増巾器は対称であり

$$Q_g=Q_L=Q_0\,,\quad Q_{i1}=Q_{i2}=Q_i\,,\quad |C_{p1}|=|C_{p2}|=|C_p|\,,\quad l_g=l_L=l$$

$$2\delta_S=\frac{\omega_S}{\omega_{S0}}-\frac{\omega_{S0}}{\omega_S}\,,\quad 2\delta_i=\frac{\omega_i}{\omega_{i0}}-\frac{\omega_{i0}}{\omega_i}$$

としている。一般に共振形パラメトリック増巾器の帯域巾は小さいから

$$x=2\delta_SQ_0\,;\quad hx\fallingdotseq-2\delta_iQ_i$$

とおけば条件 (14) を満す γ_0^2 及び周波数 x_0 は

$$\left.\begin{aligned}\gamma_0^2&=1+l+\frac{\eta^2(1+l)}{\{1+h(1+l)\}^2}\\ jx_0&=\pm j\frac{\eta(1+l)}{1+h(1+l)}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

と求められる。励振電力 γ^2 が γ_0^2 よりずれた場合の複素周波数根の実部の符号を知るために (13) 式の α を求める。(14) 式より

$$f_r=hx^4-x^2\left[2h(1+l-\gamma^2)+\{1+h(1+l)\}^2+\eta^2\right]+(1+l-\gamma^2)^2+\eta^2(1+l)^2$$

$$f_i=-2x\left[x^2h(1+h+hl)-\{(1+h+hl)(1+l-\gamma^2)+\eta^2(1+l)\}\right]$$

であるから

$$\alpha=\left(\frac{\partial f_r}{\partial x}\frac{\partial f_i}{\partial\gamma^2}-\frac{\partial f_i}{\partial x}\frac{\partial f_r}{\partial\gamma^2}\right)\cdot\frac{\partial x}{\partial\omega_S}\Big|_{x=x_0,\,\gamma^2=\gamma_0^2}$$

$$=\left(\frac{1}{\omega_{S0}}+\frac{\omega_{S0}}{\omega_S^2}\right)\cdot\frac{4\eta^2(1+l)^2}{(1+h+hl)^2}\left\{\eta^2+(1+h+hl)^2\right\}>0$$

が得られる。即ち今問題にしている複素周波数根の実部が正にならないためには

$$\gamma^2 < \gamma_0^2 = 1+\ell+\eta^2(1+\ell)\Big/\{1+k(1+\ell)\}^2 \tag{16}$$

であればよい。* これがインピーダンス反転結合パラメトリック増巾器が安定であるための必要充分條件である。他の直結増巾器では，安定限界は $\gamma^2=1$ ** であったが，この場合は更に大きな励振でも安定であり，従って中心周波数に於けるアイドリング回路の並列コンダクタンスが負になっても不安定にならないという結論が得られる。これは信号入力端を見たインピーダンスが正の値をとり得ることを意味する。入力コンダクタンスが正の G_g（信号源のコンダクタンス）に等しくなれば整合がとれるのであるが，その條件は

$$\gamma^2 = \gamma_m^2 = \ell + \sqrt{1+\eta^2(1-\ell^2)} \tag{17}$$

である。従ってこの増巾器が整合可能であるためには γ_m^2 が安定限界内になければならない。即ち $\gamma_m^2 < \gamma_0^2$ なるための條件を求めると

$$k < \frac{1}{1+\ell}\left\{\sqrt{\frac{\eta^2(1+\ell)}{\sqrt{1+\eta^2(1-\ell^2)}-1}} - 1\right\} \tag{18}$$

を得る。アイドリング共振回路の Q，k 及び信号共振回路の損失 ℓ について，増巾度（中心周波数に於ける最大増巾度）

$$G_{t\,max} = \frac{(1+\sqrt{1+\eta^2})^2}{\eta^2} \tag{19}$$

をパラメーターにとって整合可能の領域を図示すると図3のようになる。

---

* 特性方程式(14)は x に関して四次式であるから，他の二組の根の実部が負であることも必要である。そしてこの組は助変数 γ^2 の変化によってその符号は変らないから γ^2 を適当な値の所で，その符号を調べればよい。

$\gamma^2=0$ とすると，特性方程式(14)は

$$(1+\ell+jx)^2\{(1+jkx)^2+\eta^2\}=0$$

となるから $x(=s/\omega_{s0}-\omega_{s0}/s)$ は実部正の根を有しないことが分る。

** 正しくは前述の増巾器の安定限界と比較するためには，$\gamma^2=1+\ell$ と(16)式とを比較することになる。

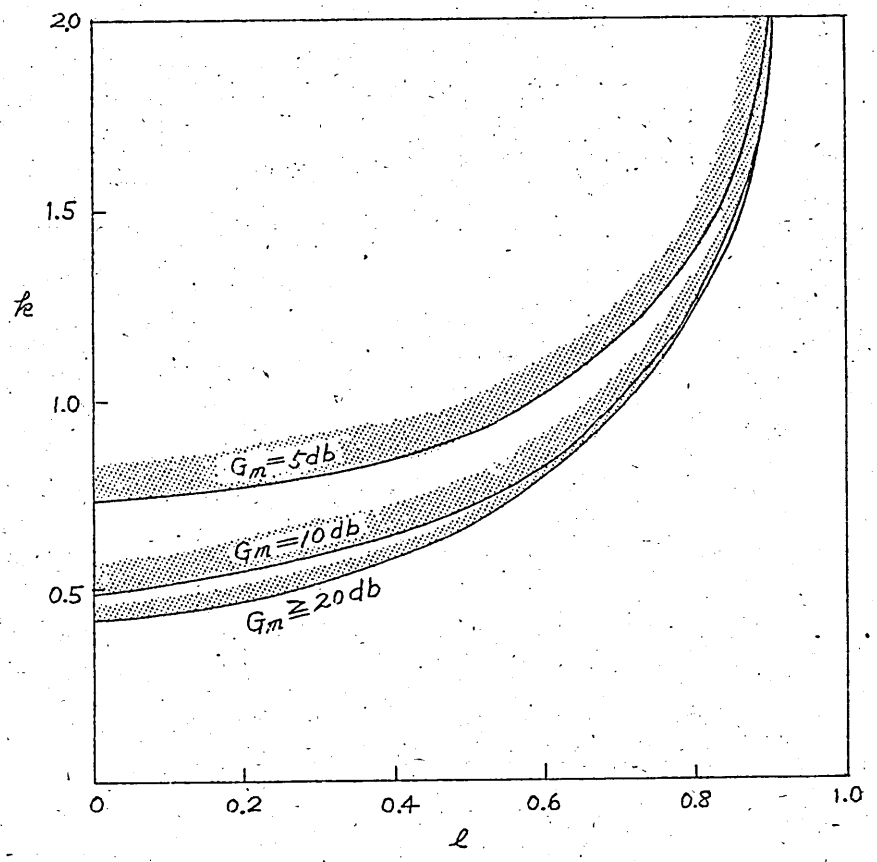


図 3　整合可能な領域

尚，この増巾器の励振を γ_0^2 より大きくすると不安定になる訳であるが，その発振周波数は共振回路の同調周波数でなく，中心周波数より少しずれた値

$$\omega_s=\omega_{so}\left\{1\pm\frac{\eta}{(1+k)Q_o}\right\}=\omega_{so}\left\{\frac{\pm\eta}{Q_o+Q_i\omega_{so}/\omega_{io}}+1\right\} \qquad (20)$$

である。

§6. 他の負性抵抗増巾器における安定條件

以上に示した方法を他の負性抵抗増巾器に適用すれば，安定條件及び不安定になる場合の発振周波数を容易に求めることができる。

先づ図4に示すような二個のエサキダイオードを四分の一波長線路によって結合したもの[4][5]について考える。信号源及び負荷コンダクタンスを含めてこの系の基本行列は

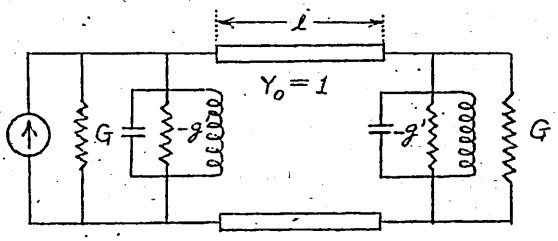


図　4

$$F=\begin{pmatrix}1 & 0\\ g+jb & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\beta l & j\sin\beta l\\ j\sin\beta l & \cos\beta l\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ g+jb & 1\end{pmatrix}$$

であるから，特性方程式は*

$$C=f=2g(\cos\beta l-b\sin\beta l)+j\{2b\cos\beta l+\sin\beta l(1+g^2-b^2)\}=0 \qquad (21)$$

となる。ここにアドミタンスはすべて結合線路の特性アドミタンスで正規化されているものとし，$g=G-g'$ である。

$$b=\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\approx 2\delta B,\quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\cos\beta l\approx\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{\omega}{\omega_0}\right)=-\frac{\pi}{2}\delta,\quad \sin\beta l=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta l\right)\approx 1$$

として近似計算すれば

$$f=f_r+jf_i=-g(\pi+4B)\delta+j\{1+g^2-2B(\pi+2B)\delta^2\}$$

従って

$$D=-Im\left[\frac{\partial f(j\omega)}{\partial\omega}f(-j\omega)\right]=(f_r'f_i-f_rf_i')\frac{\partial\delta}{\partial\omega}$$

$$=-g(\pi+4B)\{1+g^2+2B(\pi+2B)\delta^2\}\left(\frac{1}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{\omega^2}\right)$$

となる。ここにプライム（′）は $\partial/\partial\delta$ を意味する。これによって複素周波数根の実部は $g\gtrless 0$ に従って負又は正となる。故この負性抵抗増巾器の安定條件は

---

* 簡単のため特性方程式は実周波数を用いて表わすことにする。

$$G > |-g'| \tag{22}$$

である。即ちエサキダイオードの負コンダクタンスの絶対値がそれに接続される外部回路のコンダクタンスより小さくなければならない。又増巾器が不安定となる場合の発振周波数は

$$\omega = \omega_0 \pm \omega_0 / \sqrt{4B^2 + \pi B}$$

である。この増巾器と前述のインピーダンス反転素子で結合した二段パラメトリック増巾器と周波数性等に関して類似しているが，この増巾器は中心周波数に於けるコンダクタンス分が安定領域内に於いて負となり得ない。

次にエサキダイオードを三個用いたものについて考えてみる。[6][7] 図5に

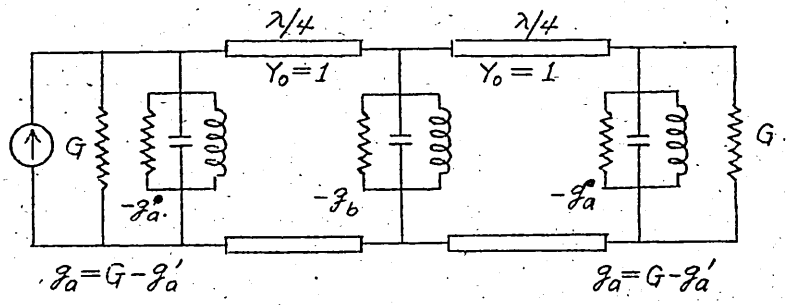


図　5

於いて電源及び負荷のコンダクタンスを含めて基本行列は

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ g'_a+jb_a & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2(-g_b+jb_b) & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ g'_a+jb_a & 1 \end{bmatrix}$$

で表わされる。簡単のためすべてのアドミタンスは線路の特性アドミタンスで正規化し，結合線路の位相量は考慮している全周波数に対して $\pi/2$ と仮定する。よって特性方程式は

$$C = (g'_a+jb_a)\{1+(g'_a+jb_a)(-g_b+jb_b)\} = 0 \tag{23}$$

となるから

$$f_1 = g'_a+jb_a = 0$$

及び

$$f_2 = 1 + (g_a' - jb_a)(-g_b + jb_b) = 0$$

の二式についてその根を調べればよい。

$$b_a = 2\delta B_a, \quad b_b = 2\delta B_b, \quad \delta = \omega/\omega_0 - \omega_0/\omega$$

とおくことによって最初の方程式 f_1 が実部正の根をもたない條件は

$$g_a' = G - g_a > 0 \qquad (24)$$

であり，自由振動周波数は $\delta = 0$，即ち中心周波数である。

次に特性方程式 f_2 について考える。

$$f_2 = 1 - g_a' g_b - 4\delta^2 B_a B_b + j2\delta(g_a B_b - g_b B_a)$$

であるから $f_2 = 0$ が成立するためには

$$4\delta^2 = \frac{1 - g_a' g_b}{B_a B_b}, \quad g_a' = g_b \frac{B_a}{B_b}$$

従って

$$D = f_r' f_i - f_r f_i' \Big|_{4\delta^2 = (1 - g_a' g_b)/B_a B_b}$$

$$= -16\delta^2 B_a B_b (g_a' B_b - g_b B_a)$$

故 f_2 が不安定根をもたないためには

$$g_a' > g_b \frac{B_b}{B_a}, \quad \text{或は} \quad G > g_a + g_b \frac{B_b}{B_a} \qquad (24)'$$

でなければならない。そして自由振動周波数は

$$\omega = \omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\frac{1 - (G - g_a) g_b}{4 B_a B_b}}$$

であつて，中心より少しずれている。

さてこの増巾器全体の安定條件は(24)式及び(24)'式の共通範囲である。即ち

$$\left.\begin{array}{ll} -g_b > 0 \text{ のときは} & G > g_a \\ -g_b < 0 \text{ のときは} & G > g_a + |g_b| \frac{B_a}{B_b} \end{array}\right\} \qquad (25)$$

