輻射科学研究会資料

自己注入回路を持つマイクロ波発振器の外部注入同期特性

飯田幸雄　森田正信
（関西大学 工学部）

昭和53年4月28日

1. まえがき

マイクロ波発振器の注入同期現象については古くから研究が行われ，最近固体発振器の安定化，雑音改善ならびにFMまたはPM波の増幅に関して詳細に検討されている[1]．発振器の安定化ならびに雑音改善については自己注入による方法も多数報告[2),3),4)]されている．FMまたはPM波の増幅に関してはMackey[5)]を始め，大信号解析についても多くの報告[6),7)]がある．一方，Kurokawa[8)]は複共振回路を用いて発振器の広帯域化を検討している．著者らは，マイクロ波発振器出力の一部を適当な長さの遅延線路を通して逆位相で自己注入すると発振器外部Qを低下できる点に着目し，注入同期発振器への応用を試み[9)]，同期特性および位相応答について理論解析し，実験結果と比較した．

2. 理論

2.1 基礎式の導出 および定常解

解析に用いる発振器の構成を図1に示す. 外部注入波, 自己注入波および出力波をそれぞれ $V_1(t)$, $V_2(t)$, $V_3(t)$ とすると, 次の関係がある.

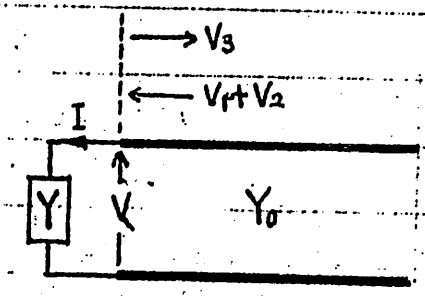


図1. 発振器の構成

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad , \quad I = Y_0 (V_1 + V_2 - V_3) \qquad (1)$$

発振器出力の一部が長さ $2l$ の線路を通って自己注入される場合, 線路の位相定数を β, 自己注入量を k_s とすると, 自己注入波 V_2 の位相角 $\phi_2(t)$ および振幅 $\hat{V}_2(t)$ は, 出力波の位相角および振幅を用いて,

$$\phi_2(t) = -2\beta l + \phi_3(t - 2\beta' l), \quad \hat{V}_2(t) = k_s \hat{V}_3(t - 2\beta' l) \qquad (2)$$

と表わされる. ただし, β' は $d\beta/d\omega$ で群速度の逆数である. 自由振動角周波数 ω_0 のまわりの小さい角周波数 $\Delta\omega \equiv \omega - \omega_0$ の範囲を取扱うと, $\beta \fallingdotseq \beta_0 + \Delta\omega\beta_0'$, $\beta' = \beta_0'$ と近似できる. 今, 逆位相の自己注入を考えているので $2\beta_0 l = (2n+1)\pi + \Delta\theta$ (n: 整数) と書き換えると式(2)は式(3)となる.

$$\phi_2(t) = \phi_3(t - t_d) - \Delta\omega t_d - (2n+1)\pi - \Delta\theta \quad ,$$
$$\hat{V}_2(t) = k_s \hat{V}_3(t - t_d) \qquad (3)$$

ただし, $t_d = 2\beta_0' l$, $\Delta\theta$ は自己注入波位相の逆相よりのずれを表わす. 式(1), (3)より式(4)の関係を得る.

$$V(t) - V_1(t) = V_3(t) - k_s e^{-j\varphi} V_3(t - t_d) \qquad (4)$$

ただし, $\varphi = \Delta\omega t_d + \Delta\theta$

発振器の振舞を記述する基本式として，演算子式の形で表わされた関係[1),10)]

$$I=\{Y_0(V_0,j\omega_0)+Y_{j\omega}j\Delta\omega+Y_V\Delta\hat{V}+Y_{j\omega}\frac{d}{dt}\}V \qquad (5)$$

を用いる．ただし，

$$Y_{j\omega}=\frac{2Y_0 Q_{ext}}{\omega_0},\quad Y_V\equiv G_V+jB_V=\left.\frac{\partial Y}{\partial\hat{V}}\right|_{\hat{V}_0},\quad \Delta\hat{V}=\hat{V}-\hat{V}_0$$

であり，$Y(V_0,j\omega_0)$ は自由振動時の発振器アドミッタンスである．
簡単のため以下の解析では $B_V=0$ として取扱う．

端子電流 I は式(1)より $I=Y_0(V-2V_3)$ と表わされるので，式(5)は式(6)となる．

$$Y_{j\omega}\frac{dV}{dt}=2Y_0(V-V_3)-(Y_{j\omega}j\Delta\omega+G_V\Delta\hat{V})V \qquad (6)$$

ただし，自由振動時の関係 $Y_0+Y(V_0,j\omega_0)=0$ を用いた．一方，時刻 $t-t_d$ においても同様の関係式(7)が成立する．

$$Y_{j\omega}\frac{dV(t-t_d)}{dt}=2Y_0\{V(t-t_d)-V_3(t-t_d)\}$$
$$-\{Y_{j\omega}j\Delta\omega+G_V\Delta\hat{V}(t-t_d)\}V(t-t_d) \qquad (7)$$

以下では，簡単のために $V(t-t_d)$ 等を V_d 等のように書くことにする．
式(4)を用いて V_3，V_{3d} を消去するために，式(7)に $-k_s e^{-j\varphi}$ を乗じ，式(6)に辺々加えると式(8)を得る．

$$Y_{j\omega}\{\frac{1}{V}\frac{dV}{dt}-k_s e^{-j\varphi}\frac{1}{V}\frac{dV_d}{dt}\}=2Y_0(1-k_s e^{-j\varphi}\frac{V_d}{V})-2Y_0(1-\frac{V_1}{V})$$
$$-Y_{j\omega}j\Delta\omega(1-k_s e^{-j\varphi}\frac{V_d}{V})-G_V(\Delta\hat{V}-k_s e^{-j\varphi}\Delta\hat{V}_d\frac{V_d}{V}) \qquad (8)$$

実部と虚部より，それぞれ式(9)，(10)の微分差分方程式が得られる．

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\hat{V}}{\hat{V}_0}\right)=g\frac{\hat{V}}{\hat{V}_0}\left(1-\frac{\hat{V}}{\hat{V}_0}\right)+k_e\cos(\phi_1-\phi)$$
$$-k_s\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}_0}\left[\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}_0}\right)-\frac{\hat{V}_0}{\hat{V}_d}\frac{d}{dT}\left(\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}_0}\right)\right\}\cos(\phi_d-\phi-\varphi)\right.$$
$$\left.+\left(\Delta\Omega+\frac{d\phi_d}{dT}\right)\sin(\phi_d-\phi-\varphi)\right] \quad (9)$$

$$\frac{d\phi}{dt}=k_e\frac{\hat{V}_0}{\hat{V}}\sin(\phi_1-\phi)-\Delta\Omega+k_s\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}}\left[\left\{\Delta\Omega+\frac{d\phi_d}{dT}\right\}\cos(\phi_d-\phi-\varphi)\right.$$
$$\left.-\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}_0}\right)-\frac{\hat{V}_0}{\hat{V}_d}\frac{d}{dT}\left(\frac{\hat{V}_d}{\hat{V}_0}\right)\right\}\sin(\phi_d-\phi-\varphi)\right] \quad (10)$$

ただし，

$$T=\frac{\omega_0}{Q_{ext}}t\ ,\quad \Delta\Omega=\frac{Q_{ext}}{\omega_0}\Delta\omega\ ,\quad g=\frac{G_v\hat{V}_0}{2Y_0}\ ,\quad k_e=\frac{\hat{V}_i}{\hat{V}_0}$$

式(9)，(10)は自己注入時の発振器に外部より信号を注入したときの発振器端子電圧の振幅および位相角の振舞を表わしている．

定常状態における振幅$\hat{V}_S$と位相差$(\phi_1-\phi_S)$を求めるために，式(9)，(10)において$d/dT=0$とおくと式(11)，(12)を得る．

$$-k_e\cos(\phi_1-\phi_S)=g\left(\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}-1\right)\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}+k_s\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\left[\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\right)\right\}\cos\varphi-\Delta\Omega\sin\varphi\right] \quad (11)$$

$$k_e\sin(\phi_1-\phi_S)=\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\Delta\Omega-k_s\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\left[\Delta\Omega\cos\varphi+\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\right)\right\}\sin\varphi\right] \quad (12)$$

位相差$(\phi_1-\phi_S)$を消去し，$\hat{V}_S$に関する関係を得るために，式(11)，(12)の両辺を自乗し，辺々加え合わせると式(13)が得られる．

$$g^2\left(\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\right)^4-2g\left(g+\frac{1-a}{2}\right)\left(\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\right)^3+\left[\left(g+\frac{1-a}{2}\right)^2+\left(\Delta\Omega+\frac{b}{2}\right)^2\right]\left(\frac{\hat{V}_S}{\hat{V}_0}\right)^2$$
$$-\frac{k_e^2}{4}\left\{(1+a)^2+b^2\right\}=0 \quad (13)$$

ただし,

$$a=\frac{1-k_s^2}{1+k_s^2-2k_s\cos\varphi},\quad b=\frac{2k_s\sin\varphi}{1+k_s^2-2k_s\cos\varphi}$$

式(13)より $\hat{V}_s$ が求まると,式(11),(12)より位相差$(\phi_1-\phi_s)$が求められる.

2.2 定常解の安定性

定常解の安定性を調べるために,定常解からの微少変化分 $\delta\hat{V}$, $\delta\phi$ の振舞を考察する. $\hat{V}=\hat{V}_s+\delta\hat{V}$, $\phi=\phi_s+\delta\phi$ とおき,式(9),(10)へ代入し $\delta\hat{V}$, $\delta\phi$ に関する微分方程式を求める.自己注入でも含む安定性を調べるのであるが, $\delta\hat{V}$ 等の時間変化が小さいとして,次の近似を用いる.

$$\hat{V}_d\fallingdotseq\hat{V}-T_d\frac{d\hat{V}}{dT}=\hat{V}_s+\delta\hat{V}-T_d\frac{d\delta\hat{V}}{dT},$$

$$\frac{d\hat{V}_d}{dT}\fallingdotseq\frac{d\delta\hat{V}}{dT}\qquad(14)$$

ϕ_d についても同様である.

式(9),(10)より得られる2つの微分方程式より $\delta\hat{V}$ を消去すると, $\delta\phi$ に関する次の線形微分方程式を得る.

$$K_1\frac{d^2\delta\phi}{dT^2}+K_2\frac{d\delta\phi}{dT}+k_e\frac{\hat{V}_0}{\hat{V}_s}K_3\delta\phi=0,$$

$$K_1=1+k_s^2(DE+F^2)+2k_s\sqrt{D^2+F^2}\cos\left(\varphi+\tan^{-1}\frac{F}{D}\right),$$

$$K_2 = g\frac{\hat{V}_s}{V_0}\left[1+k_s^2 E - k_s\sqrt{(E+1)^2+F^2}\ \cos\left(\varphi+\tan^{-1}\frac{F}{E+1}\right)\right]$$
$$+2k_e\frac{\hat{V}_s}{V_0}\sqrt{1+k_s^2(D^2+F^2)-2k_s\sqrt{D^2+F^2}\cos\left(\varphi+\tan^{-1}\frac{F}{D}\right)}$$
$$\cdot\cos\left\{(\phi_1-\phi)-\tan^{-1}\frac{k_s\sqrt{D^2+F^2}\sin\left(\varphi+\tan^{-1}\frac{F}{D}\right)}{1+k_s\sqrt{D^2+F^2}\cos\left(\varphi+\tan^{-1}\frac{F}{D}\right)}\right\},$$

$$K_3 = k_e\frac{\hat{V}_0}{V_s}+g\frac{\hat{V}_s}{V_0}\sqrt{1+k_s^2-2k_s\cos\varphi}\ \cos\left\{(\phi_1-\phi_s)-\tan^{-1}\frac{k_s\sin\varphi}{1-k_s\cos\varphi}\right\} \quad (15)$$

ただし，

$$T_d=\frac{\omega_0}{Q_{ext}}t_d\ ,\quad D=1+T_d\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_s}{V_0}\right)-g\frac{\hat{V}_s}{V_0}\right\}\ ,$$

$$E=1+T_d\left\{1+g\left(1-\frac{\hat{V}_s}{V_0}\right)\right\},\qquad C=\Delta\Omega\cdot T_d$$

$\delta\phi$ が時間とともに減少するためには K_1, K_2, K_3 が同符号であればよい．

2.3 同期特性

ここでは，式(11)，(12)，(13)および(15)を用いて，$\Delta\theta=0$，$g=1$ の場合について同期特性を調べる．ただし，$\Delta\theta=0$ は出力波位相と自己注入波位相が $\Delta\omega=0$ において逆相であることに対応しており，$g=1$ は発振器が自由振動時において最大出力となるように調整されていることに対応[10]している．また，遅延時間 t_d は線路によって決る定数 β_0，β_0' によって次式

$$t_d=\frac{\beta_0'}{\beta_0}\{(2n+1)\pi+\Delta\theta\}\ ,\quad n:\text{整数} \quad (16)$$

で与えられる離散値をとるが，解析の便利のために以下では任意の値をとるものとして取扱う．

$\Delta\theta=0$, $\tau_d=0$ のとき，発振器負荷アドミッタンスは実数値 $Y_0(1+k_s)/(1-k_s)$ となり，$k_s=0$ の場合と比較して逆相自己注入時は負荷コンダクタンスが増加する．$\tau_d=0$ の場合の特性も1つの自己注入の効果を表わしていることに変わりはないが，以下では $\tau_d=0$ の特性と比較して自己注入の効果を調べる．

図2に同期幅を図3 (a)～(c) に同期範囲内における出力波の位相と振幅の特性を示す．同期幅は $\tau_d=0$ の場合と比較して，τ_d が大きくなると k_e の小さいところでは増加するが，k_e の大きいところでは減少している．逆相自己注入時，発振器よりみた負荷のサセプタンスは周波数に対して負の傾きをもち，発振器サセプタンスの一部または全部を τ_d によってある周波数帯域内において打消すことができる．k_e の小さいところでは逆相自己注入による発振器外部Qの低下に対応して同期幅は広がるが，k_e が大きくなると上記の周波数帯域との関係で同期幅はかえって減少することになる．

図3は自己注入量 k_s が -10 dB の場合の特性であり，$\Delta\Omega$ の正の部分について示されている．電圧振幅 $\hat{V}_3$ は左右対称；位相差 $(\phi_1-\phi_3)$ は原点に関して対称である．位相差 $(\phi_1-\phi_3)$ は図(a)，(b)，に示されるように k_e が比較的大きいときには同期境界付近で τ_d が大きいほど $\Delta\Omega$ に対して急激な変化をしている．出力波電圧振幅 $\hat{V}_3$ は τ_d が大きいほど同期境界近くで増加している．

マイクロ波，ミリ波帯においては装置の困難さのために発振器等の装置のQを小さくするには限度がある．単一共振器をもつ注入同期発振器において帯域幅を広くするには注入量を増加しなければならないが，ここに

述べた逆相自己注入を用いると外部注入量の小さいところで，注入量を増すことなしに広帯域化ができる．

2.4 過渡応答

自己注入のないとき，単一共振回路をもつ注入同期発振器の過渡特性は同期幅により決定される．しかし，自己注入時の過渡特性は，定常状態における同期幅のみでは決定されず，自己注入回路の遅延時間により大きく影響される．ここでは，2.3 と同様 $\Delta\theta=0$，$g=1$ の場合を取扱う．

注入信号の位相 ϕ_1 がステップ関数状に変化する場合について，式(6)を簡易ルンゲクッタ法（修正 Euler 法）により数値解析し，過渡応答を求める．位相差 $(\phi_1-\phi_3)$ の定常値が 30° となるように $\Delta\Omega$ を設定し，ϕ_1 が $T=0$ で 0 から 180° に変化する場合についての過渡応答を図4 (a)～(c) に示す．図(a)，(b)，(c) はそれぞれ外部注入量 k_e が −30，−16，−10 dB のときであり，自己注入量は −10 dB である．なお $k_s=0$ の場合の応答も示されている．

過渡応答は T_d の値により大きく影響され，T_d が大きくなると，位相は最終値に達するまでに減衰振動を伴う．最適な応答をする場合の応答時間と $T_d=0$ の場合とと比較すると $k_e=-30$ dB のとき約 0.3 倍，−16 dB のとき約 0.6 倍，−10 dB のとき 0.7 倍となる．ただし，位相が ϕ_1 変化の 10% (18°) 内におさまる時間を応答時間としている．このように自己注入により位相応答速度が改善され，外部注入量 k_e の小さいところほど改善率が高い．

$k_e = k_s = -10$ dB, $T_d = 1$ の場合について位相応答と同期幅との関係をみる。同期幅は図2に示すように $T_d = 0$ の場合に比較して狭くなっているが，位相応答速度は速くなっている。このように自己注入時の過渡特性は同期幅のみでは決定されない。

次に，$k_e = -30$ dB，$k_s = -10$ dB，$T_d = 1$ のとき（図4(a)）と同じ応答速度をもつ注入同期発振器を考えて外部注入量の比較をする。自己注入のない注入同期発振器の位相応答時間は注入量の小さいとき，文献5)により，ここでの表現を用いて $T \fallingdotseq 3.6/\Delta\Omega$ と表わされる。ただし，この式では $\Delta\Omega$ を同期境界の値として用いている。また，注入波位相が180°変化する場合である。今の場合，逆相自己注入時の発振器の位相応答時間は $T \fallingdotseq 10.3$ であるので，上式より $\Delta\Omega \fallingdotseq 0.35$ が得られる。同じ応答速度をもつ自己注入のない発振器では，図2の $k_s = -10$ dB，$T_d = 0$ の曲線を用いて，$k_e = -20.3$ dB の注入が必要となる。また，$k_e = -16$ dB，$k_s = -10$ dB，$T_d = 0.8$ の場合，応答時間は $T \fallingdotseq 5.3$ であり，$k_e = -10$ dB，$k_s = -10$ dB，$T_d = 0.01$ の場合は $T \fallingdotseq 5.7$ であるので，同じ応答速度を得るのに，自己注入時の発振器では -16 dB の外部注入でよくても，自己注入のない発振器では -10 dB 以上の注入が必要である。

3. 実験

ここでは，注入同期幅および位相応答の実験結果を示し，理論結果と比較検討する。

実験に使用した回路構成を図5に示す。実験はガン発振器を用い，

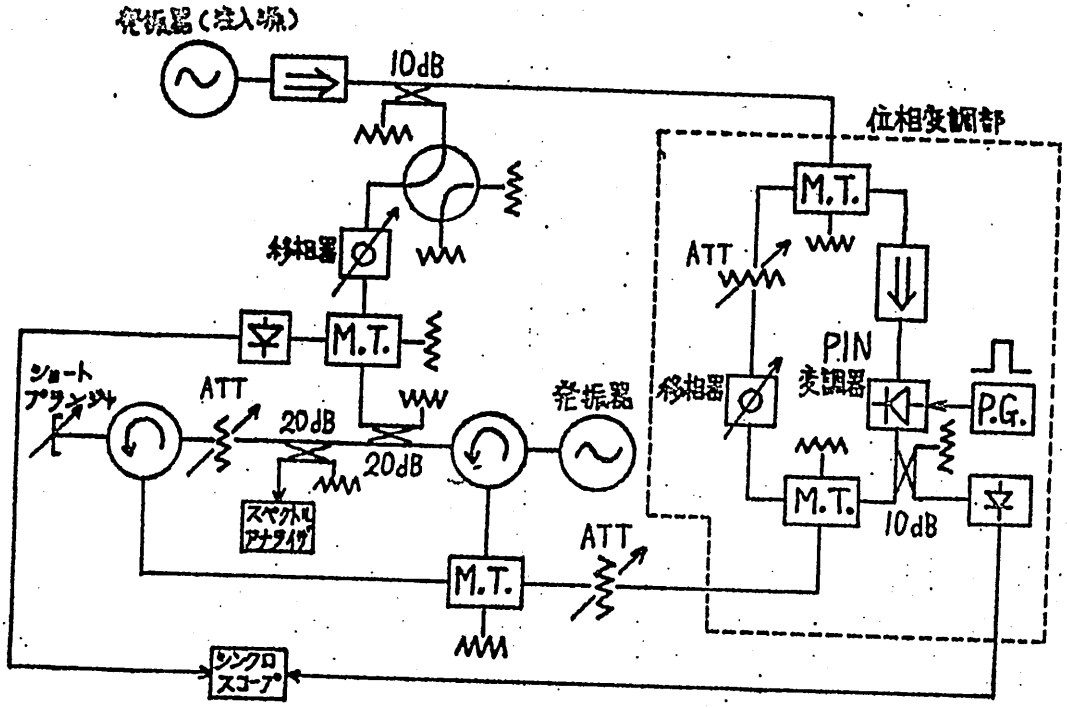


図5. 実験回路構成

9.7GHz帯で行った. PIN変調器によりON-OFFした波と連位相の連続波とをマジックTで合成して 0,π PM波を発生させ,自己注入波とマジックTで合成し発振器に注入している. 自己注入回路はサーキュレータ,方向性結合器,減衰器,マジックT,およびサーキュレータとショートプランジャから構成される移相器を含み,WRJ-10の導波管によりループを形成している. 被測定発振器より出て,再び発振器までもどる物理的回路長は約0.97mである. 位相応答は注入源の出力と注入同期発振器出力とのヘテロダイン検波出力により観測している.

3.1 注入同期幅

図6は注入同期幅の測定結果である. $k_s=0$ の場合の $k_e=-30\sim-20$ dB の

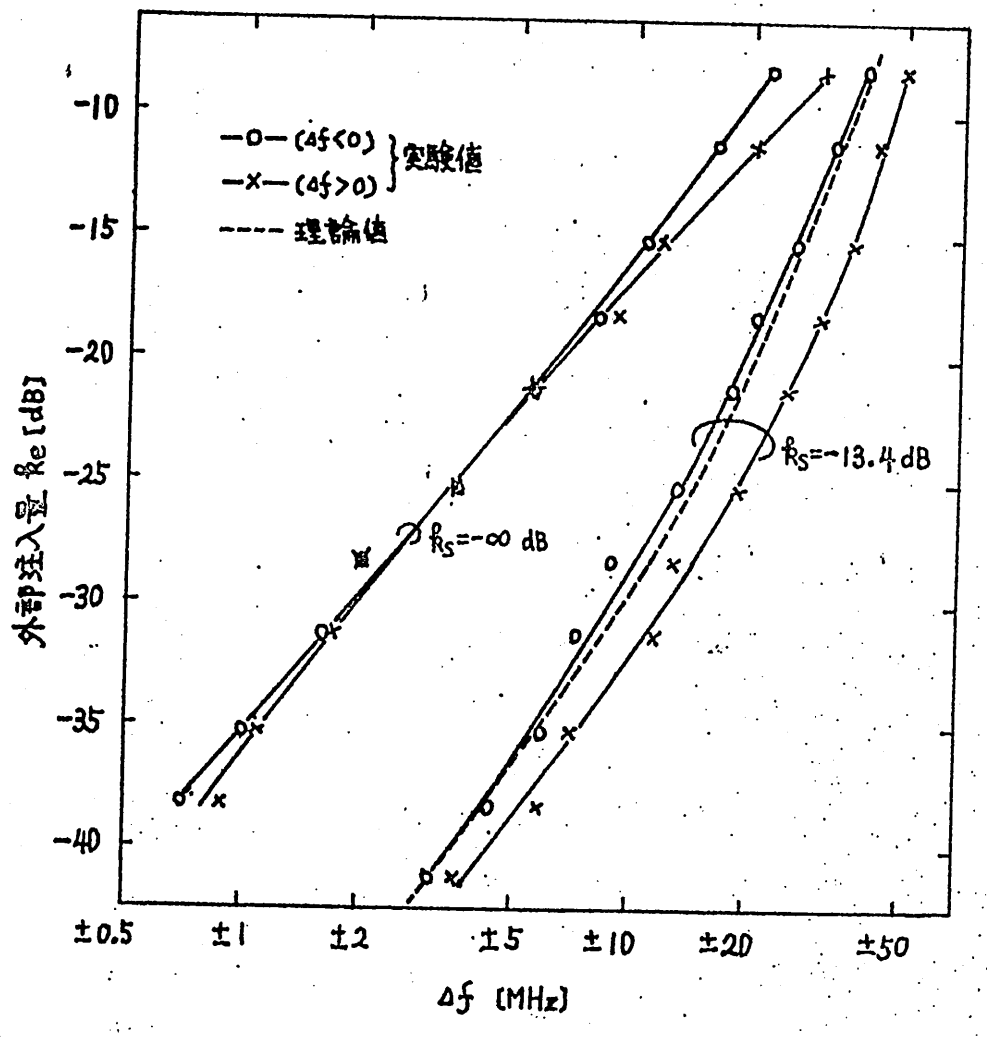


図6．注入同期幅

範囲を除いて，Δfの負と正の領域とで同期幅が異なる．Rs=0で，Reの小さいところでの差異は，スペクトルアナライザにより同期幅を測定しているために生じた誤差と考えられる．その他のところでの差異は発振器サセプタンスの非線形によるものと考えられる．

外部注入のみ（Rs=0）の特性よりQeを求めると155となる．この値を用いて自己注入時の同期幅を理論と比較するのであるが，発振器負性コンダクタンスの電圧依存性を次の様に測定した．自己注入回路の移相

器を調整して発振周波数を一定に保ちながら，自己注入により発振器端子電圧を変化してそのときの発振器アドミッタンスを負荷アドミッタンスより求めた．発振器端子電圧は離調時短絡面におかれた定在波計のプローブにより測定した．結果を図7に示す．ここで行った同期幅および位相応答に関する実験の範囲内においては，発振器は $\hat{V}_0$ 以下の端子電圧で動作することが理論により予想されるので，コンダクタンス変化については $\hat{V}_0$ 以下を直線で近似した．図7より，$2g \equiv \frac{\hat{V}_0}{Y_0}\frac{\partial G}{\partial \hat{V}} \fallingdotseq 2.9$，$\frac{\hat{V}_0}{Y_0}\frac{\partial B}{\partial \hat{V}} \fallingdotseq 0.8$ を得る．

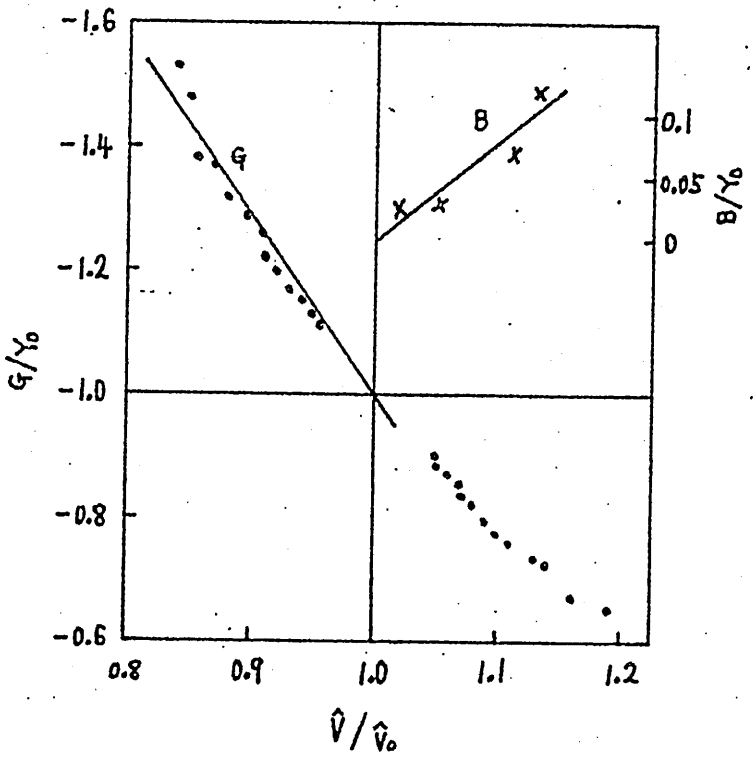


図7. 発振器アドミッタンスの電圧依存性

このようにして得られた，$Q_{ext}=155$，$q=1.45$ を用い，遅延時間を $T_d=2.1$ と仮定して得られた理論値を図6に破線で示す．計算に用いた T_d は，自己注入回路がすべてWRJ-10の導波管より構成されているものとすると線路長 $2l=1.17\,m$ に相当し，実験の場合より0.2m長い．これは自己注入回路に挿入されているサーキュレータ，減衰器等の影響のためと考えられる．

3.2 位相応答

0, πPM波を注入した場合のヘテロダイン検波出力を図8に示す. 図8の写真と, 位相変化の立上り部分および最終値部分をヘテロダイン検波特性の直線部分に位置させて撮った写真とから作成した位相応答を図9に示す. 図9(a)の実線は注入波の振幅変化を表わしている. 図9(b), (c)の破線は, 図9(a)の破線で示すように注入波の位相ϕ_iが変化する(ϕ_iは一定)として計算した理論値である. 理論と実験は比較的よく一致しており, 3.1の結果と合せて, 本論文で述べた理論が十分実験結果と説明できるものであることがわかる.

4. あとがき

逆相自己注入回路をもつ注入同期発振器について理論解析し, 発振器が自由振動時に最大出力となるように調整されている場合について, 同期特性および過渡特性を調べた. また実験により理論をたしかめた.

終りに, 本研究に際して種々御援助頂いた本学大東延久助教授, 数値計算および実験に御協力いただいた河合通雄大学院生に感謝します.

文献

1) 池上, 中島: "マイクロ波固体発振器の同期現象とその応用", 信学会誌, 54, 5, P.693 (1971)

2) 太田, 畑: "注入同期による雑音改善", 信学論(B), 53-B, 9, P.487 (1970)

3) 白幡，小木曽：“BRF装荷による固体発振器の安定化”，信学論(B)，54-B，11，P.752 (1971)

4) 太田，牧野，中野：“方向性フィルタを用いた自己注入同期発振器”，信学論(B)，58-B，9，P.457 (1975)

5) R.C. Mackey：“Injection Locking of Klystron Oscillators”, IRE Trans., MTT-10, P.228 (1962)

6) Y. Takayama：“Dynamic Behavior of Nonlinear Power Amplifiers in Stable and Injection-Locked Modes”, IEEE Trans., MTT-20, P.591 (1972)

7) H.J. Kuno：“Analysis of Nonlinear Characteristics and Transient Response of IMPATT Amplifiers”, IEEE Trans., MTT-21, P.694 (1973)

8) K. Kurokawa：“Some Basic Characteristics of Broadband Negative Resistance Oscillator Circuits”, Bell Syst. Tech. J., July-August P.1937 (1969)

9) 飯田，今井，森田：“自己注入ループをもつマイクロ波発振器の外部注入同期特性”，信学会技術研究報告 MW77-87

10) M. Nakajima, J. Ikenoue：“Locking Equations for Microwave Circuits”, Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto University, 36, P.122 (1974)

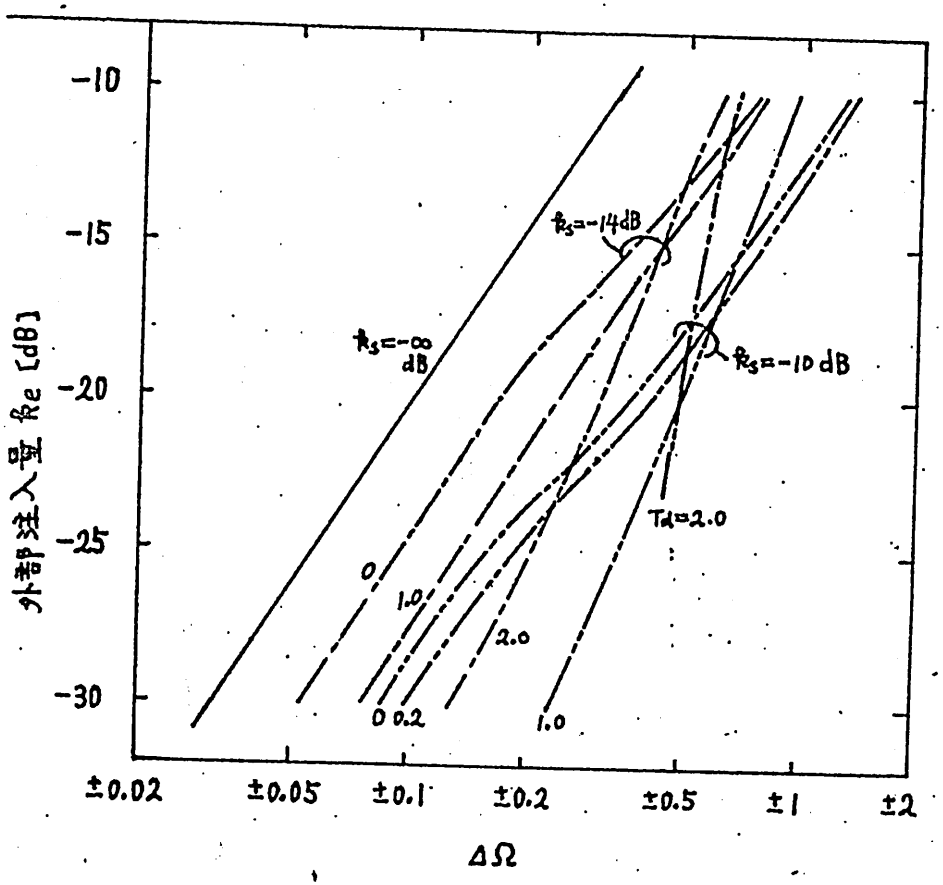


図2. 同期幅

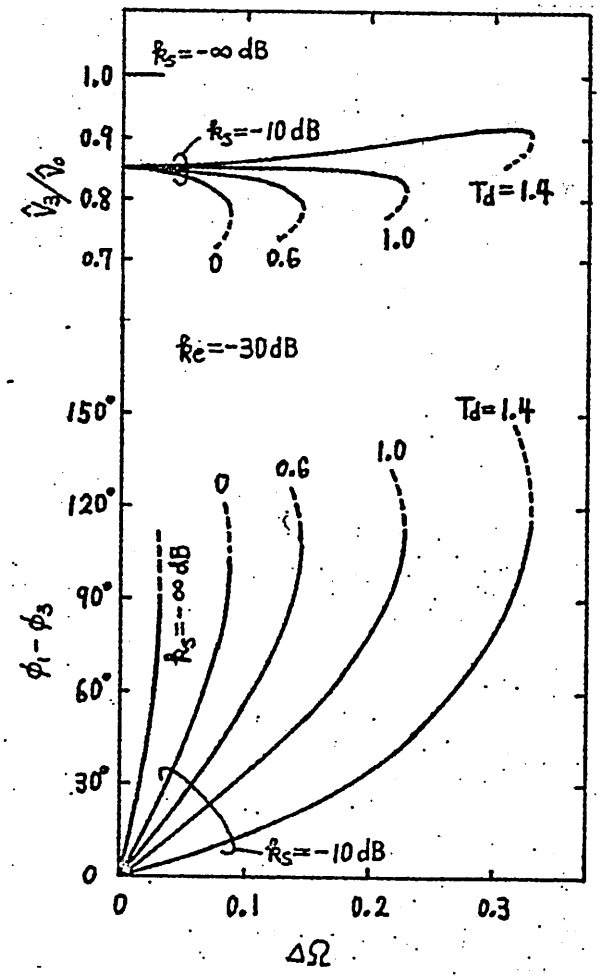


図3 (c) 同期特性

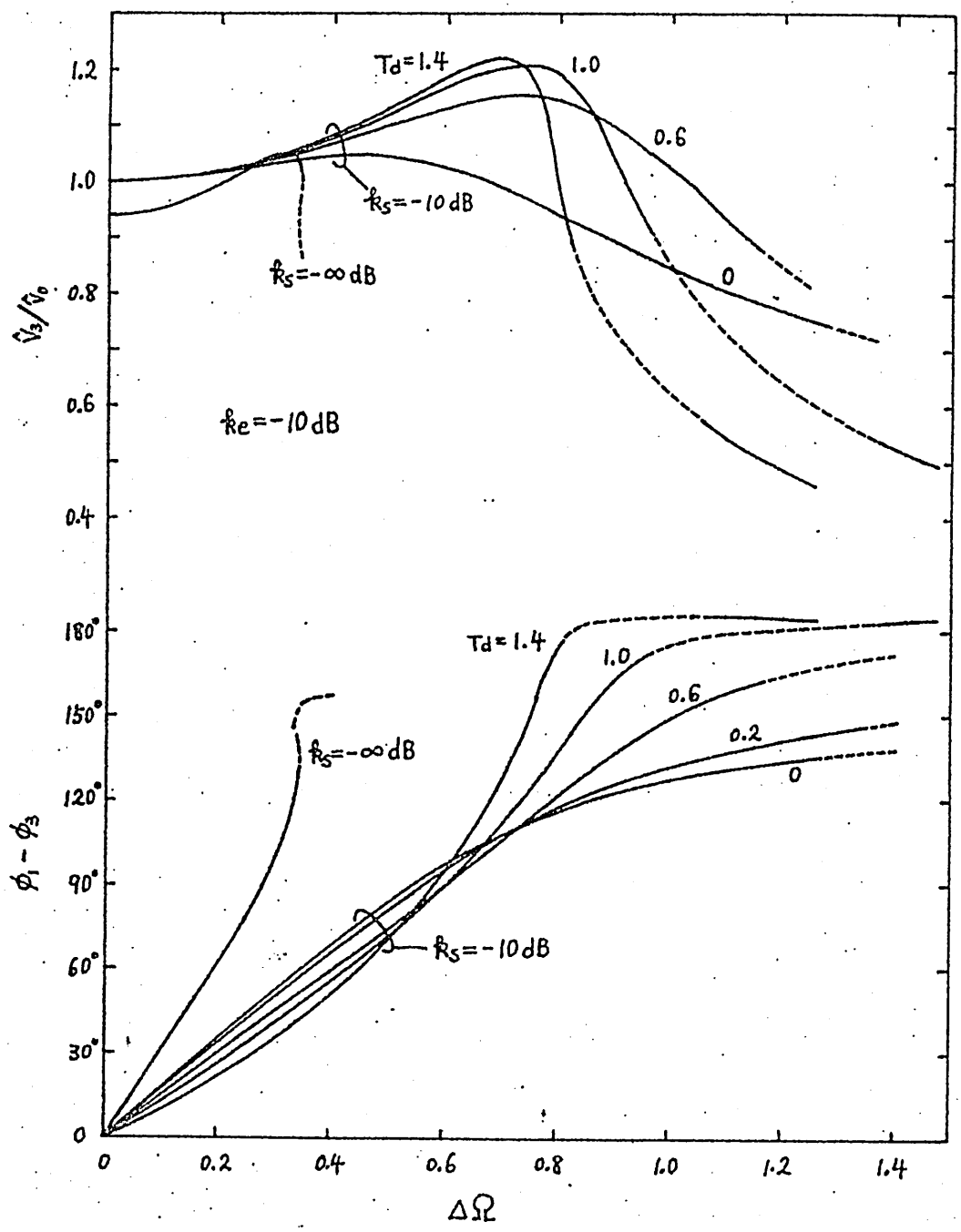

Td=1.4
1.0
0.6
0
k_S=-10dB
k_S=-∞dB
k_e=-10dB
$\hat{V}_3/\hat{V}_0$
$\phi_1-\phi_3$
180°
150°
120°
90°
60°
30°
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
ΔΩ

図3 (a) 同期特性

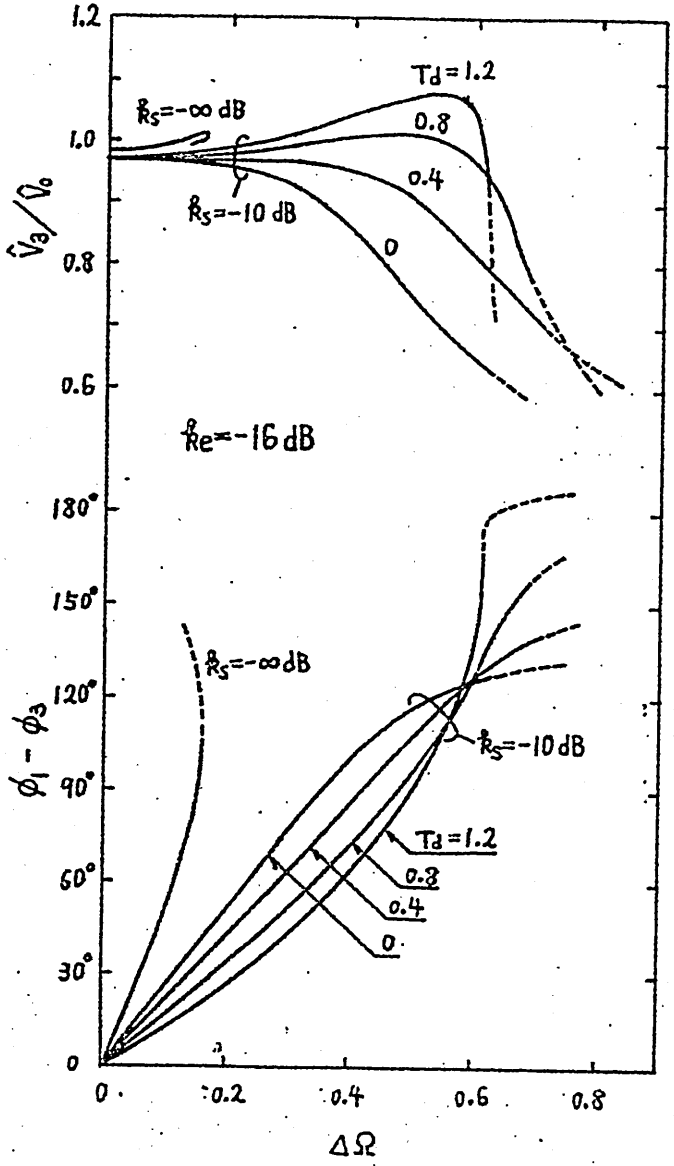


図3(b) 同期特性

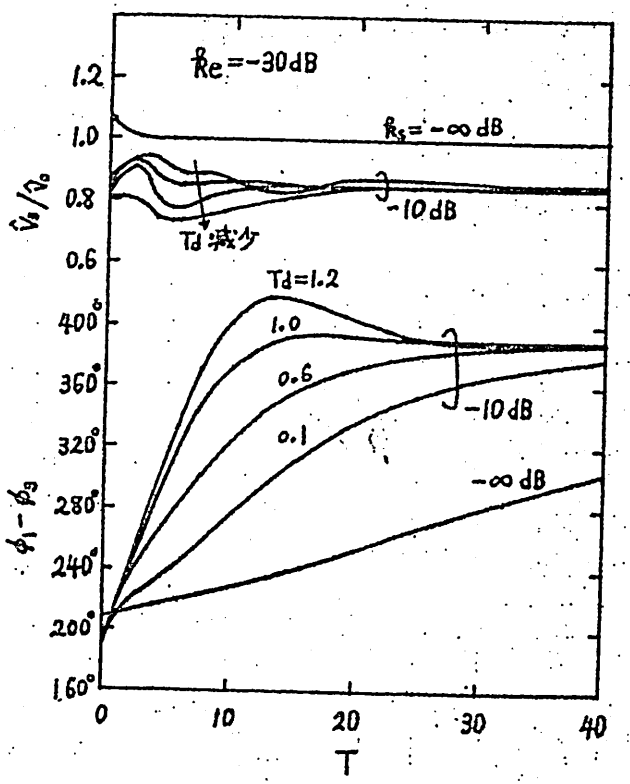


図4(a) 過渡応答

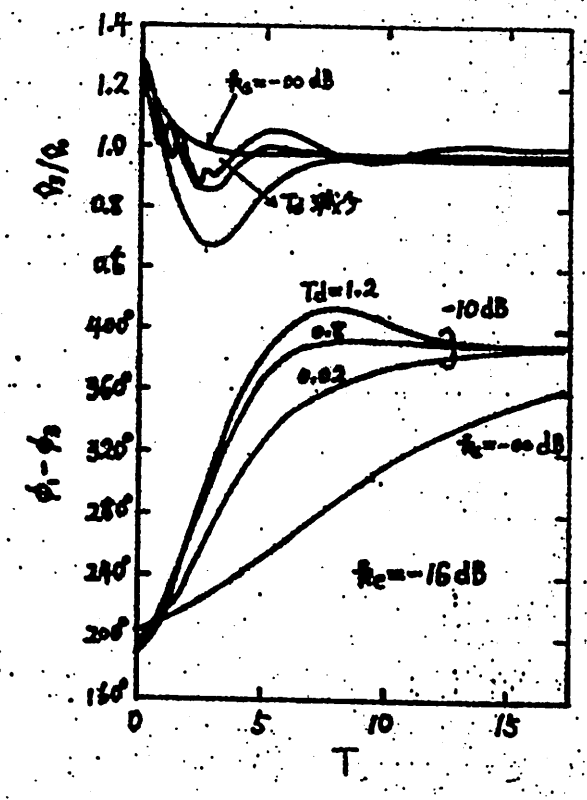


図4(b) 過渡応答

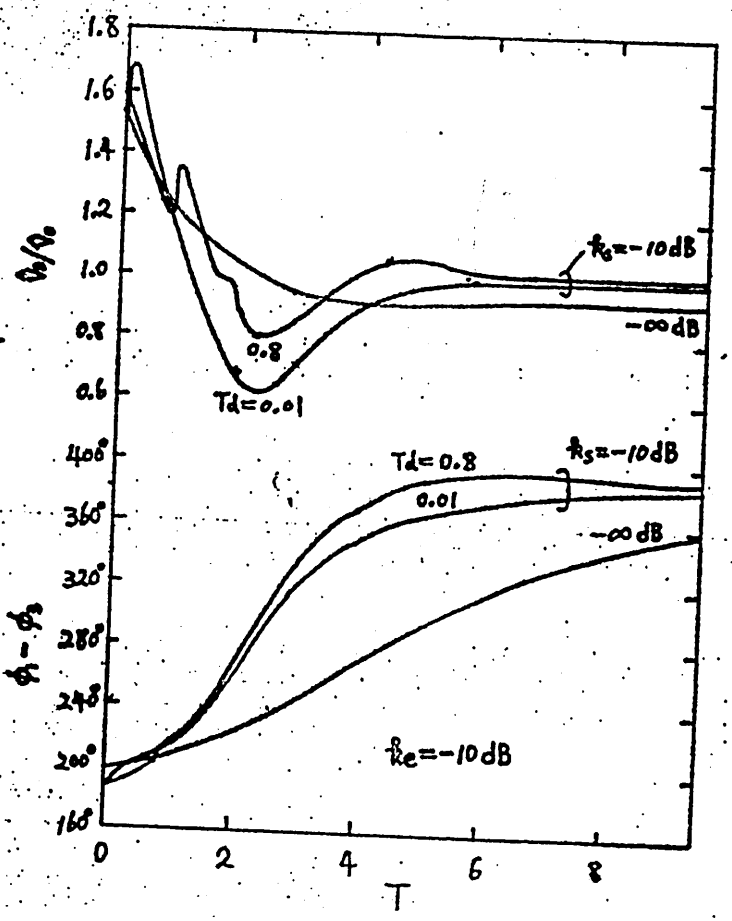


図4(c) 過渡応答

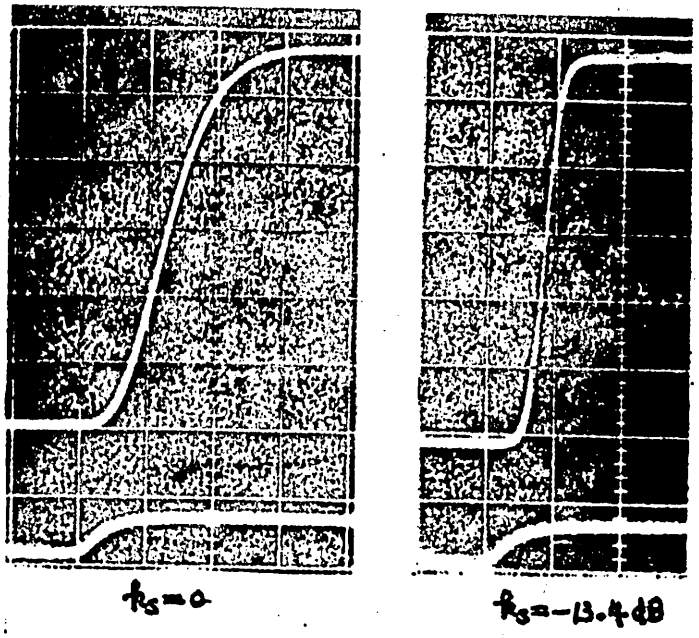


図8. ヘテロダイン検波出力

$\Delta\omega=0$, $k_c=-27.6$ dB , 横軸 0.1 μs/div.

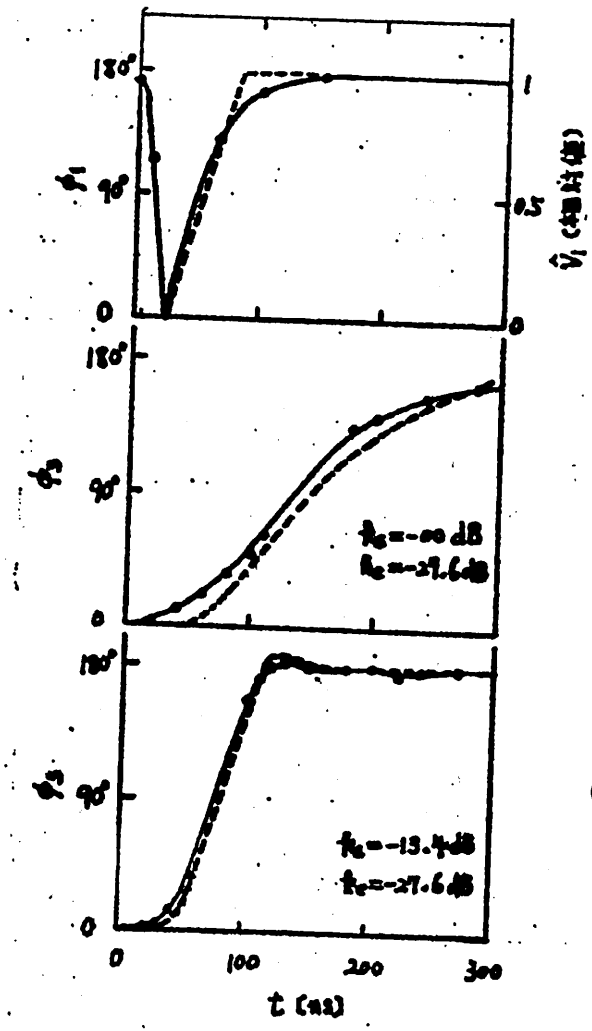


図9. 位相応答

輻射科学研究会資料

W-Ni点接触ダイオードにおける WO_3 薄層の効果.

川井国孝　由良晴彦　辻　幹男
繁沢　宏　滝山　敬
（同志社大学工学部）

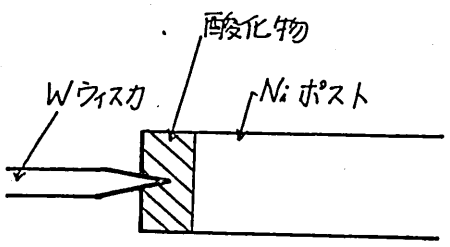
1978年4月28日

緒言

1968年にHocker[1]らによって遠赤外周波数に応答することが報告されたタングステン・ニッケル点接触ダイオードは，応答周波数の上限が高く，室温動作が可能である等の特徴を有しており，特に遠赤外では手軽な検出器として用いられているが，その構造上電気的，機械的に不安定で寿命が短いという欠点がある。　これらの欠点を改善するにあたっては，ダイオードの特性を詳細に把握する必要がある。しかし，ダイオードは非常に不安定であるため，特性の測定はどうしてもリアルタイムで行なわねばならない。

本文では，まずダイオードの静特性の一つである，電圧対抵抗特性をリアルタイムで測定できる直視装置を設計，試作したので，その装置ならびに実験結果について述べる。　次に電圧-抵抗特性直視装置を用いて，検波出力の大きく得られる特性を示す材質，ポスト表面の処理方法等について，各種の実験を行なったところ，三酸化タングステン（WO_3）をポスト面に蒸着すれば，非直線性の大きな特性が比較的安定に得られることが確認されたので，その蒸着方法及び実験結果について述べる。

第1章 MOMダイオードの動作



[図1] ダイオードの構造

W-Ni点接触ダイオードは図1に示すように，Niポストにウィスカを接触させた構造を有している。このダイオードの検波機構については，現在のところ，酸化物絶縁層を通してのトンネル効果の電気的非直線性によるという説が有力である。すなわち印加された電磁波により接触部に電流が流れ，その接触抵抗が非直線性を持つことにより，接触部の両端に発生する電圧が，電流に対して非直線となるため，検波出力が得られる。J.G. Simmonsは，トンネル電流密度と接触部電圧の関係を次のように示している。②

$$J = J_0\left\{\bar{\varphi}\exp(-A\bar{\varphi}^{1/2}) - (\bar{\varphi}+eV)\exp\left[-A(\bar{\varphi}+eV)^{1/2}\right]\right\} \quad (1)$$

但しここで $\bar{\varphi}$ は平均の障壁の高さ，V は印加電圧

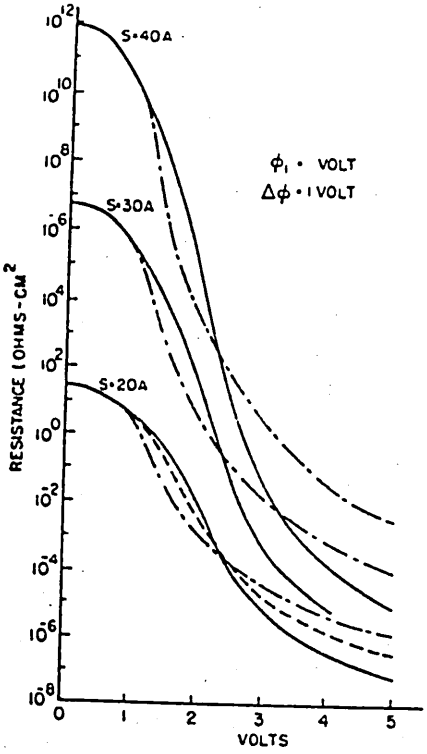
$$J_0 = \frac{e}{2\pi h}\cdot\frac{1}{\Delta s^2}$$

$$A = \frac{4\pi\Delta s}{h}\cdot(2m)^{1/2}$$

Δs は障壁の幅を示している。

また，図2は彼により計算された印加電圧－抵抗率特性であり，我々の製作したMOMダイオードの特性と定性的に一致している。彼の計算結果

によると、ダイオードの電気的非直線性は、絶縁層の厚さが大であるほど顕著になり、これがダイオードの特性を左右する重要なパラメータであると考えられる。実際にWウィスカの接触圧を変化させると抵抗値が激しく変化し、絶縁層の厚さが5Å変化しただけで、抵抗値は4桁も変化するという数値例も報告されている③。しかし、実際には膜厚に対する直接的な情報を得ることが困難であり、これがダイオードの検波機構の定量的な解明において障害の一つとなっている。



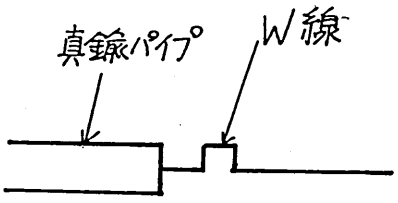
[図2] 電圧-抵抗率特性

第2章　MOMダイオードの製作

1. 材料の加工

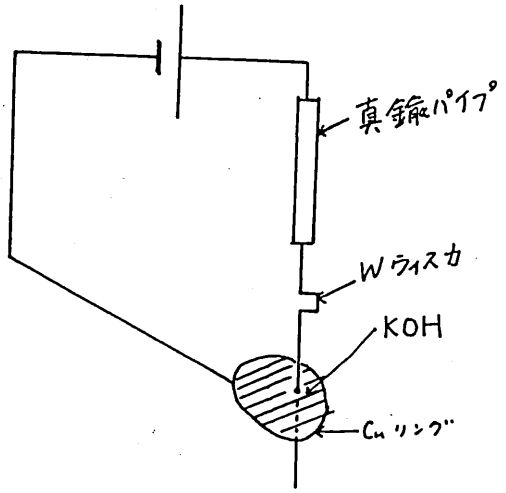
・タングステンウィスカ

W線は直径30μmのものをあらかじめ適当な長さに切った後、取り扱いに便利なように内径0.5mmφの真鍮のパイプに通し、図3のよ

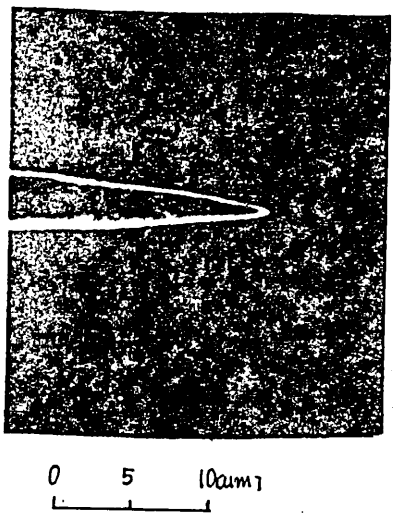


[図3.] Wウィスカ

うな形に成形して用いている。次にウィスカを電解研磨し、先端の部分の直径が10μm程度になるようにする。この時、研磨液には3規定のKOHを用い、直流3V程度を加える。何回か研磨液に出し入れすることにより、先端部ほど多く研磨され、先端が細い円錐状になる。このようにウィスカを細くするのは適当な弾力性を与えるためで、太すぎると最適な接触圧を与えるのは困難であり、細すぎると接触時のたわみが大きくなりすぎる。
最後にウィスカの先端の研磨処理を行なう。この方法はCuリングを陰極とし、これにKOHの膜を張り、図4のようにウィスカを保持し直流10Vを加えて切断するものである。この方法を用いると、先端部で半径1μm以下の鋭さが得られた[4]。図4'は、この方法で製作したWウィスカの先端を電子顕微鏡で観測したもので、倍率は2000倍である。



〔図4〕先端の研磨



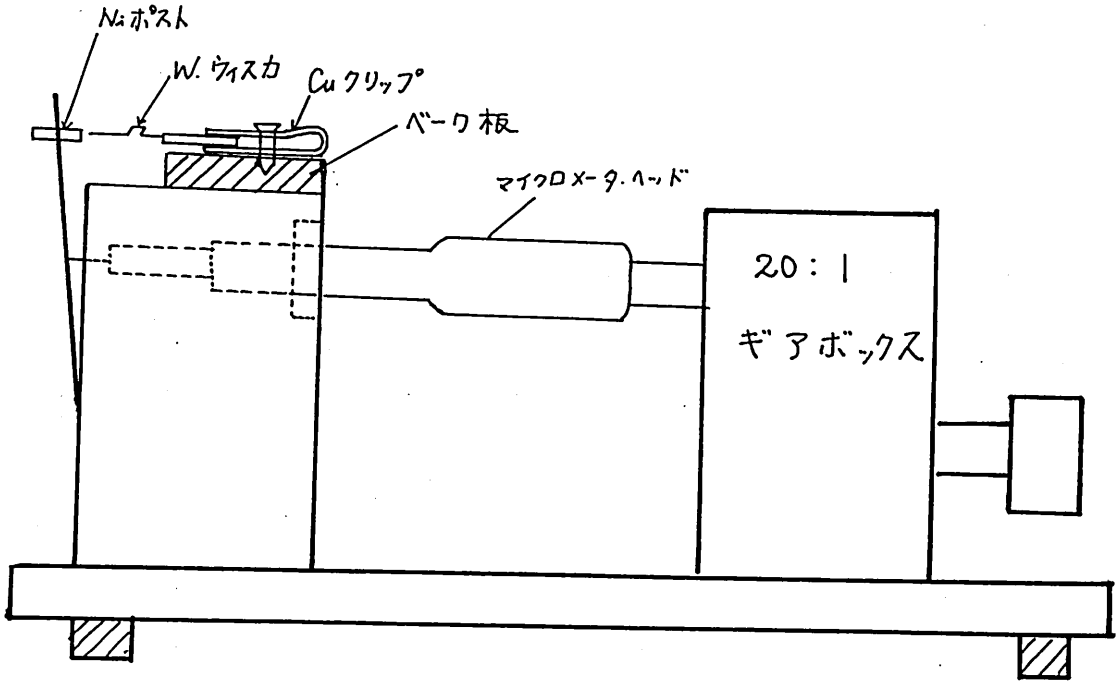
〔図4'〕ウィスカ先端部

・ニッケルポスト

従来報告されているほとんどの論文が機械的な鏡面研磨面を用いているが，実用上は特にその必要性が認められなかったので．本論文では直径2mmφのNi線の新しい剪断面を用いている。　切断に際しては，Wウィスカをポスト面に垂直に接触させる必要があるので，切断面がNiポストに垂直になるよう注意した。

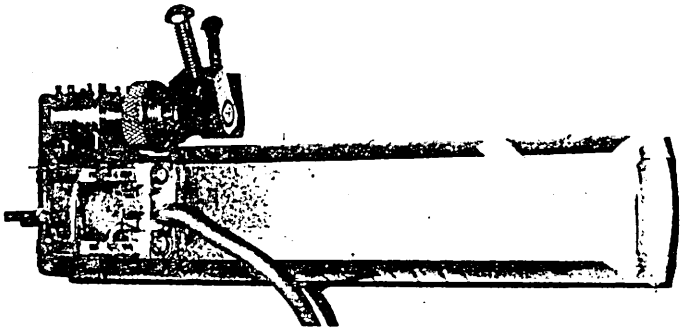
2. ダイオードベース

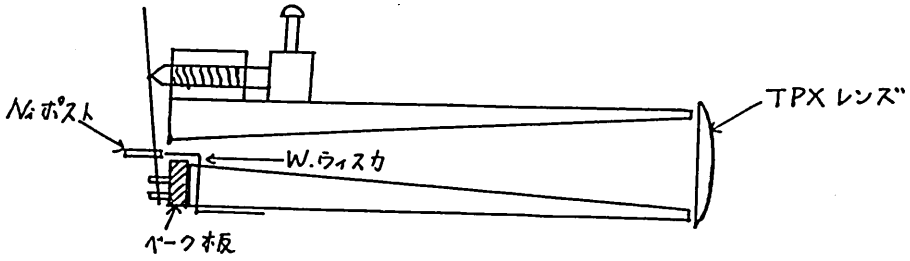
上記のようにして得られたWウィスカとNiポストをダイオードベースに固定する。図5に示したように．ウィスカはベースに固定した絶縁板上に，



［図5］ダイオードベース

クリップで固定し、ポストは可動片である燐青銅板にポストガイドを介して固定する。可動片はマイクロメータヘッドのスピンドルと一点で接しており、マイクロメータヘッドを回転させることにより ウィスカとポストの相対位置を約5mm調節することができる。　また図5のベースは特に接触圧の微調が可能となるように、マイクロヘッドをさらに20:1に減速してある。このため、精密な静特性の測定ができる反面、装置が大きく、ダイオード自身を移動してレーザの出力を検波するような用途には不都合である。そこで、サブミリ波(HCNレーザ光)を検波する場合、図6に示す専用のベースを用いている。





[図6] HCNレーザ用ダイオードベース

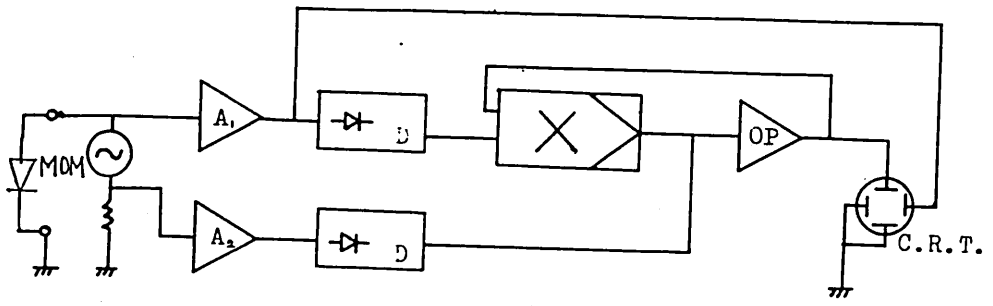
このベースは それ自体が電磁ホーンアンテナで，その開口部にはポスト面に焦点を結ぶTPXレンズを装着し，レーザ光を集中する構造になっている。またNiポストとポストガイドの間隙から漏洩しているレーザ光の一部をゴーレイセルでモニタしている。

第3章. 電圧-抵抗特性直視装置

1章で述べたように，MOMダイオードはI-V特性の非直線性により検波出力を生じるものであるが，直径が数umのWウィスカをNiポストに接触させているという微妙な構造のため，Wウィスカの接触位置，接触圧等によってI-V特性は大きく変化し，単に接触していると言うだけでは検波出力を得ることは困難で，接触位置や圧力を適当に調節する必要がある。 この時，ダイオードの特性をリアルタイムで測定できる装置があれば，従来経験に頼ることの多かったダイオードの調整がかなり定量的に行なえるようになり，しかもダイオードのふるまいが詳細に観測できるようになる。
ダイオードの静特性としては，I-V特性が代表的であるが，MOMダイオードでは最も重要と思われる印加電圧の低い部分の特性がわかりにくい欠点がある。 そこでダイオードの電圧-抵抗特性直視装置を設計試作したところ，非常に有効に働くことがわかったので，その装置及び実験結果について述べる。

図7が本装置のブロックダイアグラムで、ダイオードの電流の瞬時値を端子電圧の瞬時値で割り算し、その値の符号を変えてオシロスコープのY軸を駆動している。またX軸は電圧の瞬時値で駆動している。

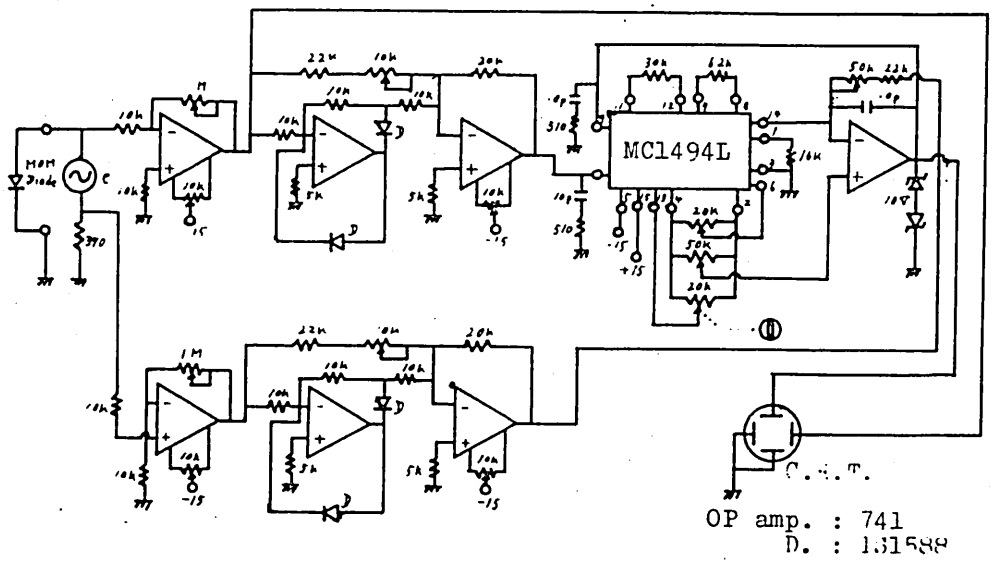
本装置の中心はアナログ割算器であり、ここでは四象限掛算器ICのMC1494Lを図7のように演算増幅器の帰還回路に入れることにより、2象限の割算器を実現している[5]。回路の性質上、除数側の入力は負にできないので、Dと示した絶対値回路を両方の入力に挿入してある。A_1, A_2はスケールファクタを定めるために挿入した前置増幅器で、A_1の出力はダイオード電圧に比例するため、これでオシロスコープのX軸を駆動している。



[図7] 電圧-抵抗直視装置.(ブロック図)

本装置では測定のために、ダイオードに80mV, 60Hzの交流を印加してある。このため、印加電圧が0Vのとき回路は0÷0の演算をすることになるが、ここでは回路的な手法により、(定数)÷(定数)

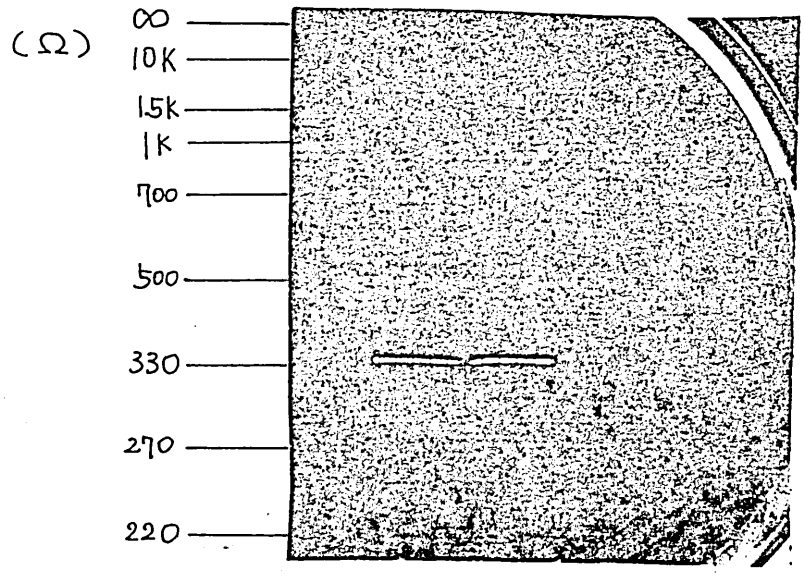
の演算が行なわれるように調整して用いている。以上述べて来たことを考慮した回路図を図8に示す。



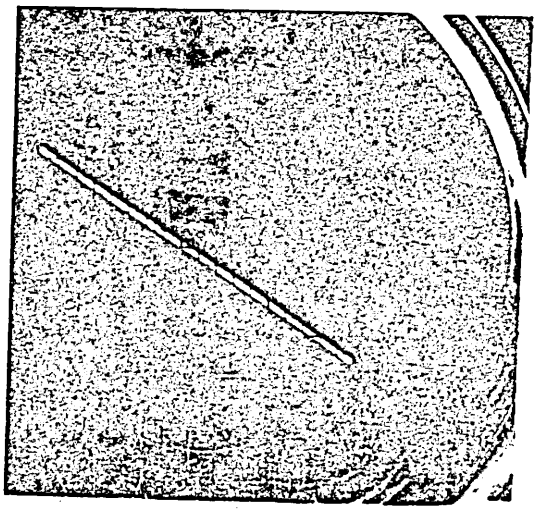
〔図8〕電圧-抵抗特性直視装置

この装置を用いて330Ωの炭素被膜抵抗の電圧-抵抗特性を測定したものが図9である。抵抗値は電圧が変化しても一定であることがよくわかる。また、この図には抵抗値を示すスケールが示してあるが、以後に示す電圧-抵抗特性は、全て同一のスケールとなっている。図10はMOMダイオードのI-V特性をリサージュ図形として表わしたものである。この図では若干の非直線性があるが、非常に注意深く見ないと良くわからない。同じものを本装置により測定したものが図11である。

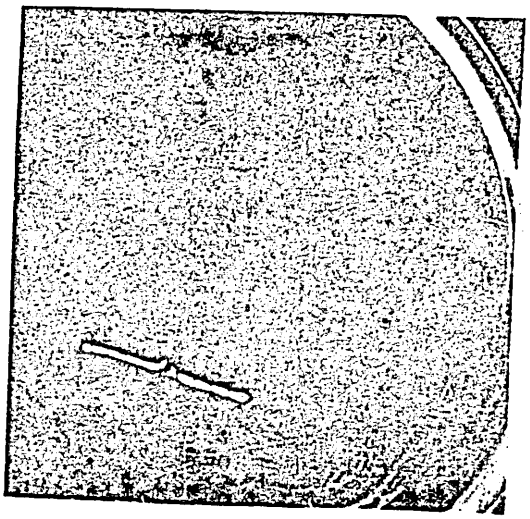
図10ではよくわからなかった非直線性が明確に表われていることがわかる。



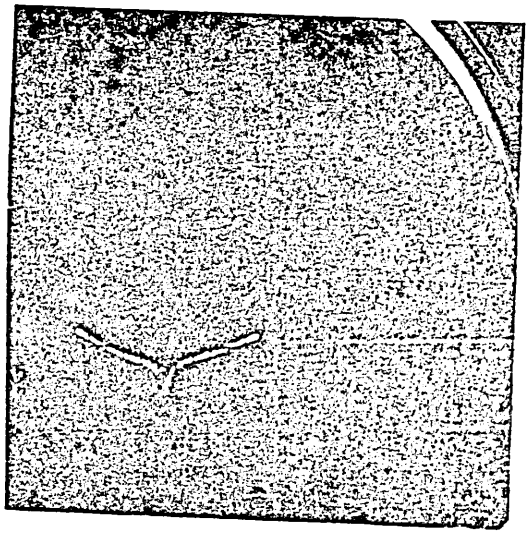
〔図9〕 330Ω 炭素被膜抵抗



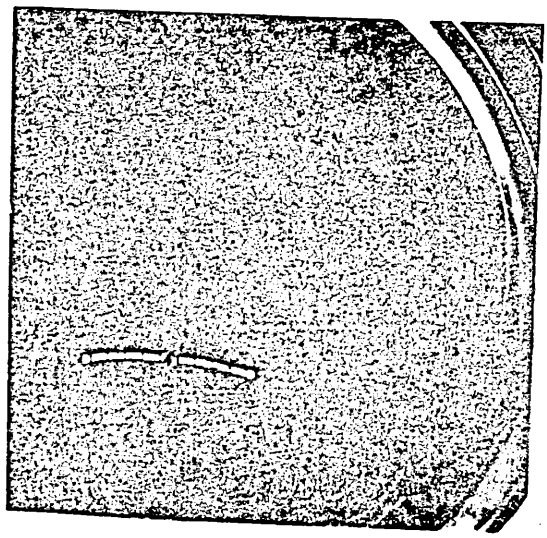
〔図10〕 I-V 特性



〔図11〕電圧:抵抗特性



〔図12〕 MOMダイオード
電圧-抵抗特性



〔図13〕 MOMダイオード
電圧抵抗特性

図11，図12 図13は本装置を用いてMOMダイオードの特性を 接触状態を変えて測定したものである。 かなり異なった特性を示しているが，どれも同一のダイオードが示した特性である。 このように少しの接触圧の変化や振動ですぐに状態が変化し，非常に不安定であるが，何回か実験を繰り返した結果，図13のような特性を示すダイオードは検波出力が大きく得られる傾向が強い。また，この特性は1章に述べたトンネル理論による特性と定性的に一致している。

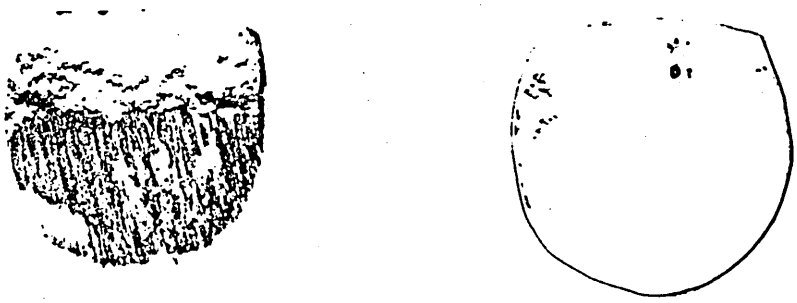
このように，本装置を用いることにより，ダイオードのI-V特性の非直線性を瞬時にして知ることができるようになり，従来は経験等に左右されることの多かったダイオードの調節を かなり定量的に行うことが可能となり，また ダイオードの静特性を詳細に知ることができるようになった。

第4章　WO_3の蒸着

酸化物絶縁層はNiOであると考えられている従来のW-Niダイオードは、3章に述べたように図13のような電圧-抵抗特性を示す時に検波出力が大きく得られる。しかし、このダイオードは非常に不安定で、接触状況が少し変化しても図11や図12のような異なった特性を示す。そこで図13のような特性を安定に示す材質、あるいはポスト面の処理方法等について、先の直視装置を用いて検討した結果、WO_3をポスト面に蒸着すれば非直線性の大きな特性が比較的安定に得られることが確認されたので、本章ではそれらについて述べる。

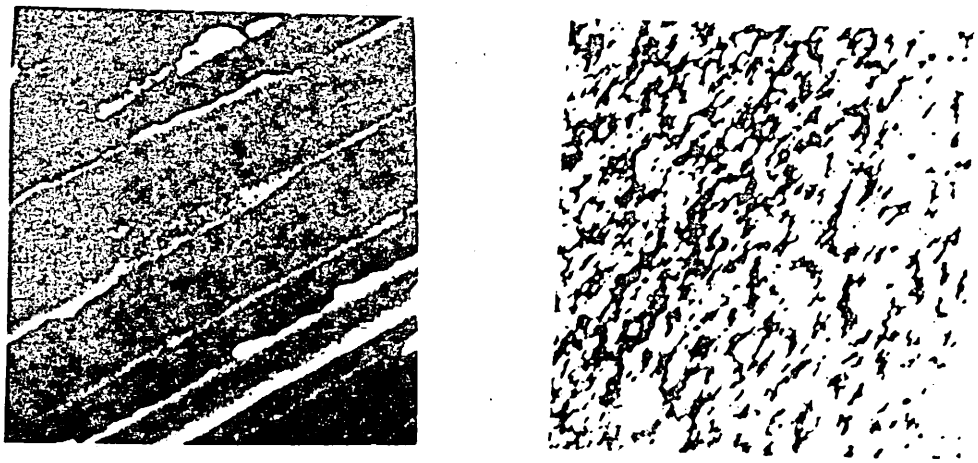
1.　WO_3の蒸着方法

Niポストに不要なWウィスカを適当な圧力で接触し、これに直流3V程度を加えると、ウィスカが瞬時に燃焼し、この時に生じたWO_3がポスト面に蒸着されWO_3薄層を形成する。図14-aが切断直後のポスト面、図14-bはWO_3を蒸着したポスト面をそれぞれ示している。また図15-aと図15-bは、図14-a, bをそれぞれ電子顕微鏡で拡大したものである。倍率は実際のポストに対して2500倍となっている。また、この方法では接触圧が、WO_3の蒸着状況に大きく影響するので、電圧やウィスカの寸法等と共に適切な値を設定する必要がある。また生成物がWO_3であることを以下の考察により確認した。



(a)　　(b)

[図14] WO_3 の蒸着とポスト面



(a)　　(b)

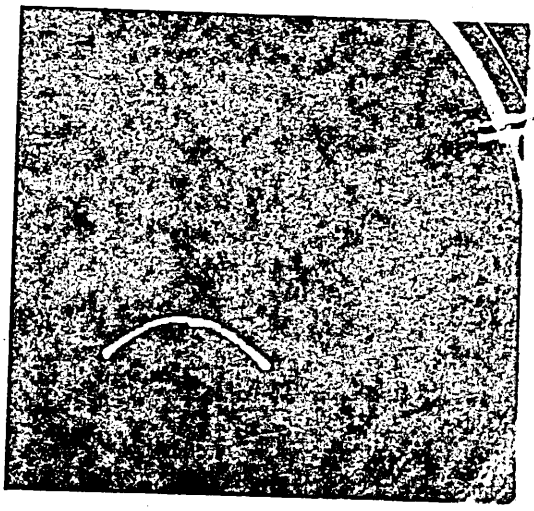
[図15] ポスト面拡大図(2500倍)

Wは Ⅵa 族の元素で酸化物には WO, W_2O_3, WO_2, WO_3 等が存在するが、安定なものは4価の WO_2 と6価の WO_3 である。 WO_2 は常温で安定な化合物であるが、熱すると WO_3 になる性質を持っている。上述の方法によると、Wが燃焼するのでガスカは3400℃以上になっており、生成物はほとんど WO_3

であると考えられる。また、WO_3の色相は黄色，他の酸化物のそれはとれも青色であり，実験で得た蒸着層の色が黄色であることからも，生成物をWO_3と断定することができる。

2. 安定度の向上

3章で述べた装置により，WO_3を蒸着したポストを用いたダイオードの特性を測定したものが図16である。これは図15とよく似ているが，非直線性はより大きくなっている。検波出力については後述するが，大きくなっていることが確認された。また、WO_3を蒸着することにより，この特性が容易に得られ、しかも長時間保つ事ができるようになった。この原因については明らかでないが，WO_3を蒸着したことにより，ポスト表面の酸化物絶縁層に何らかの変化が起こり，同じ特性を得るのに必要な接触圧が少し高くなったためと考えられる。この時，ポストに蒸着したWO_3は粉末状の物質であるから，ウィスカの寸法から考えてこの物質が安定性向上に直接関与しているとは思えない。むしろ蒸着時Wは3400℃以上になるのであるから，かなり高温の物質がポスト面

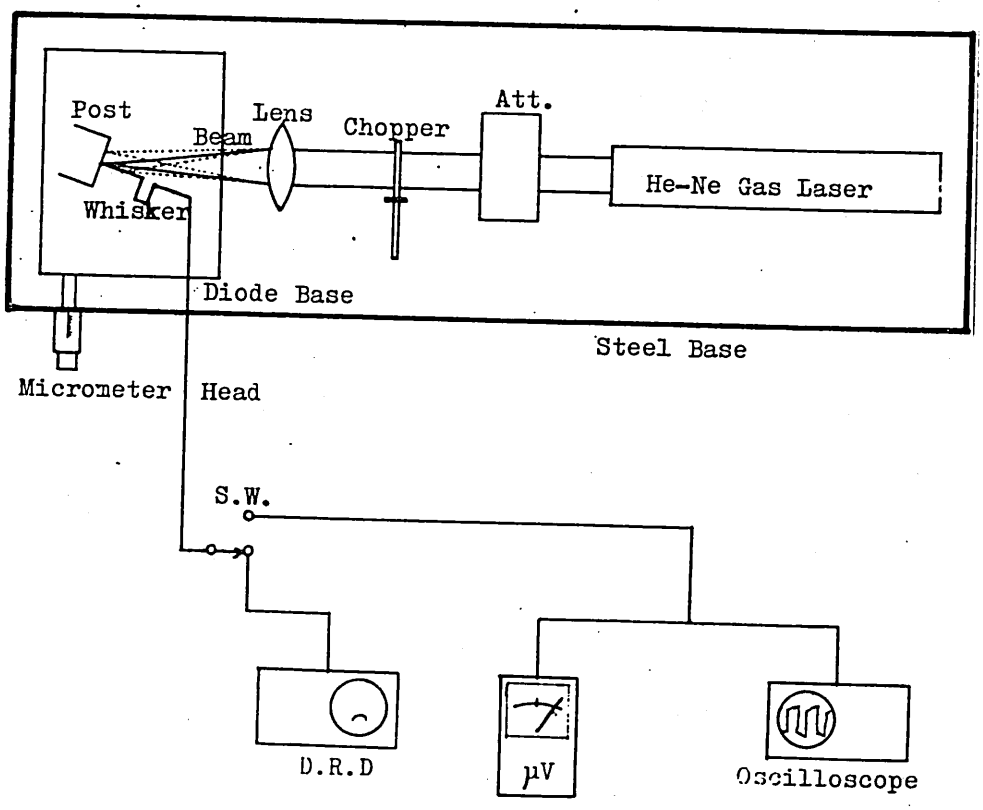


[図16] WO_3を蒸着したMOMダイオード

に付着するので、WO_3 と NiO が作用して性質の異なる物質を形成するためであると考えられる。

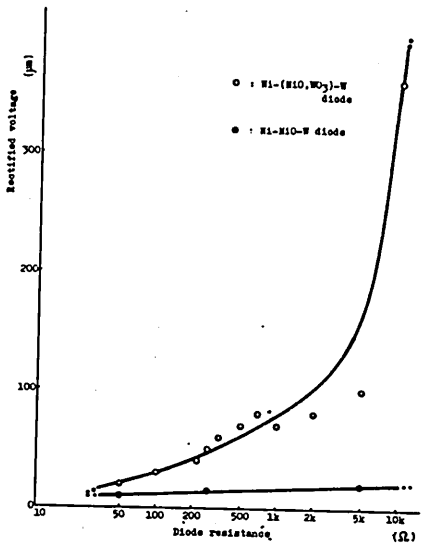
3. 検波出力の増加

図17に示すように、He-Neレーザ、レンズ等を配置し、電圧-抵抗特性直視装置でダイオードの接触を調節した後、レーザ光の焦点を応答速度の最も速くなるところに当てる。この状態でダイオードの抵抗を変化させ、ダイオード抵抗-出力特性を測定する。図18はその結果を示している。



〔図17〕ダイオード抵抗-出力特性測定系

WO_3を蒸着したものとしないものとでは明らかに異なる特性を示しており、前者が常に高い出力を得ている。この原因はWO_3を蒸着することにより、同一のダイオード抵抗のダイオードであっても障壁の厚さが大きくなるため、1章で述べたように非直線が大きくなるからであると考えることができる。



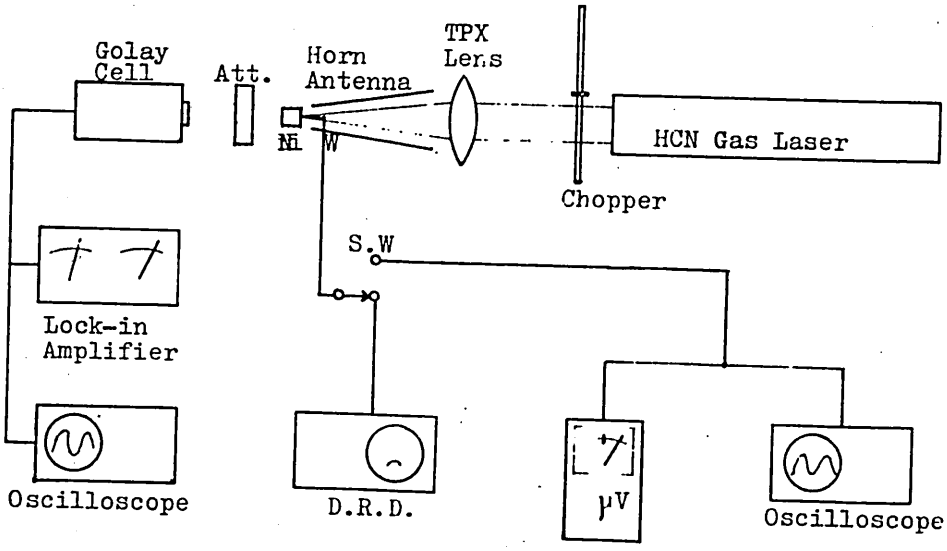
[図18] ダイオード抵抗－出力特性

また、NiOやWO_3は化合物半導体であるため、ショットキー・バリヤダイオードとして働いていると考えることもできるが、ショットキー・バリヤダイオードのI-V特性は正負の非対称性が大きく、図16に示した特性とは異質のものである。

検波出力の増加の程度は、ダイオードが不安定な物であるから明確に求めることはできないが、多数回の実験を行なった結果、2倍から10倍程度で4～5倍のものがよく得られた。

また、図19のような構成でCW HCNレーザ光を検波する実験も行なった。ダイオードベースの構造等に問題があるため、WO_3を蒸着しないダイオードでは機械的安定度が悪く、出力も小さいので出力を確認していないが、WO_3を蒸着することに

より．最高出力電圧0.14mVを得ることができ．WO_3の蒸着はサブミリ波帯でも有効であることがわかった。



〔図19〕 HCNレーザによる実験系

結言

ダイオードの静特性を測定する電圧-抵抗特性直視装置を設計試作し，これがMOMダイオードの調節に非常に有効であり，しかも不安定なダイオードの特性を詳細に把握するのにも効果的であることを示した。さらに本装置を用いて，WO_3をNiポスト面に蒸着すれば，ダイオードの安定度が向上し，感度もよくなることを明らかにした。今後は蒸着物の性質を明らかにし，ダイオードの検波機構と共に，更に詳しい解析を行なって行く予定である。

参考文献

(1) L.O.Hocker, D.R.Sokoloff, V.Daneu, A.Szoke, and A.Javan, "Frequency mixing in the infrared and far-infrared using a metal-to-metal point contact diode," Appl.Phys.Lett., vol.12, pp.401-402, June 1968.

(2) J.G.Simmons, "Eiectric tunnel effect between dissimiiar electrodes separated by a thin insulating film," J.Appl.Phys.34, 2581 (1963).

(3) 長島 由幸「W-Ni点接触ダイオードの特性」
電子通信学会 光量エレ研資料 OQE-75-3

(4) 堀内.小森.村井.「M-O-M ダイオードを用いたH₂COレーザパルスの検出」
輻射科学研究会資料 S.52.5.13

(5) Semiconductor data library, LINEAR I/C's MOTOROLA (1976) p.8-70.