である。

§7. むすび

負性抵抗増巾器の安定條件について微分方程式を直接解く事なく特性方程式の根の実部の符号を調べる一つの方法を示し，それによつて種々の負性抵抗増巾器の安定條件を求めた。一般に増巾器の安定問題を考える場合はその動作から考えて特性方程式の根の大体の性質は解つており，しかもそれが安定であるか否かの限界附近を問題とする場合が多い。特性方程式に実周波数を代入して，その軌跡を画くのがナイキストの方法であるが，この方法では数値的に正確な判別はできても一般的に安定條件を求めることが難かしい。ここに述べた方法によれば，特性方程式の次数が余り高くない限り，比較的簡単に安定條件を求めることができる。又本文に度々表われた如く特性方程式が因数分解されることが多く，この場合には特性式の軌跡を画くよりも解法が簡簡である。

最初にパラメトリック増巾器の安定條件を詳しく調べるために，パラメトリック素子を複素周波数について考える方法についても言及した。そして単一パラメトリック増巾器の安定條件について，従来中心周波数におけるコンダクタンス分の正負によつて求められているものと一致する事をも示した。又パラメトリック増巾器の帯域巾を拡げるために多重同調が用いられるが，この場合の安定條件について考えるのも興味がある。

この解析で明らかになつたことは，二つのパラメトリック増巾器をインピーダンス反転素子で結合すれば，中心周波数に於いてアイドリング回路の全コンダクタンスが負になつても安定であり，従つてこの増巾器は理論的にも整合が可能であることである。エサキダイオードを二個用いた場合は，このようなことが起らないことも明らかになつた。この現象は一見奇異に思えるが，パラメトリック素子が単なる負性抵抗素子ではなくリアクタンス分も負性化するインピーダンス変換素子である理由

に基いている。又エサキダイオードを三個用いた負性抵抗増巾器の安定條件についても簡単に触れた。

文　献

(1) L.A. Pipes. "Four Methads for the Analysis of Time-Variable Circuits", IRE. Trans. CT-2 No.1, pp.4~12 (March 1955)

(2) A.A. Gerlach. "A Time-Variable Transform and Its Application to Spectral Analysis." IRE. Trans. No.1, pp.22~25 (March 1955)

(3) 池上・中島；"アイドリング周波によって結合したパラメトリック増巾器" マイクロ波伝送研究会資料 1962年12月6日

(4) 浜崎襄二，"四分の一波長結合負性抵抗増巾器" 通信学会雑誌 44 pp.1781~1788 (1961年11月)

(5) 熊谷信昭，森引喜．"分布定数線路によって結合された整合負性抵抗増巾器"，輻射科学研究会資料 (1962年4月21日)

(6) 牧本利夫，"空洞沪波器形の負性抵抗増巾回路，" 輻射科学研究会資料 (1961年4月22日)

(7) 末松，村谷．"2段型四分の一波長結合エサキダイオード増巾器" マイクロ波伝送研究会資料 (1962年8月30日)

(8) A.P. Bolle, "Application of Complex Symbolism to Linear Variable Nelworks." IRE. Trans. CT-2 No.1 p.32~35 (March. 1955)

輻射科学研究会資料

Brewster角を利用した ミリ波プリズム形方向性結合器

牧本利夫
末田正
（大阪大学　産業科学研究所）

昭和38年2月14日（土）
（於　島津製作所　三条工場）

Brewster角を利用したミリ波プリズム形方向性結合器について

牧本利夫
末田正
(大阪大学産業科学研究所)

§1 はしがき

短ミリ波発振器およびレーザ技術の急速な進歩により，短ミリ波ないしサブミリ波帯においても，かなり強力な電源の得られる可能性が濃くなり，これに伴なつて，これらの帯域における回路素子の開発が渇望されている。長ミリ波帯では，セン子波技術の延長による単一モード導波管回路系が用いられているが，導電損失，工作困難等の点から短ミリ波帯以下では実用的でない。又，円形導波管 H_{01} 伝送線路系は，低損失ではあるが，モード変換が起り易いため回路素子としては不利である。一方，準光学回路系は，短ミリ波帯以下では手頃な大きさ(数Cm程度)となり回路素子として有利な條件を備えている。

本文では，その一つとして，プリズム形方向性結合器を取扱う。ここで取扱う結合器は，広帯域にわたつて整合がとれる上，結合量として広い範囲の値をとり得るので，3dB結合器，固定および可変減衰器，Reflectometer 等としても利用できるものと思われる。

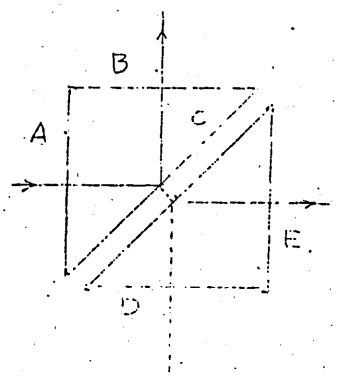


図1 2ヶの直角プリズムを用いた可変減衰器

マイクロ波帯ではじめてプリズムの実験を行なったのは，恐らく，J.C.Bose である。彼は，1890年代，すでに，図1のような2ヶの直角プリズムを，わずかの間

置いてだてて置き，AからBおよびEに反射および透過する電波の強さが，間隔を変えることによって変化することを実験的にたしかめている。これと同じ形式の方向性結合器（あるいは可変減衰器）が，短ミリ波帯その他で最近報告されている。[5][6]

§2 平面境界における反射と透過

以下の取扱いに対する準備として，2つの等方，等質半無限媒質（無損失とする）が，平面によって分かれている場合の反射および透過の問題をまとめておく。[6]

図2のように境界平面の法線とθ_0の角度をなす方向から平面波が入射すると，Snellの法則により，$\theta_2=\theta_0$ の方向に反射波と，

$$k_2 \sin\theta_0 = k_1 \sin\theta_1, \quad k_i = \omega\sqrt{\mu_i \varepsilon_i} \qquad \cdots\cdots\cdots(1)$$

で定まるθ_1の方向に透過波を生ずる。

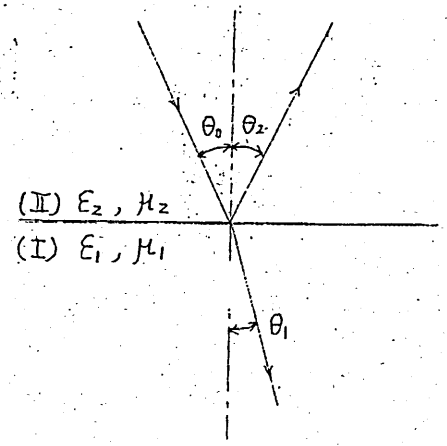


図2　平面境界における反射と透過

反射係数，透過係数は，入射波の偏波状態によって異なる。

(A) 境界ベクトルが入射面に垂直の場合

電力反射係数 $R_\perp$，電力透過係数 $T_\perp$ は，

$$R_\perp = \left| \frac{\mu_1 k_2 \cos\theta_0 - \mu_2 k_1 \cos\theta_1}{\mu_1 k_2 \cos\theta_0 + \mu_2 k_1 \cos\theta_1} \right|^2 \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

$$T_\perp = 1 - R_\perp$$

によって与えられる。

(B) 電界ベクトルが入射面に平行な場合

$$R_\parallel = \left| \frac{\mu_2 k_1 \cos\theta_0 - \mu_1 k_2 \cos\theta_1}{\mu_2 k_1 \cos\theta_0 + \mu_1 k_2 \cos\theta_1} \right|^2 \qquad \cdots\cdots\cdots(3)$$

$$T_\parallel = 1 - R_\parallel$$

式(1)と(3)からわかるように，反射係数，および透過係数は，誘電定数および入射角によって定まる。したがって，誘電定数が一定である限り周波数には関係しないという重要な関係が得られる。

式(1)から分るように $k_2 > k_1$ の場合には，θ_0 が，臨界角

$$\theta_c = \sin^{-1}\sqrt{k_1/k_2} \qquad \cdots\cdots(4)$$

より大きくなると，$\cos\theta_1$ が虚数になり，

$$|R_\perp| = |R_\parallel| = 1$$

となりいわゆる全反射が起る。

§3 Brewster角

光学で古くから知られているように，誘電体（$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$）の場合

$$\theta_B = \tan^{-1}\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2} \qquad \cdots\cdots(5)$$

の入射角に対しては，

$$R_\parallel = 0, \qquad R_\perp \neq 0$$

となり，電界が入射面内にある場合には無反射で透過する。以下では，この性質を利用したプリズムを取扱っている。

ここでは，$\mu \neq \mu_0$ の場合をも含めて，より一般的にBrewster角について考察する。

式(2)から，$R_\perp = 0$ となる入射角を $\theta_{B\perp}$ とすれば，

$$\cos\theta_{B\perp} = \frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}\cos\theta_1 = \frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}\sqrt{1-\left(\frac{k_2}{k_1}\sin\theta_{B\perp}\right)^2} \qquad \cdots(6)$$

となる。これから $\cos\theta_{B\perp}$ を求めると

$$\cos\theta_{B\perp} = \sqrt{\frac{(\mu_1\varepsilon_1/\mu_2\varepsilon_2)-1}{(\mu_1/\mu_2)^2-1}} \qquad \cdots\cdots(7)$$

となる。$\theta_{B\perp}$ が存在するための条件は，これから，

(ii) $\mu_2 < \mu_1$ の場合

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} < \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \leqq \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad \cdots\cdots(8)$$

(iii) $\mu_2 > \mu_1$ の場合

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} > \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \geqq \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad \cdots\cdots(9)$$

同様にして，$R_{//}=0$ となる入射角 $\theta_{B//}$ は，

$$\cos\theta_{B//} = \sqrt{\frac{(\mu_1\varepsilon_1/\mu_2\varepsilon_2) - 1}{(\varepsilon_1/\varepsilon_2)^2 - 1}} \qquad \cdots\cdots(10)$$

から得られ，存在条件は，

(iii) $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ の場合

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} < \frac{\mu_1}{\mu_2} \leqq \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad \cdots\cdots(11)$$

(iv) $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ の場合

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} > \frac{\mu_1}{\mu_2} \geqq \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \qquad \cdots\cdots(12)$$

(8)(9)(11)(12) をまとめると，たとえば，

$\varepsilon_2 < \varepsilon_1$，$\mu_2 < \mu_1$ の場合．

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \leqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$ ならば $\theta_{B\perp}$ が

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \geqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$ ならば $\theta_{B//}$ が

存在することになる。これらの関係をまとめたのが表1である。これから分るように，条件1，2が与えられると，等号の場合をのぞき，$\theta_{B\perp}$ と $\theta_{B//}$ とが同時に存在することはない。等号の成立つ場合には，$\theta_{B\perp}$ と $\theta_{B//}$ とはいずれも zero となり，⊥と//とを区別する意味がなくなるので，このときには，下度両媒質の波動インピーダンスが等しくなり，垂直入射で反射波の生じないのは当然である。

ε, μ の関係	$\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ $\mu_2 < \mu_1$	$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ $\mu_2 < \mu_1$	$\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ $\mu_2 > \mu_1$	$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ $\mu_2 > \mu_1$
$\theta_{B\perp}$ の存在條件	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \leqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$	$\mu_2\varepsilon_2 < \mu_1\varepsilon_1$	$\mu_2\varepsilon_2 > \mu_1\varepsilon_1$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \geqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$
$\theta_{B\parallel}$ の存在條件	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \geqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$	$\mu_2\varepsilon_2 > \mu_1\varepsilon_1$	$\mu_2\varepsilon_2 < \mu_1\varepsilon_1$	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \leqq \frac{\mu_1}{\mu_2}$

表1　Brewster角の存在條件.

$\mu_1 = \mu_2$ の場合には，$\theta_{B\parallel}$ のみが存在し，

$$\theta_{B\parallel} = \cos^{-1}\sqrt{\frac{1}{(\mu_1/\mu_2)+1}} = \tan^{-1}\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2} \quad \cdots(13)$$

となり，式(5)と一致する。又，$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ のときには，$\theta_{B\perp}$ のみが存在し，

$$\theta_{B\perp} = \tan^{-1}\sqrt{\mu_1/\mu_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

となる

以上から，磁性体を考えれば，$R_\perp = 0$ となし得ることが分った。この場合，電界ベクトルが入射面に垂直であるから，平行板線路の場合にもそのまま適用することが出来る。したがって，磁性体の場合プリズムを容易に小形化することができ，低い周波数帯での応用も考えられる。

§4 プリズム形固定方向性結合器

結合量が固定の方向性結合器を取扱う。

(4.1) 単プリズム形

図3のように，1つの対称形プリズムのA面に，Brewster角 θ_B で開口1から波を加える。入射波は，A面を無反射で透過し，C面で一部反射し，一部透過する。反射波は，B面をBrewster角で（すなわち無反射で）透過し開口2に導かれる。透過波は，その

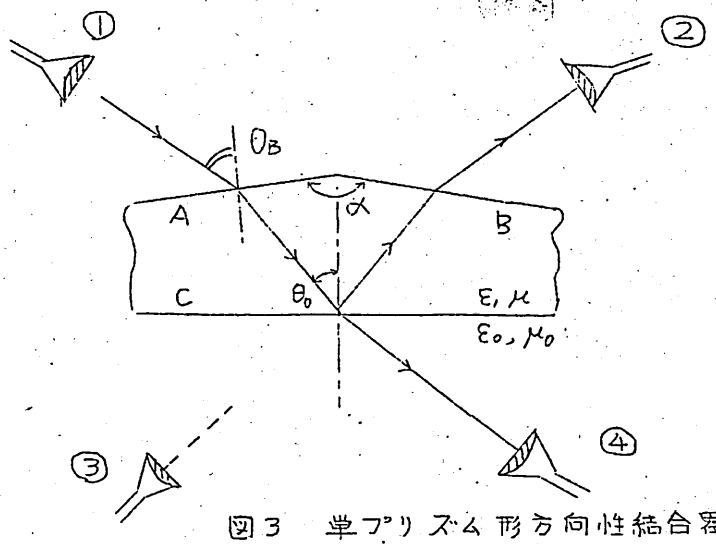


図3　単プリズム形方向性結合器

まま開口4に導かれる。開口3には出力はない。

結合係数 $|S_{12}|$, $|S_{14}|$ は式(2)あるいは(3)によって与えられる。

誘電体（$\mu = \mu_0$）の場合について，式(3)を用いて，$|S_{ij}|$ を求めると

$$\left.\begin{aligned} &S_{ii} = S_{13} = S_{24} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, 3, 4 \\ &|S_{14}|^2 = |S_{23}|^2 = 1 - |S_{12}|^2 \\ &|S_{12}|^2 = |S_{34}|^2 = \frac{\tan^2\left[\theta_0 - \sin^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}\,\sin\theta_0\right)\right]}{\tan^2\left[\theta_0 + \sin^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}\,\sin\theta_0\right)\right]} \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

となる。この場合，Brewster角を用いることから，電界ベクトルは入射面（図3の紙面）に平行としなければならない。

式(15)から分るように，整合のとれた方向性結合器が得られる。すでに述べたように，Brewster角はεのみ結合量は角度のみによって定まるから，整合および結合量ともに広帯域の特性を期待

することができる。

図4は，一例として，$\varepsilon = 2.25\,\varepsilon_0$ の場合について，θ_0 と結合率との関係を式(15)から求めてプロットしたものである。

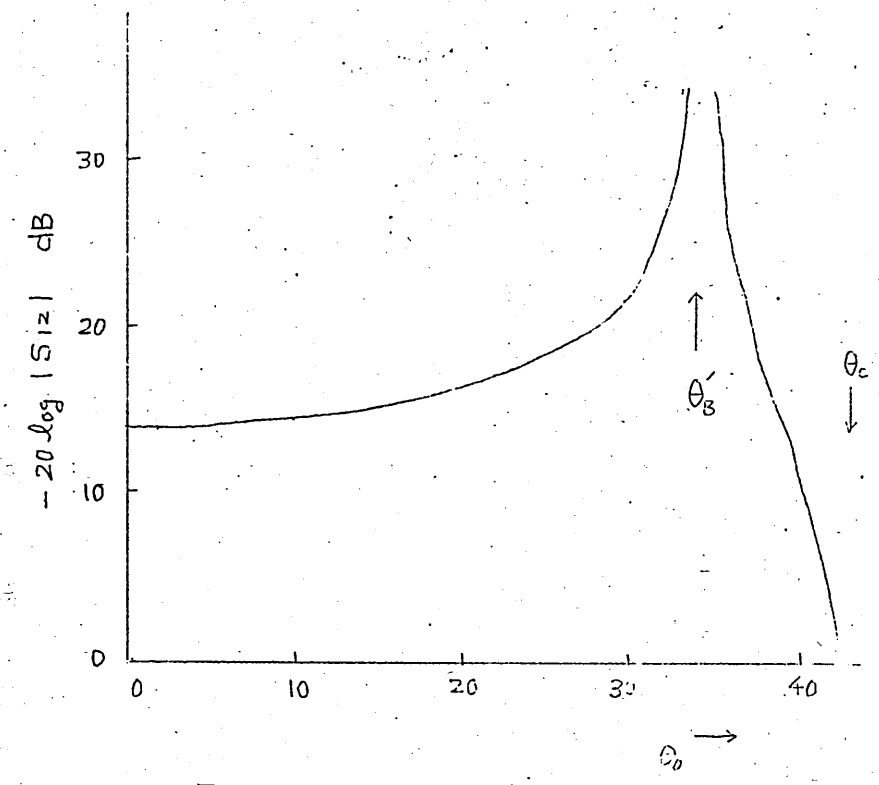


図4　単プリズム形方向性結合器の結合係数
($\varepsilon = 2.25\,\varepsilon_0$)

プリズム頂角 α と θ_0 との関係は，図3の場合，

$$\alpha = 2\alpha_1 = 2(\pi - \theta_0 - \theta_B) \qquad \cdots\cdots\cdots (16)$$

で与えられる。又，図5に示すように，A面の法線に関し反対側からの Brewster 入射を利用すれば，

$$\alpha = 2\alpha_2 = 2(\theta_B - \theta_0) \qquad \cdots\cdots\cdots (17)$$

となる。又，α_1，α_2 を組合せた非対称プリズムも利用できる。

(4.2) 複プリズム形

図6のように，媒質定数の異なる2ケのプリズムを密着させ，各開口面をBrewster角入射にすれば，上と同様の広帯域方向性結合器が得られる。

§5 複プリズム形可変方向性結合器

J. C. Bose の用いた2ケの直角プリズムによる可変減衰器は，現在でもミリ波帯において使用されている。[2]~[5] その原理を簡単に説明する。

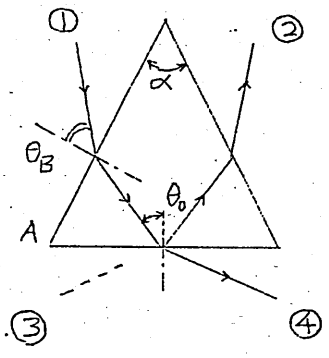


図5 図3に示した方向性結合器の変形

図1のA面から垂直入射した電波はC面に45°の角度で入射する。プリズム媒質は，臨界角が45°より小さくなるように選ばれている。もし，2つのプリズムが充分遠方にあると，全反射が起り，入射波は全部B面に反射される。両プリズムが完全に密着しているとA面からの入射波は全部E面に透過する。両プリズム間にわずかのすき間があると，この部分が小さな断導波管と同様の働らきをして一部がB面の方に反射され，他はE面の方に透過する。したがって，すき間を適当にすれば，任意の結合量が得られる。

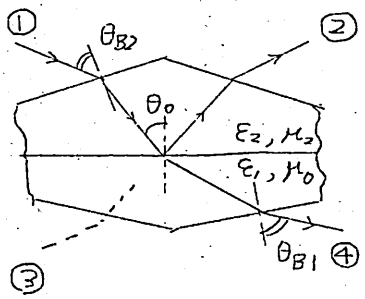


図6 密着複プリズム形方向性結合器

しかし，上のような形では，各境界面が非整合状態（VSWRで表わして $\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ ）にあるため，(1) 入力側に反射波を生ずる。(2) B面における反射波の一部はD面に透過し方向性結合器としての特

性が悪くなる。(3) 各境界面の間に多重反射の起る可能性があり，周波数特性が悪くなる，等の不都合さ生ずる。

その対策として，通常，(1/4) 波長整合板が用いられている。しかし，この場合，適当な整合板材料があったとしても，本質的に周波数特性を持つため，あまり広帯域特性を期待することはできない。そこで，各境界面における入射を垂直入射としないで，前節と同様 Brewster 角入射にすれば，媒質定数が一定である限り，広帯域にわたって整合をとることができる。

種々の形式が可能であるが，図7に示すものが一般的である，磁性体を含めた取扱いは付録2を参照して，ここでは誘電体 ($\mu = \mu_0$) の場合について結合量を示すと，

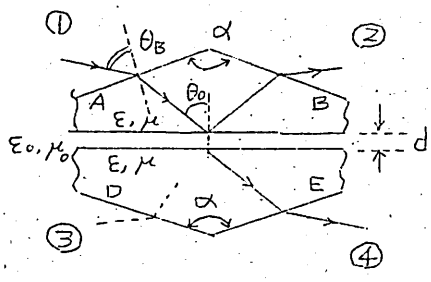


図7 後プリズム形可変方向性結合器

$$S_{11} = S_{13} = S_{24} = 0$$

$$|S_{12}|^2 = |S_{34}|^2 = 1 - |S_{12}|^2$$

$$|S_{14}|^{-2} = |S_{23}|^{-2} = 1 + \frac{(\varepsilon^{*2}-1)^2\left[(\varepsilon^{*}+1)\sin^2\theta_0 - 1\right]^2}{4\varepsilon^{*}\cos^2\theta_0(\varepsilon^{*}\sin^2\theta_0 - 1)} \sinh^2 \alpha d$$

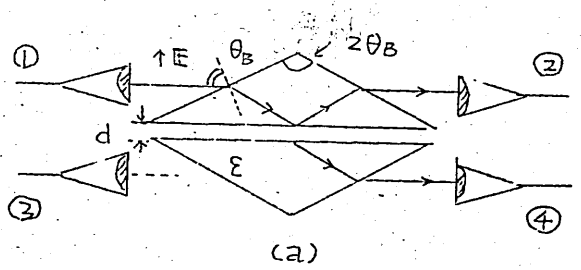
$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon^{*}\sin^2\theta_0 - 1}\ , \quad \varepsilon^{*} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \qquad \cdots (18)$$

結合量は，θ_0 と (d/λ_0) との関数になっている。したがって，結合量には簡単な形ではあるが周波数特性が入ることになる。なお，プリズム頂角 Δ と θ_0 との関係は，前節式 (16) (17) と同様である。

特別の例として，図8 (a) に示すのは，両口 1～4 の入射あるいは透過方向をすべて平行になるようにしたものである。この場合，プリズム頂角 Δ，C 面入射角 θ_0 は，

$$\alpha = 2\theta_B \quad , \quad \theta_0 = \pi - 2\theta_B \qquad \cdots\cdots\cdots (19)$$

となる。図8(b)は，$\varepsilon = 2.25\varepsilon_0$ として，この場合の結合量と規格化プリズム間隔 d/λ_0 との関係をプロットしたものである。



(a)

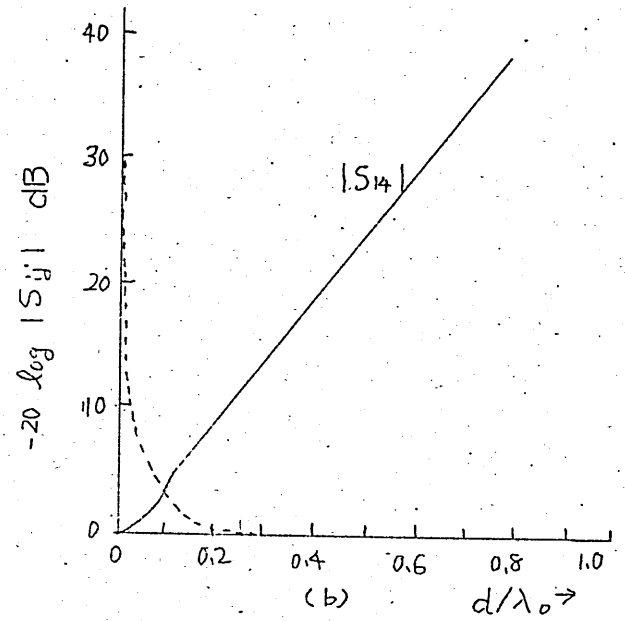


図8　複プリズム形可変方向性結合器の一例
($\varepsilon = 2.25\varepsilon_0$, $\theta_B = 56°19'$)

§6 むすび

1ケないし2ケのプリズムを用い，Brewster角入射を利用することにより，広帯域にわたって整合のとれる方向性結合器を構成できることが分った。単プリズム形および密着複プリズム形では，結合量にも周波数特性を持たない。向げき可変複プリズム形は，リアクタンス形可変減衰器としても有用である。いずれの場合も，結合係数あるいは減衰量を，媒質定数(ε, μ)およびプリズム寸法から計算することが可能である。

誘電体プリズム以外に，磁性体プリズム，特に，本文では取扱っていないが，フェライトプリズムを用いれば，種々の有用なミリ波回路素子が得られるものと思われる。

なお，本文の取扱いでは，プリズムの入力面，および結合面にお

ける偏波状態（電界ベクトルが入射面に平行か垂直かの）は同一であるとした。入力面においては，Brewster 角の存在から必然的に偏波状態が定まるが，結合面においてはいずれの偏波状態をとっても差支えない。ただし，異なる偏波の場合には，入力および結合面における入射面が平行でなくなるので取扱が複雑になる。

文献

(1) J.C. Bose: "The influence of the thickness of air-space on total reflection of electric radiation", Collected Physical Papers, Longmans Green, London, (1927)

(2) A.F. Harvey: "Optical techniques at microwave frequencies", Proc. I.E.E., 106B, pp 141/157, (1959)

(3) R.G. Fellers: "Millimeter wave transmission by mm-wareguide means", Microwave J., 5, No.5, pp 80/86 (1962)

(4) H.D. Raker and G.R. Valenzuela: "A double-prism attenuator for millimeter waves", Trans. IRE., MTT-10, No.5, pp 392/393, (1962)

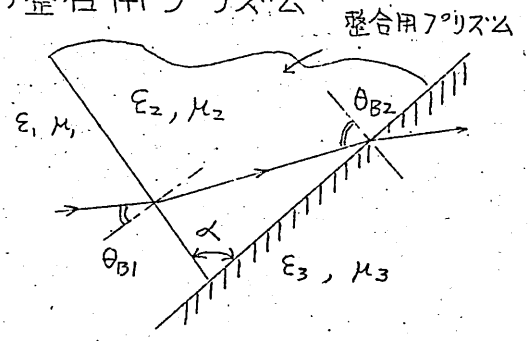
(5) H.I. Hinden and J.J. Taub: "Oversize waveguide directional coupler", Trans. IRE., MTT-10, No.5, pp 394/395, (1962)