輻射科学研究会資料

TE CO_2 レーザ励起赤外、遠赤外域 NH_3 レーザ

山林直之，吉田多見夫
宮崎和彦，藤澤和男
（大阪大学 基礎工学部）

昭和53年4月28日

§1 まえがき

赤外域および遠赤外域でのレーザ発振装置は，これまでに数多く開発されている。これらの中でも最も一般的なものは，放電励起による分子ガスレーザであり，遠赤外域においては特に HCN や H_2O レーザが開発研究されてきた。しかし，放電励起法は分子を選択的に励起することが困難なため，高効率を得にくいという欠点を持っている上に，レーザ媒質である分子にかなりの擾乱を与え，時には解離を引き起こすというような悪影響があることなどから，長時間にわたって発振を持続させるためには，ガスを流すことによって常に新鮮なガスがレーザ管内に導入されるようにしたり，あるいは装置全体を冷却しなければならないなど，系全体が複雑化する傾向にあった。

これに対し，光励起分子ガスレーザは，分子ガスの吸収線と励起線の波長が一致しなければならないという難しさはあるが，選択的な励起が可能であるため，比較的簡単な装置で 高効率 高出力 が得られる可能性があるという特徴を持っている。特に，多くの分子が 9～10μm 帯にかなり強い振動吸収帯を持っていることから，最近ではこの領域で 高効率 高出力 の得られる CO_2 レーザを励起光源に用いた分子ガスレーザの研究開発が盛んに行なわれるようになった。

光励起による遠赤外域分子ガスレーザは，最初 Chang と Bridges によって報告された。[1] レーザ媒質には CH_3F を，また励起光源に

はQ-スイッチ，出力2KWのCO_2レーザを用いたものであったが，その後Changら[2]はCW動作にも成功した。

光励起NH_3レーザの場合，回転準位間遷移による遠赤外域レーザ発振が，現在までに30本余り報告されており[3~6]，また，振動回転準位間遷移による赤外域レーザ発振は，1976年にChangら[7]がはじめてCO_2レーザ励起による12.812μm光の発振に成功して以来，他波長の発振や[8~10]高出力[11]高効率[12]化の報告がなされている。また，応用分野はかなり広範囲にわたり，12μm，16μm光によるUF_6の同位体分離や，遠赤外光による核融合プラズマの計測等が特に注目されているが，一方では，赤外域レーザ発振光をスピンフリップラマン（SFR）レーザの励起光源に用いようとする試みもなされている。事実，Patelら[13]は，すでに12.81μm光励起InSb SFRレーザを実現し，13.9μmから16.8μm（磁界30kG～105kG）までの同調に成功して，UF_6の分光を行ない，同位体分離用レーザとしての可能性をも示した。

一方，光励起分子ガスレーザの欠点は，上にも述べたように，分子の吸収線と励起線の波長とが一致しなければならないということであった。これまでのような，CO_2レーザやN_2Oレーザを励起光源として用いる場合，Stark効果等を用いることにより狭い範囲での同調は可能であるが十分とは言えない。そこで，同調可能なSFRレーザを用いれば，上記の欠点を克服して，広範囲の色々な遷移を利用でき，得られる発振線の数を飛躍的に増大させることが可能となる。

今回，我々はCO_2レーザ励起NH_3レーザの試作を行い，赤外域の12μm付近において計6本，また，遠赤外域 特に26μm～280μmにおいて，今回の研究で初めて観測されたと思われる8本の発振線を含め，計24本のレーザ発振を得ることに成功した。また，遠赤外域レーザについては，遷移に関与するエネルギー準位とレーザ発振の得られたNH_3ガス圧力の領域との関係について考察を行ない，赤外域レーザについては，試作したレーザ装置の各パラメータを種種変化させることによって最適設計への基礎的な知見を得たので，ここに報告する。

§2 実験装置および方法

2-1 光励起遠赤外域 NH_3 レーザ

製作した NH_3 レーザの構造を，図1に示す。レーザ管には銅管を用い（図中斜線部分），内径18mm，共振器長1mのものを用いた。内部鏡形式の共振器は，励起 CO_2 レーザ光を導入するために中心に2mmφの結合孔を有する平面鏡（ステンレス基板，金蒸着）と，出力を取り出すための3mmφの結合孔を有する曲率半径10mの凹面鏡（BK-7基板，金蒸着）とから構成されている。

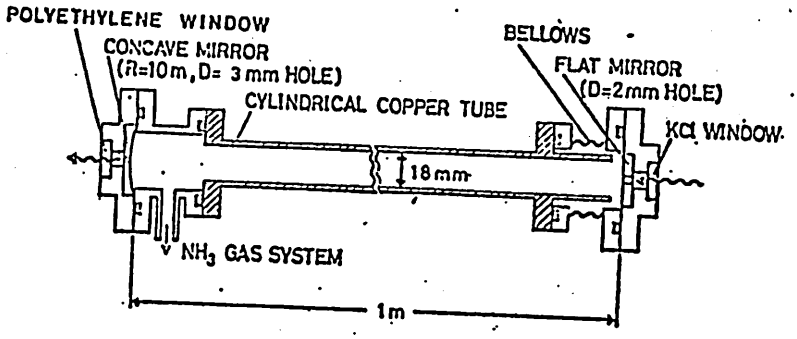


図1　光励起 NH_3 レーザの構造

図2には実験装置の配置を示す。NH_3 ガスの励起には，TE CO_2 レーザを用いた。その共振器は6πe鏡と回折格子によって構成され，回折格子を回転することによって，9μm帯，10μm帯を合わせて約40本の単一波発振線が得られる。出力は各発振線によって異なるが，約200～400KW，パルス幅は約0.5μs以下で，繰り返しは5Hzで動作させた。

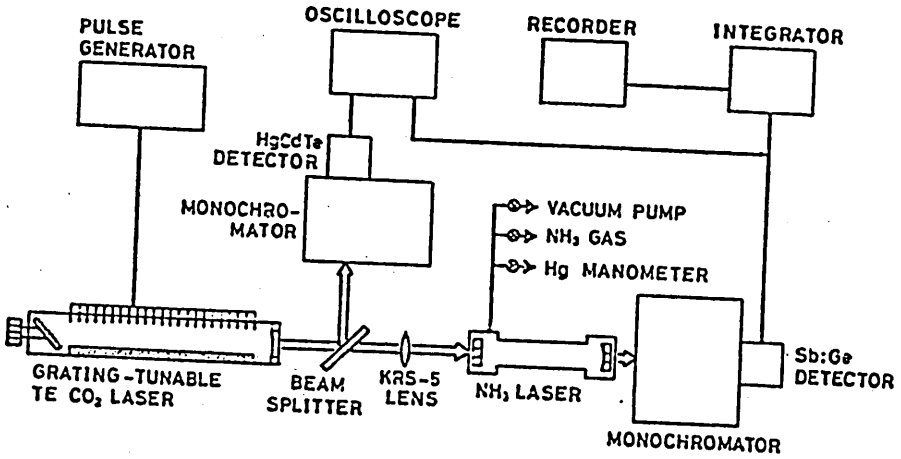


図2. 実験装置の配置

CO_2レーザ光は，ビームスプリッターによって，励起光波長をモニターするための回折格子分光器へ導かれ，HgCdTe 検出器によって検出される。一方，励起光は焦点距離 20cm の KRS-5 のレンズで集光され，NH_3レーザ前部の KCl の窓を通して，レーザ管内へ導入される。レーザ管は，ロータリー真空ポンプ，NH_3ガスボンベ，水銀圧力計に直接つながっており，管内の圧力を任意に変え得るようになっている。レーザ発振光は，ポリエチレンの窓を通って一度外部に出た後，回折格子分光器（日立 FIS-21型，$f=65$cm，波長帯域 20μm～1mm）へと導かれ，液体ヘリウムで冷却した，Ge:Sb 検出器によって検出される。この検出器は，120μm 付近で最高感度を示し[4]，実用検出可能範囲はほぼ 50μm～180μm である。なお，励起CO_2レーザ光の強度を変えるためには，光路にポリエチレンの板を挿入した。

2-2 光励起赤外域 NH_3 レーザ

光励起 NH_3 レーザの構造および装置の配置は，ほぼ図1，図2と同じであるので，異なっている部分についてのみ以下に述べる。

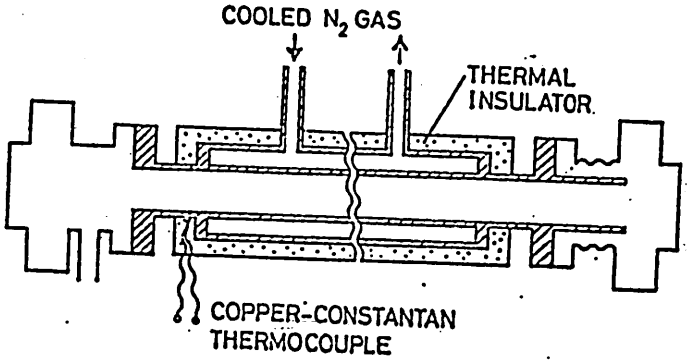


図3. 管壁冷却のための NH_3 レーザの構造

レーザ管は，内径 6mm，10mm，18mm，長さ 0.5m，1m の計6種類を用いた。出力を取り出すための凹面鏡の絞り孔は，特にことわらない限り，1.5mmφ のものを用い，窓にはポリエチレンに代えて KRS-5 を用いた。また，レーザ管壁の温度を変えるために，図3のようなレーザ管を製作した。温度測定には，レーザ管につけた銅・コンスタンタン熱電対を用いた。

§3 実験結果および検討

3-1 CO_2レーザ光の吸収

NH_3レーザの実験の前に，まず，CO_2レーザからのどの発振線がNH_3に吸収されやすく，励起に適当であるかを調べた。用いたガスセルは，両端にKRS-5の窓をつけた長さ55cmのものである。

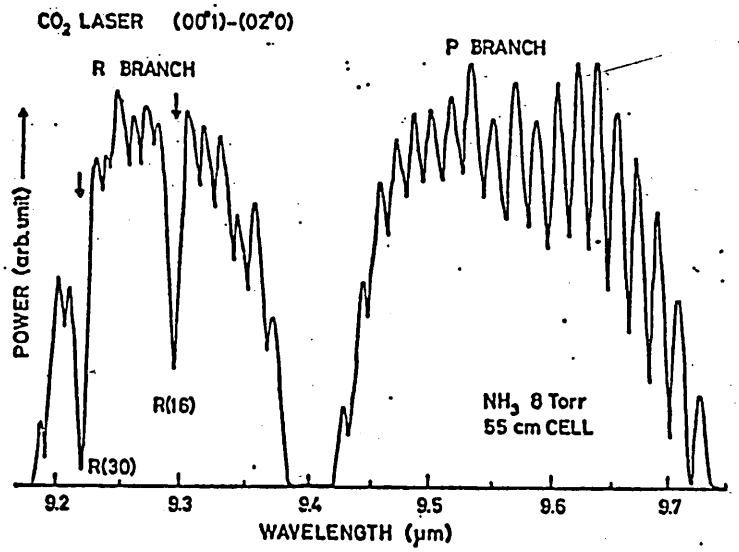


図4．NH_3によるCO_2レーザ光（9μm帯）の吸収

図4はセル内にNH_3を8 Torr入れ，CO_2レーザの回折格子を回転し，セル内を透過して来たレーザ光強度を示したものである。同様の実験を10μm帯についても行ない，励起に適当なCO_2レーザ線を確かめた。

一方，図4に示した実験では，回折格子の角度によっては2本の

線が同時に発振しているため，詳しい吸収の様子が明確でなり。そこで，セルの後に分光器を配置し，単一発振線が得られるようにCO₂レーザを調整した後，吸収の強かった数本の線について詳しい測定を行なった。この結果を図5に示す。なお，これらの線はすべて遠赤外光の発振に成功したものである。

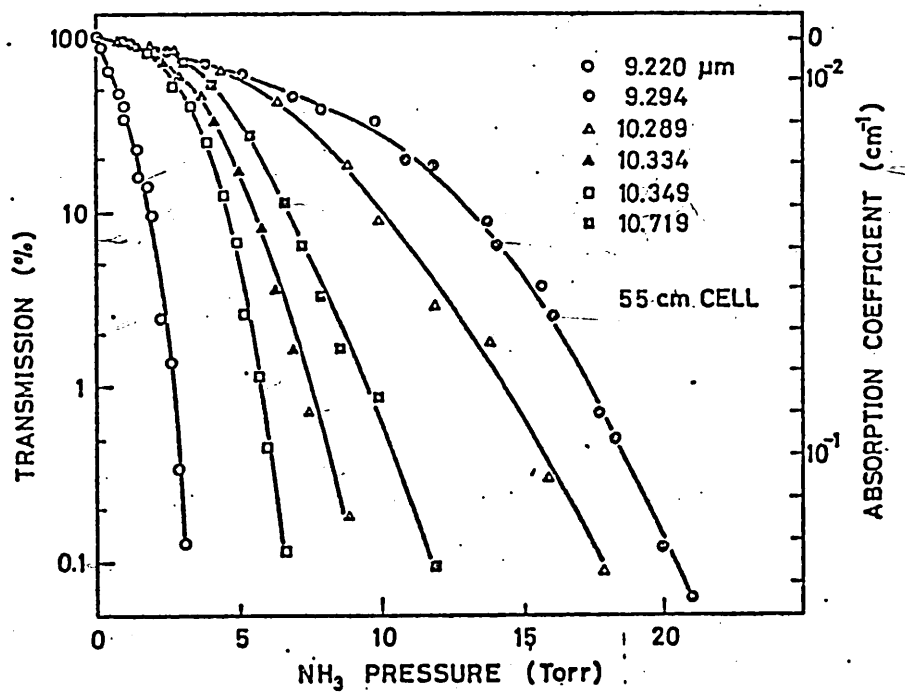


図5　CO_2レーザ光の吸収の圧力依存性.

表I-1 観測した遠赤外域 NH_3 レーザ線と励起 CO_2 レーザ線 (9μm帯)

PUMP		NH₃ LASER EMISSION			
CO_2 LASER (μm)	NH_3 ABSORPTION TRANSITION	λ (μm)	P:optimum (Torr)	TRANSITION	
9: R(30) 9.220	sG- aν_2: R(5,0)	67.19	0.7	ν_2: a(6,0)-s(5,0)	
		147.2	0.5	ν_2: s(5,0)-a(4,0)	
		88.85	0.5	ν_2: a(4,0)-s(3,0)	
		83.79	0.3	G: a(6,0)-s(5,0)	
9: R(16) 9.294	aG- sν_2: R(6,0)	90.43	4	ν_2: s(7,0)-a(6,0)	
		67.19	2	ν_2: a(6,0)-s(5,0)	★
		147.2	2	ν_2: s(5,0)-a(4,0)	★
		63.25	3	G: a(8,0)-s(7,0)	★
		72.76	0.6	G: s(7,0)-a(6,0)	★
9: R(10) 9.329	aG- sν_2: R(6,0)	89.68	9	ν_2: s(7,0)-a(6,0)	★$^{15}NH_3$
9: P(24) 9.586	sν_2-a2ν_2: R(4,3)	64.67	6	2ν_2: a(5,3)-s(6,3)	
		36.17	7	2ν_2: a(5,3)-s(5,3)	
		26.45	8	2ν_2: a(5,3)-s(4,3)	★

表I-2 観測した遠赤外域 NH_3 レーザ線と励起 CO_2 レーザ線 (10μm帯)

PUMP		NH₃ LASER EMISSION			
CO_2 LASER (μm)	NH_3 ABSORPTION TRANSITION	λ (μm)	P:optimum (Torr)	TRANSITION	
10: R(14) 10.289	aG- sν_2: R(1,1)	255.6	2.5	G: s(2,1)-a(1,1)	
10: R(8) 10.334	sG- aν_2: Q(2,2)	281.0	2	ν_2: a(2,2)-s(2,2)	
10: R(6) 10.349	sG- aν_2: Q(5,4)	74.13	0.8	ν: a(5,4)-s(4,4)	
		83.60	1	G: a(6,4)-s(5,4)	★
10: R(4) 10.365	sG- aν_2: Q(7,5)	57.97	3	ν_2: a(7,5)-s(6,5)	
		119.0	0.9	ν_2: s(6,5)-a(5,5)	
10: P(6) 10.458	sG- aν_2: Q(13,13)				
10: P(12) 10.513	sν_2-a2ν_2: Q(7,7)	34.24	6	2ν_2: a(7,7)-s(7,7)	
10: P(20) 10.591	sν_2-a2ν_2: Q(4,2)	56.86	3	2ν_2: a(4,2)-s(5,2)	
		36.02	5	2ν_2: a(4,2)-s(4,2)	★
		27.85	9	2ν_2: a(4,2)-s(3,2)	★
10: P(32) 10.719	aG- sν_2: Q(5,3)	151.5	2.5	ν_2: s(5,3)-a(4,3)	
		84.64	1	G: s(6,3)-a(5,3)	★

3-2 遠赤外域レーザ

表I-1, I-2に，観測した遠赤外域レーザ発振線の波長と励起に用いたCO₂レーザ光の発振線を示す。また本研究で試作したレーザ装置において，最大出力の得られるNH₃ガスの圧力（最適圧力）も合わせて示す。発振線は合計26本，24種類を得，星印（☆）を付けたものは本研究で初めて観測されたと考えられるものである。10.46μm光で励起した場合の発振線の空欄はGullborgらの報告[15]から，波長216.4μm，遷移は ν_2; a(13,13)→s(13,13)であると思われるが，発振光強度があまり強くなく，その上，検出器の感度が悪い領域であるため，詳しい波長測定ができなかったものである。

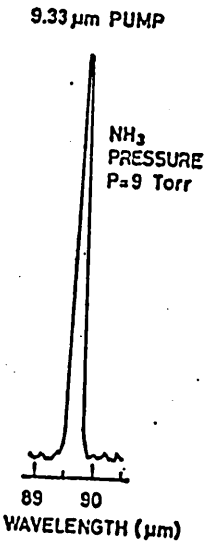


図6. 9.33μm光励起の場合の発振スペクトル

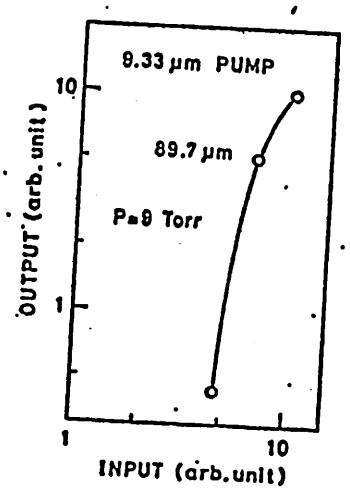


図7. 9.33μm光励起の場合の発振光出力の励起光強度依存性

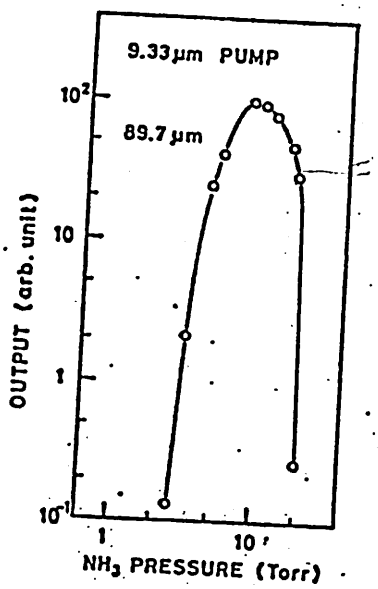


図8. 9.33μm光励起の場合の発振光出力のNH₃ガス圧力依存性

図6.7.8に 9.33μm光で励起した場合に得られた9.68μm発振光のスペクトル，励起光強度と出力との関係，NH_3ガス圧力に対する出力の変化をそれぞれ示す。吸収分光の結果[16~17]を用いて計算を行なった結果，この発振は$^{15}NH_3$からの放射によるものであると考えるのが妥当と思われる。天然にはそれぞれ^{14}N；99.6337％，^{15}N；0.3663％程度の存在比[20]であるため，本実験で用いたNH_3ガスもほぼ同程度の混合比であると思われるが，詳しい分析はまだ行なっていない。今後高純度の$^{15}NH_3$ガスを用いて実験を行なうべく準備中である。

図9に9.22μm光で励起した場合に得られた発振線の内の3本のスペクトルを示す。励起光強度は一定であるが，NH_3ガス圧力を変化させることによって，各発振線の強度がそれぞれ変化していることもわかる。

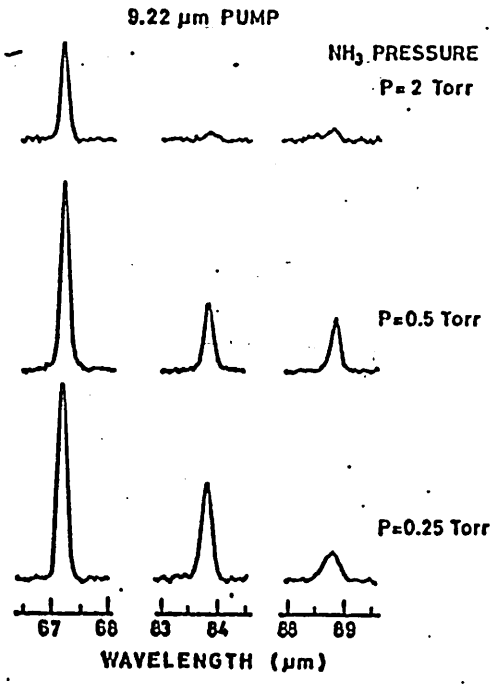


図9. 9.22μm光で励起した場合の各発振線のスペクトル

NH_3ガスが励起光を吸収する場合の遷移は，大別して2種存在している。一方は基底振動準位から1次励起振動準位に遷移するもの（$G \rightarrow \nu_2$）であり，他方はν_2 ($n=1$) からν_2 ($n=2$)，

(nは振動の量子数)への遷移($\nu_2 \rightarrow 2\nu_2$)である。$G \rightarrow \nu_2$の遷移に較べ、$\nu_2 \rightarrow 2\nu_2$の遷移の場合はNH_3ガスの最適圧力が少し高めになる傾向が見られる。それぞれの例を、図10、11に示す。出力はNH_3ガス圧力の増加に伴なってしだいに増加して行くが、ある圧力以上に

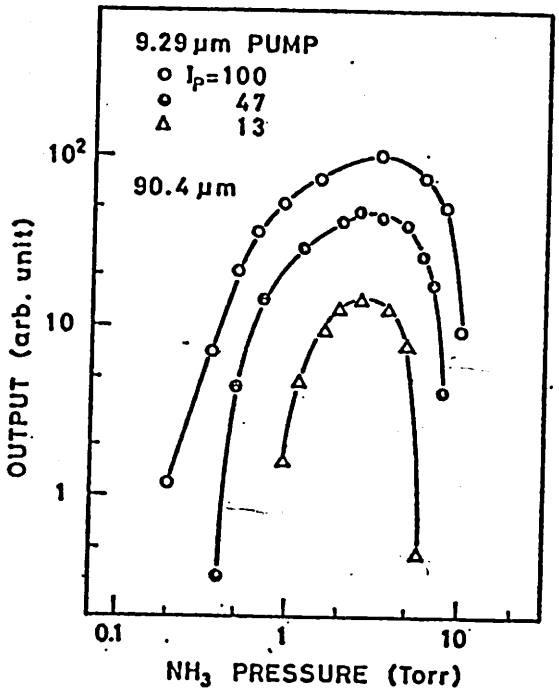


図10 9.294μm光励起 10.43μm発振光出力のNH_3ガス圧力依存性並びに励起光強度依存性 [吸収遷移は $aG \rightarrow s\nu_2$; R(6,0)]

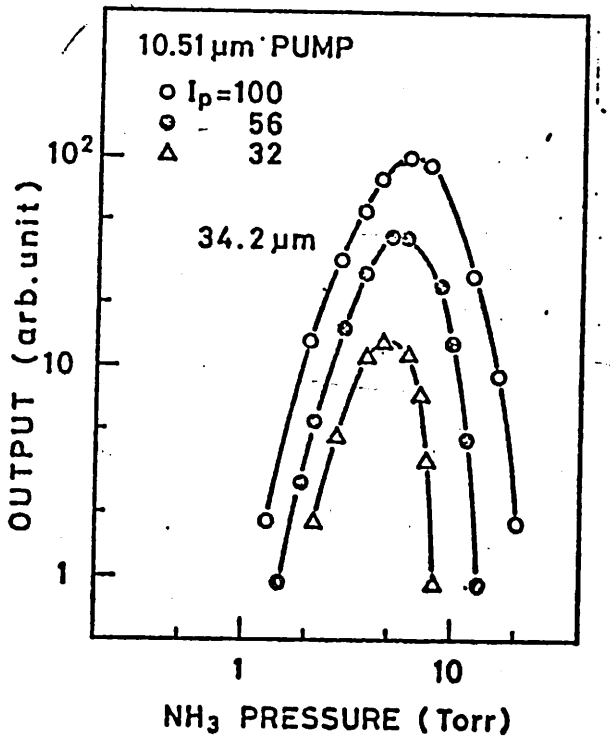


図11 10.51μm光励起 34.24μm発振光出力のNH_3ガス圧力依存性並びに励起光強度依存性 [吸収遷移は $s\nu_2 \rightarrow a2\nu_2$; Q(4,2)]

なると急激に減少している。これは，低圧力では利得は圧力と共に増大するが，高圧力では分子相互間の衝突によって回転準位間の飽和が避められ．飽和光強度が増大するため．管全体にわたって一様な励起が困難になることなどの為とされている。[21] また，励起光強度が減少するのに伴なって，最適圧力が僅かではあるが低圧側に移行する傾向が見られる。[22] このこともまた，上の説明によって理解できる現象である。

図12に 9.220μm，9.294μm光で励起した場合のレーザ発振に関与する NH_3 のエネルギー準位を示す。遠赤外域レーザ発振に対応する遷移を太線で示し．同時に観測された赤外域レーザに対応する遷移を細線で示す。この図からもわかるように，67.2μm発振光と147.2μm

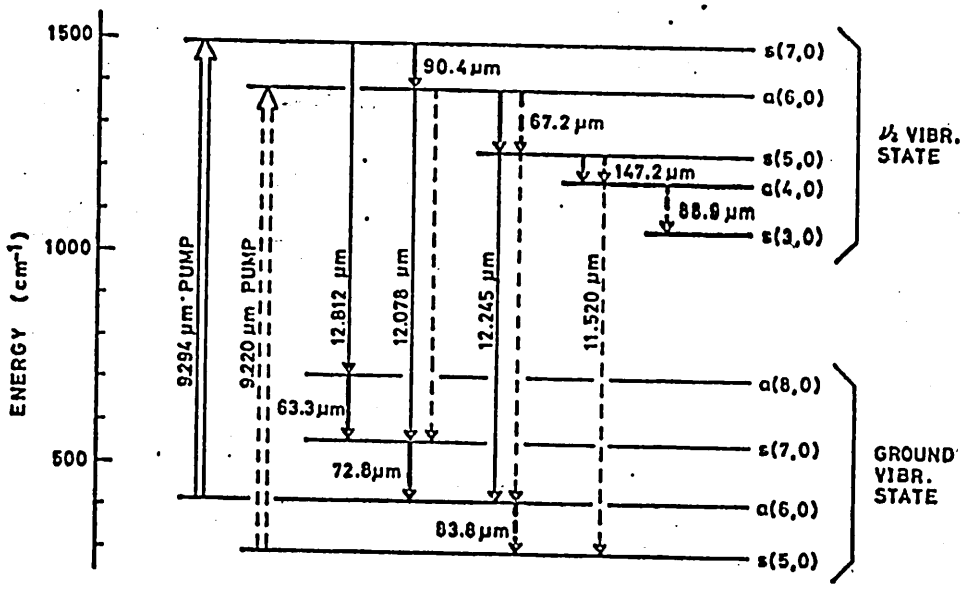


図12　9.220μm，9.294μm光励起の場合のレーザ発振に関与する NH_3 のエネルギー準位（9.220μm光の場合を破線で，9.294μm光の場合を実線で示した。）

発振光は，双方の励起線の場合に観測されている．また，それぞれの振動準位において，回転準位間の遷移によって遠赤外光が発振している機構がよくわかる．

NH_3が励起光を吸収する場合の遷移の機構によって，最適圧力が変化することはすでに述べたが，一方，発振に関与するエネルギー準位および放射遷移の機構によっても最適圧力は顕著な違いをおよぼしている．以下，その典型的な三つの場合について述べる．

1) 図13に10.37μm光で励起した場合の58.0μm，119.0μm発振光出力のNH_3ガス圧力依存性を示す．119.0μm光が発振している圧力範囲は，58.0μm光の場合に較べてやや低圧の領域に偏っている．v_2; a(7.5)準位に励起された分子は58.0μm光の放射を伴なってv_2; s(6.5)準位へ遷移し，続いて119.0μm光を伴なって，v_2: a(5.5)準位へと遷移する．しかし，v_2; s(7.5)準位へ遷移する可能性も持っている上に，v_2 a(7.5), s(6.5)準位に存在する分子は衝突による回転準位間の緩和によって近接した他の準位へも遷移する．すなわち，119.0μm光の発振はかなり効率のよい励起を行なった場合にのみ観測されることになる．

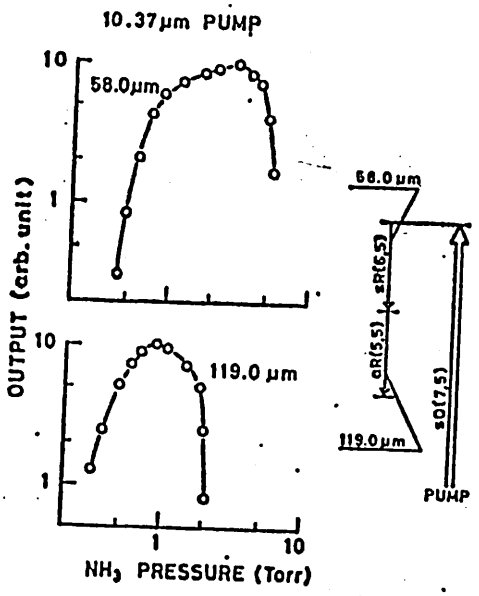


図13. 10.37μm光励起，遠赤外域レーザ発振出力のNH_3ガス圧力依存性．

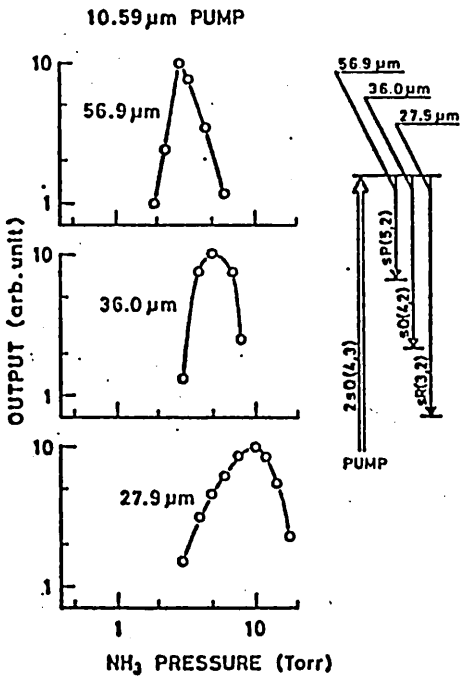


図14. 10.59μm光励起遠赤外域レーザ発振光出力のNH3ガス圧力依存性.

示す。151.5μm光がν2振動準位での回転準位間遷移であるのに対し，84.6μm光は基底振動準位での遷移である。分子がボルツマン分布に従っているとすると，それぞれの準位の分布量はG; a(5.3)準位と100として次のようになる。

ν2; s(5.3)…~1.1, a(4.3)…~1.6 [ただし室温(300°K)において]
G; s(6.3)…~57, a(5.3)…100

2) 図14に10.59μm光で励起した場合の56.9μm, 36.0μm, 27.9μm発振光強度のNH3ガス圧力依存性を示す。波長が短くなるに従って発振圧力範囲は高圧側へ移行している。2ν2; a(4.3)準位に励起された分子は，同時に3つの異なる準位へと遷移する。

3) 図15に10.72μm光で励起した場合の151.5μm, 84.6μm発振光強度のNH3ガス圧力依存性を

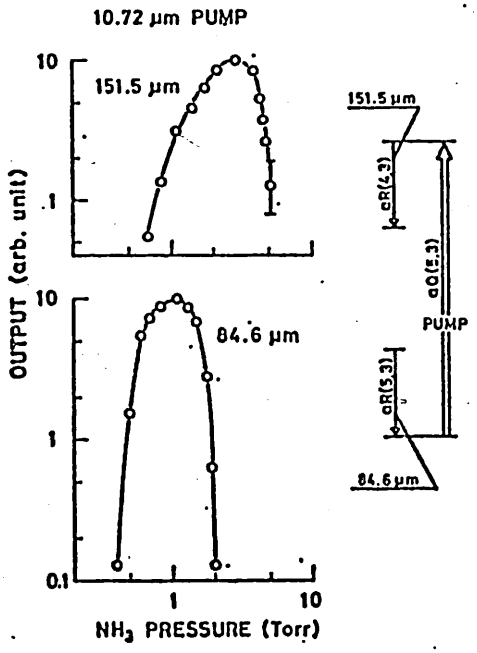


図15. 10.72μm光励起遠赤外域発振光出力のNH3ガス圧力依存性.

このことから ν_3; s(5,3)準位と ν_2; a(4,3)準位の間に反転分布を起こさせることは比較的容易であるが，G; s(6,3)．a(5,3)準位の間に反転分布を得るには．かなり効率的な励起が必要であることがわかる。

3-3 赤外域レーザ

赤外域NH_3レーザに関する詳しい報告は以前に行なったので，[23] ここではその概要のみを示す。

表II 観測した赤外域NH_3レーザ線と励起CO_2レーザ線

NH_3 laser emission				Pumping			
Observed[a]		Transition[b]		CO_2 laser line[c]		NH_3 absorption[d]	
λ_e(μm)	ν_e(cm^{-1})	(ν_2-G)	ν_t(cm^{-1})		ν_p(cm^{-1})	Transition (G-ν_2)	ν_a(cm^{-1})
12.078 S	827.95	aP(7,0)	827.84	9 R(30)	1084.635	aR(5,0)	1084.628
12.245 W	816.66	aP(6,0)	816.66				
11.520 W	868.06	aP(5,0)	867.93				
12.812 S	780.52	aP(8,0)	780.57	9 R(16)	1075.988	aR(6,0)	1076.028
12.078 M	827.95	aP(7,0)	827.84				
12.245 M	816.66	aP(6,0)	816.66				
11.459 M	872.68	aP(3,1)	872.56	10 R(14)	971.931	aR(1,1)	971.881
12.280 M	814.33	aP(6,3)	814.25	10 P(32)	932.961	aQ(5,3)	932.992

S:strong line, M:medium line, W:weak line

a) The accuracy of the wavelengths was about 0.002 μm.

b) from ref.(16). c) from ref.(24) d) from refs.(9) and (25)

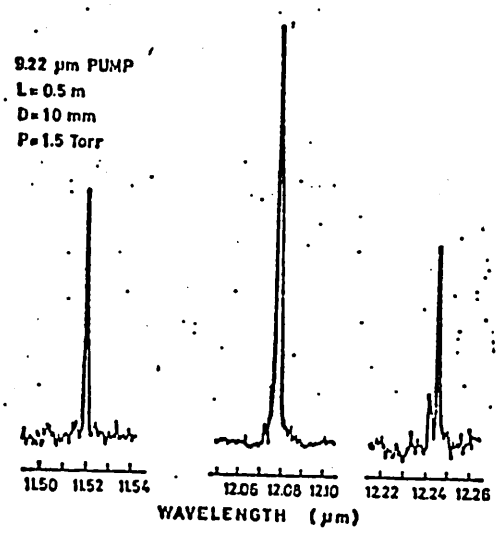


図16. 9.220μm光励起の場合の各発振線スペクトル

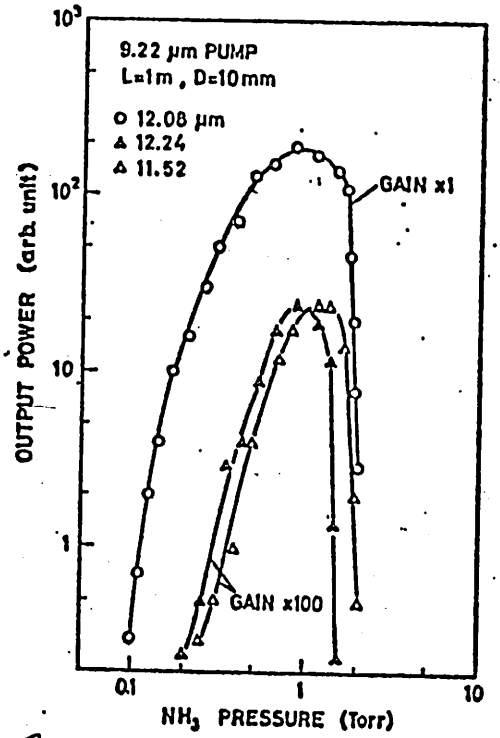


図18. 9.220μm光励起の場合の各発振線出力のNH3ガス圧力依存性

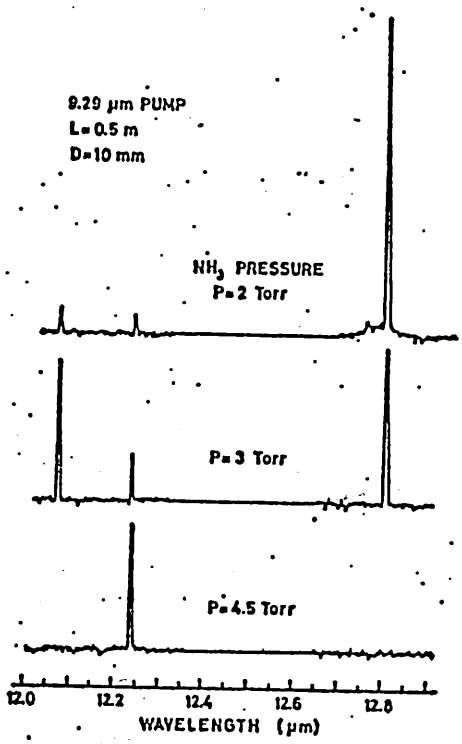


図17. 9.294μm光励起の場合の各発振線スペクトル

表Ⅱに観測した赤外域 NH_3 レーザ発振光の波長と励起に用いた CO_2 レーザの発振線を示す。9.220μm, 9.294μm光励起の場合に同じ波長のレーザ発振光が観測されたが，これは図12に示したエネルギー準位図から容易に理解される。図16, 17にこの時得られた発振線のスペクトルを示す。

図18に 9.220μm 光励起の場合の各発振線の出力の NH_3 圧力依存性を示す。12.245μm, 11.520μm 光は, 12.078μm 光より NH_3 圧力の高い範囲で観測され, それらの出力は 12.078μm 光の約 1/1000 であった。9.294μm 光励起の場合も各発振線により最適圧力は顕著に異なっており, ある圧力では 12.245μm 光のみが発振する場合さえあった。この様子を図17に示す。

図19に種々の NH_3 圧力における 12.078μm 光出力の励起 CO_2 レーザー光強度依存性を示す。NH_3 の圧力の違いによって, 励起光強度に対する出力の変化の様子が大きく異なった。そこで, 励起光強度を変えて出力の圧力依存性を測定した結果を図20に示す。

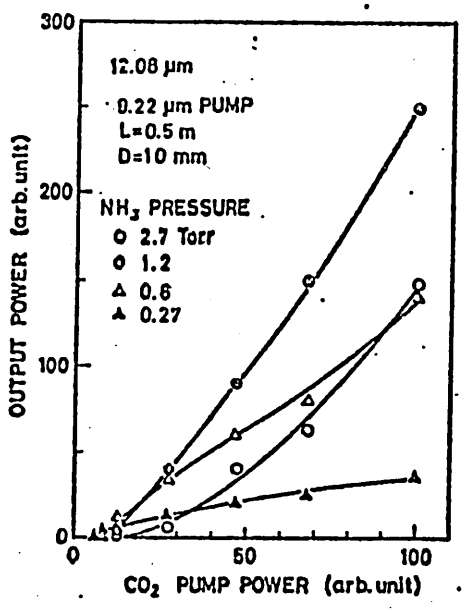


図19. 12.08μm 光出力の励起 CO_2 レーザ光強度依存性.

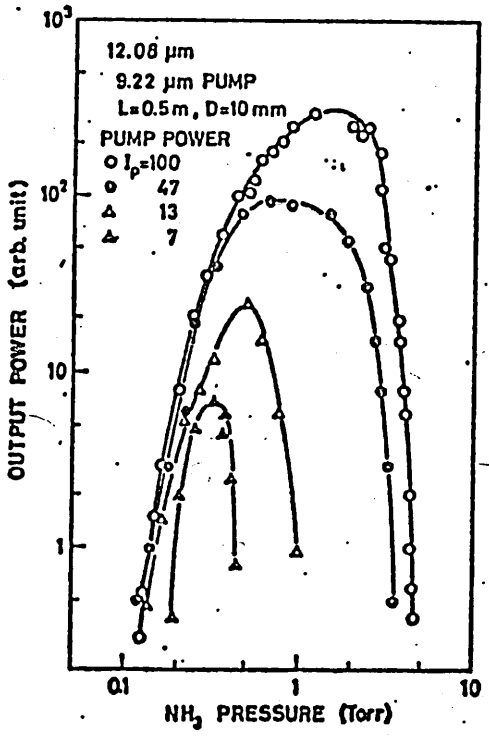


図20. 種々の励起光強度における 12.078μm 光出力の NH_3 圧力依存性

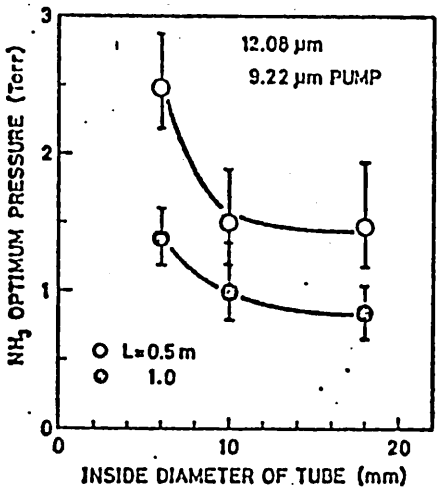


図21 NH_3ガス最適圧力のレーザ管径依存性

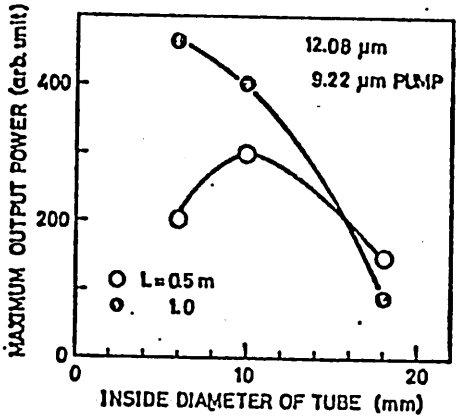


図22 最高出力のレーザ管径依存性

図21．22に12.078μm光について，励起光強度一定のもとで，管長0.5m，1m．管径6．10 18mmの計6種のレーザ管を用いた場合の最適NH_3ガス圧力および最高出力の変化をそれぞれ示す。管径を小さくするほど励起光強度が強くなるため，最適圧力は高圧側へ移った。また，管長を長くすると低圧側へ移ることもわかった。

今までの赤外域の実験はすべて出力取り出しに1.5mmφの結合孔を有した鏡を用いたものであったが，次に長さ1m管径10mmのレーザ管を用い，出力側に種々の大きさの結合孔を有する鏡を用いてその影響を調べた。ただし，入力側はすべて2mmφの結合孔を有する平面鏡である。図23に1，3，5mmφの場合の12.078μm光出力のNH_3圧力依存性を示す。最適圧力はほぼ同じであったが，最高出力に関しては大きな変化があった。その変化を図24に示す。この装置においては結合孔として1.5mmφから3mmφのものを選ぶのが適

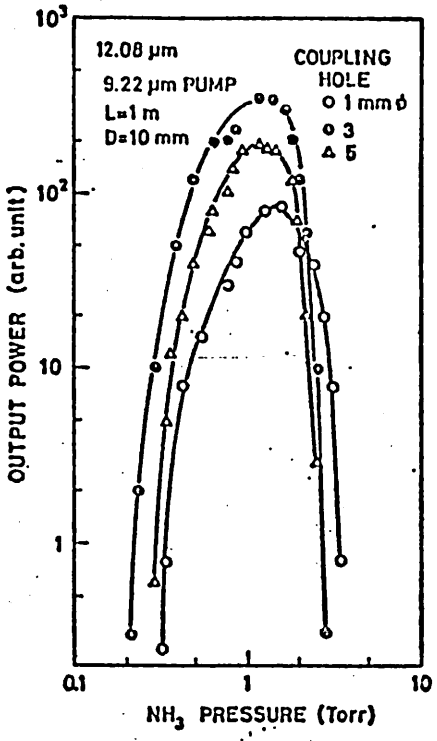


図23. 種々の出力側結合孔における12.078μm光出力のNH3ガス圧力依存性

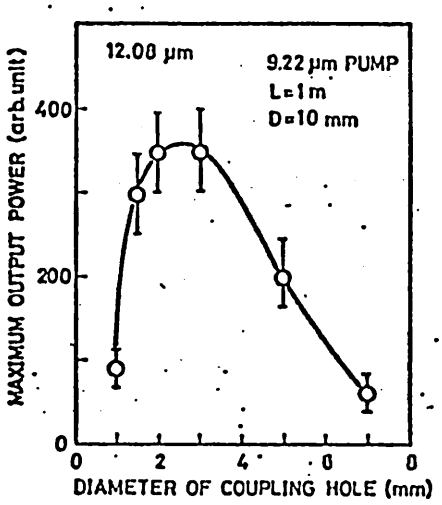


図24. 12.078μm光最高出力の出力側鏡結合孔の大きさによる変化

当であることがわかった。

今までの実験はすべて室温(15~20°C)で行なったものであった。しかし，レーザ管壁を冷却することによりNH3ガスの温度を下げれば レーザ発振のためのしきい励起光強度は減少し，出力も増大すると考えられる。なぜなら，例えば，9.220μm光励起の場合に観測される12.078μm光について考えれば，図12によって，遷移の始準位 G:s(5,0) に対する終準位 G:s(7,0) の分子の分布量は約29%である。これに対しNH3ガスの温度を下げることによって G:s(7,0) 準位の分子数の割合を減少させれば(例えば，−30°C で22%となる)しきい励起光強度が減少し，出力も増大すると考えられる。

図25. 26には，それぞれ，9.220μm光励起の12.078μm光と9.294

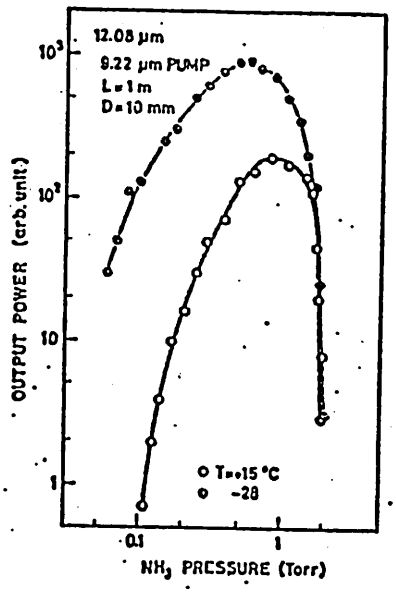


図25. 12.08μm光出力の温度T=+15°C, -28°CにおけるNH_3圧力依存性

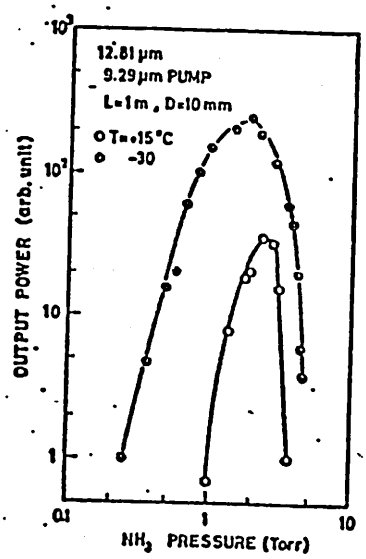


図26. 12.81μm光出力の温度T=+15°C, -30°CにおけるNH_3圧力依存性

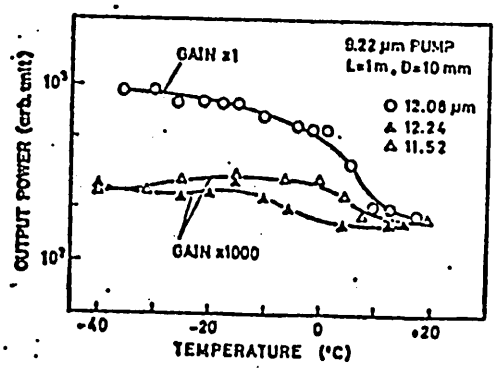


図27 9.220μm励起の場合の各発振線出力の温度依存性

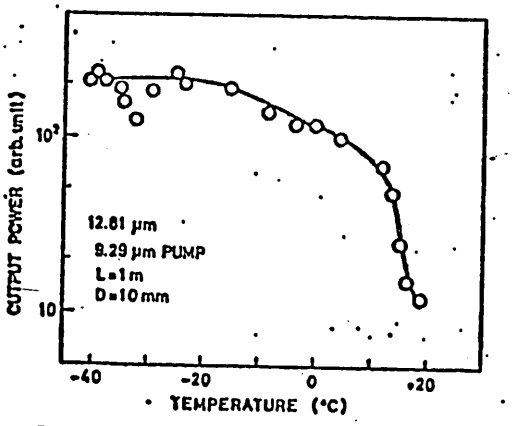


図28. 9.294μm光励起12.812μm光出力の温度依存性.

μm光励起の12.812μm光について 室温と冷却した場合のレーザ出力のNH_3圧力依存性を示す。どちらの場合も冷却することによって最適圧力は低くなったが，出力は増大した。種々の温度での最高出力を図27 28に示す。図27の12.098μm光については，-30°C程度

の冷却によって3～5倍の出力の増大があったが，12.245μm，11.520μm光については，大きな変化は観測できなかった。一方，図28の9.294μm光励起による12.812μm光については，約10倍の出力の増大が観測された。

3－4　InSb SFRレーザ励起遠赤外レーザの実験的検討

光励起分子ガスレーザの難点は"まえがき"でも述べたように，レーザ媒質である分子の吸収線と励起線の波長が一致しなければならないということである。もし，この一致が容易に得られれば，比較的しきい励起光強度の低い遠赤外レーザ発振線は，その数が飛躍的に増加すると考えられる。この観点から，10μm帯において同調可能なCO₂レーザ励起InSb. SFRレーザを用いて，その可能性を調べてみた。

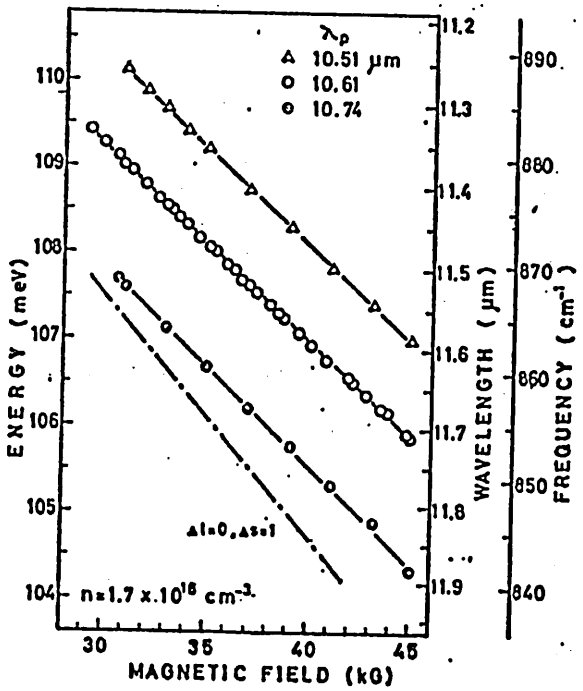


図29　CO_2レーザ励起InSb SFRレーザの同調特性。

図29に本研究で得られたSFRレーザの同調特性を示す。[26] またこの

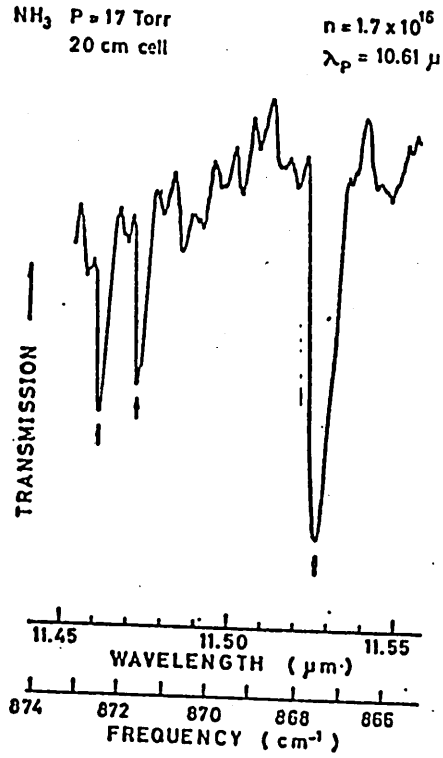


図30 InSb SHR レーザを用いた NH3 ガスの吸収スペクトル

レーザを用いて NH_3 ガスの吸収分光を行った結果を図30に示す。矢印のついたものが吸収線であるが，この内右端の比較的強い吸収線について考察を行なう。

NH_3 の吸収遷移は吸収分光の結果から $G \rightarrow \nu_2 ; sP(5,K)$ $(K=0\sim4)$ であると考えられるが，$K=0, 3$ の場合の吸収が比較的強いと考えられることから[18]，この場合の吸収遷移および遠赤外光の放射遷移の例を図31に示す。[16~18]

今のところ，この方法による発振には成功していないが，SHR レーザの高出力化を図る一方，より励起光強度の低いレーザ共振を用いることによって，近い将来，発振可能であると考えられる。

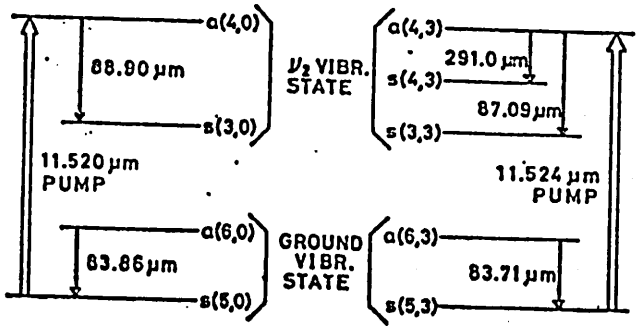


図31. InSb SHR レーザを励起光源に用いた場合の NH_3 の吸収遷移並びに放射遷移

§4 まとめ

TE CO_2 レーザ励起 NH_3 レーザを試作し，赤外域の波長 12μm 付近で計6本，また遠赤外域においては今回初めて観測されたと思われる8本を含め計24本のレーザ発振を得た。レーザ発振光について種種の特性を測定することにより，高出力化ならびにしきい励起光強度の低下に関する研究をすすめた。今回はレーザ媒質として純粋な分子ガス（NH_3；99.9％以上）を用いたが，今後は N_2，He 等を混入することによって，レーザ発振時のガス圧力を高くし，且つ，共振器の一方に回折格子を用いることによって，比較的狭帯域で同調可能分子ガスレーザを研究開発する予定である。

我々は同調可能レーザ励起遠赤外域（サブミリ波）分子ガスレーザの研究をすすめるに当たり，すでに 10μm 帯で同調可能な CO_2 レーザ励起 InSb STR レーザを実現して NH_3 ガスの吸収分光を行なうに到っている。さらに今回，CO_2 レーザ励起遠赤外域 NH_3 レーザを得ることにも成功した。一方，赤外域 NH_3 レーザを得たことは，InSb STR レーザの同調範囲を拡大するための新たな励起光源を得たという点で意義深いことである。今後は，赤外域 NH_3 レーザの高出力化と遠赤外域レーザのしきい励起光強度の低減をはかる予定である。

References

(1) T.Y.Chang et al. : Opt. Commun. 1 (1970) 423.

(2) T.Y.Chang et al. : Appl. Phys. Letters 15 (1970) 249.

(3) 山中； レーザ研究 3 (1976) 253

(4) M.Rosenbluh et al. : Appl. Optics 15 (1976) 2635.

(5) R.R.Jacobs et al. : Appl. Phys. Letters 29 (1976) 710.

(6) J.D.Wiggins et al. : IEEE J. Quantum Electron. QE-14 (1978) 23.

(7) T.Y.Chang et al. : Appl. Phys. Letters 28 (1976) 526.

(8) S.F.Fry : Opt. Commun. 19 (1976) 320.

(9) E.J.Danielewicz et al. : Appl. Phys. Letters 29 (1976) 557.

(10) T.Y.Chang et al. : Appl. Phys. Letters 29 (1976) 725.

(11) R.G.Harrison et al. : Opt. Commun. 20 (1977) 225.

(12) B.Walker et al. : Opt. Commun. 23 (1977) 8.

(13) C.K.N.Patel et al. : Appl. Phys. Letters 28 (1976) 603.

(14) Y.Oka et al. : Japan. J. appl. Phys. 7 (1968) 611.

(15) K.Gullberg et al. : Physica Scripta. 8 (1973) 177.

(16) J.S.Garing et al. : J. Mol. Spectros. 3 (1959) 496.

(17) J.M.Dowling : J. Mol. Spectrosc. 27 (1968) 527.

(18) F.W.Taylor : J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 13 (1973) 1181.

(19) F.O.Shimizu et al. : J. Mol. Spectrosc. 36 (1970) 94.

(20) 日本放射性同位元素協会，新版アイソトープ便覧 (丸善，1970) 819

(21) J.O.Henningsen et al. : IEEE J. Quantum Electron. QE-11 (1975) 248.

(22) A.Tanaka et al. : Opt. Commun. 22 (1977) 17.

(23) 吉田他；レーザ工学研究会 LEG-78-6

(24) M.A.Pollack : Handbook of Lasers with Selected Data on Optical Technology, ed. R.J.Pressley (The Chemical Rubber Co., Ohio 1971) p.298.

(25) F.Shimizu : J. Chem. Phys. 52 (1970) 3572.

(26) 吉田他； レーザ研究 5 (1977) 18

電波計測学研究会資料

古典ボーア量子条件をみたす光導波路内の電磁モーメンタムおよびこれを用いた導波路の解析法

橋本正弘
（大阪電通大・工学部）

昭和53年6月23日
（中央電気クラブにて）

1. まえがき

不均質導波路の伝搬特性を決定する問題は量子力学における不均質ポテンシャル場の波動の固有エネルギをもめる問題とほぼ同じである. 伝搬定数は量子論における固有エネルギに相応している. しかし, 最近話題になっているLEED (Low Energy Electron Diffraction) 理論のようなものを除けば一般に量子力学で取り扱われる波長はポテンシャル場の位置による変化に比べて十分小さいとみなせるものであった. このため多くの物理学者は"波長が十分に短い"ことの範囲で適当な近似を行って固有エネルギを決定していた. すなわち波動の漸近展開表現を利用して近似解析を行った[1,2]. その結果, Kramers[3]は"古典"ボーア量子条件[1,2]にある次式

$$\oint p(x)\,dx = 2\pi\hbar(n+1)\,;\ n=0,1,2,\cdots \qquad (1)$$

を左辺の整数値 $n+1$ を半整数 $(n+1/2)$ で置き換えるべきであると示唆した, ここで $p(x)$ はモーメンタム, $\hbar$ はプランク定数である. 今日ではそれを"精錬された"ボーア量子条件あるいは単にボーア(・ゾンマーフェルト・ウィルソン)量子条件と呼んでいる.

$$\oint p(x)\,dx = 2\pi\hbar\left(n+\frac{1}{2}\right)\,;\ n=0,1,2,\cdots \qquad (2)$$

波長が十分に短い場合，あるいは高次モードレベルを決定する場合その"洗練された"量子条件(式(2))は十分に精度の高い表現式となる．このことは一般によく知られ，たとえば(2)を広く利用している．不均質誘電体導波路内の波の電磁モーメンタムの断面方向成分(x軸方向) $p(x)$ は古典力学形で

$$p(x)=\hbar\sqrt{k^2(x)-\beta^2} \qquad (3)$$

で与えられる．ただし $k(x)$ は媒質の波数，β は伝搬定数である．したがって式(2)と式(3)を用いて伝搬定数 β を決定することができる．このとき $p(x)=0$ となる Turning points x_{T1}, x_{T2} (図1)

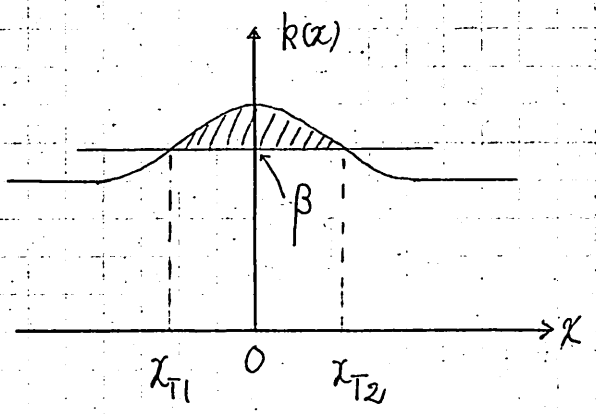


図1．古典電磁モーメンタムの存在領域(斜線部)

より外側では古典電磁モーメンタムは消滅している．したがって式(2)は次のように書き直せる．

$$\int_{x_{T1}}^{x_{T2}} p(x)/\hbar \, dx = \pi(n+\tfrac{1}{2}) \qquad (4)$$

J.B. Keller [4] は任意断面形状の導波路の伝搬モードを導出するため Kramers の結果，すなわち1次元運動に対して得られた"洗練された"量子条件(式(2))を拡張して2(多)次元運動する粒子の量子条件を導いた．この意味で，Keller の量子条件は式(4)の改良を試みたのではなくむしろ式(4)の多次元系への拡張であると言える．

ところが誘電体光導波路では基本モードあるいはそれに近い低次モードの伝搬を問題にするのが通常である．この点で式(4)，すなわち"洗練された"ボーア量子条件式は光導波路の解析に適しているとは言えない．そのため著者ら[5]は放物線形に近い屈折率分布の導波路を摂動法で解析した．また生野[6]は Maslov の方法で同様の試みを行っている．しかし Bahar と Agrawal [8] はそのような摂動解は高次モードになれば誤差が大きくなることを指摘した．

本文では，式(3)で与えた古典電磁モーメンタムの代りに，Turning points を越えても消滅しない"拡張された"電磁モーメンタムを導入すれば伝搬定数 β を古典形のボーア量子条件式(1)で厳密に

決定することができることを示す．応用例として放物形，準放物形，Hyperbolic secant形屈折率分布の導波路に適用し，既に先人によってもとめられた結果と比較して理論の裏付けを行っている．

2. 固有モーメンタム

光導波路を伝行しながら進む光の ray を，ある Wavepacket の軌跡と考える．Wavepacket のエネルギを簡単のため $\hbar\omega$ と仮定し，このエネルギをもつ Wavepacket の導波路断面（x軸）上の振動運動に注目する．これを Transverse motion と言う．Transverse motion の固有モーメンタムは Wavepacket の（x方向の）位相速度 v_p を用いて次式のように定義できるであろう[9,10]．

$$p(x) = \hbar\omega / v_p \qquad (5)$$

Transverse motion は媒質の不均質性に依存する．したがって場所によって異る．すなわち v_p は x の関数として与えられる．特に Turning points を越えた所の指数関数的に減衰する波の位相速度は，表面波や不均質平面波の位相速度の類推から，x が大きくなるにつれて v_p が大きくなるであろうと推察される．

一般に不均質媒質では回転運動（角運動量流）によるものと非回

転運動によるもののエネルギの流れがあり後者のエネルギ流の位相速度は次式で与えられる[11].

$$v_p = -\frac{\omega}{\frac{\partial}{\partial x}\tan^{-1}\left(\frac{e_2}{e_1}\right)} \tag{6}$$

ここで e_1 および e_2 は波動方程式

$$\phi''(x) + (k^2(x) - \beta^2)\phi(x) = 0 \tag{7}$$

の2つの独立な実数波動解で，その複素結合解 $e_1 + je_2$ が x 方向に進む波を表わすとする．e_1 と e_2 は turning points を越えた所でも定義されている．したがって式(6)と式(5)とで表わされる電磁モーメンタムは $x=-\infty$ と $x=+\infty$ を除く全領域で有限な値をもつ．e_1+je_2 を，今，n 次モードの進行波成分であるとする．e_1 と e_2 が独立であることから e_1 と e_2 が同時に零となることはない．e_1 の零点の数を n とすると e_2 のそれは $n+1$ となる．これは e_1+je_2 の偏角が $x=-\infty$ から $x=+\infty$ に動くにつれ $\pi(n+1)$ 変化することを意味している．したがって

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\,dx = \hbar\pi(n+1) \quad ; n=0,1,2,\cdots \tag{8}$$

を得る．これは古典ボーア量子条件(1)に他ならない．

実波動解 e_1, e_2 は，TE波の場合，y方向の電界成分 E_y に，またTM波の場合，y方向の磁界成分 H_y を $k(x)$ で割ったもの $(H_y/k(x))$ をとれば共に同一形の波動方程式(式(7))をみたす[5]．したがってこのような e_1 および e_2 を用いた位相速度 v_p は，厳密に言うならば，TE波の場合は E_y 成分の電気エネルギの速度，TM波の場合は H_y 成分の磁界エネルギの速度ということになる[11]．もちろん，このような v_p を用いた $p(x)$ は回転によるエネルギ流—正確に言えば角運動量の勾配—を含んでいない(仮りにそのような形態のモーメンタムをつけ加えたとしても式(8)にみられる $[-\infty, +\infty]$ 積分によってその項は消失してしまい，量子条件には何ら寄与しない)．このような $p(x)$ は微視的に何を表わしているのかがあいまいである—媒質の mechanical momenta を含んでいる[9,13,14]ため真の電磁モーメンタムではなく Canonical momentum である．そのためここでは媒質中の電磁モーメンタムの微視的性質[14,15,16]について議論をするのをやめ，本文の主旨にそって巨視的な見地から $p(x)$ を論ずる．

巨視的立場でもなお $p(x)$ にあいまいさが残っている，すなわち x方向に進む"進行波" e_1+je_2 を唯一の形で与えることができないため[12]式(6)の v_p やこれを用いた $p(x)$ にあいまいさが含まれる．一つの e_1+je_2 に任意の大きさおよび位相をもつ定在波が含まれていてもさしつかえない．このような定在波が含まれていてもボーア量子条件(式(8))は不変である．このことは後の応用で利

用いれる.

さて, 式(6)の微分を行い, 式(5)に代入すれば

$$p(x) = \frac{1}{k}\left(\frac{c_2 e_1' - c_2' e_1}{e_1^2 + c_2^2}\right) \tag{9}$$

を得る. ここで $'$ は x についての微分を表わす. 式(9)の左辺の分子は x 方向の Poynting power に比例する量である. したがって分子は場所によらず一定値である. 他方, 分母は界の強度を示す. これから $p(x)$ が強度の平方根に逆比例することがわかる. このことから

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{k}{p(x)}}\, e^{-j\frac{1}{k}\int_{-\infty}^{x} p(s)\,ds} \tag{10}$$

と表わせるであろう. WKB 法で求められる第1次漸近解も上式と類似な形をしている. しかしその場合 $p(x)$ は古典的な式(3), で与えられ, 表現式も Turning points x_{T1} と x_{T2} の間に限られていた. しかしここでは全領域にわたって式(10)の表現を用いる. いま式(10)を波動方程式(式(7))に代入すると $u(x) \equiv \sqrt{k/p(x)}$ で定義される振幅関数について次のような非線形方程式を得る.*

$$u''(x) + (k^2(x) - \beta^2)u(x) = \frac{1}{u^3(x)} \tag{11}$$

* Heckt と Mayer [17] は解に式(10)の形を仮定して WKB 解の拡張を試みた. そのとき彼等は論文の中で, 式(11)の一般解を式(9)の形で与えたときに起きる解の任意性(本文でいうモーメンタムの"あいまいさ")を数学的な立場で説明している.

$P(x)$はこの方程式の解 $u(x)$ を用いて $P(x)=\hbar/u^2(x)$ で与えられる。その詳細は次々節で述べられている。

3. 伝搬定数および モード

前節でも述べたように $P(x)$ にはあいまいさが許される。すなわち $P(x)$ の内に含まれる定在波成分の自由度(2つ)を任意に選んでもよい。ただ式(11)から $u(x)$ を求める場合に解析誤差を最小にするため、出来る限り $u(x)$ が滑らかとなるようにすべきである。このことから $u(x)$ の初期値 $u(0)$ および $u'(0)$ を自由に選んでも量子条件

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{u^2(x)}=\pi(n+1) \qquad (12)$$

は変らない。したがって伝搬定数 β は任意の初期値の $u(x)$ を用いて式(12)の量子条件をみたすように決定される。そのとき モード関数は式(10)の虚部で与えられる。

$$\text{モード}=u(x)\sin\left[\int_{-\infty}^{x}\frac{ds}{u^2(s)}\right]$$

$$=(-1)^n u(x)\sin\left[\int_{x}^{+\infty}\frac{ds}{u^2(s)}\right] \qquad (13)$$

初期値 $u(0)$ と $u'(0)$ を自由に選んでも モード(式(13))関数の分布は変らず，単に振幅が定数倍されるだけである．このように本方法では伝搬定数とモード分布を求める限り 式(11)の解の初期値を自由に取り得ることができる．この点は 2階の非線形方程式(式(11))を解く上で非常に便利となる．

4. 数値解析法

式(11)の解を細目法を用いて解くことにする．$[-\infty, +\infty]$ の x の区間をステップ h ($\equiv x_{i+1} - x_i$) の等間隔に分け，各点を x_i とする．x_i 点における $u(x)$ の値 $u(x_i)$ を u_i と書く．同様に $k(x_i) \equiv k_i$，$u'(x_i) = u_i'$ 等の略記号を用いる．$x=0$ の点の値，u_0, u_0' を初期値とする．これらの初期値と $p(x)$ が古典形の電磁モーメント(式(3))に $x=0$ の近くで似ているように決める．実際には原点における $\ln[p(x)/h]$ と $\ln[\sqrt{k^2(x)-\beta^2}]$ の1回微分値および2回微分値が等しくなるように選ぶ．これを式で表わせば

$$-2u_0'/u_0 = k_0 k_0'/(k_0^2-\beta^2) \qquad (14)$$

$$-2u_0''/u_0 + 2(u_0'/u_0)^2 = (k_0 k_0'' + k_0'^2)/(k_0^2-\beta^2) - 2k_0^2 k_0'^2/(k_0^2-\beta^2)^2 \qquad (15)$$

となる．式(11)から $u_0''/u_0 = 1/u_0^2 - k_0^2 + \beta^2$ であるから これと式(14)を式(15)に代入すれば

$$u_0 = \left[k_0^2 - \beta^2 + \frac{5}{4}\left(\frac{k_0 k_0'}{k_0^2-\beta^2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{k_0 k_0'' + k_0'^2}{k_0^2-\beta^2}\right) \right]^{-\frac{1}{4}} \quad (16)$$

また式(14)より

$$u_0' = -\frac{1}{2}\left(\frac{k_0 k_0'}{k_0^2-\beta^2}\right) u_0 \quad (17)$$

を得る．以では式(16)(17)を初期値とする．

最初に $[0, +\infty]$ 区間の $u(x)$ (u_i) を求める．$x = x_i$ のまわりで $u(x)$ を展開近似する．

$$u(x) = u_i + u_i'(x-x_i) + \frac{1}{2}u_i''(x-x_i)^2 + \frac{1}{6}u_i'''(x-x_i)^3 \quad (18)$$

この近似式を式(11)に代入してやはり $x-x_i$ のべきに展開する．各べきの係数は零でなければならない．このことから

$$u_i'' = (1/u_i^4 - k_i^2 + \beta^2)\, u_i \quad (19)$$

$$u_i''' = -(3/u_i^4 + k_i^2 - \beta^2)\, u_i' - (k_{i+1}^2 - k_i^2)\, u_i / h \quad (20)$$

となる．u_{i+1} および u_{i+1}' は式(18)より次式のように近似できる．

$$u_{i+1}' = u_i' + u_i'' h + \frac{1}{2}u_i''' h^2$$

$$u_{i+1} = u_i + u_i' h + \frac{1}{2}u_i'' h^2$$

したがって式(19)(20)を代入すれば

$$u_{i+1}' = [1 - (3/u_i^4 + k_i^2 - \beta^2) h^2/2]\, u_i' + [1/u_i^4 - (k_{i+1}^2 + k_i^2)/2 + \beta^2]\, h\, u_i \quad (21)$$

$$U_{i+1}=\left[1+\left(1/U_i^2-k_i^2+\beta^2\right)h^2/2\right]U_i+U_i'h \qquad (22)$$

を得る．初期値 U_0, U_0' と式(21)(22)より U_1 および U_1' を計算できる．U_2 および U_2' は式(21)(22)と U_1 および U_1' から求められる．以下同様に U_i および U_i' を逐次計算できる．数値積分は Newton-Cotes の台形公式で行う．

$$\int_0^{\infty}\left[P(x)/t\right]dx=\int_0^{\infty}\frac{dx}{U^2(x)}$$

$$=h\left[\frac{1}{2U_0^2}+\frac{1}{U_1^2}+\frac{1}{U_2^2}+\frac{1}{U_3^2}+\cdots\right] \qquad (23)$$

$[-\infty, 0]$ の区間に対し $x=0$ の初期値(式(16)(17))を用いて同様の手法を適用する．

以上のようにして最も条件式(12)の左辺を計算し，右辺の不連続値となるよう β を決める．このようにして決めた β の値に対する $U(x)$ の値(U_i の値)を式(13)に代入すれば数値的にモード分布を求められる．

5. 応用例

本方法の正当性を確めるためよく知られた次の3つの屈折率分布の導波路を解析して先人の結果と比較する．

A. 放物形

$$k(x) = k(0)\sqrt{1-(gx)^2} \tag{24}$$

B. 準放物形

$$k(x) = k(0)\sqrt{1-(gx)^2-\alpha(gx)^2} \tag{25}$$

ただし計算の都合上 パラメータ α と $\alpha g/k(0) = 0.1$ となるよう選ぶ.

C. Hyperbolic Secant 形

$$k(x) = k(0)\,\mathrm{Sech}(gx) \tag{26}$$

ここで g は格子定数である. n 次モードの伝播定数 β_n を求める代りに

$$\mu_n \equiv \frac{k(0)}{g}\left\{1-\frac{\beta_n^2}{k^2(0)}\right\} \tag{27}$$

を計算する.

ステップ h は十分小さいように選ぶ. ここでは $h = 0.02 S_0$; $S_0 = 1/\sqrt{k(0)g}$ とし, $[0, +\infty]$ 区間を 200点に分割した. 構造が対称であるから数値解析を $[0, +\infty]$ 区間にだけ適用した. 上記 3つの場合を求めた結果を表1に示す. 同時に解析解(厳密解)や Bahar の方法[8]による結果と比較している.

表1. 本方法の結果と先人の結果との比較

		μ_0	μ_1	μ_2	μ_3
放物形	厳密(解析)解	1.0	3.0	5.0	7.0
	本方法	0.99996	2.99988	5.00019	7.00297
準放物形	摂動解[5]	1.06188	3.27188	5.59063	7.89063
	Bahar, Agrawal の結果[8]	1.06529	3.30688	5.74798	8.35280
	本方法	1.06519	3.30665	5.74765	8.35226
Hyperbolic secant形	厳密(解析)解[9]	0.95125	2.75375	4.35625	5.75874
	本方法	0.95124	2.75453	4.3690	5.8503

これらの比較より本方法で得られた数値解析結果はかなりの精度で厳密値に等しいことがわかる. 誤差は, 単に, 細目法を採用しているために生じたもので $h \to 0$ とすれば誤差も消滅するであろう.

さらに本方法を用いると細目の間隔 h を $0.02S_0$, 細目点を200ぐらいで これほどよい精度の解を得ることができる. 上の3つの例からして, 一般の形状の導波路でも精度の良い解を期待できそうである.

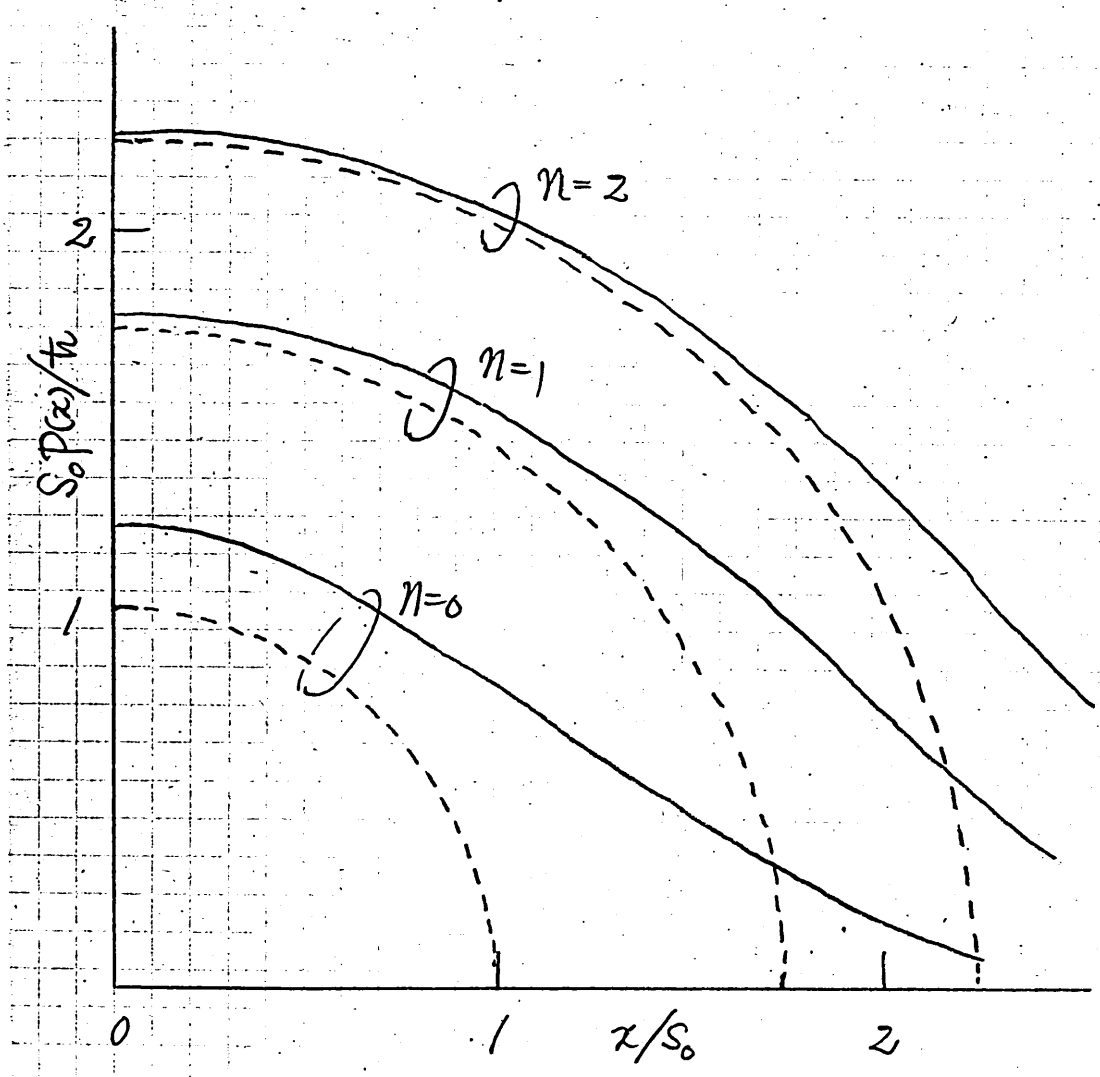


図2. 放物形屈折率分布の導波モードの規格化遷移モーメント

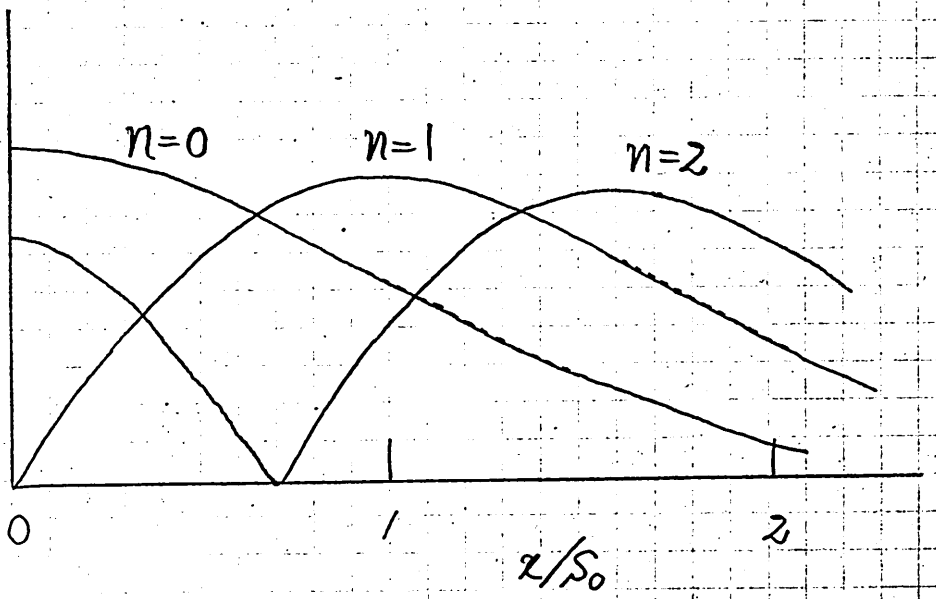


図3. 本方法で求めた放物形屈折率分布の導波モード分布
(点線は厳密(解析)解).

図2は"放物形"の場合における各モードの電磁モーメンタム $P(x)$ を規格化して示している. 点線は古典電磁モーメンタム(式(3))である. モードの次数が大きいほど $P(x)$ は古典のものに近づいている. 図3ではその $P(x)$ を利用したモード分布を示す. 厳密解(解析解)とは非常によい精度で一致した(図では少し差を強調している).

6. むすび

古典ポアソン量子条件式を用いて不均質(planar)導波路を厳密に解析する方法を与えた。そのとき電磁モーメンタムを再定義し、turning pointsを越えた所でも存在する"拡張された"電磁モーメンタムを使用した。本方法は結果的には2階の非線形微分方程式を数値的に解く問題に帰着する。ただし、微分方程式を解く場合、2つの初期値を自由に選ぶことができるため、初期点をどの位置にでも設定できる利点がある。

その適用例としてよく知られた3つの屈折率分布を取り上げ、先人の結果とよく一致することを示した。本方法の最大の利点は計算手法が簡単であること、また比較的粗い区間分割(細目間隔)でも精度のよい解が得られること等である。

参考文献

[1] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Quantum Mechanics. Pergamon, New York, 1974.

[2] W. Pauli, Wave Mechanics, Vol. 5. MIT press, Cambridge, 1973.

[3] H. A. Kramers, Z. Physik 39, 828, 1926.

[4] J. B. Keller, Ann. Physics 4, 180, 1958.

[5] M. Hashimoto, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-24, 559, 1976.

[6] H. Ikuno, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. to be published.

[7] I. I. Gol'dman and V. D. Krivchenkov, Problems in Quantum Mechanics. Translated from Russian by E. Marquit and E. Lepta, Peragon, New York, 1961.

[8] E. Bahar and B. S. Agrawal, Radio Science 12, 611, 1977.

[9] H. A. Haus and H. Kogelnik, J. Opt. Soc. Am. 66 320, 1976.

[10] J. R. Pierce, Almost All About Waves. MIT press, Cambridge, 1974, p. 88.

[11] M. Hashimoto, Int. J. Electron. 34, 713, 1973.

[12] S. A. Schelkunoff, Comm. Pure Mach. 4, 117, 1951.

[13] J. A. Arnaud, J. Opt. Soc. Am. 65 174, 1975.

[14] T. Musha, Proc. IEEE, 60 1475 1972

[15] N. L. Balazs, Phys. Review 91 408, 1953

[16] J. P. Gordon, phys Review A-8 8, 1973

[17] C. E. Hecht and J. E. Mayer, Phys. Rev. 106 1156 (1957).