(6) J.A. Stratton: "Electromagnetic Theory chapt.9", McGraw-Hill, New York, (1941)

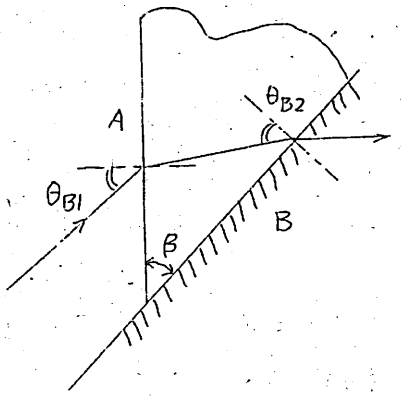
(7) S.A. Schelkunoff: Electromagnetic Waves chapt.6", D. Van Nostrand, New York, (1943)

付録1　高屈折率媒質の整合用プリズム

屈折率の非常に大きい媒質へ入射する場合のBrewster角は90°に近い値になって実際的でなくなる。そこで，両媒質の間に，屈折率が両者の中間の値を持つプリズムを挿入すれば，個々のBrewster角は手頃な値となる。以下，2つの境界面におけるBrewster角が同一角度に対して存在するようにして，中間プリズムの形を求める。



図A1　整合用プリズム



図A2　整合用プリズム

(A) 図A1の場合

中間プリズムの頂角をαとする。A，B面におけるBrewster角をθ_{B1}，θ_{B2}とする。図から明らかなように，

$$\alpha = 90^\circ + \theta_{B2} - \theta_{B1} \qquad \text{----(A1)}$$

とすれば，A面にはθ_{B1}で入射した波は，B面をθ_{B2}で透過する。

(B) 図A2の場合

中間プリズムの頂角をβとすれば，

$$\beta = \theta_{B1} + \theta_{B2} - 90^\circ \qquad \text{-----(A2)}$$

となる。

特別な場合として，$\theta_{B1} = \theta_{B2}$ の場合を考える。この方法では，式（A1）から，$\alpha = 90°$，すなわち直角プリズムを用いればよい。又，この場合，図A1から明らかなように，

（媒質1の入射方向）//（媒質2の透過方向）

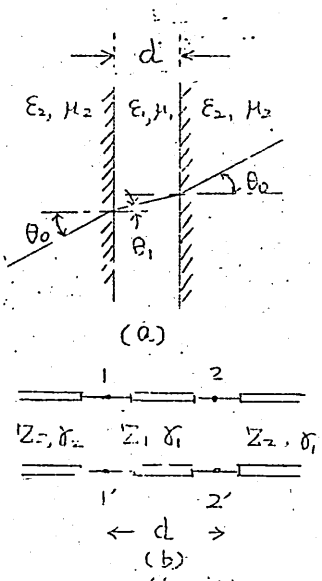
となる。誘電体の場合，$\theta_{B1} = \theta_{B2}$ の条件は，

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_3} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (A3)$$

となり，（1/4）波長整合板の誘電率と等しくなっている。ただし，この場合，Eが非分散性である限り，周波数に無関係に整合をとることができる。

付録2 等価線路による結合係数の計算

Schelkunoff は，斜入射に際しての反射および透過の問題は，等価線路によって取扱えることを示している。[2] その結果を用いて，図A3(a)のような3層誘電体に θ_0 の方向から入射波があった場合の透過係数を求める。等価線路は，V，IとしてE，Hの切線成分をとれば，図A3(b)のようになる。



図A3 等価線路

(A) 電界ベクトルが入射面に平行な場合

特性インピーダンス，伝搬定数はそれぞれ，

$$Z_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}\cos\theta_0, \quad Z_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}\cos\theta_1$$
$$\gamma_2 = jk_2\cos\theta_0, \quad \gamma_1 = jk_1\cos\theta_1 \qquad \cdots\cdots (A4)$$

で与えられる。θ_0 が臨界角 θ_c より大きい場合には，$\cos\theta_1$ は虚数となるから，

$$Z_1 = jx_1 \quad , \quad \gamma_1 = \alpha \qquad \text{---- (A5)}$$

とおく，x_1，αは実数である。

1-1′，2-2′ 間の4端子回路のインピーダンス行列は，

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} jx_1 \coth \alpha d & jx_1 \operatorname{cosech} \alpha d \\ jx_1 \operatorname{cosech} \alpha d & jx_1 \coth \alpha d \end{pmatrix} \text{-- (A6)}$$

で表わされる。一方，電力透過係数Tは，

$$T = 4Z_2^2 \left| \frac{Z_{12}}{(Z_{11}+Z_2)(Z_{22}+Z_2) - Z_{12}^2} \right|^2 \qquad \text{---- (A7)}$$

で与えられる。(A6)を(A7)に代入すると，結局，

$$\frac{1}{T} = 1 + \frac{(Z_2^2 + x_1^2)^2}{4Z_2^2 x_1^2} \sinh^2 \alpha d \qquad \text{------ (A8)}$$

となる。x_1，αは，本文中(1)により，

$$\left.\begin{aligned} x_1^2 &= \frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\left[\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \sin^2\theta_0 - 1\right] \\ \alpha &= k_1 \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \sin^2\theta_0 - 1} \end{aligned}\right\} \qquad \text{----- (A9)}$$

として与えられる。

(2) 垂直の場合（$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$，$\varepsilon_2 = \varepsilon^* \varepsilon_0$，$\varepsilon_1 = \varepsilon_0$）式(A8)は，本文中(3)の $|S_{11}|^{-2}$ を表わす式となる。これを変形すると，文献(2)(4)に与えられている結果と一致する。

(3) 電界ベクトルが入射面に垂直の場合

特性インピーダンスおよび伝搬定数は，

$$\left.\begin{aligned} Z_\perp &= \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}\sec\theta_0 \quad , \quad Z_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}\sec\theta_1 \\ \gamma_\perp &= jk_2\cos\theta_0 \quad , \quad \gamma_1 = jk_1\cos\theta_1 \end{aligned}\right\} \text{----(A10)}$$

で与えられる。 $\theta_0 > \theta_1$ の場合には，$\cos\theta_1$ が虚数となり，式（A5）と同様に χ_1，α を定めると，この場合，式（A9）に対応して，

$$\left.\begin{aligned} \chi_1^2 &= \frac{\mu_1}{\varepsilon_1}\left[\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \sin^2\theta_0 - 1\right]^{-1} \\ \alpha &= k_1\sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \sin^2\theta_0 - 1} \end{aligned}\right\} \quad \text{------(A11)}$$

となり，χ_1 の値が異なっている。透過係数 T は，式（A8）に式(A11)を代入すれば得られる。誘電体（$\mu_1=\mu_2=\mu_0$，$\varepsilon_2=\varepsilon^*\varepsilon_0$，$\varepsilon_1=\varepsilon_0$）の場合にこれを書下すと，

$$\frac{1}{T_\perp} = 1 + \frac{(\varepsilon^*-1)^2}{4\varepsilon^*\cos^2\theta_0\,(\varepsilon^*\sin^2\theta_0 - 1)}\sinh^2\alpha d \quad \text{------(A12)}$$

となる。これは，文献(5)の結果と一致する。

輻射科学研究会資料

周波数変換器としてのパラメトリック発振器の特性

熊谷三郎
中西義郎
松本忠
（大阪大学工学部）

昭和38年2月23日

於 鳥津製作所

1 はしがき

定常な動作を行っているパラメトリック発振器は観点を変えて見れば，ポンプ角周波数の電力を発振角周波数の電力に変換している周波数変換器として見ることができ，このような見方を活かして周波数変換器としてのパラメトリック発振器の応用が考えられる。

図1はその応用の1例を示すものである。

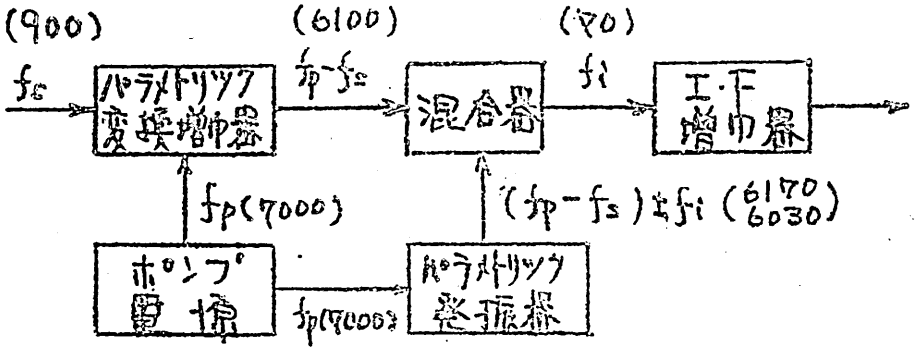


図 1

このような応用はパラメトリック現象の基本的な性質にもとづいて周波数変換器としてのパラメトリック発振器が

（1）変換角周波数ω_1は被変換周波数ω_3に対して$\omega_1=\omega_3-\omega_2$の関係を満足するものであるから，$\omega_2$の選定によって$\omega_3$以下の任意の角周波数にできる。

（2）パラメリック素子を通じてのω_3からω_1とω_2への電力変換は理想的な場合で周波数比にしたがって行われるものであるから，ω_1がω_2に比べて充分大きくとれる場合かなりの変換能率をもちうる。

のような特性をもちうるという推論によるものである。

本文はパラメトリック素子として半導体ダイオードを用いたパラメトリック発振器について、その定常動作の検討を含めて周波数変換器としての特性を明らかにしたものである。

2 パラメトリック発振器の定常動作。

パラメトリック発振器を周波数変換器として応用する限りその定常動作だけが問題になる。したがって、目的としている周波数変換器の特性を明らかにするにはその定常動作を解析すればよい。したがって、解析にあたって一応交流理論的な取扱いができるものと考えられるが、この節ではそれに先立ってパラメトリック発振器の定常動作をE・D・Bakta氏によるパラメトリック発振器の過渡動作の解析にしたがって明らかにしておく。

パラメトリック素子として可変容量C(V)を用いてパラメトリック発振器の等価回路は図2で書ける。この回路について

$$a_k(t) = \frac{\sqrt{L_k}}{2}\left(I_k - \frac{C_k}{\lambda_k L_k} V_k\right)$$
$$= \frac{\sqrt{L_k}}{2}\left(I_k + (G_{Tk} + \lambda_k) V_k\right) \equiv A_k e^{j\omega_k t} \quad (1)$$

なるモードを定義して、A_kを用いて回路方程式を書くと

$$\dot{A}_1 + (\alpha_1 + j\Delta\omega_1) A_1 = \omega_{11}\eta_1 A_2^* A_3 \quad (a)$$
$$\dot{A}_2 + (\alpha_2 + j\Delta\omega_2) A_2 = \omega_{21}\eta_2 A_1^* A_3 \quad (b)$$

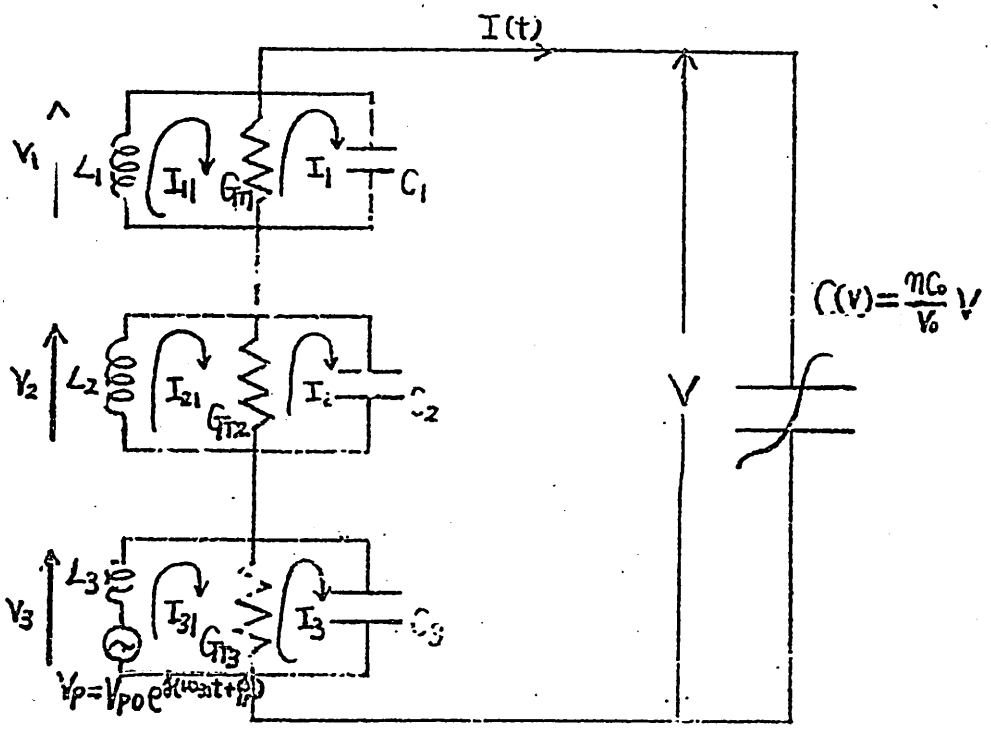


図 2 パラメトリック発振器の等価回路

$$\dot{A}_3 + (\alpha_3 + j\omega_3)A_3 = -\omega_{31}\eta_3 A_1 A_2 + \frac{V_{p0}e^{j\varphi_p}}{2\sqrt{L_3}} \qquad (2c)$$

$$\alpha_K = \frac{\omega_K}{2Q_{TK}}$$

$$\eta_K = \eta\left(1 \mp \frac{1}{4}\frac{\alpha_K}{\omega_K}\right)$$

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{C_1 C_2 C_3}}\,\frac{nC_0}{V_0}$$

となる。

ただし，ω_Hは実際の動作角周波数で，各同調角周波数ω_Kに対して

$$\omega_{K1} = \omega_K + \Delta\omega_K \qquad (3)$$

であり，また

$$\omega_{31} = \omega_1 + \omega_2 \qquad (4)$$

の関係を満足する。なお各同調回路のQは大きいものとしている。

(1) 小信号解

小信号理論すなわちA_1, A_2が小さくて、これらに対してA_3が独立とみなせる範囲では、A_1について微分演算子Dを用いて

$$\left[D^2 + (\alpha_1+\alpha_2)D + \left[\alpha_1\alpha_2 - \omega_1\omega_2\eta_1\eta_2^*(G_{T3}\sqrt{C_2}V_{p0})^2\right]\right]A_1 = 0 \qquad (5)$$

が成立す（ただし$\Delta\omega_k=0$としている）。これから

$$A_1 = Ke^{\alpha t} \qquad (6)$$

$$\alpha \simeq -\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2} \pm \alpha_0\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1}{\omega_1}-\frac{\alpha_2}{\omega_2}\right)\right] \qquad (7)$$

$$\alpha_0 = \frac{2mC_0G_{T3}V_{p0}}{V_0}\sqrt{\frac{\omega_1\omega_2}{C_1C_2}}$$

なる解が求まる。この解は発振がαをbuild-up rateとして成長し定常動作に入らないことを示すものであり、発振レベル以上のポンプ電力でパラメトリック発振器が発振を開始すると、ポンプ電力の大きさに関係なく発振が成長しつづけることを示す。

なを発振の条件として、ある初期値を必要とするが、これは回路に存在するその角周波数の雑音が与える。

(2) 大信号解

発振が成長して、そのレベルがA_3に対して無視しえなくなると、A_3は（2c）式で示すような形

で A_1, A_2 の影響をうけはじめる。A_3 が A_1, A_2 の影響をうけているとして，その状況のもとでの $|A_1|$ を決める方程式は

$$|\dot{A}_1| = \alpha \left[|A_1| - \lambda |A_1|^3 \right] \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= -\alpha_1 + \alpha_0 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \quad (a) \\ \lambda &= \frac{\omega_2 \omega_3 \eta^2}{\alpha_2 \left[\left\{ \frac{\omega_1 \omega_2 \eta^2 \left(V_{p0}/2\sqrt{3} \right)^2}{\alpha_1 \alpha_2} \right\}^{1/2} - \alpha_3 \right]} \quad (b) \end{aligned}\right\} (9)$$

となり，その解は初期値 $|A_{10}|$ を用いて

$$\left[\frac{|A_1|}{|A_{10}|} \right]^2 = \left[\frac{e^{\alpha t}}{\sqrt{1 + \lambda |A_{10}|^2 (e^{2\alpha t} - 1)}} \right]^2 \tag{10}$$

となる。したがってこの場合でも A_1 は時間とともに成長することになり，
$t \longrightarrow \infty$ で

$$|A_1|^2 = \frac{1}{\lambda} = \frac{\alpha_2}{\omega_2 \omega_3 \eta^2 \left[\left\{ \frac{\omega_1 \omega_2 \eta^2 \left(V_{p0}/2\sqrt{3} \right)^2}{\alpha_1 \alpha_2} \right\}^{1/2} - \alpha_3 \right]} \tag{11}$$

に達することになる。

(3) 定常動作.

(1), (2)の事情からみてわかるようにパラメトリック発振は大信号條件のもとで build up rate で決まる時間後に定常動作の範囲に入るとみなしうる。
一方 (2) 式で $A_3 = 0$ としてみると，これらは

$$A_1 \left[(\alpha_1 + j\Delta\omega_1) - \omega_{11} \eta_0 \frac{A_2^* A_3}{A_1} \right] = 0 \tag{a}$$

$$A_2\left[(\alpha_2+\tfrac{1}{2}\Delta\omega_2)-\omega_{21}\eta_2\frac{A_1^*A_3}{A_2}\right]=0 \quad (b)$$

$$A_3\left[(\alpha_3+\tfrac{1}{2}\Delta\omega_3)+\omega_{31}\eta_3\frac{A_1A_2}{A_3}\right]=\frac{V_{p0}e^{j\theta_p}}{2\sqrt{L_3}} \quad (c)$$

(12)

となり、これからA₁を求めてみると

$$|A_1|^2=\frac{\alpha_2}{\omega_2\omega_3\eta^2}\left[\left\{\frac{\omega_1\omega_2\eta^2\left(\frac{V_{p0}}{2\sqrt{L_3}}\right)^2}{\alpha_1\alpha_2}\right\}^{1/2}-\alpha_3\right] \quad (13)$$

が求まり，(11)式と一致する。

以上のことから，パラメトリック発振器の場合も実際には適当な時間をおけば定常動作に入ったとして良く，その場合の現象は(12)式で取扱ってよいことになる。

3 パラメトリック発振器の周波数変換器としての特性

パラメトリック発振器の周波数変換器としての特性を明らかにするため，その等価回路を図3のようにあらためて，定常動作を解析する。

図3に示す電圧，電流について(12)式に対応する回路方程式をかくと

$$V_1\left[Y_{T1}-j\omega_{11}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)\frac{V_2^*V_3}{V_1}\right]=0 \quad (a)$$

$$V_2\left[Y_{T2}-j\omega_{21}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)\frac{V_1^*V_3}{V_2}\right]=0 \quad (b)$$

$$V_3\left[Y_{T3}-j\omega_{31}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)\frac{V_1V_2}{V_3}\right]=I_g \quad (c)$$

(14)

とおき。ここで Y_{Tk}, G_{Tk} はそれぞれタンク回路の全アドミッタンス，および全コンダクタンスで

$$Y_{Tk} = G_{Tk} + j\left(\omega_{si} C_k - \frac{1}{\omega_{si} L_k}\right) \qquad (15)$$

$$G_{T1} = G_1 + G_L \qquad (a)$$

$$G_{T2} = G_2 \qquad (b) \qquad (16)$$

$$G_{T3} = G_3 + G_g \qquad (c)$$

である。また C_k にはダイオードの固定容量 C_0 を含めてある。

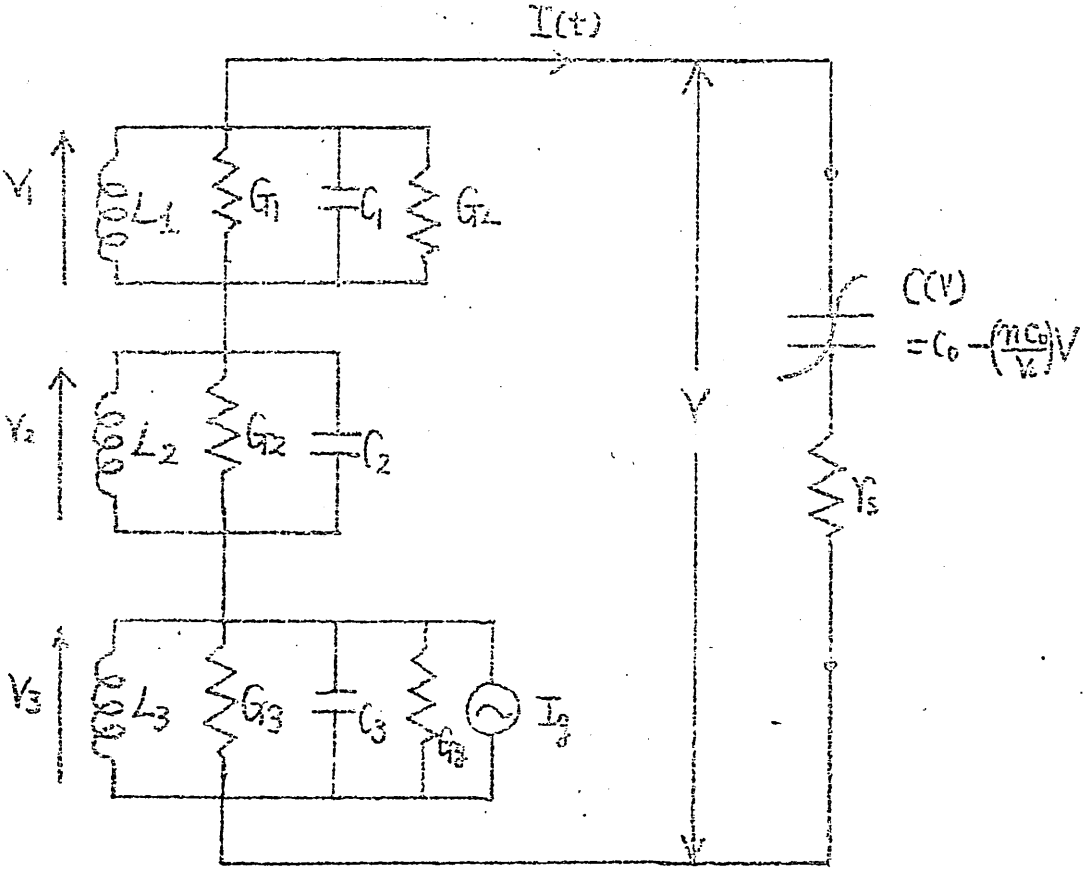


図 3

ここで目的とする変換角周波数 ω_{11} と縮減変換角周波数 ω_{21} の電圧，電流に注目してみると (14) 式から

$$0 = V_1\left[Y_{T1} - \frac{\omega_{11}\,\omega_{21}\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 |I_g|^2}{Y_{T2}^{*}\left[Y_{T3} + \omega_{21}\,\omega_{31}\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{Y_{T2}}\right]^2}\right] \qquad (17)$$

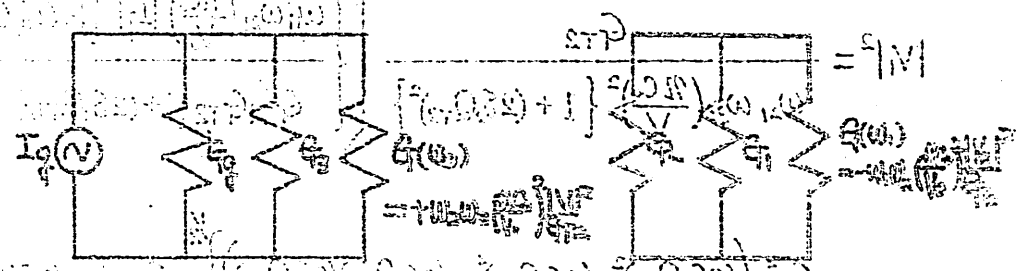
$$I_g = V_2\left[Y_{T3} + \omega_{21}\,\omega_{31}\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{Y_{T2}}\right] \qquad (18)$$

が求まる。とくに各タンク回路が同調しているときはこれらは

$$0 = V_1\left[G_{T1} - \frac{\omega_1\,\omega_2\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 |I_g|^2}{G_{T2}\left(G_{T3} + \omega_2\,\omega_3\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{G_{T2}}\right)^2}\right] \qquad (19)$$

$$I_g = V_3\left[G_{T3} + \omega_2\,\omega_3\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{G_{T2}}\right] \qquad (20)$$

となり，図4に示すような等価回路表現ができることになる。



(a) ω_3 に注目した等価回路　(b) ω_1 に注目した等価回路

図 4.