輻射科学研究会資料

屈折率に揺らぎのある薄膜誘電体線路について

山北次郎　六島克
（大阪府立大学 工学部）

昭和53年6月23日

1. まえがき

光集積回路における基本的な導波路である薄膜誘電体線路については，近年，特に注目を集め数多くの解析結果が報告されているが，その多くは理想的に作られた線路についてであり，不完全な線路についてはそれ程多くない。屈折率や境界面の揺らぎが線路の不完全さの主たる原因であり，各モードが互いに不規則な結合を起こし，モード変換や散乱損が生じる。このような揺らぎ線路の解析手法は，揺らぎにより生じた摂動電磁界を理想線路の正規モードの和に展開し，その展開係数の自乗平均を近似法を用いて算出評価する方法が一般的でありすでに二三の報告がある。[1]~[3]

一方；長距離パルス伝送を目的とする多モード光ファイバーの不規則なモード間の結合に対しては，モード電力の集合平均に着目し，振幅に関する結合方程式の摂動解より導出された電力形式の結合方程式[4]を用いて解析される。[5] この方法はパルス幅の広がり問題を説明する有力なる手法であることがとりわけよく知られている。[6]

そこで，揺らぎを持つ薄膜誘電体線路の解析に対しても，電力結合方程式を適用することが考えられる[7]が元来，電力結合方程式は導波モード間の不規則な結合を表わし，散乱損として，導波モードから放射モード

への結合の総和を付け加えたものであり，サブストレートモードの存在する薄膜誘電体線路では，放射モードから導波モードへの再結合の影響が考えられ，このまま適用することには不安が残る．

本報告は，導波モードだけでなく，放射モードの不規則結合に対する振舞をより正確に表現するために，放射モードからの再結合をも含む電力結合方程式を導き，その結果を用いて，屈折率が僅かに揺らいでいる薄膜誘電体線路におけるモード変換や散乱損を，モード電力の集合平均の移行特性を詳細に調べることにより評価する。なお，連続スペクトルを持つ放射モードの取り扱いに際しては，導波－放射モード間の電力結合係数の形状を最良近似し得る広がり定数を持ったLaguerreの正規直交関数系で展開する手法を用いる。

また，数値計算においては，屈折率の揺らぎは指数形の相関関数によって表現できるものとし，簡単化のため等方性媒質から成る誘電体線路におけるTEモード間の結合に対して考察を加える。

境界面が不規則に変動する誘電体線路に対しては，付録において，その電力結合係数のみを示し，計算例は割愛した。

2. 放射モードを含む電力結合方程式

結合モード理論[8]によれば薄膜誘電体線路の任意の電磁界は有限個の導波モードと連続スペクトルを持つ放射モードとの和に展開でき，線路に摂動が生じればこれらのモードは互いに結合し，その複素振幅は次式に示す振幅結合方程式によって表わされる。

$$\frac{da_\mu}{dz}=\sum_{\nu}^{N} C_{\mu\nu}(z)\, a_\nu \exp\{j(\beta_\mu-\beta_\nu)z\}+\int_0^\infty C_{\mu\rho}(z)\, a(\rho)\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho)\}z\}d\rho \qquad (1)$$

$$\frac{da(\rho)}{dz}=\sum_{\nu}^{N} C_{\rho\nu}(z)\, a_\nu \exp\{j\{\beta(\rho)-\beta_\nu\}z\}+\int_0^\infty C_{\rho\rho'}(z)\, a(\rho')\exp\{j\{\beta(\rho)-\beta(\rho')\}z\}d\rho' \qquad (2)$$

ここで，μ,ν は z 方向に伝搬する電磁界の導波モード番号を示し，ρ,ρ' は基板における横方向(x方向)の伝搬定数で，同時に放射モードを表わす記号として用いる。したがって，a_μ, $a(\rho)$ は伝搬定数 β_μ（z 方向）の導波モードおよび伝搬定数 $\beta(\rho)$ の放射モードの複素振幅を表わしている。また，$C_{\mu\nu}$ は振幅結合係数で，y 方向に一様な薄膜誘電体線路における TE モード間の結合に対しては

$$C_{\mu\nu}=\frac{\omega\varepsilon_0}{4j}\int_{-\infty}^{\infty}\{n^2(x,z)-n_0^2(x)\}E_{\mu y}^{*}\,E_{\nu y}\,dx \qquad (3)$$

※ 文献(8)に従って，放射モードを含むように振幅結合方程式を拡張したものであり，第2項は縮退放射モードとの結合を考える場合は積分し，さらに縮退数だけ総和するものとする。

で与えられる。但し，ωは角周波数，ϵ_0は真空中の誘電率，$*$は複素共役を表わし，$n(x,z)$は実際の線路の屈折率分布であり，$E_{\mu y}$, $E_{\nu y}$は屈折率分布$n(x)$で表わされる理想線路の規格化された電界のy成分である。

屈折率分布$n(x,z)$の不規則な変動は非常に僅かであり，定常過程に従うものとし，モード電力の集合平均を次式で示す記号で表現することにする。

$$P_\mu = \langle a_\mu a_\mu^* \rangle \tag{4}$$

上式を波の伝搬方向zで微分し，式(1)を代入すれば

$$\frac{dP_\mu}{dz} = \sum_{\nu}^{N} \langle a_\mu^* a_\nu C_{\mu\nu}(z) \rangle \exp\{j(\beta_\mu - \beta_\nu)z\} + \int_0^\infty \langle a_\mu^* a(\rho) C_{\mu\rho}(z) \rangle \exp\{j\{\beta_\mu - \beta(\rho)\}z\} d\rho + C.C. \tag{5}$$

を得る。但し，C.C. は複素共役の項を表わしている。

次に，式(1)，(2)の $z=z_0$ 近傍における摂動解

$$a_m(z) = a_m(z_0) + \sum_{n}^{N} a_n(z_0) \int_{z_0}^{z} C_{mn}(t) \exp\{j\{\beta_m - \beta_n\}t\} dt + \int_0^\infty a(\rho, z_0) \int_{z_0}^{z} C_{m\rho}(t) \exp\{j\{\beta_m - \beta(\rho)\}t\} dt\, d\rho \tag{6}$$

$$a(\rho, z) = a(\rho, z_0) + \sum_{n}^{N} a_n(z_0) \int_{z_0}^{z} C_{\rho n}(t) \exp\{j\{\beta(\rho) - \beta_n\}t\} dt + \int_0^\infty a(\rho', z_0) \int_{z_0}^{z} C_{\rho\rho'}(t) \exp\{j\{\beta(\rho) - \beta(\rho')\}t\} dt\, d\rho' \tag{7}$$

を式(5)に代入し，振幅結合係数の3次以上を微小項として省略すれば次式を得る。

$$\frac{dP_\mu}{dz}=\sum_\nu^N\Big[\langle a_\mu^*(z_0)a_\nu(z_0)\rangle\langle C_{\mu\nu}(z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_\nu\}z\}$$
$$+\sum_n^N\langle a_\mu^*(z_0)a_n(z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_n\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)C_{\nu n}(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_n-\beta_\nu\}u\}du$$
$$+\int_0^\infty\langle a_\mu^*(z)a(\rho,z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho)\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)C_{\nu\rho}(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta(\rho)-\beta_\nu\}u\}dud\rho$$
$$+\sum_n^N\langle a_n^*(z_0)a_\nu(z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_n-\beta_\nu\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)C_{\mu n}^*(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_n\}u\}du$$
$$+\int_0^\infty\langle a^*(\rho,z_0)a_\nu(z_0)\exp\{j\{\beta(\rho)-\beta_\nu\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)C_{\mu\rho}^*(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho)\}u\}dud\rho\Big]$$
$$+\int_0^\infty\Big[\langle a_\mu^*(z_0)a(\rho,z_0)\rangle\langle C_{\mu\rho}(z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho)\}z\}$$
$$+\sum_n^N\langle a_\mu^*(z_0)a_n(z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_n\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)C_{\rho n}(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_n-\beta(\rho)\}u\}du$$
$$+\int_0^\infty\langle a_\mu^*(z_0)a(\rho',z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho')\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)C_{\rho\rho'}(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta(\rho')-\beta(\rho)\}u\}dud\rho$$
$$+\sum_n^N\langle a_n^*(z_0)a(\rho',z_0)\rangle\exp\{j\{\beta_n-\beta(\rho')\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)C_{\mu n}(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_n\}u\}du$$
$$+\int_0^\infty\langle a^*(\rho',z_0)a(\rho,z_0)\rangle\exp\{j\{\beta(\rho')-\beta(\rho)\}z\}\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)C_{\rho\rho'}^*(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta(\rho')\}u\}dud\rho'\Big]d\rho$$
$$+\text{C.C.}\qquad(8)$$

ところが，振幅結合係数の平均値 $\langle C_{\mu\nu}(z)\rangle$ や $\langle C_{\mu\rho}(z)\rangle$ は共に0であり，さらに，相異なるモードの作用する電力は，その複素振幅の位相が不規則であると考えられるので，その集合平均は極めて小さな値となる。また，仮に位相が完全に不規則でなくとも，伝搬長 z に関する微分式において，すべて振動項であり，z での積分に対して大きな値は持ちえない。以上の仮定に基づけば式(8)は次の様に簡略化できる。

$$\frac{dP_\mu}{dz}=\sum_\nu^N\Big[P_\nu(z_0)\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)C_{\mu\nu}^*(z-u)\rangle\exp\{j\{\beta_\mu-\beta_\nu\}u\}du$$

$$+P_\mu(z_0)\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)\,C_{\nu\mu}(z-u)\rangle\exp[j\{\beta_\mu-\beta_\nu\}u]\,du\Big]$$
$$+\int_0^\infty\Big[P(\rho,z_0)\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)\,C^*_{\mu\rho}(z-u)\rangle\exp[j\{\beta_\mu-\beta_\nu\}u]\,du$$
$$+P_\mu(z_0)\int_0^{z-z_0}\langle C_{\mu\rho}(z)\,C_{\rho\mu}(z-u)\rangle\exp[j\{\beta_\mu-\beta(\rho)\}u]\,du\Big]\,d\rho$$
$$+C.C. \qquad (9)$$

次に，無損失な媒質から成る線路においては，振幅結合係数は $C_{\mu\nu}=-C^*_{\nu\mu}$ なる関係が有り，さらに，結合は非常に弱いので，伝搬長が $z-z_0$ なる範囲では $P_\mu(z)=P_\mu(z_0)$ であると考えてよいから式(9)は次の様に表わせる．

$$\frac{dP_\mu}{dz}=\sum_\nu^N h_{\mu\nu}(P_\nu-P_\mu)+\int_0^\infty h_{\mu\rho}\{P(\rho)-P_\mu\}\,d\rho \qquad (10)$$

ここで，$h_{\mu\nu}$, $h_{\mu\rho}$ は導波モード間および導波モードと放射モード間の電力結合係数で両者ともに

$$h_{\mu\nu}=\int_{-(z-z_0)}^{z-z_0}\langle C_{\mu\nu}(z)\,C^*_{\mu\nu}(z-u)\rangle\exp[j\{\beta_\mu-\beta_\nu\}u]\,du \qquad (11)$$

で与えられる．これは振幅結合係数の自己相関関数の相関長が $|z-z_0|$ に比較して短かいとすれば，積分範囲は $-\infty$ より ∞ に拡張できるから，電力結合係数は振幅結合係数の電力スペクトルである．

一方，放射モード電力の集合平均 $P(\rho)=\langle a(\rho)\,a^*(\rho)\rangle$ より同様なる誘導法を用いれば次式を得る．

$$\frac{dP(\rho)}{dz}=\sum_\nu^N h_{\rho\nu}\{P_\nu-P(\rho)\}+\int_0^\infty h_{\rho\rho'}\{P(\rho')-P(\rho)\}\,d\rho' \qquad (12)$$

式(10), (12)が導波モード間の結合のみならず，導波モードから放射モードへの結合，放射モードから導波モードへの再結合および放射モード間の結合までも記述した電力結合方程式である。なお，電力の保存性を考えるために

$$\frac{d}{dz}\left\{\sum_{\mu}^{N} P_\mu + \int_0^\infty P(\rho)\,d\rho\right\} = 0 \qquad (13)$$

に式(10), (12)を代入すれば，十分条件として，$h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu}$, $h_{\mu\rho} = h_{\rho\mu}$, $h_{\rho\rho'} = h_{\rho'\rho}$ なる関係式が得られる。これは明らかに式(3), (10)より満たされている。

特に，式(10)において，放射モード電力 $P(\rho)$ を無視し導波モード μ から放射モードへの結合を積分総和し，散乱損として

$$2\alpha_\mu = \int_0^\infty h_{\mu\rho}\,d\rho \qquad (14)$$

とおけば

$$\frac{dP_\mu}{dz} = -2\alpha_\mu P_\mu + \sum_{\nu}^{N} h_{\mu\nu}(P_\nu - P_\mu) \qquad (15)$$

となり，D. Marcuseの電力結合方程式[9]が得られる。式(15)の電力結合方程式は，導波モードから放射モードへの結合がすべて散乱損として外部に放射し，放射モード電力が再び導波モード電力に寄与することはないと見なしたものである。したがって，放射モードからの再結合や放射モード間の結合が無視し得ない場合は式(10), (12)の電力結合方程式を用いる必要がある。

3. 屈折率変動を有する薄膜誘電体線路への応用

薄膜誘電体線路の不完全さは大きく分けると線路の屈折率の揺らぎと境界面の凹凸であり，モード変換や散乱損の原因となる。とりわけ前者は基板の表面を拡散処理し導波路を構成する場合には特に重要である。そこで，電力結合方程式の適用例として図1に示す様な導波路の屈折率が不規則に揺らいでいる三層平板構造の誘電体線路を考える。

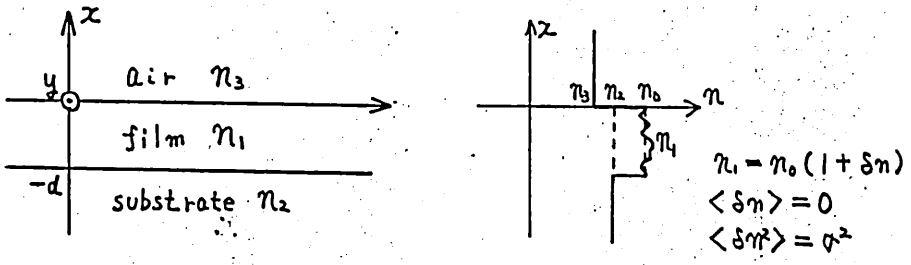


図1．薄膜誘電体線路の構造

導波路の屈折率 n_1 は正規の屈折率 n_0 を中心に δn なる揺らぎを持つものとし

$$n_1 = n_0(1+\delta n) \qquad |\delta n| \ll 1 \qquad (16)$$

で表わす。さらに，不規則な変動 δn の統計的性質は次式に示す指数形の自己相関関数によって表現できるものとする。

$$\langle \delta n(x_1,z_1)\,\delta n(x_2,z_2)\rangle = \sigma^2 \exp\left\{-\left(\frac{|x_1-x_2|}{D_x}-\frac{|z_1-z_2|}{D_z}\right)\right\} \quad (17)$$

ここで，σは揺らぎの実効値，D_x，D_zはそれぞれx方向，z方向の相関長である。基板および空気層の屈折率は，簡単化のため，揺らぎは無視できるものとし，それぞれn_2，n_3で表わしている。

3.1 電力結合係数

電力結合方程式の物理的意味は簡単に理解できるから，結合の様子は基準となるモードと他のモード間の電力結合係数を求めれば，その定性的な意味は把握し得る。そこでまず，振幅結合係数の自己相関関数を式(3)，(17)および$n_1^2 \fallingdotseq n_1^2(1+2\delta n)$なる関係を用いて算出すれば

$$\langle C_{\mu\nu}(z_1)\,C_{\mu\nu}^*(z_2)\rangle = \frac{\omega^2\varepsilon_0^2 n_0^4}{4}\int_{-d}^{0} E_{\mu y}^*(x_1)E_{\nu y}(x_1) \cdot \int_{-d}^{0} E_{\mu y}(x_2)E_{\nu y}^*(x_2)\langle \delta n(x_1,z_1)\,\delta n(x_2,z_2)\rangle\,dx_1\,dx_2 \quad (18)$$

となり，さらに，式(18)に式(17)を代入し，式(11)に従ってFourier変換すれば，電力結合係数

$$R_{\mu\nu} = \frac{\omega^2\varepsilon_0^2 n_0^4 \sigma^2 D_z}{2\{1+D_z^2(\beta_\mu-\beta_\nu)^2\}}\int_{-d}^{0} E_{\mu y}^*(x_1)E_{\nu y}(x_1) \cdot \int_{-d}^{0} E_{\mu y}(x_2)E_{\nu y}^*(x_2)\exp\left(-\frac{|x_1-x_2|}{D_x}\right)dx_1\,dx_2 \quad (19)$$

を得る（境界面の揺らぎに関しては付録参照）。放射モードとの結合に関しても同様であるが，伝搬方向の異

なるモードとの結合に対しては，片方の伝搬定数の符号を逆にしなければならない。

図2に $n_0=1.515$，$n_2=1.5$，$n_3=1.5$，$d=2\lambda$ なる単一モード線路における，導波ー放射モード間の電力結合係数を相関長をパラメータにとり示した。横軸はz方向の伝搬定数βであり，$0<\beta<\sqrt{n_2^2-n_3^2}\,k_0$ $(k_0=2\pi/\lambda)$ の範囲はリブストレートモード，$\sqrt{n_2^2-n_3^2}\,k_0<\beta<n_2k_0$ の範囲はエアーモードである。薄膜誘電体線路のエアーモードは縮退モードであり，電力結合係数はその和を示している。また，破線は後進放射モードとのそれを表わしている。同図より，相関長が長くなる程，βの値の大きな放射モードへの結合は小さくなり，後進放射モードへは更に小さい事が理解できる。

図3は，放射モードへの電力結合係数の積分値，すなわち，式(14)における散乱損 $2\alpha_1$ と相関長の関係を表わしている。但し，(ｲ)，(ﾛ)はそれぞれ同方向および逆方向に進行するモードとの結合を示す。さらに，比較のために，前進導波ー後進導波モード間の電力結合係数を破線で示した。

次に，モード変換についても考察を加えるために，$d=10\lambda$ なるマルチモード線路（$TE_1\sim TE_4$）における基本導波モードTE_1と他の導波モードとの間の電力結

合係数および散乱損と相関長との関係を図4に示す。図3，図4より，散乱損は相関長の変化に対してピーク値を有することがわかる。また，マルチモード線路におけるモード変換に対しても，それを最大にする相関長が存在し，後進モードへの結合は，導波，放射両モード共に，前進モードとの結合に比較してはるかに小さいことが推察できる。

3.2 放射モード電力の展開

放射モードは連続スペクトルを持つので，電力結合方程式(10)，(12)は無限次元の微分方程式であり，このままでは取り扱い困難である。ところが，放射モード間の結合は，基板または空気層の屈折率変動が無限遠点にまで及ばない限り無視でき，さらに，放射モード電力のスペクトルに最も深い関係を持つと考えられる導波ー放射モード間の電力結合係数の形状は，図2で示した様に比較的穏やかである。そこで，放射モード電力 $P(\rho)$ と導波ー放射モード間の電力結合結数 $h_{\mu\rho}$ を正規直交関数系 $\{L_i(\rho)\}$ を用い，有限項数Mで展開し，

$$P(\rho) \fallingdotseq \sum_{i}^{M} Q_i L_i(\rho) \qquad (20)$$

$$h_{\mu\rho} \fallingdotseq \sum_{i}^{M} H_{\mu i} L_i(\rho) \qquad (21)$$

但し，

$$\int_0^\infty L_i(\rho) L_j(\rho)\, d\rho = \delta_{ij} \qquad (22)$$

で近似的に表現できるものとする。ここで，Q_i，$H_{\mu i}$はそれぞれ$P(\rho)$，$h_{\mu\nu}$の展開係数であり，δ_{ij}はクロネッカデルタを表わす。直交関数の選択にあたっては，相関長が長くなる程，大きなρの値を持つ放射モードへの結合が弱くなる傾向に着目し，指数形の重みを持つ Laguerre 関数系

$$L_i(\rho)=\sqrt{S}\exp\left(-\frac{S\rho}{2}\right)\sum_{r=1}^{i}(-1)^r\binom{i}{r}\frac{(S\rho)^r}{r!} \qquad (23)$$

を正規直交関数系として用いることにする。但し，Sは関数の広がりを示す定数であり，その決定に際しては，電力結合係数$h_{\mu\rho}$を最も精度よく近似し得る広がり定数を持つ Laguerre 関数が放射モード電力$P(\rho)$をも近似し得ると仮定する。すなわち，$h_{\mu\rho}$は既知であるから，式(21)，(22)より電力結合係数の展開係数

$$H_{\mu i}=\int_0^\infty h_{\mu\rho}\,L_i(\rho)\,d\rho \qquad (24)$$

が広がり定数Sの関数として得られる。次に，展開項数Mを与え，再び式(21)を用いて計算された値と真の値との差を表わす評価量

$$\Delta(S)=\sqrt{\int_0^\infty\left\{h_{\mu\rho}-\sum_i^M H_{\mu i}L_i(\rho)\right\}^2 d\rho\Big/\int_0^\infty h_{\mu\rho}^2\,d\rho} \qquad (25)$$

を最小にする広がり定数Sを決定する。広がり定数Sの最適値の存在を示す一例として，$D_x=D_z=\lambda$の場合

を，展開項数Mをパラメータにして図5に示した．

放射モード電力 $P(\rho)$ と電力結合係数 $h_{\mu\rho}$ とが精度よく展開できれば，式(20)，(21)を式(10)，(12)に代入し，式(23)の関係を用いれば

$$\frac{dP_\mu}{dz} = \sum_{\nu}^{N}\left\{h_{\mu\mu} - \left(\sum_{n}^{N} h_{n\mu} + \sum_{m}^{M} H_{m\mu}\, l_m\right)\delta_{\mu\mu}\right\} P_\nu + \sum_{m}^{M} H_{\mu m}\, Q_m \tag{26}$$

$$\frac{dQ_m}{dz} = \sum_{\nu}^{N} H_{m\nu} P_\nu - \sum_{n}^{M} K_{mn}\, Q_n \tag{27}$$

但し，
$$l_m = \int_0^\infty L_m(\rho)\, d\rho \tag{28}$$

$$K_{mn} = \sum_{\nu}^{N} \int_0^\infty h_{\nu\rho}\, L_m(\rho)\, L_n(\rho)\, d\rho \tag{29}$$

が得られ，数値計算に適した電力結合方程式になる．しかしながら，P_μ は導波モード電力を直接に表わすが Q_m は展開係数であり，放射モード電力 $P(\rho)$ を求めるには再度式(20)を用いる必要が生じる．

3.3 モード電力の移行特性と放射モード電力のスペクトル

屈折率の不規則な変動によって生じる導波，放射両モードの振舞について考察を加えるには，電力結合方程式の解を求めればよい。連立微分方程式(26)，(27)の解は周知のように行列の固有値問題に帰着するから，改めて両式を行列表示すれば次式となる．

$$\frac{d}{dz}\mathbb{R} = \mathbb{A}\,\mathbb{R} \tag{30}$$

ここに，
$$\mathbb{R} = [P_1, P_2, \cdots P_N, Q_1, Q_2, \cdots Q_M]^T \tag{31}$$

であり，結合行列$\mathbb{A}$は$(N+M)$次の正方行列で，その要素は式(19)，(24)，(28)，(29)から与えられる．さらに，行列$\mathbb{A}$の固有値から成る対角行列を$\mathbb{\Lambda}$，固有ベクトルから成る行列を$\mathbb{T}$，その逆行列を$\mathbb{T}^{-1}$とすれば，式(30)の解は

$$\mathbb{R}(z) = \mathbb{T}^{-1} \exp(\mathbb{\Lambda} z)\, \mathbb{T}\, \mathbb{R}(0) \qquad (32)$$

で与えられる．但し，$\mathbb{R}(0)$は各モード電力の$z=0$における初期値である．

数値計算例として，$z=0$において基本導波モードTE$_1$が励振された場合を考える．図6は，$d=2\lambda$なる単一モード線路での基本モードTE$_1$の減衰特性を，相関長をパラメータにとり表わしている．破線はMarcuseの方程式を用いた場合であり，相関長が長い程，両者の差が大きくなる傾向を持つ．これはエアーモードよりサブストレートモード，すなわち，小さなβの値を持つ放射モードが導波モードへの再結合に大きく寄与している事が推察できる．逆に，相関長が短い場合は相対的にエアーモードが多く生じるが，再結合の影響はほとんど考えなくてよい．また，励振点の近傍では，放射モード電力は微少であるため再結合は無視できる．一方，放射モード電力は，導波モード電力の減衰に伴ない，その分だけ増大するが，単一モード線路では，そのスペクトルは，図3で示した導波ー放射モード間

の電力結合係数の形状と大差ないため図示しない。

次に，マルチモード線路（$d=10\lambda$）における電力移行特性を，相関長が $D=1$，10，100 の各場合について図7(a)~(c)に示した。同図より，励振された基本モードの電力は放射モードだけでなく他の導波モードにも移行し，散乱損と同時にモード変換が生じる。モード変換による高次の導波モード電力は，伝搬長の増加に伴ない電力を増し，その後は一様に減衰することがわかる。一般に，相関長が長い程，モード変換は大きく散乱損は小さくなり，逆に，相関長が短かければ，モード変換は小さく，散乱損が大きくなる傾向を示している。

最後に，放射モード電力のスペクトルを図8に示した。同図は伝搬長 $z=5\times10^{2}\times\lambda/\alpha$ なる点でのスペクトルであるが，伝搬長が変わっても，その形状はあまり変化せず，パラメータとして示した相関長の長さによりほぼ決定する。

なお，図6～8の計算例は9項のLaguerre関数系を用いて展開する手法による結果であるが，これは放射モード電力を149個に細分し，クッターマーソン法を用いて，直接式(10)，(12)を数値計算した結果とほぼ一致することを確かめた。

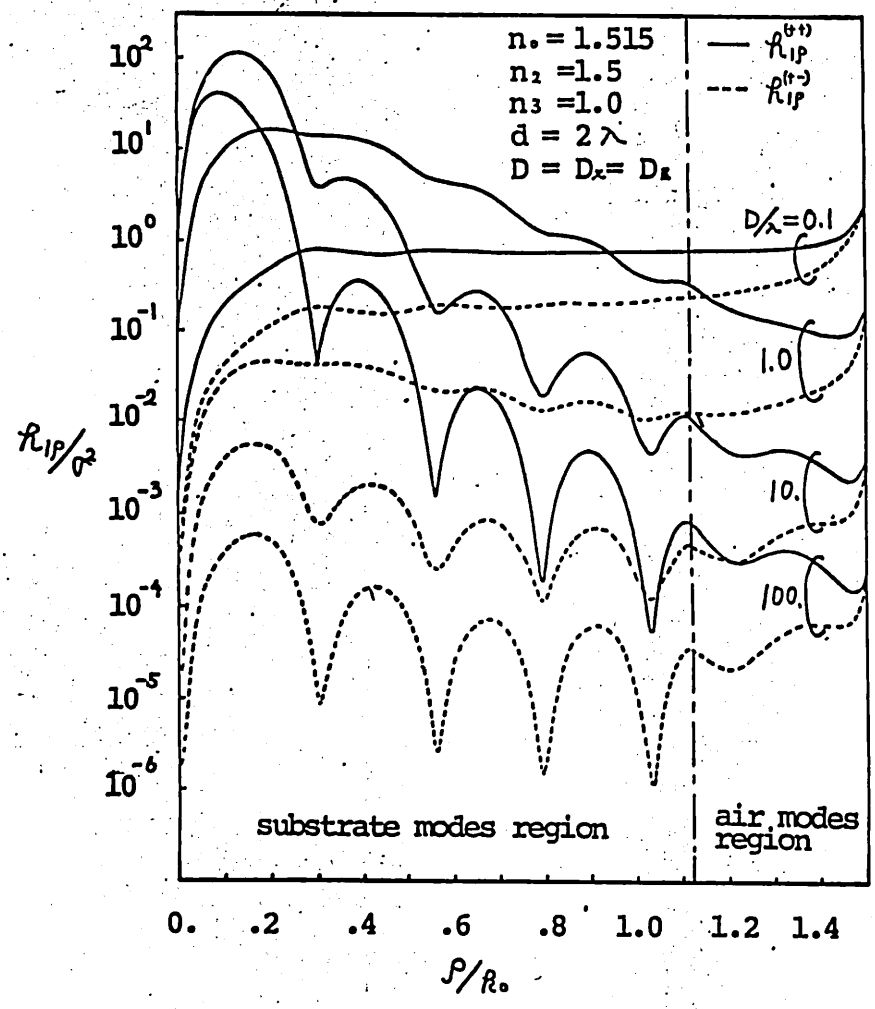


図2　導波ー放射モード間の電力結合係数
（$d = 2.0\lambda$ の単一モード線路）

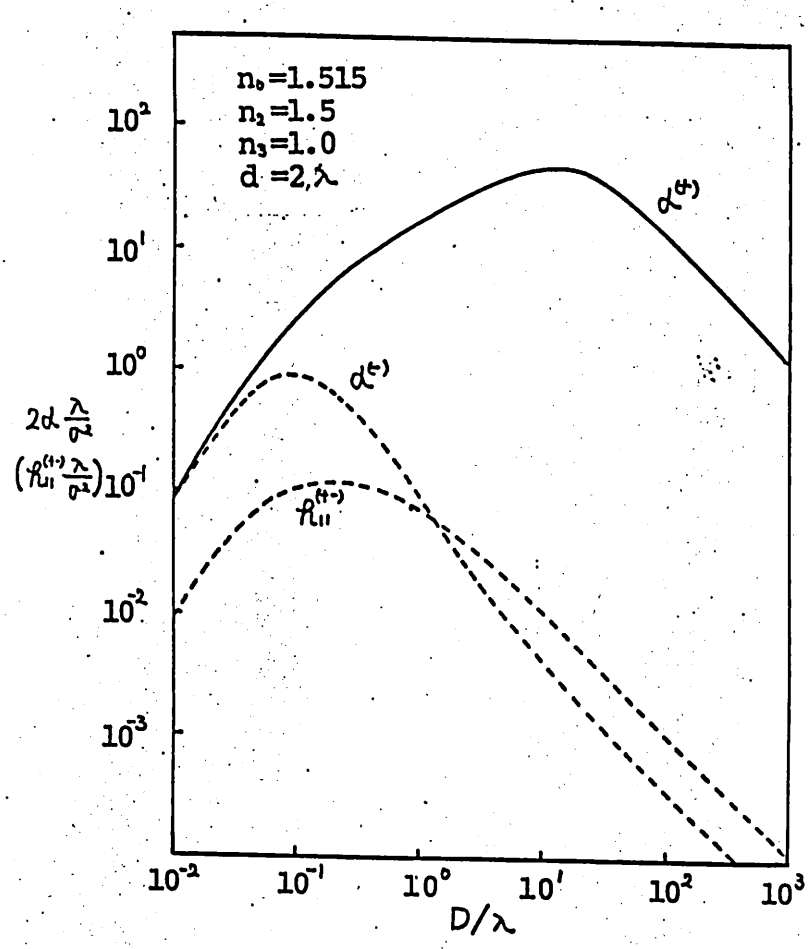


図3　単一モード線路における散乱損と後進導波モードへの電力結合係数

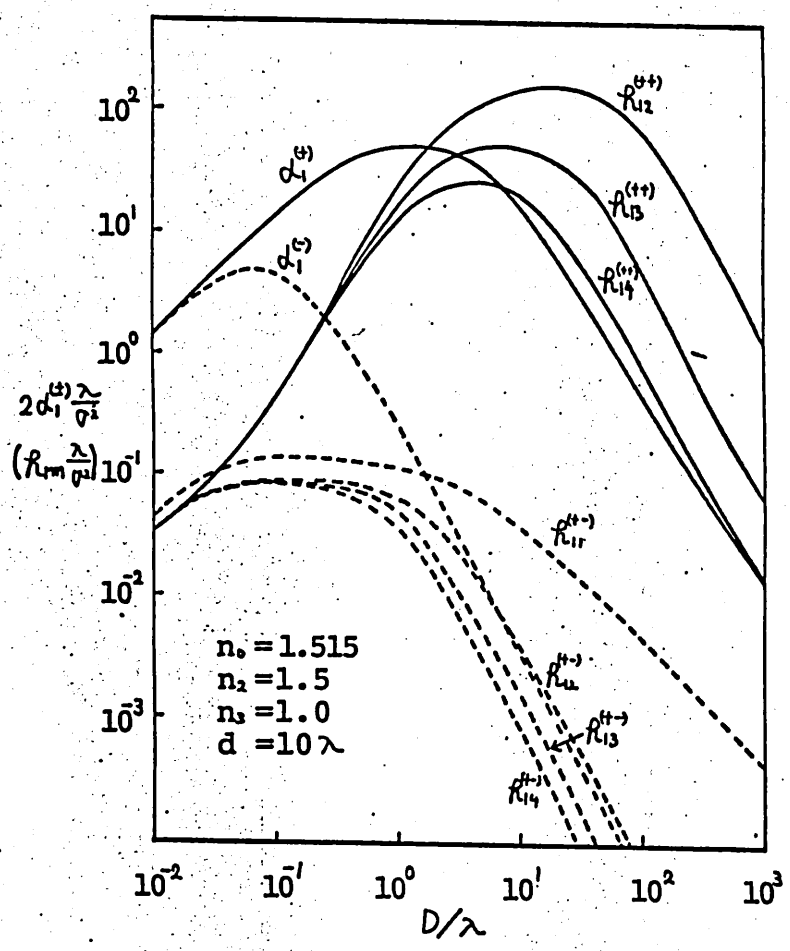


図4　マルチモード線路における散乱損と導波モード間の電力結合係数

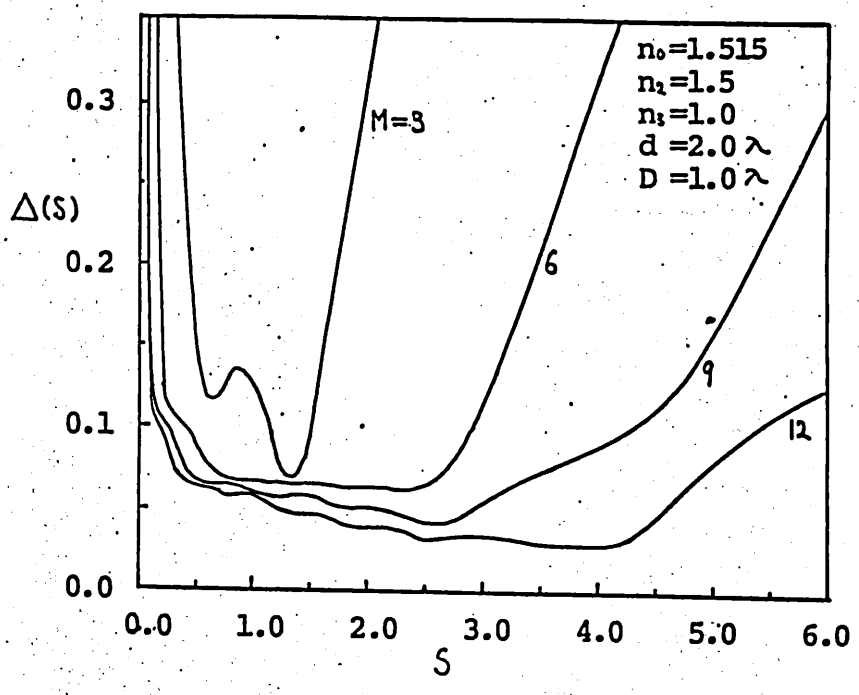


図5 広がり定数に対する評価量の変化

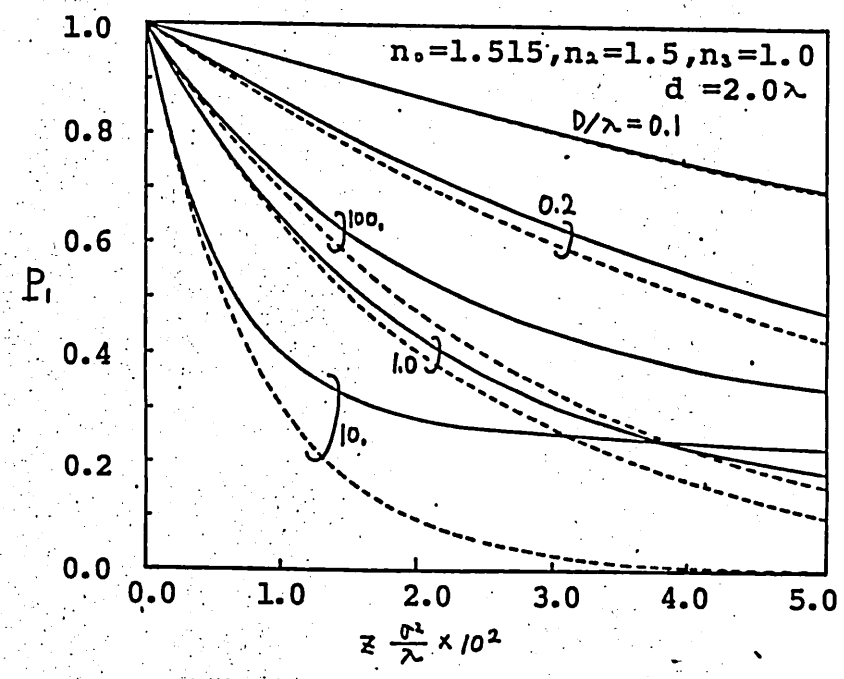


図6 単一モード線路における導波モードの減衰特性

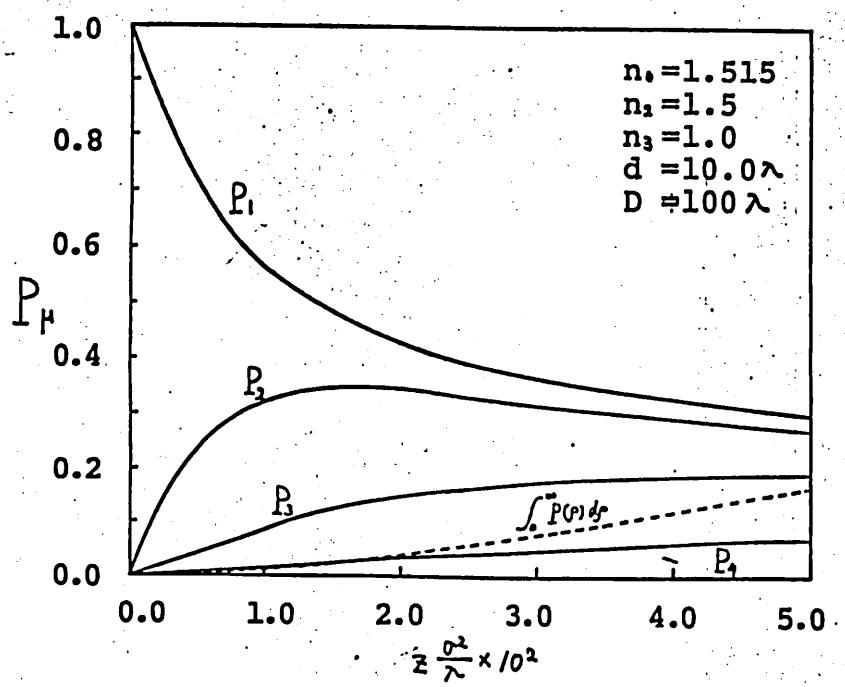


図 7 -(a) マルチモード線路における電力移行特性 (D=100λ)

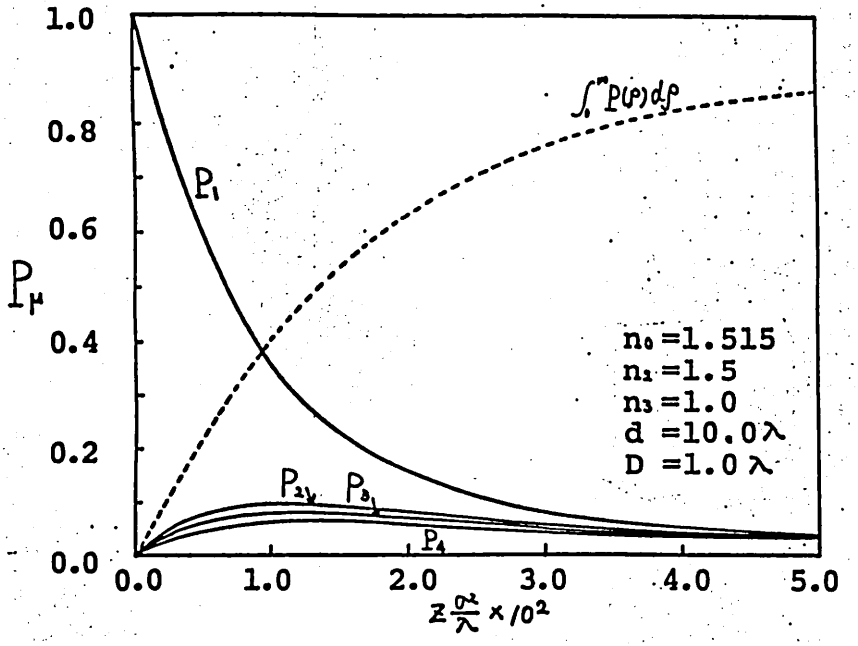


図 7-(b) マルチモード線路における電力移行特性(D=10λ)

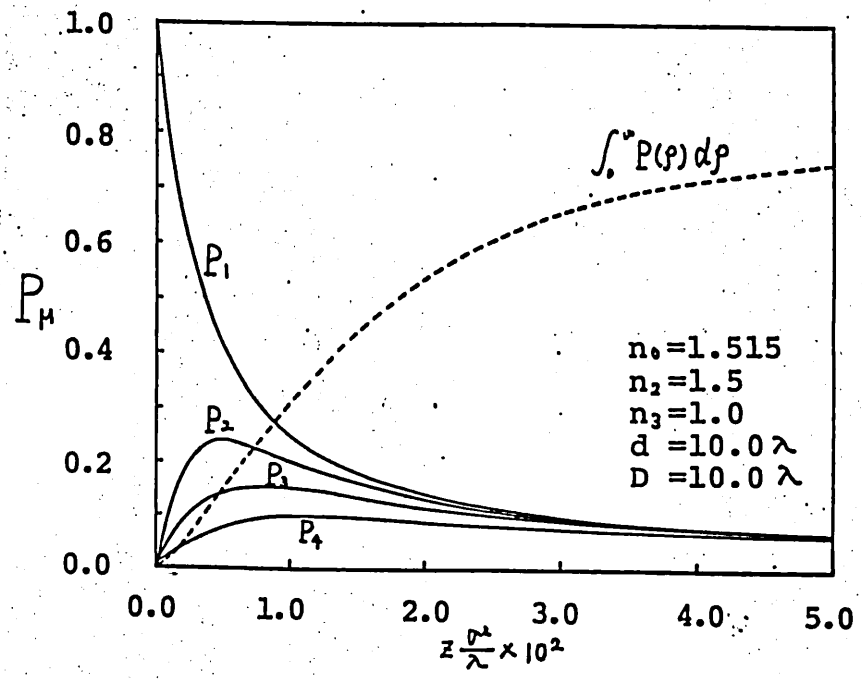


図 7-(a) マルチモード線路における電力移行特性 (D=10λ)

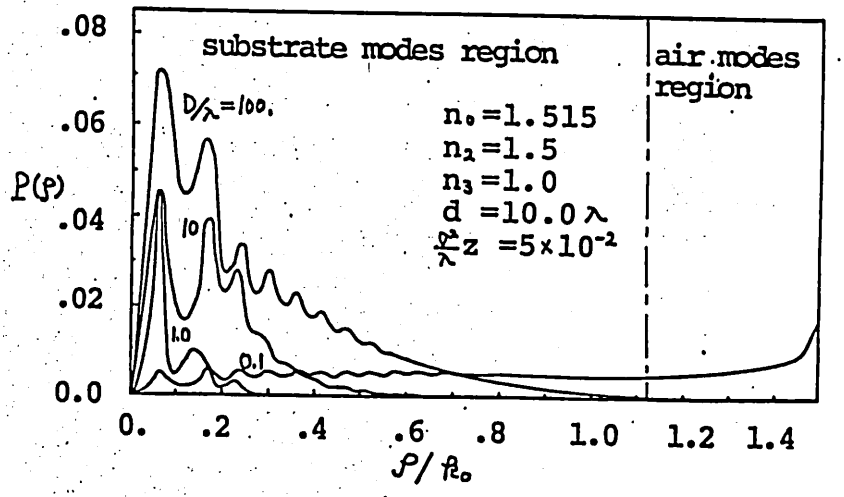


図 8 放射モード電力のスペクトル

4. むすび

薄膜誘電体線路におけるモード間の不規則な結合を集合平均の立場から論じるために，放射モードの寄与をより詳しく表現する電力結合方程式を導き，その結果を屈折率に揺らぎのある誘電体線路に適用し，導波モードや放射モードの不規則な結合の様子を計算例を用いて論じた。また，放射モードの取り扱いに関して導波ー放射モード間の電力結合係数の形状に着目し，有限項数で展開表示する手法を示した。

数値計算の結果，基本導波モードの減衰特性は，放射モードからの再結合を無視した場合と比べ，一般に減衰量は少なく，その差異は揺らぎの相関長が長い程大きくなることや，マルチモード線路における高次導波モードへの結合は，相関長が長くなる程，強くなり散乱損は逆に少なくなること等が明らかとなった。

本報告に用いた手法は，境界面の変動する場合にも同様に適用でき，さらに，異方性媒質を含む線路に対しても適用できる。しかし，エバネッセントな放射モードを無視したことや，近似に基づく精度の問題が今後の課題として残っている。

最後に，本報告に当り，有益な御教示を頂いた京都

工芸繊維大学弓場芳治教授に深く感謝します。また、日ごろ御指導、御討論を頂いている森啓真講師、小南昌信氏、岸岡清氏ならびに同研究室の諸兄に心から謝辞の意を表します。

文　献

(1) D. Marcuse; "Mode Conversion Caused by Surface Imperfections of a Dielectric Slab Waveguide", B.S.T.J. 48, (Dec. 1969)

(2) 末松, 古屋; "非対称薄膜光誘電体導波路の固有姿態と散乱損失"; 信学論(C), 56-C, 5 (昭48-05)

(3) 今井, 朝倉; "薄膜光線路内の屈折率変動による姿態変換", 信学論(C), 58-C, 5, 12 (昭50-12)

(4) D. Marcuse; "Derivation of Coupled Power Equation", B.S.T.J. 51, (Jan. 1972)

(5) D. Marcuse; "Power Distribution and Losses in Multimode Dielectric Slab Waveguides" B.S.T.J. 51, (Feb. 1972)

(6) D. Marcuse; "Pulse Propagation in Multimode Dielectric Waveguides" B.S.T.J. 51, (Nov. 1972)

(7) 山北, 吉田, 六島; "電力結合方程式を用いた異方性誘電体不規則線路についての考察", 輻研資料 (昭51-12)

(8) D. Marcuse; "Coupled-Mode Theory for Anisotropic Optical Waveguides" B.S.T.J. 54, (July-Aug. 1975)

付　録

薄膜誘電体線路における二つの境界面を表わす関数を図A-1に示すように $f(z)$, $g(z)$ とする。また，不規則関数 $f(z)$, $g(z)$ は定常過程に従い次式に示す統計的性質を持つものとする。

$$\langle f(z) \rangle = \langle g(z) \rangle = 0 \tag{A·1}$$

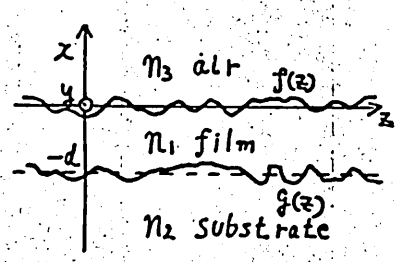
$$\langle f(z) f(z-u) \rangle = \bar{\sigma}_f^2 \exp(-|u|/D_f) \tag{A·2}$$

$$\langle g(z) g(z-u) \rangle = \bar{\sigma}_g^2 \exp(-|u|/D_g) \tag{A·3}$$

$$\langle f(z) g(z-u) \rangle = \bar{\sigma}_f \bar{\sigma}_g \exp(-|u|/D_{fg}) \tag{A·4}$$

ここに，$\bar{\sigma}_f$, $\bar{\sigma}_g$ は $f(z)$, $g(z)$ の揺らぎの実効値であり，D_f, D_g, D_{fg} は相関長である。境界面の揺らぎは波長に比べ十分に小さいとすれば，式(A·1)～(A·4) および式(3), (11)より電力結合係数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu} = \frac{\omega^2 \varepsilon_i}{8} \Bigg\{ & \frac{\bar{\sigma}_f^2 (n_1^2 - n_3^2)^2 D_f}{1 + D_f^2 (\beta_\mu - \beta_\nu)^2} E_{\mu y}^2(0) E_{\nu y}^2(0) \\ & + \frac{\bar{\sigma}_g^2 (n_1^2 - n_3^2)^2 D_g}{1 + D_g^2 (\beta_\mu - \beta_\nu)^2} E_{\mu y}^2(-d) E_{\mu y}(-d) \\ & \frac{2 \bar{\sigma}_f \bar{\sigma}_g (n_1^2 - n_3^2)(n_1^2 - n_2^2) D_{fg}}{1 + D_{fg}^2 (\beta_\mu - \beta_\nu)^2} E_{\mu y}(0) E_{\nu y}(0) E_{\mu y}(-d) E_{\nu y}(-d) \end{aligned} \tag{A·5}$$



図A-1　境界面に揺らぎのある薄膜誘電体線路

輻射科学研究会資料

導波管形可変帯域通過フィルタ

豊田幸弘
(大阪工業大学)

昭和53年6月23日
(於 中央電気クラブ)

導波管形可変帯域通過フィルタ

1　まえがき

マイクロ波回路のフィルタの論文についてはこれまでに数多く発表されており，導波管回路，同軸線路，マイクロストリップ線路など各種の回路構成が用いられている。導波管回路を用いたフィルタの構造は容量性または誘導性窓をもった4分の1波長結合であり，G. Craven と L. Lewin[1] は導波管の x 軸方向に誘導性3本導体棒を装荷して4分の1波長結合帯域通過フィルタを構成している。両フィルタの通過帯域幅は狭帯域特性である。また，N. J. Harrison[2] は共振窓を用いて4分の1波長結合帯域通過フィルタを構成し広帯域特性を得ている。以上述べた帯域通過フィルタの通過帯域幅は固定されていて可変することができない。

通過帯域幅を可変させる方法として，機械的と電気的にやる方法が考えられる。機械的にやる方法としては，リッジ共振窓を用いた可変帯域通過フィルタについてはすでに報告した[3]。

通過帯域幅を電気的に可変させる方が容易であるので，本論文は導波管にバラクタダイオードと導体棒を装荷した可変帯域通過フィルタについて述べる。

著者はバラクタダイオードの容量変化を用いて可変帯域通過フィルタを考案した。このフィルタは2種類のフィルタであって，その構造はE面分岐した導波管の上部，下部導波管の x 軸方向に導体棒とバラクタダイオードを $a/3$ の間隔をおいて装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した。一方，導波管の x 軸方向に導体棒とバラクタダイオードを $a/3$ の間隔をおいて装荷し，1/4波長隔てた位置にバラクタダイ

オードを，そして1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した。両フィルタの動作を明らかにするために，その等価回路を電磁界方程式を解いて求めた[4]。バラクタの容量変化に対する通過帯域幅の可変範囲は260MHzから1.02GHzまで変化した。解析による等価回路の計算結果は実測値と良い一致を示す。

2　E面分岐した導波管の上部，下部導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタの解析と等価回路

E面分岐した導波管のx軸方向に導体棒とバラクタダイオードをa/3の間隔をおいて装荷した帯域通過フィルタの構造は図1に示す。

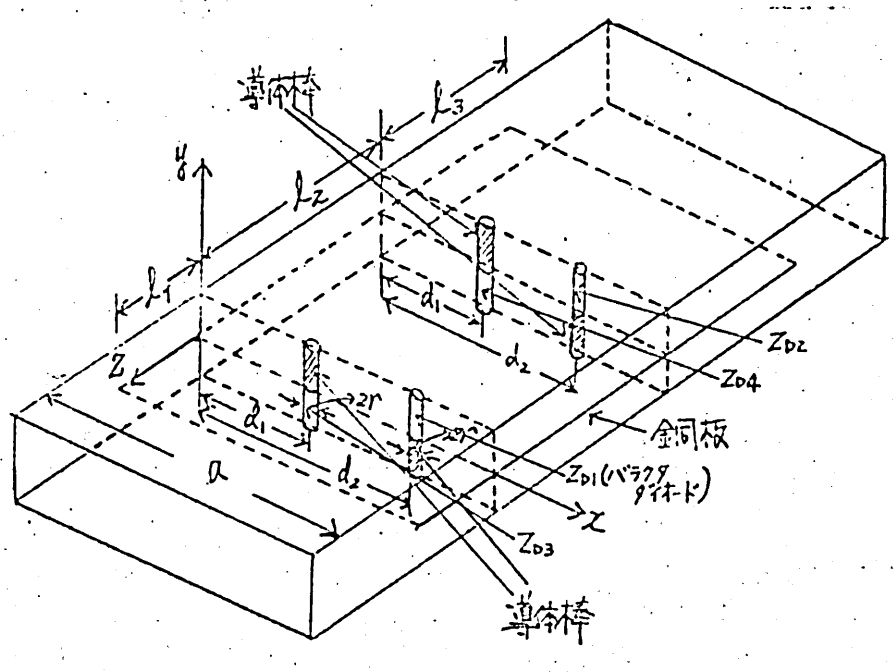
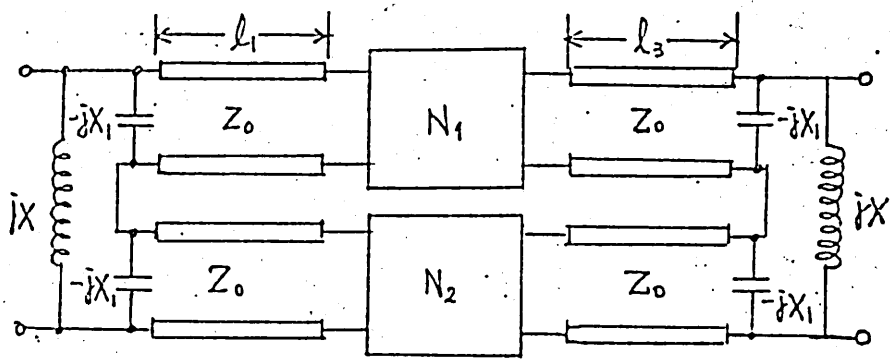


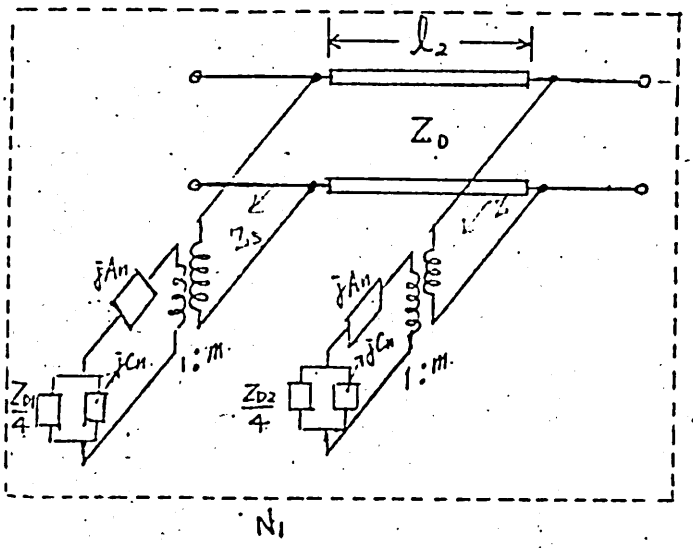
図1　E面分岐した導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した可変帯域通過フィルタ

バラクタダイオードと導体棒は間隔をおいて装荷する。フィルタは次の方法で解析する。図1の導波管の横幅はa，高さはbとする。ダイオードと導体棒は非常に細い半径rのポストで近似し，壁面から距離d_1の位置に導体棒，d_2の位置にダイオードがあるとする。座標は図1のようにとる。

バラクタダイオードと導体棒を導波管に装荷したときの等価回路の解析はダイオードと導体棒は等価的に一様に細い半径の円柱で置換し，円柱に流れる電流は線条電流$J_1\delta(z)\delta(x-d_1)$と$J_2\delta(z)\delta(x-d_2)$で近似する。また，導波管の高さbはダイオードの寸法と一致する場合を考える。この場



(a)



(b)

図2 等価回路

合，$b \ll \lambda$ であるので，y 方向の電磁界分布は一様であると考えられる。これらの仮定に基づいて解析した結果の等価回路（解析の詳細は付録参照）と導波管のE面分岐した不連続部の等価回路[5]を図2に示す。図2の等価回路の Z_0 は mode インピーダンスである。m は理想変成器の変成比である。

図2aの N_1 は図2bに示す等価回路となる。N_2 も図2bに示す等価回路と同じであるが，ダイオードの Z_{D1} は Z_{D3} に，Z_{D2} は Z_{D4} に置き換えればよい。リアクタンス jX，$-jX_1$ は文献[5]に記載してある。jA_n と jC_n は

$$jA_n = \frac{\omega\mu_0 b}{a} \sum_{n=3,5,7\cdots} \frac{1}{\Gamma_n} \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) \sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} \qquad (1)$$

$$jC_n = \frac{\omega\mu_0 b}{a} \sum_{n=2,4,6\cdots} \frac{1}{\Gamma_n} \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) \sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} \qquad (2)$$

$$m^2 = \frac{a}{2b} \operatorname{cosec}^2\left(\frac{\pi d_1}{a}\right) \qquad (3)$$

で与えられる。

3 導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタの解析と等価回路

導波管の y 軸方向に導体棒とバラクタダイオードを装荷し，$1/4$ 波長隔てた帯域通過フィルタの構造は図3に示す。導波管の高さ b は $\lambda/2$ で述べた寸法（$b \ll \lambda$）と同じである。導波管の x 軸方向に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタの等価回路は4に示す。Z_{D5}，Z_{D6}，Z_{D7} はバラクタダイオードの導体棒とバラクタダイオードの間隔をおいて装荷した帯域通過フィルタの等価回路は2で述べた方法と同じである。導波管の高さ b は $\lambda/2$ で述べた寸法（$b \ll \lambda$）

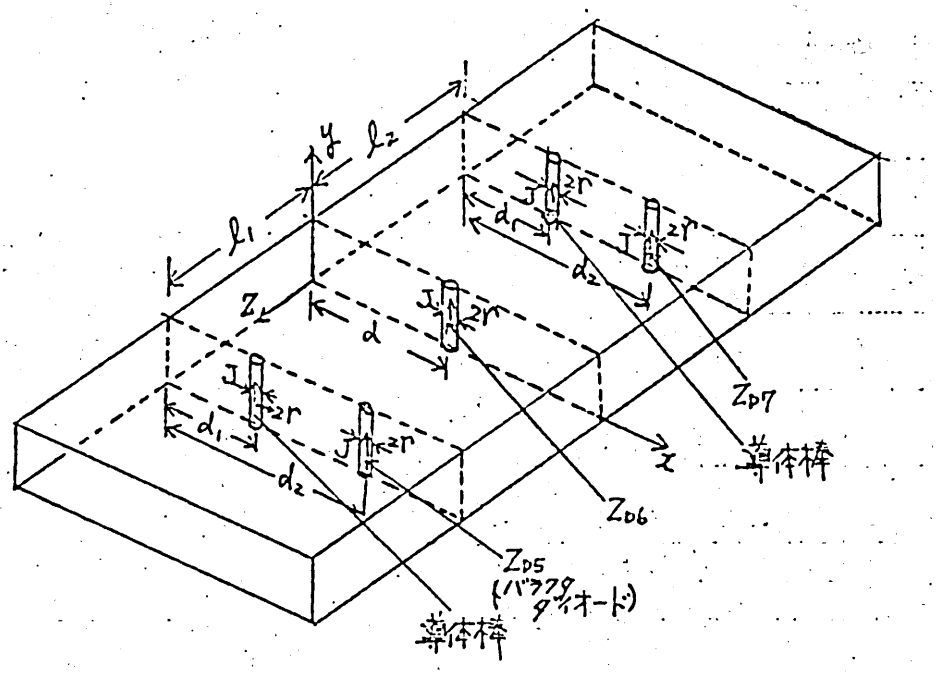


図3　導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタ

ある。リアクタンス jX_z は

$$jX_z = \frac{\omega\mu_0 b}{a} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\Gamma_n} \sin\left(\frac{n\pi d}{a}\right) \sin\left\{\frac{n\pi(d+r)}{a}\right\} \qquad (4)$$

で与えられる。

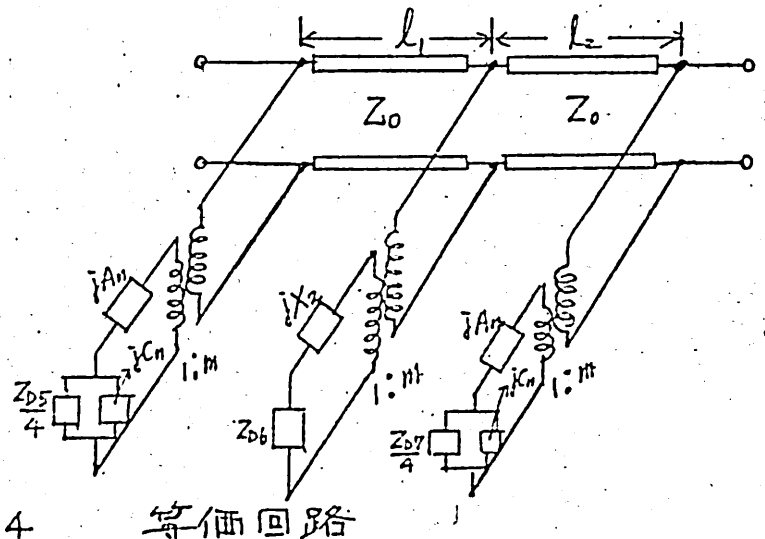


図4　等価回路

4　試作フィルタの構造

E面分岐した導波管の上部導波管のx軸方向に導体棒とバラクタダイオード（Z_{D1}）を$a/3$の間隔において装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオード（Z_{D2}）を装荷した．下部導波管は上部導波管と同様に導体棒とバラクタダイオード(Z_{D3})を装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオード（Z_{D4}）を装荷した可変帯域通過フィルタの構造は図5に示す．導波管の高さ

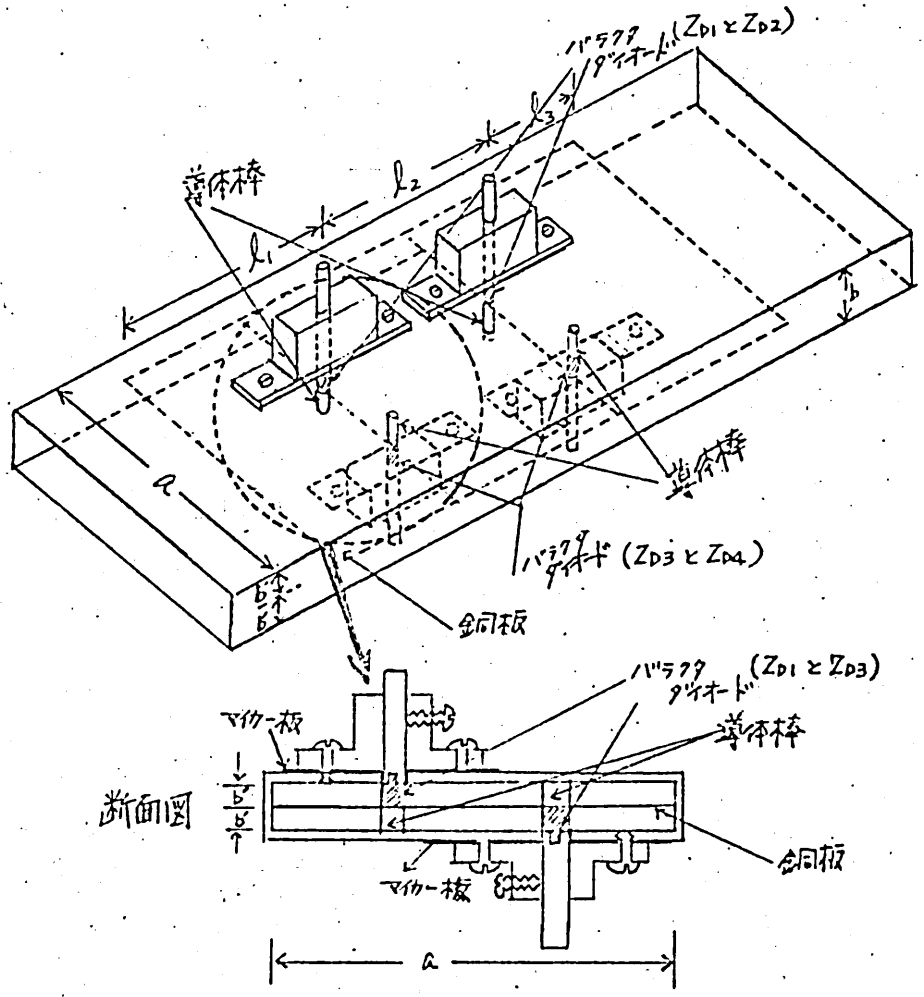


図5　フィルタの構造

bは2mmで，銅板の厚みは1mmである。導波管の高さbは5mmから標準の高さまで徐々にテーパをつけ，テーパの長さは2λg（周波数4GHz）の長さにした。

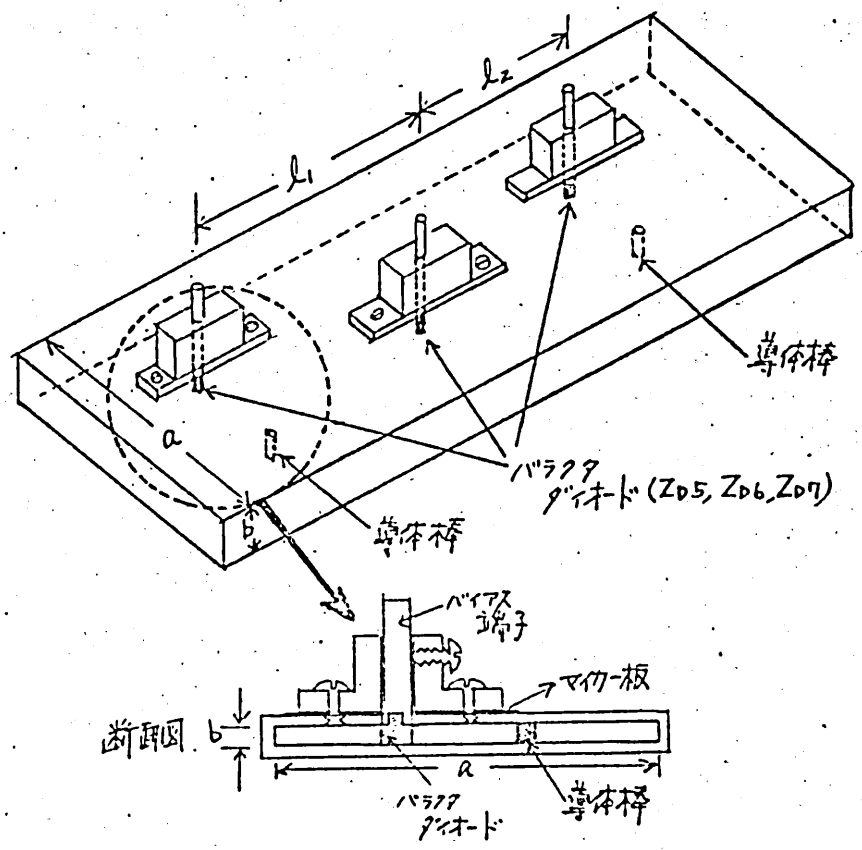


図6　フィルタの構造

図5は導波管のz軸方向に導体棒とバラクタダイオード(Z05)をa/3の間隔をおいて装荷し，1/4波長隔てた位置にバラクタダイオード(Z06)を，そして，1/4波長隔てた位置にバラクタダイオード(Z07)と導体棒を装荷した帯域通過フィルタの構造を示す。導波管の高さbは2mmから標準の高さまで徐々にテーパをつけ，テーパの長さは2λgの長さにした。

5　帯域通過フィルタの数値計算と実験結果

5.1　E面分岐した導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタ

フィルタに用いたバラクタダイオードD5047である。このダイオードのパッケージ定数C_p = 0.16 pF, L_s = 0.47 nH, R_s = 0.8 Ωである。

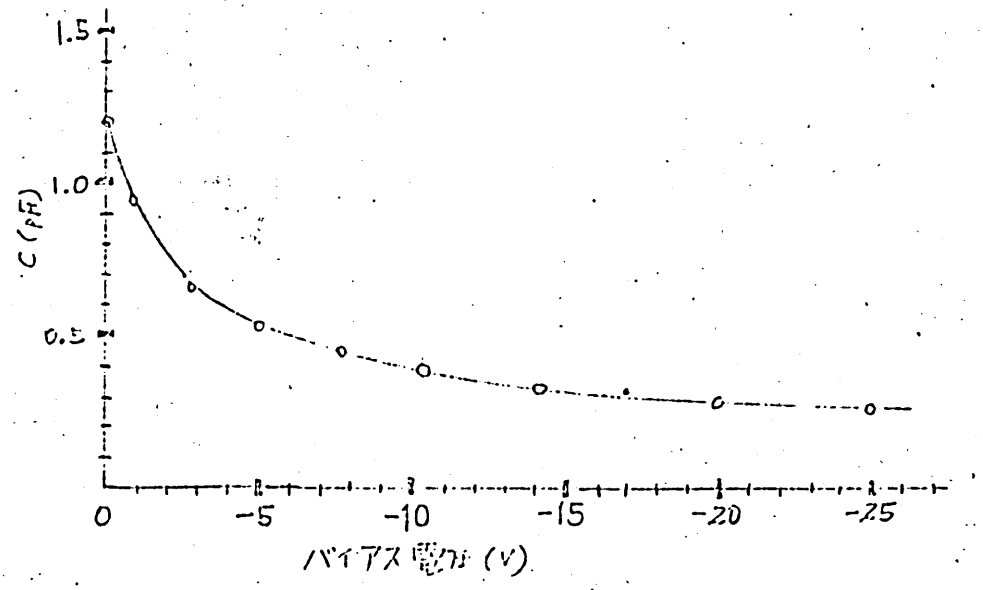


図7　バラクタダイオードの測定値

図7はバラクタダイオードのバイアス電圧を変化させたときの接合容量Cの変化を示す測定値である。ほぼ特性のそろった4個のバラクタダイオードを図5に示す帯域通過フィルタに用いた。図5に示す試作可変帯域通過フィルタの導波管の横幅aは58 mm, bは5 mm, b'は2 mm, 銅板の厚みは1 mmである。導体棒の直径は3 mmの銅

棒を用いた。バラクタダイオードと導体棒のポストの半径r（図1参照）は0.6mm，バラクタダイオードと導体棒の間隔はa/3である．l_1，l_2，l_3の長さは$\lambda_g/4$（周波数4GHz）である。また，入力電力は0.08mW一定にした。

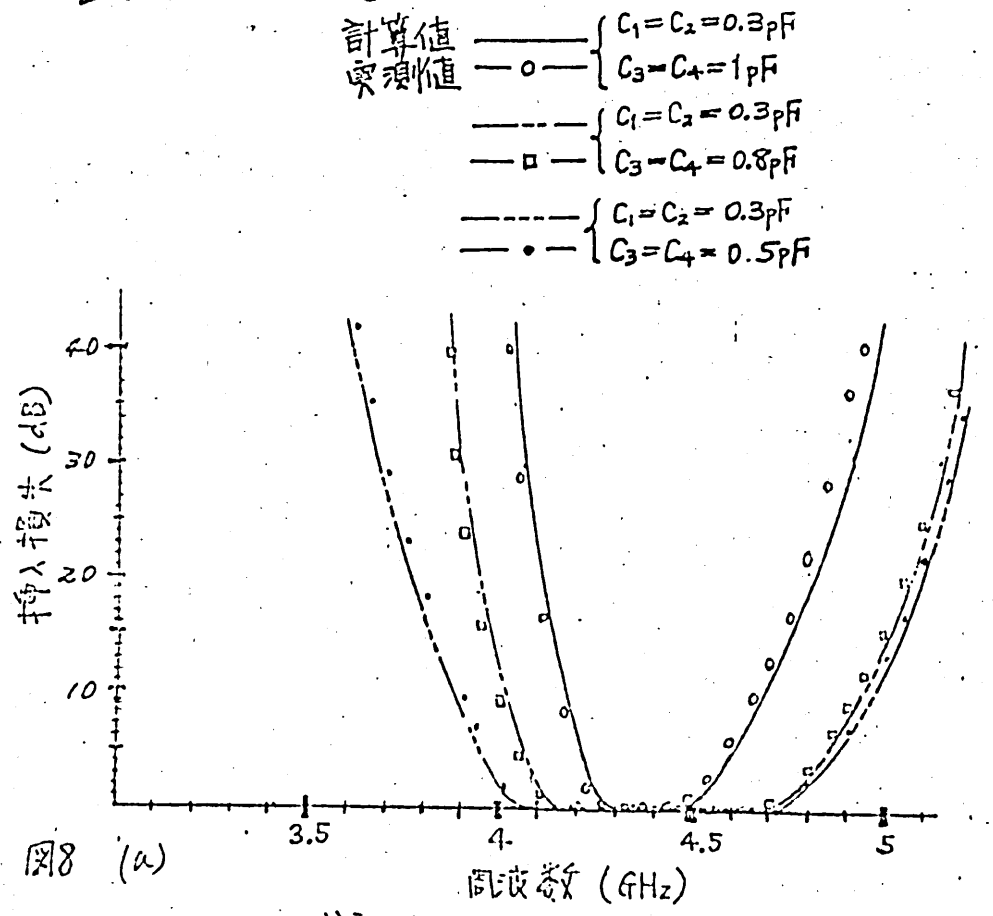


図8 (a) 減衰特性

図8はE面分岐した導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した可変帯域通過フィルタの減衰特性を示す．

図8aはバラクタダイオードZ_{D1}とZ_{D2}（Z_{D1}とZ_{D2}の接合容量をC_1とC_2とする）のバイアス電圧を−25（V）（0.3pF）一定にし，バラクタダイオードZ_{D3}とZ_{D4}（Z_{D3}とZ_{D4}の接合容量をC_3とC_4とする）のバイアス電圧を−0.05（V）から−6（V）まで（1pFから0.5pFまで）変化させ

たときの帯域通過フィルタの減衰特性を示す．4個のバラクタダイオードの容量変化に対する通過帯域幅の変化は３００ＭＨｚから８２０ＭＨｚまで変化した。

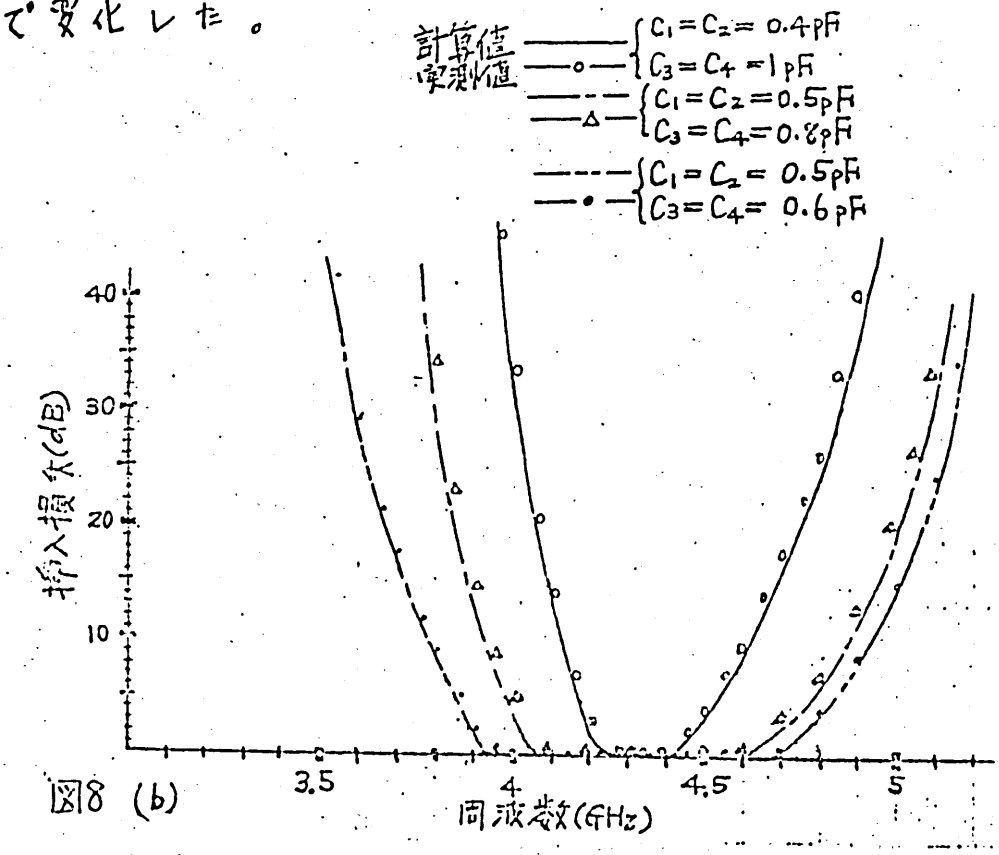


図8 (b)

図８ｂはＺD1 とＺD2 のバイアス電圧を－１０（V）（０.４ｐＦ），ＺD3 とＺD4 のバイアス電圧を－0.05（V）（1pF）一定にしたときの通過帯域幅は３００ＭＨｚであった。ＺD1 とＺD2 のバイアス電圧を－６(V)（０.５ｐＦ）一定にし，ＺD3 とＺD4 のバイアス電圧は－２（V）から－３.５（V）まで（０.８ｐＦから０.６ｐＦまで）変化させたときの通過帯域幅は７２０ＭＨｚから８８０ＭＨｚまで変化した。

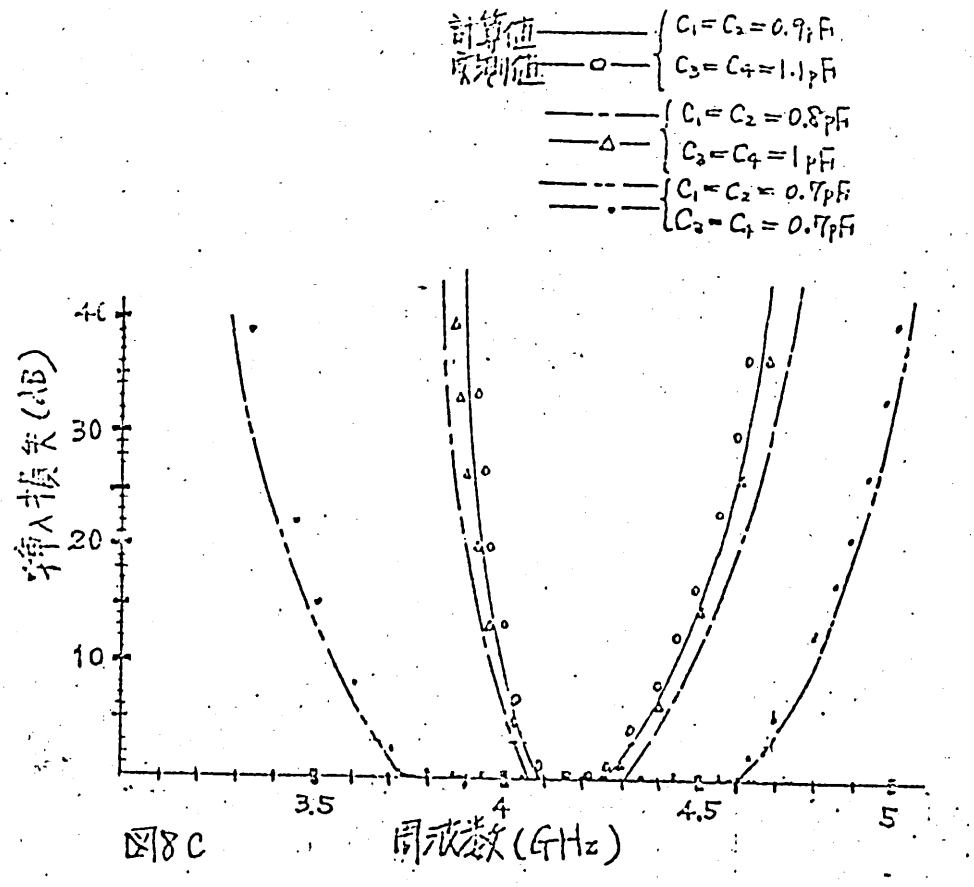


図8C

図8CはZ_{D1}とZ_{D2}のバイアス電圧を−1(V)から−2.5(V)(0.9pFから0.7pFまで)変化し，Z_{D3}とZ_{D4}のバイアス電圧を−0.3(V)から−2.5(V)(1.1pFから0.7pFまで)変化させたときの通過帯域幅は260MHzから1.02GHzまで変化した。

図8a,b,cの減衰特性は計算値と実測値とは比較的よく一致した。また，実測値での通過帯域内の挿入損失は1dB以下であった。

図8に示す減衰特性からわかるように，E面分岐した導波管の上部フィルタのバラクタダイオードの接合容量C_1とC_2の値を同じにしたのは通過帯域内の挿入損失を小さくするためである(下部フィルタのバラクタダイオードの接合容量C_3とC_4も同じである)。C_1とC_2の値が異なると2個の共

振回路の共振周波数が異なり，反射波が多くなって通過帯域内での挿入損失が増大する．以上の理由から，図8に示す可変帯域通過フィルタのバラクタダイオードの接合容量 C_1 と C_2 の値（C_3 と C_4 も同じ）を同じにした。

5.2 導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタ

図9は導波管のz軸方向に導体棒とバラクタダイオードを a/3 の間隔をおいて装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタの減衰特性を示す。このフィルタに用いたバラクタダイオードは5.1に述べたバラクタダイオードを用いた。また，導体棒の直径は3mmの銅棒を用た。

図9aはバラクタダイオード Z_{D5} と Z_{D7}（Z_{D5} と Z_{D7} の接合容量を C_5 と C_7 とする）のバイアス電圧を−6(V)(0.5pF)一定にし，バラクタダイオード Z_{D6}（Z_{D6} の接合容量を C_6 とする）のバイアス電圧を−2.5(V)から−10.5(V)(0.7pFから0.4pFまで)まで変化させたときの帯域通過フィルタの減衰特性を示す。

バラクタダイオードの容量変化に対する通過帯域幅の変化は1.39GHzから1.47GHzまで変化し計算値と実測値とは比較的良く一致した。

図9bはバラクタダイオード Z_{D5} と Z_{D7} のバイアス電圧を−4(V)(0.6pF)一定にして，Z_{D6} のバイアス電圧を−18(V)から−2.5(V)(0.3pFから0.7pFまで)まで変化させたときの帯域通過フィルタの減衰特性を示す。

バラクタダイオードの容量変化に対する通過帯域幅の変化は1.26GHzから1.4GHzまで

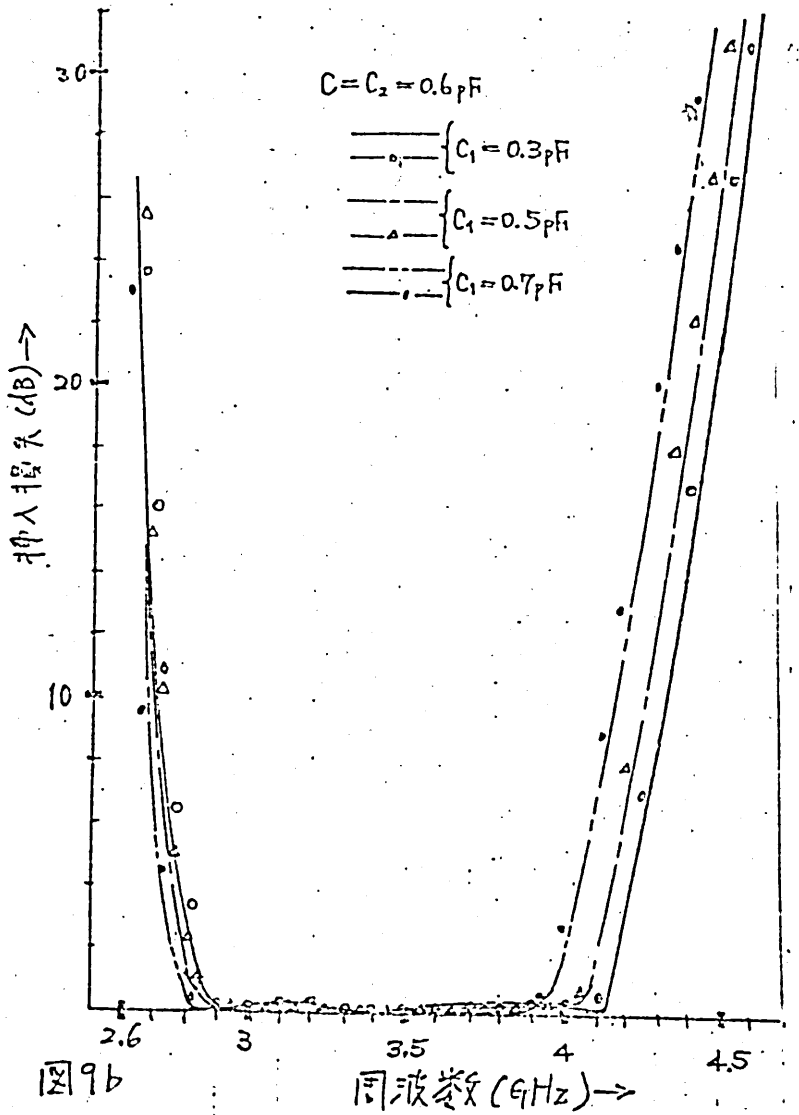

C=C₂=0.6pF
C₁=0.3pF
C₁=0.5pF
C₁=0.7pF
挿入損失(dB)→
30
20
10
2.6
3
3.5
4
4.5
周波数(GHz)→

図9b

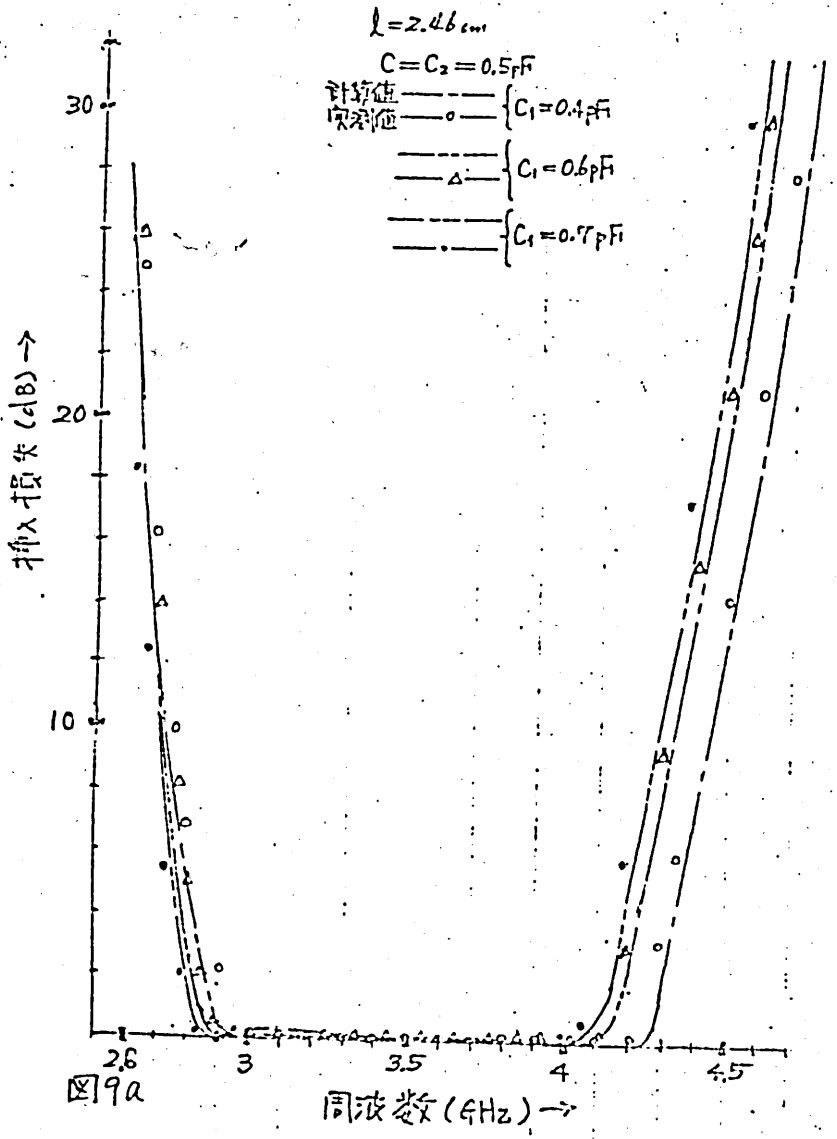

ℓ=2.46cm
C=C₂=0.5pF
計算値
実測値
C₁=0.4pF
C₁=0.6pF
C₁=0.7pF
挿入損失(dB)→
30
20
10
2.6
3
3.5
4
4.5
周波数(GHz)→

図9a

減衰特性

変化し実測値と計算値とは比較的良く一致した。
図9 a, b の実測値での通過帯域内の挿入損失は1dB以下であった。
図9の帯域通過フィルタはバラクタダイオードの容量変化に対して通過帯域幅は1.47GHzと広帯域特性が得られる。しかし，Z_{D6}の容量変化に対して通過帯域幅は可変されるが，中心周波数は低い方へずれて行く。

6 2種類の帯域通過フィルタの減衰特性の比較

4GHz帯導波管をE面分岐して，導波管の上部，下部導波管のx軸方向に導体棒とバラクタダイオードをa/3の間隔において装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタと導波管のx軸方向に導体棒とバラクタダイオードをa/3の間隔をおいて装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した可変帯域通過フィルタの通過帯域幅を比較する。
可変帯域通過フィルタの減衰特性は図8と図9に示してある。
図9に示す帯域通過フィルタの減衰特性はバラクタの容量変化に対して，中心周波数は低い方へずれている。通過帯域幅の変化は1.26GHzから1.4GHzまで僅かしか変化しない。図6に示す帯域通過フィルタの構造では導体棒で生じる誘導性リアクタンスは一定で，バラクタダイオードの容量変化のみであるから中心周波数は低い方へずれる。また，通過帯域幅の変化も僅かしか変化しない。しかし，図8に示す可変帯域通過フィルタの減衰特性はバラクタダイオードの容量変

化に対して中心周波数はほぼ一定で，通過帯域幅は260MHzから1.02GHzまで変化した。中心周波数は一定で，通過帯域幅のみを変化させるには図5に示すE面分岐した2回路のフィルタ構造が必要で，図6に示す帯域通過フィルタに比べて広範囲に通過帯域幅が変化することを計算値と実測値で示した。

7 むすび

以上この論文では4GHz導波管を用いて，2種類の帯域通過フィルタを構成した。この2種類の帯域通過フィルタの動作を明らかにするために等価回路を求める式を導いた。

この2種類の帯域通過フィルタのうち，導波管をE面分岐して，導波管の上部，下部導波管のx軸方向に導体棒とバラクタダイオードを$a/3$の間隔において装荷し，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した可変帯域通過フィルタは導波管に導体棒とバラクタダイオードを装荷し，1/4波長隔てた位置にバラクタダイオードを，1/4波長隔てた位置に導体棒とバラクタダイオードを装荷した帯域通過フィルタに比べて中心周波数は一定で，通過帯域幅を広範囲に変化できることを計算式と実測値で示した。

文献

1) G. Craven and L. Lewin "Design of microwave filters with quarter wave coupling" Proc IEE Pt,B, 103, P173 (1956)

2) N.J. Harrison "Chracteristics of Waveguide Resonant Iris Filters" IEEE Trans MTT-15 pp 260/260 April 1967.

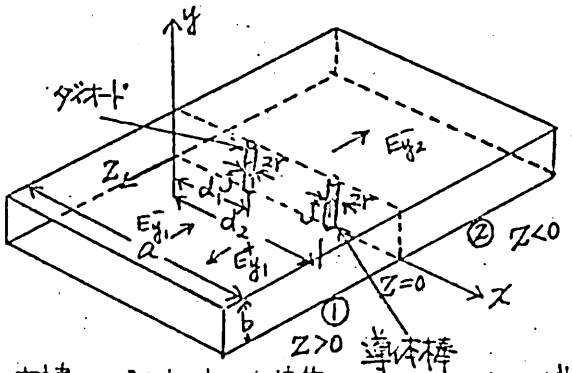
3) 小笹，豊田 "リッジ共振窓を用いた導波管可変帯域通過フィルタ" 電子通信学会 論文誌 B巻 採録決定

4) 豊田 "バラクタダイオードを用いた可変帯域通過フィルタ" マイクロ波専門委員会 MW 77-46 (昭52.7)

5) N. Marcuitz "Waveguide Handbook" MIT Radiation Laboratory Series Vol. 10.