また (17) 式が成立ったためには

$$Y_{T1} = \frac{\omega_{11}\,\omega_{21}\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 |I_g|^2}{\left[Y_{T3} + \omega_{21}\,\omega_{31}\left(\frac{mC_0}{V_0}\right)^2 \frac{|V_1|^2}{Y_{T2}}\right]^2} \qquad (20)$$

したがって

$$G_{T1}\left[1+(2\delta_1 Q_{T1})(2\delta_2 Q_{T2})\right]$$

$$\simeq \frac{\omega_{11}\omega_{21}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2 |I_g|^2}{G_{T2}\left|G_{T3}(1+j2\delta_3 Q_{T3})+\frac{\omega_{21}\omega_{31}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2 |V_1|^2}{G_{T2}(1+j2\delta_2 Q_{T2})}\right|^2} \qquad (22)$$

$$\delta_1 Q_{T1} \simeq \delta_2 Q_{T2} \qquad (23)$$

でなければならないが，これらはそれぞれ定常動作における変換電力および変換角周波数の関係を与えるものである。

(22)式によって変換電圧$|V_1|$を求めると

$$|V_1|^2=\frac{G_{T2}}{\omega_{21}\omega_{31}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2\left\{1+(2\delta_2 Q_{T2})^2\right\}}\left[\left\{\frac{\omega_{11}\omega_{21}\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2|I_g|^2\left\{1+(2\delta_2 Q_{T2})^2\right\}}{G_{T1}G_{T2}\left\{1+(2\delta_1 Q_{T1})(2\delta_2 Q_{T2})\right\}}\right.\right.$$

$$\left.\left.+G_{T3}^2\left((2\delta_3 Q_{T3})^2+(2\delta_2 Q_{T2})^2-(2\delta_2 Q_{T2})(2\delta_3 Q_{T3})\right)\right\}^{1/2}-G_{T3}\left\{1-(2\delta_2 Q_{T2})(2\delta_3 Q_{T3})\right\}\right] \qquad (24)$$

となるので，負荷G_Lに供給される変換出力$P(\omega_{11})$は

$$P(\omega_{11})=G_L|V_1|^2 \qquad (25)$$

で求まり，とくに同調しているときには

$$P(\omega_1)=\frac{G_L G_{T2}}{\omega_2\omega_3\left(\frac{\eta C_0}{V_0}\right)^2}\left\{\left\{\frac{\omega_1\omega_2\left(\frac{\eta C_0}{V_0}\right)^2|I_g|^2}{G_{T1}G_{T2}}\right\}^{\frac{1}{2}}-G_{T3}\right\} \quad (26)$$

となる。

なお，ここであげた(24)式，(26)式はその条件のもとでの前節の(13)式に一致する。

(1) 変換出力と励振電力との関係

大信号理論で考えられる範囲では変換出力と励振電力の関係は正確には(25)式で与えられるが，まず(26)式で考えておいてよい。(26)式による限り $P(\omega_1)$ は $|I_g|^2$ について½乗関係をもち，変換出力は励振電力とともに増大する。

ところでこの結論の適用には上，下限があることは明らかで，下限についてはすでに前節で示したようにまず発振レベルが励振レベルに無関係にあるレベルで成長することで与えられる。

一方上限についてはIgとともに増大するV1を考えるとき，これに対してダイオード特性が(26)式を導くにあたってとったものと違ってくることを考慮すれば容易に推察できる。したがって，この考慮を正確に明らかにするためには，図5で与えられる実際のダイオード特性によって解くことが必要であり，その問題点はG(V)にある。しかし，G(V)が無視できれば(26)式は正しいのであるから，上限界についてはこれが支配的な役割を演ずるとしてよい。したがって，$Q_f(V)=\omega_1 C(V)/G(V)=1$ となる電圧点を $-V_R$ とおけるような基準電圧 V_R

を設定し、このレベルに達した$|V_1|$を上限界の一つの目安としてとることはそう無理ではない。

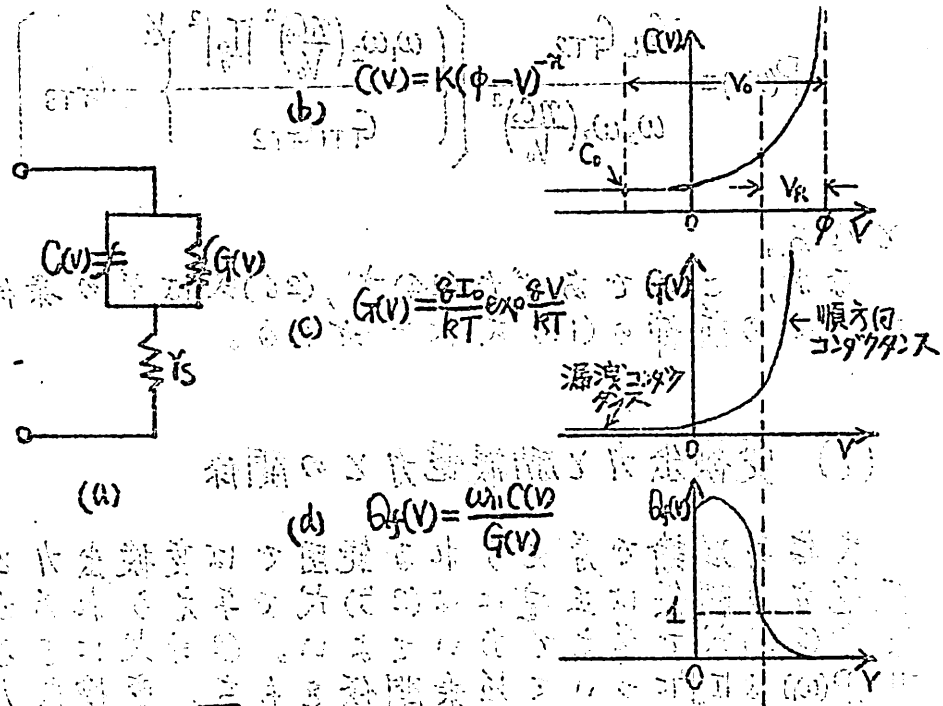


図 5

この$|V_1|$は$|V_0-V_R|$に等しいから、これを与える$|I_g|^2$は$|I_g|^2_{lim}$とおいて近似的に

$$|I_g|^2_{lim}=\frac{G_{T1}G_{T2}G_g^2}{\omega_1\omega_2\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2}\left[\frac{\omega_2\omega_3\left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2(V_0-V_R)^2}{G_{T2}G_g}+1\right] \tag{27}$$

となり、このレベルまではその特性が一応(26)式であらわされるとしてそれに近づくにつれてその近似度は悪くなるとできる。

以上の考察をまとめて変換出力と励振電力との関係を図6であらわすことができる。

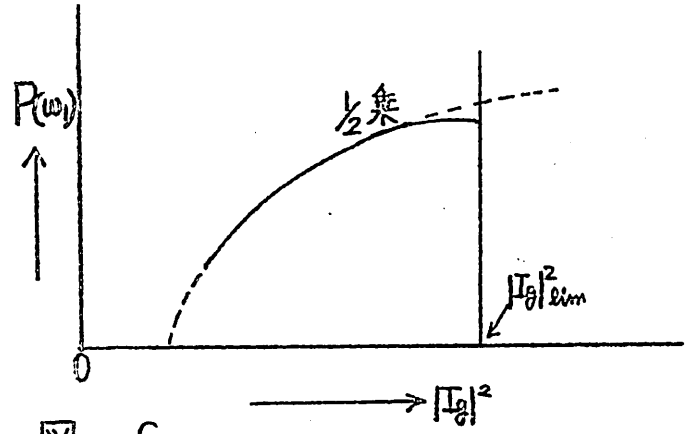


図. 6.

(2) 最適負荷

ポンプ電力に注目して書いた等価回路は図4aに示すものとなるが，大きなV1に対しては，G(ω3), Gg ≫ G3なる条件が成立すると考えられる。

そのときのポンプ電源が最大電力を供給する，したがって変換電力が最大であるための条件は

$$G_g = G(\omega_3) \equiv \frac{\omega_2\omega_3\left(\frac{\eta C_0}{V_0}\right)^2|V_1|^2}{G_{T2}} \qquad (28)$$

を満足するGLを用いたときで，そのときのGLをGLoptとして(26)式より

$$G_{Lopt} = \frac{\omega_1\omega_2\left(\frac{\eta C_0}{V_0}\right)^2|I_g|^2}{G_{T2}\,G_g^2} - G_1 \qquad (29)$$

と求められる。

そのときの変換有効電力はこれをP(ω1)optと書いて

$$P(\omega_1)_{opt} = \frac{G_{T2}\, G_g\, G_{Lopt}}{\omega_2\, \omega_3 \left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2}$$

$$= \frac{\omega_1}{\omega_3} \frac{|I_g|^2}{G_g} - \frac{G_{T2}\, G_g\, G_1}{\omega_2 \omega_3 \left(\frac{nC_0}{V_0}\right)^2} \qquad (30)$$

となる。

(3) 被変換角周波数と変換角周波数の関係

被変換角周波数と変換角周波数との間の関係は(4)式であらわされるが，ここでは被変換角周波数の変動が変換角周波数にどのような形であらわれるかという形で取扱っておく。

いま，各タンク回路が同調していて $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ の関係を満足して発振しているとき，被変換角周波数が変動して ω_3' になったとすると信号およびアイドラー回路の角周波数も変化し，しかも(4)式を満足しておらなければならない。

したがって(4)式および(23)式よりそのとき成立しなければならない条件を求めると，

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta\omega_1}{\Delta\omega_3} &= \frac{1}{1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{Q_{T1}}{Q_{T2}}} \qquad (a) \\ \frac{\Delta\omega_2}{\Delta\omega_3} &= \frac{1}{1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{Q_{T2}}{Q_{T1}}} \qquad (b) \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

となる。

またこれらの間には次の関係が成立っている。

$$\frac{\Delta\omega_1}{\Delta\omega_3} + \frac{\Delta\omega_2}{\Delta\omega_3} = 1 \qquad (32)$$

これらの関係を ω_2/ω_1 をパラメーターにして図示したものが図7である。

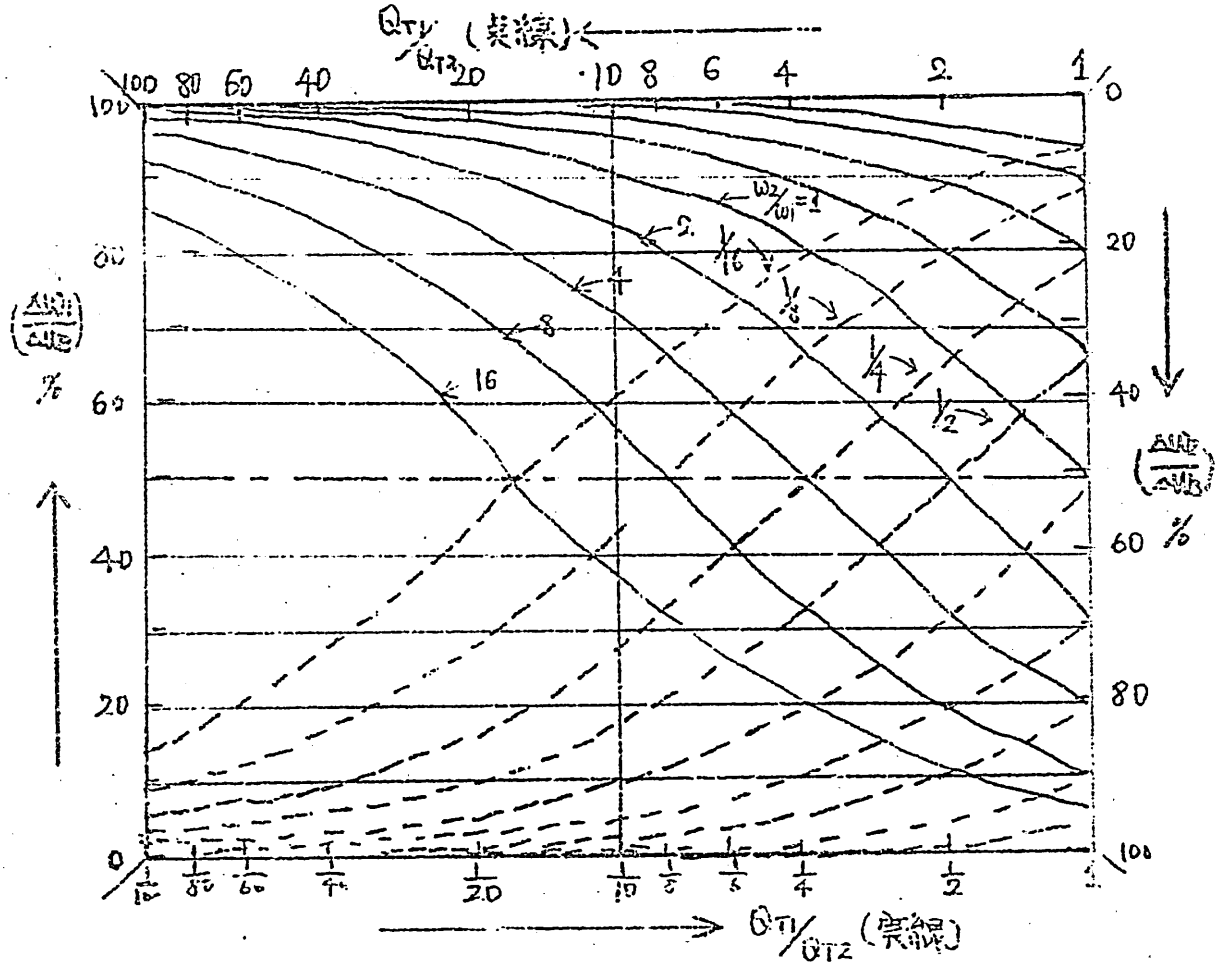


図 7.

これからわかるように，$\omega_2/\omega_1 = 1/8$ であるとき，$Q_{T1}/Q_{T2} = 1/10$ になるように信号およびアイドラー回路

を構成すれば，被変換角周波数の変動はほとんどそのまま変換角周波数に伝えられる。

また，同じく $\omega_2/\omega_1 = 1/8$ であるとき，$Q_{T1}/Q_{T2} = 100$ にとれば，被変換周波数変動があっても，変換角周波数はほとんど変動しないことがわかる。

(4) むすび

パラメトリック発振器を周波数変換器として応用しようとする意図のもとに，パラメトリック素子と半導体ダイオードを用いたパラメトリック発振器についてそれが周波数変換器としてもつ特性を発振の過渡現象から出発して解析した。

ここで明らかにした諸特性は周波数変換器を実際の装置として設計，取扱う上でもっとも基本的なものとしてお役に立てるものである。

なお，解析によって得られたこれらの諸特性は一応実験によって確かめているものである。

おわりに，本題について討論に加わられた近畿大学岡本允夫氏に謝意を表しておく。

参考文献

(1) S. Bloom and K.K.N. Chang; "Theory of parametric amplification using nonlinear reactances", RCA Rev., Vol. 18. No. 4, pp. 578~593, Dec. 1957.

(2) J. Hilibrand and W. R. Beam; "Semiconductor

diodes in parametric subharmonic oscillators," RCA Rev., Vol. 20, pp. 229 ~ 253, June, 1959

(3) W. H. Louisell; Coupled mode parametric electronics, John Wiley and Sons Inc., New York, 1960

(4) E. D. Banta; "Transient analysis of a parametric Oscillator", IRE International Convention Records, March, 1962.

(5) Blackwell and Kotzebue; Semiconductor diode parametric amplifiers, Prentice-Hall Inc., 1961

S0011

あて先　　殿

配布先　　殿　　第　　号

昭和　　・　　・

題目　　部課　　発信者

光レーザー 特にルビーレザーについて、

鈴木範人

37. 12. 100×1000 HB
(一般)

島津製作所

S0011

あて先　　殿　　第　　号 1/

配布先　　殿　　昭和　・　・　・

題目　　部課　　発信者

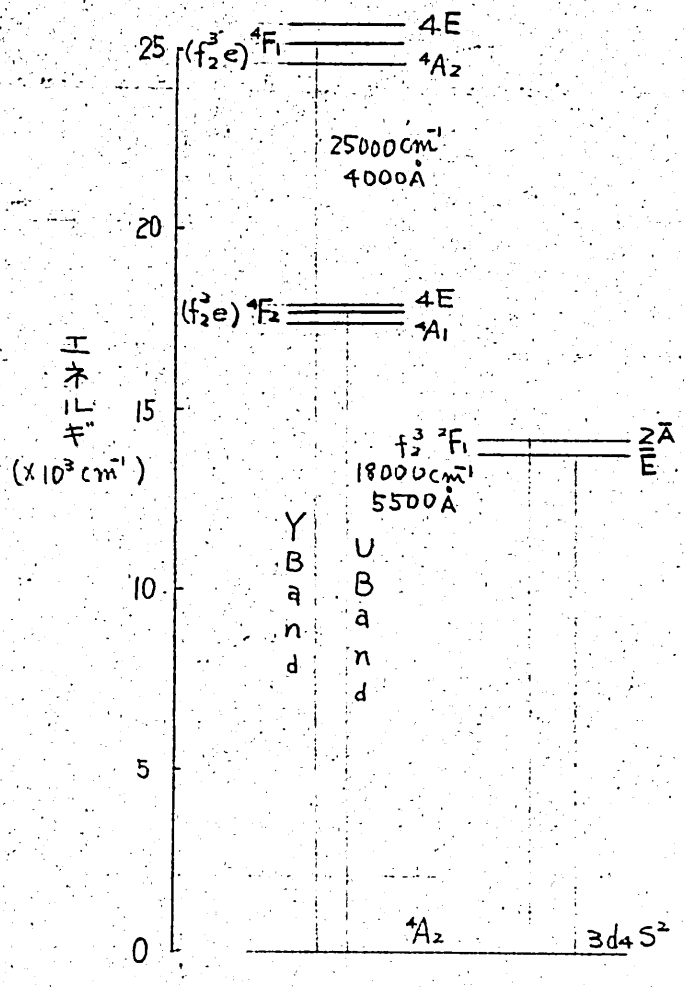
Laser 用物質と動作

Ion	Host	output(W)	temp(°K)	CW. or pulse	Transition
Cr^{+++}	Al_2O_3	0.6943	300	P	$^2E \Rightarrow {}^4A_2$
		〃	77	CW+P	
Sm^{++}	CaF_2	0.7082	77	CW+P	$(4f)^5 5d \Rightarrow {}^7F\ (4f)^6$
U^{+++}	CaF_2	2.613	77	CW+P	$^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$
	BaF_2	〃	77	P	
Dy^{++}	CaF_2	2.36	300	CW+P	$^5I_7 \rightarrow {}^5I_8$
	$CaWO_4$	1.063	300	CW+P	
Nd^{+++}	$SrMoO_4$	1.0643	300	P	$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$
	Glass	1.061~2	300	P	
	CaF_2	1.064~5	77	P	
Pr^{+++}	$CaWO_4$	1.047	77	P	$^1G_4 \rightarrow {}^3H_4$
Ho^{+++}	$CaWO_4$	2.075	77	P	$^5I_7 \rightarrow {}^5I_8$
Tm^{+++}	$CaWO_4$	1.911	77	P	$^3H_5 \rightarrow {}^3H_6$
Ne	He	1.1526	300	CW	$2p^5 3s \rightarrow 2p^5 3p$
		1.1181	〃	〃	
		1.1617	〃	〃	
		1.1788	〃	〃	
		1.2070	〃	〃	

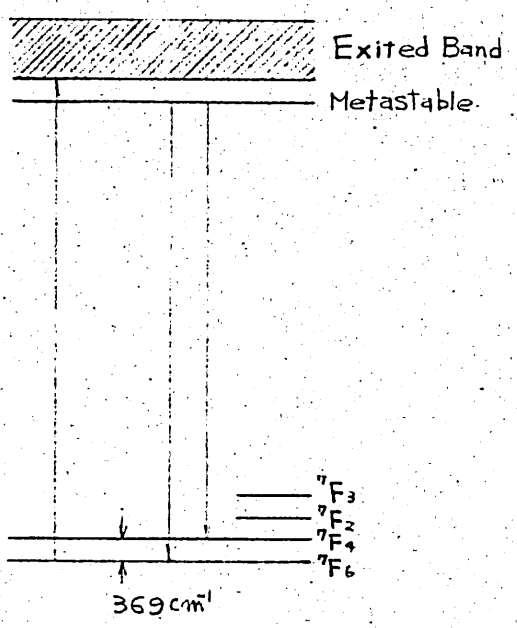
37. 12. 100×1003 H H
(一般)

島津製作所

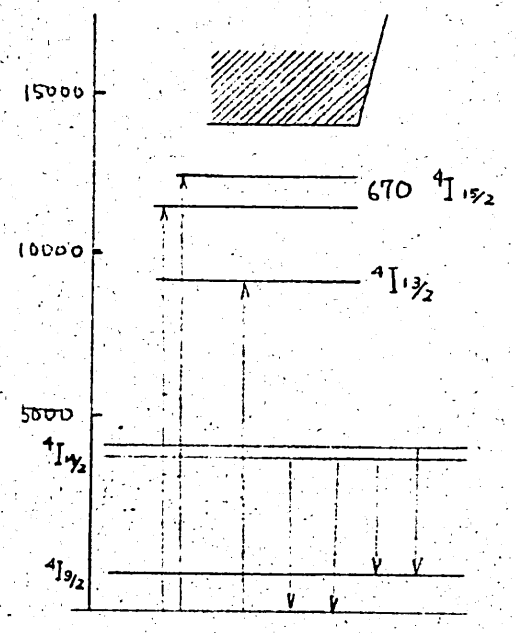
1. $Al_2O_3 : Cr^{+++}$ (CrIV)



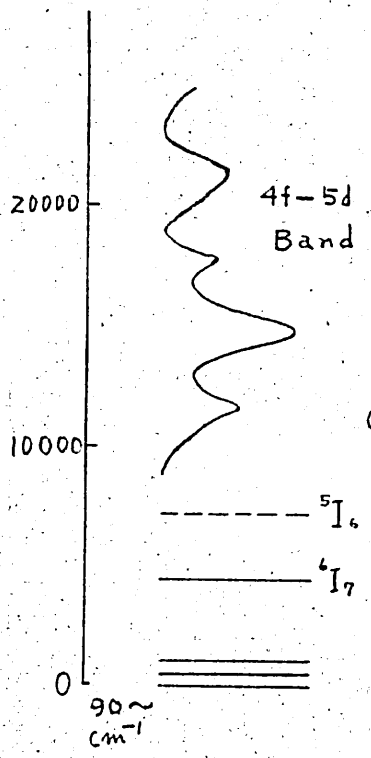
2. $CaF_2 : Sm^{++}$ (SmIII) 0.1 mol %



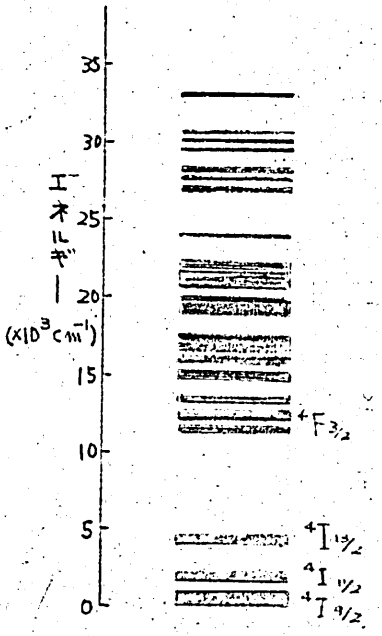
3. $CaF_2 : U^{+++}$ (UIV) 0.05 mol %



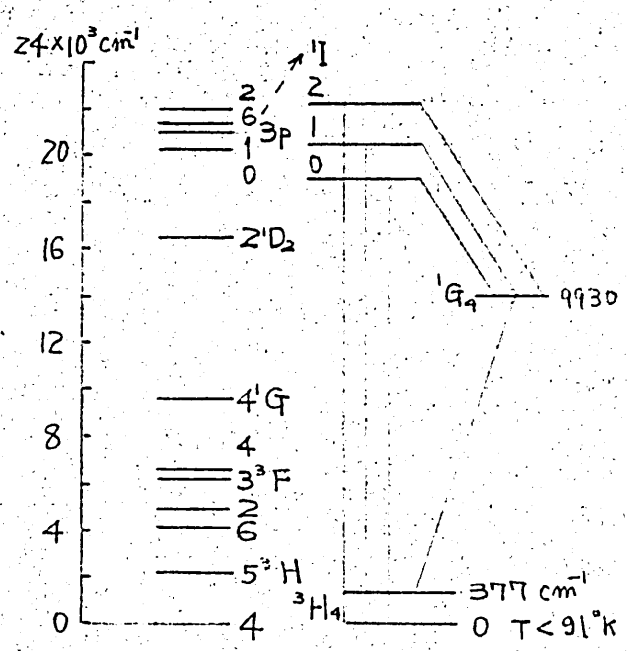
4. $CaWO_4 : Dy^{++}$



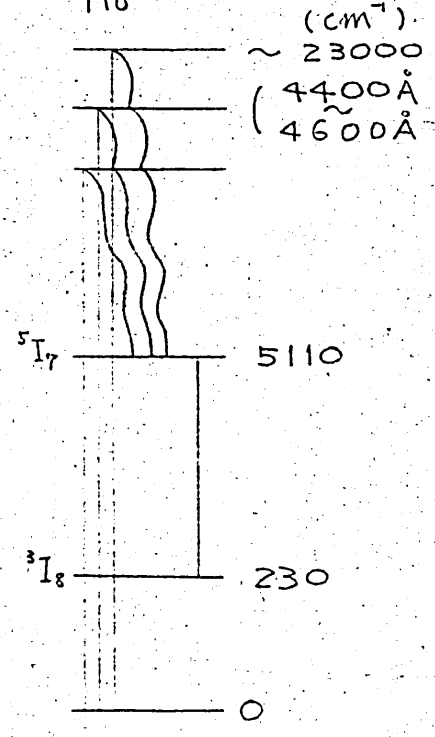
5. $CaWO_4 : Nd^{+++}$



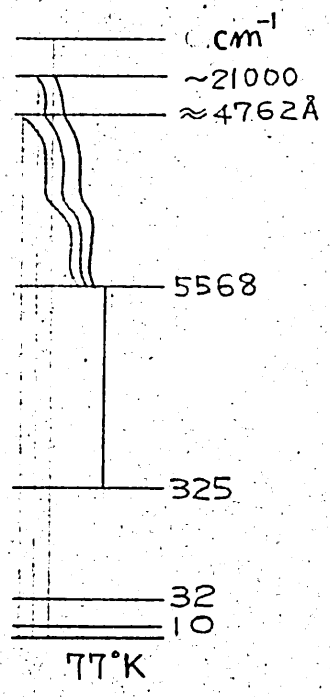
6 $CaWO_4 : Pr^{+++}$



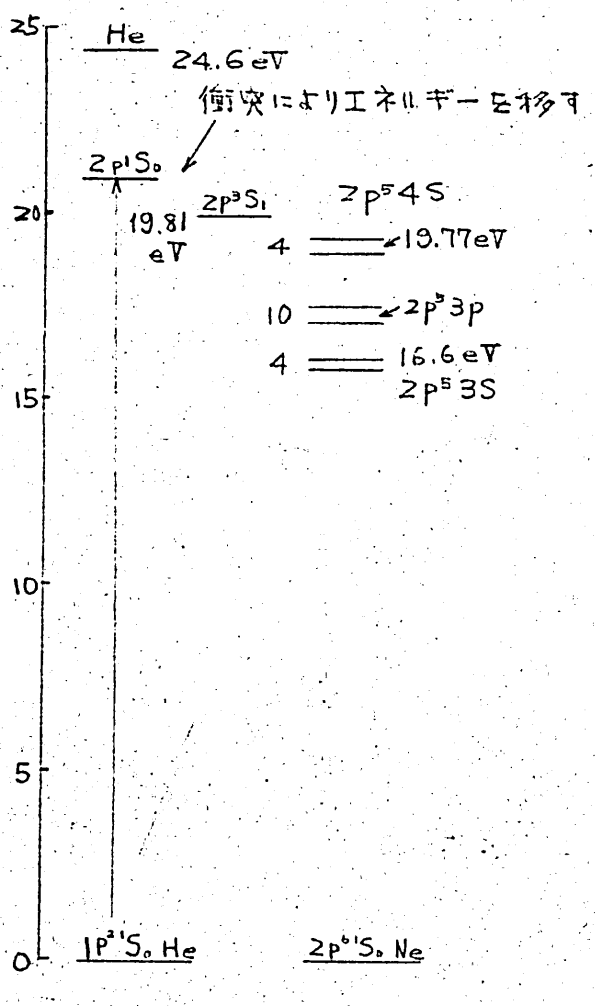
7. $CaWO_4$: Ho^{+++}



8. $CaWO_4$: Tm^{+++} (Tm^{++})