付　　録

導体棒とダイオードを装荷した導波管の構造は図A1に示す。本論文では導波管の高さbはダイオードの寸法と一致する場合を考える。この場合，$b \ll \lambda$ であるので，y方向の電磁界分布は一様であると考えられる。したがって，ここでは導体棒とダイオードに流れる電流は一定であると仮定する。右および左へ進む電界をフーリエ級数を用いて次のように表わすことができる。



図A1 導体棒とダイオードを装荷した導波管の構造

$$E_{y1}^{-} = A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{\Gamma_1 z} \qquad (A-1)$$

$$E_{y1}^{+} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) e^{-\Gamma_n z} \qquad (A-2)$$

$$E_{y2}^{-} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) e^{\Gamma_n z} \qquad (A-3)$$

ここで，A_0は入射波の振幅，B_n, C_nは未定係数である。

$z=0$ において，電界の境界条件は

$$A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \qquad (A-4)$$

となる。

誘導性導体棒とダイオードに流れる線条電流を $J_1\delta(z)\delta(x-d_1)$ と $J_2\delta(z)\delta(x-d_2)$ で近似する。

$z=0$ における磁界の境界条件は

$$\sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n(-B_n - C_n)\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) = j\omega\mu_0\left\{J_1\delta(x-d_1) + J_2\delta(x-d_2)\right\} - A_0\Gamma_1 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \qquad (A-5)$$

となる。

式(A-4)，式(A-5)の両辺に $\sin(n\pi x/a)$ をかけ変数 x で 0 から a まで積分すると $n=1$ のときの B_1, C_1，$n \geq 2$ のときの B_n, C_n が求まる。

ポストの電界は

$$0 = A_0 \sin\left\{\frac{\pi(d_2-r)}{a}\right\} - \frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\left\{J_1 \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) + J_2 \sin\left(\frac{n\pi d_2}{a}\right)\right\} \sin\left\{\frac{n\pi(d_2-r)}{a}\right\} \qquad (A-6a)$$

$$E_{y1}(d_1+r, 0) = A_0 \sin\left\{\frac{\pi(d_1+r)}{a}\right\} - \frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\left\{J_1 \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) + J_2 \sin\left(\frac{n\pi d_2}{a}\right)\right\} \sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} \qquad (A-6b)$$

となる。誘導性導体棒とダイオードが $d_2 = a - d_1$ の関係があれば，J_1 と J_2 を求めやすくなる。ここでは上の関係を満たす特別な場合として，$d_1 = a/3$,

$d_2 = 2a/3$ を選ぶことにする。

導波管を底の基準にした上面の電圧は次式のようになる。

$$V_1 = -\int_0^b E_{y1}\,dy = -b E_{y1}(d_1+r,\ 0)$$

$$V_1 = Z_{D1}(-J_1) \qquad (A-7)$$

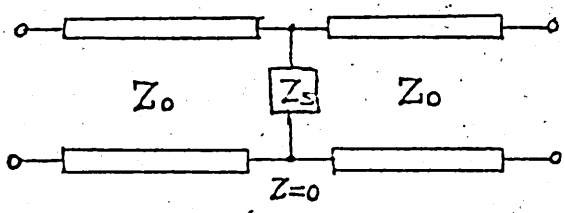
式 (A−7) を式 (A−6) に代入して J_1 と J_2 を求めると

$$J_1 = \frac{A_0 b \sin\left\{\frac{\pi(d_1+r)}{a}\right\}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}(-1)^n\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}\right]}{Z_{D1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} + 4b\sum_{n=1,3,5..}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} \cdot \sum_{n=2,4,6.}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}} \qquad (A-8a)$$

$$J_2 = \frac{A_0 \sin\left\{\frac{\pi(d_1+r)}{a}\right\}\left[Z_{D1} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0 b}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)(-1)^n\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}\right]}{Z_{D1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} + 4b\sum_{n=1,3,5..}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\} \cdot \sum_{n=2,4,6}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}} \qquad (A-8b)$$

となる。

ここで，等価回路を図A−2のように仮定する。



図A-2　等価回路

Z_0はmodeインピーダンス，Z_sは誘導性導体棒とダイオードのインピーダンスである。

$Z=0$における基本姿態における電圧反射係数よりZ_s/Z_0を求めると次式のようになる。

$$\frac{Z_s}{Z_0}=\frac{-(1+R)}{2R} \qquad (A-9)$$

基本姿態の反射係数Rは

$$R=\frac{-j\omega\mu_0(J_1+J_2)\sin\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)}{A_0\, a\Gamma_1} \qquad (A-10)$$

となり，式(A−10)，式(A−8)を式(A−9)に代入すると

$$Z_s=m^2\left(A_n+\frac{1}{\frac{1}{C_n}+\frac{4}{Z_{01}}}\right) \qquad (A-11)$$

ここで

$$C_n=B_n-A_n$$

$$m^2=\frac{a\,\mathrm{cosec}^2\left(\frac{\pi d_1}{a}\right)}{2b}$$

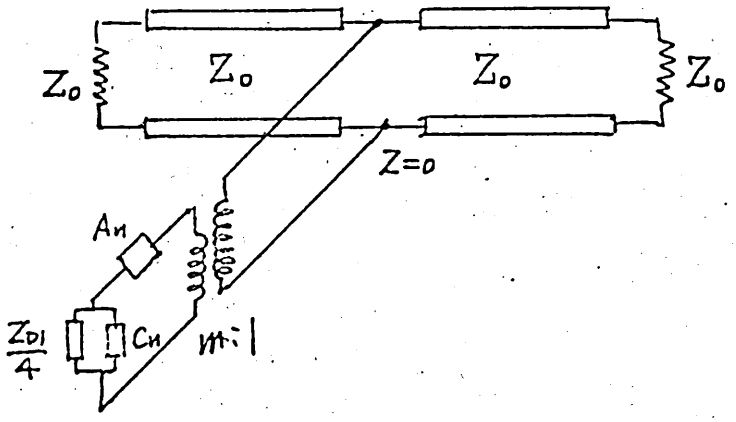
$$A_n=\sum_{n=3,5,7}^{\infty}\frac{j\omega\mu_0 b}{a\Gamma_n}\sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right)\sin\left\{\frac{n\pi(d_1+\gamma)}{a}\right\}$$

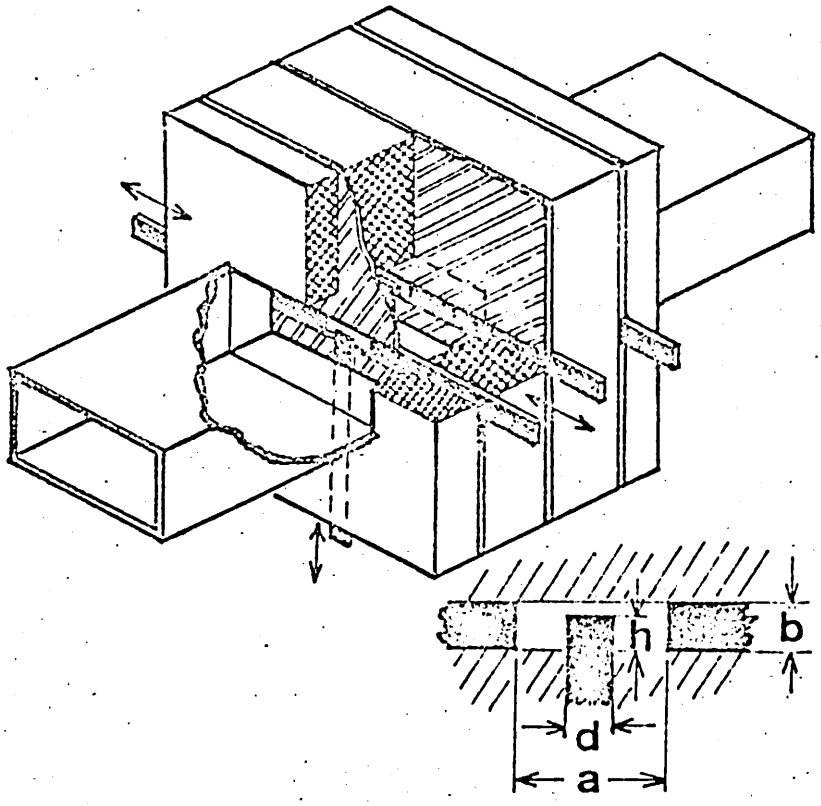
$$B_n = \sum_{n=2,3,4,5\cdots}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 b}{a\Gamma_n} \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) \sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}$$

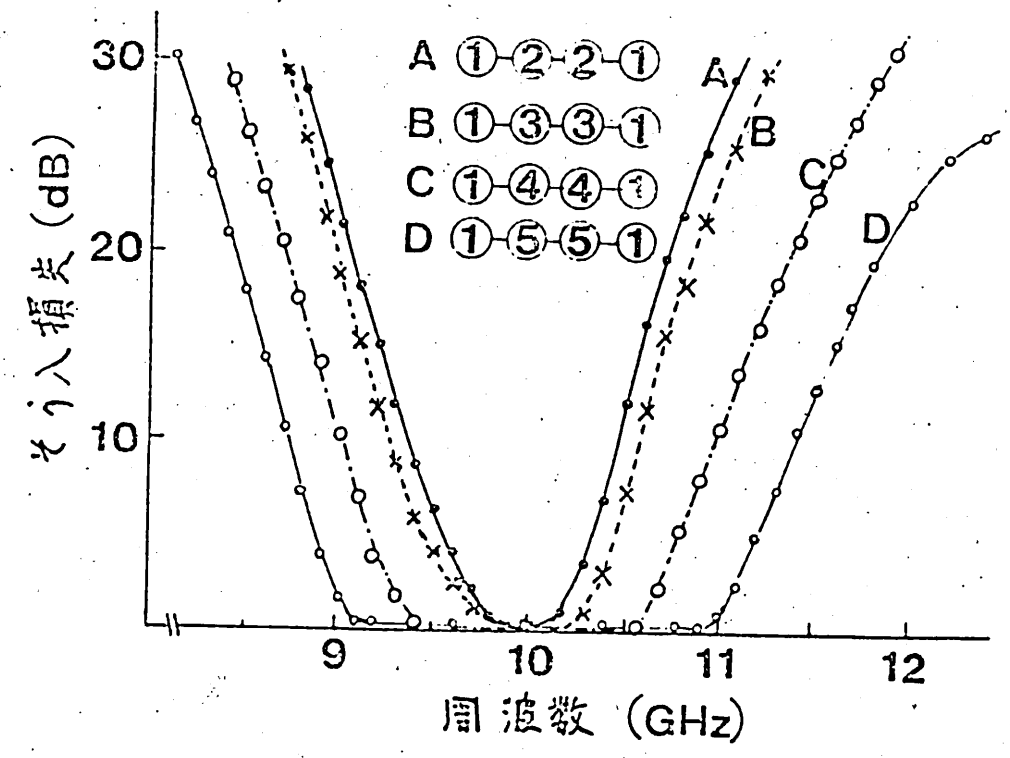
$$C_n = \sum_{n=2,4,6\cdots}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 b}{a\Gamma_n} \sin\left(\frac{n\pi d_1}{a}\right) \sin\left\{\frac{n\pi(d_1+r)}{a}\right\}$$

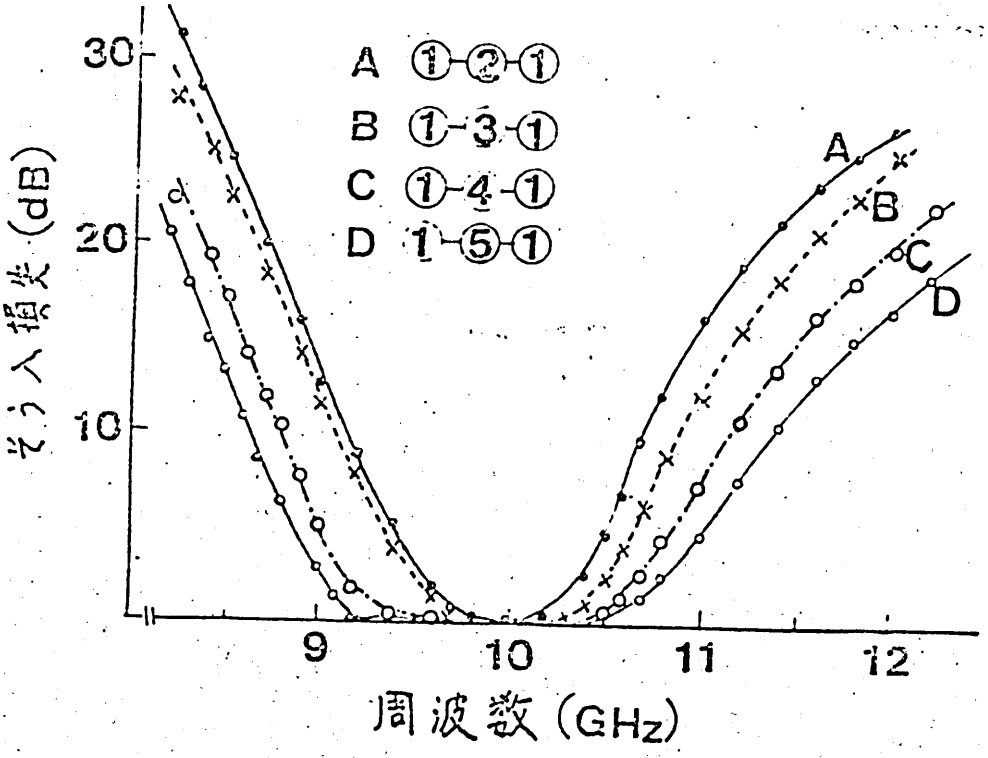
とおく。

式（A－11）から，図A－3に示すような等価回路が得られる。




h
b
d
a


A ①-②-②-①
B ①-③-③-①
C ①-④-④-①
D ①-⑤-⑤-①
A
B
C
D
30
20
10
そう入損失 (dB)
9
10
11
12
周波数 (GHz)


A ①-②-①
B ①-③-①
C ①-④-①
D ①-⑤-①
A
B
C
D
30
20
10
そう入損失 (dB)
9
10
11
12
周波数 (GHz)

輻射科学研究会資料

クランク形マイクロストリップラインアンテナ

西村貞彦　中野公一　牧本利夫
(大阪大学 基礎工学部)

昭和53年6月23日

クランク形マイクロストリップラインアンテナ

西村貞彦・中野公一・牧本利夫
(大阪大学・基礎工学部)

1. まえがき

近年, low profile なアンテナとして, プリント基板で構成された printed antenna の研究が活発に行なわれている。放射器への給電線として microstrip line を用いたもので, その代表的なものは, microstrip antenna [1] と microstrip slot antenna [2] である。前者は microstrip resonator を放射器にしたもの, 後者は基板の地導体中に明けた slot を放射器にしたものであり, これら放射器を素子アンテナとした並列給電型および直列給電型のアレイアンテナが報告されている。[2]~[4] 一方, microstrip line を(直角に)折り曲げる, すなわち, 線路に不連続を与えると放射を生ずることが Lewin [5] によって示されており, この不連続部を周期的に装荷することにより, 格子理論でいう非高次波であるビームを生じるアレイアンテナを我々は先に提案し, その実験結果を報告している。[6][7]

本報告書では microstrip line のストリップ導体をクランク

形状に折り曲げることによりアレイアンテナを構成したクランク形マイクロストリップラインアンテナについて，その基礎的な特性を実験的に解析した結果を報告している。得られた特性はアンテナ長5.15波長で動作利得15.5 dBiso なる良好な結果を示している。

2. クランク形マイクロストリップラインアンテナ

2-1 アンテナの形状

クランク形マイクロストリップラインアンテナの形状を図1に示す。マイクロストリップライン（線路インピーダンス $Z_0=50\Omega$）のストリップ導体をクランク状に折り曲げたもので，角部2ケを1組として「コ」形を1素子とし，全体として一次元アレイアンテナを構成したものである。

図において，一端を給電端とし，OSM同軸－マイクロストリップ変換器を介して給電し，他端は開放にしてある。なお，このアンテナは「コ」形の1辺の長さを約半線路波長に選ぶと，y方向偏波成分は打消し，x方向偏波のアンテナとして動作する。したがって，xz面を E面，yz面を H面と以下称する。

2-2 実験結果

実験にはプリント基板 REXOLITE 1422（$\varepsilon_r=2.53$, $\tan\delta=6.6\times10^{-4}$, 厚さ 0.8mm）を用いた。まず，図1に

示すように，辺$\overline{AB}=\overline{BC}=11.5$mm一定とし，また，その曲げ角度も90°一定として素子数が2～2Pの各場合について諸特性を測定した。なお，諸特性の性質を知る参考資料として開放端に無反射終端器を接続した場合も同時に測定している。

図2に周波数$f=9.5$ GHzのときのE面指向特性を示す。この図よりクランク形マイクロストリップライレアレテナはアレイアレテナとして動作していることが分かる。

つぎに，動作利得と素子数との関係を図3に，ビーム幅と素子数との関係を図4に示す。素子数が増せば動作利得は増加し，ビーム幅は狭くなっている。しかながら，

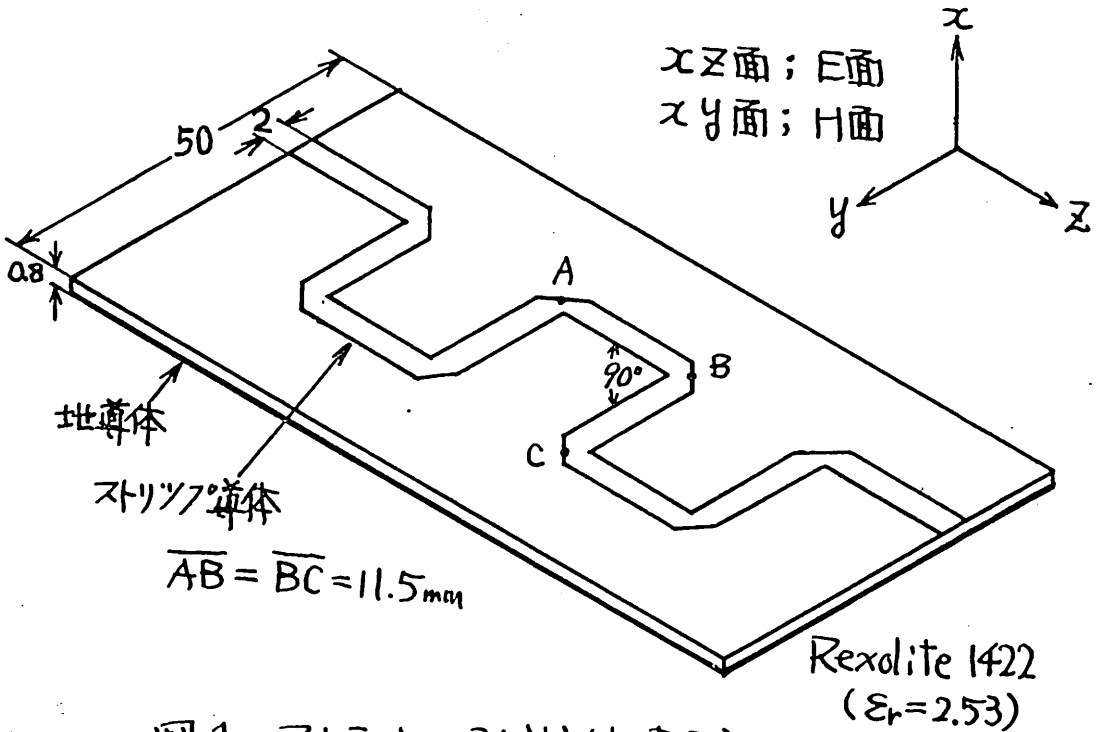


図1．アレテナの形状（5素子）

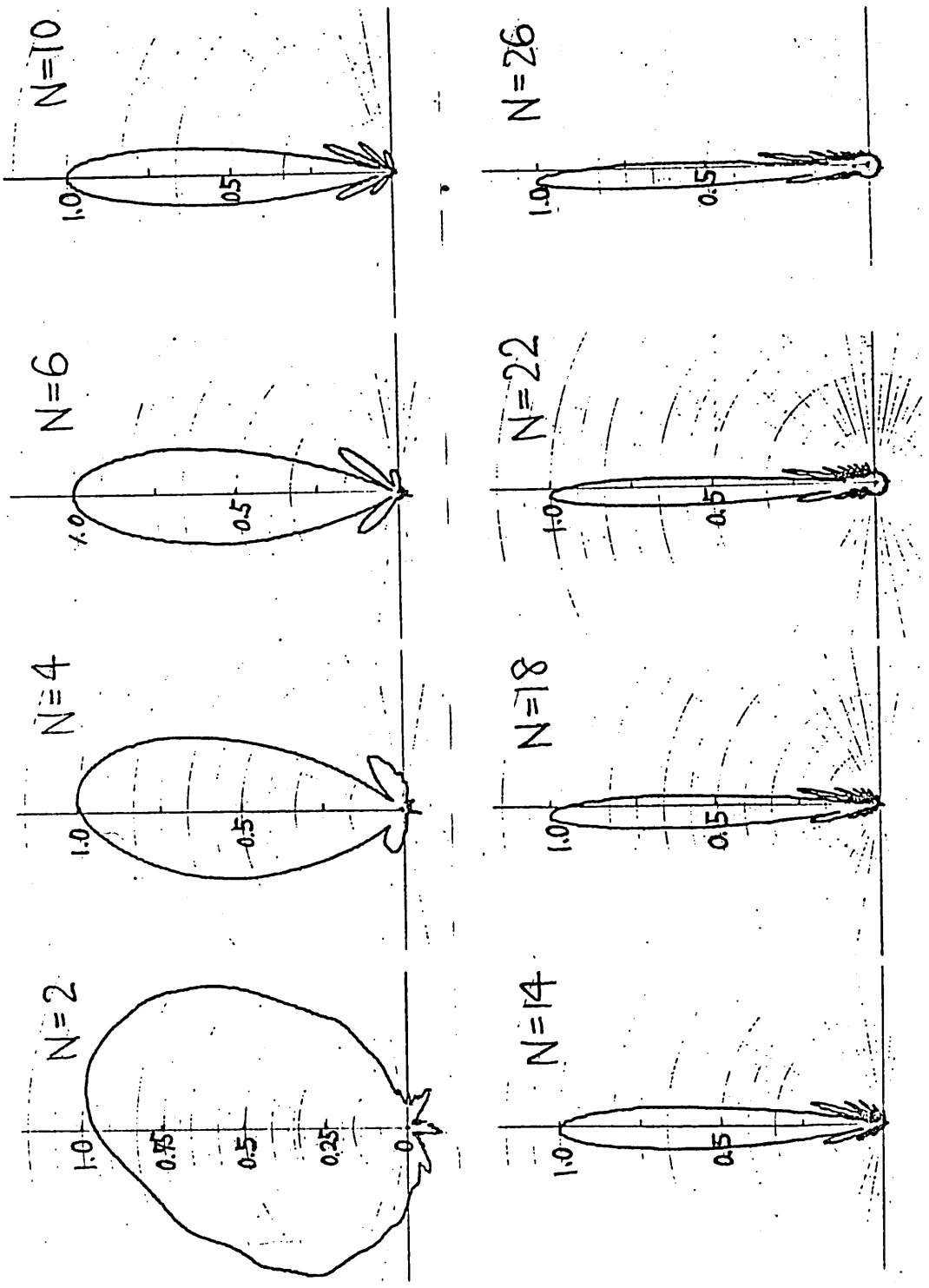


図2. E面電界指向特性 (f=9.5 GHz)

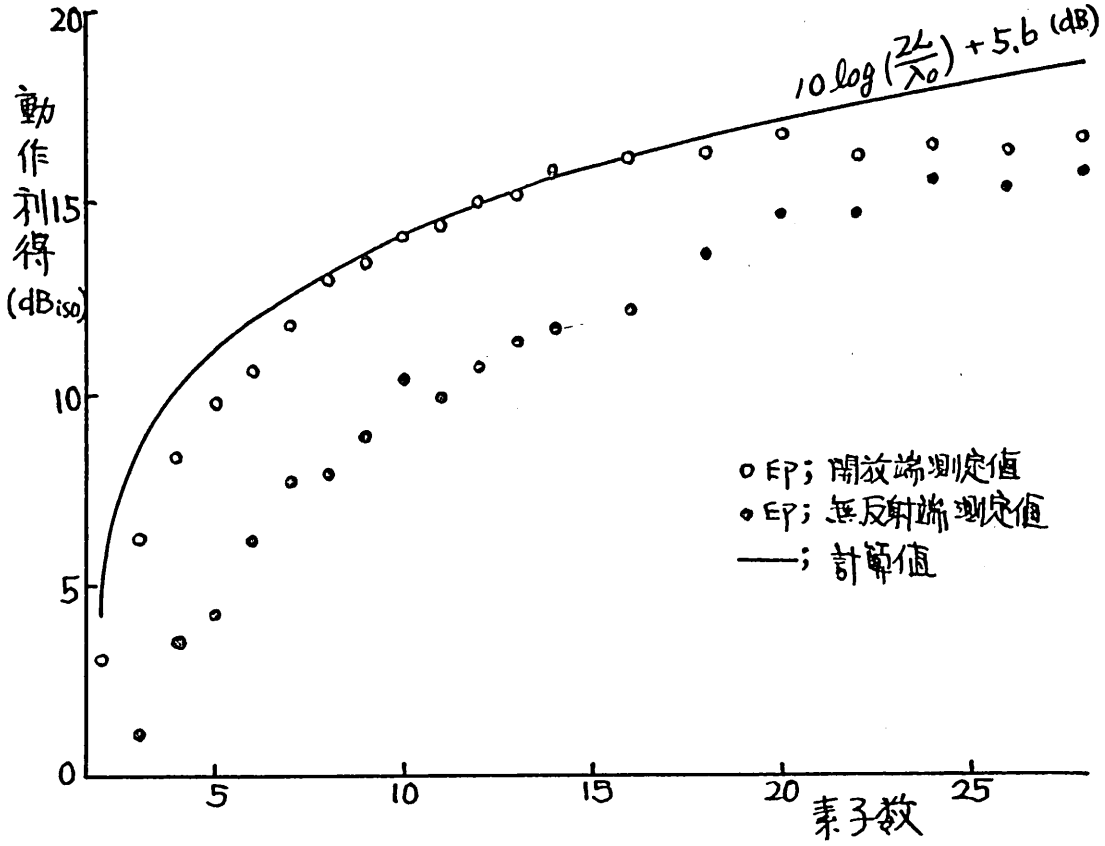


図3. 動作利得と素子数

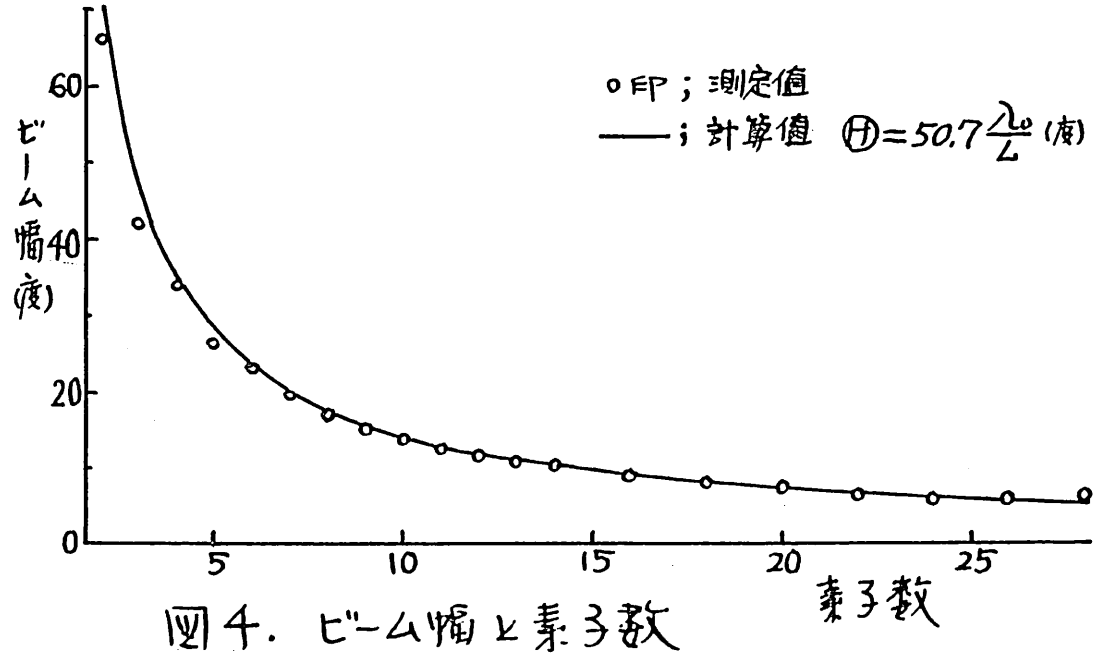


図4. ビーム幅と素子数

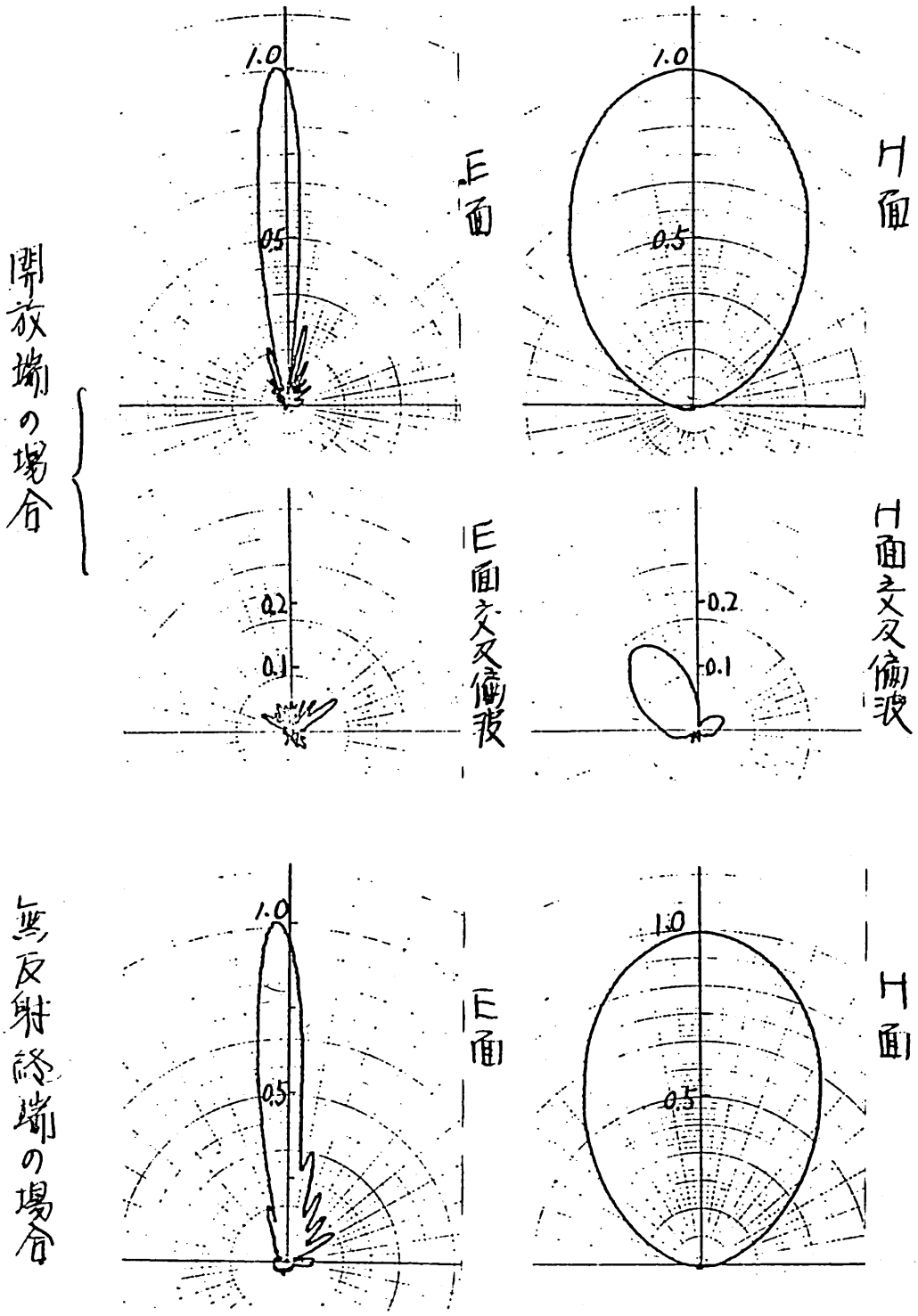


図5. 電界指向特性 ($N=14$, $f=9.6$ GHz)

動作利得は，素子数が多くなると上昇せずに飽和しており，結果として 8～16素子が良好なる利得特性を示しているようである。

したがって，良好なる利得特性を示す14素子の場合について，以下，その諸特性を示す。

図5に14素子のアンテナで $f=9.6$ GHzのE面およびH面指向特性とE面およびH面交叉偏波特性を示す。先端が開放端と無反射終端とでは，E面およびH面指向

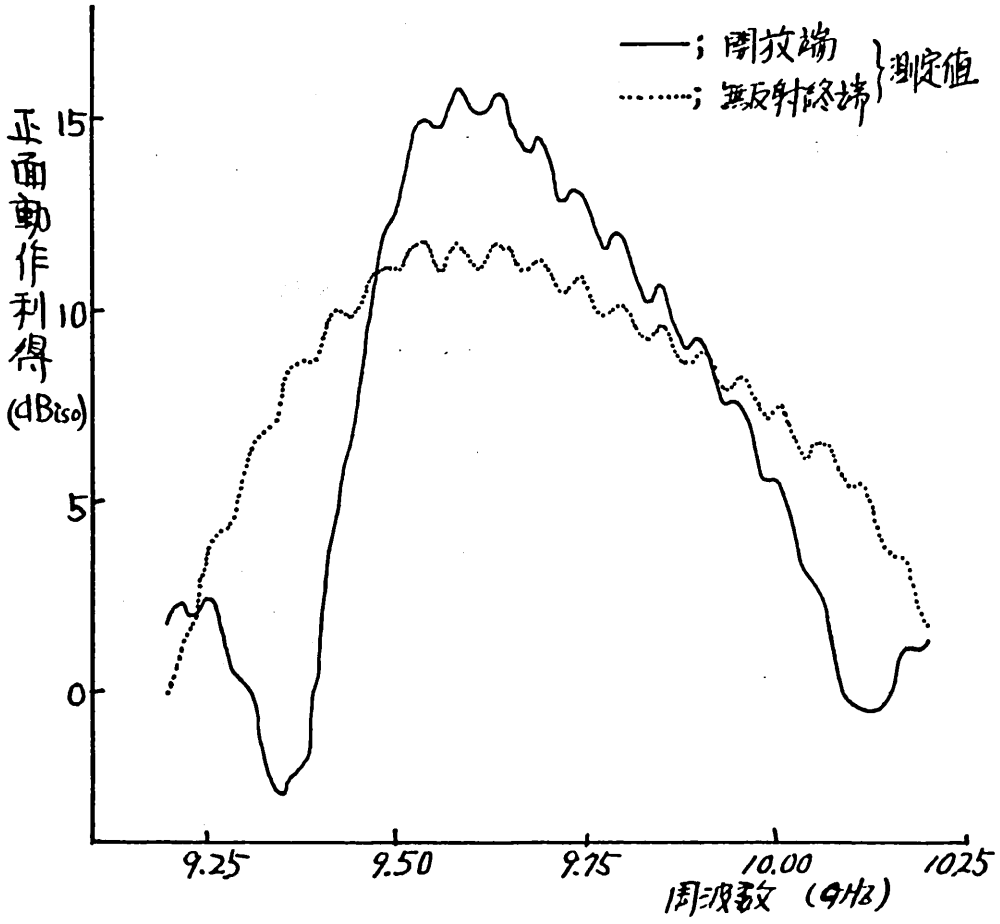


図6. 正面動作利得の周波数特性 (N=14)

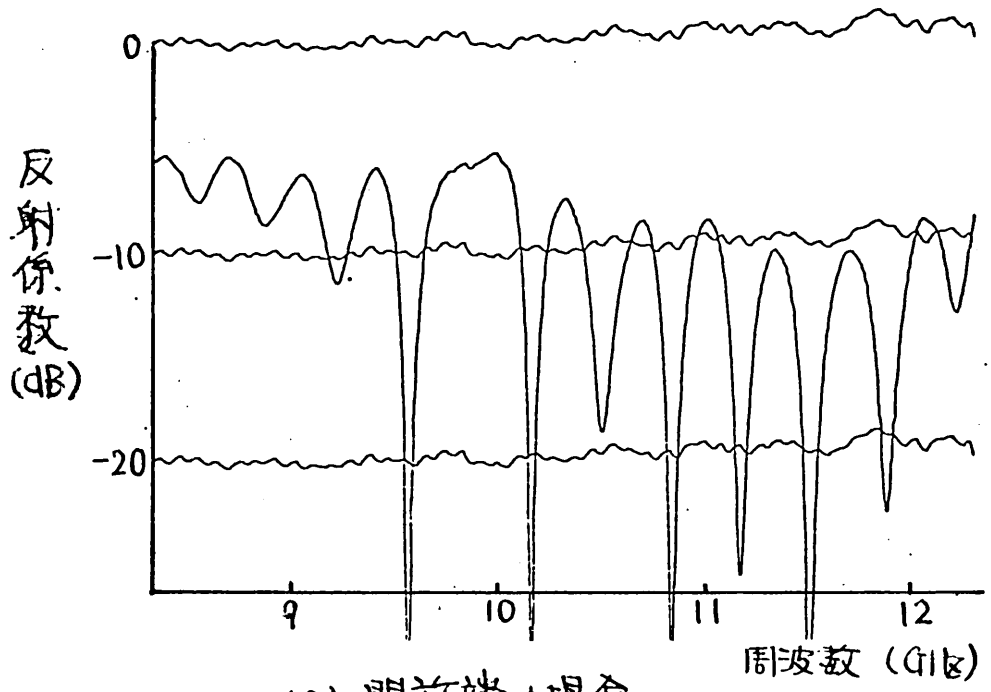
特性は両者共に同じ形をしており，ただ動作利得だけが開放端の方が約4.0dB高くなっている。一方，開放端のE面交叉偏波成分は−20.7dBと比較的に小さいが，H面交叉偏波成分は−15.5dBとあまり良くはない。

つぎに，正面動作利得とインピーダンス特性の周波数特性を図6，図7に示す。

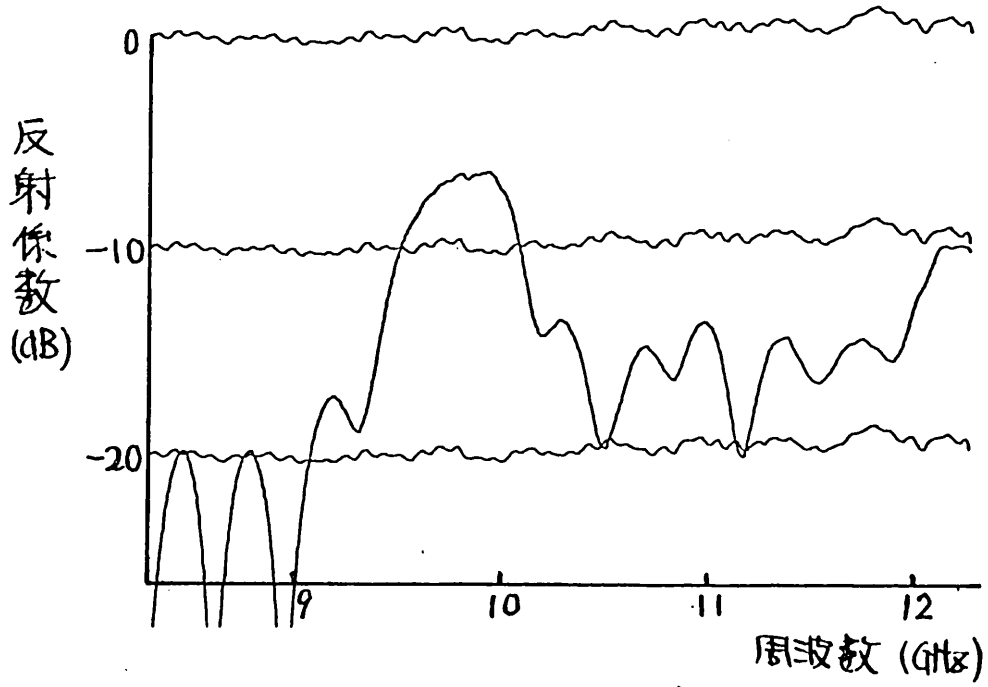
図6において，正面動作利得は周波数 $f=9.75$ GHz（後述の中心周波数）に関して対称形にならず周波数の低い方に片寄り，9.6 GHzで最大となっている。これは図7に示すインピーダンス特性と関係しており，仮りに全周波数にわたりインピーダンス整合がとれているとするならば，正面動作利得は9.75 GHzに関してほぼ対称形を示すことになる。

つぎに，14素子アレテナの指向特性の周波数特性についての測定結果を以下に示す。この特性は中心周波数附近以外不必要なものであるが，この種のアレテナの性質を知る上で興味ある結果を示している。

図8にE面電界指向特性の周波数特性を示す。$f=8.5\sim12$ GHzの範囲で，中心周波数附近以外は先端開放端の場合2本の主ビームが生じている。これは前進波により生じる主ビームと開放端で反射した後退波により生じる主ビームである。このことは，同時に示している先端無反射終端の場合1本のビームのみが前進波と同じ方向に生じており，後退波による主ビームは消滅していることより理解できる。



(a) 開放端の場合



(b) 無反射終端の場合

図7. インピーダンス特性の周波数特性 (N=14)

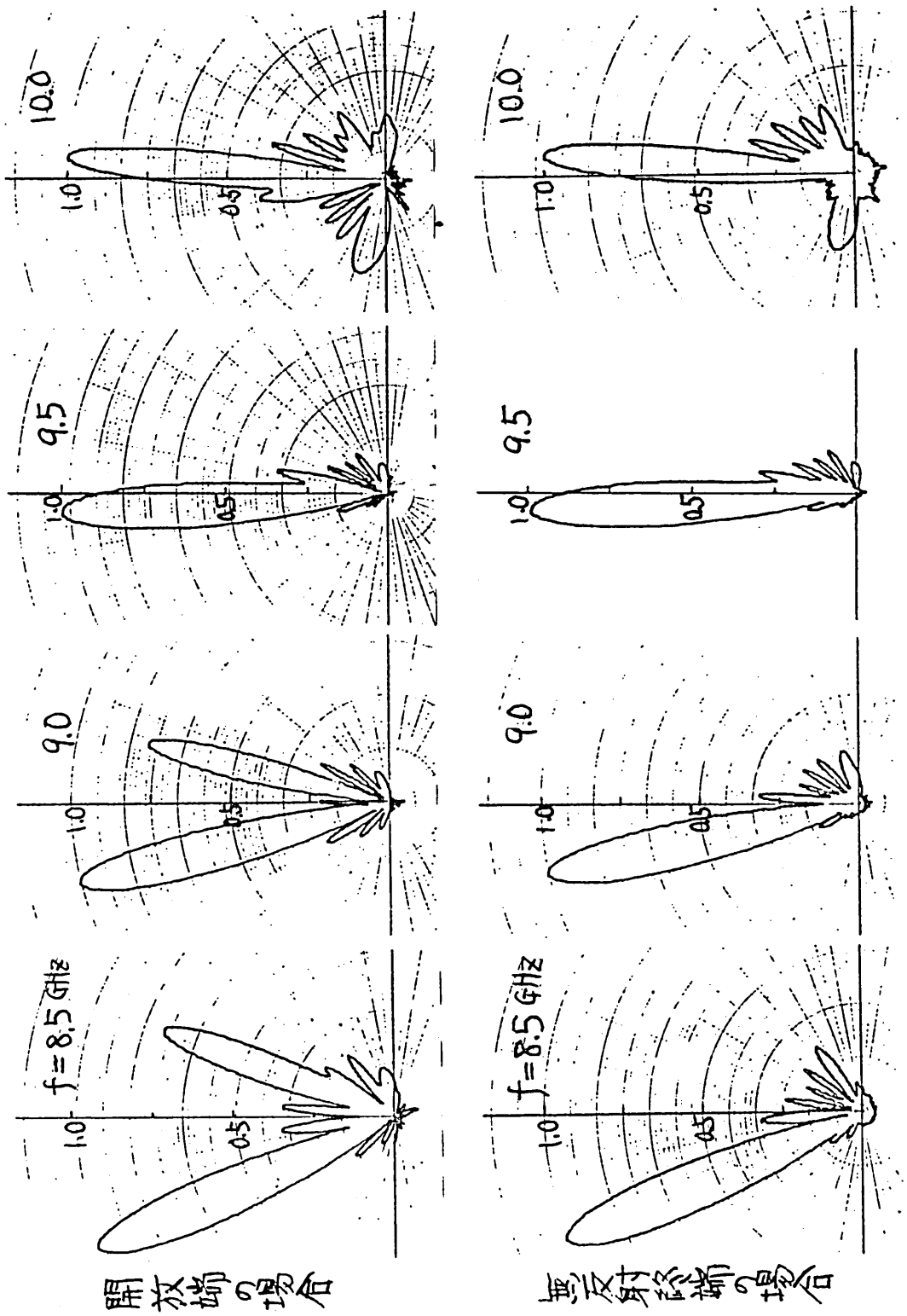


図8. E面電界指向特性 (N=14)

図8のつづき

図9に前進波および後退波の2本の主ビーム方向と周波数との関係を示す。これは周波数の変化と共に主ビーム方向が変わる周波数走査アンテナとしての動作を示している。

図10に前進波の主ビームについて，ビーム幅と周波数との関係を示している。

図11に動作利得と周波数との関係を示す。これは図9に示す周波数に対応した各方向での動作利得をプロットしたものである。後述の中心周波数9.75 GHzより少し低い9.6 GHz附近で動作利得は最大値を示しており，このとき，主ビーム方向は−1.5°を示す。また，後退波の主ビームは，中心周波数より低い領域の方が，高い領域の方よりも，動作利得が高い結果を示している。これは1素子当りの放射量が周波数が高い領域ほど，多くなっているためではないかと思われる。

図9.
主ビーム方向と周波数
(N=14)

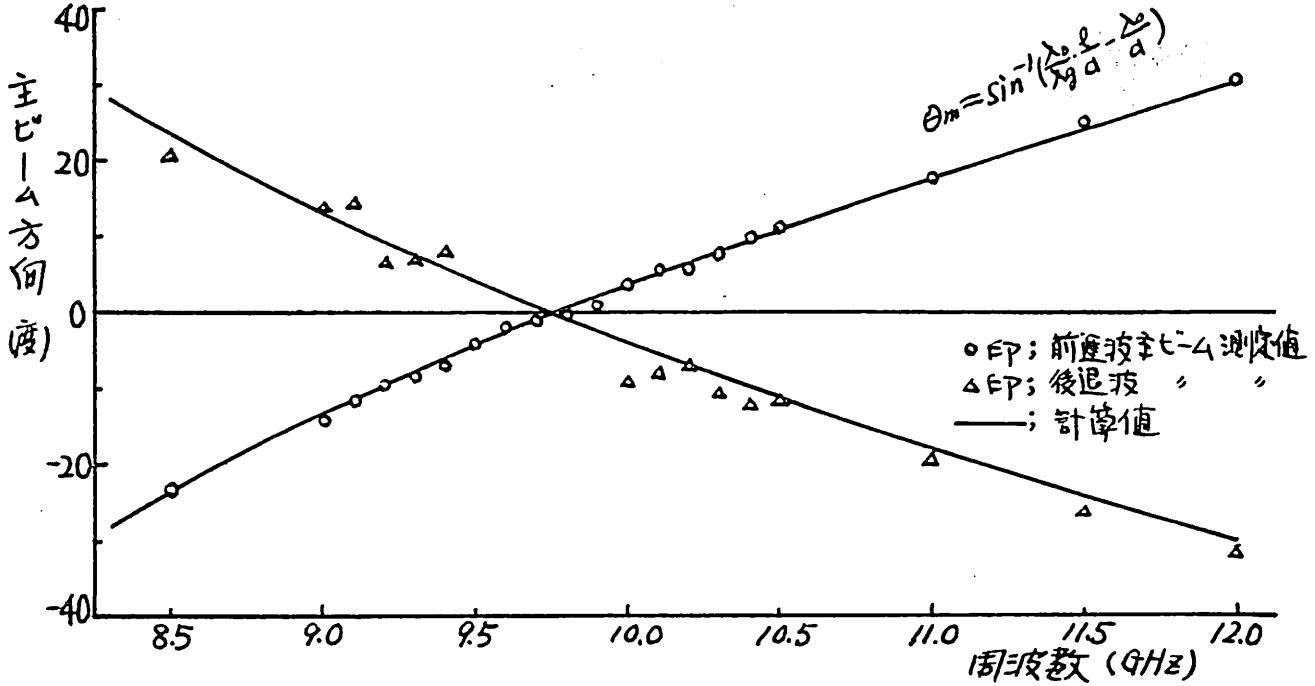
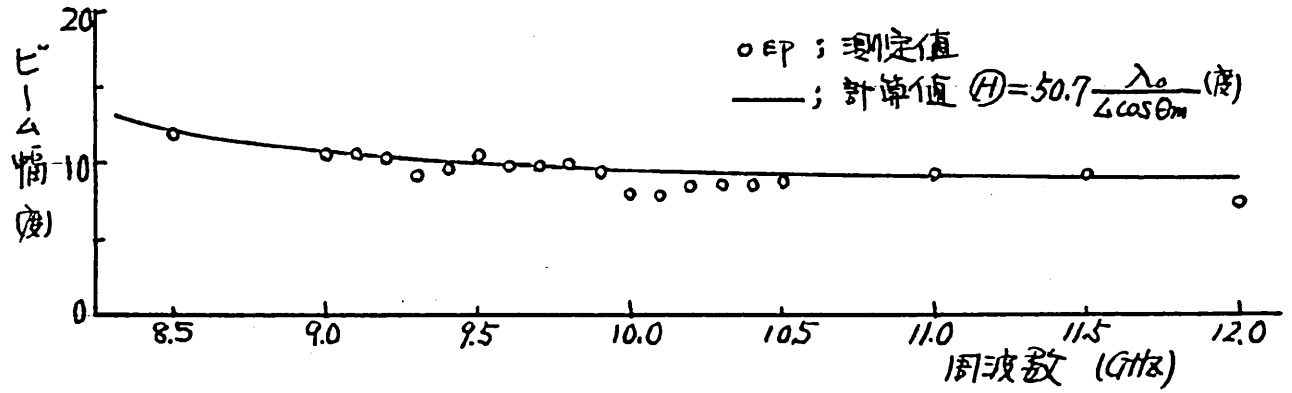


図10.
ビーム幅周波数特性
(N=14)



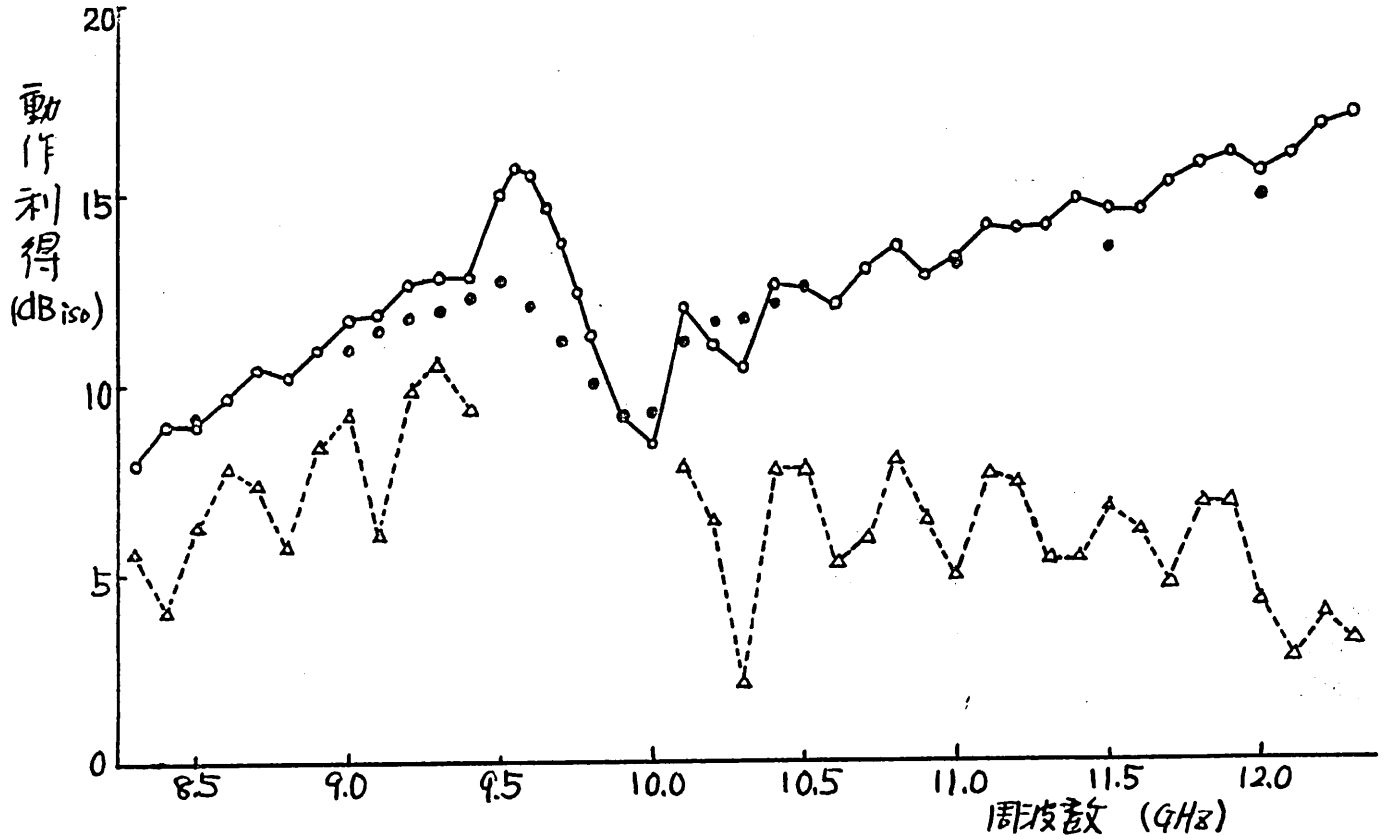


図11. 動作利得と周波数 (N=14)

○印；前進波主ビーム測定値
△印；後退波 〃 〃
} (開放端)，

●印；前進波主ビーム測定値 (無反射終端)

3. 考察

3-1 動作利得について

図3に示す曲線は，素子数が2倍になると利得が3dB上昇する曲線である。つまり，

$$10\log\left(\frac{2L}{\lambda_0}\right)+5.6 \quad (\mathrm{dB_{iso}})$$

の形をしている。ただし，Lはアレテナの全長，λ_0は自由空間波長である。一方，反射板付で一様な振幅と位相をもった長さLの横型連続列の利得は

$$G=10\log\left(\frac{2L}{\lambda_0}\right)+7 \quad (\mathrm{dB_{iso}})$$

となり[8][9]，実験結果より得た利得曲線は計算値より約4dB低くなっている。これは，H面のビーム幅が実験値の方が狭いことを考慮しても，妥当な値を示しているものと思われる。

図6において，正面動作の周波数特性より，帯域幅は約250MHzと比較的狭い。(無反射終端の場合，470MHz。) これは図9に示すように，周波数の変化と共に主ビーム方向が変わるためで，結果として帯域幅は狭くなっている。

つぎに，図11において，前進波により生じる主ビームと後退波により生じる主ビームの方向が一致する正面方向附近の利得が高いのは当然として，両主ビーム方向が一致しない周波数における前進波による主ビームの動作利得は，

先端を無反射終端した前進波のみの場合とほぼ一致しており，結果としては，周波数が高くなるほど動作利得も上昇している傾向を示している。図10のビーム幅の変化より推定すると，周波数の低い部分以外はほぼ一定値を示すように思われ，この利得が高くなる傾向については不明である。

3－2　ビーム幅について

一様な振幅で直線位相傾斜をもった長さLの横型連続列のビーム幅Ⓗは

$$Ⓗ = 50.7 \frac{\lambda_0}{L \cos\theta_m} \quad (度)$$

で与えられる。[8]　ただし，θ_m は主ビーム方向である。このアレテナは給電端より隔だたるにしたがって振幅が減衰している分布をしているはずであるが，図4は $\theta_m \fallingdotseq 0$ の場合であるが，測定値は計算値とほぼ一致している。

一方，図10はビーム幅の周波数特性であるが，測定値に多少の波打ちはみられるが計算値とほぼ一致している。したがって，ビーム幅に関しては，全長変化，周波数変化共に一様分布の計算値とほぼ一致している。

3－3　サイドローブレベルについて

図2および図8の電界指向特性よりサイドローブレベルは −10 ～ −15 dBの範囲で測定されており，これは等振

幅連続列の値 −13.2 dB に近く サイドローブレベル としては高い。今後の問題として，このサイドローブレベルを下げることを考えなければならない。

3−4　主ビーム方向について

励振周波数を広範囲に変えたときの E面指向特性を図8に示しているが，周波数 9.5 GHz より隔った周波数では2本の主ビームが生じていることが分かる。これは給電端から開放端へ向う進行波により生じた主ビームと，開放端で反射した反対向きの進行波により生じた主ビームとの合成によるもので，周波数の変化に対し，この2本のビームは相反する方向に振れる。したがって，先端を無反射終端にすると，唯1本の主ビームが周波数により振れる周波数走査アレテナとして動作している。

図8に示す主ビームの方向をプロットすると，図9のようになる。この図から周波数 9.75 GHz 附近で主ビームが真正面を向いていることが分かる。ゆえにこの周波数を中心周波数と称する。図12で ┐ 形の1と2の間の線路長を d，1と3との線路長を ℓ (=2d) とすると，主ビームの方向 θ_m は

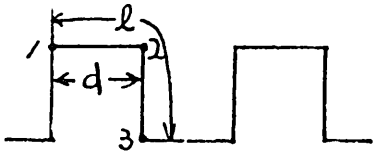


図 12

$$\theta_m = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g}\cdot\frac{\ell}{d} - \frac{\lambda_0}{d}\right), \quad \eta = \frac{\lambda_g}{\lambda_0}$$

で与えられる。[10] 上式は、一1次のグレイティングローブに対応した主ビームをもつ周波数走査アレイの式である。ここで中心周波数 $f = 9.75$ GHz で主ビーム方向 $\theta_m = 0$ とし、$d = 11.5$ mm、波長短縮率 $\eta = 0.68$（この値は線路インピーダンス 50Ω の直線路について、TDR で測定したもの）として計算すると $\ell = 20.9$ mm が求まる。実際の長さは $11.5 \times 2 = 23$ mm であるが、角部を 45° 斜めに截断しているため、その差 2.1 mm は電気的に短かくなっていると考えられる。ゆえに、クランクの角部の実長 2mm を 0.95 mm とみなすと良い。この実効長を用いて主ビーム方向と周波数との関係を計算したのが図9の実線である。この場合、測定値と計算値は良く一致している。

3-5 反射係数（return loss）について

給電端での反射係数の周波数特性図7(a)に示しているが、クランクの1辺の長さが丁度半線路波長になる周波数 $f = 9.75$ GHz 附近で反射係数は最大となっている。これは各角部で生じる反射波の位相が揃うため給電端への反射電力は最大となる。これに対して、図7(b)に示す先端無反射終端接続の場合にはこの様子がはっきりと表われている。先端開放の場合、中心周波数より少し低い周波

数で整合のとれている周波数領域がある。この領域は各角部で生じる反射波の位相がばらつき，結果として打消し合って反射電力は最小となる。したがって，この周波数領域で動作利得は最大を示しており，そのときの主ビーム方向は真正面より負方向に約1.5°傾いている。

3-6 減衰定数について

給電端より励振された波は，各素子からの放射のため給電端より開放端に向って指数関数的に減衰していくものと考えられる。したがって，開放端に到達した電力を測定した結果を図13に示す。図より1素子当りの減衰量は約0.48dBと見積ることができる。ちなみに，素子数の少ないときは等振幅分布に近いが，素子数が多くなると両端でかなりの振幅差を示すことになる。

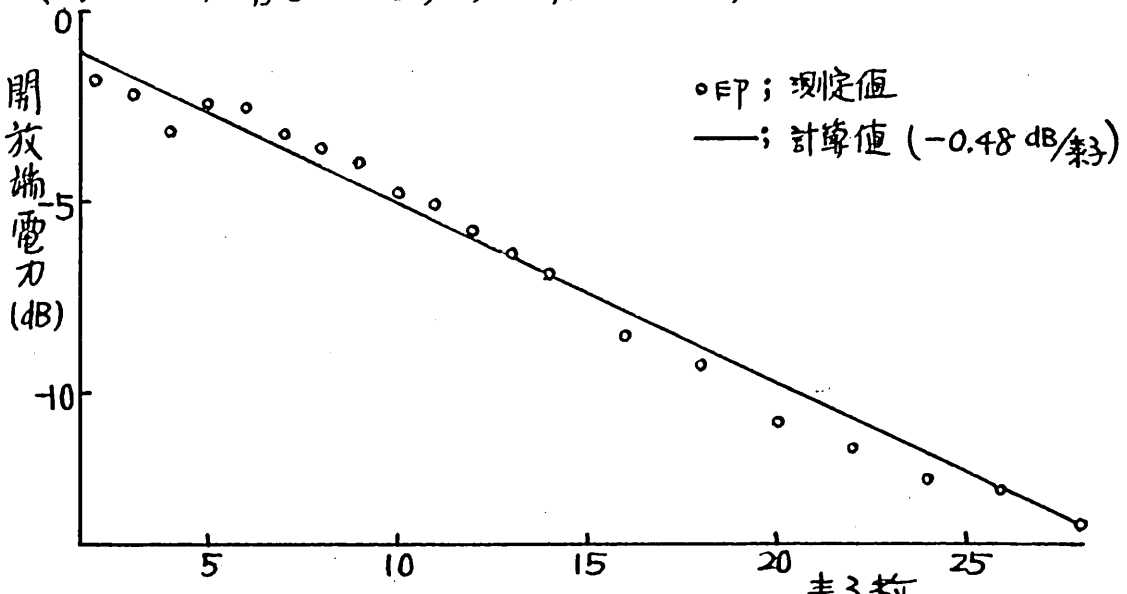


図13. 開放端電力と素子数 (f=9.60GHz)

4. むすび

クランク形マイクロストリッププライレアレテナの諸特性を実験的に求め

(i) 一次元アレイアレテナとして動作し，素子数は8～16程度が良好な動作利得を示していること

(ii) クランクの角部実長2mmは等価長0.45mmとみなすのが妥当なこと

等の結果が得られた。このアレテナは厚さ0.8mmのプリント基板の片面のみで構成されており，超薄形，軽量，量産化に適したアレテナである。

最後に実験に協力された本学卒業生 森重隆則君に感謝致します。

[参考文献]

[1] J.Q. HOWELL "Microstrip Antennas" IEEE trans on AP, Vol.AP-23, No.1, 1:90, JAN. 1975

[2] Y. YUSHIMURA "A Microstripline Slot Antenna" IEEE trans on MTT, Vol. MTT-20, No.11, P.760, Nov. 1972

[3] 中岡，吉原，伊藤，松本 "ストリッププライレアレイアレテナの設計法" 信学技報 Vol.77, No.26, AP77-9 (1977-05)

[4] 三瀬，西村，牧本 "マイクロストリップアレテナの特性" 信学技報 Vol.76, No.273, AP76-89 (1977-02)

[5] L. LEWIN "Radiation from Discontinuities in strip-Line" IEE Monograph, No.358E, P163, Feb 1960

[6] 西村，中野，牧本 "フラットクリュ形マイクロストリップライレアンテナ" 信学技報 Vol.77, No.140, AP77-59 (1977-10)

[7] 西村，中野，牧本 "ミングリング形マイクロストリップラインアレテナ" 信学技報 Vol.77, No.220, AP77-95 (1978-01)

[8] R.C. HANSEN "Microwave Scanning Antennas" Vol.I, P.19, Academic Press (1964)

[9] J.D. KRAUS "空中線" 下巻，12章．無線従事者教育協会 (1957)

[10] R.C. HANSEN "Microwave Scanning Antennas" Vol.III, P.135, Academic Press (1966)

輻射科学研究会資料

Cubic結晶における リボン状波源より励振された バルク波の伝搬特性

白崎博公
牧本利夫

（大阪大学　基礎工学部）

昭和53年10月20日

1. まえがき

筆者らは先に[1]，Lighthill[2]により発展させられたstationary phase method を用いることにより，半無限圧電結晶内の点荷重及び点電荷によって結晶表面に励振された圧電弾性表面波の漸近式を得た。その結果，逆速度面の曲率が零になる点に対応するエネルギー伝搬方向での圧電弾性表面波は，その伝搬距離 r に対して $O(r^{-1/3})$ で減衰し，他の伝搬方向での $O(r^{-1/2})$ の減衰に較べ，減衰の割合が遅くなることを示した。本報告では，この現象を数値的に明確にすることを目的とする。しかし，圧電弾性表面波に対しては数値計算が非常に複雑となるので，ここでは，図1に示したようなリボン状波源から放射されるバルク波を用いて解析を行なう。すなわち，各位相伝搬方向に励振されたバルク波の振幅の広がりによる減衰の割合と逆速度面の曲率との関係を明確にする。なお，数値計算はCubic 結晶のCu に対して行なっている。

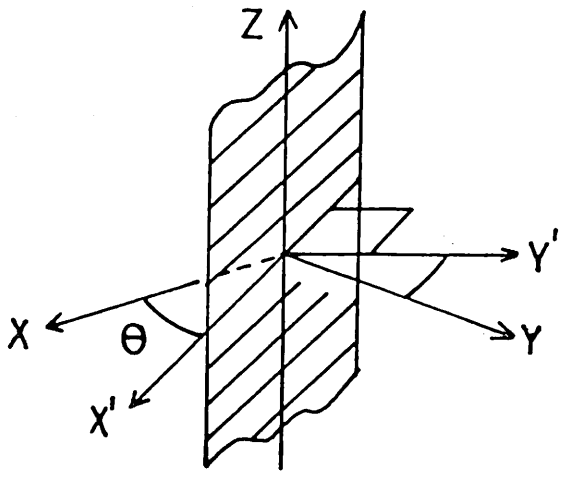


図1　リボン状波源

2. 振幅の積分表示式.

この節では，図1に示したCubic結晶内でX'軸の方向に有限の幅をもち，Z軸に沿って一様に延びているリボン状波源から励振されるバルク波の振幅を求める。この場合，Z方向には一様であるのでX-Y面内での2次元問題に帰着される。

最初に，X-Y面内に点波源がおかれた場合のダイアディック・グリーン関数を求める。以下，$\mathbf{r}=(x_1, x_2)$ $\mathbf{k}=(k_1, k_2)$とする。

運動方程式は

$$C_{ijpq}\partial_j\partial_q u_p - \rho\partial^2 u_i/\partial t^2 = -f_i, \quad (j,q=1,2,\ i,p=1,2,3) \qquad (1)$$

ここに∂_j $(j=1,2)$はx_jに関する偏微分を表わしている。u_i, ρ, f_i, C_{ijpq}はそれぞれ，粒子変位，質量密度，体積力，弾性スティフネス定数である。

式(1)において原点に作用する点荷重f_iを

$$f_i(\mathbf{r}) = a_i \delta(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \qquad (i=1,2,3) \qquad (2)$$

とおく。ここにa_i $(i=1,2,3)$は任意ベクトルであり，$\delta(\mathbf{r})$はDiracのデルタ関数である。

また，粒子変位u_iを次のようにおく。

$$u_i(\mathbf{r}) = G_{ik}(\mathbf{r})\, a_k \qquad (i,k=1,2,3) \qquad (3)$$

ここに$G_{ik}(\mathbf{r})$, $(i,k=1,2,3)$はダイアディック・グリーン関数であり，フーリエ積分を用いて次のように仮定する。

$$G_{ik}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int \tilde{G}_{ik}(\mathbf{k})\, e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}\, dk_1\, dk_2 \qquad (4)$$

式(3),(4)を式(1),(2)に代入すると

$$\Gamma_{ip}(\mathbf{k})\,\tilde{G}_{pq}(\mathbf{k}) = \delta_{iq} \tag{5}$$

が得られる。ここにδ_{iq}はKroneckerのデルタであり，Γ_{ip}は，図1に示した回転座標系(x', y', z)に座標変換した弾性定数C'_{ij}（付録1参照）を用いて次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}
\Gamma_{11}(\mathbf{k}) &= C'_{11}k_1^2 + 2C'_{16}k_1k_2 + C'_{66}k_2^2 - \rho\omega^2 \\
\Gamma_{22}(\mathbf{k}) &= C'_{66}k_1^2 - 2C'_{16}k_1k_2 + C'_{11}k_2^2 - \rho\omega^2 \\
\Gamma_{33}(\mathbf{k}) &= C_{44}(k_1^2 + k_2^2) - \rho\omega^2 \\
\Gamma_{12}(\mathbf{k}) &= C'_{16}(k_1^2 - k_2^2) + (C'_{12} + C'_{66})k_1k_2 \\
\Gamma_{13}(\mathbf{k}) &= \Gamma_{23}(\mathbf{k}) = 0
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

よって，式(5)より$\tilde{G}_{pq}$は次式で与えられる。

$$\tilde{G}_{1q}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \delta_{1q}, & \Gamma_{12}(\mathbf{k}) \\ \delta_{2q}, & \Gamma_{22}(\mathbf{k}) \end{bmatrix} \Big/ D(\mathbf{k}) = \frac{D_{1q}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k})} \tag{7}$$

$$\tilde{G}_{2q}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(\mathbf{k}), & \delta_{1q} \\ \Gamma_{12}(\mathbf{k}), & \delta_{2q} \end{bmatrix} \Big/ D(\mathbf{k}) = \frac{D_{2q}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k})} \tag{8}$$

$$\tilde{G}_{3q}(\mathbf{k}) = \delta_{3q} / \Gamma_{33}(\mathbf{k}) \tag{9}$$

ここに

$$D(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(\mathbf{k}), & \Gamma_{12}(\mathbf{k}) \\ \Gamma_{12}(\mathbf{k}), & \Gamma_{22}(\mathbf{k}) \end{bmatrix} \tag{10}$$

故に，回転座標系で点$\mathbf{r}' = (x_1, x_2)$に点波源が作用する場合の2次元的なダイアディック・グリーン関数は次式で与えられる。

$$G_{pq}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{D_{pq}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k})} e^{i[\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')-\omega t]}\, dk_1 dk_2, \quad (p=1,2) \tag{11}$$

$$G_{3g}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\delta_{3g}}{[C_{44}(k_1^2+k_2^2)-\rho\omega^2]}e^{i[\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')-\omega t]}dk_1dk_2 \qquad (12)$$

一般に，荷重 $f_j(\mathbf{r}')$ $(j=1,2,3)$ が，それぞれ領域 V_j' $(j=1,2,3)$ に分布している場合には，粒子変位 $u_i(\mathbf{r})$ $(i=1,2,3)$ は次式で与えられる。

$$u_i(\mathbf{r}) = \iint_{V_j} G_{ij}(\mathbf{r}|\mathbf{r}')\,f_j(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}' \quad (i,j=1,2,3) \qquad (13)$$

式 (12) より，Z 方向変位をもった波源 (f_3) は，等方体の性質を持った純粋な Z 方向粒子変位の横波 T_1 と結合することがわかる。ここでは，次式で与えられる X 方向変位を持った波源を考える。

$$\left.\begin{aligned} f_1(\mathbf{r}) &= A\,\delta(x_2) \quad , \quad -\frac{X}{2} < x_1 < \frac{X}{2} \\ f_2(\mathbf{r}) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

そのとき，式 (11) と (13) より粒子変位は次式で与えられる。

$$u_i(\mathbf{r}) = \frac{AX}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{\sin\left(\frac{X}{2}k_1\right)}{\left(\frac{X}{2}k_1\right)}\right]\frac{D_{i1}(k_1,k_2)}{D(k_1,k_2)}e^{i(k_1x_1+k_2x_2-\omega t)}dk_1dk_2$$

$$(i=1,2) \qquad (15)$$

ここで，式 (15) の k_2 に関する積分を留数を用いて計算し，積分の次数を減らすことを試みる。$D_{pl}(k_1,k_2)$ は解析関数であるので，式 (15) の k_2 に関する積分の特異点は

$$D(k_1,k_2)=0 \qquad (16)$$

を満足する極 $k_2(k_1)$ で与えられる。この極は実数根で与えられる。そのとき，k_1-k_2 座標系で式 (16) で

与えられる実数曲線は，逆速度面を表わす。

また，放射条件を満たす解を得るために次の操作を行なう。まず，角周波数 ω を $\omega+i\varepsilon$ で置き換える。ここに $\varepsilon>0$ であり，後に $\varepsilon\to 0$ とする。そのとき，式(16)は近似的に

$$D+i\varepsilon\partial D/\partial\omega=0 \tag{17}$$

となる。ここに L は $\varepsilon=0$ のときの値を示している。そして，D の実数の1位の零点 $k_2=k_{20}$ の近傍で，式(17)は近似的に

$$(k_2-k_{20})\partial L/\partial k_2+i\varepsilon\partial D/\partial\omega=0 \tag{18}$$

となる。よって，式(18)の零点は，群速度の x_2 成分

$$v_{g2}=-(\partial D/\partial k_2)/(\partial D/\partial\omega) \tag{19}$$

が正のときには，複素 k_2 平面の上半平面にあることがわかる。

ここで，$x_2>0$ にとって，複素 k_2 平面の上半平面において，実軸上の線分 $-R<\mathrm{Re}[k_2]<R$, $R>0$ と，半円弧 C_R, $|k_2|=R$ とからできた単一閉曲線を考える。そして，この単一閉曲線に沿って積分を行なえば，Jordan の補助定理により，$R\to\infty$ としたとき，C_R からの寄与は無視できる。そして，式(15)の積分は，擬似縦波Lモードに対応する極 $k_{2L}(k_1)$ と擬似横波T$_2$モードに対応する極 $k_{2T_2}(k_1)$ による留数の和として表わされる。ここでは，この2つのモードによる粒子変位を別々に書き出す。実際の粒子変位は，この2つのモードによる粒子変位の重ね合わせより得られる。

Lモードによる粒子変位

$$u_p(\mathbf{r}) = \frac{iAX}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\frac{X}{2}k_1)}{(\frac{X}{2}k_1)} \left[\frac{D_{p1}(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2}\right]_{k_2=k_{2L}(k_1)} \cdot \exp\{i[k_1x_1 + k_{2L}(k_1)x_2 - \omega t]\}dk_1 \quad (p=1,2) \qquad (20)$$

T_2モードによる粒子変位

$$u_p(\mathbf{r}) = \frac{iAX}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\frac{X}{2}k_1)}{(\frac{X}{2}k_1)} \left[\frac{D_{p1}(k_1,k_2)}{\partial D(k_1,k_2)/\partial k_2}\right]_{k_2=k_{2T_2}(k_1)} \cdot \exp\{i[k_1x_1 + k_{2T_2}(k_1)x_2 - \omega t]\}dk_1 \quad (p=1,2) \qquad (21)$$

3. 数値計算

ここでは，Cubic結晶のCu結晶を用いて数値計算を行なう。弾性定数は文献[3]に従う。そして，以下に示されるように各位相伝搬方向に対して速度変化の大きい擬似横波T_2モードによる粒子変位を調べることにする。

図2には，周波数$f=1\,kHz$のときの，式(16)より求めた擬似横波に対する逆速度面を示した。その法線方向はエネルギー伝搬方向に対応している。そして，異方性の故に逆速度面は大きく湾曲していることがわかる。

また，逆速度面の曲率は文献[1]に従って次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{D_1^2 D_{22} - 2D_1 D_2 D_{12} + D_2^2 D_{11}}{(D_1^2 + D_2^2)^{3/2}} \qquad (22)$$

ここに

$$D_i = \partial D / \partial k_i \tag{23}$$

$$D_{ij} = \partial^2 D / \partial k_i \partial k_j \tag{24}$$

図3に，式(22)より求めた逆速度面の曲率λを示した。図2に見られるように，逆速度面は対称性を持っているので，図3には0°から45°までのθの範囲のみを示した。図3において，曲率はθが0°~20.2°の範囲で負であり，20.2°~45°の範囲で負である。そして，逆速度面の湾曲点に対応するθ=20.2°で，曲率は零になっている。

図4には，位相伝搬角θとエネルギー伝搬角ψと

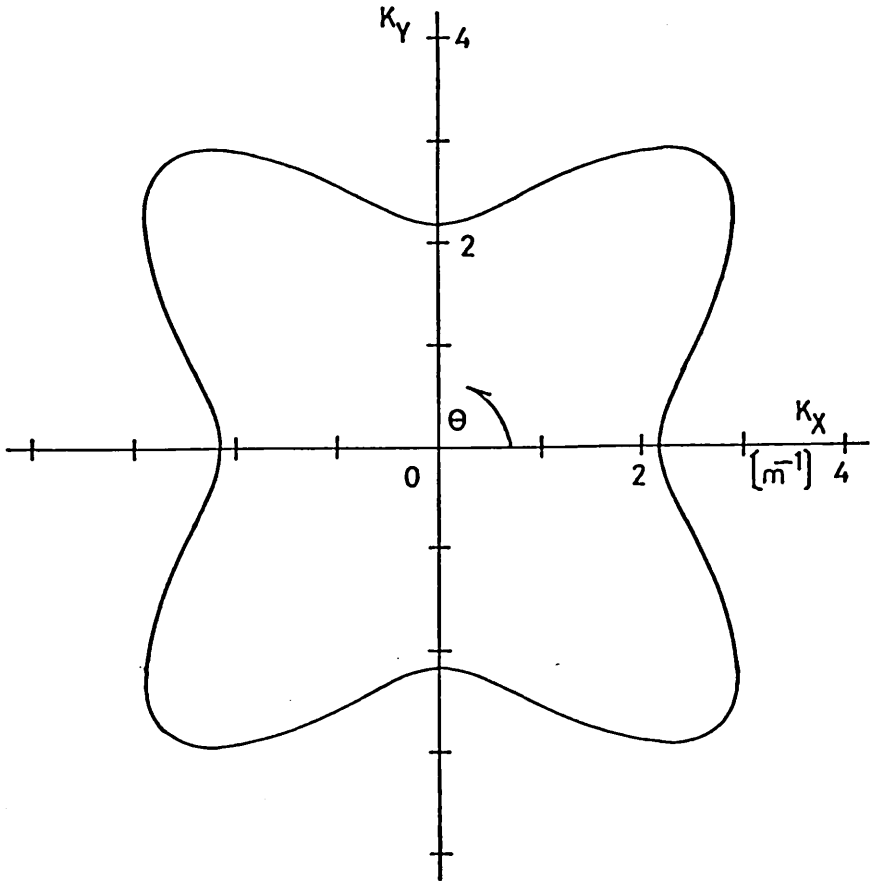


図2　擬似横波に対する逆速度面（$f=1\,kH_z$）.

のずれ角εを示した。図4より，$\theta=0°$ と $45°$ の方向を除いて，他の任意の方向では位相とエネルギーの伝搬方向が大きくずれることがわかる。また，文献[4]で述べたように，逆速度面の曲率が零の点（$\theta=20.2°$）は図4のε-θ曲線の傾きが−1の点に対応していることも数値的に確かめられる。

ここで，バルク波のポインティングベクトル S_j は次式で与えられる。

$$S_j = \mathrm{Re}\left[\frac{i\omega}{2} T_{ij} U_i^*\right] \qquad (j=1,2) \qquad (25)$$

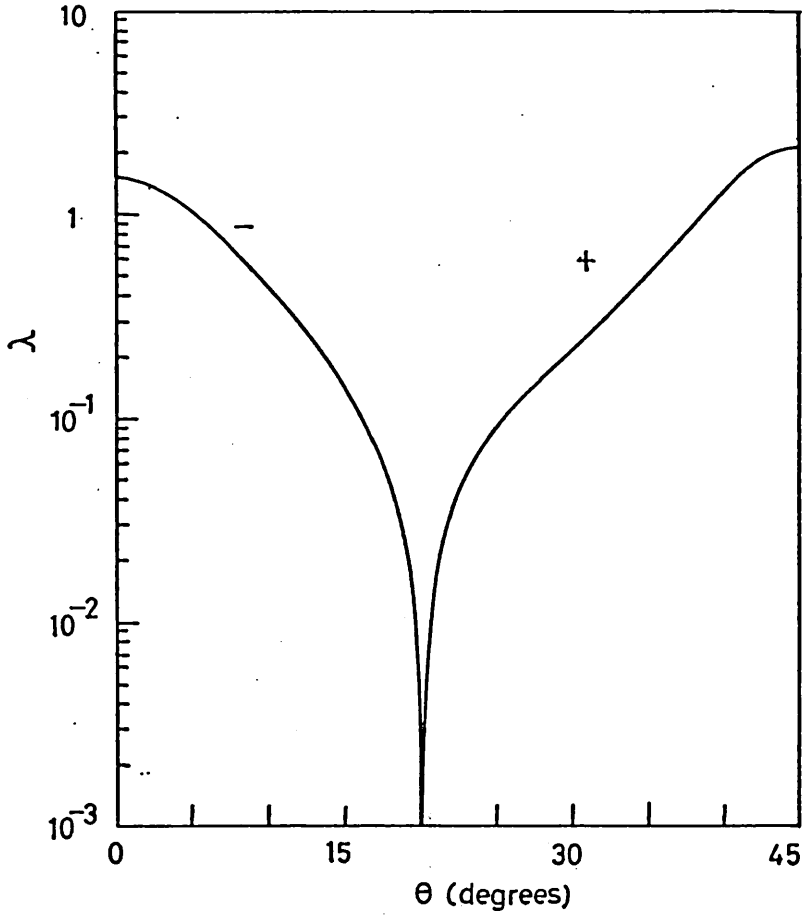


図3　擬似横波に対する逆速度面の曲率，λ．

ここに τ_{ij} は応力で

$$\tau_{ij} = C_{ijpq}\partial_q u_p \tag{26}$$

で与えられる。そして，電力密度を

$$|S| = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2} \tag{27}$$

で定義する。これらの式に，擬似横波モードによる粒子変位の式(21)を代入し，数値積分を行なった結果を図5に示した。波源の大きさは，式(14)において $X = 10\lambda$，$A = 1\ (N/m^3)$ とした。ここに，波長 λ は波源に垂直な方向（図1での Y' 方向）に伝搬す

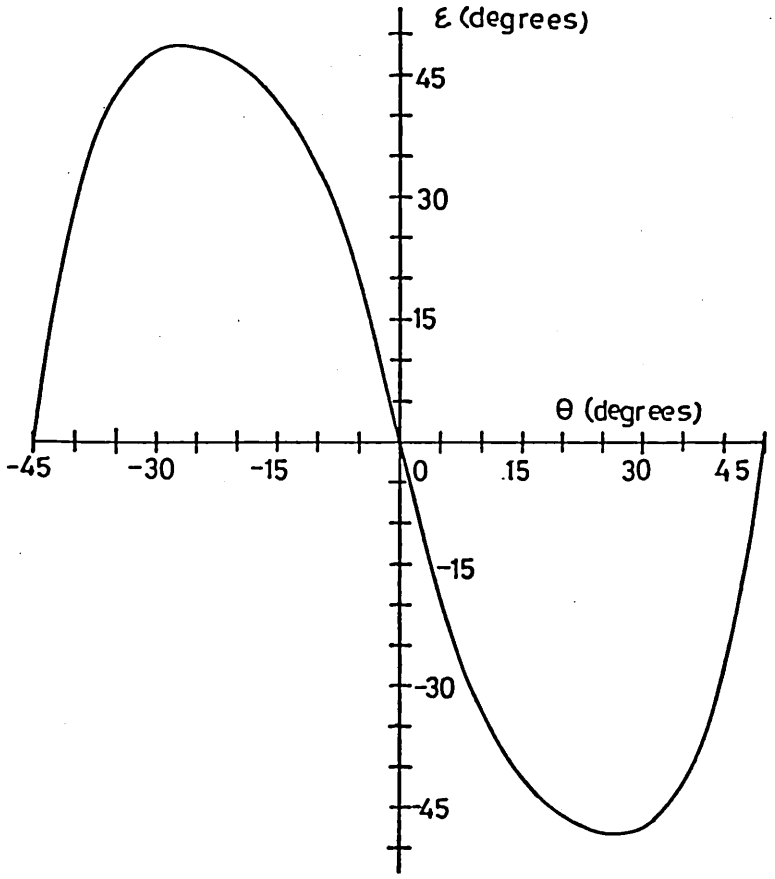


図4　位相伝搬角θとエネルギー伝搬角φのずれ角ε

る波に対してのものである。励振方向は，逆速度面の曲率が負である $\theta=0°$，零である $\theta=20.2°$，そして正である $\theta=45°$ の方向を選んでいる。また伝搬距離は，波源上($Y=0$)，そして $Y=2\lambda$，20λ，100λ に対して示している。図5より明らかに，逆速度面の曲率が

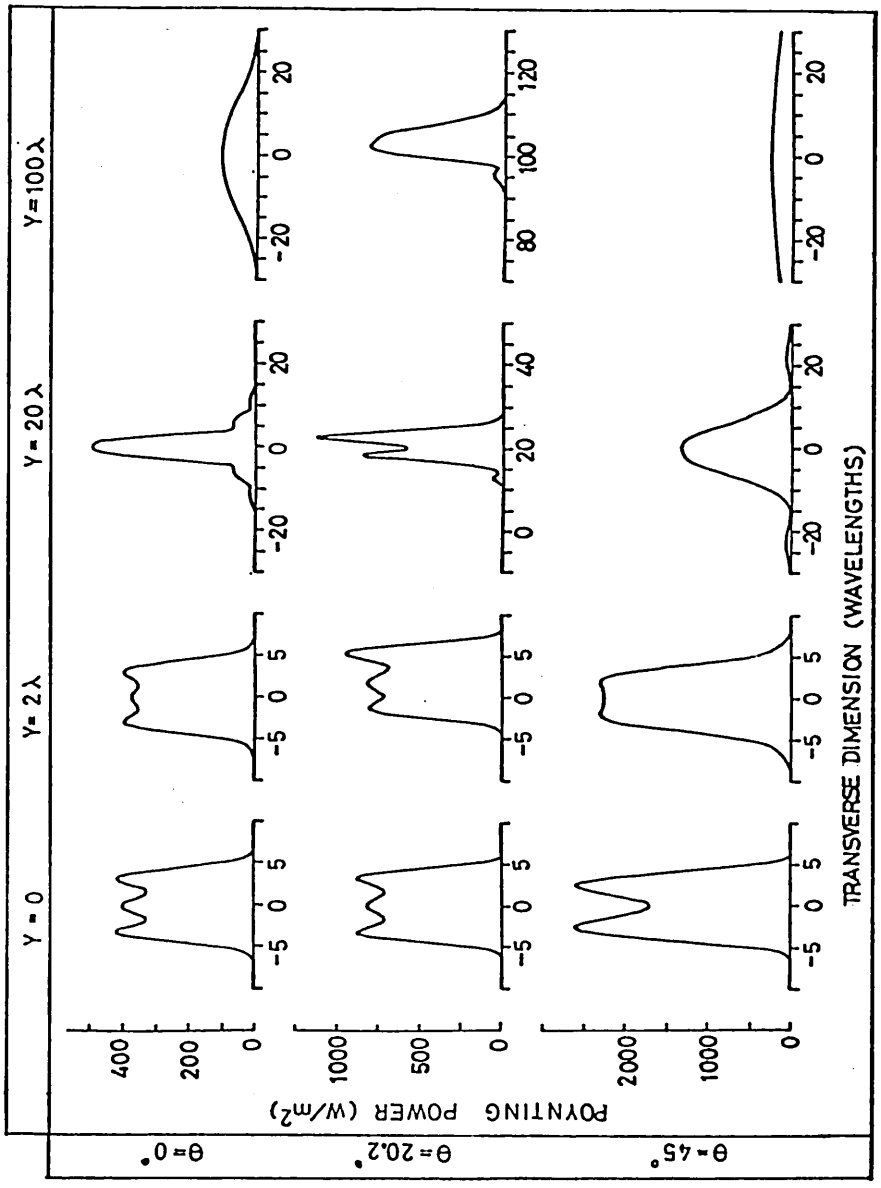


図5. 擬似横波エモードに対する放射特性

零である $\theta = 20.2°$ の方向に励振された場合には，伝搬距離に対して，電力密度の広がりによる落ち込みが非常に少ないことが確認できる。また，$\theta = 45°$ の場合には，電力密度の広がりが大きいが，これは図2において，逆速度面の法線方向がエネルギー伝搬方向に対応していることを考慮すれば良く理解できる。また，$\theta = 20.2°$ に対しては，図4に示したように，伝搬につれて位相とエネルギーの伝搬方向が大きくずれてくることも図5より確認できる。さらに，$\theta = 45°$ と $\theta = 0°, 21.2°$ とでは，波源上での電力密度の分布が異なっている現象も興味がある。

4. むすび

本報告では最初に，Cubic 結晶内におかれたリボン状波源より励振されるバルク波の粒子変位の積分表示式を求めた。次に，Cu結晶を用いた擬似横波 T_2 モードの波に対する数値計算により，逆速度面の曲率が零になる方向に励振された波は，伝搬につれての電力密度の落ち込みが非常に少ないことが確認された。また，波源上での波の電力密度の分布が，波源の向きで異なることも明らかになった。

文　献

(1) H. Shirasaki and T. Makimoto, "Asymptotic expressions for piezoelectric surface waves excited by the buried mechanical

and electrical point sources," J. Appl. Phys., 49(2), 661 (1978).
(2) M.J. Lighthill, "Anisotropic wave motions," Phil. Trans. Roy. Soc. London, 252A, 397 (1960).
(3) C. Kittel: "Introduction to solid state physics", 3rd ed., ch.4, John Wiley & Sons (1966).
(4) H. Shirasaki and T. Makimoto, "Gaussian curvature of the slowness surface for piezoelectric surface waves on a cubic crystal," J. Appl. Phys. (to be published).

付 録

1. 弾性定数の変換

図1のように結晶軸を変換すると，Cubic 系の弾性定数は以下のように変換される。

Cubic

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & & 0 & \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & 0 & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix}$$

X-Y軸の θ回転 ⟹

Tetragonal

$$\begin{pmatrix} C_{11}' & C_{12}' & C_{12} & 0 & 0 & C_{16}' \\ C_{12}' & C_{11}' & C_{12} & 0 & 0 & -C_{16}' \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ C_{16}' & -C_{16}' & 0 & 0 & 0 & C_{66}' \end{pmatrix}$$

ここに

$$C_{11}' = C_{11} + 2(C_{12} - C_{11} + 2C_{44})\cos^2\theta \sin^2\theta$$
$$C_{12}' = C_{12} + 2(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})\cos^2\theta \sin^2\theta$$
$$C_{66}' = C_{44} + 2(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})\cos^2\theta \sin^2\theta$$
$$C_{16}' = (C_{11} - C_{12} - 2C_{44})\cos\theta \sin\theta (\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

輻射科学研究会資料

PEOTRONにおける集電子極パルスの計算

大東延久　深沢康男　西田嘉夫　森田正信
（関西大学工学部）

1978年10月20日

PEOTRONにおける集電子極パルスの計算

1. まえがき

PEOTRON[1),2)] は，DCFP[3)] と同様に，入来光信号を印加高周波電界の周期毎にサンプリングして取り出す素子で，その出力は高周波の周期毎のパルス列となる．これは

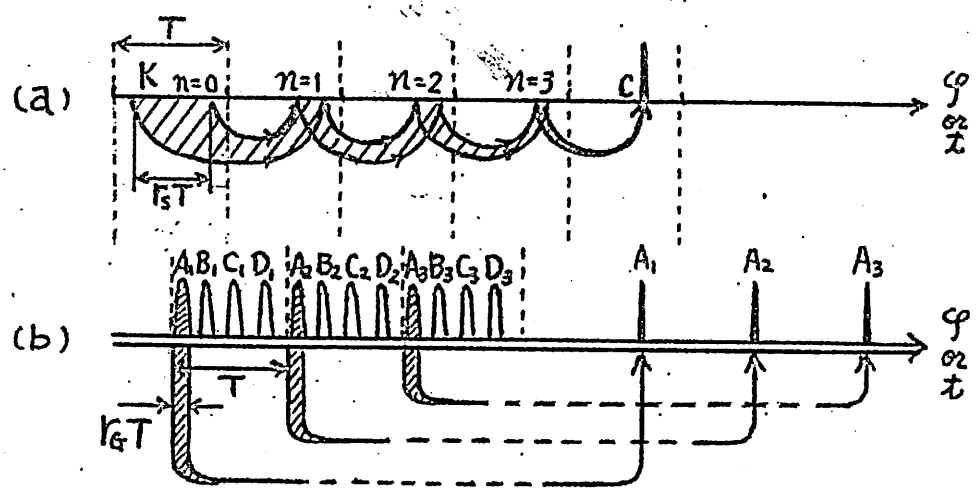


図　1

図1 (a) のように，各ダイノードへの電子の到着時の位相φが集束作用を受けるためである．今，その際のサンプリング比 l_S を何らかの方法で制限するゲート機構を設けてゲート比 l_G を得たとすると，図1 (b) のように，例えば多重化された光PCM信号の内の特定チャネルだけの信号を選別して繰り返し取り出すことが出来る．

このような場合はゲート比を小さくするので，増倍にあずかる電子数は必然的に少くなる．これに加えて入来光自身が微弱な場合には尚更少くなる．そのような制限を受けた状態では，集電子極からの出力パルスは，位相の集束性のより

よいものでなければ検出不可能，あるいは2進符号の場合には誤り率が増加することになる．したがって，このような場合の検出感度は集電子極パルスの位相の集束性が大いに問題になると考える．

上述のような意味で，今回 PEOTRONの集電子極パルスの波形を，DCFPでなされたのと同じ確率的な方法[4]で2次電子の初速度分布を考慮して求め，同じ計算条件でDCFPよりも良好な位相集束性が得られたので報告する．

なお，図2，3に示すように，電子運動がDCFPでは2次元的であるのに対してPEOTRONでは3次元的となるので，図のy方向の電子の出発位置の分布関数も我々の場合考慮しなければならない．さらにDCFPで行われた初速度の取り扱いはその大きさのみであるが，我々は，式の導出に対して初速度の方向分布も同時に考慮した．計算に際してはDCFPとの比較のために，大きさのみの分布で数値計算した．

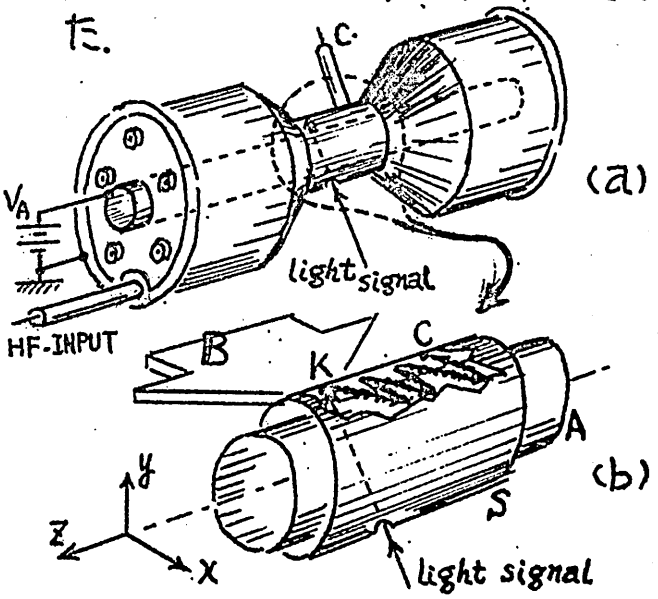


図2 PEOTRON(同軸形)

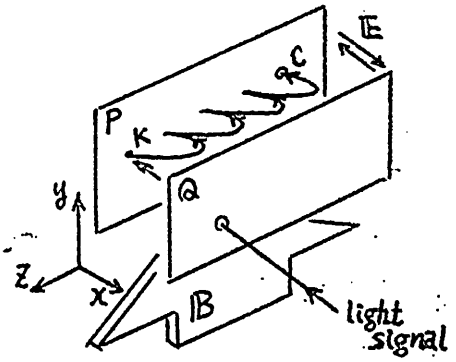


図3 DCFP

2. 計算の基礎

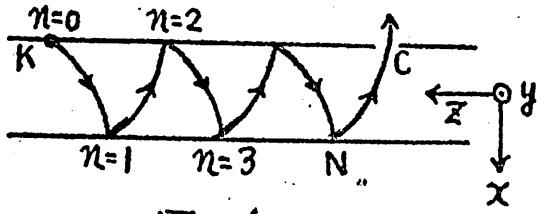


図 4

いま図4のように、S極上の各ダイノードの段数をnとし、全増倍段数をNとする。そして特定の段数をiとして、その段までの各確率密度関数は既知であるとし、次段$i+1$段目の各確率密度関数を導き出すことを考える。なお、その段の出発をd, 到着をAの記号で表わし、下付き添字で示すことにする。

2次電子の生成は random process であるので、その放出に関して次の5つの事象

	確率密度関数
i) ある初期エネルギー $\hat{u}_{d,i}$ をもって飛び出すこと。	$f_{d,i}(\hat{u}_{d,i})$
ii) 法線に対してある角度 $\alpha_{d,i}$ の方向に飛び出すこと。	$a_{d,i}(\alpha_{d,i})$
iii) ある方位角 $\beta_{d,i}$ の方向に飛び出すこと。	$b_{d,i}(\beta_{d,i})$
iv) ある出発位相 $\varphi_{d,i}$ で飛び出すこと。	$g_{d,i}(\varphi_{d,i})$
v) ある出発y位置 $\eta_{d,i}$ から飛び出すこと。	$p_{d,i}(\eta_{d,i})$

は独立な事象であると考えられ、各確率が次のように定義される。

$f_{d,i}(\hat{u}_{d,i})\,d\hat{u}_{d,i}$: i段目から放出された電子の初期エネルギーが $\hat{u}_{d,i}$ と $\hat{u}_{d,i}+d\hat{u}_{d,i}$ の間にある確率。

$a_{d,i}(\alpha_{d,i})\,d\alpha_{d,i}$: i段目から放出された電子の放出方向が面法線に対して $\alpha_{d,i}$ と $\alpha_{d,i}+d\alpha_{d,i}$ の間にある確率。

$b_{d,i}(\beta_{d,i})\,d\beta_{d,i}$: i段目から放出された電子の放出方向の方位角が $\beta_{d,i}$ と $\beta_{d,i}+d\beta_{d,i}$ の間にある確率。

$g_{d,i}(\varphi_{d,i})\,d\varphi_{d,i}$: i段目から放出された電子の高周波磁界に

対する出発位相が $\varphi_{d,i}$ と $\varphi_{d,i}+d\varphi_{d,i}$ の間にある確率.

$p_{d,i}(\hat{y}_{d,i})d\hat{y}_{d,i}$: i 段目から放出された電子の y 方向の位置が $\hat{y}_{d,i}$ と $\hat{y}_{d,i}+d\hat{y}_{d,i}$ の間にある確率.

ここで, さらに次の2次電子放出率関数を定義する.

$\delta(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})$: $\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i}$ の各値をもって i 段目から放出された1個の電子によって $i+1$ 段目に生ずる電子の数.

このとき, 次の結合確率

$$g_{d,i}(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})\,d\hat{u}_{d,i}\,d\alpha_{d,i}\,d\beta_{d,i}\,d\varphi_{d,i}\,d\hat{y}_{d,i}$$
$$= f_{d,i}(\hat{u}_{d,i})\,a_{d,i}(\alpha_{d,i})\,b_{d,i}(\beta_{d,i})\,q_{d,i}(\varphi_{d,i})\,p_{d,i}(\hat{y}_{d,i})$$
$$\times \delta(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})\,d\hat{u}_{d,i}\,d\alpha_{d,i}\,d\beta_{d,i}\,d\varphi_{d,i}\,d\hat{y}_{d,i} \qquad (1)$$

は, i 段目から放出された1個の電子によって $i+1$ 段目に生じた2次電子の初期エネルギー, 初速度の2方向, 出発位相, および出発 y 位置が, それぞれ $\hat{u}_{d,i}$ と $\hat{u}_{d,i}+d\hat{u}_{d,i}$, $\alpha_{d,i}$ と $\alpha_{d,i}+d\alpha_{d,i}$, $\beta_{d,i}$ と $\beta_{d,i}+d\beta_{d,i}$, $\varphi_{d,i}$ と $\varphi_{d,i}+d\varphi_{d,i}$, そして $\hat{y}_{d,i}$ と $\hat{y}_{d,i}+d\hat{y}_{d,i}$ の間にある確率 (非規格化確率) を表わしていることになる. この関数を $i+1$ 段目の諸量で表わすために次の Jacobian 変換を行う.

$$g'_{d,i}(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \varphi_{d,i+1}, \hat{y}_{d,i+1}) = \frac{g_{d,i}(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})}{|J|}$$
$$= \frac{f_{d,i}(\hat{u}_{d,i})\,a_{d,i}(\alpha_{d,i})\,b_{d,i}(\beta_{d,i})\,q_{d,i}(\varphi_{d,i})\,p_{d,i}(\hat{y}_{d,i})\,\delta(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})}{|J|} \qquad (2)$$

ただし

$$|J| = \left\| \begin{array}{ccccc} \frac{\partial \delta_0}{\partial \Psi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_0}{\partial \alpha_{d,i}} & \frac{\partial \delta_0}{\partial \beta_{d,i}} & \frac{\partial \delta_0}{\partial \varphi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_0}{\partial \eta_{d,i}} \\ \frac{\partial \delta_1}{\partial \Psi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \alpha_{d,i}} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \beta_{d,i}} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \varphi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_1}{\partial \eta_{d,i}} \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial \Psi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_2}{\partial \alpha_{d,i}} & \frac{\partial \delta_2}{\partial \beta_{d,i}} & \frac{\partial \delta_2}{\partial \varphi_{d,i}} & \frac{\partial \delta_2}{\partial \eta_{d,i}} \\ \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \Psi_{d,i}} & \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \alpha_{d,i}} & \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \beta_{d,i}} & \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \varphi_{d,i}} & \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \eta_{d,i}} \\ \frac{\partial \hat{\eta}_{d,i+1}}{\partial \Psi_{d,i}} & \frac{\partial \hat{\eta}_{d,i+1}}{\partial \alpha_{d,i}} & \frac{\partial \hat{\eta}_{d,i+1}}{\partial \beta_{d,i}} & \frac{\partial \hat{\eta}_{d,i+1}}{\partial \varphi_{d,i}} & \frac{\partial \hat{\eta}_{d,i+1}}{\partial \eta_{d,i}} \end{array} \right\| \qquad (3)$$

であり，ここで δ_0, δ_1, δ_2 は dummy 変数で，後ほど $\delta_0 = \hat{\Psi}_{d,i}$, $\delta_1 = \alpha_{d,i}$, $\delta_2 = \beta_{d,i}$ とおく．

式 (2) から，次の非規格化確率密度関数

$$h_{d,i}(\varphi_{d,i+1}) = \iiiint G'_{d,i}(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \varphi_{d,i+1}, \hat{\eta}_{d,i+1})\, d\delta_0 d\delta_1 d\delta_2 d\hat{\eta}_{d,i+1} \qquad (4)$$

$$g_{d,i}(\hat{\eta}_{d,i+1}) = \iiiint G'_{d,i}(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \varphi_{d,i+1}, \hat{\eta}_{d,i+1})\, d\delta_0 d\delta_1 d\delta_2 d\varphi_{d,i+1} \qquad (5)$$

が得られ，それぞれ次の意味をもっている．

$h_{d,i}(\varphi_{d,i+1})\, d\varphi_{d,i+1}$：$i$ 段目から放出された 1 個の電子により $i+1$ 段目に生じた 2 次電子の出発位相が $\varphi_{d,i+1}$ と $\varphi_{d,i+1} + d\varphi_{d,i+1}$ の間にある確率．

$g_{d,i}(\hat{\eta}_{d,i+1})\, d\hat{\eta}_{d,i+1}$：$i$ 段目から放出された 1 ヶの電子により $i+1$ 段目に生じた 2 次電子の出発エネルギー準位が $\hat{\eta}_{d,i+1}$ と $\hat{\eta}_{d,i+1} + d\hat{\eta}_{d,i+1}$ の間にある確率．

ところで，出発時の確率密度関数はすべての増倍段で考慮しなければならない．したがって，i 段目以前の，f, a, b, g, p 各確率分布関数を考慮したすべての段から来た電子の $i+1$

段目への寄与の総和をとることになる．そこでこの出力波形の計算に対する全事象は，P3で述べた5つの事象以外に

vi) ある生成段nから放出された電子が，$i+1$ 段目に生ずる2次電子に寄与する事象．

が加わる．ここで生成段とは，出発時の確率分布関数を考慮した増倍段を意味し，生成段以後の増倍段では，その衝突エネルギーによる増倍は行われるが，初速度ゼロの単一電子の運動が繰り返えされるとするのである．

上述のことから，$i+1$ 段目の出発位相，および出発y位置の確率密度関数は次式で与えられる．

$$g_{d,i+1}(\varphi_{d,i+1}) = \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} h_{d,n}(\varphi_{d,n;i+1}) \tag{6}$$

$$P_{d,i+1}(\hat{y}_{d,i+1}) = \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} g_{d,n}(\hat{y}_{d,i+1}) \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} K_{i+1} &= \int_{(i-n+1)360^\circ+60^\circ}^{(i-n+1)360^\circ+420^\circ} \sum_{n=0}^{i} h_{d,n}(\varphi_{d,n;i+1})\, d\varphi_{d,n;i+1} \\ &= \int_{\hat{y}_{d,i+1\,min}}^{\hat{y}_{d,i+1\,max}} \sum_{n=0}^{i} g_{d,n}(\hat{y}_{d,i+1})\, d\hat{y}_{d,i+1} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

ここで，K_{i+1} は $i+1$ 段目の利得定数であり，規格化する値を示す．また，単一電子によるPEOTRONの運動方程式の解は，印加高周波電界の位相の 60° から 420° に亘って周期的であるので，各増倍段は $\varphi_{d,i}=60^\circ$ から始まる次々の 360° 間で生ずる．それ故，基準位相間隔を $60^\circ < \varphi_{ref} < 420^\circ$ で示すと，n段目生成系列電子による $i+1$ 段目の位相は

$$\varphi_{d,n;i+1} = \varphi_{ref} + (i-n+1)360^\circ \tag{9}$$

で与えられる．また，各n段目生成系列電子に対する式(2)の $\delta(\hat{u}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{\gamma}_{d,i})$ は，各段の δ の相乗となるので

$$\Delta = \prod_{n'=1}^{i-n+1} \delta_{n'} \qquad (10)$$

で置換される．ここで，n' は各n段目生成系列での増倍段数で，$\delta_{n'}$ は n' 段での2次電子増倍率である．

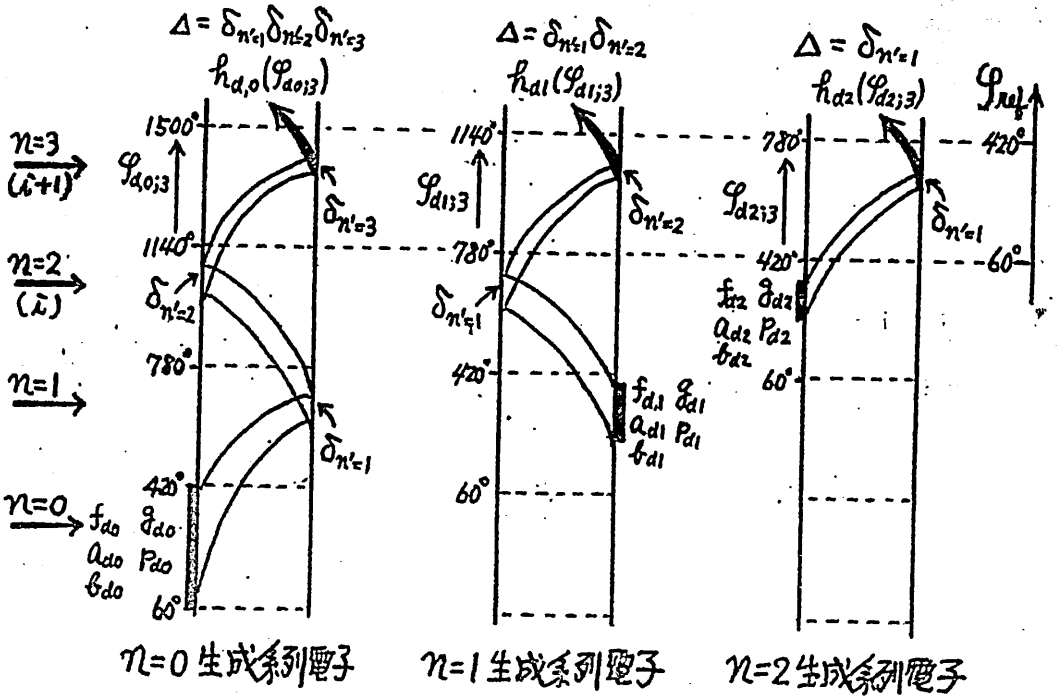


図　5

図5は，$i=2$ の場合について，$i+1$ (=3) 段目の出発位相確率密度関数 $g_{d,3}(\varphi_{d,3})$ を求める式(6)の意味を図解したもので，

$$g_{d,3}(\varphi_{d,3}) = \frac{1}{K_3}\left[h_{d0}(\varphi_{d0;3}) + h_{d1}(\varphi_{d1;3}) + h_{d2}(\varphi_{d2;3})\right]$$

で与えられることを表わしている．

以上により，式(2)～(8)を繰り返し使って，最初与えた確率密度関数 $f_{d,0}(\hat{\varphi}_{d,0})$, $a_{d,0}(\alpha_{d,0})$, $b_{d,0}(\beta_{d,0})$, $g_{d,0}(\varphi_{d,0})$, $P_{d,0}(\hat{y}_{d,0})$ から出発して，次々と $g_{d,1}(\varphi_{d,1})$, $P_{d,1}(\hat{y}_{d,1})$; $g_{d,2}(\varphi_{d,2})$, $P_{d,2}(\hat{y}_{d,2})$; ----- ; $g_{d,N}(\varphi_{d,N})$, $P_{d,N}(\hat{y}_{d,N})$ が決まる．求める集電子極パルスは，集電子極へ流入する電子の到着位相の確率密度関数 $g_{A,N+1}(\varphi_{A,N+1})$ に対応し，

$$g_{A,N+1}(\varphi_{A,N+1}) = g_{d,N+1}(\varphi_{d,N+1}) \qquad (11)$$

から求められる．それは，1次電子の衝突と2次電子の放出が殆ど同時に行われると仮定出来る[5]ことと，最終段(N+1段)は増倍しないためである．式(11)の右辺は，$g_{d,N}(\varphi_{d,N})$, $P_{d,N}(\hat{y}_{d,N})$ より導出されるが，そのときに用いる $\delta_{n'}$ は

$$\delta_{n'\,(n'=N-n+1)} = 1 \qquad (12)$$

としなければならない．したがって $i=N$ の場合には，次段 $i+1$ $(=N+1)$ の計算に対して Δ は次式で与えられる．

$$\Delta = \prod_{n'=1}^{N-n} \delta_{n'}\,,\ (n \neq N)\ ;\quad \Delta = 1\,,\ (n=N) \qquad (13)$$

3. 数値計算のための計算式

式(3)の Jacobian $|J|$ において，dummy 変数を，便宜上

$$\xi_0 = \hat{\Psi}_{d,i}\,,\quad \xi_1 = \alpha_{d,i}\,,\quad \xi_2 = \beta_{d,i} \qquad (14)$$

とおくと

$$|J| = \left| \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \varphi_{d,i}} \cdot \frac{\partial \hat{y}_{d,i+1}}{\partial \hat{y}_{d,i}} - \frac{\partial \hat{y}_{d,i+1}}{\partial \varphi_{d,i}} \frac{\partial \varphi_{d,i+1}}{\partial \hat{y}_{d,i}} \right| \qquad (15)$$

となる.

ここで、式(15)の $\varphi_{d,i+1}$, $\hat{y}_{d,i+1}$ を考えると、これらは $\hat{\Psi}_{d,i}$, $\alpha_{d,i}$, $\beta_{d,i}$, $\varphi_{d,i}$, $\hat{y}_{d,i}$ の関数で、i 段目を出た電子が $i+1$ 段目に到着して、その段を出発するときの位相と y 方向の位置を表わしているので

$$\varphi_{d,i+1} = \Phi_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i}) \quad (16)$$

$$\hat{y}_{d,i+1} = Y_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i}) \quad (17)$$

とおくことが出来る. そこで、各変数の考えられる全領域を次のように等分割する.

$\hat{\Psi}_{d,i}$: $\Delta\hat{\Psi}_{d,i} = \hat{\Psi}_{d,i\max}/J$ の区域に J等分する. $(j=1,2,\cdots,J)$

$\alpha_{d,i}$: $\Delta\alpha_{d,i} = 90°/T$ 〃 T 〃 $(t=1,2,\cdots,T)$

$\beta_{d,i}$: $\Delta\beta_{d,i} = 360°/U$ 〃 U 〃 $(u=1,2,\cdots,U)$

$\varphi_{d,i}$: $\Delta\varphi_{d,i} = 360°/L$ 〃 L 〃 $(l=1,2,\cdots,L)$

$\varphi_{d,i+1}$: $\Delta\varphi_{d,i+1} = 360°/M$ 〃 M 〃 $(m=1,2,\cdots,M)$

$\hat{y}_{d,i}$: $\Delta\hat{y}_{d,i} = (\hat{y}_{d,i\max} - \hat{y}_{d,i\min})/R$ 〃 R 〃 $(r=1,2,\cdots,R)$

$\hat{y}_{d,i+1}$: $\Delta\hat{y}_{d,i+1} = (\hat{y}_{d,i+1\max} - \hat{y}_{d,i+1\min})/S$ 〃 S 〃 $(s=1,2,\cdots,S)$

そして、分割数 J, T, U, L, M, R, S が十分大きいと、それら各区域の中央の実で各関数値を表現出来、その区域内では各変数に無関係にすることが出来る. 例えば

$$\Phi_{d,i}^{j,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = \Phi_{d,i}[(j-\tfrac{1}{2})\Delta\hat{\Psi}_{d,i}, (t-\tfrac{1}{2})\Delta\alpha_{d,i}, (u-\tfrac{1}{2})\Delta\beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, (r-\tfrac{1}{2})\Delta\hat{y}_{d,i} + \hat{y}_{d,i\min}]$$

のように上付添字で示して、これを j, t, u, r 成分をもつ次段出発位相関数 $\Phi_{d,i}(\varphi_{d,i})$ とよぶ.

そこで、$\Phi_{d,i}^{j,t,u,r}(\varphi_{d,i})$, $Y_{d,i}^{j,t,u,r}(\varphi_{d,i})$ が $\varphi_{d,i}$ 変化に対する l 区域で直線変化するとして(図6(a))、また $\Phi_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})$,

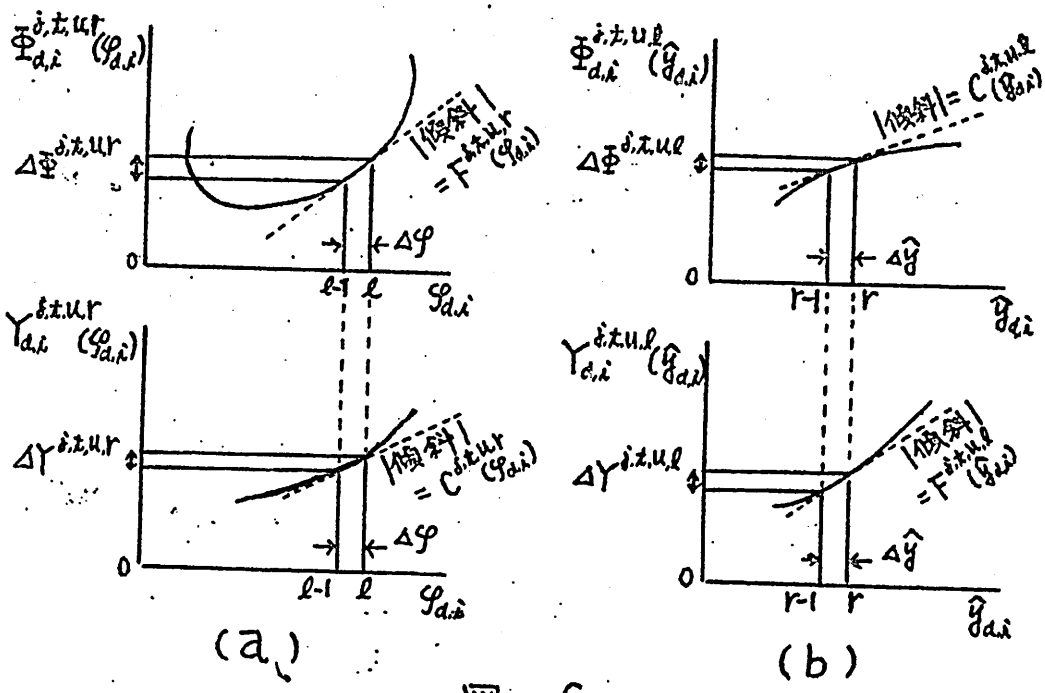


図 6

$Y_{d,i}^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})$ が $\hat{y}_{d,i}$ 変化に対する r 区域で直線変化するとして（図6（b）），式（15）の Jacobian $|J|$ を次のように変形することが出来る．

$$|J| = \left|\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\varphi}\right)^{\delta,t,u,r}\left(\frac{\Delta Y}{\Delta\hat{y}}\right)^{\delta,t,u,l} - \left(\frac{\Delta Y}{\Delta\varphi}\right)^{\delta,t,u,r}\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\hat{y}}\right)^{\delta,t,u,l}\right|$$

$$= \left|\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\varphi}\right)^{\delta,t,u,r}\right| \cdot \left|\left(\frac{\Delta Y}{\Delta\hat{y}}\right)^{\delta,t,u,l}\right| \cdot \left|1 - \left(\frac{\Delta Y}{\Delta\Phi}\right)^{\delta,t,u,r}\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta Y}\right)^{\delta,t,u,l}\right|$$

$$= F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) \cdot F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) \cdot H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i}) \quad (18)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) &\equiv \left|\frac{\partial \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{\partial \varphi_{d,i}}\right| = \left|\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\varphi}\right)^{\delta,t,u,\eta}\right| \neq 0 \\ F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) &\equiv \left|\frac{\partial Y_{d,i}^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{\partial \hat{y}_{d,i}}\right| = \left|\left(\frac{\Delta Y}{\Delta\hat{y}}\right)^{\delta,t,u,l}\right| \neq 0 \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

$$H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i},\hat{\varphi}_{d,i}) = \left|1 - V^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, V^{\delta,t,u,l}(\hat{\varphi}_{d,i})\right|$$

$$V^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) \equiv \left(\frac{\Delta\Upsilon}{\Delta\Phi}\right)^{\delta,t,u,r}, \quad V^{\delta,t,u,l}(\hat{\varphi}_{d,i}) \equiv \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Upsilon}\right)^{\delta,t,u,l} \Bigg\} \quad (20)$$

である.

3・1 位相確率密度関数 $g^{m}_{d,i+1}$ の導出

式 (2), (4), (14), (18) より

$$h_{d,i}(\varphi_{d,i+1}) = g_{d,i}(\varphi_{d,i}) \iiiint \frac{f_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i})\, a_{d,i}(\alpha_{d,i})\, b_{d,i}(\beta_{d,i})\, P_{d,i}(\hat{\varphi}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, F^{\delta,t,u,l}(\hat{\varphi}_{d,i})\, H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i},\hat{\varphi}_{d,i})}$$

$$\times \delta(\hat{\Psi}_{d,i},\alpha_{d,i},\beta_{d,i},\varphi_{d,i},\hat{\varphi}_{d,i})\, d\hat{\Psi}_{d,i}\, d\alpha_{d,i}\, d\beta_{d,i}\, d\hat{\varphi}_{d,i+1}$$

$$= g_{d,i}(\varphi_{d,i}) \sum_{j=1}^{J} \int_{(j-1)\Delta\hat{\Psi}_{d,i}}^{\delta\Delta\hat{\Psi}_{d,i}} \sum_{t=1}^{T} \int_{(t-1)\Delta\alpha_{d,i}}^{t\Delta\alpha_{d,i}} \sum_{u=1}^{U} \int_{(u-1)\Delta\beta_{d,i}}^{u\Delta\beta_{d,i}} \sum_{r=1}^{R} \int_{(r-1)\Delta\hat{\varphi}_{d,i}+\hat{\varphi}_{d,i\min}}^{r\Delta\hat{\varphi}_{d,i}+\hat{\varphi}_{d,i\min}}$$

$$\frac{f_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i})\, a_{d,i}(\alpha_{d,i})\, b_{d,i}(\beta_{d,i})\, P_{d,i}(\hat{\varphi}_{d,i})\, \delta(\hat{\Psi}_{d,i},\alpha_{d,i},\beta_{d,i},\varphi_{d,i},\hat{\varphi}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\; H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i},\hat{\varphi}_{d,i})}$$

$$\times d\hat{\Psi}_{d,i}\, d\alpha_{d,i}\, d\beta_{d,i}\, d\hat{\varphi}_{d,i}$$

$$= g_{d,i}(\varphi_{d,i}) \sum_{\delta=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{r=1}^{R} \frac{f^{\delta}_{d,i}\, a^{t}_{d,i}\, b^{u}_{d,i}\, P^{r}_{d,i}\, \delta^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\; H^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})} \quad (21)$$

が得られる. ここで式 (17) より得られる

$$d\hat{\varphi}_{d,i+1} = \left|\frac{\partial \Upsilon^{\delta,t,u,l}_{d,i}(\varphi_{d,i})}{\partial \varphi_{d,i}}\right| d\hat{\varphi}_{d,i} = F^{\delta,t,u,l}(\hat{\varphi}_{d,i})\, d\hat{\varphi}_{d,i} \quad (22)$$

の関係, および, f, a, b, P 各確率密度関数の成分の定義式

$$
\left.
\begin{aligned}
f^{\delta}_{d,i} &= \int_{(\delta-1)\Delta\hat{\varPsi}_{d,i}}^{\delta\Delta\hat{\varPsi}_{d,i}} f_{d,i}(\hat{\varPsi}_{d,i})\, d\hat{\varPsi}_{d,i} \\
a^{t}_{d,i} &= \int_{(t-1)\Delta\alpha_{d,i}}^{t\Delta\alpha_{d,i}} a_{d,i}(\alpha_{d,i})\, d\alpha_{d,i} \\
b^{u}_{d,i} &= \int_{(u-1)\Delta\beta_{d,i}}^{u\Delta\beta_{d,i}} b_{d,i}(\beta_{d,i})\, d\beta_{d,i} \\
p^{r}_{d,i} &= \int_{(r-1)\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}}^{r\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}} p_{d,i}(\hat{y}_{d,i})\, d\hat{y}_{d,i}
\end{aligned}
\right\} \qquad (23)
$$

を使っている. 式(21)から $h_{d,i}(\varphi_{d,i+1})$ の δ, t, u, r 成分が次のように求まる.

$$
h^{\delta,t,u,r}_{d,i}(\varphi_{d,i+1}) = g_{d,i}(\varphi_{d,i})\,\frac{f^{\delta}_{d,i}\, a^{t}_{d,i}\, b^{u}_{d,i}\, p^{r}_{d,i}\, \delta^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\; H^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})} \qquad (24)
$$

上式(24)の, m 区域に対する積分

$$
h^{\delta,t,u,r}_{d,i;m} = \int_{(m-1)\Delta\varphi_{d,i+1}+60^{\circ}}^{m\Delta\varphi_{d,i+1}+60^{\circ}} h^{\delta,t,u,r}_{d,i}(\varphi_{d,i+1})\, d\varphi_{d,i+1} \qquad (25)
$$

は、次の意味をもつ. 即ち「δ, t, u, r 成分をもって i 段目を出た1個の電子によって $i+1$ 段目に生じた2次電子が, m 区域の出発位相をもつ確率」を表わしている. したがってこれがわかると, 式(6)により $i+1$ 段目の出発位相の確率密度関数 $g^{m}_{d,i+1}$ が求まることになる.

そこで 式(25)の積分を, 式(16)から得られる関係

$$d\varphi_{d,i+1} = \left| \frac{\partial \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{\partial \varphi_{d,i}} \right| d\varphi_{d,i} \equiv W_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, d\varphi_{d,i} \quad (26)$$

によって，i 段目の出発位相 $\varphi_{d,i}$ についての積分，即ち l 区域の総和で表わすようにする．ただし，今考えている $i+1$ 段目の m 区域に，i 段目の l 区域が寄与するか，どうかにより，その重み関数 $W_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})$ は次の値をとらねばならない．

$$W_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = \begin{cases} \left| \dfrac{\partial \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{\partial \varphi_{d,i}} \right| & \begin{cases} (m-1)\Delta\varphi_{d,i+1} + 60^\circ < \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) \\ < m\Delta\varphi_{d,i+1} + 60^\circ \\ \text{の条件を満たす} \varphi_{d,i} \text{領域の場合} \end{cases} \\ 0 & \begin{cases} \text{それ以外のすべての} \varphi_{d,i} \text{領域} \\ \text{の場合} \end{cases} \end{cases} \quad (27)$$

式 (25) に，式 (24), (26) を入れて，次の $\varphi_{d,i}$ に対する積分式を得る．

$$h_{d,i;m}^{\delta,t,u,r} = f_{d,i}^{\delta} a_{d,i}^{t} b_{d,i}^{u} p_{d,i}^{r} \sum_{l=1}^{L} \int_{(l-1)\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ}^{l\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ} \frac{g_{d,i}(\varphi_{d,i})\, \delta^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{H^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})} I_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, d\varphi_{d,i} \quad (28)$$

ここで

$$I_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) \equiv \frac{W_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})} \quad (29)$$

であり，これは，式 (19), (27) により次の値をもつ．

$$I_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = \begin{cases} 1 & (m-1)\Delta\varphi_{d,i+1} + 60^\circ < \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) < m\Delta\varphi_{d,i+1} + 60^\circ \\ & \text{の条件を満たす} \varphi_{d,i} \text{領域の場合} \\ 0 & \text{それ以外のすべての} \varphi_{d,i} \text{領域の場合} \end{cases} \quad (30)$$

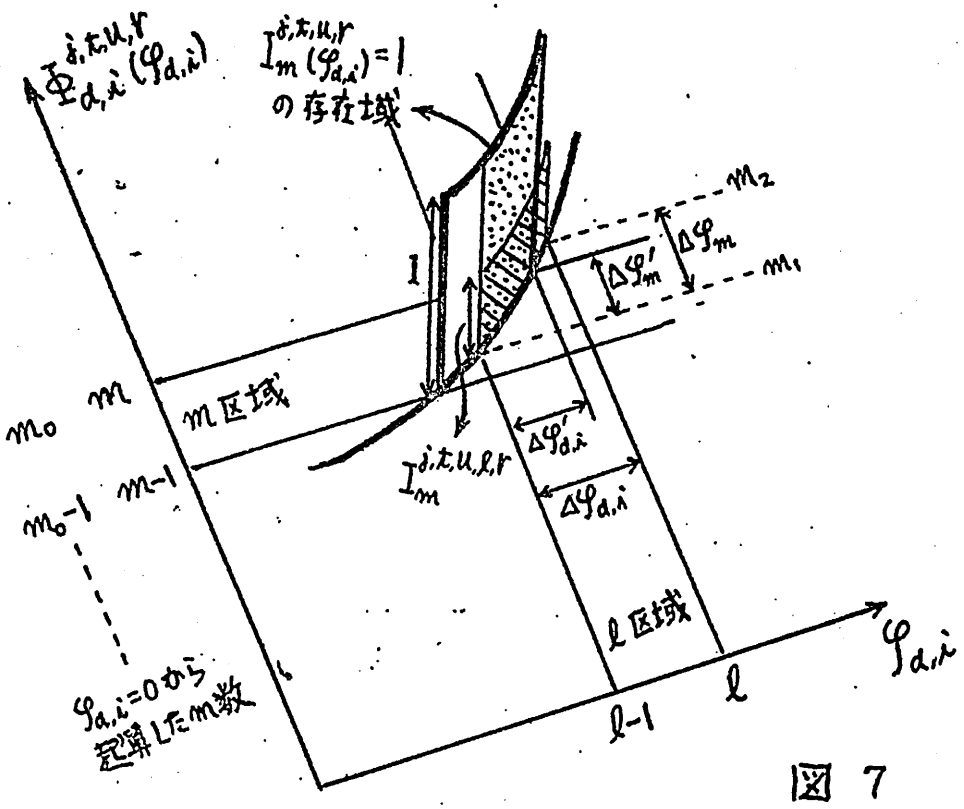


図 7

$\varphi_{d,i+1} = \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})$ のグラフ上に，式(30)の関係を示すと図7のように，m区域だけに $I_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = 1$ の値がある．このm区域へのl区域からの寄与を考えると，l, m両区域を含む部分の束群の面積が，斜線部の面積と同じになるような高さ $I_m^{\delta,t,u,l,r}$ が，l区域からm区域への寄与分と考えることが出来る．即ち

$$I_m^{\delta,t,u,l,r} = \frac{1}{\Delta\varphi_{d,i}} \int_{(l-1)\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ}^{l\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ} I_m^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, d\varphi_{d,i}$$

$$= \frac{\Delta\varphi'_{d,i}}{\Delta\varphi_{d,i}} = \frac{\Delta\varphi'_m}{\Delta\varphi_m} \qquad (31)$$

したがって，図7の m_1, m_2 ; $m, m-1$ (又は m_0, m_0-1) が決まれば，$I_m^{\delta,t,u,l,r}$ が決る．m_1, m_2 は，l 区域の両端に対応する m 数で

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \frac{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}\left[(l-1)\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ\right]}{\Delta\varphi_{d,i+1}} \\ m_2 &= \frac{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,r}\left[l\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ\right]}{\Delta\varphi_{d,i+1}} \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

で与えられる．ただし，これは $\varphi_{d,i}=0$ から起算した m 数となるので，$m, m-1$ も $\varphi_{d,i}=0$ から起算した m_0, m_0-1 を用いる必要がある．$i+1$ 段目の位相は式(9)で与えられるように各 n 段目生成系列電子によって異る．即ち式(9)から

$$\varphi_{d,n,i+1} = (m\Delta\varphi_{d,i+1}+60^\circ)+(i-n+1)360^\circ$$

となるので，これを $\Delta\varphi_{d,i+1}$ で除して次式を得る．

$$m_0 = m+\left(i-n+\frac{7}{6}\right)M \qquad (33)$$

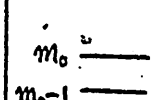
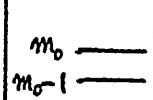
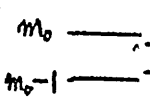
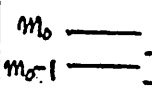
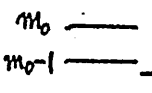
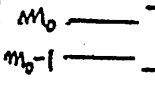
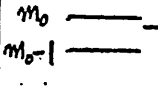
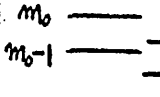
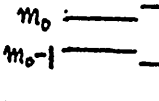
m_0 は i, n, m の関数であるので，必要に応じて $m_0(i,n,m)$ と記す．

m_0, m_0-1 と m_1, m_2 のずれ方に9通りがあり，その各場合について式(31)から $I_{m_0(i,n,m)}^{\delta,t,u,l,r}$ が決り，これを表1に示す．

このようにして，$I_{m_0(i,n,m)}^{\delta,t,u,l,r}$ は1つの l 区間では一定であるので，これを用いると式(28)の積分の外へ出すことが出来る．また $\Delta\varphi_{d,i}$ が十分小さければ，1つの l 区間では

$$\delta^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = \delta^{\delta,t,u,l,r}, \quad H^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i}) = H^{\delta,t,u,l,r} \qquad (34)$$

表 1

	ずれ方状態図	条件式	$I^{\delta,x,u,l,r}_{m_0(i,n,m)}$
1		$m_1 > m_0$ $m_2 > m_0$	0
2		$m_0-1 < m_1 < m_0$ $m_2 > m_0$	$\frac{m_0 - m_1}{m_2 - m_1}$
3		$m_0 > m_1 > m_0-1$ $m_0 > m_2 > m_0-1$	1
4		$m_1 < m_0-1$ $m_0-1 < m_2 < m_0$	$\frac{m_2-m_0+1}{m_2-m_1}$
5		$m_1 < m_0-1$ $m_2 < m_0-1$	0
6		$m_1 < m_0-1$ $m_2 > m_0$	$\frac{1}{m_2 - m_1}$
7		$m_1 > m_0$ $m_0-1 < m_2 < m_0$	$\frac{m_0-m_2}{m_1-m_2}$
8		$m_0-1 < m_1 < m_0$ $m_2 < m_0-1$	$\frac{m_1-m_0+1}{m_1-m_2}$
9		$m_1 > m_0$ $m_2 < m_0-1$	$\frac{1}{m_1-m_2}$

の一定値で置き変えられるので、これも式(28)の積分の外へ出すことが出来る。そこで確率密度関数 $g_{d,i}(\varphi_{d,i})$ の成分を

$$g_{d,i}^{l} = \int_{(l-1)\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ}^{l\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ} g_{d,i}(\varphi_{d,i})\, d\varphi_{d,i} \qquad (35)$$

で定義すると、式(28)は次のようになる。

$$h_{d,i;m}^{j,t,u,r} = f_{d,i}^{j} a_{d,i}^{t} b_{d,i}^{u} P_{d,i}^{r} \sum_{l=1}^{L} \frac{\delta^{j,t,u,l,r} I_{m(i,n,m)}^{j,t,u,l,r}}{H^{j,t,u,l,r}} g_{d,i}^{l} \qquad (36)$$

さて、式(6)で表わされる $i+1$ 段目の出発位相分布 $g_{d,i+1}(\varphi_{d,i+1})$ の m 成分は次のようになる。

$$\begin{aligned} g_{d,i+1}^{m} &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \int_{(m-1)\Delta\varphi_{d,i+1}+60^\circ}^{m\Delta\varphi_{d,i+1}+60^\circ} h_{d,n}(\varphi_{d,n;i+1})\, d\varphi_{d,n;i+1} \\ &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} h_{d,n;m} \\ &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{r=1}^{R} h_{d,n;m}^{j,t,u,r} \end{aligned} \qquad (37)$$

これに式(36)を入れて

$$g_{d,i+1}^{m} = \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{l=1}^{L} \sum_{r=1}^{R} f_{d,n}^{j} a_{d,n}^{t} b_{d,n}^{u} g_{d,n}^{l} P_{d,n}^{r} \frac{\Delta^{j,t,u,l,r} I_{m(i,n,m)}^{j,t,u,l,r}}{H^{j,t,u,l,r}} \qquad (38)$$

を得る。K_{i+1} は、$\sum_{m=1}^{M} g_{d,i+1}^{m} = g_{d,i+1} = 1$ の規格化条件より

$$K_{i+1} = \sum_{n=0}^{i} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{l=1}^{L} \sum_{r=1}^{R} \sum_{m=1}^{M} f_{d,n}^{j} a_{d,n}^{t} b_{d,n}^{u} g_{d,n}^{l} P_{d,n}^{r} \frac{\Delta^{j,t,u,l,r} I_{m(i,n,m)}^{j,t,u,l,r}}{H^{j,t,u,l,r}} \qquad (39)$$

となる。

3・2 y 位置確率密度関数 $p^{\delta}_{d,i+1}$ の導出

式 (2), (5), (14), (18) より

$$g_{d,i}(\hat{y}_{d,i+1}) = p_{d,i}(\hat{y}_{d,i}) \iiiint \frac{f_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i})\, a_{d,i}(\alpha_{d,i})\, b_{d,i}(\beta_{d,i})\, g_{d,i}(\varphi_{d,i})}{F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})}$$

$$\times \delta(\hat{\Psi}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})\, d\hat{\Psi}_{d,i}\, d\alpha_{d,i}\, d\beta_{d,i}\, d\varphi_{d,i+1}$$

$$= p_{d,i}(\hat{y}_{d,i}) \sum_{\delta=1}^{J} \int_{(\delta-1)\Delta\hat{\Psi}_{d,i}}^{\delta\Delta\Psi_{d,i}} \sum_{t=1}^{T} \int_{(t-1)\Delta\alpha_{d,i}}^{t\Delta\alpha_{d,i}} \sum_{u=1}^{U} \int_{(u-1)\Delta\beta_{d,i}}^{u\Delta\beta_{d,i}} \sum_{l=1}^{L} \int_{(l-1)\Delta\varphi_{d,i}+60^{\circ}}^{l\Delta\varphi_{d,i}+60^{\circ}}$$

$$\frac{f_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i})\, a_{d,i}(\alpha_{d,i})\, b_{d,i}(\beta_{d,i})\, g_{d,i}(\varphi_{d,i})\, \delta(\hat{\Psi}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, H^{\delta,t,u}(\varphi_{d,i}, \hat{y}_{d,i})}$$

$$\times d\hat{\Psi}_{d,i}\, d\alpha_{d,i}\, d\beta_{d,i}\, d\varphi_{d,i}$$

$$= p_{d,i}(\hat{y}_{d,i}) \sum_{\delta=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{l=1}^{L} \frac{f^{\delta}_{d,i}\, a^{t}_{d,i}\, b^{u}_{d,i}\, g^{l}_{d,i}\, \delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, H^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})} \tag{40}$$

が得られる. ここで 式 (16) より得られる

$$d\varphi_{d,i+1} = \left| \frac{\partial \Phi^{\delta,t,u,r}_{d,i}(\varphi_{d,i})}{\partial \varphi_{d,i}} \right| d\varphi_{d,i} = F^{\delta,t,u,r}(\varphi_{d,i})\, d\varphi_{d,i} \tag{41}$$

の関係, および 式 (23), (35) の成分式を使っている. 式 (40) から

$$g^{\delta,t,u,l}_{d,i}(\hat{y}_{d,i+1}) = p_{d,i}(\hat{y}_{d,i}) \frac{f^{\delta}_{d,i}\, a^{t}_{d,i}\, b^{u}_{d,i}\, g^{l}_{d,i}\, \delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, H^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})} \tag{42}$$

が得られ, これの Δ 区域に対する積分

$$q_{d,i;\Delta}^{j,t,u,l} = \int_{(\Delta-1)\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min}}^{\Delta\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min}} q_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i+1})\, d\hat{y}_{d,i+1} \quad (43)$$

は、「j,t,u,l 成分をもって i 段目を出た1個の電子によって、$i+1$ 段目に生じた2次電子が、Δ 区域の出発 y 位置をもつ確率」を表わしている。

この式の $i+1$ 段目の y 位置に関する積分を、i 段目の y 位置に関する積分で表わすために、式(17)から得られる

$$d\hat{y}_{i+1} = \left|\frac{\partial Y_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{\partial \hat{y}_{d,i}}\right| d\hat{y}_{d,i} \equiv W_{\Delta}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, d\hat{y}_{d,i} \quad (44)$$

の関係を用いる。ただし $W_{\Delta}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})$ は、今、求めようとしている Δ 区域に $Y_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})$ があるか、どうかにより決る重み関数で、次の値をとる。

$$W_{\Delta}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) = \begin{cases} \left|\dfrac{\partial Y_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{\partial \hat{y}_{d,i}}\right| & \left\{ \begin{array}{l} (\Delta-1)\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min} < Y_{d,i}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) \\ < \Delta\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min} \\ \text{の条件を満たす } \hat{y}_{d,i} \text{ の領域} \end{array} \right. \\ 0 & \left\{ \text{それ以外のすべての } \hat{y}_{d,i} \text{ 領域} \right. \end{cases} \quad (45)$$

式(43)へ、式(42)、(44)を入れて、次の $\hat{y}_{d,i}$ に対する積分式を得る

$$q_{d,i;\Delta}^{j,t,u,l} = f_{d,i}^{j}\, a_{d,i}^{t}\, b_{d,i}^{u}\, g_{d,i}^{l} \sum_{r=1}^{R} \int_{(r-1)\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}}^{r\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}} \frac{P_{d,i}(\hat{y}_{d,i})\,\delta^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{H^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}\, I_{\Delta}^{j,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, d\hat{y}_{d,i} \quad (46)$$

ここで、

$$I_\Delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) \equiv \frac{W_\Delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})}{F^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})} \tag{47}$$

であり，これは 式 (19), (45) により 次の値をもつ．

$$I_\Delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) = \begin{cases} 1 & (\Delta-1)\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min} < Y_{d,i}^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) < \Delta\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min} \\ & \text{の条件を満たす } \hat{y}_{d,i} \text{ の領域} \\ 0 & \text{それ以外のすべての } \hat{y}_{d,i} \text{ の領域} \end{cases} \tag{48}$$

そこで，図7と同様な考え方によって，Δ 区域への r 区域からの寄与分 $I_\Delta^{\delta,t,u,l,r}$ は 次のようになる．

$$\begin{aligned} I_\Delta^{\delta,t,u,l,r} &= \frac{1}{\Delta\hat{y}_{d,i}} \int_{(r-1)\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}}^{r\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}} I_\Delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i})\, d\hat{y}_{d,i} \\ &= \frac{\Delta\hat{y}'_{d,i}}{\Delta\hat{y}_{d,i}} = \frac{\Delta\hat{y}'_\Delta}{\Delta\hat{y}_\Delta} \end{aligned} \tag{49}$$

それ故，Δ_1, Δ_2 ; Δ, $\Delta-1$ との相互関係で $I_\Delta^{\delta,t,u,l,r}$ が決る．ただし，

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{Y_{d,i}^{\delta,t,u,l}[(r-1)\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}]}{\Delta\hat{y}_{d,i+1}} \\ \Delta_2 &= \frac{Y_{d,i}^{\delta,t,u,l}[r\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}]}{\Delta\hat{y}_{d,i+1}} \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

であり，これは $\hat{y}_{d,i}=0$ から起算した Δ 数であるので，Δ 区域の両端の値 Δ, $\Delta-1$ も $\hat{y}_{d,i}=0$ から起算した Δ である Δ_0 を用い，

$$\Delta_0 = \frac{\hat{y}_{d,i+1\,min}}{\Delta\hat{y}_{d,i+1}} + \Delta \tag{51}$$

である. m_0 は式(33)により, i, n, m の関数であったが, Δ_0 は Δ だけの関数である.

Δ_0, Δ_0-1 と Δ_1, Δ_2 のずれ方は表1の場合と全く同様に9通りあり, その各場合について $I_\Delta^{\delta,t,u,l,r}$ が決り, これは表1の m を Δ に変更するだけでそのまま使える.

このようにして, $I_\Delta^{\delta,t,u,l,r}$ は1つの r 区域内では一定であるので, 式(46)の積分の外へ出せる. また $\Delta\hat{y}_{d,i}$ が十分小さければ, 1つの r 区域内では

$$\delta^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) = \delta^{\delta,t,u,l,r}, \quad H^{\delta,t,u,l}(\hat{y}_{d,i}) = H^{\delta,t,u,l,r} \tag{52}$$

の一定値で置き変えられるので, これも式(46)の積分に無関係にすることが出来る. そこで, 式(23)の $P_{d,i}^r$ の定義式を使って, 式(46)は次のようになる.

$$q_{d,i;\Delta}^{\delta,t,u,l} = f_{d,i}^{\delta}\, a_{d,i}^{t}\, b_{d,i}^{u}\, g_{d,i}^{l} \sum_{r=1}^{R} \frac{\delta^{\delta,t,u,l,r}\, I_\Delta^{\delta,t,u,l,r}}{H^{\delta,t,u,l,r}}\, P_{d,i}^{r} \tag{53}$$

さて, 式(7)で表わされる $i+1$ 段目の出発y位置分布 $P_{d,i+1}(\hat{y}_{d,i+1})$ の Δ 成分は次のようになる.

$$\begin{aligned} P_{d,i+1}^{\Delta} &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \int_{(\Delta-1)\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min}}^{\Delta\Delta\hat{y}_{d,i+1}+\hat{y}_{d,i+1\,min}} q_{d,n}(\hat{y}_{d,i+1})\, d\hat{y}_{d,i+1} \\ &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} q_{d,n;\Delta} \\ &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \sum_{\delta=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \sum_{u=1}^{U} \sum_{l=1}^{L} q_{d,n;\Delta}^{\delta,t,u,l} \end{aligned} \tag{54}$$

これに式(53)を入れて次式を得る.

$$P^{\Lambda}_{d,i+1}=\frac{1}{K_{i+1}}\sum_{n=0}^{i}\sum_{\delta=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\sum_{u=1}^{U}\sum_{l=1}^{L}\sum_{r=1}^{R} f^{\delta}_{d,n}\,a^{t}_{d,n}\,b^{u}_{d,n}\,g^{l}_{d,n}\,p^{r}_{d,n}\,\frac{\Delta^{\delta,t,u,l,r}\,I^{\delta,t,u,l,r}_{\Lambda}}{H^{\delta,t,u,l,r}} \quad (55)$$

$$K_{i+1}=\sum_{n=0}^{i}\sum_{\delta=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\sum_{u=1}^{U}\sum_{l=1}^{L}\sum_{r=1}^{R}\sum_{\Delta=1}^{S} f^{\delta}_{d,n}\,a^{t}_{d,n}\,b^{u}_{d,n}\,g^{l}_{d,n}\,p^{r}_{d,n}\,\frac{\Delta^{\delta,t,u,l,r}\,I^{\delta,t,u,l,r}_{\Delta}}{H^{\delta,t,u,l,r}} \quad (56)$$

3・3 導出結果の検討

以上述べた $i+1$ 段目の確率密度関数の各成分式の導出過程をまとめると表2のようになる．即ち，Jacobian 変換によって一度 $i+1$ 段目の変数をもつ複合確率密度関数 G' を求め，さらに h（or g）関数を求めてから，これを既知の i 段目の確率密度関数で表現するために，位相関係の変換，y 位置関係

表 2

	複合確率密度関数	位相確率密度関数	y 位置確率密度関数
$i+1$ 段目	$G'=\dfrac{G}{F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}F^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}H^{\delta,t,u}_{(\varphi_{d,i},\hat{y}_{d,i})}}$ Jacobian 変換 $F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}\times F^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}\times H^{\delta,t,u}_{(\varphi_{d,i},\hat{y}_{d,i})}$	積分 $\iiiint d\varphi_{d,i}\,dd_{d,i}\,d\beta_{d,i}\,d\varphi_{d,i+1}$ 積分 $\iiint d\varphi_{d,i}\,dd_{d,i}\,d\beta_{d,i}\,d\hat{y}_{d,i+1}$ $h_{d,i}(\varphi_{d,i+1})$ y 位置関係の変換 $F^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}$ $h^{\delta,t,u,r}_{d,i}(\varphi_{d,i+1})=\dfrac{X}{F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}H^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}}$	$g_{d,i}(\hat{y}_{d,i+1})$ 位相関係の変換 $F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}$ $g^{\delta,t,u,l}_{d,i}(\hat{y}_{d,i+1})=\dfrac{Y}{F^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}H^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}}$
i 段目	G	位相関係の変換 $F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}$ $h^{\delta,t,u,r}_{d,i;m}=\sum_{l=1}^{L}\int_{(l-1)}^{l} h^{\delta,t,u,r}_{d,i}(\varphi_{d,i+1})\,d\varphi_{d,i}$ $=\dfrac{X'}{H^{\delta,t,u,l,r}}$	y 位置関係の変換 $F^{\delta,t,u,l}_{(\hat{y}_{d,i})}$ $g^{\delta,t,u,l}_{d,i;\Delta}=\sum_{r=1}^{R}\int_{(r-1)}^{r} g_{d,i}(\hat{y}_{d,i+1})\,d\hat{y}_{d,i}$ $=\dfrac{Y'}{H^{\delta,t,u,l,r}}$

の変換を行って，また元の i 段目の計算操作に戻している．その結果，Jacobian変換の内のHの分だけが最後まで残って来ることになる．このHは，φ および ϑ 位置変化の両関係の混成変換量を示して居り，$i+1$ 段目の分布関数を i 段目の計算で求めるときに必要なものである．

もし，DCFPのように，ϑ 位置の分布関数が不要のときには，Jacobianは $F^{\delta,t,u,}_{(\varphi_{d,i})}$ だけでよい．したがって，i 段目の確率密度関数で表わすために元に戻したとき，$F^{\delta,t,u}_{(\varphi_{d,i})}$ はなくなり，変換量は全く消え，式(36)に対して

$$h^{\delta,t,u}_{d,i;m} = f^{\delta}_{d,i}\, a^{t}_{d,i}\, b^{u}_{d,i} \sum_{l=1}^{L} g^{l}_{d,i}\, \delta^{\delta,t,u,l}\, I^{\delta,t,u,l}_{m_0(i,n,m)} \qquad (57)$$

が得られる事になる．

§3·1，3·2で求めた我々の分布関数の導出式は，Jacobianを式(18)のように処理して得られたもので，$F^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})}$，$F^{\delta,t,u,l}_{(\vartheta_{d,i})}$ は式(19)のように零でない事が必要であった．もし，それらのどちらかが零の場合には元のJacobianの式に戻って

$$|J| = \left|\left(\frac{\Delta\Upsilon}{\Delta\varphi}\right)^{\delta,t,u,r}\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\vartheta}\right)^{\delta,t,u,l}\right|$$

$$\equiv C^{\delta,t,u,r}_{(\varphi_{d,i})} \cdot C^{\delta,t,u,l}_{(\vartheta_{d,i})} \qquad (58)$$

となる．通常はどちらのCも零とならないので，DCFPの場合と違って，この時でも $|J| \neq 0$ である．それ故 $i+1$ 段目の複合確率密度関数Gは有限値をもつ．そして，この場合，i 段目の位相変化（ϑ 位置変化）に対する $i+1$ 段目のそれらが零になる事から，i 段目からの積分の寄与がなく

なる. したがって, この場合は, その部分の計算に対して l (or r) 区域から m (or s) 区域への寄与はなく,

$$h^{s,t,u,r;l}_{d,i;m} = g^{s,t,u,l;r}_{d,i;s} = 0 \qquad (59)$$

である.

ここで, §3·1, 3·2 で得られた, 次段の出発位相の確率密度関数を与える式(38)を, $f_{d,i}$, $g_{d,i}$, $P_{d,i}$ の3関数について確率空間的に図解すると, 図8のようになる.

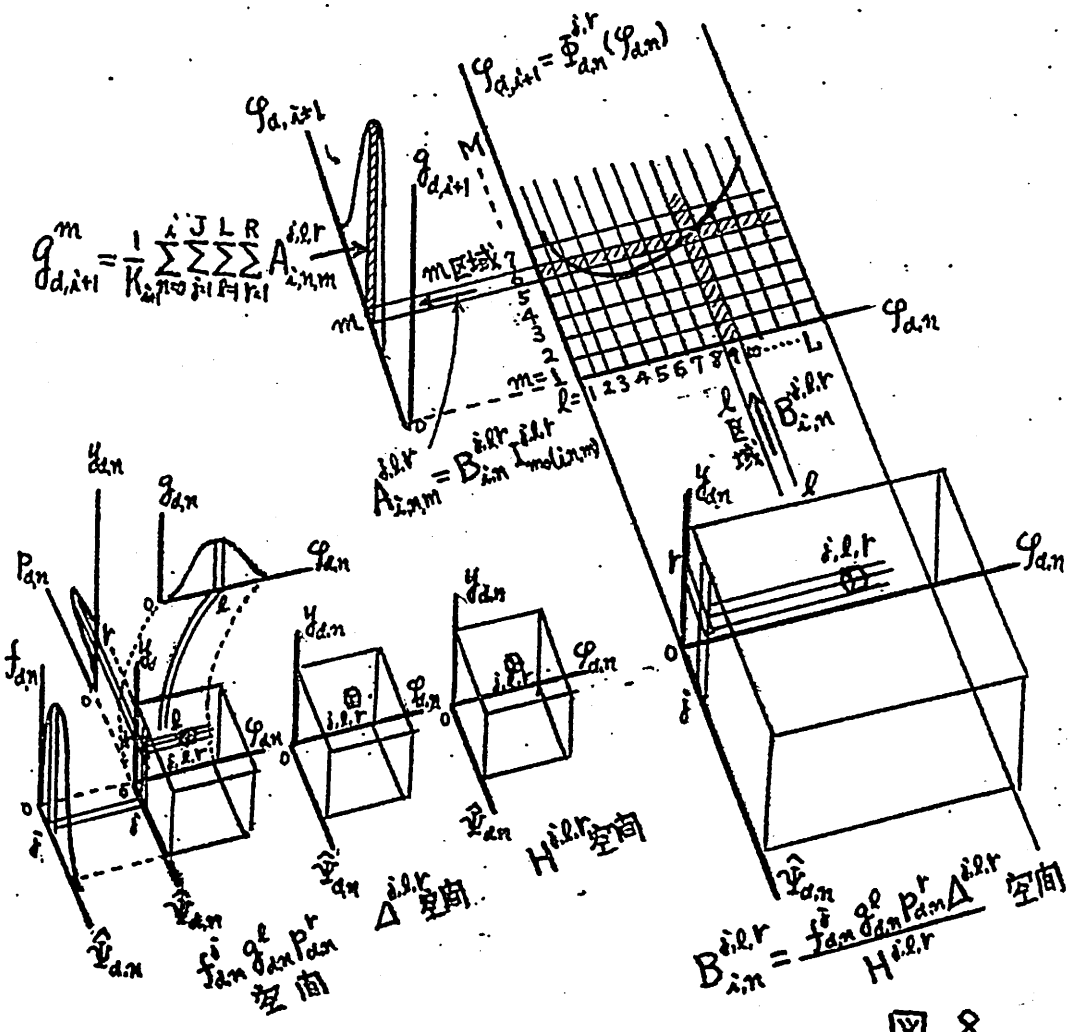


図 8

4. 数値計算

4・1 計算の要領

DCFP の結果と比較する目的で，2次電子の初速度はその大きさの分布だけを考慮した場合について計算し，初速度の方向は法線方向とした．この場合の，次段の位相分布および y 位置分布関数を求める式は，それぞれ式(38)および式(55)により

$$\left.\begin{aligned} g^{m}_{d,i+1} &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \sum_{\delta=1}^{J} \sum_{l=1}^{L} \sum_{r=1}^{R} A^{\delta,l,r}_{i,n,m} \\ p^{\Delta}_{d,i+1} &= \frac{1}{K_{i+1}} \sum_{n=0}^{i} \sum_{\delta=1}^{J} \sum_{l=1}^{L} \sum_{r=1}^{R} A^{\delta,l,r}_{i,n,\Delta} \end{aligned}\right\} \qquad (60)$$

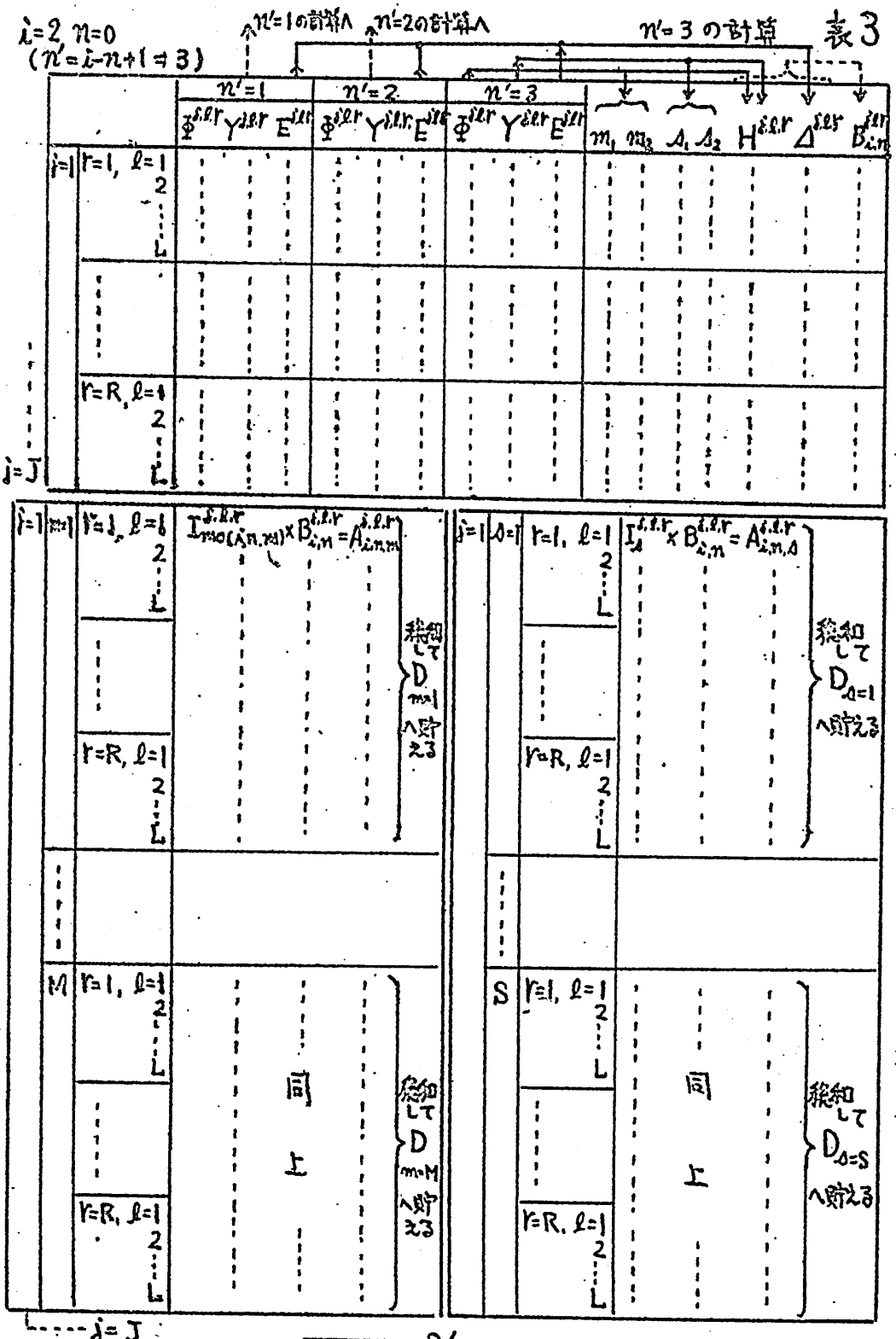
ただし，

$$\left.\begin{aligned} A^{\delta,l,r}_{i,n,m} &= B^{\delta,l,r}_{i,n}\, I^{\delta,l,r}_{m_0(i,n,m)} \\ A^{\delta,l,r}_{i,n,\Delta} &= B^{\delta,l,r}_{i,n}\, I^{\delta,l,r}_{\Delta} \\ B^{\delta,l,r}_{i,n} &= f^{\delta}_{d,n}\, g^{l}_{d,n}\, p^{r}_{d,n}\, \Delta^{\delta,l,r} / H^{\delta,l,r} \end{aligned}\right\} \qquad (61)$$

である．$B^{\delta,l,r}_{i,n}$ は m, Δ に無関係で，$A^{\delta,l,r}_{i,n,m}$ と $A^{\delta,l,r}_{i,n,\Delta}$ の両方に入っている．それ故，表3の上の表のように予め $B^{\delta,l,r}_{i,n}$ を計算しておいてから，下の表のように $A^{\delta,l,r}_{i,n,m}$ を，m 列に，あらゆる δ, l, r について，又：各 n 段目生成系列電子について計算し総和して行く(D_m)．同様に $A^{\delta,l,r}_{i,n,\Delta}$ についても，Δ 列にそれらを総和して行く(D_Δ)．その結果，それぞれの分布関数が

$$g^{m}_{d,i+1} = D_m \Big/ \sum_{m=1}^{M} D_m \,, \quad p^{\Delta}_{d,i+1} = D_\Delta \Big/ \sum_{\Delta=1}^{S} D_\Delta \qquad (62)$$

として求まる．


i=2 n=0
(n'=i-n+1=3)
n'=1の計算へ
n'=2の計算へ
n'=3の計算
表3
n'=1
n'=2
n'=3
m1 m2 Λ1 Λ2
j=1
j=J
r=1, l=1 2 L
r=R, l=1 2 L
m=1
m=M
δ=1
δ=S
同上
総和して D m=1 へ貯える
総和して D m=M へ貯える
総和して D δ=1 へ貯える
総和して D δ=S へ貯える

4・2 与えたパラメーター

(1) 各領域の分割数

初期エネルギー領域：式 (A4) の方法をとった．即ち，
$u_{d,i\,max} = 100$ eV として これを 10 等分し．$\delta = 1$ にのみ確率 1 の分布があるとした．

出発位相領域 ： $L = M = 144$ (2.5°ずつ)，ただし．$\gamma_p = 8, 10$ の時は $L = M = 120$ (3°ずつ) とした．

r 位置領域：$R = S = 9$
図9に示した $r = r_A$ と $r = r_S$ の間を 9 等分した．

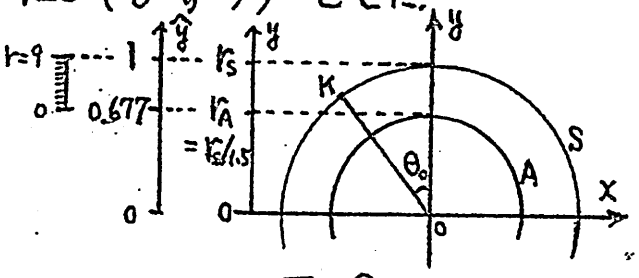


図 9

(2) 最初の分布関数

出発位相：すべての位相に対して均等に入射した光についての出力波形を求めた．即ち

$$g^{l}_{d,0} = 1/L$$

である．

出発 r 位置：これは光電陰極位置により決る．$R = 9$ のうちの $r = 3, 4, 5$ の各区域の中央に光電陰極がある場合について計算し．これらは 夫々 陰極角度が $\theta_0 = 40°, 37°, 33°$ に対応する．即ち．

$$P^{r}_{d,0} = \begin{cases} 1 & (r=3) \\ 0 & (r\neq 3) \end{cases} \quad \theta_0 = 40° \qquad \begin{cases} 1 & (r=4) \\ 0 & (r\neq 4) \end{cases} \quad \theta_0 = 37° \qquad \begin{cases} 1 & (r=5) \\ 0 & (r\neq 5) \end{cases} \quad \theta_0 = 33°$$

である．

(3) その他．

磁界指数 $\gamma_p = 6, 8, 10$

高周波電圧比 $\xi\ (= V_m / V_A) = 0.7, 0.8, 0.9$

電極半径比 $r_s / r_A = 1.5$

4・3 計算結果 および DCFP との比較

全増倍段数 N=3 で $n=4$ 段目に集電子極をおいたときの集電子極パルス $g_{A,4}$ の計算結果について述べる.

先ず, 標準パラメーター ($\gamma_p = 6, \xi_\beta = 0.9, \theta_0 = 40°$) の場合の, 各段における出発位相, 出発y位置分布および $n=4$ での到着位相, 到着y位置分布をまとめて図10に示す. 出発y位置はほぼ同程度に各段ともばらついているが, 位相集束性は非常によく, $n=2$ 以後には鋭いパルス波形が形成されて

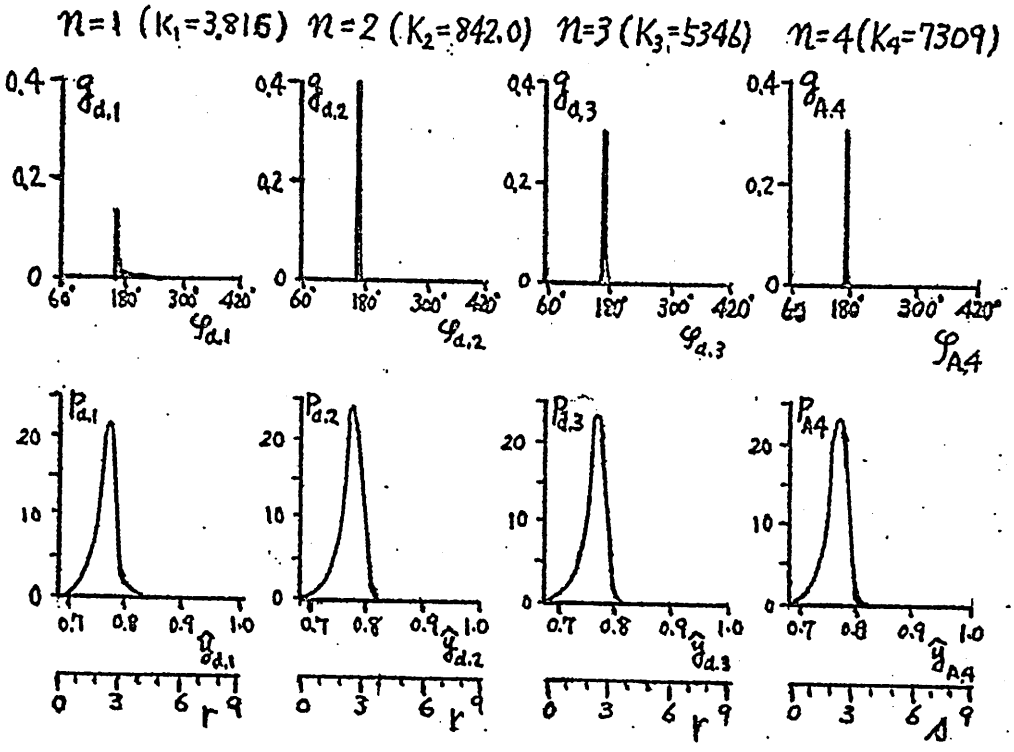


図 10

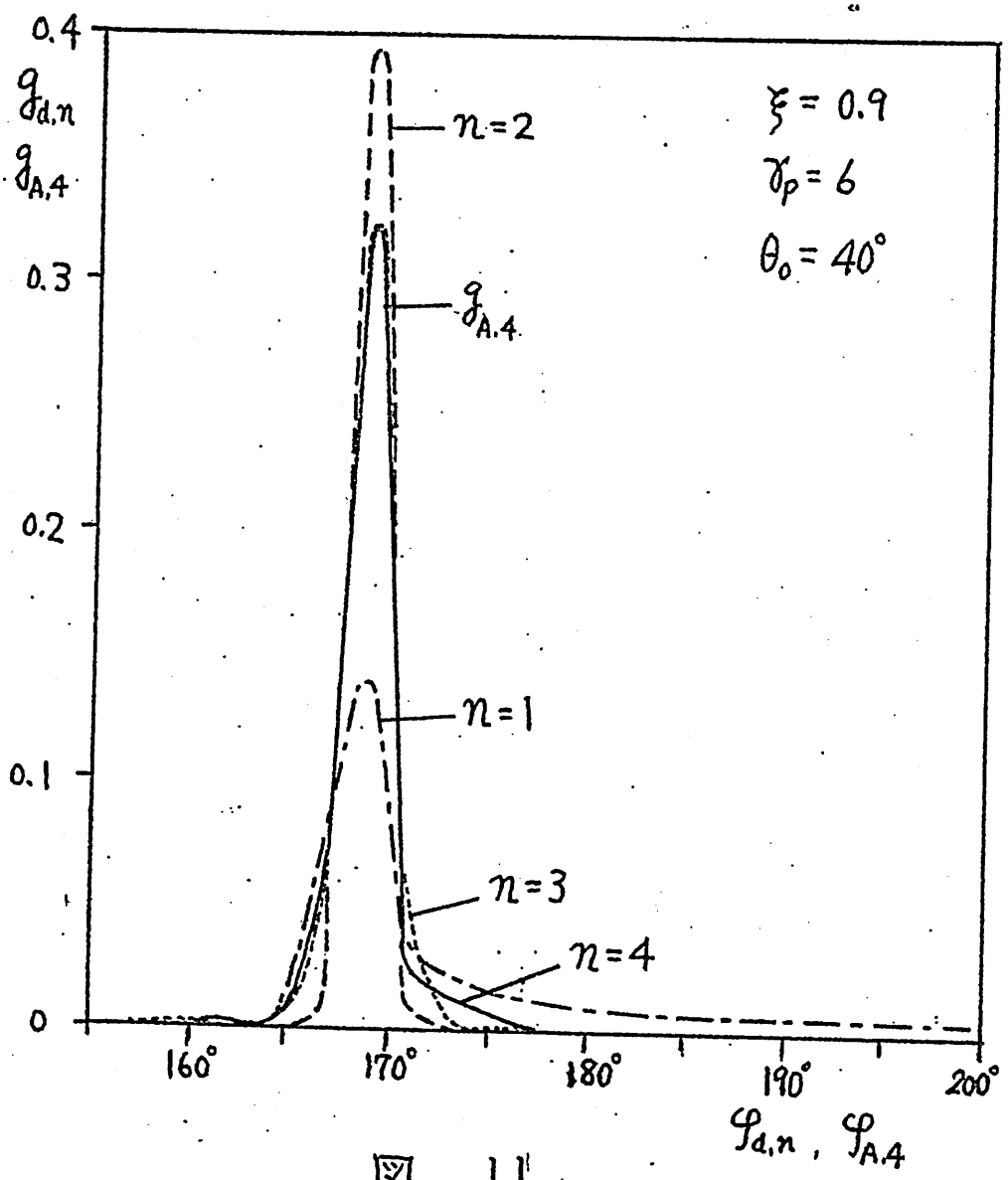

0.4
$g_{d,n}$
$g_{A,4}$
0.3
0.2
0.1
0
$n=2$
$g_{A,4}$
$n=1$
$n=3$
$n=4$
$\xi = 0.9$
$\gamma_p = 6$
$\theta_0 = 40°$
160°
170°
180°
190°
200°
$\varphi_{d,n}$, $\varphi_{A,4}$

図 11

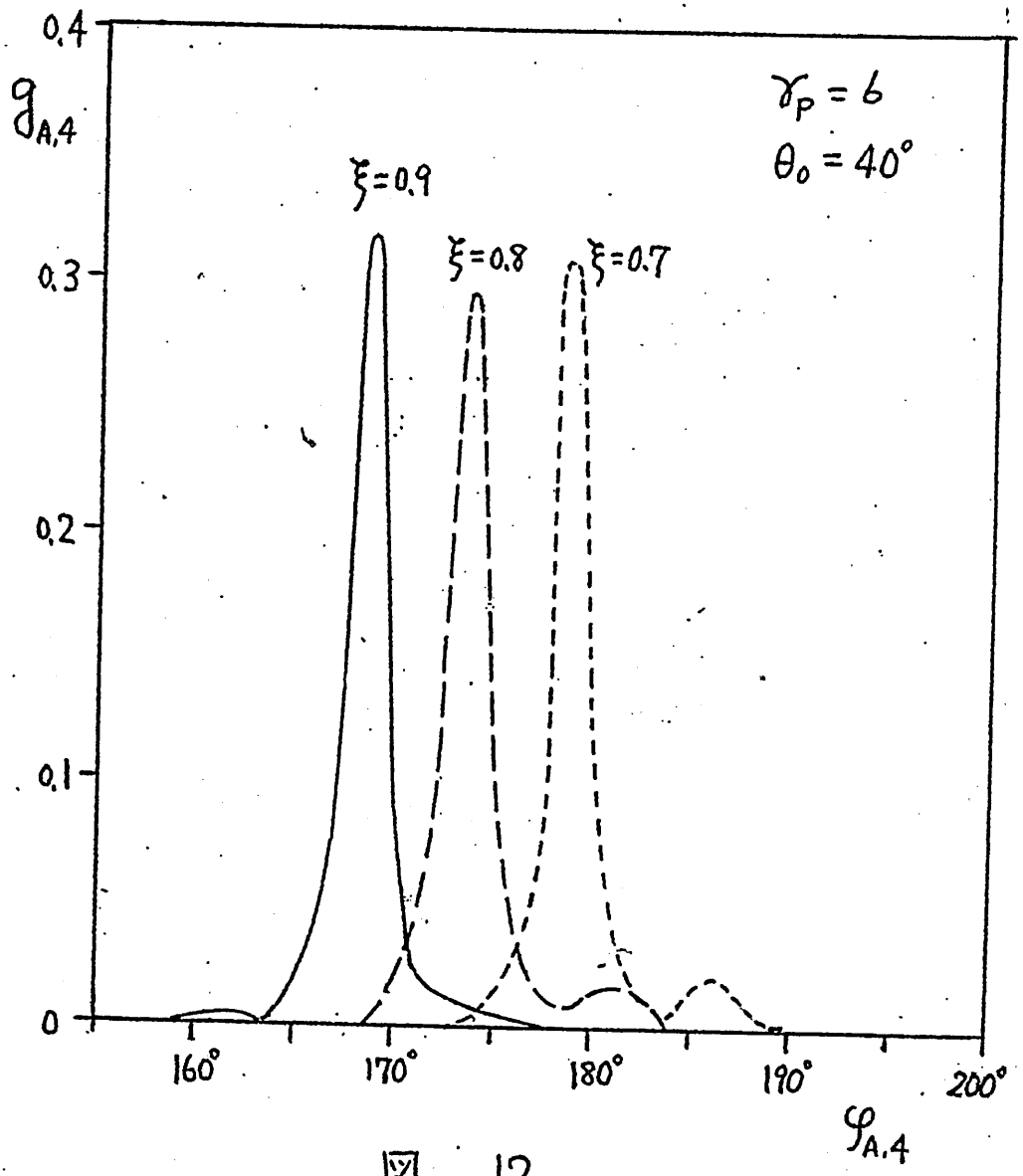

0.4
0.3
0.2
0.1
0
$g_{A,4}$
$\gamma_p = 6$
$\theta_0 = 40°$
$\xi = 0.9$
$\xi = 0.8$
$\xi = 0.7$
160°
170°
180°
190°
200°
$\varphi_{A,4}$

図 12

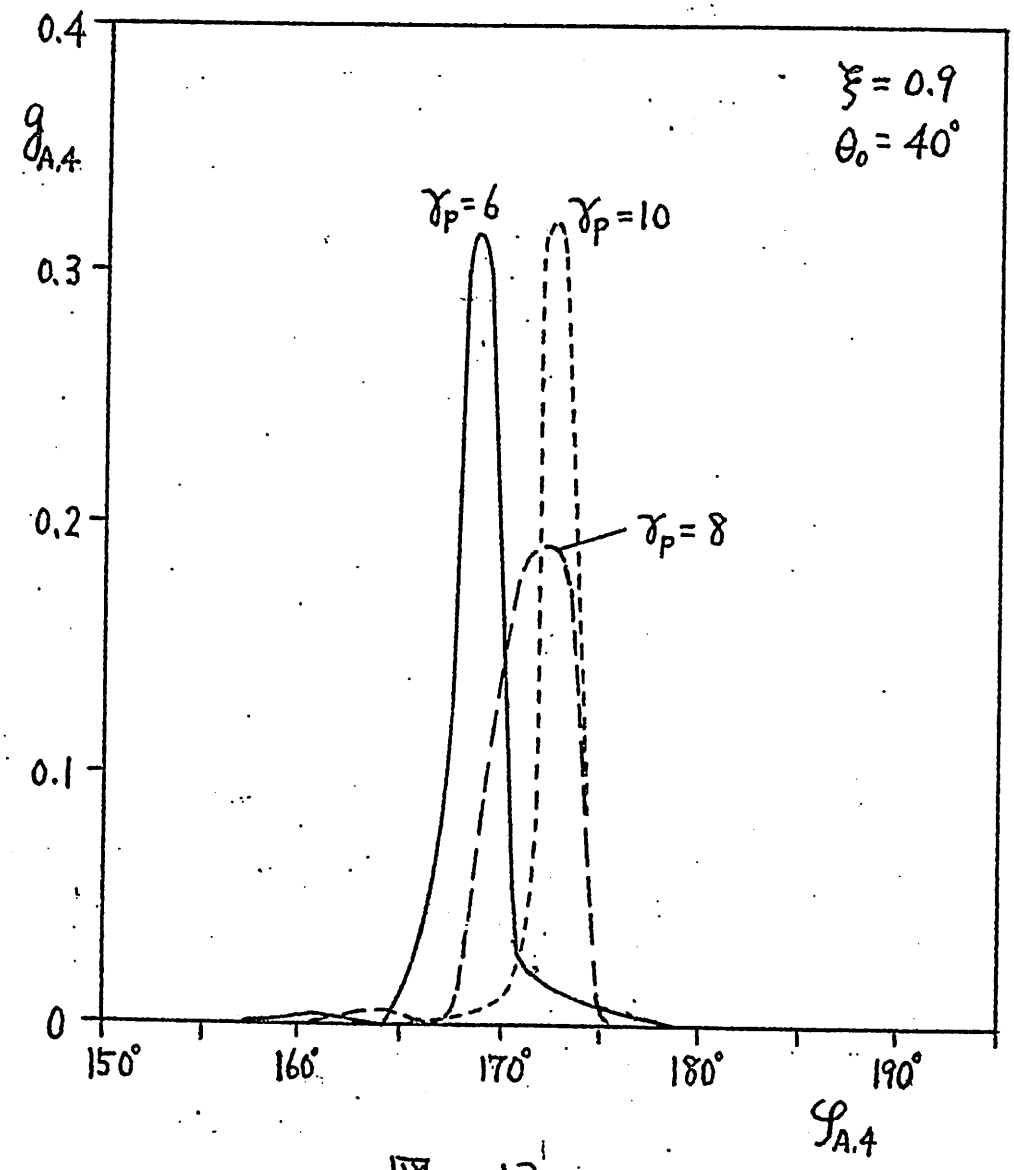

0.4
0.3
0.2
0.1
0
$g_{A.4}$
$\xi = 0.9$
$\theta_0 = 40°$
$\gamma_p = 6$
$\gamma_p = 10$
$\gamma_p = 8$
150°
160°
170°
180°
190°
$\varphi_{A.4}$

図 13

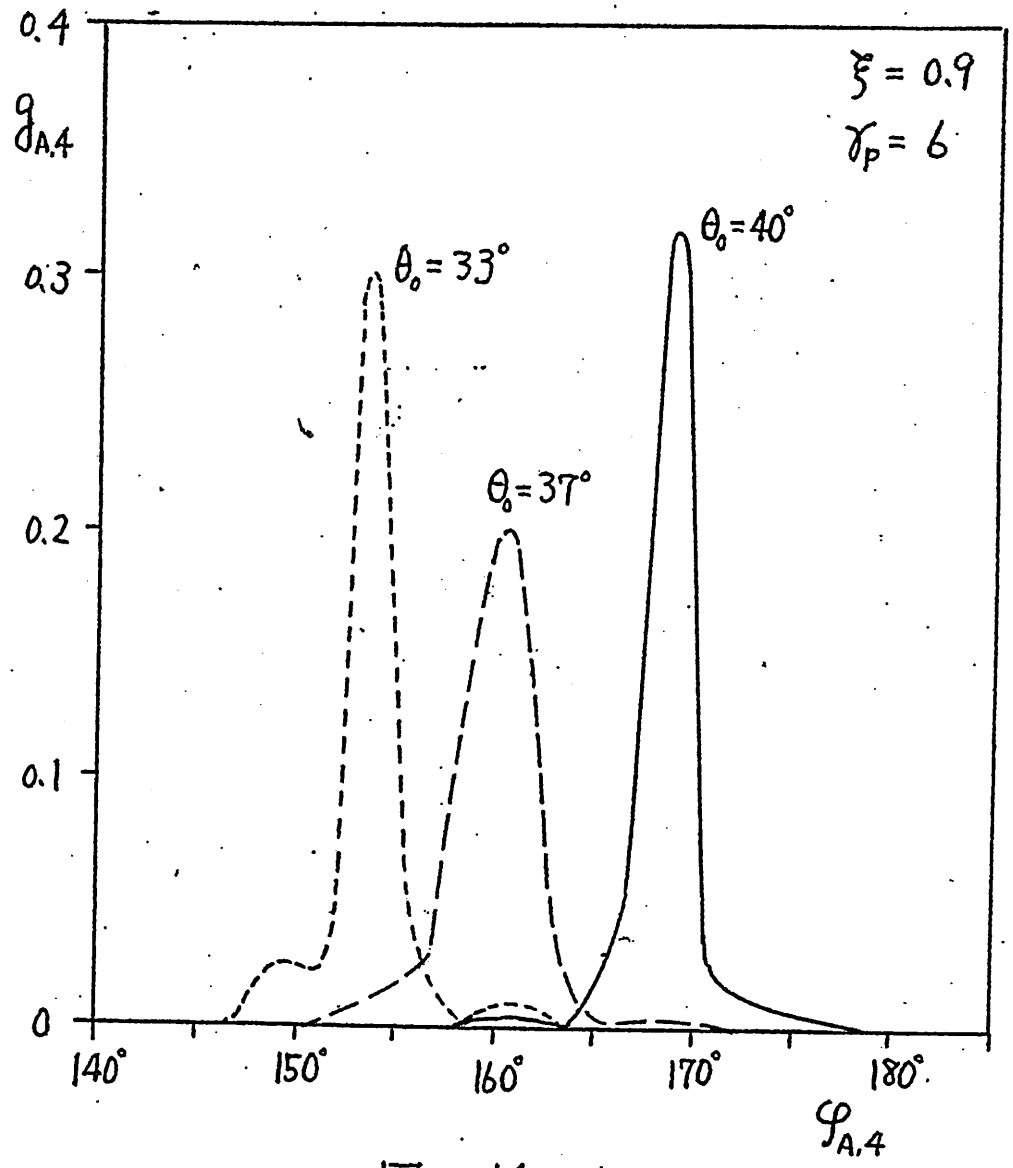

0.4
$g_{A,4}$
0.3
0.2
0.1
0
$\xi = 0.9$
$\gamma_p = 6$
$\theta_0 = 33°$
$\theta_0 = 37°$
$\theta_0 = 40°$
140°
150°
160°
170°
180°
$\varphi_{A,4}$

図 14

いる．この波形を拡大して示すと図11のようになり，半値幅は2.5°以下（サンプリング周期の0.7%以下）である．

次に，$n=4$ における集電子極パルスの，各パラメーターによる影響を示す．図12は高周波電界の影響，図13は磁界の影響，図14は陰極角度の影響を与えていて，夫々，γが大きい程，又，γ_p，θ_0は小さい程位相が進んだ波形となっている．

図12の場合，γが大きいと，電子は高周波電界のエネルギーを多く貰って加速され，位相が進む．図13の場合，γ_pが小さい程，電子軌道はy領域の下側を通過するので，高周波電界との相互作用成分が大きくなる．したがって図12と同じ意味でγ_pが小さい程加速効果が大きくなり，位相が進むと考えられる．図14の場合は少し意味を異にする．θ_0が小さい程電子の出発位置y_dが大きくなり，電子振動角周波数ω_{ep}は，式(A23)により小さくなる．つまり電子の直流速度は遅くなる．しかしそれにも増して，電極構造上，θ_0が小さい程電子経路長は短くなり，従って電子走行時間が短くなるために位相が進むと解釈出来る．

波形に関しては，図12からγによる影響はあまりないが，図13，14からγ_p，θ_0による影響が認められる．即ち，$\gamma_p=8$，$\theta_0=37°$のとき位相の集束性が低下している．これは計算結果を検討するとy位置のばらつきの増加に伴って生じたものであって，逆に言うと，電子集群作用によって鋭い位相集束性が得られている，と言える．

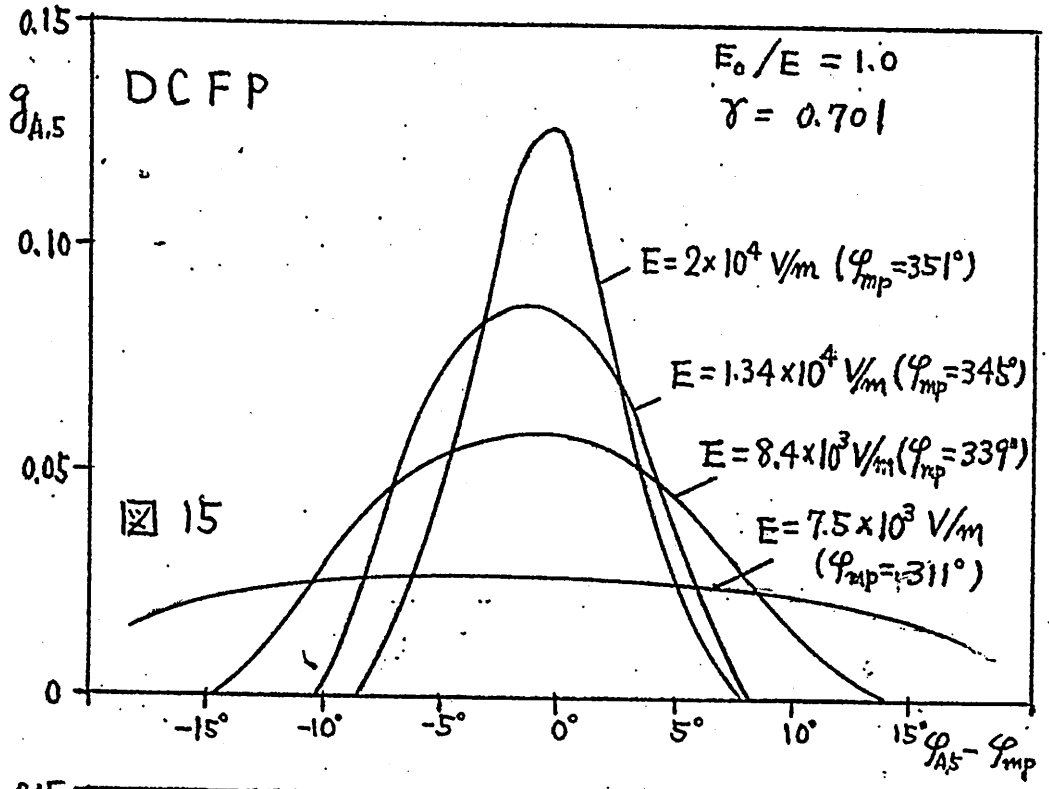

DCFP
$E_0/E = 1.0$
$\gamma = 0.701$
$g_{A.5}$
0.15
0.10
0.05
0
$E = 2\times10^4$ V/m (φ_{mp}=351°)
$E = 1.34\times10^4$ V/m (φ_{mp}=345°)
$E = 8.4\times10^3$ V/m (φ_{mp}=339°)
$E = 7.5\times10^3$ V/m
(φ_{mp}=311°)
-15° -10° -5° 0° 5° 10° 15°
$\varphi_{A5} - \varphi_{mp}$

図 15

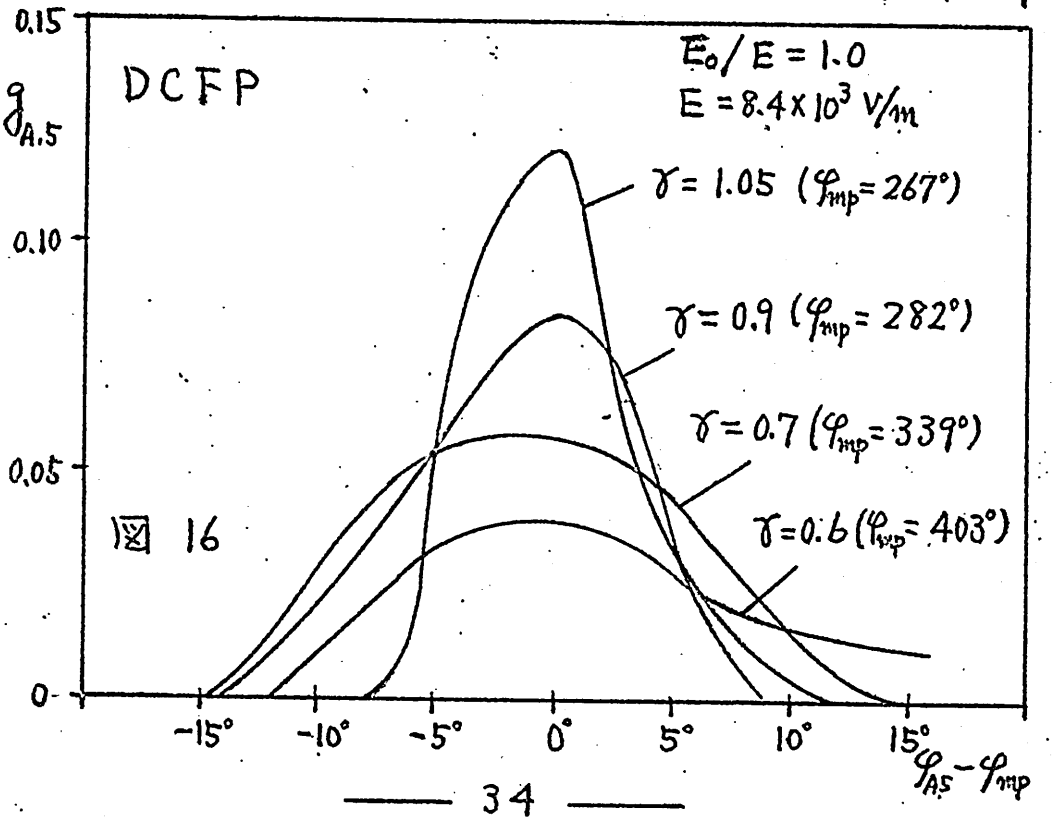

DCFP
$E_0/E = 1.0$
$E = 8.4\times10^3$ V/m
$g_{A.5}$
0.15
0.10
0.05
0
$\gamma = 1.05$ (φ_{mp}=267°)
$\gamma = 0.9$ (φ_{mp}=282°)
$\gamma = 0.7$ (φ_{mp}=339°)
$\gamma = 0.6$ (φ_{mp}=403°)
-15° -10° -5° 0° 5° 10° 15°
$\varphi_{A5} - \varphi_{mp}$

図 16

ここで，DCFPと比較するためにその結果を示すと，[4] 図15，16のようになる．この場合は4段増倍で，$n=5$ 段目に集電子極を置いて出力を取り出している．* E_0は直流電界，Eは高周波電界の振幅であり，又 $\gamma = \omega_c/\omega = \eta B/\omega$ は磁界の強さを表わす指数で，我々の γ_c に相当する．これらのデータから最も良い場合でも，その半値幅は8°程度であり，PE-OTRONではこれの1/3以下になっている．

5. あとがき

以上，同軸形PEOTRONの集電子極パルスの波形を求め，その半値幅は，良好なパラメーターの場合2.5°以内であることがわかった．これは電子集群作用に基づく位相集束効果によると考える．したがって，まえがきで述べた観点によって，PEOTRONは，低レベルの入来光信号に対して，特にゲート作用をもたせた使用に対して有効であると考える．

位相集束性が良くなるに従い，数値計算では，分割数，特にL(=M)を多くする必要があり，計算機の容量や，時間の点でむづかしくなるが，とにかく，現在一応の結果が出た状態である．今後，初速度の方向分布も考慮した計算を行う予定である．

なお本研究の数値計算に当っては，大阪大学，関西大学両計算機センターの施設を利用した．

---

* DCFPの計算では，増倍段数nをダイノードからダイノードへの運動空間について示しているが，この場合は，我々のダイノードを段数に数える表わし方と一致する．

文　献

1) 大東，倉田，森田："電子振動を用いた光電子増倍管—PEOTRONの解析"，信学論(C)，58-C，7，P.341（昭50-07）

2) N. Ohigashi and M. Morita : "Co-Axial Type Photomultiplier Using Electron Oscillation", Japan. J. Appl. Phys., 17, p.191, (1978).