9. HeとNeの気体メーザーの準位



S0011

あて先　　殿　　第　5/　号

配布先　　殿　　昭和　・　・　・

題目	部課　発信者
ルビーレーザーについて	

§ pumpingについて

Ruby (Cr 0.05 %) は Fig. 1 の様な特性を持っている。従って励起光の内 5000～6000 Åの波長を持った光が pumping に有効に使用される。(3800～4300 Åも)

pumping に有効な波長を持った光の強度波形と発振の間には密接な関係がある。

5300 Åを中心として 100 Åの半値巾を持った干渉フィルターを使用して pumping に有効な光の強度を測定し発振が起るまでに必要な光量を求めたものが Fig. 2 である。

Fig. 2 に於て発振が起るまでの全光量即ち発振が起るまでの発光波形の面積を求めると面積は一定にならず例えば発光波形の peak との関係を求めると Fig. 3 の様になる。

以上は発振に至るまでの模様であるが発振強度もそれぞれに於て異り図に見る通りの変化を行っている。

図中の実線で示されたものは大容量の電解コンデンサーを使用したもので、これの発光強度は Fig. 3 に見られるものと様相を異にしている。

次に発光させるための電力の問題であるが Fig. 4 に於ける a の如く放電管3本を使用した場合と b の如く2本を使用した場合、発振を行わせるための必要電力が異っている a のものに対し b のものに於ける必要な全電力は小さくてすむが放電管1本当りの電力は増加している。さらに b を c の如く発光させない放電管を取り除いた場合 a, b の間に必要電力の相違が殆んど認められない。

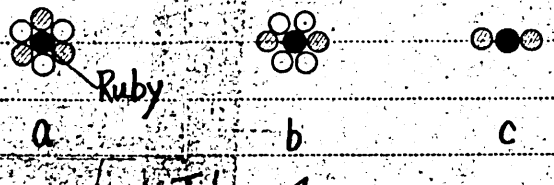


Fig. 4

S0011

あて先　　殿　　第 6/ 号

配布先　　殿　　昭和　・　・

題目　　部課　　発信者

§ レーザー光について

○ コヒーレンシイ（空間的）について

コヒーレンシイの測定のため Fig 5 の如く発振面に2ケのスリットをもうけると、それぞれのスリットから出た光が干渉して干渉縞を観測することができる。スリット間隔が 20～30μ 付近での干渉縞はかなり整然としているが、スリット間隔が数100μになると干渉縞がかなりみだれて来る。

○ 波長シフトについて

ルビーレーザー光の波長は、素子の温度により多少異っているその値は、約 0.05 Å/sec である。

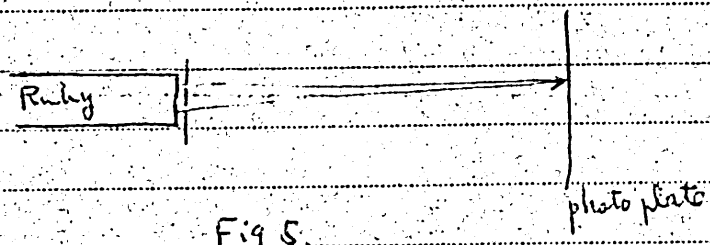


Fig 5.

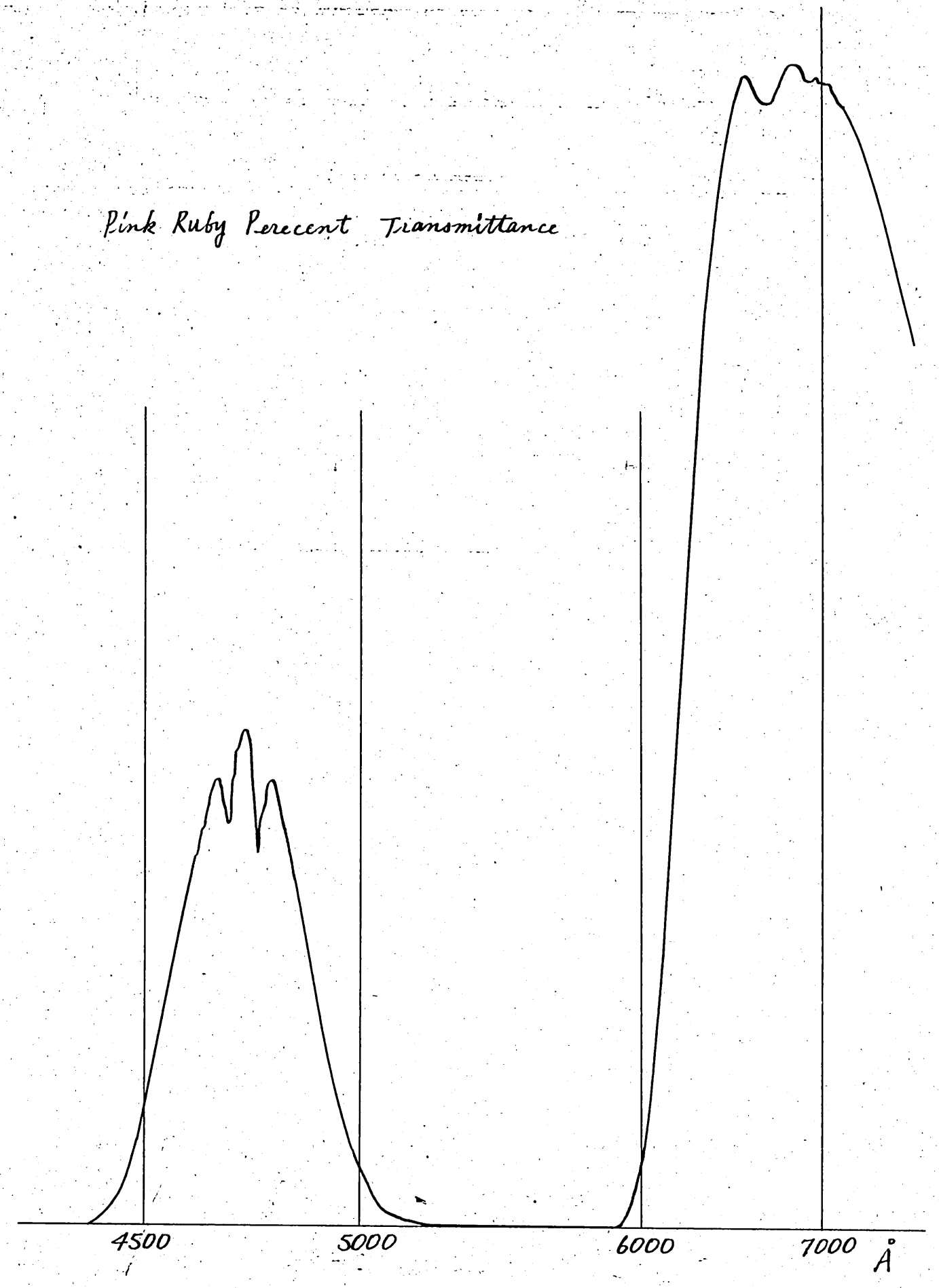


Fig. 1

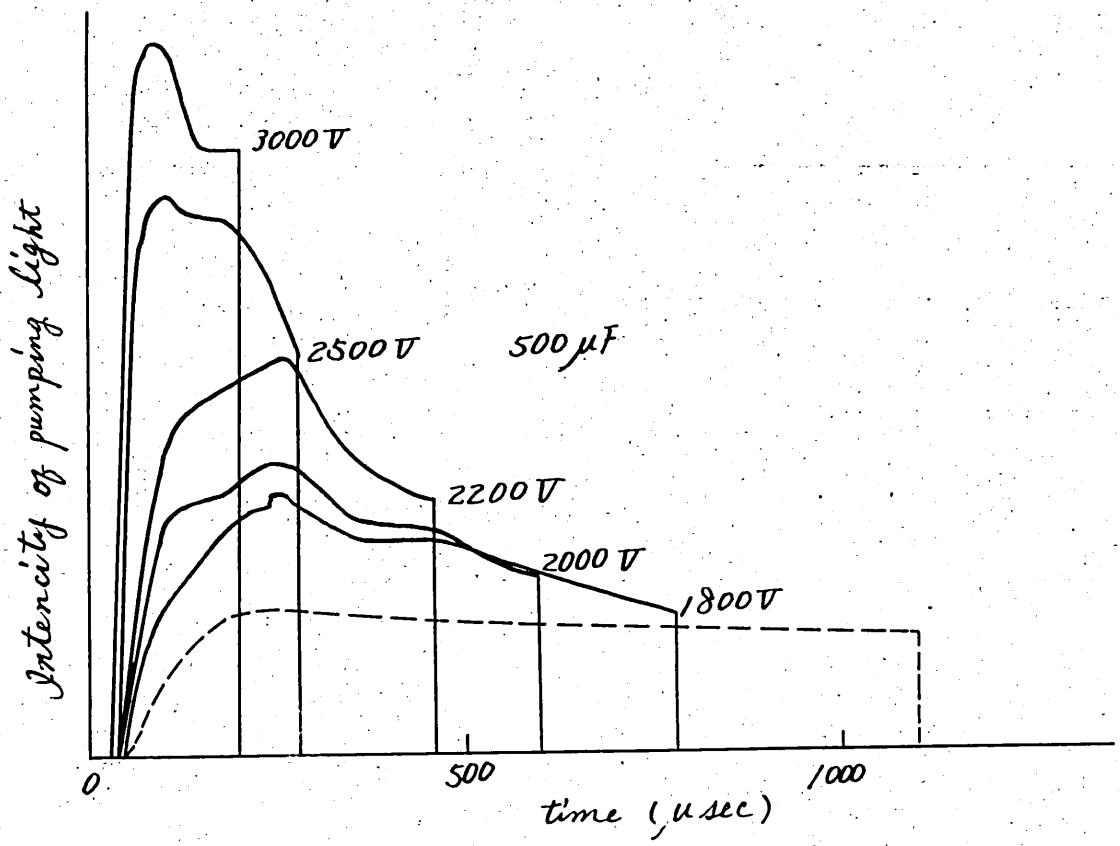

3000 V
2500 V
500 μF
2200 V
2000 V
1800 V
Intencity of pumping light
0
500
1000
time (μsec)

Fig. 2

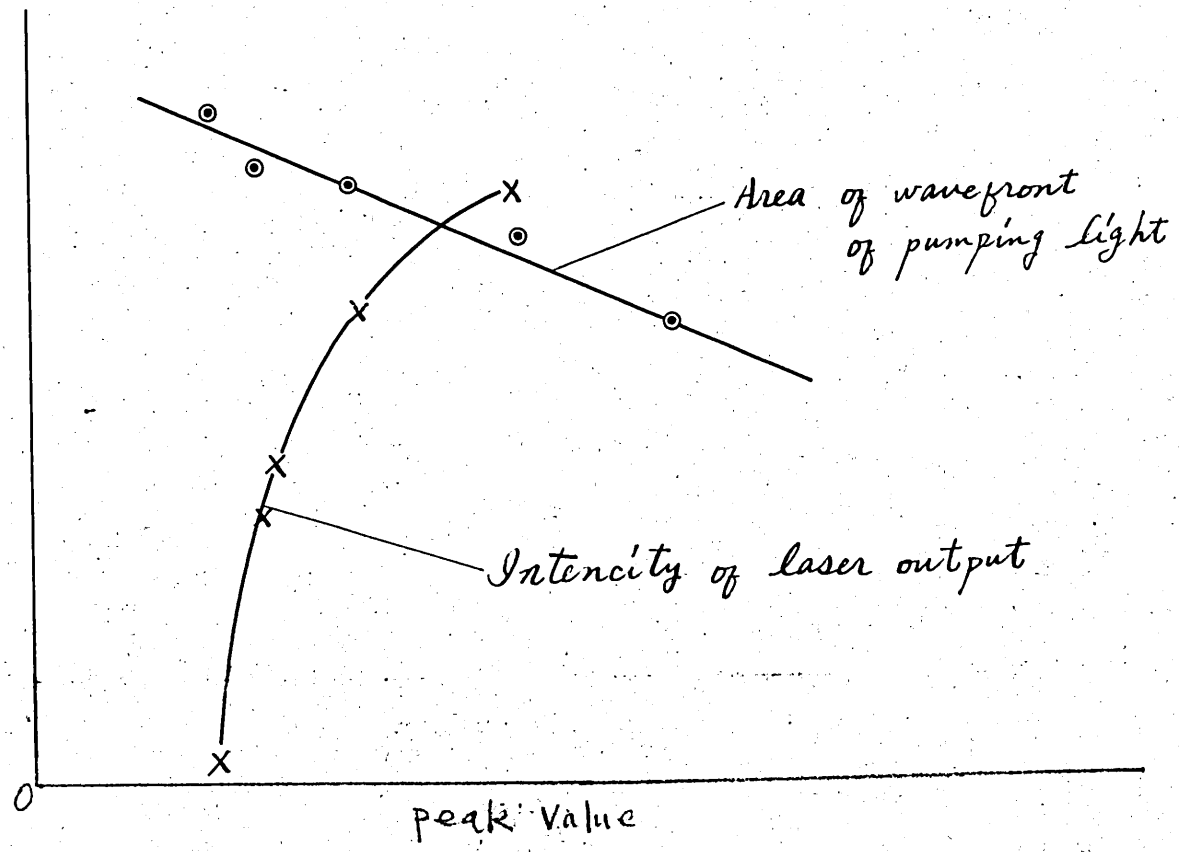

Area of wavefront
of pumping light
Intencity of laser output
0
peak value

Fig. 3