3) O.L. Gaddy and D.F. Holshouser : "A Microwave Frequency Dynamic Crossed-Field Photomultiplier", Proc. IEEE, 51, P.153 (1963).

4) D. J. Leverenz : "A Study of the Sampling Process in the DC Biased Dynamic Crossed Field Electron Multiplier", Thesis, Univ. of Ill. (1969).

5) E.W. Ernst and H. Von Foerster : "Time Dispersion of Secondary Electron Emission," J. Appl. Phys., 26, P.781 (1955).

6) H. Bruining : "Physics and Application of Secondary Electron Emission", Pergamon Press (1954).

7) R. Kollath : "Sekundarelektronen-Emission fester Köeper bei Bestrahlung mit Elektronen", Handbuch der Physik, Band XXI, S. 232.

8) Kenneth G. McKay, "Secondary Electron Emission" Advances in Electronics, Vol. I, P.65, Academic Press (1948).

9) O. Hachenberg and W. Brauer : "Secondary Electron Emission from Solids" Advances in Electronics, Vol. XI, P.413, Academic Press (1959).

付　録

A1. 初速度確率密度関数 $f_{d,i}(\hat{u}_{d,i})$, $a_{d,i}(\alpha_{d,i})$, $b_{d,i}(\beta_{d,i})$

(1) 初期エネルギーに対する2次電子の分布

$n=0$ を除いたすべての増倍段で生ずる2次電子は，約2 eV の最確エネルギーをもって，Maxwell の初速度分布をしている.[6)7)9)] したがって，$W=2500$ eV で規格化した初期エネルギー $\hat{u}_{d,i}$ の分布は次のように表わされる.

$$f_{d,i}(\hat{u}_{d,i}) = 1.76\times10^{4}\sqrt{\hat{u}_{d,i}}\, e^{-625\hat{u}_{d,i}} \qquad (A1)$$

この j 成分は

$$f_{d,i}^{j} = \int_{(j-1)\Delta\hat{u}_{d,i}}^{j\Delta\hat{u}_{d,i}} 1.76\times10^{4}\sqrt{\hat{u}_{d,i}}\, e^{-625\hat{u}_{d,i}}\, d\hat{u}_{d,i} \qquad (A2)$$

となる．分割数 J が十分大きければ，次式が成り立つ.

$$f_{d,i}^{j} = 1.76\times10^{4}\sqrt{(j-\tfrac{1}{2})\Delta\hat{u}_{d,i}}\, e^{-625(j-\frac{1}{2})\Delta\hat{u}_{d,i}}\,\Delta\hat{u}_{d,i} \qquad (A3)$$

式(A1)の分布は図A1のようになるので，10 eV までの初期エネルギーをもつ放出電子は全電子の84％を含む．それ故，$j=1$ の分割域をこのあたりに置き，

$$f_{d,i}^{j} = \begin{cases} 1.0 & (j=1) \\ 0 & (j\neq1) \end{cases} \qquad (A4)$$

と近似することが出来．これにより誤差を僅少にして計算量を可成り節約することが出来る.

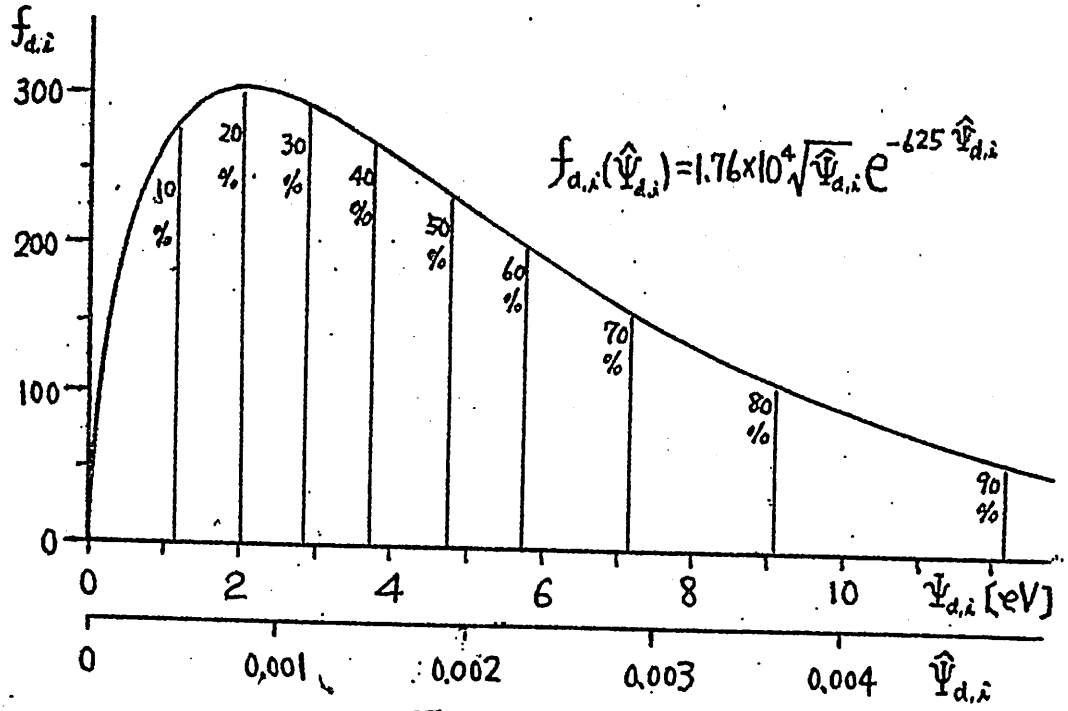


図 A 1

$n=0$ の光電子の初速度は無視する. それは 2次電子に比べて初速度の大きさが 1/10 程度に小さい事* と, 光電子増倍の計算の重要な役割は後段にあるためである.

(2) 角度 α に対する2次電子の分布

真の2次電子に対して, 1次電子の衝突角度, 衝突エネルギーに無関係に, 面法線ベク

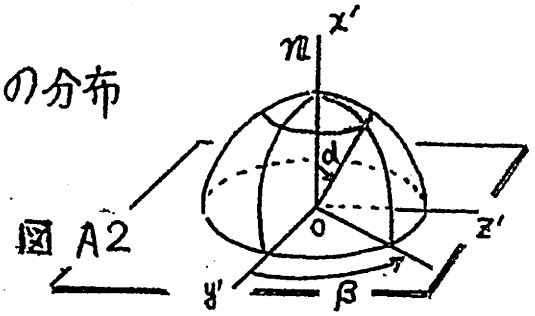


図 A2

---

* 入射光のエネルギー $h\nu$ に対する放出光電子エネルギー $e\Psi_{PE}$ は, 光電陰極の仕事関数を W として, $e\Psi_{PE} = h\nu - W$ となる. W=1.78 eV として, $\lambda = 6328$ Å の場合. $\Psi_{PE} = 0.18$ eV となる.

トルπに対して α の角度で放出される2次電子の単位立体角当りの分布は余弦分布に従うので[6),7)] その確率密度 $a_0(\alpha)$ は. $a_0(\alpha) = (1/\pi)\cos\alpha$ となる. したがって, α と α+dα の間に放出される確率は.

$$a(\alpha)\,d\alpha = a_0(\alpha)\,dw = \sin 2\alpha\, d\alpha \qquad (A5)$$

となる. これより次式を得る.

$$a_{d,i}(\alpha_{d,i}) = \sin 2\alpha_{d,i} \qquad (A6)$$

$$a^{t}_{d,i} = \int_{(t-1)\Delta\alpha_{d,i}}^{t\Delta\alpha_{d,i}} \sin 2\alpha_{d,i}\cdot d\alpha_{d,i}$$

$$= \sin\left[2\left(t-\tfrac{1}{2}\right)\Delta\alpha_{d,i}\right]\cdot\Delta\alpha_{d,i} \qquad (A7)$$

(3) 角度 β に対する2次電子の分布

方位角 β に対しては一様に分布するので β の 360° 領域を U 等分するならば

$$b^{u}_{d,i} = 1/U \qquad (A8)$$

である.

A2. 運動方程式の解から決るパラメーター

(1) $\delta^{\delta,t,u,l,r}_{d,i}$

2次電子増倍率 δ は1次電子の衝突エネルギー Ψ_A [eV] に対して図 A3 のように変化

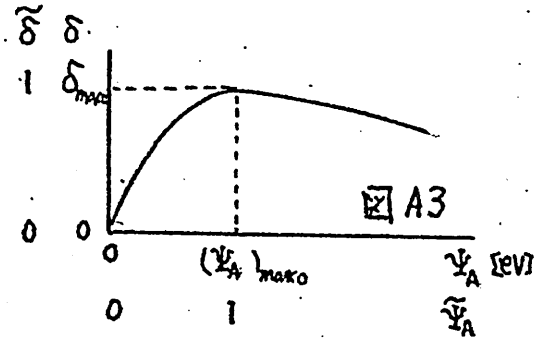


図 A3

する.[6)7)8)] 代表的な BeO 2次電子面では $(\Psi_A)_{max\delta} = 500$ eV の時 $\delta_{max\delta} = 3.5$ となり, これらで規格化した $\hat{\Psi}_A$, δ を用いて.

$$\delta = 4\hat{\Psi}_A e^{-1.385(\hat{\Psi}_A)^{0.722}} \quad (A9)$$

と表わされる.[4)] これは1次電子が面に垂直に入射した場合であるが, 法線方向に対して θ_A の角度で入射した場合は, δ が最大になる入射エネルギーが大きい方にずれ,

$$(\Psi_A)_{max\theta_A} = \frac{(\Psi_A)_{max\delta}}{\sqrt{\cos\theta_A}} \quad (A10)$$

となり, δ は増大し, $\theta_A = 0°$ の時の δ を δ_0 とすると

$$\delta_0 = \delta_0 e^{A(1-\cos\theta_A)} \quad (A11)$$

で与えられる.[6)8)] この式に, 式 (A9) を入れて

$$\delta = 4\delta_{max\delta}\hat{\Psi}_A \exp[A(1-\cos\theta_A) - 1.385(\hat{\Psi}_A)^{0.722}] \quad (A12)$$

となる. これを $\hat{\Psi}_A = \Psi_A/w$, $w = 2500$ の規格化エネルギーで表わすと次のようになる.

$$\delta = 70\hat{\Psi}_A \exp[A(1-\cos\theta_A) - 4.427(\hat{\Psi}_A)^{0.722}] \quad (A13)$$

ここで

$$\hat{\Psi}_{A,i+1} = E_{d,i}(\hat{\Psi}_{d,i}, \alpha_{d,i}, \beta_{d,i}, \varphi_{d,i}, \hat{g}_{d,i}) \quad (A14)$$

とおくことが出来るので, 次式を得る.

$$\delta^{\delta,t,u,l,r} = 70 E_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} \exp[A(1-\cos\theta_A) - 4.427(E_{d,i}^{\delta,t,u,l,r})^{0.722}] \quad (A15)$$

電子の衝突時は加速効果により, 殆ど X方向に運動するので, θ_A として $i+1$ 段目の陰極傾斜角 θ_K を使うことが出来る.

Aの値は 図A4 のように変化するとして処理する. $A_c = 0.5$ とすると $\theta_A = 0°, 40°, 50°, 60°$ に対する δ の値は 図A5 のようになる.

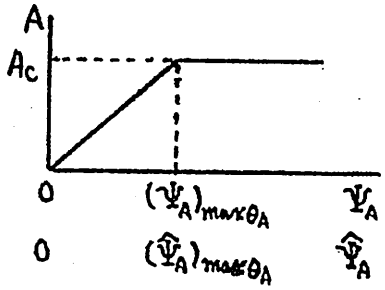


図 A4

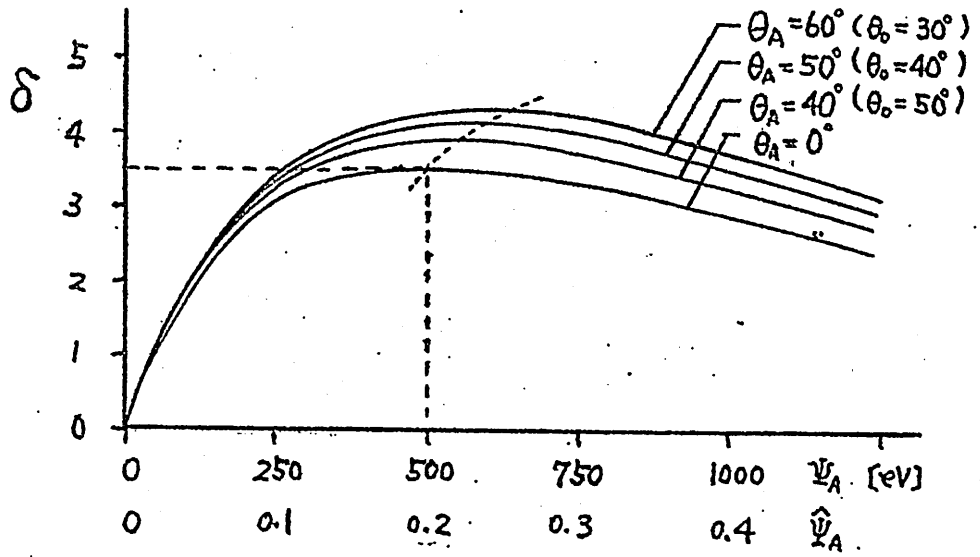


図 A5

$\delta^{\delta,t,u,l,r}$ は、各区域の中央での値を示すので、実際には $(j-\frac{1}{2})\times\Delta\hat{\Psi}_{d,i}$, $(t-\frac{1}{2})\Delta\alpha_{d,i}$, $(u-\frac{1}{2})\Delta\beta_{d,i}$ における値を示す。しかし、l, r に関しては、$I_{mo(i,n,m)}^{\delta,t,u,l,r}$, $I_{\Delta}^{\delta,t,u,l,r}$ の算出の関係上、整数点で計算した値を使って中央の値に直した方が、計算量が少くて済む。この整数点計算の指示を $\underline{l}$, $\underline{r}$ で示すなら、図A6を参照して、次式を得る。

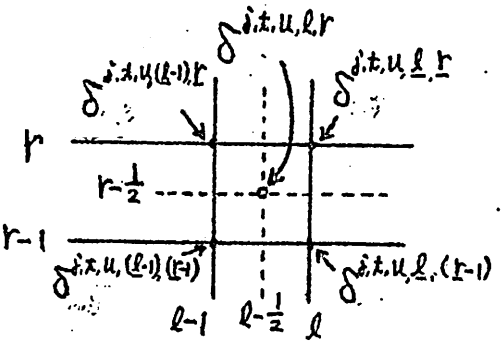


図 A6

$$\delta^{\delta,t,u,l,r}=\frac{1}{4}\left\{\delta^{\delta,t,u,\underline{l},\underline{r}}+\delta^{\delta,t,u,(\underline{l}-1),\underline{r}}+\delta^{\delta,t,u,\underline{l},(\underline{r}-1)}+\delta^{\delta,t,u,(\underline{l}-1),(\underline{r}-1)}\right\} \tag{A16}$$

この式の右辺に、式(A15)が入り、夫々対応する $E_{di}^{\delta,t,u,\underline{l},\underline{r}}$ などが使われ、これらは

$$E_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} = E_{d,i}\left[(i-\tfrac{1}{2})\Delta\hat{\psi}_{d,i},\ (t-\tfrac{1}{2})\Delta\alpha_{d,i},\ (u-\tfrac{1}{2})\Delta\beta_{d,i},\right.$$
$$\left. l\Delta\varphi_{d,i}+60^\circ,\ r\Delta\hat{y}_{d,i}+\hat{y}_{d,i\,min}\right] \qquad (A17)$$

の意味である。この $E_{d,i}^{\delta,t,u,l,r}$ は、単一電子の計算の式(A37)から得られる。

(2) m_1, m_2 $\left(\xrightarrow{表1} I_{m_0(i,n,m)}^{\delta,t,u,l,r}\right)$ 式(32)より

$$m_1 = \frac{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r}}{\Delta\varphi_{d,i+1}} = \frac{1}{2\Delta\varphi_{d,i+1}}\left[\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r} + \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}\right]$$

$$m_2 = \frac{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,r}}{\Delta\varphi_{d,i+1}} = \frac{1}{2\Delta\varphi_{d,i+1}}\left[\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)}\right] \qquad (A18)$$

Φ は、式(A33)から得られる。

(3) A_1, A_2 $\left(\xrightarrow{表1} I_A^{\delta,t,u,l,r}\right)$ 式(50)より

$$A_1 = \frac{\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)}}{\Delta\hat{y}_{d,i+1}} = \frac{1}{2\Delta\hat{y}_{d,i+1}}\left[\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)} + \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}\right]$$

$$A_2 = \frac{\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,r}}{\Delta\hat{y}_{d,i+1}} = \frac{1}{2\Delta\hat{y}_{d,i+1}}\left[\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r}\right]$$

Υ は、式(A35)から得られる。 (A19)

(4) $H^{\delta,t,u,l,r}$ 式(20)より

$$H^{\delta,t,u,l,r} = \left|1 - V_l^{\delta,t,u,r}\, V_r^{\delta,t,u,l}\right|$$

$$V_l^{\delta,t,u,r} = \left(\frac{\Delta\Upsilon}{\Delta\Phi}\right)_l^{\delta,t,u,r} = \frac{\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)} - \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r} - \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}}{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)} - \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r} - \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}}$$

$$V_r^{\delta,t,u,l} = \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Upsilon}\right)_r^{\delta,t,u,l} = \frac{\Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r} - \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)} - \Phi_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}}{\Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,r} + \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),r} - \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,l,(r-1)} - \Upsilon_{d,i}^{\delta,t,u,(l-1),(r-1)}}$$

ここで Φ, Υ はそれぞれ式(A33), (A35)により得られる。 (A20)

A3. PEOTRON (同軸形) の運動方程式[2] とその処理手順

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2\tilde{x}}{d\varphi^2} &= -\frac{1+\xi\cos\varphi}{4}\frac{\tilde{x}}{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2}\\ \frac{d^2\tilde{y}}{d\varphi^2} &= -\frac{1+\xi\cos\varphi}{4}\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2}-\gamma_c\frac{d\tilde{z}}{d\varphi}\\ \frac{d^2\tilde{z}}{d\varphi^2} &= \gamma_c\frac{d\tilde{y}}{d\varphi}\end{aligned}\right\} \qquad (A21)$$

ただし

$$\tilde{x}=x/y_a,\quad \tilde{y}=y/y_a,\quad \tilde{z}=z/y_a$$

$$\xi=V_m/V_A$$

$$\gamma_c=\omega_c/\omega=\eta B/\omega,\quad \eta=e/m_e \qquad (A22)$$

である. 電子振動の角周波数は線形場で, 高周波のない場合

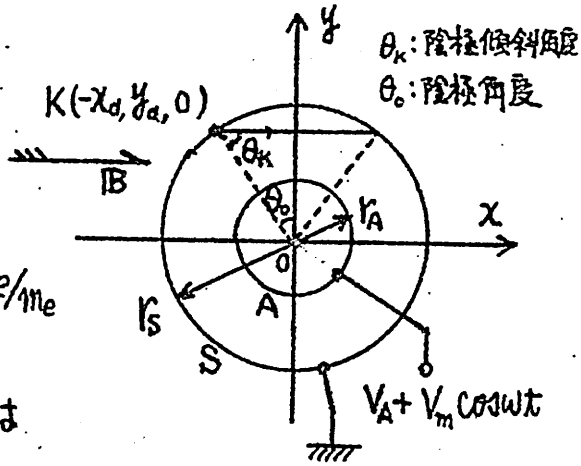


図 A7

$$\omega_{ep}=\frac{1}{y_a}\sqrt{\frac{\eta V_A}{\zeta}},\quad \zeta=\ln\frac{r_s}{r_A} \qquad (A23)$$

であり, 高周波とは

$$\omega=2\omega_{ep} \qquad (A24)$$

の同期をとる. 電子の, z軸のまわりの小さな回転運動の角周波数は

$$\omega_{mp}=\sqrt{\omega_{ep}^2+\omega_c^2},\quad \omega_c=\eta B \qquad (A25)$$

であり, これの ω_{ep} に対する比で定義される磁界指数 γ_p は γ_c と次の関係にある.

$$\gamma_p = \omega_{mp}/\omega_{ep} = \sqrt{1+(2\gamma_c)^2} \qquad (A26)$$

最初に，出発y位置 $\hat{y}_d$ $(= y_d / r_s)$ が与えられると

$$\hat{x}_d = \sqrt{1-\hat{y}_d^2} = \cos\theta_K, \quad 0^\circ > \theta_K > -90^\circ \qquad (A27)$$

$$\left.\begin{aligned} \tilde{x}_d &= \hat{x}_d / \hat{y}_d = \sqrt{1-\hat{y}_d^2}/\hat{y}_d \\ \tilde{y}_d &= 1, \quad \tilde{z}_d = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (A28)$$

により陰極傾斜角 θ_K と出発位置 $\tilde{x}_d, \tilde{y}_d, \tilde{z}_d$ が求まる．初速度成分は，$\hat{U}_d$, α_d, β_d から次のように決る．

$$\left.\begin{aligned} \hat{U}_{dx} &= \pm\sqrt{\hat{U}_d}\,\frac{\cos\theta_1}{\sqrt{\cos^2\theta_1\tan^2\theta_2+1}} \qquad \begin{matrix}+ : n=\text{偶}\\ - : n=\text{奇}\end{matrix} \\ \hat{U}_{d,y} &= \pm\,\hat{U}_{d,x}\tan\theta_2 \\ \hat{U}_{d,z} &= \sqrt{\hat{U}_d}\,\frac{\sin\theta_1}{\sqrt{\cos^2\theta_1\tan^2\theta_2+1}} \end{aligned}\right\} \qquad (A29)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1}\left(\frac{\tan\alpha_d\sin\beta_d}{\cos\theta_K-\sin\theta_K\tan\alpha_d\cos\beta_d}\right) \\ \theta_2 &= \theta_K + \tan^{-1}[\tan\alpha_d\cos\beta_d] \end{aligned}\right\} \qquad (A30)$$

これらの初期条件で，n 段目を出発位相 $\varphi_{d,n}$ で放出された電子について，式(A21)が修正Euler法により，位相間隔 H $(=0.3^\circ)$ 毎に解かれ，到着条件

$$\left.\begin{aligned} &\left|\tilde{x}_{A,n+1}^2 + \tilde{y}_{A,n+1}^2 - (\tilde{r}_s)_{d,n}^2\right| \le \varepsilon, \quad \varepsilon = 10^{-8} \\ &(\tilde{r}_s)_{d,n}^2 = \tilde{x}_{d,n}^2 + 1 \end{aligned}\right\} \qquad (A31)$$

を満たせば，$n+1$ 段目への到着位置と到着位相

$$\tilde{x}_{A,n+1}(=\tilde{x}_{d,n+1}),\ \tilde{y}_{A,n+1}(=\tilde{y}_{d,n+1}),\ \tilde{z}_{A,n+1}(=\tilde{z}_{d,n+1}) \qquad (A32)$$

$$\varphi_{A,n+1}(=\varphi_{d,n+1}) = \Phi_{d,n}(\hat{U}_{d,n}, \alpha_{d,n}, \beta_{d,n}, \varphi_{d,n}, \hat{y}_{d,n}) \qquad (A33)$$

が決まる．到着位置は次の規格化量で表示する．

$$\hat{x}_{A,n+1}=\frac{x_{A,n+1}}{r_S}=\frac{\tilde{x}_{A,n+1}}{\sqrt{\tilde{x}^2_{A,n+1}+\tilde{y}^2_{A,n+1}}} \qquad (A34)$$

$$\hat{y}_{A,n+1}=\frac{y_{A,n+1}}{r_S}=\frac{\tilde{y}_{A,n+1}}{\sqrt{\tilde{x}^2_{A,n+1}+\tilde{y}^2_{A,n+1}}}=Y_{d,n}(\hat{\Psi}_{d,n},\alpha_{d,n},\beta_{d,n},\varphi_{d,n},\hat{y}_{d,n}) \qquad (A35)$$

$$\hat{z}_{A,n+1}=\frac{z_{A,n+1}}{r_S}=\frac{\tilde{z}_{A,n+1}}{\sqrt{\tilde{x}^2_{A,n+1}+\tilde{y}^2_{A,n+1}}} \qquad (A36)$$

また規格化衝突エネルギーは次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}\hat{\Psi}_{A,n+1}&=\frac{\Psi_{A,n+1}}{w}=\left[\left(\frac{d\tilde{x}}{d\varphi}\right)^2+\left(\frac{d\tilde{y}}{d\varphi}\right)^2+\left(\frac{d\tilde{z}}{d\varphi}\right)^2\right]_{\varphi=\varphi_{A,n+1}}\\&=E_{d,n}(\hat{\Psi}_{d,n},\alpha_{d,n},\beta_{d,n},\varphi_{d,n},\hat{y}_{d,n})\\ w&=2V_A/\zeta\end{aligned}\right\}(A37)$$

次段の陰極傾斜角$(\theta_k)_{n+1}$は，式(A27)と同様にして

$$\hat{x}_{A,n+1}=x_{A,n+1}/r_S=\cos(\theta_k)_{n+1} \qquad (A38)$$

より求まるが，これは又 $n+1$ 段への衝突角度$(\theta_A)_{n+1}$に用いられる．$\delta^{s,t,u,k,r}$の式(A15)の計算には，式(A37)，(A38)が用いられる．

以下，次段の計算に対しては，式(A27)～式(A38)の適用が繰り返えされる．

輻射科学研究会資料

スラブ型光導波路のテーパ部における放射損失特性に関する一考察

沢 新之輔　　小野 和雄
尾高 弘展　　佐久間正喜

（愛媛大学工学部）

昭和53年10月20日
（於 中央電気クラブ）

1. まえがき

光波の伝送方向に，断面形状或いは屈折率分布をゆるやかに変化させたテーパ型光導波路[1),2)]は，固有モードの異なる光導波路間の効率的な接続，或いは，光源及び光検出器と導波路間の効率的な結合を行なうために用いられると考えられる。このようなテーパ型光導波路の解析法として，モード結合理論[3)]や幾何光学的な方法[4)]があるが，いずれも，比較的ゆるやかなテーパ型導波路に対しては，有効である。これに対して，急激なテーパに対しても適用することができる近似解析法が，Marcuseによって提案されている[1),5)]。この方法は，なめらかなテーパ部を，導波路の幅或いは径が階段状に変化する構造の導波路によって近似する。そして，階段状に導波路の幅が変化する境界で電磁界の整合をとることによって，テーパ部を解析する方法である。本稿では，このような方法をテーパ部のステップ近似解析

法と呼ぶことにする。しかし，Marcuseの取り扱いでは，一旦，導波モードから放射モードへ変換された電磁界が，境界条件を合わせるときに無視されている。即ち，放射モードが導波モードへ再変換される，いわゆる再結合の効果が厳密に取り扱われていないことになる。そこで，本稿では，まず，第2章において，放射モードをも含めて境界条件を満足させることによって，Marcuseの行なったテーパ部の解析法を，より厳密なものにする。[6]

テーパ型導波路の詳細な解析を行なうためには，導波モードのみならず放射モードをも含めて解析する必要がある。しかし，放射モードは連続体モードであるため，一般に，解析が複雑になる。そこで，第3章では，放射モードを離散的なモードで近似[7]したテーパ型光導波路の解析法を提案する。[8] 但し，テーパ部の取り扱いは，ステップ近似解析法を用いる。又，第2及び3章では，対称なテーパ型スラブ導波路を伝搬するTEモードについて

のみ解析を行なう。次に，第4章では，2,3のテーパ型スラブ光導波路の放射損失特性を，Marcuseのステップ近似解析法[1],[5]と本稿の2つの解析法[6],[8]によって数値計算し，これら3つの方法を比較，検討する。

2. スラブ型光導波路のテーパ部の解析法I

本章では，放射モードと導波モードとの再結合がより正確に取り扱えるように境界条件を満足させることによって，スラブ型光導波路のテーパ部に対するMarcuseのステップ近似解析法を，より厳密なものにする。

スラブ導波路のテーパ部を，図1に示すように，導波路の幅が階段状に変化する構造の導波路によって置きかえる。ただし，同図におけるn，d_{in}，d_{out}，L，及び$f(z)$は，それぞれ，外部空間とスラブ導波路の屈折率比，入射端の導波路半幅，出射端の導波路半幅，テ

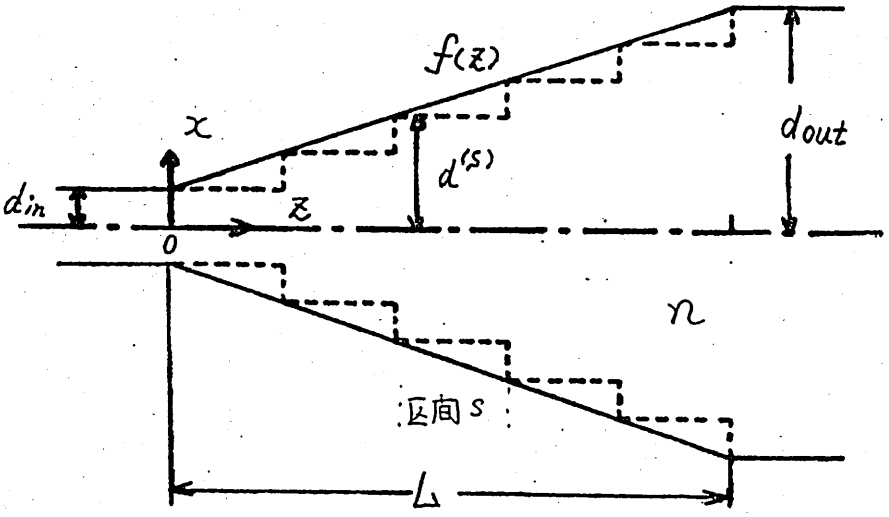


図1. スラブ型光導波路のテーパ部

ーパ部の長さ，及びテーパの形状を定める関数形を表す。任意の区間 s における導波路の電磁界を，

$$E_y = \begin{cases} A_e \cos \kappa^{(s)} x & (|x| \le d^{(s)}) \quad (1a) \\ A_e \cos \kappa^{(s)} d^{(s)} \exp\{-\gamma^{(s)}(|x| - d^{(s)})\} & (|x| \ge d^{(s)}) \quad (1b) \end{cases}$$

$$A_e = \left(\frac{2\omega\mu_0 P}{\beta_g^{(s)} d^{(s)} + \beta_g^{(s)} / \gamma^{(s)}} \right)^{1/2} \quad (2)$$

なる局部正規導波モード，及び

$$E_y(p)=\begin{cases} C_e\cos\sigma x & (|x|\le d^{(s)}) \quad (3a)\\ C_e\{\cos\sigma d^{(s)}\cos p(|x|-d^{(s)}) & \\ \quad -\frac{\sigma}{p}\sin\sigma d^{(s)}\sin(|x|-d^{(s)})\} & (|x|\ge d^{(s)}) \quad (3b)\end{cases}$$

$$C_e=\left[\frac{2\omega\mu_0 p^2 P}{\pi\beta_r\{p^2\cos^2\sigma d^{(s)}+\sigma^2\sin\sigma d^{(s)}\}}\right]^{1/2} \quad (4)$$

なる局部正規放射モードで展開する。但し，ω, μ_0, 及び P は，それぞれ，角周波数，真空の透磁率，及び伝送電力を表す。又、$\kappa^{(s)}$ 及び $\gamma^{(s)}$ は，s 番目の区間の局部正規導波モードの x 方向伝搬定数及び減幅定数を意味し，σ 及び p は，同じ区間の局部正規放射モードの x 方向伝搬定数を表す。ところで，階段状導波路の任意の区間 s における局部正規モードは，その区間の y-z 平面に平行な境界面における境界条件を，既に，満している。従って，これと垂直な境界面（x-y 平面）に平行な電磁界成分 E_y 及び H_x の整合条件，即ち，次式 (5)～(7) を満足するように，局部正規モードの展開係数を，決定すればよい。

$$E_y^{(s)} \exp(-j\alpha_g^{(s)}) + G_R E_y^{(s)} \exp(j\alpha_g^{(s)}) + \int_0^\infty g^{(-)}(\rho) E_y^{(s)}(\rho) \exp(j\alpha_r^{(-)}) d\rho$$
$$+ \int_0^\infty g^{(s)}(\rho) E_y^{(s)}(\rho) \exp(-j\alpha_r^{(s)}) d\rho$$
$$= C_t E_y^{(s+1)} \exp(-j\alpha_g^{(s+1)}) + \int_0^\infty g^{(s+1)}(\rho) E_y^{(s+1)}(\rho) \exp(-j\alpha_r^{(s+1)}) d\rho \quad (5)$$

$$\beta_g^{(s)} E_y^{(s)} \exp(-j\alpha_g^{(s)}) - G_R \beta_g^{(s)} E_y^{(s)} \exp(j\alpha_g^{(R)})$$
$$- \int_0^\infty \beta_r g^{(-)}(\rho) E_y^{(s)}(\rho) \exp(j\alpha_r^{(-)}) d\rho + \int_0^\infty \beta_r g^{(s)}(\rho) E_y^{(s)}(\rho) \exp(-j\alpha_r^{(s)}) d\rho$$
$$= \beta_g^{(s+1)} C_t E_y^{(s+1)} \exp(-j\alpha_g^{(s+1)}) + \int_0^\infty \beta_r g^{(s+1)}(\rho) E_y^{(s+1)}(\rho) \exp(-j\alpha_r^{(s+1)}) d\rho \quad (6)$$

但し，

$$\alpha^{(s+1)}(z) = \beta \Delta z + \alpha^{(s)}(z) \quad (7)$$

である。ここで，添字 R，g，及び r は，それぞれ，反射，導波，及び放射を意味し，また，係数 G_R，C_t，$g^{(-)}(\rho)$，及び $g(\rho)$ は，それぞれ，導波モードの反射係数，透過係数，後進及び前進放射モードの振幅を表す。そして，β，Δz，及び $\alpha(z)$ は，z 方向の伝搬定数，各区間の長さ，及び位相因子を表す。

式(5)及び(6)の第3項，即ち，後進放射モードの影響は最終的に無視するために，$g^{(-)}(\rho)$ 及び $\alpha_r^{(-)}$ には区間番号(s)をつけていない。又、

式(5)及び(6)の第2項も次のようにして消去されるため，区間番号をつけない。式(5)及び(6)に，$\beta_g^{(S+1)} E_y^{(S+1)}$ 及び $E_y^{(S+1)}$ を乗じ，x で積分して，その差をとる。そして，

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_y^{(S)}(\rho) E_y^{(S+1)} dx \simeq 0 \tag{8}$$

なる近似的直交関係[5]を用いて，導波モードの反射係数 a_R について解くと，次に示すようになる。

$$a_R \exp(j\alpha_g^{(R)}) = \frac{\beta_g^{(S)} - \beta_g^{(S+1)}}{\beta_g^{(S)} + \beta_g^{(S+1)}} \exp(-j\alpha_g^{(S)}) \tag{9}$$

次に，式(5)及び(6)に式(9)を代入し，それぞれ，$\beta_g^{(S+1)} E_y^{(S+1)}$ 及び $E_y^{(S+1)}$ を乗じ，更に，x で積分して両辺の和をとると，導波モードの透過係数 C_t は次式のようになる。

$$C_t \exp(-j\alpha_g^{(S+1)}) = \frac{\beta_g^{(S)}}{\beta_g^{(S)} + \beta_g^{(S+1)}} \cdot \frac{\beta_g^{(S+1)}}{\omega\mu_0 P} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^{(S)} E_y^{(S+1)} dx \cdot \exp(-j\alpha_g^{(S)})$$

$$+ \frac{1}{4\omega\mu_0 P} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left\{ (\beta_g^{(S+1)} - \beta_r) g^{(-)}(\rho) \exp(j\alpha_r^{(-)}) \cdot \right. \right.$$

$$\left. \left. + (\beta_g^{(S+1)} + \beta_r) g^{(S)}(\rho) \exp(-j\alpha_r^{(S)}) \right\} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^{(S)}(\rho) E_y^{(S+1)} dx \right] d\rho \tag{10}$$

同様に，式(5)及び(6)に式(9)を代入し，それぞれ，$\frac{\beta_r'}{2\omega\mu_0}E_y^{(s+1)}(\rho')$ 及び $\frac{1}{2\omega\mu_0}E_y^{(s+1)}(\rho')$ を乗じてxで積分する．そして，

$$P\delta(\rho-\rho') = \frac{\beta_r}{\omega\mu_0}\int_0^\infty E_y(\rho)E_y(\rho')\,dx \qquad (11)$$

なる放射モードに関する直交関係[5]及び近似的直交関係式(8)を用いると，前進及び後進放射モードの振幅係数 $f^{(s+1)}(\rho)$ 及び $f^{(-)}(\rho)$ が，次式のように表される。

$$f^{(s+1)}(\rho)\exp(-j\alpha_r^{(s+1)}) = \frac{\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)}+\beta_g^{(s+1)}}\cdot\frac{\beta_g^{(s+1)}+\beta_r}{2\omega\mu_0 P}\int_{-\infty}^{\infty}E_y^{(s)}E_y^{(s+1)}(\rho)\,dx\cdot\exp(-j\alpha_g^{(s)})$$

$$+ f^{(s)}(\rho)\exp(-j\alpha_r^{(s)}) \qquad (12)$$

$$f^{(-)}(\rho)\exp(j\alpha_r^{(-)}) = \frac{\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)}+\beta_g^{(s+1)}}\cdot\frac{\beta_g^{(s+1)}-\beta_r}{2\omega\mu_0 P}\int_{-\infty}^{\infty}E_y^{(s)}E_y^{(s+1)}(\rho)\,dx\cdot\exp(-j\alpha_g^{(s)})$$

(13)

そこで，式(13)を(10)に代入した式及び式(12)の実数部及び虚数部をとり，式(1)～(4)を代入すると，次の式が導かれる。

$$C_t = A\cos(\alpha_g^{(s+1)} - \alpha_g^{(s)}) - \int_0^\infty U_A^{(s+1)}(p)\, q^{(s)}(p)\cos(\alpha_g^{(s+1)} - \alpha_r^{(s)})\, dp \tag{14}$$

$$\tan\alpha_g^{(s+1)} = \frac{A\sin\alpha_g^{(s)} - \int_0^\infty U_A^{(s+1)}(p)\, q^{(s)}(p)\sin\alpha_r^{(s)}\, dp}{A\cos\alpha_g^{(s)} - \int_0^\infty U_A^{(s+1)}(p)\, q^{(s)}(p)\cos\alpha_r^{(s)}\, dp} \tag{15}$$

$$q^{(s+1)}(p) = \frac{2\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)} + \beta_g^{(s+1)}} \cdot \frac{\beta_r + \beta_g^{(s+1)}}{\beta_r + \beta_g^{(s)}}\, U_A^{(s)}(p)\cos(\alpha_r^{(s+1)} - \alpha_g^{(s)}) + q^{(s)}(p)\cos(\alpha_r^{(s+1)} - \alpha_r^{(s)}) \tag{16}$$

$$\tan\alpha_r^{(s+1)} = \frac{\frac{2\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)} + \beta_g^{(s+1)}} \cdot \frac{\beta_r + \beta_g^{(s+1)}}{\beta_r + \beta_g^{(s)}}\, U_A^{(s)}(p)\sin\alpha_g^{(s)} + q^{(s)}(p)\sin\alpha_r^{(s)}}{\frac{2\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)} + \beta_g^{(s+1)}} \cdot \frac{\beta_r + \beta_g^{(s+1)}}{\beta_r + \beta_g^{(s)}}\, U_A^{(s)}(p)\cos\alpha_g^{(s)} + q^{(s)}(p)\cos\alpha_r^{(s)}} \tag{17}$$

ただし,

$$A = \frac{2\beta_g^{(s+1)}}{\beta_g^{(s)} + \beta_g^{(s+1)}}\, I - \frac{2\beta_g^{(s)}}{\beta_g^{(s)} + \beta_g^{(s+1)}} \int_0^\infty \frac{\beta_g^{(s+1)} - \beta_r}{\beta_g^{(s)} - \beta_r}\, U_B^{(s)}(p)\, U_B^{(s+1)}(p)\, dp \tag{18}$$

$$I = \frac{\beta_g^{(s)}}{\sqrt{\left(\beta_g^{(s)} d^{(s)} + \frac{\beta_g^{(s)}}{\gamma^{(s)}}\right)\left(\beta_g^{(s+1)} d^{(s+1)} + \frac{\beta_g^{(s+1)}}{\gamma^{(s+1)}}\right)}} \cdot$$

$$\left\{\frac{1}{\varkappa^{(s+1)} + \varkappa^{(s)}}\sin(\varkappa^{(s)} + \varkappa^{(s+1)})\, d^{(s)} + \frac{1}{\varkappa^{(s)} - \varkappa^{(s+1)}}\sin(\varkappa^{(s)} - \varkappa^{(s+1)})\, d^{(s)}\right.$$

$$+\frac{2}{(\gamma^{(s)})^2+(\varkappa^{(s+1)})^2}\cos\varkappa^{(s)}d^{(s)}\Big[\gamma^{(s)}\cos\varkappa^{(s+1)}d^{(s)}-\varkappa^{(s+1)}\sin\varkappa^{(s+1)}d^{(s)}$$

$$-\left(\gamma^{(s)}\cos\varkappa^{(s+1)}d^{(s+1)}-\varkappa^{(s+1)}\sin\varkappa^{(s+1)}d^{(s+1)}\right)\exp\left[\gamma^{(s)}(d^{(s)}-d^{(s+1)})\right]\Big]$$

$$+2\cos\varkappa^{(s)}d^{(s)}\cos\varkappa^{(s+1)}d^{(s+1)}\frac{1}{\gamma^{(s)}+\gamma^{(s+1)}}\exp\left[\gamma^{(s)}(d^{(s)}-d^{(s+1)})\right]\Big]\Big] \quad (19)$$

$$U_A^{(s)}(\rho)=-\frac{(n^2-1)k_0^2\rho\cos\sigma d^{(s)}\cos\varkappa^{(s)}d^{(s)}\ \Delta dw}{2(\beta_g^{(s)}-\beta_r)\sqrt{\pi\beta_r\left(\beta_g^{(s)}d^{(s)}+\frac{\beta_g^{(s)}}{\gamma^{(s)}}\right)\left(\rho^2\cos^2\sigma d^{(s)}+\sigma^2\sin^2\sigma d^{(s)}\right)}} \quad (20)$$

$$U_B^{(s)}(\rho)=-\frac{(n^2-1)k_0^2\rho\cos\sigma d^{(s)}\cos\varkappa^{(s)}d^{(s)}\ \Delta dw}{2(\beta_g^{(s)}+\beta_r)\sqrt{\pi\beta_r\left(\beta_g^{(s)}d^{(s)}+\frac{\beta_g^{(s)}}{\gamma^{(s)}}\right)\left(\rho^2\cos^2\sigma d^{(s)}+\sigma^2\sin^2\sigma d^{(s)}\right)}} \quad (21)$$

$$\Delta dw=2\left(d^{(s+1)}-d^{(s)}\right) \quad (22)$$

である。ここで，k_0は，外部空間中の波数を表わす。

入射電力で規格化した放射損失$\Delta P/P$は，前進及び後進放射モードの振幅の2乗の和で与えられ，次のようになる[1]。

$$\frac{\Delta P}{P}=\int_0^\infty|q^{(s+1)}(\rho)|^2d\rho+\int_0^\infty|q^{(-)}(\rho)|^2d\rho \quad (23)$$

コクヨ 24×20

但し，ΔP は，全放射電力を表す．又，式(23)の右辺の第2項は，第1項に比べると，非常に小さな量となる[2),(5)]から，無視することができる。

3．スラブ型光導波路のテーパ部の解析法Ⅱ

本章の解析法では，スラブ導波路のテーパ部をステップ近似するのは，第2章と同様であるが，更に，連続体放射モードを離散的なモードによって近似する．適当な間隔を有する仮想的な平行平板導波管中に，テーパ型スラブ導波路を配置すれば，前述の連続スペクトルに属する放射モードは平行平板導波管の導波モードに置き換えられ，スペクトルは離散化される．その結果，テーパ型スラブ導波路の導波モード及び放射モードを，統一的に取り扱うことができるようになる。もし，平行平板を無限遠に遠ざけていくと，これらの

離散化されたスペクトルを有するモードは，元のテーパ型スラブ導波路の放射モードに漸近すると考えられる。それ故，テーパ型スラブ導波路を，テーパ型スラブ状誘電体を装荷した平行平板導波管として解析することは，合理的な近似であると考えられる。

以上の考察に基づいて，図2に実線で示すような，y-z平面に関して対称なスラブ導波路を考え，これを，第2章と同様に，破線で示すような階段状導波路で近似する。導波路

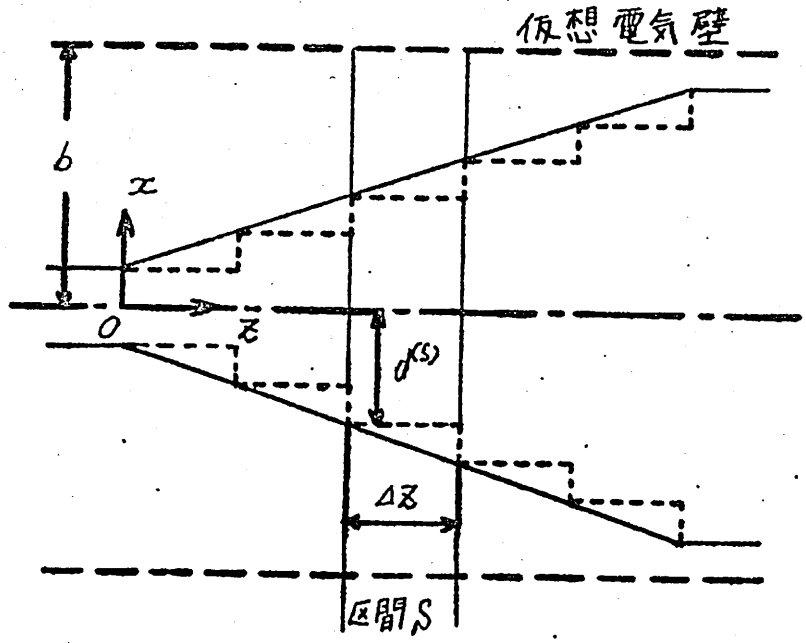


図2．テーパ型スラブ導波路を装荷した平行平板導波管

の各パラメータは，第2章と同一とする。テーパ型スラブ導波路の外側 $x=\pm b$ に仮想的な電気壁を置き，階段状のテーパ型スラブ状誘電体を装荷した平行平板導波管とみなして，本導波路の解析を行なう。

テーパ部の s 番目の区間における局部正規モードのうち，TE偶モードの電磁界の各成分は，次のように表される。

$$E_{yi}^{(s)} \equiv \phi_i^{(s)} \mathcal{E}_{yi}^{(s)}$$

$$= \begin{cases} \phi_i^{(s)} \cos \kappa_i^{(s)} x & (|x| \le d^{(s)}) \quad (24a) \\ \phi_i^{(s)} \dfrac{\cos \kappa_i^{(s)} d^{(s)}}{\sin \gamma_i^{(s)} (b-d^{(s)})} \sin \gamma_i^{(s)} (b-|x|) & (d^{(s)} \le |x| \le b) \quad (24b) \end{cases}$$

$$H_{xi}^{(s)} = \begin{cases} -\dfrac{\beta_i^{(s)}}{\omega \mu_0} \phi_i^{(s)} \cos \kappa_i^{(s)} x & (|x| \le d^{(s)}) \quad (24c) \\ -\dfrac{\beta_i^{(s)}}{\omega \mu_0} \phi_i^{(s)} \dfrac{\cos \kappa_i^{(s)} d^{(s)}}{\sin \gamma_i^{(s)} (b-d^{(s)})} \sin \gamma_i^{(s)} (b-|x|) & (d^{(s)} \le |x| \le b) \quad (24d) \end{cases}$$

$$H_{zi}^{(s)}=\begin{cases} -\dfrac{j\kappa_i^{(s)}}{\omega\mu_0}\phi_i^{(s)}\sin\kappa_i^{(s)}x & (|x|\le d^{(s)}) \quad (24e) \\ -\dfrac{x}{|x|}\cdot\dfrac{j\gamma_i^{(s)}}{\omega\mu_0}\phi_i^{(s)}\dfrac{\cos\kappa_i^{(s)}d^{(s)}}{\sin\gamma_i^{(s)}(b-d^{(s)})}\cos\gamma_i^{(s)}(b-|x|) & (d^{(s)}\le|x|\le b) \quad (24f) \end{cases}$$

$$(i=1,2,3,\cdots)$$

但し，添字 i は偶モードのモード次数を表し，振幅係数 $\phi_i^{(s)}$ は任意である。又，

$$(\gamma_i^{(s)})^2=(\kappa_i^{(s)})^2-(n_1^2-n_2^2)k_0^2 \qquad (25)$$

の関係がある。x 方向伝搬定数 $\kappa_i^{(s)}$ は，s 番目の区間の誘電体の半幅 $d^{(s)}$ に対して，

$$\tan\kappa_i^{(s)}d^{(s)}\tan\gamma_i^{(s)}(b-d^{(s)})=\gamma_i^{(s)}/\kappa_i^{(s)} \qquad (26)$$

なる特性方程式を満足する必要がある。この s 番目の区間の局部正規モードは，

$$0<(\kappa_i^{(s)})^2<(n_1^2-n_2^2)k_0^2 \qquad (27a)$$

なる条件の下で，もとのスラブ導波路の局部正規導波モードに対応し，また，

$$(n_1^2-n_2^2)k_0^2 < (K_i^{(S)})^2 < n_1^2 k_0^2 \qquad (27b)$$

なる条件の下では，放射モードに対応する．

さて，式(24)で電界が表されるようなN個のモードが，図2のS番目とS+1番目の区間との境界に入射すると仮定する．境界面における接線方向電磁界成分（E_yとH_x）の整合条件により，

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} a_i^{(S)} \mathcal{E}_{yi}^{(S)} \exp(-j\alpha_{ai}^{(S)}) + \sum_{i=1}^{N} b_i^{(S)} \mathcal{E}_{yi}^{(S)} \exp(j\alpha_{bi}^{(S)}) \\ \qquad = \sum_{i=1}^{N} C_i^{(S+1)} \mathcal{E}_{yi}^{(S+1)} \exp(-j\alpha_{ci}^{(S+1)}) \qquad (28a) \\ \sum_{i=1}^{N} a_i^{(S)} \beta_i^{(S)} \mathcal{E}_{yi}^{(S)} \exp(-j\alpha_{ai}^{(S)}) - \sum_{i=1}^{N} b_i^{(S)} \beta_i^{(S)} \mathcal{E}_{yi}^{(S)} \exp(j\alpha_{bi}^{(S)}) \\ \qquad = \sum_{i=1}^{N} C_i^{(S+1)} \beta_i^{(S+1)} \mathcal{E}_{yi}^{(S+1)} \exp(-j\alpha_{ci}^{(S+1)}) \qquad (28b) \end{cases}$$

が成立する。但し，本稿では，エバネッセントな導波管モードを考慮していないので，式(28)は近似的にしか成立しない。ここで，$a_i^{(S)}\exp(-j\alpha_{ai}^{(S)})$は，区間Sにおける入射電磁界

の局部正規モードによる複素展開係数である。絶対値は，$a_i^{(s)}$ で，又，位相 $\alpha_{ai}^{(s)}$ は，

$$\alpha_{ai}^{(s)} = \beta_i^{(s)} \Delta z + \alpha_{ai}^{(s-1)} \tag{29}$$

と表される。式(29)において，$\beta_i^{(s)} \Delta z$ は，入射電磁界モードが，区間 s を伝搬することによる位相変化を考慮するために必要である。但し，テーパ入射端における位相 $\alpha_{ai}^{(0)}$ は，零にとる。又，$b_i^{(s)} \exp(j\alpha_{ai}^{(s)})$ 及び $c_i^{(s+1)} \exp(-j\alpha_{ci}^{(s+1)})$ は，それぞれ，区間 s における反射電磁界及び区間 $s+1$ における透過電磁界の局部正規モードによる複素展開係数である。絶対値及び位相を，それぞれ，$b_i^{(s)}$ と $c_i^{(s+1)}$ 及び $-\alpha_{ai}^{(s)}$ と $\alpha_{ci}^{(s+1)}$ で表している。

式(28a)及び(28b)に $\varepsilon_{yi}^{(s)}$ を乗じて，$-b \leq x \leq b$ の範囲で積分すると，区間 s と $s+1$ の境界面に関して，$2N$ 個の連立方程式

$$
\begin{pmatrix}
-I_{1,1}^{(S,S)}U_1^{(S)} & & 0 & I_{1,1}^{(S,S+1)}U_1^{(S+1)} & I_{1,2}^{(S,S+1)}U_2^{(S+1)} & \cdots & I_{1,N}^{(S,S+1)}U_N^{(S+1)} \\
& -I_{2,2}^{(S,S)}U_2^{(S)} & & & & & \\
0 & & \ddots & & & & \\
& & -I_{N,N}^{(S,S)}U_N^{(S)} & I_{N,1}^{(S,S+1)}U_1^{(S+1)} & & & I_{N,N}^{(S,S+1)}U_N^{(S+1)} \\
\beta_1^{(S)}I_{1,1}^{(S,S)}U_1^{(S)} & & 0 & \beta_1^{(S+1)}I_{1,1}^{(S,S+1)}U_1^{(S+1)} & \beta_2^{(S+1)}I_{1,2}^{(S,S+1)}U_2^{(S+1)} & \cdots & \beta_N^{(S+1)}I_{1,N}^{(S,S+1)}U_N^{(S+1)} \\
& \beta_2^{(S)}I_{2,2}^{(S,S)}U_2^{(S)} & & & & & \\
0 & & \ddots & & & & \\
& & \beta_N^{(S)}I_{N,N}^{(S,S)}U_N^{(S)} & \beta_1^{(S+1)}I_{N,1}^{(S,S+1)}U_1^{(S+1)} & & & -\beta_N^{(S+1)}I_{N,N}^{(S,S+1)}U_N^{(S+1)}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
B_1^{(S)} \\ B_2^{(S)} \\ \vdots \\ B_N^{(S)} \\ C_1^{(S+1)} \\ C_2^{(S+1)} \\ \vdots \\ C_N^{(S+1)}
\end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix}
A_1^{(S)}I_{1,1}^{(S,S)}U_1^{(S)} \\
A_2^{(S)}I_{2,2}^{(S,S)}U_2^{(S)} \\
\vdots \\
A_N^{(S)}I_{N,N}^{(S,S)}U_N^{(S)} \\
A_1^{(S)}\beta_1^{(S)}I_{1,1}^{(S,S)}U_1^{(S)} \\
A_2^{(S)}\beta_2^{(S)}I_{2,2}^{(S,S)}U_2^{(S)} \\
\vdots \\
A_N^{(S)}\beta_N^{(S)}I_{N,N}^{(S,S)}U_N^{(S)}
\end{pmatrix} \qquad (30)
$$

を得る．但し，

$$I_{i_1 i_1}^{(S_1,S_2)} = \int_{-b}^{b} \mathcal{E}_{y i_1}^{(S_1)} \mathcal{E}_{y i_2}^{(S_2)} \, dx \tag{31}$$

$$U_i^{(S)} = \sqrt{2\omega\mu_0 / \beta_i^{(S)} I_{i,i}^{(S,S)}} \tag{32}$$

及び

$$\left.\begin{aligned} &A_i^{(S)} = a_i^{(S)} \exp(-j\alpha_{ai}^{(S)}) / U_i^{(S)} \ , \quad B_i^{(S)} = b_i^{(S)} \exp(j\alpha_{bi}^{(S)}) / U_i^{(S)} \ , \\ &C_i^{(S+1)} = c_i^{(S+1)} \exp(-j\alpha_{ci}^{(S+1)}) / U_i^{(S+1)} \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

である。又，$A_i^{(S)}$，$B_i^{(S)}$，及び $C^{(S+1)}$ は，複素モード展開係数であり，その絶対値は，単位電力を伝送するモードの振幅係数によって規格化されている。ここで，簡単のために，$d_1 = d^{(S_1)}$，$d_2 = d^{(S_2)}$，$\kappa_1 = \kappa_{i_1}^{(S_1)}$，$\kappa_2 = \kappa_{i_2}^{(S_2)}$，$\gamma_1 = \gamma_{i_1}^{(S_1)}$，及び $\gamma_2 = \gamma_{i_2}^{(S_2)}$ とおくと，

$$I_{i_1,i_2}^{(S_1,S_2)} = \frac{2}{\kappa_1^2 - \kappa_2^2} (\kappa_1 \sin\kappa_1 d_1 \cos\kappa_2 d_1 - \kappa_2 \cos\kappa_1 d_1 \sin\kappa_2 d_2)$$

$$+ \frac{2\cos\kappa_1 d_1}{(\kappa_2^2 - \gamma_1^2)\sin\gamma_1(b-d_1)} \Big[\kappa_2 \{ \sin\kappa_2 d_2 \sin\gamma_1(b-d_2) - \sin\kappa_2 d_1 \sin\gamma_1(b-d_1) \}$$

$$- \gamma_1 \{ \cos\kappa_2 d_2 \cos\gamma_1(b-d_2) + \cos\kappa_2 d_1 \cos\gamma_1(b-d_1) \} \Big]$$

$$-\frac{2\cos\gamma_1 d_1 \cos\gamma_2 d_2}{(\gamma_1^2-\gamma_2^2)\sin\gamma_1(b-d_1)\sin\gamma_2(b-d_2)}\Big\{\gamma_1\cos\gamma_1(b-d_2)\sin\gamma_2(b-d_2)$$

$$-\gamma_2\sin\gamma_1(b-d_2)\cos\gamma_2(b-d_2)\Big\}$$

$$(\ s_1 \neq s_2\ ,\ i_1 \neq i_2\ ) \qquad (34a)$$

$$I^{(s_1,s_2)}_{i_1,i_2} = d_1 + \frac{\sin 2\gamma_1 d_1}{2\gamma_1} + \frac{\cos^2\gamma_1 d_1}{\sin^2\gamma_1(b-d_1)}\left[b-d_1-\frac{\sin 2\gamma_1(b-d_1)}{2\gamma_1}\right]$$

$$(\ s_1 = s_2\ ,\ i_1 = i_2\ ) \qquad (34b)$$

となる。

式(30)において，i 行目の方程式に $\beta_i^{(s)}$ を乗じて，$N+i$ 行目の方程式を加えると，

$$\begin{pmatrix} (\beta_1^{(s)}+\beta_1^{(s+1)})I^{(s,s+1)}_{1,1}U_1^{(s+1)} & (\beta_1^{(s)}+\beta_2^{(s)})I^{(s,s+1)}_{1,2}U_2^{(s+1)} & \cdots & (\beta_1^{(s)}+\beta_N^{(s+1)})I^{(s,s+1)}_{1,N}U_N^{(s+1)} \\ (\beta_2^{(s)}+\beta_1^{(s+1)})I^{(s,s+1)}_{2,1}U_1^{(s+1)} & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ (\beta_N^{(s)}+\beta_1^{(s+1)})I^{(s,s+1)}_{N,1}U_1^{(s+1)} & & \cdots & (\beta_N^{(s)}+\beta_N^{(s+1)})I^{(s,s+1)}_{N,N}U_N^{(s+1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^{(s+1)} \\ C_2^{(s+1)} \\ \vdots \\ C_N^{(s+1)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2A_1^{(s)}\beta_1^{(s)}I^{(s,s)}_{1,1}U_1^{(s)} \\ 2A_2^{(s)}\beta_2^{(s)}I^{(s,s)}_{2,2}U_2^{(s)} \\ \vdots \\ 2A_N^{(s)}\beta_N^{(s)}I^{(s,s)}_{N,N}U_N^{(s)} \end{pmatrix} \qquad (35)$$

なる N 元連立方程式を得る。

実際の数値計算は，次の手順によって行なわれる。

(1) 導波路のテーパ部に入射するモードのモード展開係数 $A_i^{(1)}$ を決定する。

(2) 特性方程式(26)により，S番目とS+1番目の区間の各局部正規モードの伝搬定数を求める。

(3) 連立方程式(35)を解き，透過電磁界の展開係数を求める。

(4) すべての放射モードの展開係数について，$|C_i^{(S+1)}|^2$ の総和を求め，放射電力損失とする。$C_i^{(S+1)}$ を，新たに，入射展開係数 $A_i^{(S+1)}$ とする。以後，テーパ部において，上記の手順(2)，(3)，及び(4)を繰り返し適用し，各区間における導波モード及び放射モードの電力を求める。

なお，厳密に言えば，第2章及び本章の解析法において，区間SとS+1の境界面で発生した反射電磁界は，透過電磁界と共に，区間

ヨコ 20×20

S-1とSの境界面における電磁界の整合条件に組み込むべきである。しかし，反射電磁界の電力は，透過電磁界の電力に比べて，十分小さいと考えられるので，区間S-1とSの境界面における電磁界の整合条件においては，無視してある。

4．数値計算例及びその検討

本章では，第2章及び3章で述べた2つの異なる解析法に基づいて，2,3のテーパ型単一モードスラブ導波路の放射損失，並びに，前進放射モードの放射パタンを数値計算した結果を示す。

本章では，第2章で述べた解析法を“方法1”，第3章のそれを“方法2”と呼ぶことにする。図3及び図4は，それぞれ，出射端半幅が入射端半幅より大きいテーパ（増大型テーパ）の場合，及び，出射端半幅が入射端

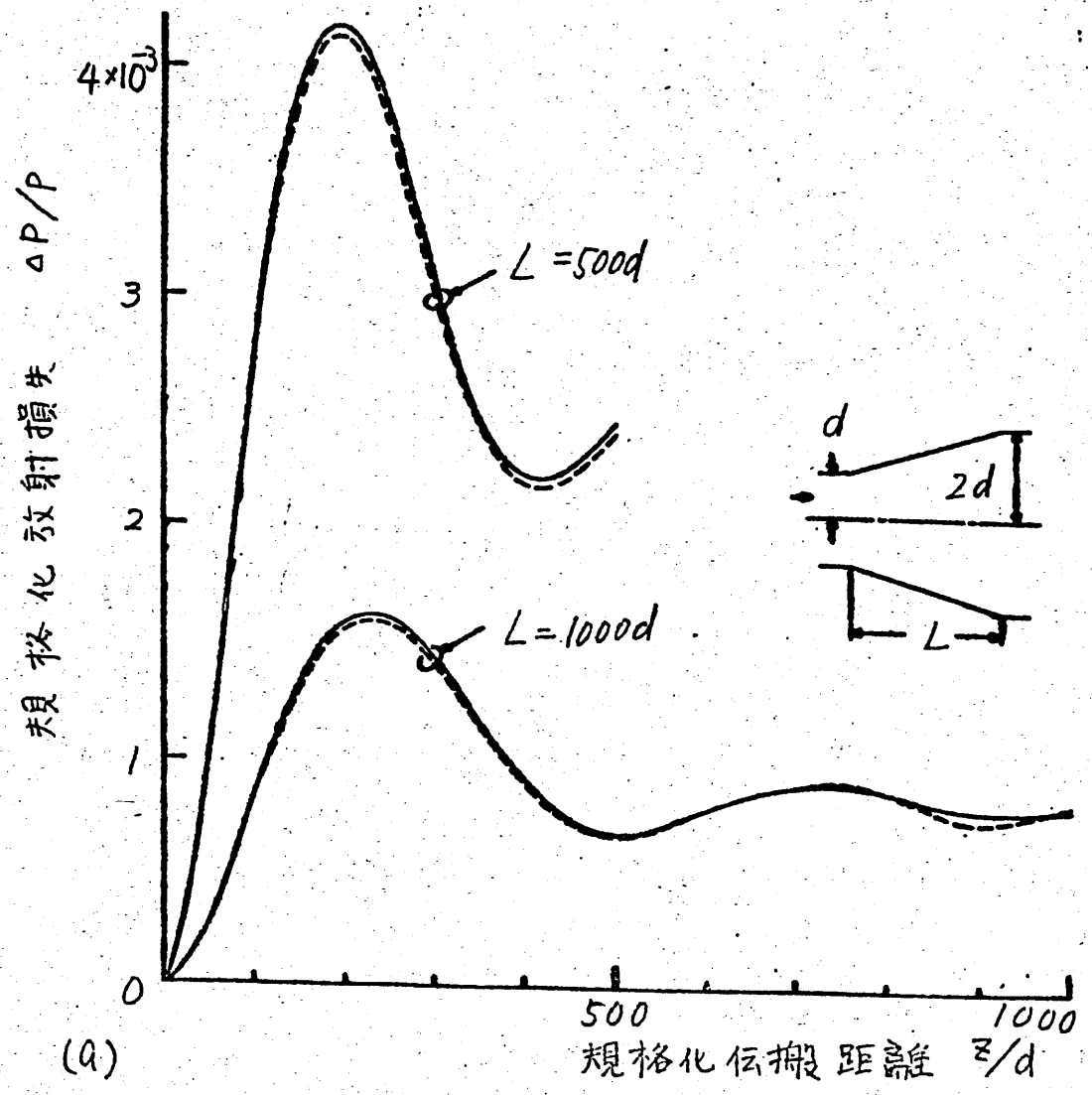


図3．増大型テーパの場合の伝搬距離に対する規格化放射損失．但し，実線及び破線は，それぞれ，方法Ⅰ及び方法Ⅱによる結果である。(a)及び(b)は直線形テーパの放射損失であり，(c)及び(d)は指数関数形テーパの場合の放射損失である。($n=1.01$, $\sqrt{n^2-1}\,k_0 d=0.5$)．

半幅より小さいテーパ（縮小型テーパ）の場合の放射損失を，入射端からの距離の関数として示したものである。これらの数値計算例では，全て，テーパ部の分割数を100としているが，これを200分割に増加しても，放射損失特性曲線には，ほとんど変化が見られない。なお，方法2では，仮想電気壁間隔の$\frac{1}{2}$

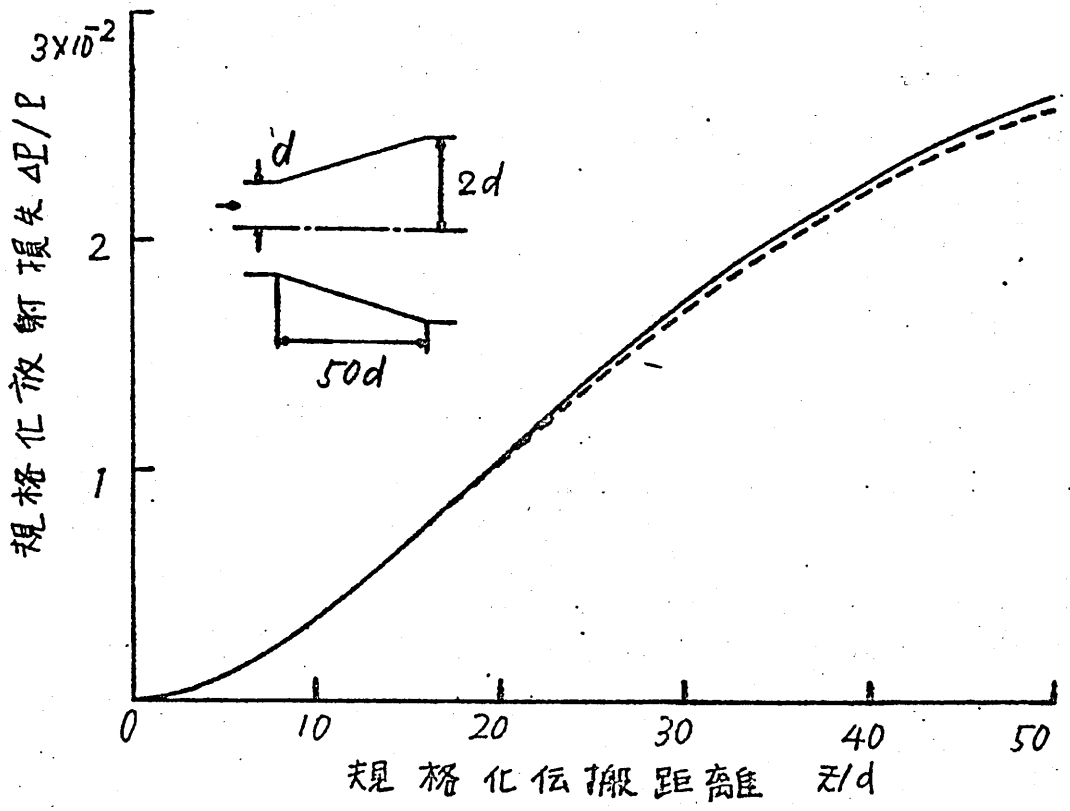


図3.(b)

を40dとして，局部正規モードの数を，テーパ部の全長を通じて，45個に選んである。テーパ長50d程度では，入射端と出射端との

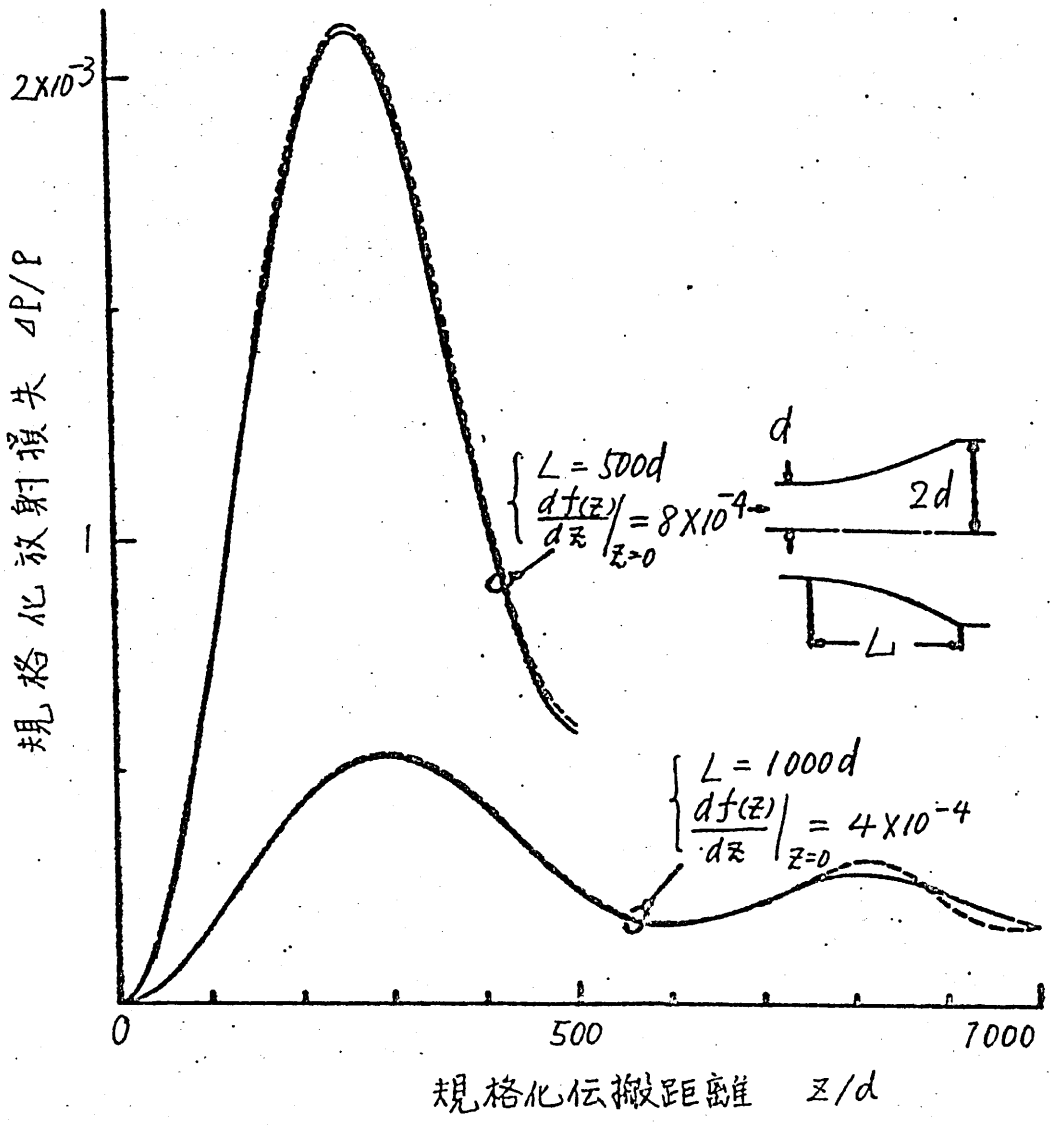


図3．(C)

半幅比が同一であれば，直線型テーパ，指数関数型テーパの如何にかかわらず，出射端における放射損失は，ほぼ一致することがわかる。しかし，テーパ長が500d程度以上になると，指数関数型テーパの放射損失の方が，直線型テーパよりも小さくなっていることがわかる。[5] 又，図3及び図4から，増大型テーパ

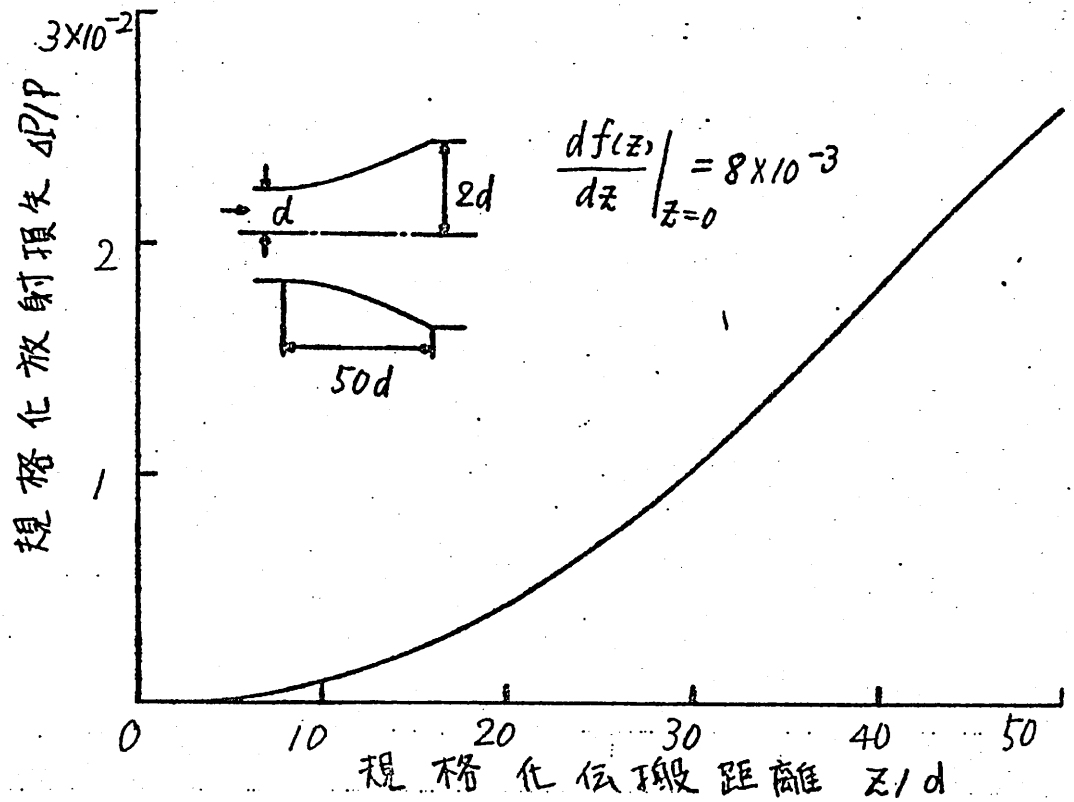
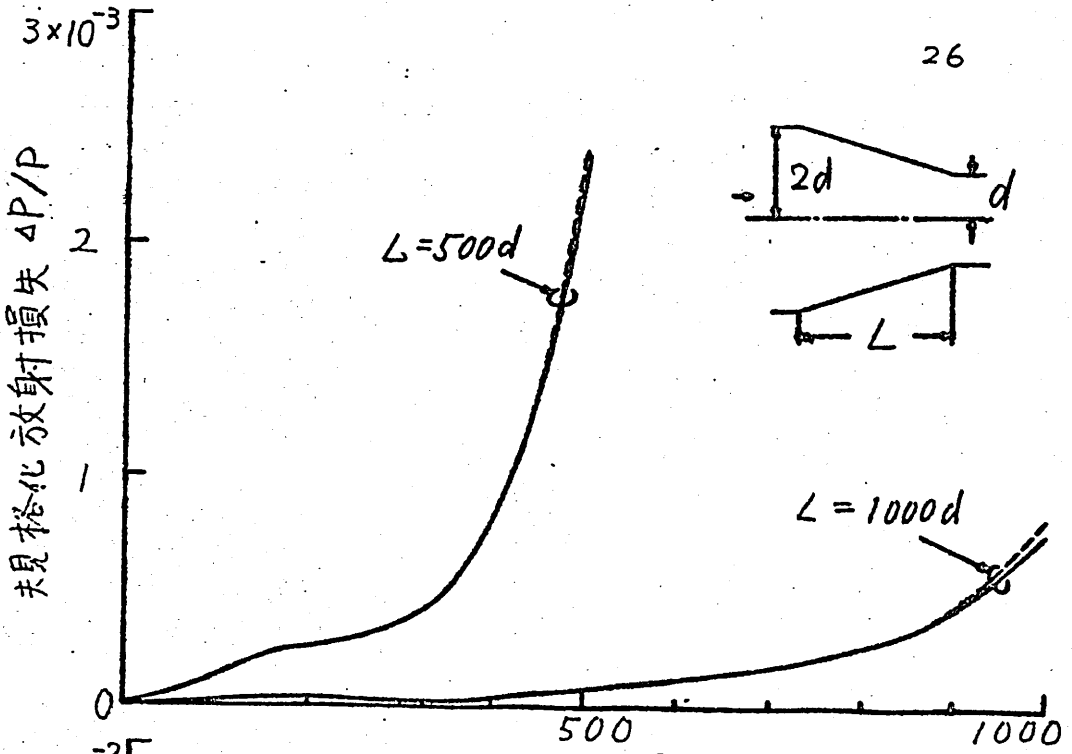


図3、(d)

コクヨ 20×20



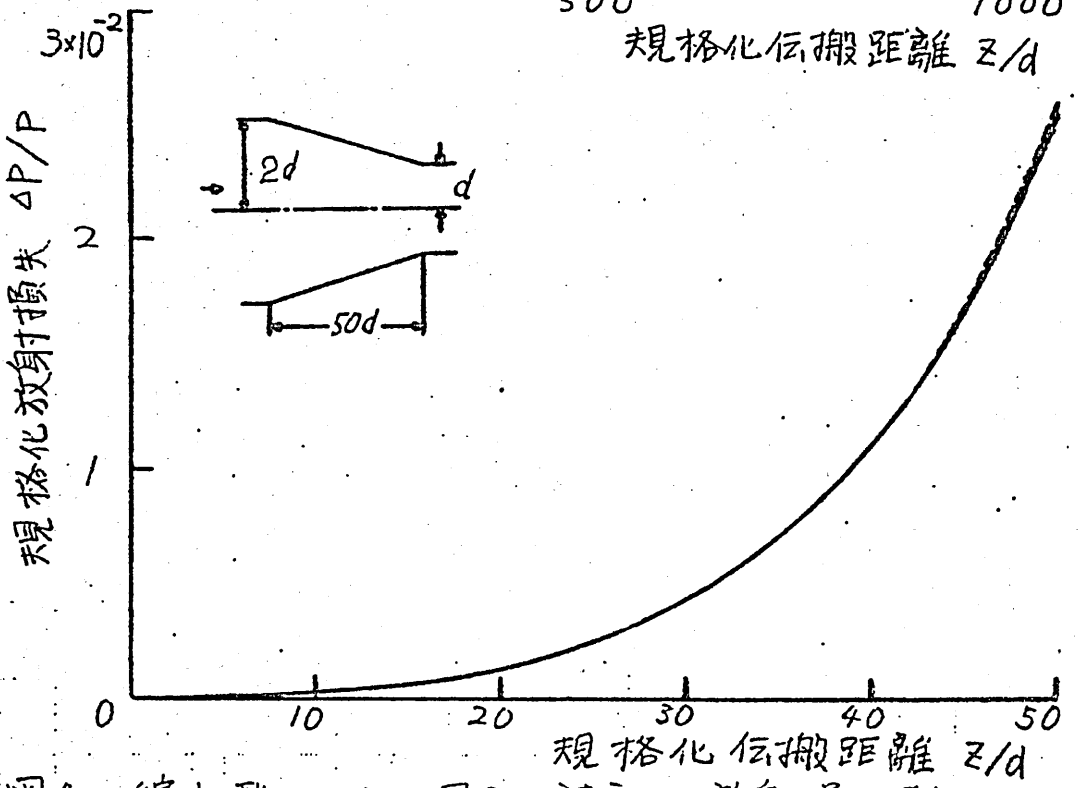


図4. 縮小型テーパの図3に対応する放射損失特性
($n=1.01$, $\sqrt{n^2-1}\,k_0 d = 0.5$)

と縮小型テーパの出射端における放射電力は，極めて良く一致することがわかる。これは，導波モードの電力が，テーパ部を通じて，ほぼ一定値をとるためであると思われる。従っ

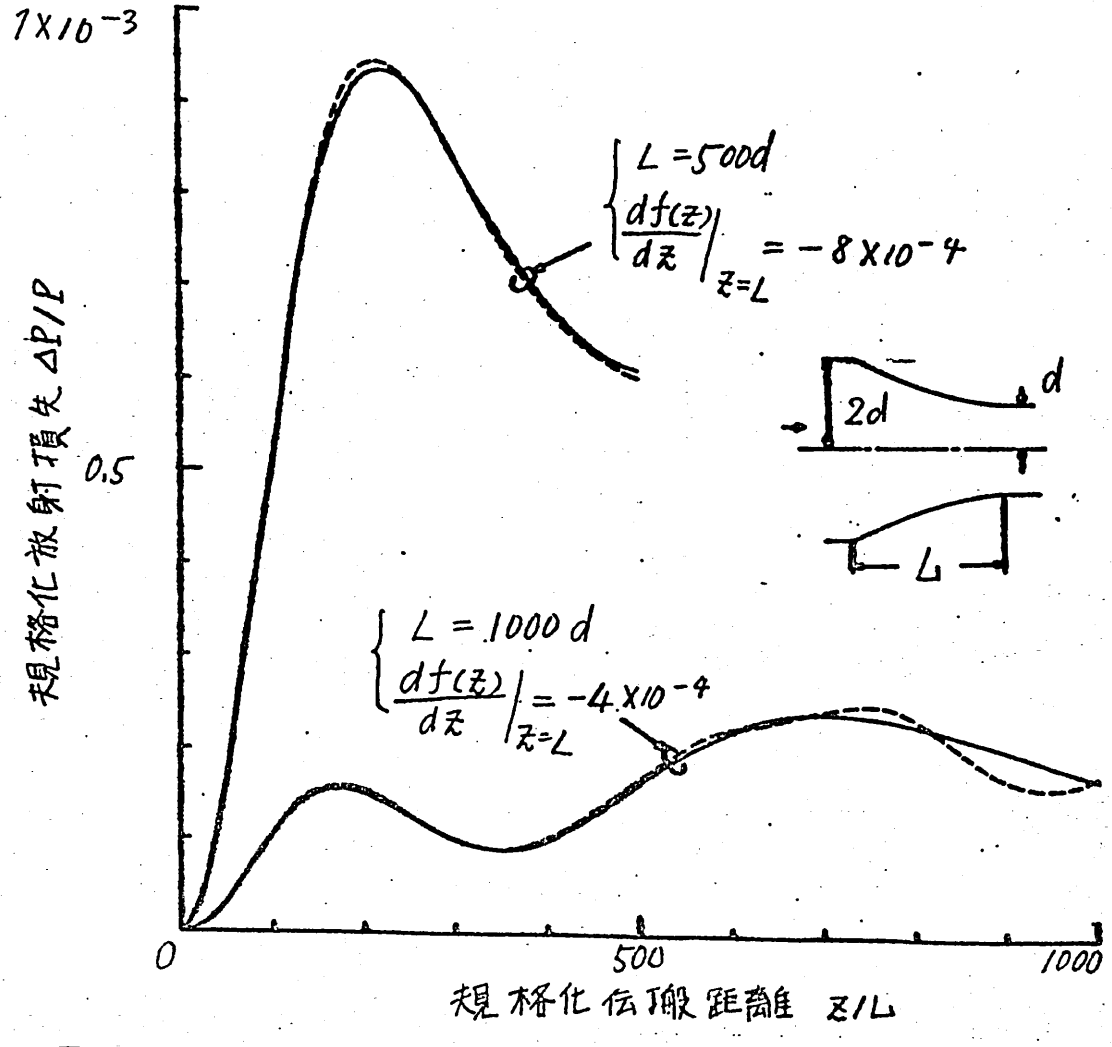


図4，(c)

て，本稿で取り扱った程度のゆるやかな単一モードテーパでは，入射端及び出射端を交換して，増大型テーパ或いは縮小型テーパとしても，出射端で観測する限り，ほぼ同じ大きさの放射損失を受けることがわかる。

次に，直線型テーパの出射端における放射パタンを図5に示す。同図(a)は方法1，(b)は

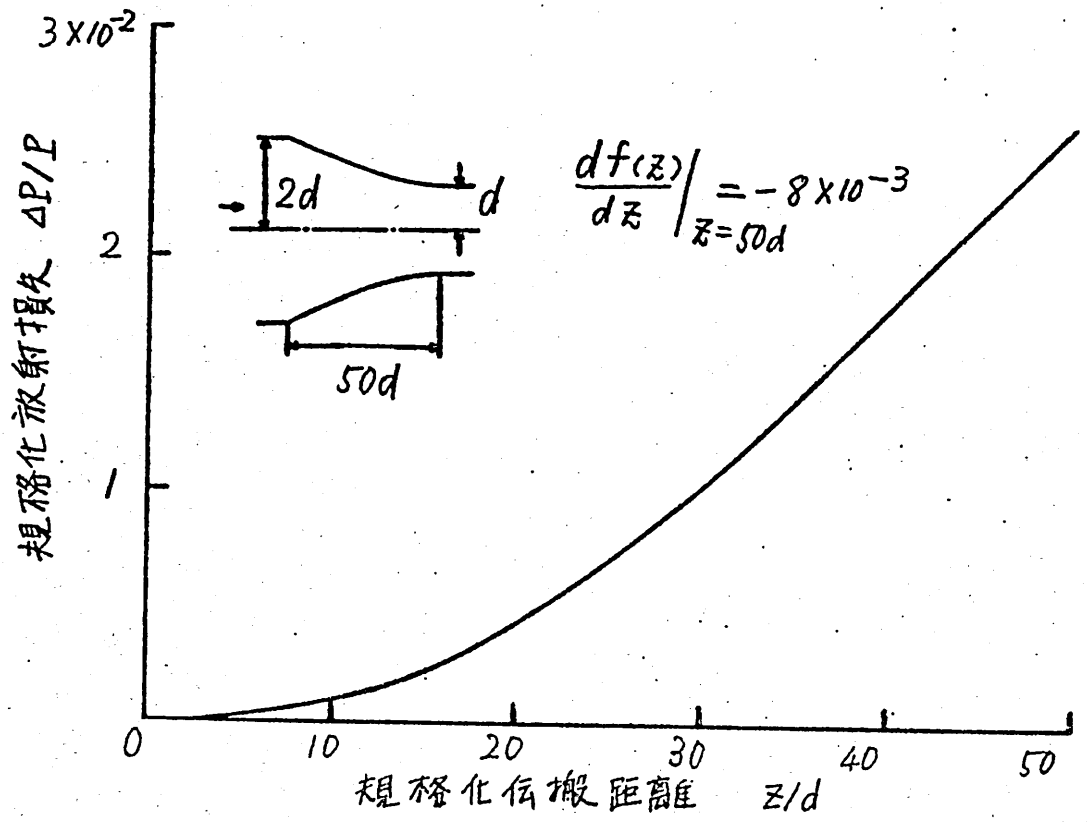
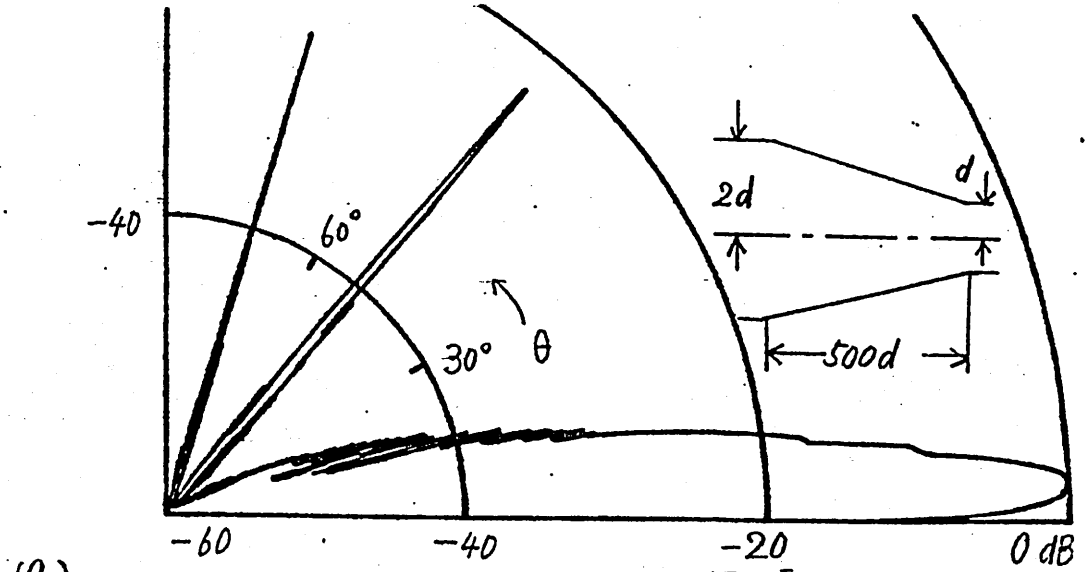
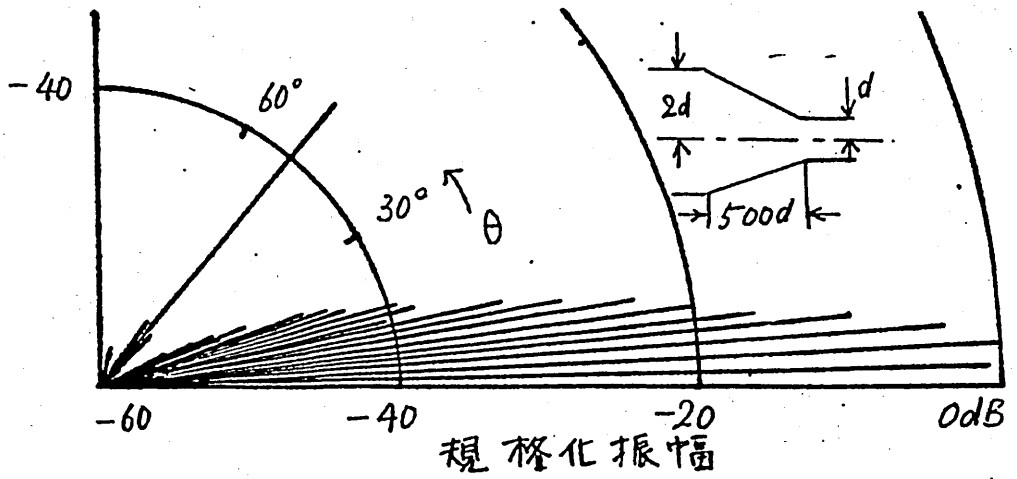


図4；(d)



(a)



(b)

図5、(a) 方法1 及び(b) 方法2による放射パタン ($n=1.01$, $\sqrt{n^2-1}\,k_0 d=0.5$)

方法2による放射パタンである。方法1では，その放射モードは連続スペクトルを形成しているが，方法2では，それらは離散化されているために，放射パタンも線スペクトルで示してある。両者の輪郭の形は，非常に良く一致している。同図(a)及び(b)に示されている角度50度付近のサイドローブは，テーパ型スラブ導波路の外形を階段状に近似したことによるものと考えられる。即ち，階段状の疑似周期変動の空間周波数Ω，導波モードの伝搬定数β_0及びサイドローブを形成する放射モードの伝搬定数βとの間に，次のようなブラッグの回折条件が成立している[17]

$$\beta = \beta_0 - \Omega = \beta_0 - 2\pi m/L \qquad (36)$$

但し，mは，ステップ分割の数である。なお，約69度方向のサイドローブは，第2高調波である。

図6は，入射側の規格化周波数を，(a) 0.2，(b) 0.5及び(c) 0.8と選んだ場合に，テーパ部

の導波路幅が，表1に示す関数に従って変化したときの放射損失特性を示す。但し，テーパ長Lを$500d_{in}$，又，入射側と出射側の導波路幅の比d_{out}/d_{in}をαとしている。図7に，表1の関数で与えられる導波路半幅の増加分$f(z)$を，テーパ部の距離z/Lに対して示す。図6から，規格化周波数が増すにつれて，放射損失は急激に減少すること，又，入射端で適当な傾き$B_5=0.4\alpha_1$を持つ指数関数型テーパの損失が，他のテーパに比べると，広い規格化周波数範囲に渡って小さいことがわかる。従って，規格化周波数が小さい導波路を接続する場合には，規格化周波数の大きい導波路を接続する場合に比べて，放射損失を同程度とするためには，長いテーパ部を用いる必要があると推測される。又、放射損失を最小にするという意味で，最適なテーパの関数形が存在することが予想される。

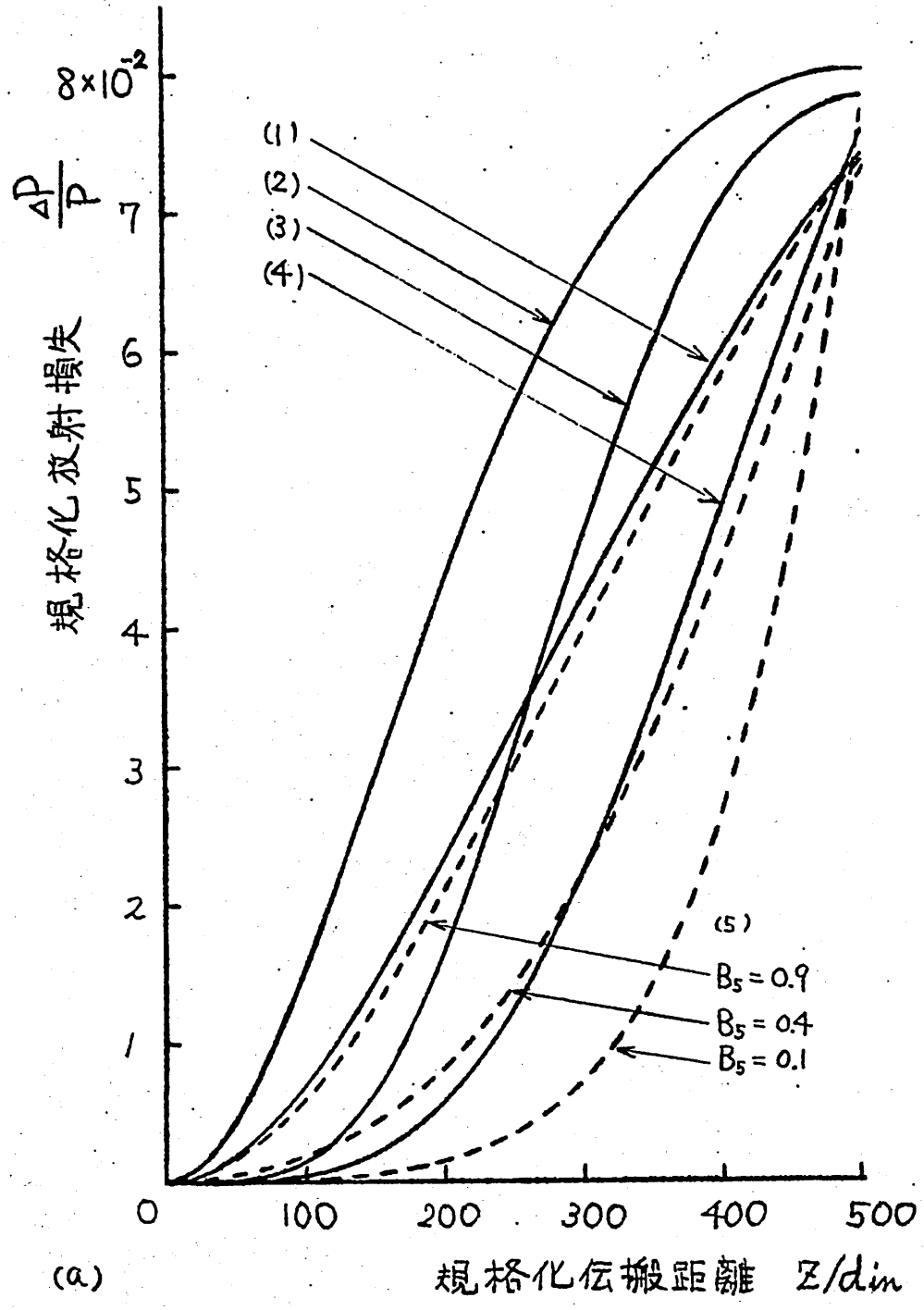


図 6. テーパ部の形状及び規格化周波数を変えた場合の放射損失特性（但 L, $n=1.01$, $d_{out}/d_{in}=2$, 及び $L=500\,d_{in}$）(a) $V=\sqrt{n^2-1}\,k_0 d=0.2$
(b) $V=0.5$ 及び $V=0.8$

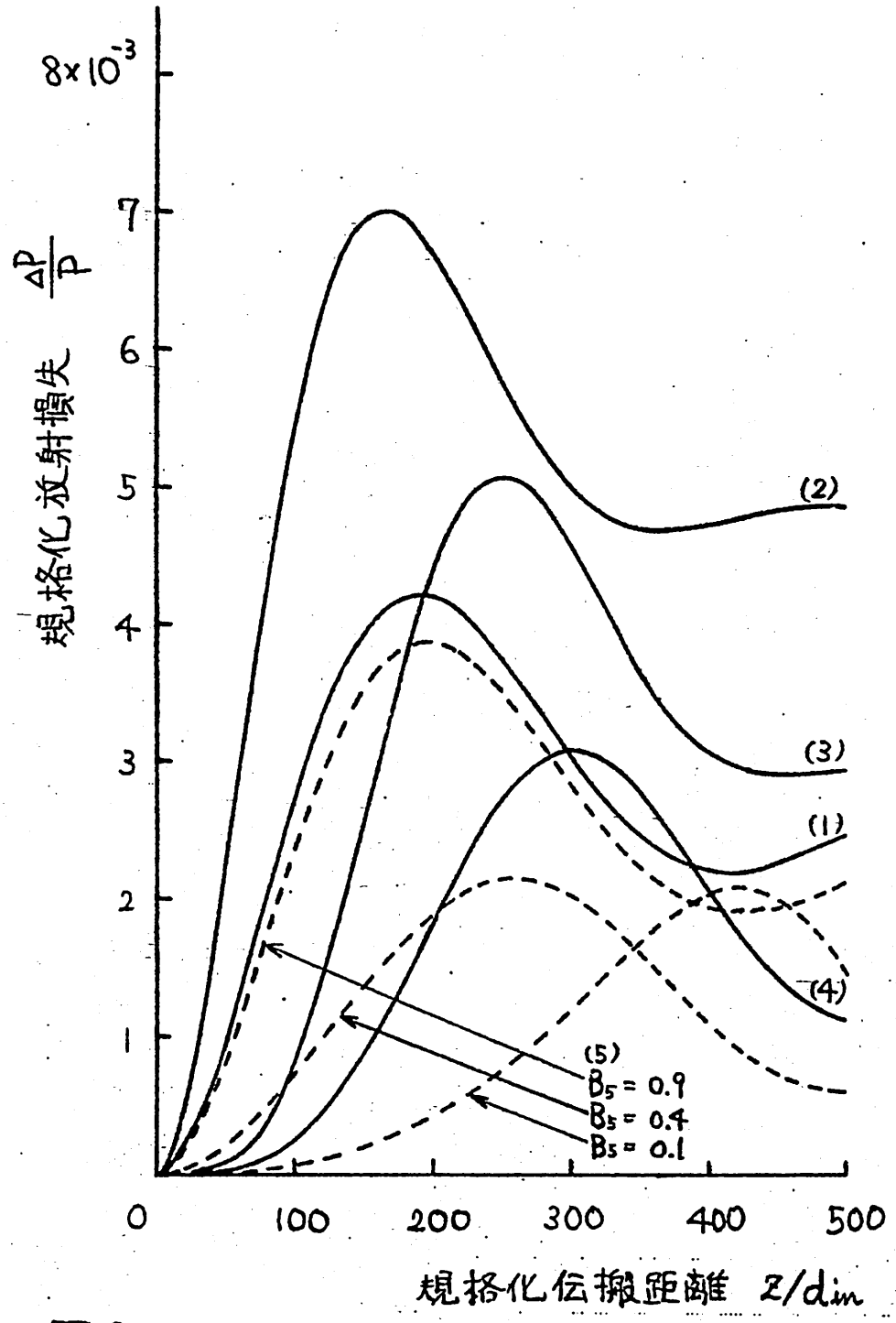

8×10⁻³
7
6
5
4
3
2
1
規格化放射損失 ΔP/P
(2)
(3)
(1)
(4)
(5)
B₅ = 0.9
B₅ = 0.4
B₅ = 0.1
0
100
200
300
400
500
規格化伝搬距離 Z/dm

図 6. (b)

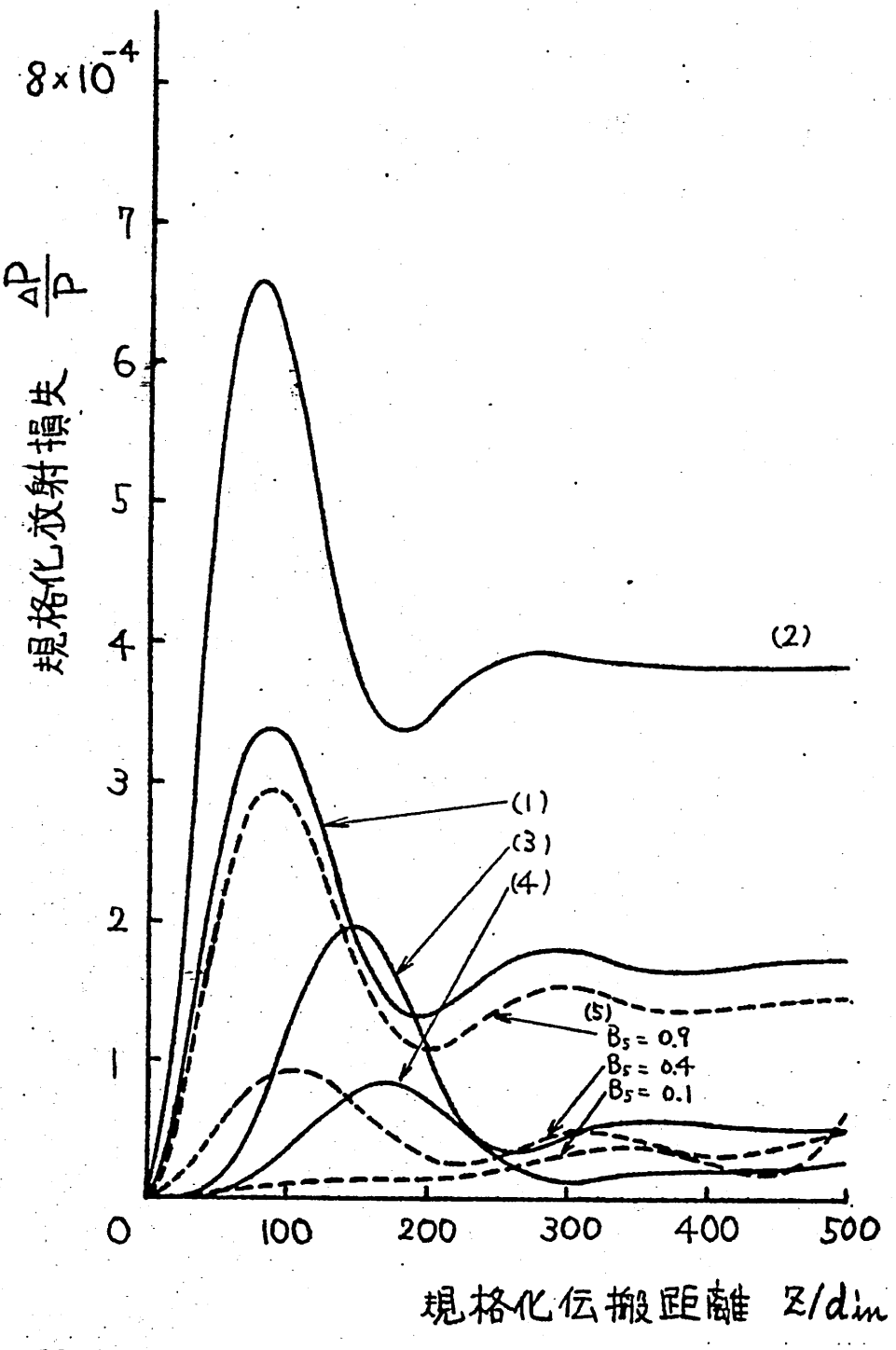

8×10⁻⁴
7
6
5
4
3
2
1
0
100
200
300
400
500
規格化放射損失 ΔP/P
規格化伝搬距離 Z/dm
(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
Bs = 0.9
Bs = 0.4
Bs = 0.1

図 6 .(c)

表1. テーパの形状を定める関数 $f(z)$

(但L, α_n, A_n, 及び B_n は, 任意定数である。)

	$f(z)$
(1)	$\alpha_1 z$
(2)	$A_2 \sin \alpha_2 z$
(3)	$A_3(1-\cos \alpha_3 z)$
(4)	$A_4\{\sin(\alpha_4 z - \frac{\pi}{2}) + 1\}$
(5)	$A_5(e^{\alpha_5 z} - 1)$ $(\because f_5'(0) = B_5 \times \alpha_1 = A_5 \times \alpha_5)$

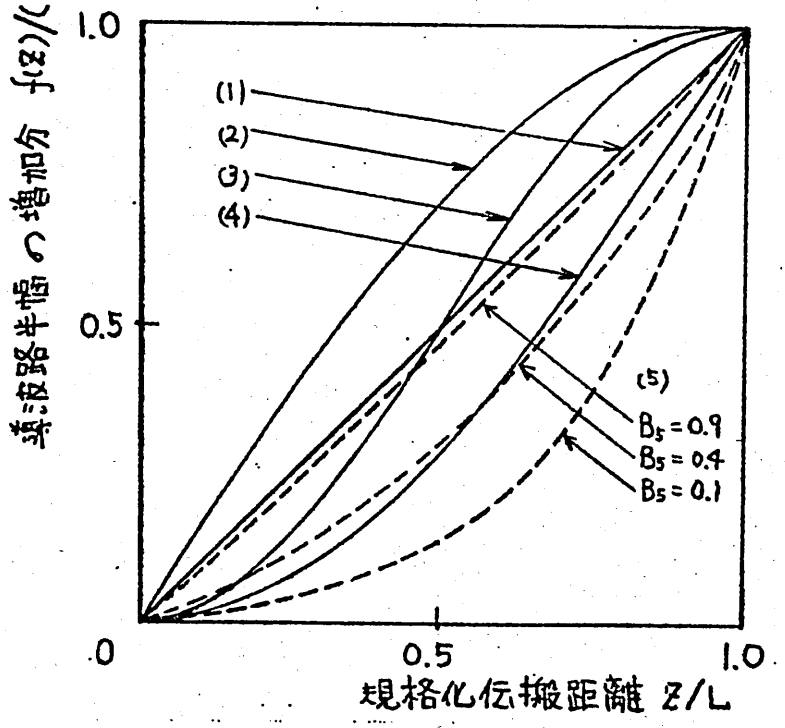


図7. 表1に示すテーパの形状

最後に，異なる幅を有するスラブ導波路を直接接続した場合の放射損失を，図8に示す。但し，実線，破線及び一点鎖線は，それぞれ，方法1，方法2及び従来の Marcuse による方

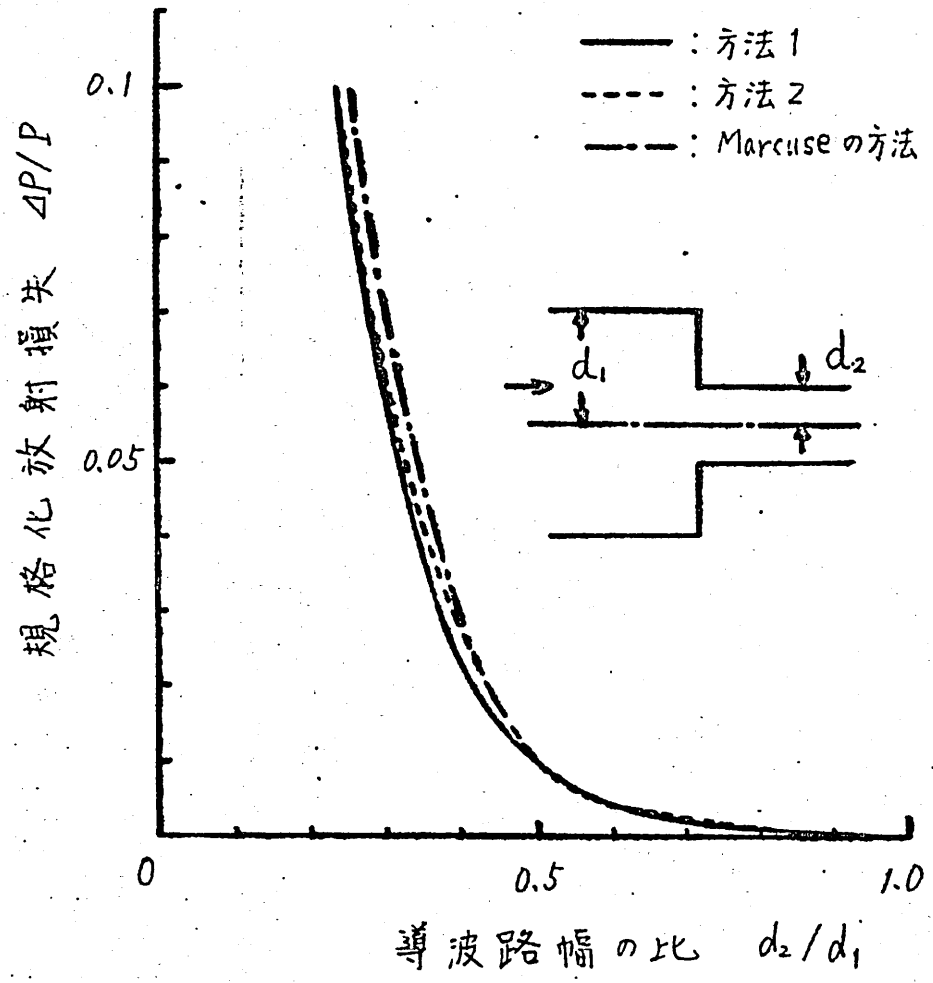


図8. 単一のステップによる放射損失 ($n=1.01$, $\sqrt{n^2-1}\,k_0 d=1.0$)

法の結果を示している。同図より，3つの方法による結果が，ほぼ一致していることがわかる。

5. あとがき

スラブ型光導波路のテーパ部における放射損失特性を，2つの異なる解析法に基づいて，数値的に検討した。即ち，1つの方法は，従来のステップ近似解析法よりも正確に境界条件を整合させることにより，再結合の効果をより厳密に取り扱った。もう1つの方法は，連続体放射モードを離散的なモードで近似することにより，解析を簡単化してテーパ型導波路を取り扱った。その結果，2つの方法による解析結果は，良く一致することが明らかとなった。又，放射損失を最小にする最適なテーパ部の形状が存在する可能性のあることを示した。単一のステップによる放射損失を，

コクヨ 20×20

本稿の2つの解析法で計算した結果と，Marcuseの解析法によって計算した結果とを比較すると，ほぼ一致することがわかった。

本稿では，単一モードスラブ型光導波路のテーパ部を伝搬するTEモードについてのみ解析を行なったが，多重モード導波路のテーパ部を解析することができるように，本解析法を拡張すること，並びに，TMモードについても同様の解析を行なうことは興味ある課題であると思われる。又，本稿で提案した方法2は，スラブ導波路よりも複雑なファイバーのテーパ部の解析に用いると，連続体モードを用いた従来の解析[10]よりも有利であると思われる。

参考文献

(1) D. Marcuse:"Radiation Losses of Tapered Dielectric Slab Waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49, 2, p.273 (Feb. 1970).

コクヨ 30×20

(2) A. R. Nelson:"Coupling Optical Waveguides by Tapers", Applied Optics, 14, 12, p.3012(Dec. 1975).

(3) D. Marcuse:"Theory of Dielectric Optical Waveguides", Academic Press, New York and London, 1974.

(4) M. D. Wagh:"Coupling Efficiency between Light Pipes of Different Dimension", Applied Optics, 15, 11, p.2840 (Nov. 1974).

(5) D. Marcuse:"Light Transmission Optics", Van Nostrand Reinhold Co. (Bell Laboratory Series) 1972.

(6) 小野，佐久間，沢：“テーパ状誘電体単一モードスラブ導波路の放射損失”，昭和53年度電気関係学会四国支部連大，4-14.

(7) D. Marcuse:"Theory of Single-Material Fibers", Bell Syst. Tech. J., 53, 10, p.1619(Oct. 1977).

(8) 沢，尾高，小野：“テーパ状誘電体スラブ導波路の新しい解析法”，昭和53年度電気関係学会四国支部連大 4-15.

(9) D. Marcuse:"Radiation Losses of Parabolic-Index Fibers with Bent Axes", Applied Optics, 17, 5, p.755 (march 1978).

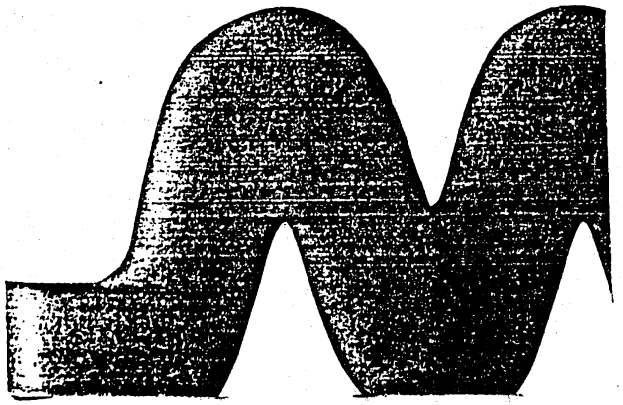
(10) D. Marcuse:"Radiation Losses of the Dominant Mode in Round Dielectric Waveguides", Bell Syst. Tech. J., 49 8, p.1165(Oct. 1970).

8th EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE 78

BOOK OF ABSTRACTS

The International Conference
designed for the Microwave Community

4th – 8th SEPTEMBER, 1978
HOTEL MERIDIEN
PARIS
FRANCE



TECHNICAL PROGRAMME

MONDAY, September 4

0915–1015 **Opening Session**

Opening Address: Minister of Research

Welcome Address: Prof. E. Constant
Conference Chairman

1015–1050 INV.1 ADVANCES IN THE FIELD OF MICROWAVE RADIOMETRY BY THE TECHNOLOGICAL PROGRESS IN THE MILLIMETER-WAVE REGION
K. Grüner
Institut für Slugsunk and Mikrwellen,
Wessling-Oberpfassenhosen, W. Germany.

1110–1230 **Session SS1 – Miscellaneous Components**

SS1.1 PERFORMANCE AND CIRCUIT CHARACTERISTICS OF CATT's
J.R. Eshbach, S.P. Yu, W.R. Cady, N.T. Lavoo
General Electric Company,
Schenectady, New York, U.S.A.

SS1.2 WIDE BAND FREQUENCY DOUBLER
D. Dorsi
GTE Telecommunicazioni,
Milan, Italy.

SS1.3 OPTIMUM COMPUTER-AIDED DESIGN OF HYPERABRUPT VARACTORS
N. Saleh, M. Sheira, W. Anees
Ain Shams University,
Cairo, Egypt.

SS1.4 A NEW TYPE OF MICROWAVE POWER LIMITER WITHOUT SPIKE LEAKAGE
B. Boittiaux, J.M. Jendrzejczak
Université de Lille, LA287,
Villeneuve d'Ascq, France.
G. Forterre, J. Marcoux
Lignes Téléphoniques et Télégraphiques,
Conflans Ste. Honorine, France.

1110–1250 **Session REM – Radiometry and Remote Sensing**

REM.1 IMPROVED MICROWAVE RADIOMETRY FOR REMOTE SENSING
A. Leber, T. Flattau
AIL,
Melville, New York, U.S.A.

REM.2 CAPABILITY OF A MICROWAVE ACTIVE SPECTROMETER IN THE 0,5-4 GHz BAND
G. Perthen, L. Szabo
Technische Universität,
Braunschweig, Germany.

REM.3 MICROWAVE IMAGES OF SUB-SURFACE UTILITIES IN AN URBAN ENVIRONMENT
A.P. Anderson, P.J. Richards
University of Sheffield,
Sheffield, England.

REM.4 APPLICATION OF TWO GROUND-BASED MICROWAVE RADIOMETERS FOR INDIRECT DETERMINATION OF THE TEMPERATURE PROFILE OF THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER
B. Schönwald
Universtat Hamburg,
Hamburg, Germany.

REM.5 CROP AND VEGETATION STUDIES USING X-BAND SCATTEROMETER
O.P.N. Calla, N.S. Pillai, O.P. Kaushik, V.H. Bora
Space Applications Centre,
Ahmedabad, India.

1415–1450 **Invited Paper**

INV.2 MICROWAVE FET's : WHAT'S NEW
C. Liechti
Hewlett Packard,
Palo Alto, California, U.S.A.

1450–1610 **Session SS2 – Subnanosecond Logic**

SS2.1 MICROWAVE FREQUENCY DIGITAL CIRCUITS USING GaAs MESFET's WITH A PLANAR SELF-ALIGNED TECHNOLOGY
G. Durand, M. Cathelin, J.P. Chane, M. Gavant
L.E.P.,
Limeil Brevannes, France.

SS2.2 PSEUDO-RANDOM SEQUENCE AND PROGRAMMABLE WORD GENERATORS UP TO 10 GIGABIT/s
R. Schwarte, B. Brinkmeier, J. Fischer, H. Koppenhöfer, K.H. Narzinski, R. Sinning
Technical University,
Aachen, Germany.

SS2.3 1.2 GBit/s-PSEUDO RANDOM PULSE GENERATOR USING MULTIPLEXING WITH GaAs MESFET's
C. Hede
Technical University of Denmark,
Lyngby, Denmark.

SS2.4 GBit/s-PULSE PROPAGATION IN MICROSTRIP DISCONTINUITIES
W. Menzel
University of Duiberg,
Duisberg, Germany.

1450–1610 **Session PC1 – Integrated Transmission Lines and Circuits**

PC1.1 COUPLED-LINE DIRECTIONAL COUPLERS FOR M.I.C.
M. Houdard
Thomson CSF,
Malakoff, France.

PC1.2 COUPLED COMBLINE STRUCTURES FOR USE IN M.I.C.'s
V. Rizzoli, A. Lipparini
University of Bologna,
Instituto di Elettronica,
Bologna, Italy.

PC1.3 CONTINUOUS EIGENVALUE MODE SPECTRUM ANALYSIS OF MICROSTRIP OPEN-CIRCUIT TERMINATORS
A. Henderson, J.R. James
Military College of Science,
Swindon, Wilts., England.

PC1.4 GUIDING CHARACTERISTICS AND RADIATION CHARACTERISTICS OF PLANAR WAVEGUIDES
H. Ermert
Universitaet Erlangen,
Nuernberg, Federal Republic of Germany.

1630–1750 Session PC2 – Integrated Transmission Lines and Circuits

PC2.1 FIELD DESCRIPTION FOR GENERALIZED (MULTI-SLOT) FIN-LINE STRUCTURES
A.M. Kamal Saad, K. Schünemann
Technische Universität,
Braunschweig, Federal Republic of Germany.

PC2.2 NEW MICROSTRIP TRANSMISSION LINES FOR MICROWAVE INTEGRATED CIRCUITS
K. Sachse, A. Sawicki
Technical University of Wroclaw,
Wroclaw, Poland.

PC2.3 ANALYSIS OF SOME THREE-DIMENSIONAL MICROSTRIP DISCONTINUITIES IN TERMS OF FREQUENCY
A. Ros, T. Jarkas, D. Pompei
Faculté des Sciences et des Techniques,
Nice, France.

PC2.4 AN ACCURATE BROADBAND DESKTOP COMPUTER MODELING FOR RADIAL INTEGRATED MICROWAVE CIRCUITS
A.C. Derycke, L. Dupont, M. Del Gudice, G. Salmer
Centre Hyperfréquences et Semiconductors,
LA287, Villeneuve d'Ascq, France.
Thomson CSF-LCR,
Orsay, France.

1630–1830 Session SC – Microwave Equipments for Phase Array Communication Satellites

SC.1 A HIGH-CAPACITY SATELLITE UTILIZING FIXED AND SCANNING SPOT ANTENNA BEAMS
D.O. Reudink, Y.S. Yeh
Bell Laboratories,
Holmdel, New Jersey, U.S.A.

SC.2 ACTIVE X-BAND PHASED ARRAY MODULES AND THEIR PHASE STABILITY
H. Steyskal
National Defense Research Institute,
Stockholm, Sweden.

SC.3 BIPOLAR AND F.E.T. POWER AMPLIFIERS FOR A 2.6 GHz COMMUNITY TELEVISION TRANSPONDER
D.J. Adlam, I.R. Maiden, J.A. Vaughan
Marconi Space and Defense Systems Ltd.,
Portsmouth, England.

SC.4 LOW NOISE L-BAND GaAs FET AMPLIFIER DESIGN
L. Nevin, R. Wong
Hewlett Packard,
Palo Alto, California, U.S.A.

SC.5 AN 18-CHANNEL PHASE-MATCHED, SINGLE-CONVERSION UPCONVERTER FROM 30 MHz to L BAND
A.A. Goacher
Marconi Space and Defense Systems Ltd.,
Portsmouth, England.

SC.6 COMPACT LOW LOSS L-BAND DIPLEXER FOR SPACE APPLICATIONS
E. Andersen, M. Mathiesen, J. Wested
Elektronikcentralen,
Hörsholm, Denmark.

TUESDAY, September 5

0900–1010 Invited Papers

INV.3-1 MICROWAVE SUPERCONDUCTING ELECTRONICS
R. Adde
I.E.F.,
Université de Paris XI,
Orsay, France.

INV.3-2 NOVEL MICROWAVE TECHNIQUES FOR INDUSTRIAL MEASUREMENTS
W. Schilz
Philips GmbH Forschungslaboratorium,
Hamburg, W. Germany.

1030–1230 Session AN1 – Antennas 1

AN1.1 REAL TIME INFRARED DETECTION OF SURFACE CURRENT AND SURFACE CHARGE DENSITY DISTRIBUTIONS
R.W. Burton
Naval Postgraduate School,
Monterey, California, U.S.A.

AN1.2 DUAL-POLARISED MODE-GENERATOR FOR CROSS-POLAR COMPENSATION IN OFFSET PARABOLIC REFLECTOR ANTENNAS
B.K. Watson, A.W. Rudge, N.A. Adatia
ERA Limited,
Leatherhead, Surrey, England.

AN1.3 LUNEBERG REFLECTORS OPERATING IN CIRCULAR POLARIZATION
F. Dachert, J. Gelin
L.T.T.,
Conflans Ste. Honorine, France.

AN1.4 A NEW METHOD FOR SUPPRESSING THE AXIAL DIVERGENCE OF G.T.D. IN THE STUDY OF THE CIRCULAR APERTURE IN ITS NEAR FIELD ZONE
P.F. Combes
ONERA/CERT,
Toulouse, France.

AN1.5 A NEW ELLIPTICALLY SHAPED BEAM ANTENNA
S. De Padova, E. Pagana, G. Rosenga
CSELT,
Torino, Italy.

AN1.6 SOFTWARE PACKAGE FOR DESIGN OF SUB-REFLECTORS TO COMPENSATE FOR DEFORMATIONS IN MAIN REFLECTORS OF CASSEGRAIN ANTENNAS
R.H.T. Bates, M.O. Milner
University Canterbury,
Christchurch, New Zealand.

1030–1250 Session PC3 – Ferrites and Semiconductors

PC3.1 OPTIMIZATION OF NON-RECIPROCAL CENTIMETER-WAVELENGTH DEVICES USING n-TYPE GERMANIUM SLABS
F. Gauthier, M. Besse, Y. Garault
Laboratoire d'Electronique des Microondes,
Limoges, France.

PC3.2 MAGNETOSTATIC SURFACE WAVE GROUP DELAY EQUALIZER
L. Courtois, J.R. Mahieu
Laboratoire de Magnétisme et d'Optique des Solides,
Meudon Bellevue, France.
L.T.T.,
Conflans Ste. Honorine, France.

PC3.3 IMPROVED MICROSTRIP CIRCULATOR DESIGN BY MODIFIED RESONANCE COMPUTATIONS
N. Krause
Universität Erlangen
Nürnberg, Germany.

PC3.4 ANALYTICAL STUDY OF HELICAL LATCHING FERRITE PHASE STRUCTURE
K.P. Ivanov
Bulgarian Academy of Sciences,
Sofia, Bulgaria.

PC3.5 GYROTROPIC SUSCEPTIBILITY OF POLYCRISTALLINE FERRITES MAGNETIZED AT REMANENCE STATE: APPLICATION TO LATCHING DEVICES
L. Courtois, J. Fernandez
Laboratoire de Magnétisme et d'Optique des Solides,
Meudon-Bellevue, France.

PC3.6 FERRITE AND SEMI-CONDUCTOR RECIPROCAL PHASE SHIFTERS IN MILLIMETER RANGE
B. Chan Song Lint, A. Priou
ONERA/CERT,
Toulouse, France.

PC3.7 GALERKIN – METHOD CALCULATION OF THE PROPAGATION CONSTANT IN A GYROELECTRIC INHOMOGENOUS WAVEGUIDE
E. Pic, H. Luong
Laboratoire d'Electromagnétisme,
Grenoble, France.

1400–1435 Invited Paper

INV.4 MICROWAVE FIELD INFLUENCE ON SOME CHEMICAL AND BIOLOGICAL OBJECTS
A.I. Tereshchenko
Kharkov Institute of Radio Electronics,
Kharkov, USSR.

1435–1615 Session SS3 – FET Oscillators

SS3.1 X-BAND GaAs MESFET OSCILLATORS FOR MIC PURPOSES
R. Stahlmann
Technical University,
Aachen, Germany.

SS3.2 A COAXIAL GaAs FET OSCILLATOR STABILISED WITH A TEMPERATURE-COMPENSATED M.I.C. DISCRIMINATOR
D.S. James, P. Lawson
Ferranti Limited,
Poynton, Cheshire, England.
University College N. Wales,
Bangor, United Kingdom.

SS3.3 STABLE FET LOCAL OSCILLATOR AT 11 GHz WITH ELECTRONIC AMPLITUDE CONTROL
P. Lesartre, R. Dessert, J. Magarshack
L.E.P.,
Limeil Brevannes, France.

SS3.4 VERY HIGH-Q DIELECTRIC RESONATOR VOLTAGE-CONTROLLED OSCILLATORS
S. Watanabe, N. Kusama, K. Sakamoto
Nippon Electric Co.,
Yokohama, Japan.

SS3.5 BROADBAND YIG TUNED FET OSCILLATORS
Y. Letron, S. Barvet, J. Obregon
Thomson-CSF, DMH,
Orsay, France.

1435–1635 Session AN2 – Antennas 2

AN2.1 ELECTROMAGNETICALLY COUPLED MICROSTRIP DIPOLE ANTENNA ELEMENTS
H.G. Oltman
Hughes Aircraft Company,
Canoga Park, California, USA.

AN2.2 DIFFRACTION OF A PLANE WAVE BY A FINITE ASSEMBLY OF CYLINDRICAL CONDUCTORS, APPLICATION TO AN ELECTRONIC SCANNING ANTENNA
Y. Michel, R. Pauchard, P. Vidal
Société d'Etude du Radant,
Orsay, France.

AN2.3 A NEW METHOD OF EXCITING AXIAL SLOTS CUT ON A CIRCULAR CYLINDER
M. Calvo, J.S. Minana
Universidad Politecnica de Madrid,
Madrid, Spain.

AN2.4 A NEW TRAVELLING-WAVE ANTENNA IN MICROSTRIP
W. Menzel
University of Duisberg,
Duisberg, W. Germany.

AN2.5 A TWIN LINE OMNI-DIRECTIONAL AERIAL CONFIGURATION
R. Hill
Philips Research Lab.,
Redhill, Surrey, England.

AN2.6 ANALYSIS MODEL FOR THE MICRO-STRIP SLOT ANTENNA
A. Van de Capelle, D. Amandt, J. Hermans
K.U. Leuven,
Department of Electrical Engineering,
Heverlee, Belgium.

1635–1835 Session PC4 – Filters

PC4.1 THE DESIGN OF MULTIPOLE FILTERS FOR USE IN MILLIMETRE WAVE IMAGE LINE INTEGRATED CIRCUITS
M.J. Aylward, N. Williams
ERA Limited,
Leatherhead, Surrey, England.

PC4.2 COMMENSURATE STRIPLINE BAND-PASS FILTERS WITH EQUALIZED GROUP DELAY CHARACTERISTICS
V. Tulaja
Fernuniversitaet,
Hagen, Germany.

PC4.3 AN ODD ORDER ELLIPTIC FUNCTION NARROW BANDPASS MICROWAVE FILTER
A.E. Williams
Comsat Laboratories,
Clarksburg, Maryland, USA.

PC4.4 A NEW TYPE OF DIELECTRIC RESONATOR FILTER
H.N. Shama Sundara, P. Guillon, Y. Garault
Laboratoire d'Electronique des Microondes,
Limoges, France.

PC4.5 STRIPLINE BANDPASS FILTER WITH VARIABLE PHYSICAL DIMENSIONS
J.P. Starski, L.J.P. Linner
Chalmers University of Technology and Hagakersgatan,
Göteborg, Mölndal, Sweden.

PC4.6 TEMPERATURE COMPENSATED MIC FILTER FOR ON-BOARD SATELLITE REGENERATORS
F. Assal, A. Berman, C. Mahle
Comsat Laboratories,
Clarksburg, USA.

1655–1835 Session MIC – MIC

MIC.1 16 x 16 FAST SWITCHING MATRIX, IN THE 3.7 - 4.2 GHz BAND FOR SATELLITE COMMUNICATIONS
X. Rozec
Thomson-CSF, DMH
Orsay, France.

MIC.2 TRANSMISSION LINE TRANSDUCER FROM DOMINANT-MODE CIRCULAR WAVEGUIDE TO MICROSTRIP
H. Hollmah
Deutsche Bundepost,
Darmstadt, W. Germany.

MIC.3 MICROSTRIPS FOR MICROWAVES CIRCUITS MADE BY ION PLATING
B. Raicu, G. Dinca
I.F.T.A.R.,
Bucharest, Romania.

MIC.4 PRODUCTION TECHNIQUES FOR MIC's
A. Finney
GEC Telecommunications Limited,
Coventry, England.

MIC.5 PROCESSING REQUIREMENTS FOR MASS PRODUCTION OF MICROWAVE HYBRID INTEGRATED CIRCUITS
M. Fache, J. Joly
L.T.T.,
Conflans Ste. Honorine, France.

WEDNESDAY, September 6

0900–1010 Invited Papers

INV.5-1 UTILIZATION OF MICROWAVE BANDS FOR DIGITAL RADIO SYSTEMS
R.S. Swain
Post Office Research Station,
Martlesham Heath, Ipswich, U.K.

INV.5-2 MICROWAVE ACOUSTIC DEVICES
D. Morgan
Allan Clark Research Laboratories,
Plessey, Towcester, U.K.

1030–1230 Session SS4 – FET's Technology and Modelling

SS4.1 SELF-ALIGNED GaAs POWER MESFET's FOR X BAND
P. Baudet, M. Binet, D. Boccon-Gibod,
L. Hollan
L.E.P.,
Limeil Brevannes, France.

SS4.2 A K-BAND ION IMPLANTED GaAs FET
C.T. Li, P.T. Chen, P.H. Wang
Hewlett Packard,
Santa Rosa, California, U.S.A.

SS4.3 FAILURE MECHANISMS AND RELIABILITY OF LOW NOISE GaAs FET's
J.C. Irvin, W.O. Schlosser
Bell Laboratories,
Murray-Hill, New Jersey, U.S.A.

SS4.4 RELIABILITY INVESTIGATION OF GaAs POWER FET's WITH ALUMINIUM GATE METALLISATION
P.W. White, B.L. Hewitt, J.A. Turner
Plessey Co. Ltd.,
Caswell, England.

SS4.5 DESKCOMPUTER SIMULATION OF FET's INCLUDING NON STATIONARY ELECTRON DYNAMICS
B. Carnez, A. Cappy, A. Kaszynski,
G. Salmer
Université de Lille, LA 287,
Villeneuve d'Ascq, France.

SS4.6 COMPUTER MODELLING OF GaAs FET's
C.R. Brewitt-Taylor, P.N. Robson,
J.E. Sitch
University of Sheffield,
Sheffield, England.

1030–1250 **Session PC5 – Waveguides, Resonators and Circuits**

PC5.1 APPROXIMATION OF THE FIELD COMPONENTS OF TE AND TM MODES IN WAVEGUIDES AND CAVITIES WITH GENERAL CROSS SECTIONS
P.J. Luypaert, W. Ranson
K.U. Leuven,
Heverlee, Belgium.

PC5.2 RESONANCES OF A "PILLARBOX" DIELECTRIC RESONATOR
M. Verplanken, J. Van Bladel
Laboratorium voor Elektromagnetisme en Acustica,
Rijksuniversiteit Gent,
Gent, Belgium.

PC5.3 THE POWER METHOD: A TECHNIQUE FOR GUIDING STRUCTURE ANALYSIS AND AN APPROACH TO MICROWAVE CIRCUIT SYNTHESIS
A. Mohsen
Institut für Hochfrequenztechnik,
Erlangen, Federal Republic of Germany.

PC5.4 ATTENUATION OF THE FUNDAMENTAL DIPOLAR MODE OF THE SHIELDED RING LINE
C. Fray, A. Papiernik
Université de Limoges,
Limoges, France.

PC5.5 POTENTIAL APPLICATIONS OF A HIGH Q OPEN RESONATOR IN THE Ka FREQUENCY
J. Bénard, Nguyen Tuong Viet, L. Wartski
IEF, Université Paris XI,
Orsay, France.

PC5.6 DEVICE-CAVITY INTERACTION SIMULATIONS USING T.L.M.
J.E. Sitch
University of Sheffield,
Sheffield, England.

PC5.7 METALLIC AND GOUBAU WAVE-GUIDES WITH ECCENTRIC CIRCULAR AND CONCENTRIC CIRCULAR-ELLIPTIC CROSS-SECTIONS
J.A. Roumeliotis, ABM.S. Hossain,
J.G. Fikioris
National University of Athens,
Athens, Greece.

1400–1540 **Session SS5 – FET Amplifiers**

SS5.1 IMPROVED DESIGN METHOD FOR X-BAND MICROSTRIP FET AMPLIFIERS WITHOUT EXPERIMENTAL ADJUST-MENT TECHNIQUES
A. Delgado, C. Camacho, V. Ortega
Universidad Politecnica de Madrid and
Ciudad Universitaria,
Madrid, Spain.

SS5.2 DESIGN AND PERFORMANCE OF A 2 TO 18 GHz MEDIUM POWER GaAs FET AMPLIFIER
G.R. Basawapatna
Hewlett Packard Co.,
Santa Rosa, California, USA.

SS5.3 DESIGN OF BROADBAND FET AMPLIFIERS
R. Degout, G. Chambaudu, J. Obregon
Thomson CSF-DMH,
Orsay, France.

SS5.4 A 4 GHz, TWT REPLACEABLE GaAs MESFET AMPLIFIER
Y. Arai, S. Murai, H. Komizo
Fujitzu Laboratories,
Kawasaki, Japan.

SS5.5 WAVEFORMS AND SATURATION IN GaAs POWER MESFETs
F.N. Sechi, H. Huang, B. Perlman
RCA,
Princeton, New Jersey, USA.

1400–1600 **Session MS – Measurements and Novel Applications (Industrial, Medical, etc).**
(Poster Session)

Measurements

MS.1 TREATMENT OF ERRORS IN CHARACTERISATION OF NON LINEAR AMPLIFIERS
G.K. Smith, G. Berretta
European Space Agency,
Noordwijk, The Netherlands.

MS.2 S-PARAMETERS OF HIGH FREQUENCY BIPOLAR TRANSISTORS MEASURED UNDER TRANSIENT BIAS CONDITIONS USING TIME-DOMAIN SPECTROMETRY
R.J. Hawkins
Post Office Research Centre,
Ipswich, Suffolk, England.

MS.3 APPLICATIONS OF THE IMPEDANCE TRANSFORMATION PROPERTIES FOR ANALYSIS AND MEASUREMENTS OF MICROWAVE NETWORKS WITH VARIABLE ELEMENTS
J. Modelski, T. Morawski
Warsaw Technical University, Poland.

MS.4 LEVELLED SUB-MICROWAVE SWEEP MEASUREMENTS WITH UNLEVELLED SOURCES AND ONLY ONE DETECTOR
U. Unrau
Technical University,
Braunschweig, Germany.

MS.5 SAMPLING CATHODE-RAY TUBE DEVICE FOR MICROWAVE WAVEFORM ANALYSIS
K. Fujisa, T. Ito, Y. Yamamoto, T. Iwai
Osaka University,
Toyonaka, Japan.

MS.6 APPLICATION OF GALVANOMAGNETIC DETECTORS BASED ON FERRO-MAGNETIC FILMS TO THE MEASURE-MENT OF MICROWAVE POWER FLOW IN UNMATCHED WAVEGUIDE
V.V. Semyonovich
Polytechnical Institute,
Kiev, USSR.

MS.7 A FAST SAMPLING FREQUENCY METER
M.J. Underhill, M. Sarhadi, C.S. Aitchison
Philips Research Laboratories,
Redhill, England.
Chelsea College,
London, England.

MS.8 SURFACE CHARACTERISTICS OF METALS AND WAVEGUIDE ATTENUATION AT MILLIMETER-WAVE FREQUENCIES BETWEEN 25 AND 180 GHz
F.J. Tischer
North-Carolina State University,
Raleigh, North Carolina, U.S.A.

MS.9 PRECISE DIELECTRIC MEASUREMENT TECHNIQUES FOR THE FREQUENCY RANGE 100 GHz TO 150 GHz
R.J. Cook, R.G. Jones
National Physical Laboratory,
Teddington, England.

MS.10 ABOUT EXPERIMENTAL MEASURE-MENTS OF DIELECTRIC ANISOTROPY OF LIQUID CRISTALS FOR A WIDE FREQUENCY RANGE
J.P. Parneix, C. Druon, A. Chapoton
Université de Lille, LA 287,
Villeneuve d'Ascq, France.

MS.11 AN IMPROVED METHOD FOR MEASURING THE COMPLEX PERMITTIVITY OF LOSSY DIELECTRICS AT MILLIMETER-WAVE FREQUENCIES
E. Bertolani, G. Falciasecca, V. Rizzoli
Foundation Ugo Bordoni and University of Bologna,
Bologna, Italy.

Medical Applications

MS.12 PASSIVE SUBCUTANEOUS TEMPERATURE MEASUREMENT FOR INVESTIGATION OF THERMO-REGULATION
A. Mamouni, Y. Leroy, Y. Houdas,
Y. Moschetto
Universite des Sciences et Techniques de Lille, LA 287,
Villeneuve d'Ascq, France.
Faculté de Médecine,
Lille, France.
Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale,
Lille, France.

MS.13 SLOTTED CYLINDER ANTENNA FOR SELECTIVE ELECTROMAGNETIC HEATING INSIDE THE HUMAN BODY
W. Buck
Stuttgart University,
Stuttgart, Germany.

MS.14 MULTIMODE SQUARE WAVEGUIDE APPLICATORS FOR MEDICAL APPLICATIONS OF MICROWAVE POWER
S.S. Stuchly, M.A. Stuchly
University of Ottawa and Radiation Protection Bureau,
Ottawa, Canada.

MS.15 CLINICAL APPLICATION OF MICROWAVE THERMOGRAPHY AT THREE FREQUENCIES
P.C. Myers, N.L. Sadowsky, A.H. Barrett
Massachusetts Institute of Technology,
Cambridge, Massachusetts, USA.
Faulkner Hospital,
Boston, Massachusetts, USA.

MS.16 A SIMPLE MICROWAVE GAUSSIAN-BEAM LAUNCHER FOR SELECTIVE PARTIAL-BODY EXPOSURES OF BIOLOGICAL SUBSTANCES
P. S. Neelakantaswany, K.K. Gupta,
D. Banerjee
Indian Institute of Technology,
Madras, India.

MS.17 EFFECTS DUE TO MICROWAVES IN AN ENZYME-SUBSTRATE SYSTEM
C.W. Smith
University of Salford,
Salford, England.

MS.18 NEW PROBES FOR ELECTROMAGNETIC FIELDS
A. Deficis, E. Gimonet, A. Priou
ONERA/CERT,
Toulouse, France.

Novel Applications

MS.19 MICROWAVE POWER BEAMING FOR LONG RANGE ENERGY TRANSFER
E.J. Nalos, W. Lund, J. Gewin, O. Denman,
S. Rathjen
The Boeing Company,
Seattle, Washington, USA.

MS.20 COMPOUND DRYING: AIR PLUS ELECTROMAGNETIC WAVES
S. Lefeuvre, J. Paresi, M. Ahmadpanah,
B. Mangin
ENSEEIHT,
Toulouse, France.
Société Remy,
Neuilly-Plaisance, France.

MS.21 CIRCULAR COMPOSITE DIELECTRIC WAVEGUIDES AND THEIR APPLICATIONS IN HE_{11} MODE HIGH POWER MICROWAVE HEATING SYSTEMS
D. Pavlidis, D. Smith, H.L. Hartnagel
University of Darmstadt,
Germany.
University of Newcastle Upon Tyne,
United Kingdom.

MS.22 MICROWAVE THAWING OF LARGE PIECES OF BEEF
A. Priou, C. Fournet-Fayas, A. Deficis,
E. Gimonet
ONERA/CERT,
Toulouse, France.

MS.23 A NEW COLLISION AVOIDANCE SYSTEM USING BASEBAND REFLECTOMETRY
G.F. Ross, H.M. Cronson, B.R. Rao
Sperry Research Center,
Sudbury, Massachusetts, USA.

MS.24 A 35 GHz DOPPLER RADAR FOR VELOCITY DISTANCE AND ACCELERATION MEASUREMENTS ON RAILBOUND VEHICLES
B. Keller, H. Meinel, B. Rembold
AEG-Telefunken,
Ulm-Donau, Germany.

MS.25 A NOVEL MICROWAVE FERRO-MAGNETIC RESONANCE PROBE FOR EDDY CURRENT DETECTION OF SURFACE FLAWS IN METALS
B.A. Auld, G. Elston, D.K. Winslow,
W.W. Hansen
Stanford University,
Stanford, USA.

MS.26 THE SETTING AND HARDENING OF CEMENT PASTES STUDIED BY MEANS OF MICROWAVES
M. Broncy, F. Henry, A.J. Berteaud
C.N.R.S.,
Thiais, France.

1600–1800 Session CS – Communication Systems and Devices

CS.1 VOICE UNDER DATA: A METHOD FOR TRANSMITTING HYBRID INFORMATION OVER MICROWAVE COMMUNICATION LINKS
I. Frigyes
Research Institute for Telecommunication,
Budapest, Hungary.

CS.2 STUDY OF A TWO CARRIERS SOLID STATE STRAIGHT THROUGH REPEATER AT 7.5 GHz
D. Roufflet, A. Rabier
L.E.P.,
Limeil-Brevannes, France.

CS.3 11 GHz FET AMPLIFIER FOR MULTI-CARRIER RECEPTION IN DIGITAL RADIO-RELAY APPLICATIONS
M. Goloubkoff, J.P. Castelletto, A. Leclert
C.N.E.T.,
Lannion, France.

CS.4 STUDY OF THE LINEARITY OF A TRANSISTORIZED POWER AMPLIFIER OPERATING IN THE 3.8 TO 4.2 GHz FREQUENCY RANGE
J. Prevot
L.T.T.,
Conflans Ste. Honorine, France.

CS.5 ALL FET FRONT-END FOR 12 GHz SATELLITE BROADWASTING RECEPTION
R. Dessert, P. Harrop, B. Kramer
L.E.P.,
Limeil Brevannes, France.

CS.6 NEW GENERATION 6 GHz 1800CH/78 Mbits RADIO SYSTEM
F. Furuya, K. Kinoshita, Y. Kitahara,
Y. Taguchi, Y. Ito
Nippon Electric Co.,
Yokohama, Japan.

1620–1800 Session MA – Microwave Acoustics

MA.1 THE REFLECTIVE DOT ARRAY – A NEW TECHNIQUE FOR HIGH PERFORMANCE SIGNAL PROCESSING
L.P. Solie
Sperry Research Centre,
Sudbury, Massachusetts, USA.

MA.2 MAGNETOSTATIC SURFACE WAVES OSCILLATORS AND RESONATORS
J.P. Castera, P. Hartemann
Thomson CSF,
Laboratoire Central de Récherches,
Orsay, France.

MA.3 ACOUSTIC SURFACE WAVE RESONATORS FOR BROADBAND APPLICATIONS
J. Vandewege, P.E. Lagasse, T. Naeten
University of Gent,
Belgium.

MA.4 POSSIBILITIES AND LIMITATIONS OF SAW SIGNAL PROCESSING DEVICES: SAW HADAMARD TRANSFORMER
J.C. Rebourg
C.N.E.T.,
Issy les Moulineaux, France.

MA.5 LARGE TIME-BANDWIDTH SEZAWA WAVE MZOS CONVOLVERS AND CORRELATORS
J.K. Elliott, F.C. Lo, R.L. Gunshor,
R.F. Pierret
School of Electrical Engineering,
W. Lafayette, IN., USA.

THURSDAY, September 7

0900–1010 Invited Papers

INV.6-1 RADIOASTRONOMY ON MILLIMETER WAVES
E.J. Blum
Observatoire de Paris,
Meudon, France.

INV.6-2 LOW NOISE SCHOTTKY MILLIMETER WAVE MIXERS
M.V. Schneider
Bell Laboratories, Crawford Hill
Laboratories,
Holmdel, New Jersey, USA.

1030–1230 **Session SS6 – Mixers**

SS6.1 FAILURE OF THE CLASSICAL MATHEMATICAL MODEL IN THE ANALYSIS OF LOW-LOSS BAND-LIMITED MIXERS
M.E. Hines
Microwave Associates,
Burlington, Massachusetts, USA.

SS6.2 HIGH PERFORMANCE GaAs SCHOTTKY BARRIER DIODES USING A CANTILEVERED METAL CONTACT
D. Boccon-Gibod, P. Harrop
L.E.P.,
Limeil Brevannes, France.

SS6.3 HIGH RELIABILITY GALLIUM ARSENIDE SCHOTTKY DIODES FOR SPACE APPLICATION
P. Gibeau, J. Lacombe
Thomson CSF-DMH,
Orsay, France.

SS6.4 A MONOLITHIC GaAs SCHOTTKY-BARRIER DIODE MIXER FOR 15 GHz
D. Ristow, N. Enders, H. Kniepkamp
Siemens A.G.,
Munchen, Federal Republic of Germany.

SS6.5 DIRECT AND ACCURATE MEASUREMENTS OF MIXER EQUIVALENT NOISE TEMPERATURE
S. Nightingale, B. Schiek
Philips GmbH,
Hamburg, Federal Republic of Germany.

SS6.6 A SUPERHETERODYNE RECEIVER FROM 350-400 GHz
G.T. Wrixon
University College,
Cork, Ireland.

1030–1250 **Session TUB – Electron Tubes**

TUB.1 SMITH-PURCELL EFFECT (DIFFRACTION RADIATION) AND ITS APPLICATIONS
A.A. Shmat'ko, O.A. Tretiakov
Kharkov State University,
Kharkov, USSR.

TUB.2 ROLE OF THE SPACE CHARGE AND THE VELOCITY DISTRIBUTION IN GYROTRONS AND RELATED DEVICES
G. Mourier
Thomson CSF,
Boulogne-Billancourt, France.

TUB.3 RECENT STUDIES OF THE CHEMICAL AND PHYSICAL PROCESSES IN THERMOIONIC CATHODES
M.C. Green, R.A. Tuck
EMI-Varian Limited,
Hayes, Middx., England.

TUB.4 RELIABILITY OF TWT's FOR TERRESTRIAL AND SPACE COMMUNICATIONS SYSTEMS
G. Firmain, J.C. Marechal, A.M. Shroff
Thomson-CSF,
Boulogne-Billancourt, France.

TUB.5 DESIGN LIMITATIONS AND EXPERIMENTAL RESULTS OF HIGH POWER CW PPM-FOCUSED TWT's FROM 30 TO 50 GHz
H. Sennik, F. Gross, F. Weinzierl
Siemens AG,
München, Germany.

TUB.6 THE CENTIPEDE STRUCTURE IN PRACTICAL MEGAWATT MICROWAVE TUBES
P.S. Matthews, D. Perring, V.J. Wheeler
EMI-Varian Limited,
Hayes, Middlesex, England.

TUB.7 SHF-KLYSTRON DEVELOPMENT FOR SATELLITE AND GROUND STATION APPLICATIONS
H. Bohlen, E. Demmel
Valvo, Hamburg,
Germany.

1415–1555 **Session SS7 – Oscillator Diodes**

SS7.1 HIGH EFFICIENCY InP OSCILLATORS FOR PULSED APPLICATIONS
D.R. Chappell, J.P.G. Mailer,
D.M. Brookbanks
Plessey Company,
Caswell, England.

SS7.2 GUNN EFFECT DIODES FOR MILLIMETER WAVE OPERATION
P. Gibeau, J. Lacombe
Thomson-CSF,
Orsay, France.

SS7.3 TUNNEL INJECTION OSCILLATOR OVER 200 GHz
K. Motoya, Y. Okuno, J. Nichizawa
Tohoku University,
Sandal and Semiconductor Research Institute,
Kawauchi, Japan.

SS7.4 LARGE SIGNAL CALCULATIONS OF Si, GaAs AND InP BARITT DIODE PERFORMANCES IN X AND Q BAND
A. Vanoverschelde, G. Salmer
Université de Lille, LA 287,
Villeneuve d'Ascq, France.

SS7.5 FREQUENCY TUNING OF TRAPATT OSCILLATORS USING FERRIMAGNETIC RESONATORS
S.R. Longley, P. Booth
Philips Research Laboratories,
Redhill, England.

1400–1600 **Session PC6 – Dielectric and Optical Waveguides**

PC6.1 THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF INDUCTIVE GRIDS
R.C. McPhedan, L.C. Botten
Laboratoire d'Optique Electromagnétique,
Marseille, France.

PC6.2 ELABORATION OF OPTICAL WAVEGUIDES WITH AN ACCURATE CONTROL OF THE REFRACTIVE INDEX PROFILE – APPLICATION TO THE COUPLING WITH AN OPTICAL DATA BUS
G. Chartier, P. Collier, A. Guez, J. Jaussaud
Institut National Polytechnique,
St. Martin d'Hères, France.

PC6.3 MODAL CHARACTERISTICS OF DIFFUSED RECTANGULAR ANISOTROPIC WAVEGUIDES TO DESIGN INTEGRATED OPTICS DEVICES
M.N. Armenise, M. De Sario
Facolta Di Ingegneria,
Bari, Italy.

PC6.4 MODE CONVERSION IN OBLIQUE BRAGG GRATINGS FOR INTEGRATED OPTICS
N. Gremillet, G. Thomin, J. Marcou
Laboratoire d'Optique Intégrée,
Valenciennes, France.

PC6.5 A NEW APPROACH TO INTERACTING DISCONTINUITIES IN PLANAR DIELECTRIC WAVEGUIDES
T.E. Rozzi
Philips Research Laboratories,
Eindhoven, The Netherlands.

PC6.6 APPLICATION OF INVERTED STRIP DIELECTRIC WAVEGUIDES FOR MEASUREMENT OF MATERIAL PROPERTIES AT MILLIMETER-WAVE FREQUENCIES
T. Itoh, F-J. Hsu
University of Kentucky,
Lexington, USA.

1605 **Closing Session**
MICROWAVE PRIZE

第8回ヨーロッパマイクロ波会議

発表国・セッション別論文発表件数

セッション		仏	英	西独	米	伊	ベルギー	ソ連	日本	その他	小計	計
招待講演		2	2	2	2			1				9
SS 素子	色々な素子	1			1	1				1	4	35
	サブナノ論理素子	1		2						1	4	
	FET発振器	2	1	1					1		5	
	FET技術	2	2		2						6	
	FET増幅器	1			2				1	1	5	
	ミキサ	2		2	1					1	6	
	発振ダイオード	2	2						1		5	
PC 回路	集積線路1と2	3	1	2		1				1	8	34
	フェライトと半導体	5		1						1	7	
	フィルタ	1	1	1	2					1	6	
	導波管と共振器	2	1	1			2			1	7	
	誘電体線路と光導波路	3			1	1				1	6	
MIC	MIC	2	1	1						1		5
MA	マイクロ波音波	2			2		1					5
TUB	電子管	2	2	2				1				7
AN	アンテナ1と2	3	2	1	2	1	1			2		12
CS	通信システムと装置	4							1	1		6
SC	通信衛星用機器		2		2					2		6
REM	ラジオメトリとリモートセンシング		1	2	1					1		5
MS 測定, 応用	測定 (ポスターセッション)	1	3	1	1	1		1	1	2	11	26
	医療応用 (ポスターセッション)	2	1	1	1					2	7	
	新しい応用 (ポスターセッション)	3	1	1	3						8	
論文件数		46	23	21	23	5	4	3	5	20		150

KLN-KBN 薄膜導波路における光伝播特性と光変調器への応用

京都大学 工学部

須藤広己　中島将光　池上淳一

昭和63年12月15日

1. はしがき

薄膜導波路型で電気光学効果を利用した光変調材料として、現在最も広く研究されているのは、$LiNbO_3$ や $LiTaO_3$ である。またこれらの結晶を使った導波ー放射モード結合形の光変調器は Marcuse によって提案され[1]、さらに岡村、山本、牧本氏によって詳細な研究が報告されている[2]。一方、安達、福崎、川端氏等によって他の電気光学材料である KLN、KBN を使った光導波路の研究がなされている[3]。この小文はこの材料を使った場合の光伝播特性とその光変調器への応用に関する理論的検討を行なった結果をまとめたものである。結晶の光軸(c軸)が膜面に垂直な場合については、すでに報告されているので[4]、今回は、c軸が波の伝播方向に垂直な面内にある場合(c振動)を中心に報告する。

2. 比誘電率テンソルと基本系固有モード

図1に示す様な、KBN基板ーKLN薄膜二次元光導波路を考え、導波路の座標系は(x, y, z)で、結晶の光学軸(c軸)とx軸とのなす角をθとし、伝播方向はz方向とする。さらに、薄膜表面に沿ってコプレーナ電極を設けることにより、y方向に直流

電界 E_y を印加した時、基板及び薄膜の比誘電率テンソルは、

$$\varepsilon_{(i)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx(i)} & \varepsilon_{xy(i)} & 0 \\ \varepsilon_{yx(i)} & \varepsilon_{yy(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz(i)} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{xx(i)} = n_{ei}^2 \cos^2\theta + n_{oi}^2 \sin^2\theta - \sin\theta \left(n_{ei}^4 r_{33} \cos^2\theta + n_{oi}^4 r_{13} \sin^2\theta - 2 n_{ei}^2 n_{oi}^2 r_{51} \cos^2\theta \right) E_y$$

$$\varepsilon_{yy(i)} = n_{ei}^2 \sin^2\theta + n_{oi}^2 \cos^2\theta - \sin\theta \left(n_{ei}^4 r_{33} \sin^2\theta + n_{oi}^4 r_{13} \cos^2\theta + 2 n_{ei}^2 n_{oi}^2 r_{51} \cos^2\theta \right) E_y$$

$$\varepsilon_{zz(i)} = n_{oi}^2 - n_{oi}^4 r_{13} \sin\theta E_y$$

$$\varepsilon_{xy(i)} = \varepsilon_{yx(i)} = (n_{ei}^2 - n_{oi}^2) \sin\theta \cos\theta - \cos\theta \left\{ (n_{ei}^4 r_{33} - n_{oi}^4 r_{13}) \sin^2\theta + n_{oi}^2 n_{ei}^2 \cos^2\theta \right\} E_y$$

と表わされる。　　$(i = S, F)$

ただし、KLN については $r_{13} = 8$、$r_{33} = 77$、$r_{51} = 80$、$[\times 10^{-12}\ m/V]$（推定値）であり、KBN については電気光学効果をもたないとする。また $E_y = E_0 e^{x/D}$ とすると D は電極間隔 d と $D = d/0.3$ の関係にある。比誘電率テンソルの非対角成分は対角成分に比べて充分小さいので、対角成分のみからなるテンソル $\varepsilon_{(i)}$ をもつ導波系を考え、これを基本系とする。

そして、$\bar{\varepsilon}(x)$ を $\varepsilon(x)$ からの摂動系と考え、基本系の固有モードの結合として記述する。
まず切加境界がない場合($E_y=0$)について考察する。
基本系の各固有モードについては、図2に示した様に、θが0から90°の間にあれば、TE導波モード及びそれと位相整合のとれたTMサブストレートモードが存在する。一例として図3に $\theta=20°$ におけるTE波とTM波の等価屈折率($N\equiv\beta/k_0$)の関係を示した。このときの電磁界はy方向に一様とし、

$$\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ h \end{bmatrix} e^{j(\omega t-\beta z)}$$ とすれば次式の様になる。

(1) TE導波モード

$$e_y=\begin{cases} A_g e^{-\delta_e x} & (x\geq 0) \\ A_g\left(\cos k_e x-\frac{\delta_e}{k_e}\sin k_e x\right) & (0\geq x\geq -d) \\ A_g\left(\cos k_e d+\frac{\delta_e}{k_e}\sin k_e d\right) e^{\delta_e(x+d)} & (-d\geq x) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \delta_e=\beta_g^2-k_0^2 \\ k_e=k_0^2\varepsilon_{33}(f)-\beta_g^2 \\ \gamma_e^2=\beta_g^2-\varepsilon_{yy}(s)k_0^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} h_x=-(\beta_g/\omega\mu_0)e_y \\ h_z=-(1/j\omega\mu_0)\frac{de_y}{dx} \end{cases} \quad (2)$$

$$A_g=\left[\frac{4\omega\mu_0 P}{\beta_g\left(d+\frac{1}{\gamma_e}+\frac{1}{\delta_e}\right)(k_e^2+\delta_e^2)}\right]^{1/2}$$

* 薄膜内で指数関数的分布、基板内で正弦関数的分布のモードを前回 *intrinsic substrate mode* と仮称

したが ここではこれを単に substrate mode と呼び 従来の薄膜内で正弦波合布のものを film－substrate mode と呼ぶことにする。(5)

(2) TM サブストレートモード

$$h_y=\begin{cases} B_r e^{-\delta_m x} & (x\geq 0) \\ B_r(\cosh k_m x-\varepsilon_{zz}(f)\frac{\delta_m}{k_m}\sinh k_m x) & (0\geq x\geq -d) \\ B_r\{(\cosh k_m d+\varepsilon_{zz}(f)\frac{\delta_m}{k_m}\sinh k_m d)\cos(x+d) & (x\leq -d) \\ \quad -\frac{\varepsilon_{zz}(s)}{\varepsilon_{zz}(f)}\frac{k_m}{\gamma_m}(\sinh k_m d+\varepsilon_{zz}(f)\frac{\delta_m}{k_m}\cosh k_m d)\sin k_m(x+d)\} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \delta_m^2=\beta^2-k_0^2 \\ k_m^2=\frac{\varepsilon_{zz}(f)}{\varepsilon_{xx}(f)}(k_0^2\varepsilon_{xx}(f)-\beta^2) \\ \gamma_m^2=\frac{\varepsilon_{zz}(s)}{\varepsilon_{xx}(s)}(k_0^2\varepsilon_{xx}(s)-\beta^2) \end{cases} \qquad \begin{cases} e_x=(\beta/\omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}(i))h_y \\ e_z=(1/j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{zz}(i))h_y \end{cases} \quad (4)$$

$$B_r=\left\{\frac{4\varepsilon_{xx}(s)\omega\varepsilon_0 k_m^2\gamma_m^2 P}{\pi\beta\{k_m^2(\frac{\varepsilon_{zz}(s)}{\varepsilon_{zz}(f)})k_m\sinh k_m d+\varepsilon_{zz}(s)\delta_m\cosh k_m d)^2+\delta_m(k_m\cosh k_m d+\varepsilon_{zz}(f)\sinh k_m d)^2\}}\right.$$

3. モード結合理論

基本系について考える限り TE導波モードと TM放射モードが独立して存在するが 実際には 振動系における比誘電率テンソルの非対角成分 $\varepsilon_{xy}(x)$ の為に両モード間に結合が生じる。この結合の強さを定量的に表わすものとして 結合係数 $K(\beta)$ を導入する。
$K(\beta)$ は TE、TM 両モードの境界の重ね積合によって表わされ、

$$K(\beta)=\frac{\omega\varepsilon_0}{4jP}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon_{xy}(x)e_y^{TE*}e_x^{TM}dx \quad \cdots\cdots (5)$$

である。

Pは各固有モードの振幅を規格化する為の定数であり、e_y^{TE}, e_x^{TM}は式(1)(3)で与えられる。

一方$K(\beta)$とパワーの減衰定数2αとの関係はMarcuseの摂動解法の結果によれば、[1]

$$2\alpha = 2\pi \frac{\varepsilon_{zz}(s)}{\varepsilon_{xx}(s)} |K(\beta_g)|^2 \frac{\beta_g}{\gamma_m} \quad \cdots\cdots \quad (6)$$

である。

4. 計算結果

図4,5は、それぞれ導波モードとしてTE0、TE1モードが入射した場合の規格化膜厚k_0dと電力減衰定数2αの関係をθが10°と20°について示したものである。また破線は印加電界がない場合であり、軸ずれのみによる減衰を示しており、実線は30kV/cm(空気の絶縁破壊値)を印加した場合である。どちらのモードを励振した場合でも、$\theta=10°$よりも20°の時の方が全体的に高い減衰量が得られる。

5. 光変調器への応用

ただ単に減衰量のみに注目すれば、TE1モードを励振した方が若干有利な様に思える。
しかし、光変調素子として応用する場合にはTE0モードをシングルモードとして励振した方がモード

フィルターなどを必要としない等の理由で得策である。
図6は $\theta = 20°$ として膜厚 0.5μm で TE0モードが入射した場合の印加電界 E_0 と 2α の関係を示している。約 $E_0 = -23$ KV/cm で 2α は0となるので、この値から $E_0 = 30$ KV/cm まで変調電圧をふらせるものとすると約 3.6 dB/cm の減衰が得られる。

4. むすび

KLN を薄膜とし、KBN を基板とした3層構造の光導波路でC軸が xy 平面内にある場合の光伝播特性を Marcuse のモード結合理論を用いて解析した。その結果適当に膜厚を選んで TE0 シングルモードを励振し、軸ずれ角を調節すれば、比較的簡単な構造の光変調器が構成出来ることがわかった。その時の電力減衰率は、図6によれば 3.6 dB/cm 程度であり、軸ずれのない場合($\theta = 0°$)の 1.6 dB/cm に比べて 2 dB/cm 改善されたことになる。

この種の変調器は構造が極めて簡単で製作が容易という大きな特長をもっているが、単位長当りの光減衰量(変調度)が小さいという難点をもっている。電気光学定数のさらに大きい、より有効な材料がみつからない限り、これを実用化の域に近づける為には、さらに抜本的な改良を

加える必要があろう。

なお、本文では触れなかったが、E振動、及びP振動の場合についてその結果だけをごく簡単に述べておく。E振動では、電界を印加して初めてモード結合が生じ、適当な膜厚、軸ずれ角で30kV/cm印加すると約2dB/cmの減衰となる。一方P振動では、軸ずれのみによる結合効果が非常に大きく、又面電界による効果は微小な為に光変調器に応用するには、不適当である。

御討論いただいた当研究室梁井郁雄博士に感謝する。

文献

(1) Marcuse, IEEE J QE 11, 9, P759 (Sept 1975)
(2) 岡村, 山本, 牧本; 信学論(C), J61-C, 9 ('78/9)
(3) 安達, 塩崎, 川端, 池上; S52 文部省特定研究
(4) 中島, 池上, 札抜; S53 信学会光電波部門全国大会
(5) 山本, 岡村, 平, 牧本, 信学論(C), J60-C, 2 (S52-02)

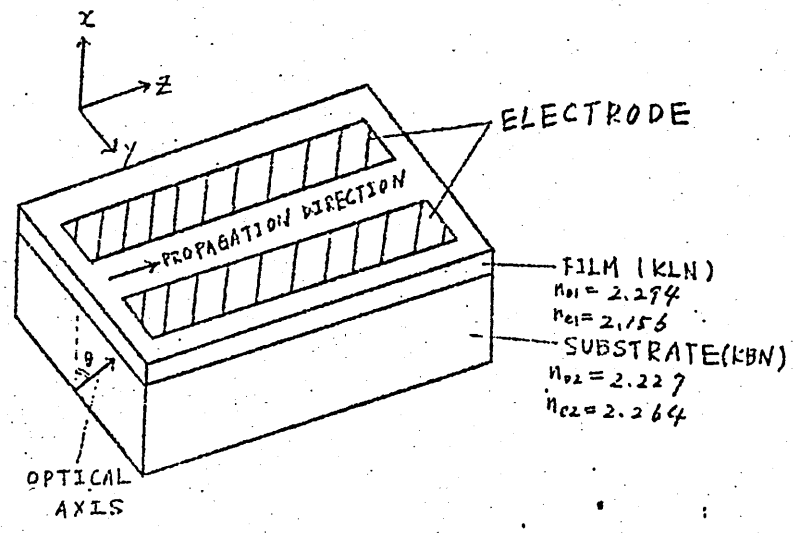

X
Z
Y
ELECTRODE
PROPAGATION DIRECTION
FILM (KLN)
n_{o1} = 2.294
n_{e1} = 2.156
SUBSTRATE(KBN)
n_{o2} = 2.227
n_{e2} = 2.264
θ
OPTICAL AXIS

図 1

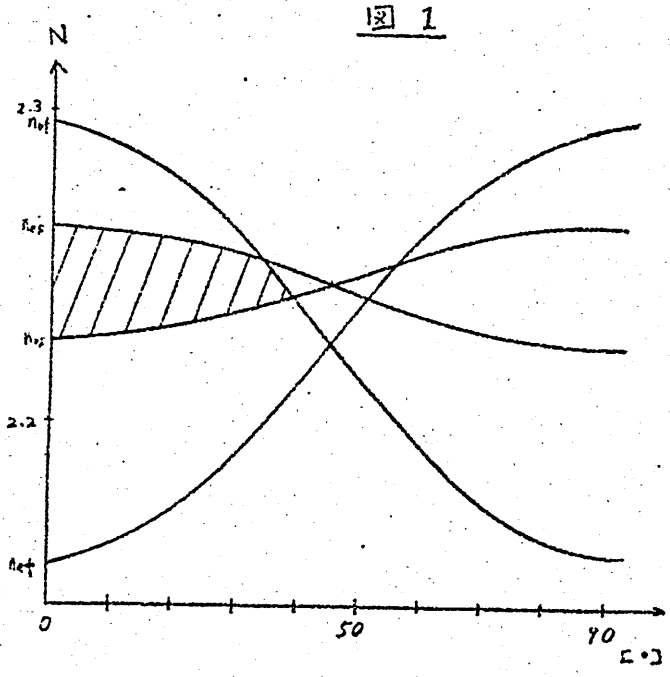

N
2.3
n_{of}
n_{ef}
n_{os}
2.2
n_{es}
0
50
70
Σ·3

図 2

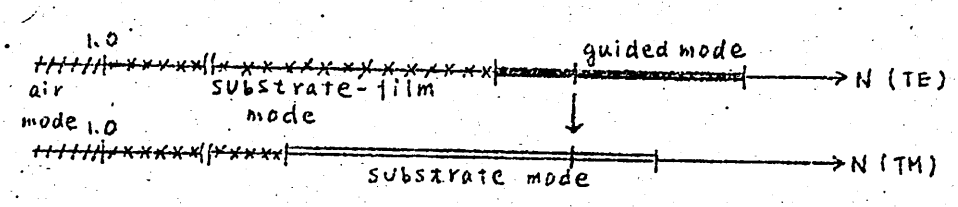

1.0
air
mode 1.0
substrate-film mode
guided mode
N (TE)
substrate mode
N (TM)

図 3

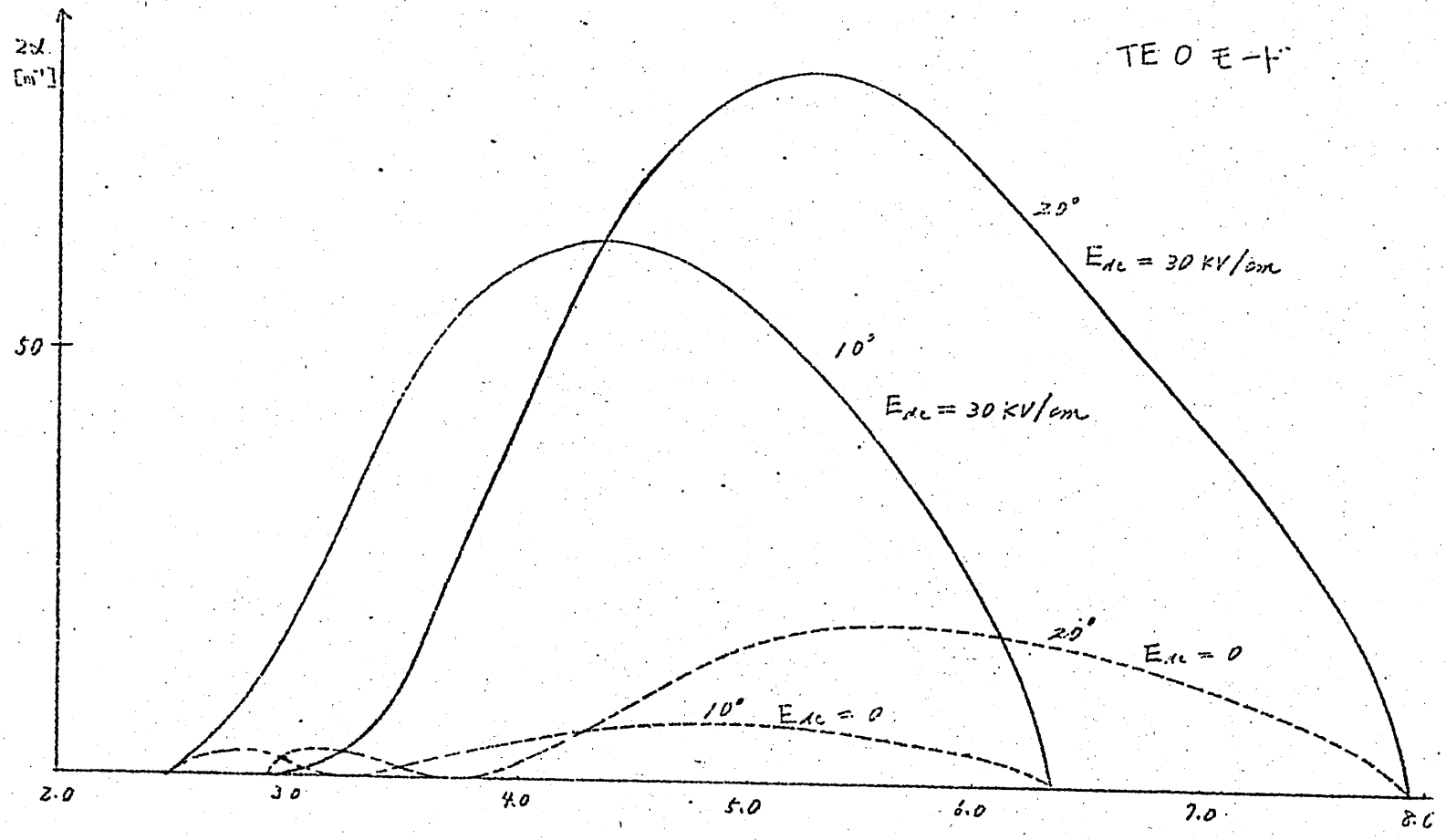

TE 0 モード
2α
[m⁻¹]
50
20°
E_{dc} = 30 KV/cm
10°
E_{dc} = 30 KV/cm
20°
E_{dc} = 0
10°
E_{dc} = 0
2.0
3.0
4.0
5.0
6.0
7.0
8.0
kad

図4

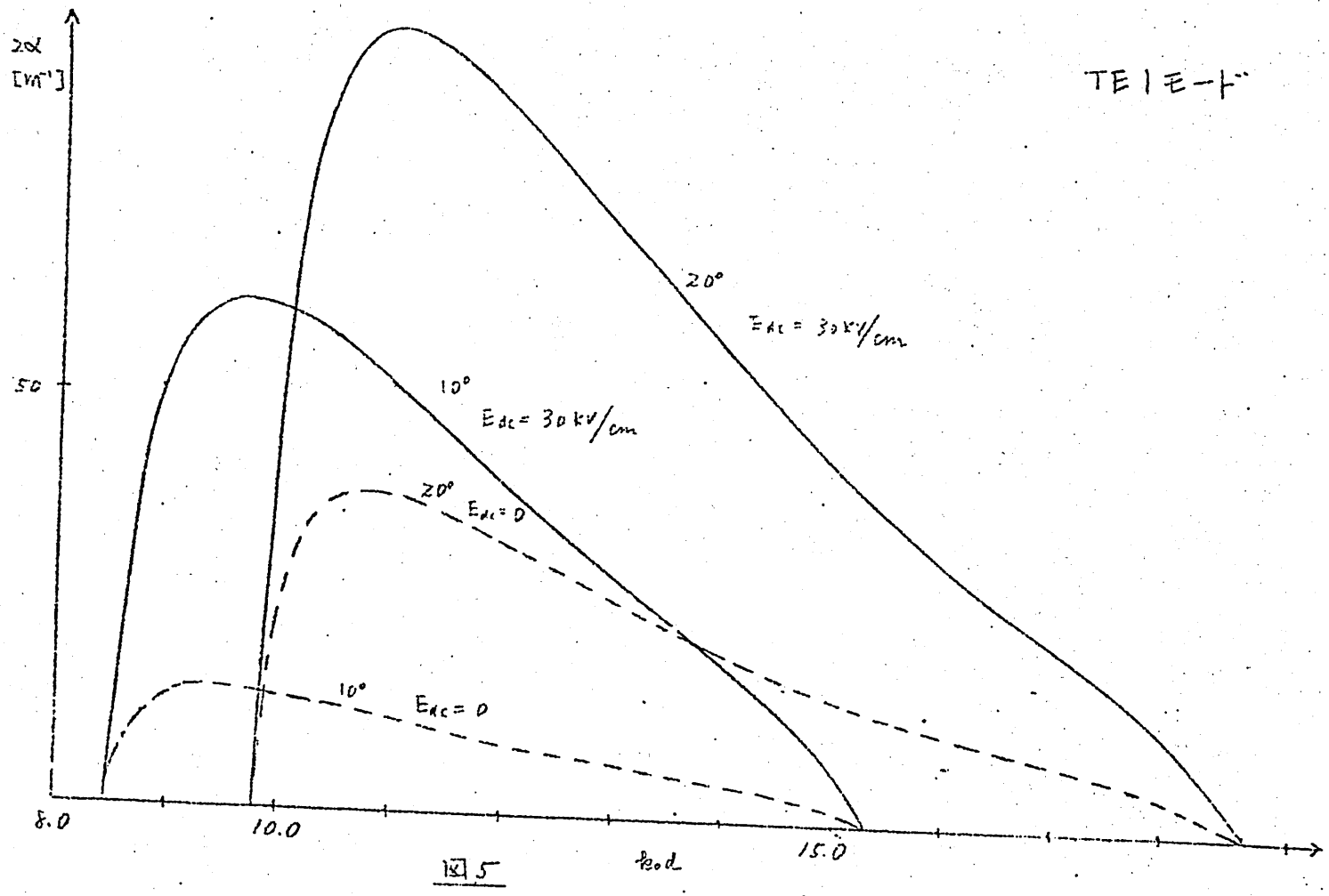

TE1モード
2α
[m⁻¹]
50
20°
E_dc = 30 kV/cm
10°
E_dc = 30 kV/cm
20°
E_dc = 0
10°
E_dc = 0
8.0
10.0
15.0
kod

図5

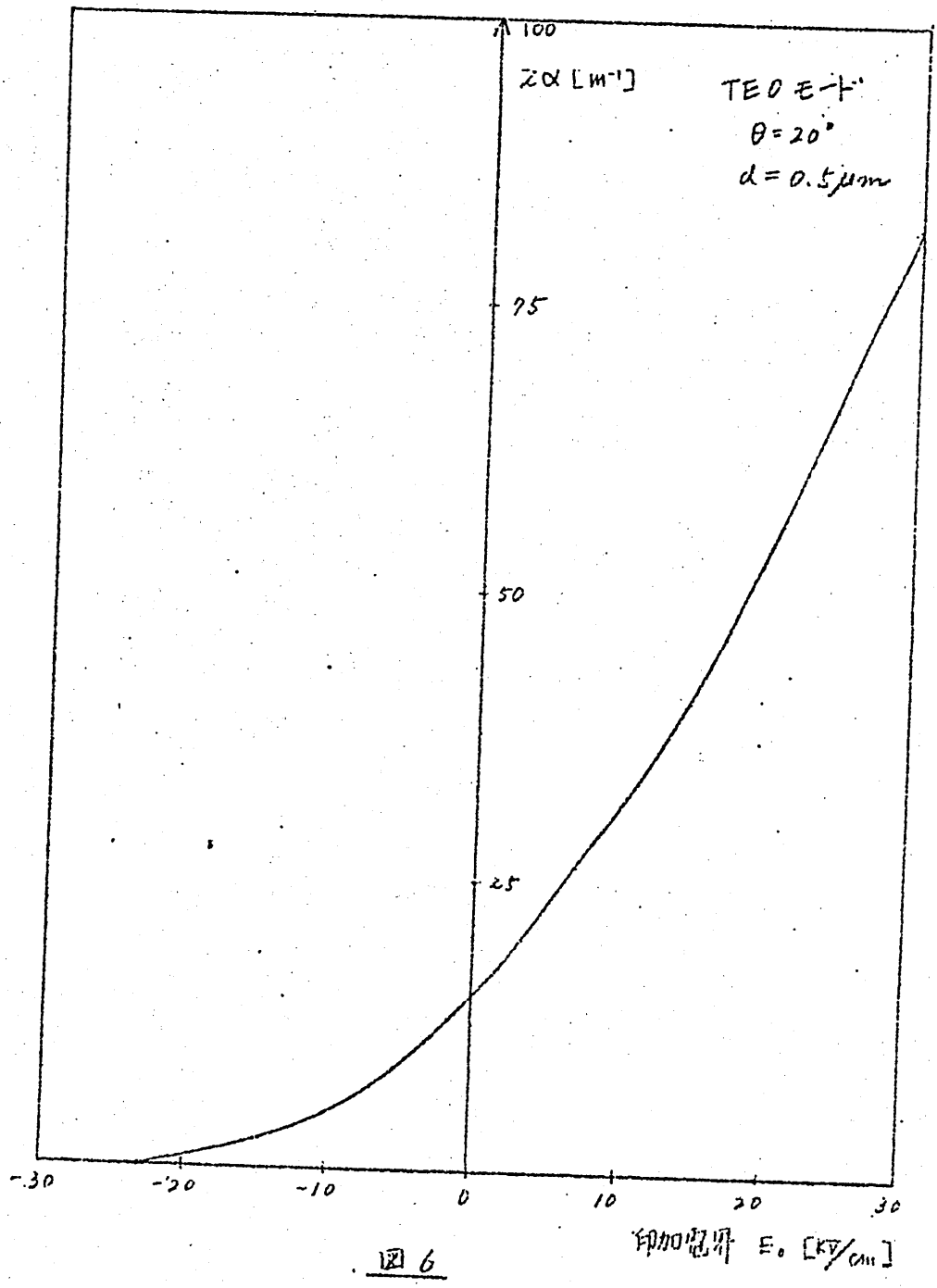

100
2α [m⁻¹]
TE0モード
θ = 20°
d = 0.5μm
75
50
25
-30
-20
-10
0
10
20
30
印加電界 E₀ [KV/cm]

図 6

GaAs-YLG層状結合系による表面静磁波の増幅

1978年12月15日

山田省二、張年昭、松尾幸人

輻射科学研究会資料

§1. 緒言

磁化された低損失な強磁性体スラブ中を伝搬する静磁波[1]は光速より2～3桁程度小さい速度をもち、また最近ではよりマイクロ波ICに適した静磁波の媒体として良質のYIG薄膜[2]が得られるようになって、遅延素子、移相器[3]、周期構造によるフィルタ[4]等応用研究の分野が広がりつつある。これらの素子は弾性表面波を用いたものに比して、その特性が磁気的に同調可能なこと、マイクロ波帯Xバンド程度まで高周波化が期待しうること等の特徴をもつ。

ところで、静磁波遅延素子は遅延時間が可変であるが損失が大きいため長遅延時間の信号が得にくいという欠点をもつ。変換器の構造[5]や試料の表面処理の実験的検討[6]などによりこの損失の低減化に取り組んだ研究は多くなされているが、この課題への少し異った取組みとして静磁波と他の系からエネルギーを与えるという方法が考えられる。ここで扱うキャリア流との相互作用[7][8]もその一つであり、現在までまだ正味の利得は得られていないが、半導体の能動性を十分に引き出せば、遅延素子の低損失化からさらには、増幅機能をも備えた遅延等価器[9]、あるいは増幅の狭帯域性と周期構造を利用した高いQをもつ分布帰還型発振器[10]の実現なども期待できる。

そこで、まず、過去のいくつかの報告を簡単に紹介してみる。この種の相互作用の最初の実験的報告は1971年にSzustakowskiら[11]によってなされている。彼らは、0.5mm厚みのYIGスラブとn形Geとの結合系によって後進体積波について3GHzで約10dBの相対利得を得ている。表面波についての最初の報告はVashkovskiらによる実験結果[12]で、同じような形状、定数をもつ材料の組合せで2GHzで約8dBの相対利得が記録されている。その後、Szustakowskiらによる同様な実験[13]、また1974年にはKawasakiら[14]による半導体としてp形Geを用いた結果などが報告されているが、いずれも数dBの相対利得にとどまっている。最近では77°Kでn形InSbを使用した相互作用の結果[13][15]も報告されているが、n形InSbにおける電子の有効質量が小さいこと[13]、あるいはYIG試料の質が悪いこと[15]などのためか、n形InSbの高易

動度という特徴が生かされた結果は得られていない。以上述べてきた代表的な結果の詳細を 表1 にまとめて示す。

このような過去の成果を批判的にふまえ、筆者らは、材料として、室温で高易動度をもつn形GaAsと大きな波数、したがって小さい位相速度の表面静磁波の励振が可能な比較的薄いYIGスラブとを選定し、この新らしい組合せで相互作用の観測を試みた。§2以下では、まず結合系を構成する試料、すなわち、YIGスラブ、GaAsスラブ、誘電体スペーサの作製、準備について記した後、相互作用の一連の結果を述べる。予想したように、これらの材料を用いた結合系では従来の報告よりかなり改善された線と、また再現性をもつ増幅現象が観測されたので、それを基礎にして、いくつかの重要なパラメータ、あるいは実験条件が増幅特性に及ぼす影響を検討することができた。これらの結果は過去の報告がまた現象の原理的確認の段階にあったためその獲得が不可能であり、この種の結合系に関する様々な新しい情報を提供するものである。また最後に、得られた実験結果を二、三の点で従来と同様な手法による解析結果と比較し、定性的な一致を確認した。

§2. 試料の準備と結合系の構成

用意したYIGスラブの寸法は $8 \times 4 \times 0.09\ mm^3$ で、飽和磁化 $4\pi M_s = 1750$ G、公称の線磁性共鳴吸収半値幅 $\Delta H = 0.5$ Oe である。厚みを得るため、スラブはほぼ同じ大きさで約160 μmの厚みをもつガラス板に接着剤で固定されている。スラブの片面の研、粒子径0.3 μmのアルミナにより研磨した後、さらに粒子径10～20 mμのコロイダルシリカ[16]によるメカノケミカルポリッシュ[17]を施して表面仕上げをした。この表面の状態と表面静磁波の励振結果との関連については後で詳述する。

相互作用に用いた種々の大きさをもつ13個のGaAsスラブは、バルクの(111)面をもつウエハーから切り出し、最終的に0.3 μmアルミナで約100 μm以下の厚みにまで両面を研磨したものである。オーム性接触はAu-Ge-Ni系で作製し、一部を除いて接触抵抗は最大10 Ω程度に抑えられ

ている。試料のI-V特性は、筆者らの装置で安定に印加可能な電圧範囲、すなわち0～700 Vまではいずれもほぼ直線的であった。13個の試料の寸法、低電界抵抗、およびI-V特性の傾きから与えられる抵抗値をまとめて 表2 に示す。なお定数は、電子濃度 $n_e = 8.1 \times 10^{15}/cm^3$、電子易動度 $\mu_e = 6.13 \times 10^3\ cm^2/V.s$ である。

誘電体スペーサとしては、厚みが64，75，115，155 μmの四種類を用意した。この内155 μmの材料はガラスで、他はポリイミド膜膜である。後者は4 GHz付近で比誘電率 $\varepsilon' \sim 3.6$、$\tan\delta \sim 2 \times 10^{-3}$ であり、前者については比誘電率は約2と推定できるが、$\tan\delta$ は不明である。このスペーサはすべての場合について半導体とほぼ同じ大きさにしてYIGとうすとの間にそう入した。

結合系は以上に述べたようなYIGスラブ、誘電体スペーサ、GaAsスラブの三層をエレクトロンワックスで接着し、それをしんちゅうブロック上に固定して構成した。その様子を模式的に示したのが 図1 である。表面静磁波の励振、検出、すなわち変換は80 μm径の金の細線をYIGの表面に押し付けて行い、入出力変換器間の距離はすべての実験において6 mmに固定した。相互作用に用いた装置のマウントを上から見たときの写真を 図2 に示す。この写真において、左右の二端子がGaAsへの電圧印加に、上下の二端子が表面静磁波励振・検出のために使われ、上下の二端子には先に述べた金の細線が銀ペーストで付けられている。

§3. 実験結果

§3-1 実験方法と条件

相互作用の実験はパルス法によるものであり、図3 に実験回路のブロック図を示す。相互作用の観測は次のような手順で行なった。掃引発振器からのマイクロ波cw信号をピン変調器でパルス変調してYIGの入力変換器に加える。それに対する表面静磁波の遅延出力を出力変換器でとらえ、ヘテロダイン検波しその波形を観測しながらマイクロ波入力に同期した高電界パルスを

GaAsに加え、それによる表面静磁波出力波形の振幅変化を記録した。ここでRF信号の周波数は70 MHzでその検波には高周波用ダイオードを用いた。

このような系で実験を進めるさいに一つ注意しておくべきことがある。この種の相互作用の特徴の一つとして以前からよく知られているように、印加磁界の向きに関する方向性の問題がある。筆者らの結合系ではキャリアが電子なので、順方向相互作用を行なわせるにはGaAs中を流れる電流の向きと表面静磁波の位相速度の方向が逆でなければならない。ところがこの電流は最大数Aにもなるのでこれにより相互作用時にはYIGの内部磁場も変化し、したがって表面静磁波の遅延時間も増減する。これにより見かけ上の振幅変化がおこり、測定を若干複雑にするが、この分の変動は常に外部磁界を最大約数十Oe再調整することにより補正され、同一遅延時間に対する出力の変化がキャリア流との相互作用の効果として記録された。

実験の条件は大体以下のようなものである。マイクロ波の周波数$f=3.6\sim4.3$ GHz，入力電力$P_{in}=7$ dBm。パルス幅はマイクロ波が$\tau_{pm}=0.1\ \mu s$、ドリフト電界が$\tau_{pd}=0.6\sim1.4\ \mu s$である。またくり返し周波数は$f_{rep.}=10\sim500$ Hzの範囲で適当に選ばれた。

§3-2 YIGスラブのみのときの表面静磁波FAモードの励振特性

ここで取扱うような相互作用現象を実験的に把えようとするとき、半導体を装荷する前のYIGスラブ自体での表面静磁波の低損失励振は不可欠である。なぜなら、半導体装荷による損失の増加量はこれまでの例でも20～30 dBとかなり大きいので、もし装荷前の損失が大きいとそれに半導体を装荷することによる損失が加わることにより相互作用現象自体の確認が困難になってしまうからである。

4-2節で述べたYIGスラブにおける表面静磁波FAモードの損失特性を図4-4に示す。表面静磁波の損失は一般に二つの部分で構成されるので[6][13]、この結果に即してそれらを順に検討してみよう。まず第一は電磁波と表面静磁波との変換のさいに生じる変換損失で、大きさには図4におけるz=0での、

導体（磁軸の切片）がそれに相当する。この大小は当然のことながら変換器の構造に依存するが、これについては実験的に $\lambda/4 \gg L$ のとき高い励振効率が得られること、励振しうる波数の上限は $k \leq \pi/w$ であること（ここでは一端を終端した長さL、幅wのマイクロストリップ形変換器を仮定している）などが確かめられている。[17] 著者らの変換器は金属細線を用いたものであるが、これらの結果を参考にしながら、アンテナの構造に関して最適化を試み、図2に示した最終的なアンテナでは、全の細線の長さは6mmで、またOSSM端子面でのVSWRの値は、周波数4GHzを境で2.0以下であった。その結果、図4で示されるように全変換損失約10dB、すなわち変換器1個当りの損失約5dBというストリップライン形変換器に劣らない変換損失にとどまっている。

損失を構成する第二の部分は伝搬損失であり、図4における直線の傾きに近似的に比例する。これには二つの原因が考えられる。その一つは、原理的にはスピンと格子の相互作用である Kasuya-LeCraw mechanism[20] と呼ばれる緩和過程でYIGの本質的な損失であり、いま一つは、YIG結晶内部または表面に存在する欠陥、傷などによる散乱損失である。いずれも結晶の育成技術に大きく依存されるが、後者の分はある程度小さくすることが可能である。表面静磁波の場合、試料表面の粗さが強く伝搬損失に影響を与えることが考えられるので、著者らは§2で述べたような注意深い表面仕上げを行ない、その結果、図4の直線bに示した約43 dB/μs という伝搬損失を得ることができた。この値は良く知られた関係式[18]

$$\Delta H_{eff} = \alpha / 76.4 \ (Oe), \quad \alpha: \text{伝搬損失} \qquad (1)$$

によって変換すると、公称の $\Delta H = 0.5$ Oe にほぼ近い $\Delta H_{eff} = 0.56$ Oe を与え、この意味で、いわゆる散乱による損失はほとんど存在しないと考えてよい。

このデータは周波数 $f = 4$ GHz のものであるが、測定した周波数範囲 $f =$

3.6～4.3 GHz では損失特性はほぼ一定であった。それでこの f = 4 GHz での特性を以後 YIG のみのときの損失レベルの目安として使った。図5は α = 43 dB/μs のときの表面静磁波の遅延波形で、外部印加磁界による同調性がよくわかる。また、通常遅延時間 τ = 0 で観測される入出力変換器間の直接の漏れがほとんど抑圧されていることは高い変換効率を裏付けるものであると考えられる。

以上のような準備により表面静磁波固体を可能な限り低損失に組織した後、次に述べる相互作用の実験に入った。

§3-3 いくつかのパラメータが増幅特性に及ぼす影響

(i) 誘電体スペーサの厚みの影響

ここでは、YIG スラブと GaAs との間に §2 で述べた四種類の厚みのスペーサを挟んだ場合、及びスペーサがない場合の実験結果を述べる。この五つの場合の内、スペーサがないときは半導体装荷による損失が大きいため遅延信号が観測できず、またスペーサの厚み t_s = 155 μm のときは恐らく厚すぎるためか GaAs へのドリフト電圧印加により表面静磁波の分散特性の変化、すなわち遅延時間の変化のみが観測されたにすぎず、結局、有効な相互作用は t_s = 64, 75, 115 μm の場合にのみ記録できた。この三つの場合の相互作用の結果を図6、7、に示す。

図6は半導体への電圧印加による表面静磁波の損失の変化を、図5と同じく、糸のそう入損失 対 遅延時間の形で示したもので、印加電界の強さがパラメータになっている。ここで実験結果を議論するのに都合のよい二つの量を定義しておこう。まず第一は、半導体の装荷損失である。これは図6において、YIG のみのときの損失レベルと E_d = 0 のとき、すなわち、GaAs を YIG に装荷して電圧をかけないときの損失レベルとの差として定義できる。第二は、相対利得という量で、E_d = 0 の損失レベルを基準にして、順、または逆方向相互作用による増幅、または減衰量である。この二つの量はいずれも遅延時間の関数になっている。

図7は図6と同じ結果を相対利得対印加電界の線との形で示したもので、遅延時間がパラメータになっている。この両形式により相互作用の実験的全体像が容易に理解できる。まず図6から次のようなことがわかる。当然予測される傾向として、t_sが64 μmから115 μmへと厚くなるにつれて、GaAsの装荷損失は約5 dBから10 dBへと減少しているが、相対増幅利得も1.0 dB以上から数dBへと減少してしまう。その結果、相対増幅利得が最大のときとYとGのみのときとの損失差は約10 dB前後と余り変っていない。また3つの場合とも遅延時間が大きくなるにつれて相対増幅利得は減少する傾向を示し、特にそれはt_s = 64 μmの場合に顕著である。

また、図7からは次のことがいえる。相対増幅利得は印加電界の強さの増加に対していずれの場合も飽和する傾向にあり、t_sが厚くなるにつれて次第にその傾向は著しくなる。この三つの場合について、最高の相対増幅利得とそれが与えられた条件は次のようである。

t_s (μm)	Gr.max (dB)	τ (μs)	E_d (kV/cm)
64	~14	0.25	~1.97
75	~7.5	0.15	~1.68
115	~6	0.3	~0.47

図8はt_s = 64 μmで約14 dBの相対利得が与えられたときの相互作用波形写真で、各コマにおいて上側の波形がドリフト電圧のパルス、下側の波形の左側はアンテナ間の直接の漏れ、右側が表面静磁波の遅延パルスである。後者の振幅のみが順次印加電界の増加につれ次第に大きくなることがはっきりとわかる。

(ii) GaAsスラブの大きさ(幅・長さ)の効果

(i)の結果より、この材料の組合せでの相互作用の大体の様子が把握できたが、最も強い相互作用がある、t_s = 64 μmの場合でも増幅により達成される損失レベルとYとGのみのレベルとの差はまだ10 dB程度ある。そこで

遅延素子の低損失化に到達するための次の課題として、増幅によりYIGのみのときの損失レベルにまで回復することを設定するならば、とりあえず、この相互作用の強さはできるだけそのまま維持してGaAs挿荷による損失の増加分を軽減することが望まれる。

そのための一つの方策として、厚みはほぼ一定に保ち、大きさの異なるいくつかのGaAs試料に関して相互作用の実験を行い、上述の意味で適切な半導体の大きさを決定することを試みた。現在までの理論[7][8]にはYIG、半導体とも横方向に無限のひろがりを仮定したものが多く、この種の実験的検討は重要な意味をもつと考えられる。

まず、GaAs試料の幅を変えた場合について述べる。ここでは、厚み、長さ一定で幅の異なる、大きさの試料#2～4とYIGスラブで三通りの結合系を構成した。スペーサの厚みは64 μm一定である。図9はこのときの相互作用の結果を図6と同じく、系のそう入損失対遅延時間の形で示したものである。三つの場合の最大増幅利得の値と与えられた条件はそれぞれ次のようになっている。

W_s (mm)	$G_{R.max}$ (dB)	τ (μs)	E_d (kV/cm)
2.0	12	0.25	1.9
1.0	15	0.15	2.23
0.5	11.5	0.25	2.40

まず幅が2、1 mmの場合(#2、3 GaAs)には図6(a)と同じくでが大きくなるにつれてGRは減少する傾向を示しているが、0.5 mmのとき(#4 GaAs)についてはこの傾向は若干緩和されている。図10はこのときの相互作用波形の一例で、#3 GaAs試料で約15 dBのGRが与えられたときのものである。GaAsへのドリフト電界を増していくにつれ、表面静磁波遅延パルスの振幅が増大していくが、相互作用はやはり飽和する傾向を示す。

相互作用に及ぼすGaAs試料の幅の効果をもっとはっきりみるために、図

9 をもとにして、相対増幅利得、装荷閾実のGaAsとYIGの幅比に対する依存性を遅延時間を一定にしてプロットしたのが、図11 である。図中で実線が $\tau = 0.25\,\mu s$、点線が $\tau = 0.5\,\mu s$ のときの変化を示し、ハッチを施した部分が各々の場合の相対利得による回復分である。この図から次に述べるような興味あることがらがわかる。すなわち、GaAs試料の幅が2mmから0.5mmに1/4に減少しても二つの遅延時間の場合の相対利得、12 dB、7.5 dB はほぼ維持されたままで素子全体の閾実レベルがそれぞれ約12 dB、7 dB 低下している。たとえばこのとき印加最高電界は1.9から2.4 kV/cm まで増加している。しかし、このYIG試料と $t_s = 64\,\mu m$ のスペーサという条件下ではGaAs試料の幅はYIGのそれの約1/8で十分であると言える。

このような結果が得られた理由としては、幅の狭い試料ほど高電圧が印加可能であり、このことの他に、YIGスラブにおける表面静磁波の幅方向小信号磁界分布、及び比較的大きな半導体試料での幅方向の電子ドリフト速度分布の両者がともに中央付近で鋭く立ち上がっているためではないかと考えられる。

次にGaAs試料の長さを変えた場合の結果を述べる。この実験には厚み、幅がほぼ一定で長さが2mmから5mmまで異なる8個の試料#5～8（幅0.5mm）#9～12（幅1.0mm）を用いた。電極の大きさは#1～4では長さ方向に両端から1mmずつであり、しかし、この8個の場合は0.5mmずつとした。スペーサの厚みは64 μmである。

図12 は図11 と全く同じ形式のもので、いまの場合、相互作用の特性変化をGaAsとYIGの長さの比に対してプロットしている。このデータは幅0.5mmの試料4個によるもので印加電界の強さは#8（$E_d = 3\,kV/cm$）を除いて約2 kV/cm である。この図からは次のようなことがわかる。すなわち、装荷閾実レベルは試料の長さが変化してもあまり変わらないのに対して、相対利得は試料が短くなるにつれ単調に減少する。幅1.0mmのGaAs試料についても装荷閾実が大きいこと以外には大体同様な傾向がえら

れた。

この、試料が短くなると相対利得が減少する傾向は 図13 により説明することができる。 図13 は幅1.0mmの四個の試料の結果を、相互作用距離 $\ell = \ell_{GaAs}$ で規格化した相対利得 $G_{RN} = G_R/\ell$ (dB/cm) の印加電界依存性という形で示したものである。図からわかるように、規格化した形でみると#12（長さ2mm）の高電界部分を除いて試料の長さが異なっても飽和傾向をも含めた G_{RN} の E_d に対する依存性はほぼ同一の特性の特性を示すことがわかる。このこととこれまでの $t_s = 64\ \mu m$ の系における結果とを考え合わせると、G_{RN} の E_d 依存性はGaAs試料の大きさに関わりなくスペーサの厚みにより基本的に規定されてしまうのではないかと推測できる。短い試料においてはこの飽和傾向のため高い電界を印加しても G_{RN} はそれほど大きくないのに、相互作用距離は短くなっているので G_R は減少してしまうのである。

また装荷損失レベルがあまり変化しない理由としては、装荷損失を構成する二つの主要なものとしてGaAs試料端面における反射損とキャリア自体による緩和損とを仮定すると、いまの場合GaAs試料がうすいための前者の占める割合が増加してきているためではないかと推測できる。なおGaAsがうすいことは 図11 の場合よりも 図12 のときの方が相対利得が小さいという形でも現れている。第2章では相対利得ではなく正味の利得についてであり、それが半導体の厚みがTとGと同程度のとき飽和するという数値計算結果が示されていた。

したがって、ここで検討した種々の形状のGaAs試料の内では、設定したTとGとスペーサの条件の下では、$5 \times 0.5 \times 0.09\ mm^3$ 程度の相互作用の方向に細長いものが適当であるといえる。この結論は素子設計の際に一つの有用な目安となりうるであろう。

(iii) くり返し周波数の影響

(i) (ii) と少し異なり、どちらかといえば実験条件の重要な一部であるくり返し周波数についての検討結果を少し述べてみる。過去のほとんどの実験報告

においてくり返しの周波数は数10 Hz以下に選ばれている。[21] これは半導体試料における熱の発生を抑え、相互作用を熱の効果から分離して観測するためであるとされているが、実用化の方向を考慮するとき問題点の一つになるように思われる。それゆえ、くり返し周波数を増していったとき相互作用現象がどうなるかを調べることは興味深い問題である。

実験を行ったほとんどの結合系について現象のくり返し周波数に対する依存性を調べたが、まず一般的な観測例を 図14 に示す。この図は長さ2mmの二個のGaAs試料で順方向印加電界を2kV/cm程度に一定に保ち、遅延時間0.15μsの信号のくり返し周波数に対する振幅変化をプロットしたものである。これをみると明らかにどちらの場合も相対利得が最大となるくり返し周波数が存在し、その値は大体数100 Hzであることがわかる。

また 図15 は#10 GaAsを用いた結合系における遅延時間0.15μsでの相対利得の電界の強さに対する依存性をくり返し周波数をパラメータにして示したものである。これをみると、くり返し周波数が増していくと相対利得が最大となる電界の値が徐々に低くなってくること、またこのとき相対利得の最大値はほとんど変化しない。この 図15 の結果と 図14 の結果とは同じ特性を意味することは次のように対応させれば理解できる。すなわち、後者は前者で $E_d = 1.2$ kV/cmに固定したときにあたる。このとき 図15 でもくり返し周波数が増すにつれ、相対利得は一旦ふえるが、その後減少することがわかる。

このような一般的な特性は、熱が問題になるような高速的な電力増大の最大値が各々のGaAs試料について存在することを示唆するものであろう。もしそうであるなら、くり返し周波数の増加はほぼそれに比例する単位時間当りの注入電力量の増大に等しいから、そのときは比較的に低い電界で相対利得が飽和するようになるのは納得できよう。飽和した値より大きな印加電界に対して相対利得が減少するのは、熱によるYIGの損失の増大、GaAsにおける易動度の低下その他によって相互作用が結果的に弱められてしまうためと推定できる。いずれにしても系の適切な熱設計は相対利得を制限する要因の一つを取り除く

ものとして必要であろう。

§3-4 調整系における結果

ここで用いたGaAs試料は#4と新たに製作した#13で両者とも長さと幅の比が9～10とドリフト方向に細長いものである。$\ell_s = 64\,\mu m$のスペーサを用い、周波数を$f = 4.2 \sim 4.3\,GHz$に選び、くり返し周波数を$f_{rep} = 100 \sim 200\,Hz$に設定したとき、図16 に示す結果が得られた。相対利得は(a)の方が大きいが、(a)(b)どちらにおいても測定した遅延時間のほぼ全範囲で相互作用によりYIG単独のときの雑音レベルにまで回復しており、(b)においては部分的に($\tau = 0.2 \sim 0.25\,\mu s$)それを約1 dB超えている。また(a)において$\tau = 0.15\,\mu s$のとき最大相対利得約17 dB、(b)において増幅による最低雑音レベル、$\tau = 0.2\,\mu s$で約−18.0 dBをえた。図17 (a)(b)はそれぞれ図16 (a)(b)に対応する増幅波形写真である。

次にこの実験結果を過去の二、三の例と比較してみよう。図18 は素のそう入雑音対遅延時間の形で、先の図16 (a)の結果を、湯川らによるGe/YIG薄膜、InSb/YIGようかによる相互作用の結果[4]と合わせて示したものである。図中の斜線を施した部分が相対利得が得られた部分を表わすが、筆者らの結果は相対利得の大きさ、及び相互作用が行なわれた雑音のどちらにおいても従来の報告よりかなり改善されていることがわかる。

§4 従来の理論との比較

§3-4の結果をここでは二つの点で、小信号解析の理論からの結果と比較してみる。簡単のために無限のひろがりを仮定する以外は実験系と同一の層状構造の解析モデルは 図19 のようになる。これについての分散関係式は従来と同様な手続きを施行して次式のようにえられる。

$$e^{2ka} = \frac{(\alpha_+ - 1)\{(\alpha_- - \xi) + (\alpha_- \xi - 1)\tanh kd\}}{(\alpha_- + 1)\{(\alpha_+ + \xi) + (\alpha_+ \xi + 1)\tanh kd\}} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_\pm = \mu_1 \pm \mu_2, \quad \mu_1 = 1 + \omega_r \omega_m / (\omega_r^2 - \omega^2) \\ &\mu_2 = \omega \omega_m / (\omega_r^2 - \omega^2), \quad \omega_r = \gamma H_i + i\gamma \Delta H/2 \\ &\xi = k(\gamma_s + k\tanh \gamma_s b)/\gamma_s(\gamma_s \tanh \gamma_s b + k) \\ &\gamma_s = \sqrt{k^2 + i\mu_0 \sigma(\omega - kv_0)}, \quad \omega = 2\pi f \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

式(4-2)より、内部磁界 H_i と周波数 f を与えたときの遅延時間 τ と複素波数 $k = k_r + ik_i$ を求め、相対利得 G_R を次式から計算した。

$$G_R = 20 \log_{10}[\exp\{(k_{i,E_2=0} - k_{i,E_2=0})\ell\}]$$

$$\simeq 8.686 (k_{i,E_2=0} - k_{i,E_2=0}) \qquad (4)$$

ここで ℓ は相互作用の距離である。YIGの厚み $a = 90\ \mu m$、GaAsの厚み $b = 100\ \mu m$、誘電体層の厚み $d = 70\ \mu m$ としたときの計算結果と実験値との比較を図20、21に示す。図20は規格化した相対利得の磁界依存性という形でみたもので、#13試料の実験結果は理論とかなり良い一致を示すが、#4のそれは少し大きくなっている。また理論では G_R は E_2 に対して直線的に増加し、実験で支配的に現われる飽和傾向は説明できない。また図21は#6と#10のGaAs試料を用いたときの相対利得の周波数特性を理論と比較したもので、そのオーダー、および漸増傾向共に定性的な一致を示している。しかして、従来の理論は相対利得の大きさを推定する程度においては有効であるといえるが、今後蓄積されるであろう実験結果により、より精密化される必要がある。

§5 結 語

半導体としてn形GaAsを用いた、比較的薄いYIGスラブとの結合系により、表面静磁波と電子流との相互作用という問題に関して、従来報告の少ないいくつかの実験的側面を明らかにした。ここで得られた結果を以下に要約する。

(1) YIGとGaAs間のスペーサの厚みの効果はかなり顕著で、その厚みがYIGと同程度以上になると相対利得は急速に小さくなる。

(2) 用いたYIGスラブとスペーサに対して、調べた種々の大きさのGaAs試料の内では、幅に対する長さの比が9～10の進行方向に細長い形状のものが、飽和電界が小さく相対利得もかなり大きい特性を示した。

(3) GaAsへのドリフト電圧、およびそのパルス幅を一定にし、くり返し周波数を増していくと、相対利得が最大となる印加電界の値が徐々に低下してくることが観測された。

(4) 測定した周波数範囲3.6～4.3 GHzにおいては、周波数が高くなるにつれて相対利得は漸増する傾向を示した。

(5) 種々のパラメータを調整した結合系において、相互作用により半導体素子による電界の増加分をほぼ回復し、部分的にはYIG単独のときの電界レベルを約1 dB上回る結果をうることができた。これはYIGに半導体を接触し、電流を流すということがはじめて積極的な意味をもった点でこの問題を新らしい段階に引き上げたと言える。

(6) 得られた最大相対増幅利得は遅延時間0.15 μsでの約17 dB、増幅により達成された最低入力は遅延時間0.2 μsでの−18 dBであり、これらは従来の報告よりそれぞれ、約8 dB、約20 dB改善された結果である。

このように良好な結果が得られたが、その理由としては、表面静磁波自体の低損失細線に細心の注意を払ったこと、室温で高易動度というn形GaAsの特

微もある程度ひき出せることなどが考えられよう。しかしながら、大まかに評価してみると、相互作用時において、表面静磁波の位相速度は 1×10^{8} cm/s 程度、キャリアのドリフト速度は 1×10^{7} cm/s 程度と両者にはまだ一桁の開きがある。したがって、さらに低い閾光レベルでより強い相互作用をうるためには次に述べるような事項を検討する必要がある。

(1) キャリアのドリフト速度と表面静磁波の位相速度との差を縮めるため低閾光性 YIG 薄膜が必要である。なおこのとき、より短い波長まで低結合閾光で安定に励振・検出するため、適切に設計したストリップライン変換器の採用が望ましい。

(2) YIG 薄膜（厚み 10 μm 程度）を用いると半導体も同程度の厚みで十分であるから、スペーサをも含む積層として絶縁体基板上に成長させた epi-GaAs を使うことが考えられる。また、より低磁界で大きい電子速度のえられる $Ga_xIn_{1-x}Sb$ 等の新しい材料を用いることも考慮してよい。

これらの点を追求すれば、表面静磁波遅延素子の閾値光化、さらには能動的に同調可能な狭帯域増幅器の構成なども現実のものとなりであろう。

表1 ．表面静磁波増幅実験の過去の代表的な例．

workers	samples	results
A.V.Vashkovskii[12] et.al. (1972)	n-Ge / YIG slab 1×3×0.24mm³ / 10×5×1mm³ n_e=10^{14}/cm³ / 4πM_s=1750G μ_e=3.6×10^3cm²/V·s / ΔH=*0.5Oe	+8dB at τ=0.55μs for E_d=2KV/cm f=2GHz
M.Szustakowski[13] et.al. (1973)	n-Ge / YIG slab n_e=7×10^{14}/cm³ / 4πM_s=1780G μ_e=2.54×10^3cm²/V·s / ΔH=*0.2Oe	+20dB/cm f=9GHz
K.Kawasaki[14] et.al. (1974)	p-Ge / YIG slab 3×1.7×0.38mm³ / 18.2×5.2×0.93mm³ n_h=10^{15}/cm³ / 4πM_s=1200G μ_h=1.8×10^3cm²/V·s / ΔH_{eff}^{s}=0.70e	+3dB at τ=0.1μs +2dB at τ=0.5μs for E_d=2KV/cm f=4.1~4.3GHz
T.Yukawa[15] et.al. (1976)	n-Ge / YIG slab 6.5×2×1.5mm³ / 10×2×0.2mm³ n_e=3×10^{15}/cm³ / 4πM_s=1750G μ_e=2×10^3cm²/V·s / ΔH_{eff}^{s}=1.3Oe n-InSb / YIG film (3)×2×0.1mm³ / 10×3×0.01mm³ n_e=10^{15}/cm³ / 4πM_s=1750G μ_e=2.8×10^3cm²/V·s / ΔH_{eff}^{s}=7Oe at 77°K	a)Ge/YIG film +8dB at τ=60ns b)InSb/glass/YIG film +6dB at τ=50ns c)InSb/glass/YIG slab +3dB at τ=220ns glass;190μm f=4.3GHz

表2 ．作製した GaAs メサ試料

#	dimensions(mm³)	R_{I-I}(Ω)	R_{I-V}(Ω)
1	5(3)*×1.5×~0.1	45	72
2	5(3)×2×~0.08	48	66
3	5(3)×1×~0.08	90	114
4	5(3)×0.5×~0.08	219	241
5	5(4)×0.5×~0.06	299	290
6	4(3)×0.5×~0.06	138	147
7	3(2)×0.5×~0.06	230	267
8	2(1)×0.5×~0.06	98	114
9	5(4)×1×~0.06	130	190
10	4(3)×1×~0.06	71	83
11	3(2)×1×~0.06	130	167
12	2(1)×1×~0.06	65	73
13	4.5×0.5×~0.1	160	197

( )*；電極間の距離

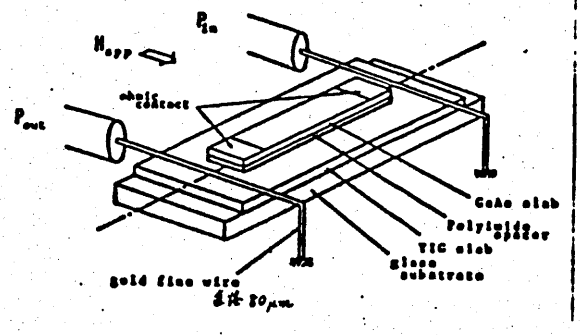


図1 . 結合系の構成図

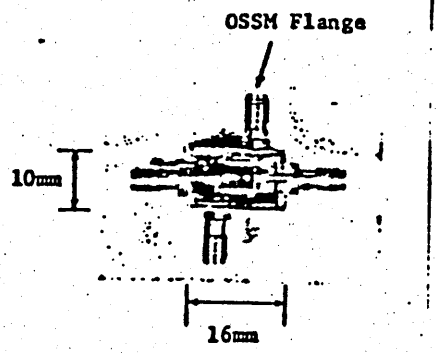


図2 . 相互作用マウントの写真(上から見たもの)

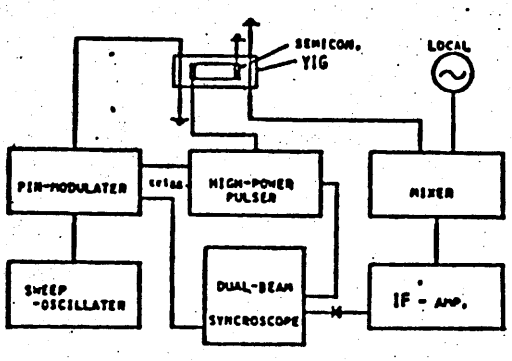


図3 . 実験回路のブロック図

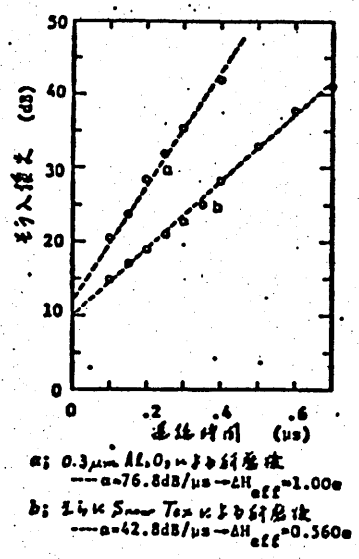
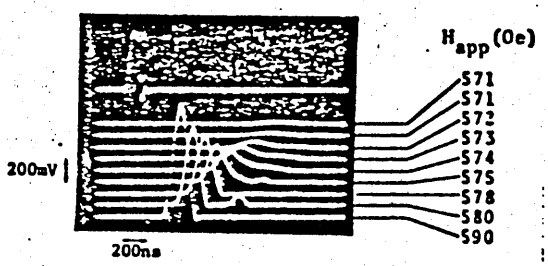


図4 . YIG単独のときの表面静磁波の損失特性



Pin = 0 dBm, f = 4GHz

upper trace : the pulse turns on a pin diode

Lower traces: waveforms of mssw

図5 . 表面静磁波の遅延波形

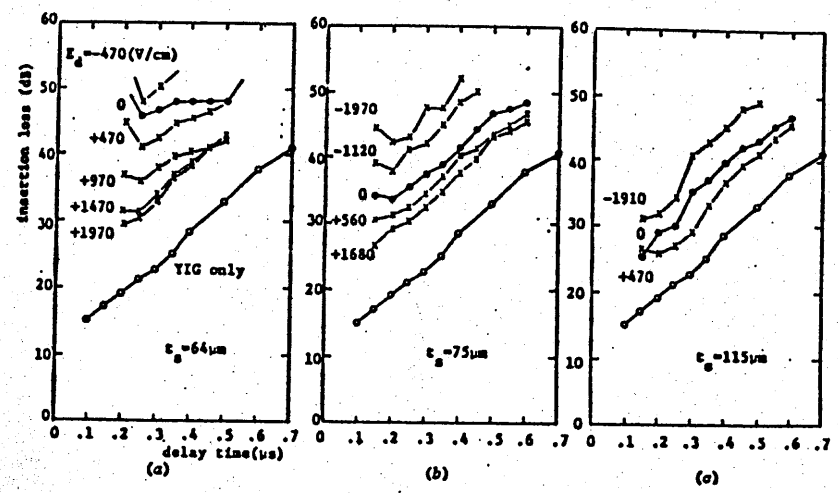


図6 ．相互作用による表面静磁波の遅延特性の変化 (1)

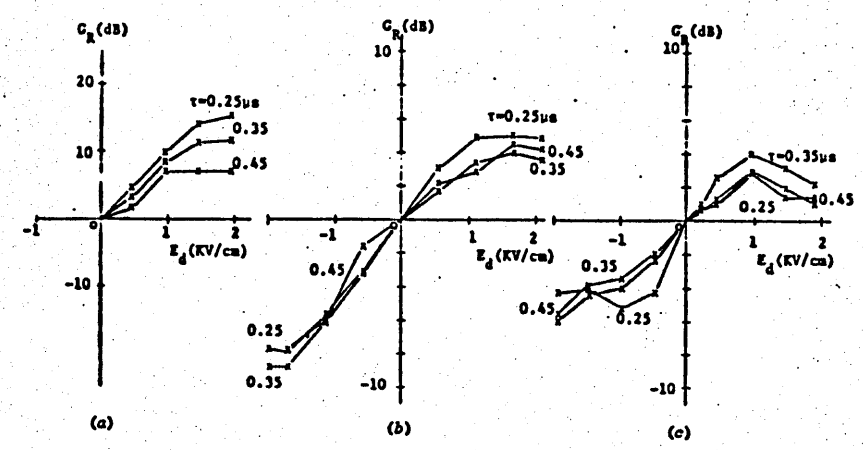


図7 ．相対利得のGaAsへの印加電界の強さに対する依存性

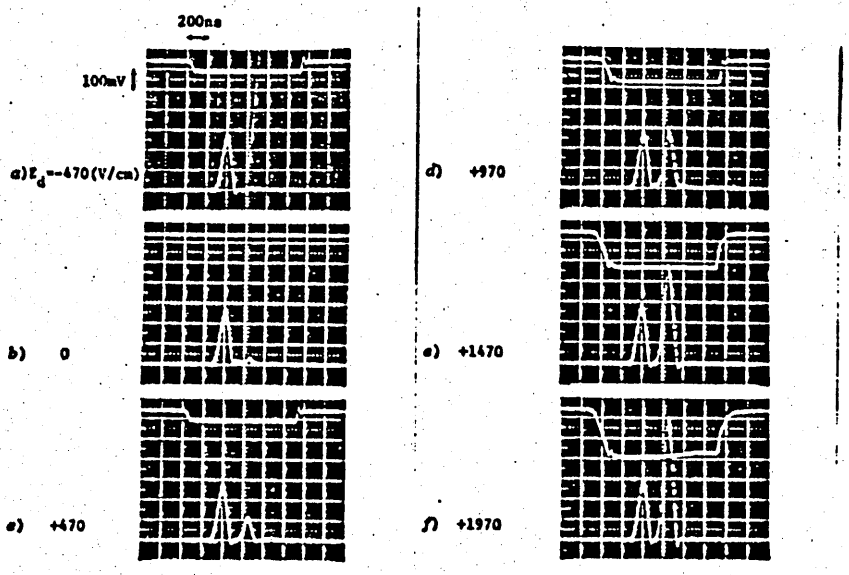


図8 . 相互作用波形の例 (1)

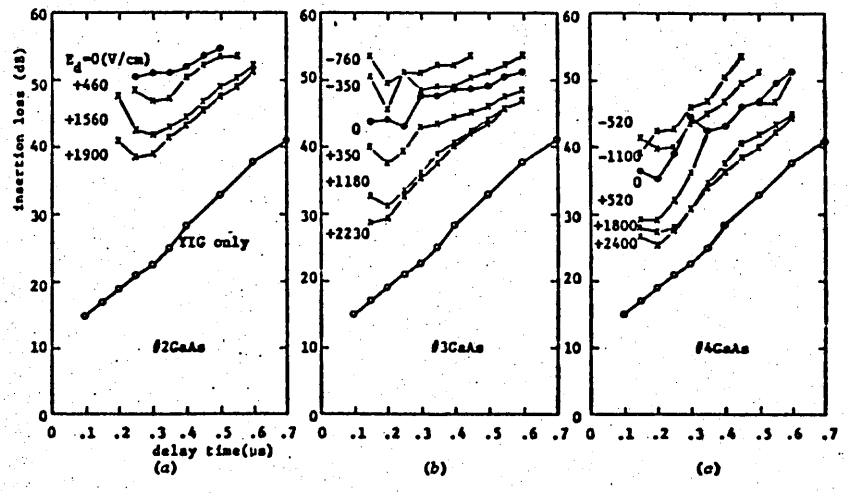


図9 . 相互作用による表面弾性波の遅延特性の変化 (2)

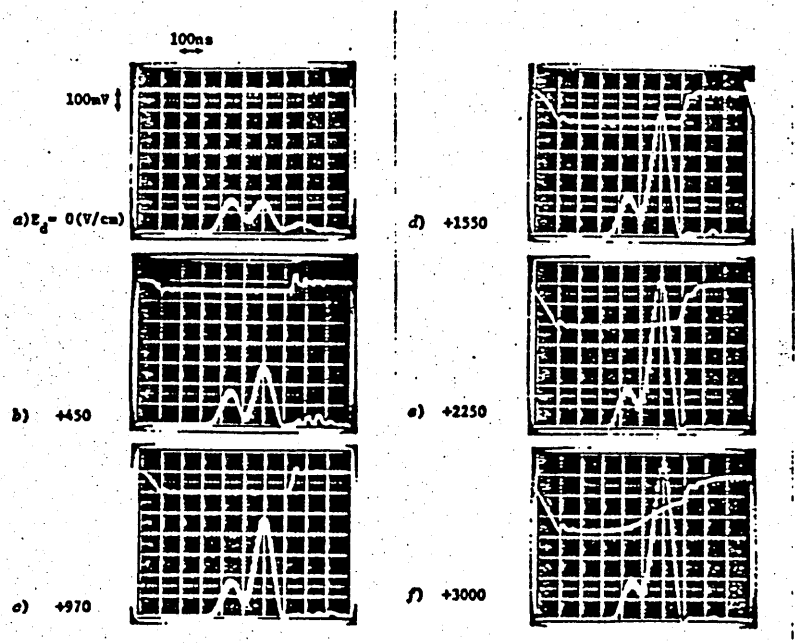


图10 . 相互作用波形的例 (2)

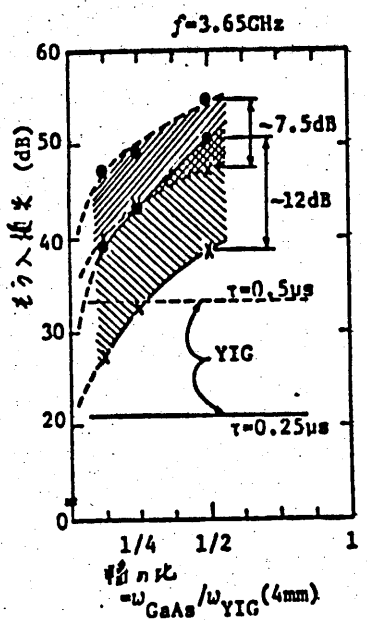


図11 増幅特性のGaAsの幅に対する依存性

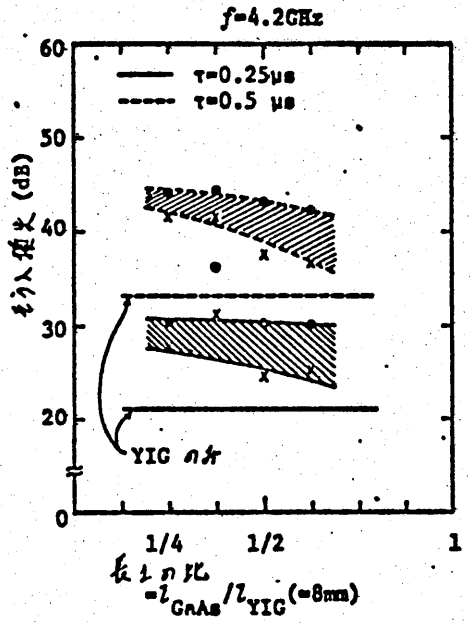


図12 増幅特性のGaAsの長さに対する依存性

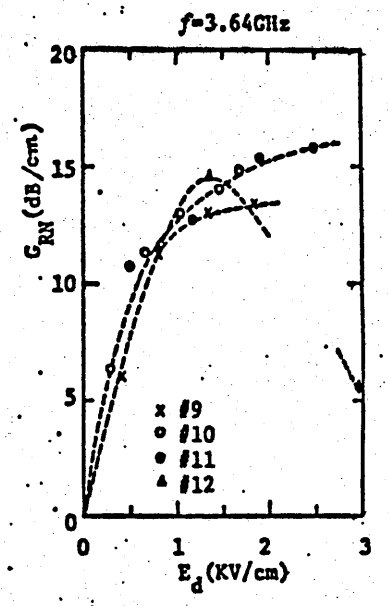


図13 規格化した相対利得の印加電界の依存に対する特性

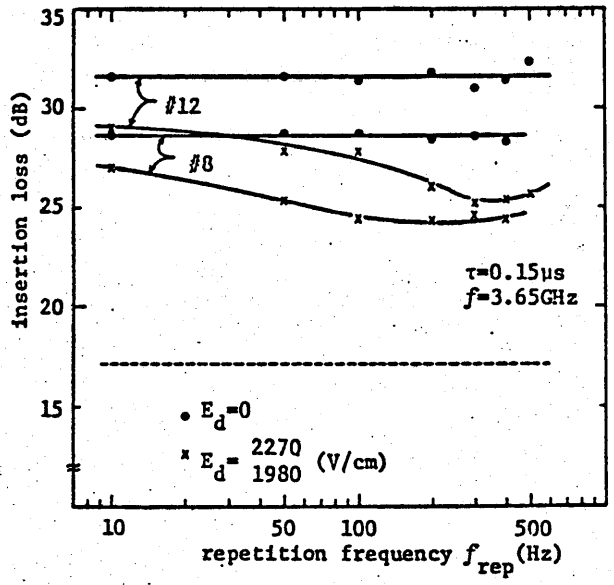


図14　くり返し周波数を変えたときの増幅特性の変化

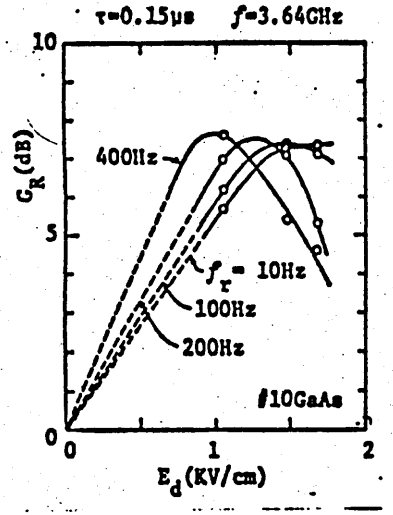


図15　くり返し周波数を変えたときの
相対利得の電界依存性の変化

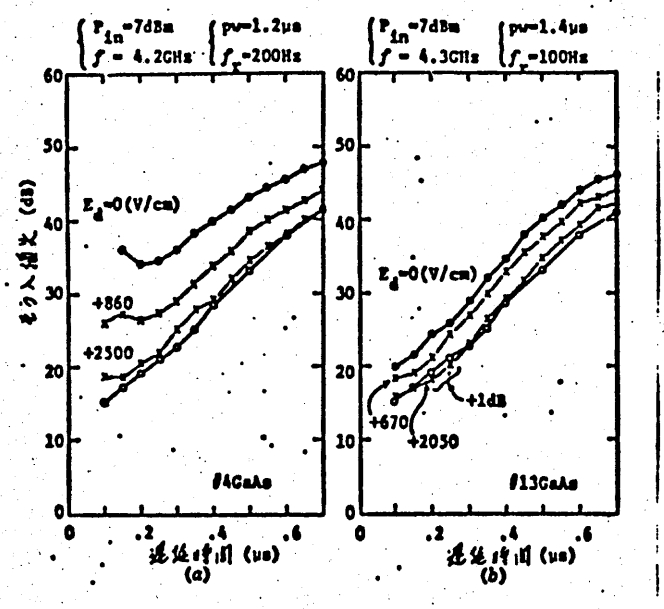
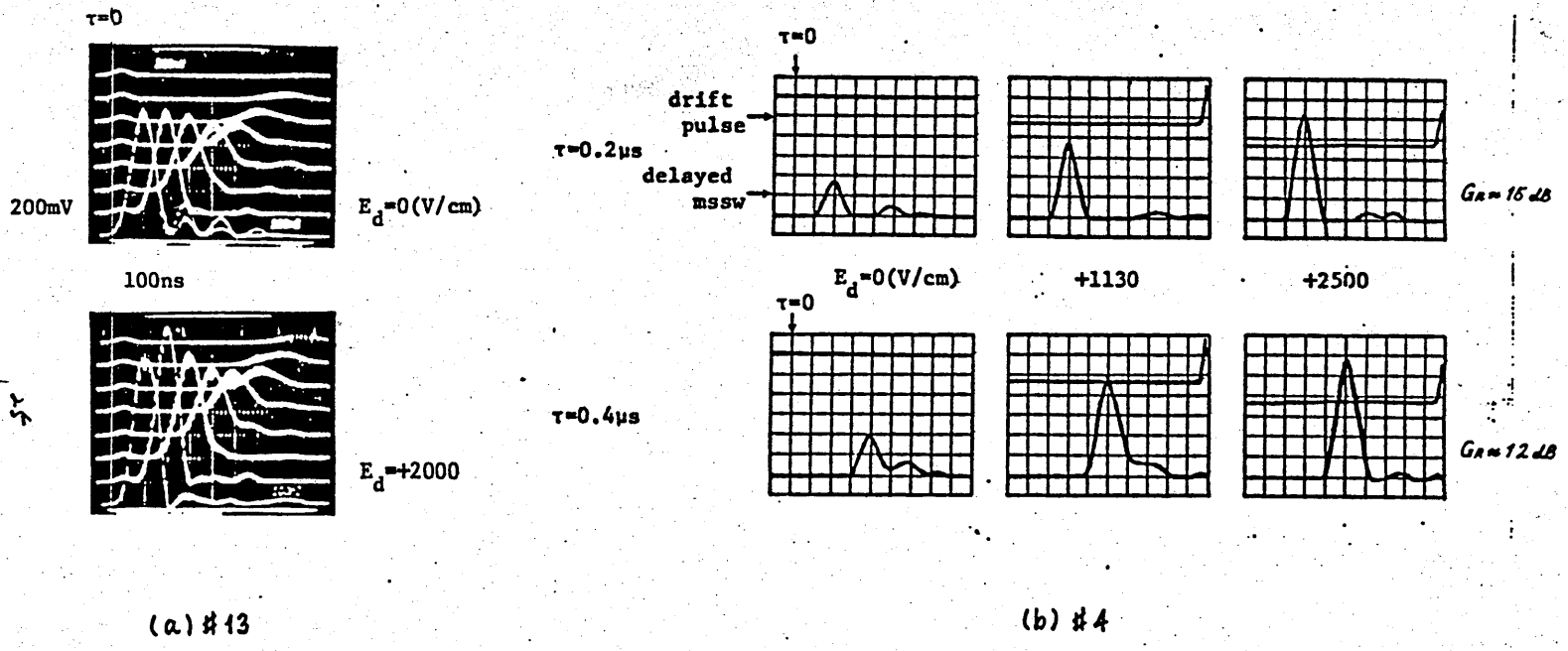


図16 . 調整系における損失特性の相互作用による変化



(a) #13　　(b) #4

图17．相互作用波形の例（3）

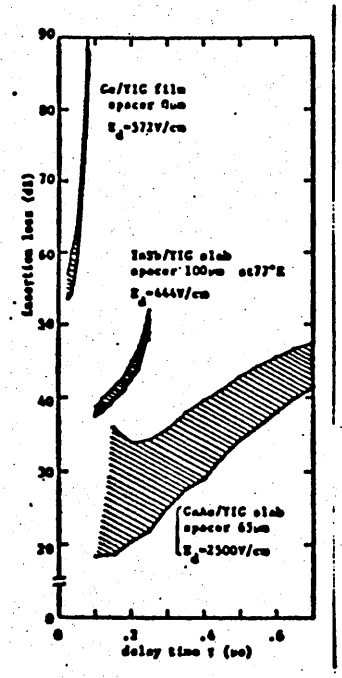


図18．従来の実験結果との比較

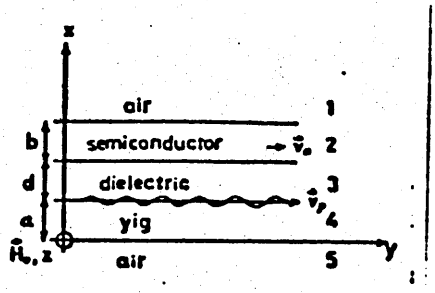


図19．実験の結合系に対応する解析モデル

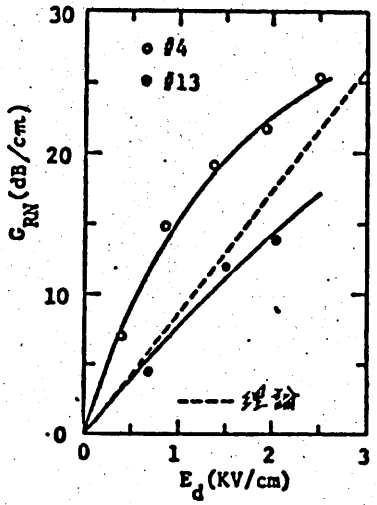


図20．実験結果と理論値との比較
(1) 規格化した相対利得の印加電界に対する依存性

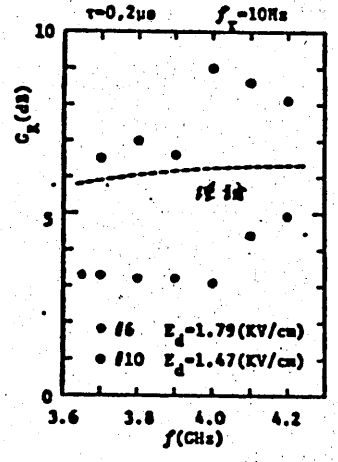


図21．実験結果と理論値との比較
(2) 相対利得の周波数特性

参考文献

1) R. W. Damon and J. R. Eshbach, J. Phys. Chem. Solids, 1, p308 (1961).

2) H. L. Glass and M. T. Elliot, J. Crystal Growth, 34, p285 (1976).

3) J. D. Adam and J. H. Collins, Proc. IEEE, 64, p794 (1976).

4) C. G. Sykes, J. D. Adam and J. H. Collins, Appl. Phys. Lett., 29, p388 (1976).

5) 間田, 大原, 信学論(B), J58-B, 9, p475 (昭50-09).

6) J. C. Sethares and M. R. Stiglitz, IEEE Trans. on Magnetics, MAG-10, p787 (1974).

7) I. Awai, K. Ohtsuki and J. Ikenoue, Jap. J. Appl. Phys., 15, p1297 (1976).

8) N. S. Chang, S. Yamada and Y. Matsuo, Wave Electronics, 2, p341 (1976).

9) J. D. Adam, J. M. Owens and J. H. Collins, IEEE Trans. on Magnetics, MAG-10, p783 (1974).

10) C. Elachi, IEEE Trans. on Magnetics, MAG-11, 1, p36 (1975).

11) M. Szustakovskii and B. Wecki, Bull. Acad. Polon. Sci., 19, p13, (1971).

12) A. V. Vashkowski, V. I. Zubkov, V. N. Kildshev and B. A. Murmuzhev, Sov. Phys. JETP Letters, 16, p4 (1972).

13) M. Szustakovski and B. Wecki, Proc. of Vibration Problems, 14, p155 (1973).

14) K. Kawasaki, H. Takagi and M. Umeno, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., MTT-22, p918 (1974).

15) 湯川, 前田, 垂井, 池上, 信学技報, CPM76-104 (1976-11).

16) 商標名「スノーテックス」日産化学(株).

17) 上村, 篠山, 飯山, 通研実報, 24, 6, p1193 (1975).

18) J.B. Merry and J.C. Sethares, IEEE Trans. on Magnetics, MAG-9, p517 (1973).
19) J.D. Adam, R.W. Patterson and T.W. O'keefe, J. Appl. Phys., 49, p1797 (1978).
20) T. Kasuya and R.C. LeCraw, Phys. Rev. Lett., 6, 5, p223 (1961).
21) Vashkovskii は側外的に 500Hz のくり返し周波数で実験を行なっている。

輻射科学研究会資料

折線状アンテナの簡単化された Hallen形積分方程式について

小南昌信　六島克

（大阪府立大学　工学部）

昭和53年12月15日

1. まえがき

素子の長さが数波長程度の細線状導体からなるアンテナは，その形状に適当な周期的変化を与えると，広い周波数帯域にわたって高い利得と鋭い指向性をもつことが知られている。ヘリカルアンテナ，スパイラルアンテナ，ジグザグアンテナ等がその例で，単一アンテナとしても，アレイアンテナの単位素子としても広く用いられている。この形のアンテナは一般に構造が複雑なため，理論的検討は従来簡単なモデル化によってなされていた[1]。しかし，近年の電子計算機の発達により，電流分布を積分方程式から直接数値計算により求めることが可能となり，いくつかの報告がなされている[2]～[5]。これらの理論解析はいずれも，K.K. Mei の積分方程式[2]を基礎としている。

ここでは，複数個の直線導体系アンテナの解析で，先に提案した積分方程式の核を閉じた形に表現する方法[6][7]を用いて，連続した折線状導体からなるアンテナの簡単化された Hallen 形積分方程式を導出している。またフーリエ級数形電流展開関数を用いた選点法で，この積分方程式を解いた二，三の数値計算例を示している。

本解析法は，Meiの方程式を用いた従来の方法[2)~5)]にくらべて，①核が閉じた形で表わされるため計算精度がよく，計算時間が大幅に改善される。②アンテナ形状が関数形で与えられない任意形状アンテナにも適用が可能である，ような特色をもつ。

2 積分方程式の導出

中央に給電点をもつ一本の細線状導体からなるアンテナは，適当に分割点を定めると，連続した折線状導体系とみなすことができる。ここで取扱うアンテナは給電点に対して平衡している対称的構造であるとする。

全長 $2L$ の連続した折線状アンテナの構造を図1に示す。各小区間（$i=1,2,\cdots,N$）に独立した座標系（x_i, y_i, z_i）を設け，その z_i 軸を導体軸に一致させる。

アンテナは完全導体でできており，その半径は波長にくらべて十分小さいものとすると，導体表面上の電界に対する境界条件より，第 i 区間のベクトルポテンシャルの軸方向成分 $A_{zi}(z_i)$ に対する次の微分方程式を得る[6)]。

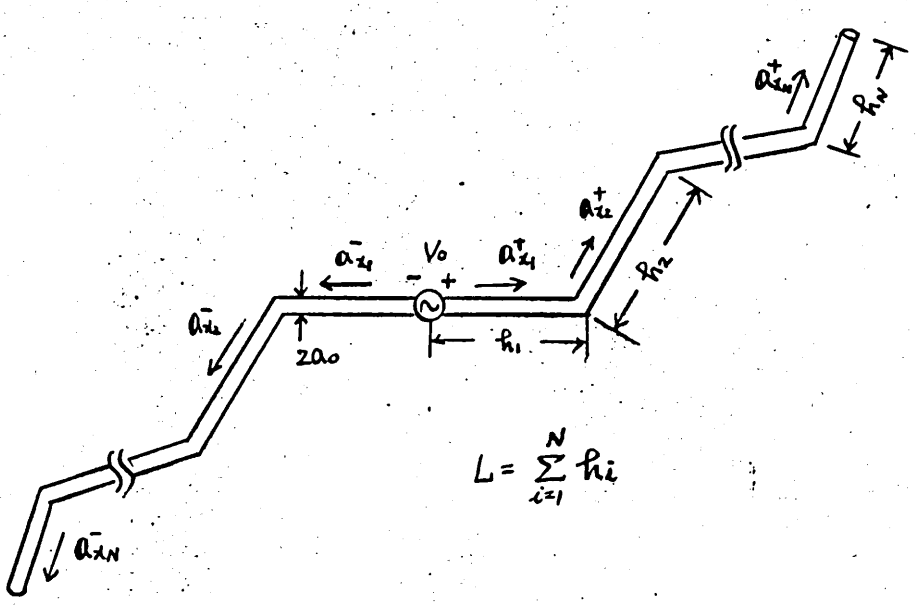


図1　折線状アンテナの構造

$$\frac{\partial^2 A_{xi}(x_i)}{\partial x_i^2} + \beta^2 A_{xi}(x_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left\{ \nabla_{xi} \cdot A_{xi}(x_i) \right\} \qquad (1)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, N)$$

ここで β は自由空間の波数であり，∇_{xi} および $A_{xi}(x_i)$ は，点 x_i における演算子 ∇_i およびベクトルポテンシャル $A_i(x_i)$ の x_i 軸と直角方向の成分を表わす。

式(1)を解き整理すると，ベクトルポテンシャル $A_{xi}(x_i)$ およびスカラーポテンシャル $\Phi_i(x_i)$ は次式のように表わされる[6]。

$$A_{xi}(x_i) = \frac{1}{jc}\left(B_i \cos\beta x_i + C_i \sin\beta x_i \right)$$

$$- \int_0^{x_i} \nabla_{ti} \cdot A_{ti}(\xi_i) \cos\beta(x_i - \xi_i)\, d\xi_i \qquad (2)$$

$$\Phi_i(x_i) = - B_i \sin\beta x_i + C_i \cos\beta x_i$$

$$+ jc \int_0^{x_i} \nabla_{ti} \cdot A_{ti}(\xi_i) \sin\beta(x_i - \xi_i)\, d\xi_i \qquad (3)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, N)$$

ただし B_i, C_i は未知定数，c は光速である。

各小区間の接続部では，次のベクトル，スカラー両ポテンシャルに対する連続性を満たす必要がある。

$$\left.\begin{aligned} A_{xi+1}(0) &= A_{xi}(h_i) + A_i(h_i) \cdot (a_{xi+1} - a_{xi}) \\ \Phi_{i+1}(0) &= \Phi_i(h_i) \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, N-1)$$

ここで h_i は第 i 区間の長さ，a_{xi} は第 i 区間の軸方向単位ベクトルである。

式 (2), (3) を式 (4) の関係に適用すると，B_i, C_i $(i = 1, 2, \cdots, N)$ の間には，次の漸化式が成り立つことがわかる。

$$\left.\begin{aligned} B_{i+1} &= B_i \cos\beta h_i + C_i \sin\beta h_i - P_i(h_i) \\ C_{i+1} &= -B_i \sin\beta h_i + C_i \cos\beta h_i + Q_i(h_i) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ただし，$P_i(h_i)$，$Q_i(h_i)$ は次のようにおいている。

$$\left.\begin{aligned} P_{i+1}(h_i) &= jc\int_0^{h_i} \nabla_{ti}\cdot A_{ti}(\xi_i)\cos\beta(h_i-\xi_i)\,d\xi_i \\ &\quad - A_i(h_i)\cdot(Q_{zi+1}-Q_{zi}) \\ Q_{i+1}(h_i) &= jc\int_0^{h_i} \nabla_{ti}\cdot A_{ti}(\xi_i)\sin\beta(h_i-\xi_i)\,d\xi_i \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

式 (5) の関係より，B_i，C_i $(i=2,3,\cdots,N)$ を B_1，C_1 で表わすと，次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} B_i &= B_1\cos\beta l_i + C_1\sin\beta l_i \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} P_k \cos\beta(l_i - l_{k+1}) + \sum_{k=1}^{i-1} Q_k \sin\beta(l_i - l_{k+1}) \\ C_i &= -B_1\sin\beta l_i + C_1\cos\beta l_i \\ &\quad + \sum_{k=1}^{i-1} P_k \sin\beta(l_i - l_{k+1}) + \sum_{k=1}^{i-1} Q_k \cos\beta(l_i - l_{k+1}) \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

ここで，l_i は給電点から第 i 区間の始点までの導体の長さを表わし

$$l_i = \sum_{n=1}^{i-1} h_n \quad (8)$$

である。

なお給電点における スカラーポテンシャルの差は，このアンテナの励振電圧 V_0 に等しいことから，式(3)より C_1 が決定される。

$$\Phi_1(0) = \frac{V_0}{2} = C_1 \qquad (9)$$

式(7)を式(2)に代入して整理すると，ベクトルポテンシャルに対する次の関係式が成りたつ。

$$\frac{V_0}{2}\sin\beta(l_i+x_i) + B_1\cos\beta(l_i+x_i)$$

$$= jc\Big[a_{xi}\cdot A_i(x_i) + \int_0^{x_i} \nabla_{ti}\cdot A_{ti}(\xi_i)\cos\beta(x_i-\xi_i)\,d\xi_i$$

$$+ \sum_{k=1}^{i-1}\cos\beta(l_i+x_i-l_{k+1})\Big\{\int_0^{h_k}\nabla_{tk}\cdot A_{tk}(\xi_k)\cos\beta(h_k-\xi_k)\,d\xi_k$$

$$- A_k\cdot(a_{xk+1}-a_{xk})\Big\}$$

$$+ \sum_{k=1}^{i-1}\sin\beta(l_i+x_i-l_{k+1})\int_0^{h_k}\nabla_{tk}\cdot A_{tk}(\xi_k)\sin\beta(h_k-\xi_k)\,d\xi_k\Big]$$

$$(i=1,2,\cdots,N) \qquad (10)$$

ところで，第 i 区間内の点 x_i におけるベクトルポテンシャル $A_i(x_i)$ は，アンテナ構造の対称性を考慮すると，素子上の電流 $I_j(l_j+x_j)$ によって，次のように表わされる。

$$A_i(x_i) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{j=1}^{N} \int_0^{\ell_j} I_j(\ell_j + x_j') \left\{ a_{x_j}^{+} \Psi_{ij}^{+}(x_i, x_j') - a_{x_j}^{-} \Psi_{ij}^{-}(x_i, x_j') \right\} dx_j'$$

$$(i = 1, 2, \cdots, N) \qquad (11)$$

ここで，上はそれぞれ第 j 区間とその対称区間にあることを示し，$\Psi_{ij}(x_i, x_j')$ は点 x_i と x_j' の間の距離 $r_{ij}(x_i, x_j')$ できまる自由空間のグリーン関数である。

$$\Psi_{ij}(x_i, x_j') = \frac{e^{-j\beta r_{ij}(x_i, x_j')}}{r_{ij}(x_i, x_j')} \qquad (12)$$

なお，給電点から第 i 区間の始点に向かうベクトルを $\overrightarrow{\rho_i}$ とすると，$r_{ij}(x_i, x_j')$ は

$$r_{ij}(x_i, x_j') = \left[(x_i + \rho_{ij} \cdot a_{x_i})^2 + \rho_{ij} \cdot \rho_{ij} - (\rho_{ij} \cdot a_{x_i})^2 + a_0^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\rho_{ij}(x_j') = -x_j' a_{x_j} - \overrightarrow{r_j} + \overrightarrow{\rho_i}$$

と表わされる。

式 (11) を (10) に代入して整理すると，アンテナ素子上の電流に関する次の Hallen 形積分方程式を得る。

$$\frac{V_0}{2} \sin\beta(l_i + x_i) + B_1 \cos\beta(l_i + x_i)$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \int_0^{\ell_j} I(\ell_j + x_j') K_{ij}(x_i, x_j')\, dx_j' \qquad (13)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, N)$$

この式は，給電点から導体軸に沿って測った長さ，

$$\left.\begin{aligned} s &= l_i + x_i \\ s' &= l_j + x_j' \end{aligned}\right\}$$

を用いると，次のようにまとめることができる。

$$\frac{V_0}{2}\sin\beta s + B_1\cos\beta s = \int_0^L I(s')\,K(s,s')\,ds' \qquad (14)$$

ここで，式(13)の $K_{ij}(x_i, x_j')$ および式(14)の $K(s,s')$ は積分方程式の核で，s，s' が，

$$\left.\begin{aligned} l_i &\leqq s \leqq l_{i+1} \\ l_j &\leqq s' \leqq l_{j+1} \end{aligned}\right\}$$

のとき，次式で与えられる。

$$\begin{aligned} K(s,s') = K_{ij}(x_i, x_j') &= j30\Big[a^+_{x_i}\cdot a^+_{x_j} \Psi^+_{ij}(x_i, x_j') - a^+_{x_i}\cdot a^-_{x_j} \Psi^-_{ij}(x_i, x_j') \\ &\quad + g^+_{ij}(x_i, x_j') - g^-_{ij}(x_i, x_j') \\ &\quad + \sum_{k=1}^{i-1} \cos\beta(l_i + x_i - l_{k+1})\Big\{ (a^+_{x_k} - a^+_{x_{k+1}})\cdot a^+_{x_j} \Psi^+_{kj}(t_k, x_j') \\ &\quad - (a^+_{x_k} - a^+_{x_{k+1}})\cdot a^-_{x_j} \Psi^-_{kj}(t_k, x_j') \\ &\quad + g^+_{kj}(t_k, x_j') - g^-_{kj}(t_k, x_j')\Big\} \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} \sin\beta(l_i + x_i - l_{k+1})\Big\{ f^+_{kj}(t_k, x_j') - f^-_{kj}(t_k, x_j')\Big\}\Big] \qquad (15) \end{aligned}$$

$$g_{ij}(x_i, x_j') = \int_0^{x_i} \nabla_{x_i} \cdot a_{x_j} \psi_{ij}(\xi_i, x_j') \cos\beta(x_i - \xi_i) d\xi_i \qquad (16)$$

$$f_{ij}(x_i, x_j') = \int_0^{x_i} \nabla_{x_i} \cdot a_{x_j} \psi_{ij}(\xi_i, x_j') \sin\beta(x_i - \xi_i) d\xi_i \qquad (17)$$

なお，式(16)，(17)の微分・積分演算を含む核は，先に提案したFourier変換を用いる方法[6),(17)]により，閉じた形に変換することができる。その結果を示すと次のようになる。

$$g_{ij}(x_i, x_j') = -\frac{a_{x_j} \cdot \rho_{ij} - (a_{x_j} \cdot a_{x_i})(\rho_{ij} \cdot a_{x_i})}{\rho_{ij} \cdot \rho_{ij} - (\rho_{ij} \cdot a_{x_i})^2 + a_0^2}$$

$$\times \left\{ (x_i + \rho_{ij} \cdot a_{x_i}) \psi_{ij}(x_i, x_j') - (\rho_{ij} \cdot a_{x_i}) \cos\beta x_i \, \psi_{ij}(0, x_j') \right.$$

$$\left. + j \sin\beta x_i \, e^{-j\beta r_{ij}(0, x_j')} \right\} \qquad (18)$$

$$f_{ij}(x_i, x_j') = -\frac{a_{x_j} \cdot \rho_{ij} - (a_{x_j} \cdot a_{x_i})(\rho_{ij} \cdot a_{x_i})}{\rho_{ij} \cdot \rho_{ij} - (\rho_{ij} \cdot a_{x_i})^2 + a_0^2}$$

$$\times \left\{ j \, e^{-j\beta r_{ij}(x_i, x_j')} - (\rho_{ij} \cdot a_{x_i}) \sin\beta x_i \, \psi_{ij}(0, x_j') \right.$$

$$\left. - j \cos\beta x_i \, e^{-j\beta r_{ij}(0, x_j')} \right\} \qquad (18)$$

以上により，連続的折線状導体系アンテナの電流分布に関する閉じた形の核をもつ簡単化された積分方程式が導出された。

3 電流・電界分布

線状アンテナの電流分布に関する積分方程式の数値解法としては，モーメント法，Galerkin 法，選点法などがよく使用される[8]。ここで取り扱うように素子長Lが比較的長い場合には，計算量の点から選点法が適しているようである[3]。また電流分布の展開関数には，大きく分けて entire-domain 形と sub-domain 形がある[6]。entire-domain 形は素子長が1波長程度以下の比較的小形アンテナの計算に，また sub-domain 形は比較的大形のアンテナや変形アンテナの計算に使用されることが多いようである[8]。Mei の積分方程式を用いた報告[2]～[5]は，すべて sub-domain 形展開関数を用いている。これは汎用性の高い形式である反面，決定すべき未知定数が多く計算時間が長くなる欠点がある。

本論文では，次のような Fourier 級数形 entire-domain 電流展開関数を用いた選点法で，式(14)の Hallen 形積分方程式を解いている。

$$I(s') = \sum_{m=1}^{M} I_m \sin\left\{(2m-1)\frac{\pi(L-s')}{2L}\right\} \qquad (20)$$

ここで I_m は未知係数である。

電流分布が決定されると，遠方点 $P(R, \theta, \phi)$ にお

ける電界分布 $E(\theta,\phi)$ は次式で求まる。

$$E(\theta,\phi) = -j30\beta \frac{e^{-j\beta R}}{R} \int_0^L I(s') H(\theta,\phi,s')\, ds' \qquad (21)$$

なお，$H(\theta,\phi,s')$ は $s'(=s_j+\gamma_j')$ が，

$$s_j \leq s' \leq s_j + h_j$$

のとき，

$$H(\theta,\phi,s') = a_{\gamma_j}^{+} e^{j\beta d_j^{+}(\gamma_j')\cdot a_r} - a_{\gamma_j}^{-} e^{j\beta d_j^{-}(\gamma_j')\cdot a_r} \qquad (22)$$

で与えられる。ただし $d_j(\gamma_j')$ および a_r は，給電点から第 j 区間上の点 γ_j' に向かうベクトルおよび給電点から遠方点に向かう単位ベクトルを表わす。

指向性利得 $G(\theta,\phi)$ は，電界 $E(\theta,\phi)$ の θ 方向成分 $E_\theta(\theta,\phi)$ および ϕ 方向成分 $E_\phi(\theta,\phi)$ により，

$$G(\theta,\phi) = \frac{R^2\left\{|E_\theta(\theta,\phi)|^2 + |E_\phi(\theta,\phi)|^2\right\}}{30\,\mathrm{Re}\{V_0 \cdot I^*(0)\}}$$

として与えられる。

4 数値計算例

前章までに示した理論的取り扱い法の妥当性を確認するため，ここでは3種類の折線状アンテナについて求めた電流分布，放射電界パターンの数値計算結果を示し．他の理論データあるいは．実測データとの比較を行う。

(a) 方形状スパイラルアンテナ

隣り合う辺の間隔が一定な方形状スパイラルアンテナの形状を図2に示す。各区間の長さ h_i は．

$$h_i = \begin{cases} h_0 & (i=1) \\ 2h_0(i-1) & (i=2,3,\cdots,8) \\ 8h_0 & (i=9) \end{cases}$$

で与えられる。その他の構造パラメータは次の通りである。

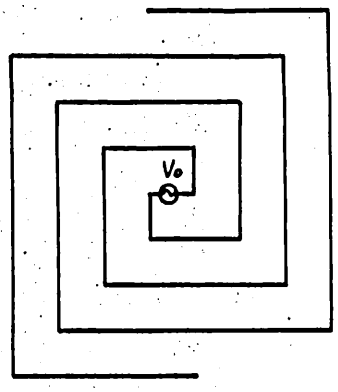


図2. 方形状スパイラルアンテナ

$L=2\lambda$, $a_0=0.003\lambda$, $N=9$, $h_0=0.0030777\lambda$, $M=12$

式(14)の積分方程式をFourier形展開関数式(20)を用いた選点法より求めた電流分布を図5に，またその結果より式(21)から求めた放射電界パターンを図6に示す。比較のため，同じ条件の下にMeiの積分方程式よ

り 33 項のパルス状展開関数を用いて求めた結果（文献(4)より引用）も示した。

これら二つの結果は，解析法や展開関数が異なるにもかかわらず比較的よく一致していることがわかる。

(b) イクイアンギュラ・スパイラルアンテナ

アンテナの形状が，回転角 θ によって

$$r = r_0 e^{c\theta}$$

と表わされるスパイラルアンテナを折線近似した図3のようなアンテナを考える。各辺の長さ h_i は，

$$h_i = \begin{cases} r_0 & (i=1) \\ r_0 e^{c\theta_i} \left(1 - 2e^{c\Delta\theta}\cos\Delta\theta + e^{2c\Delta\theta}\right)^{\frac{1}{2}} & (i=2,3,\cdots,N+1) \end{cases}$$

$$\Delta\theta = \frac{\theta_0}{N-1}, \quad \theta_i = \Delta\theta(i-1)$$

で与えられる。他の構造パラメータは次の通りである。

$$\left.\begin{array}{l} L = 3\lambda, \quad a_0 = 0.003\lambda, \quad N = 17, \quad c = 0.12 \\ \theta_0 = 4\pi, \quad \Delta\theta = \pi/4, \quad r_0 = 0.00523\lambda, \quad M = 15 \end{array}\right\}$$

先と同じ手法で計算した電流分布，放射電界パターンの結果を図7，8に示す。図7には K.K. Mei の理論値(2)も示した。給電部の形状および導体半径が異なるが，よく似た電流分布となることがわかる。

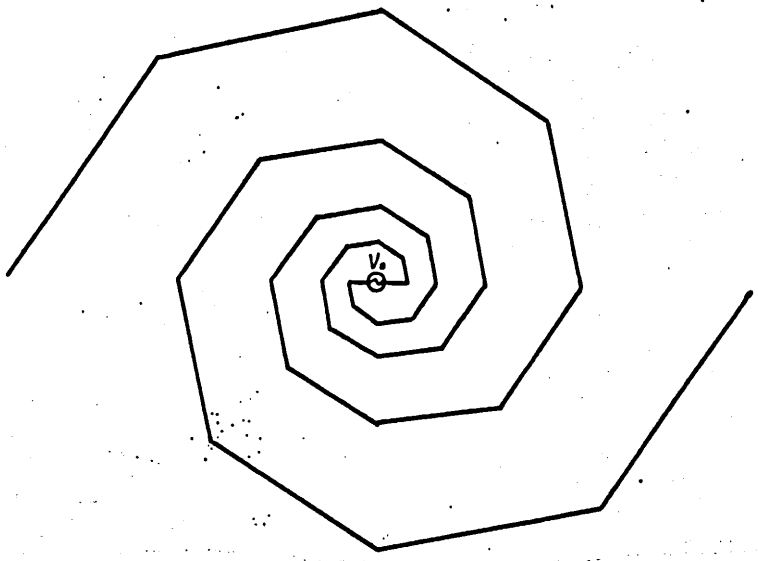


図3　イクイアンギュラ・スパイラルアンテナ

(c) ジグザグアンテナ

隣り合う各区間の長さの比が一定割合で増加する図4のような構造のジグザグアンテナを考える。構造をきめる各パラメータの値は次の通りである。

$$\left.\begin{array}{l} L = 7\lambda,\ a_0 = 0.008\lambda,\ N = 17 \\ \tau = 0.85,\ \alpha = 28^\circ,\ \psi = 32^\circ \\ \gamma = 18.5^\circ,\ M = 25 \end{array}\right\}$$

先と同じ手法で求めた電流分布を図9に，放射電界パターンを図10に示す。図10には，同じ条件の下で求めた R.L. Bell 他の実測値[9]も示した。

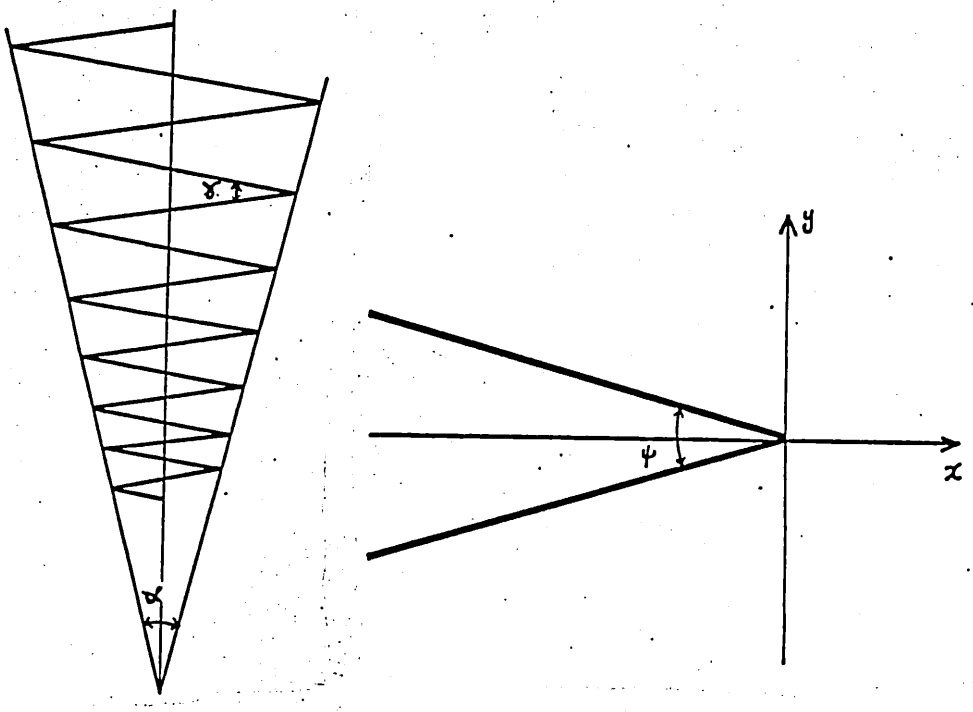


図4　ジグザグアンテナ

放射パターンの本理論値には，斜め後方にサイドローブが現われている。これは配流展開項数（M=25）が素子長（L=7λ）に対して少くないためと思われる。

以上示した3つの折線状アンテナに対する数値計算結果と他の理論あるいは実測データの比較より，これらは，比較的よく一致していることがわかる。したがって本手法の妥当性は，一応確認されていると考えられる。

一般に，構造に周期的変化をもつ長導線アンテナは，電流分布が減衰的振動形となる。そのため数値積分

の容易さもあって：電流展開関数には，従来 sub-domain 形関数がもっぱら使用されてきた[2]～[5]。ここで示した計算結果より，簡単化された積分方程式を用いると，entire-domain 形関数でも，比較的少ない項数で，良好な結果が得られることがわかった。

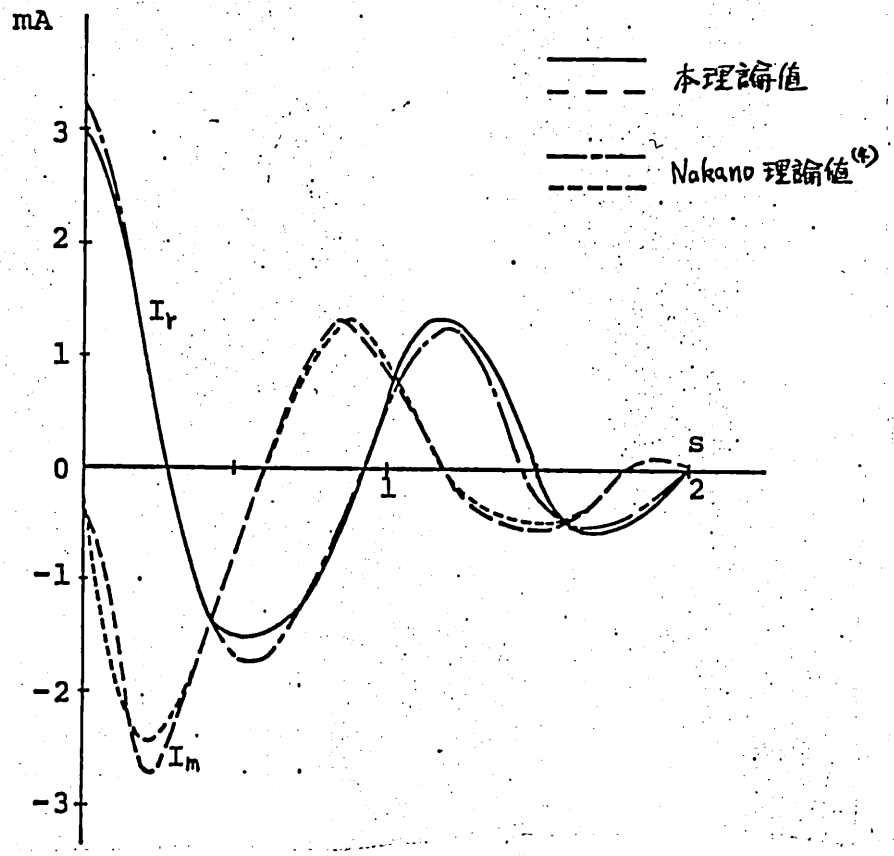


図5 方形状スパイラルアンテナ電流分布

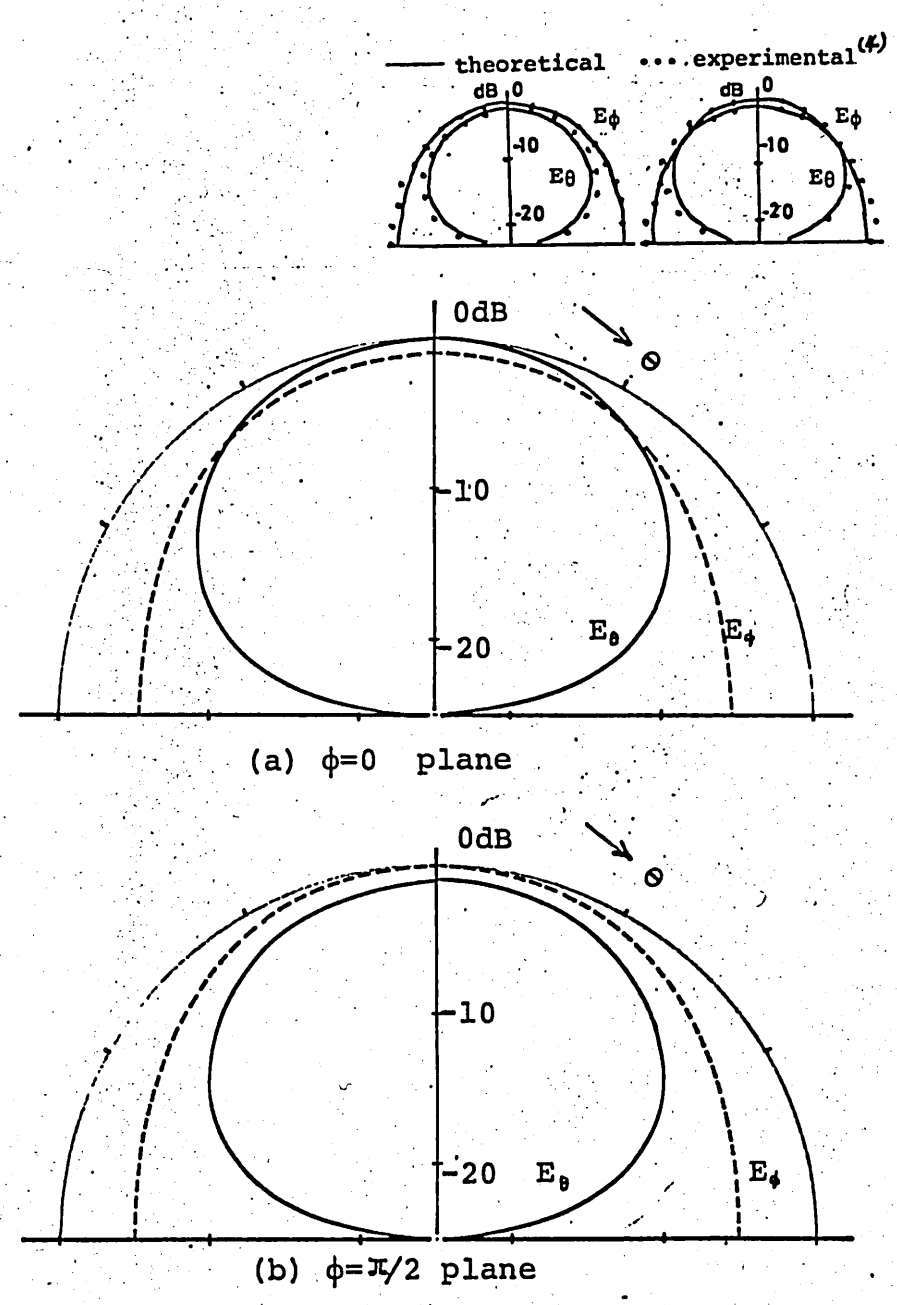


図6. 方形状スパイラルアンテナ放射電界パターン

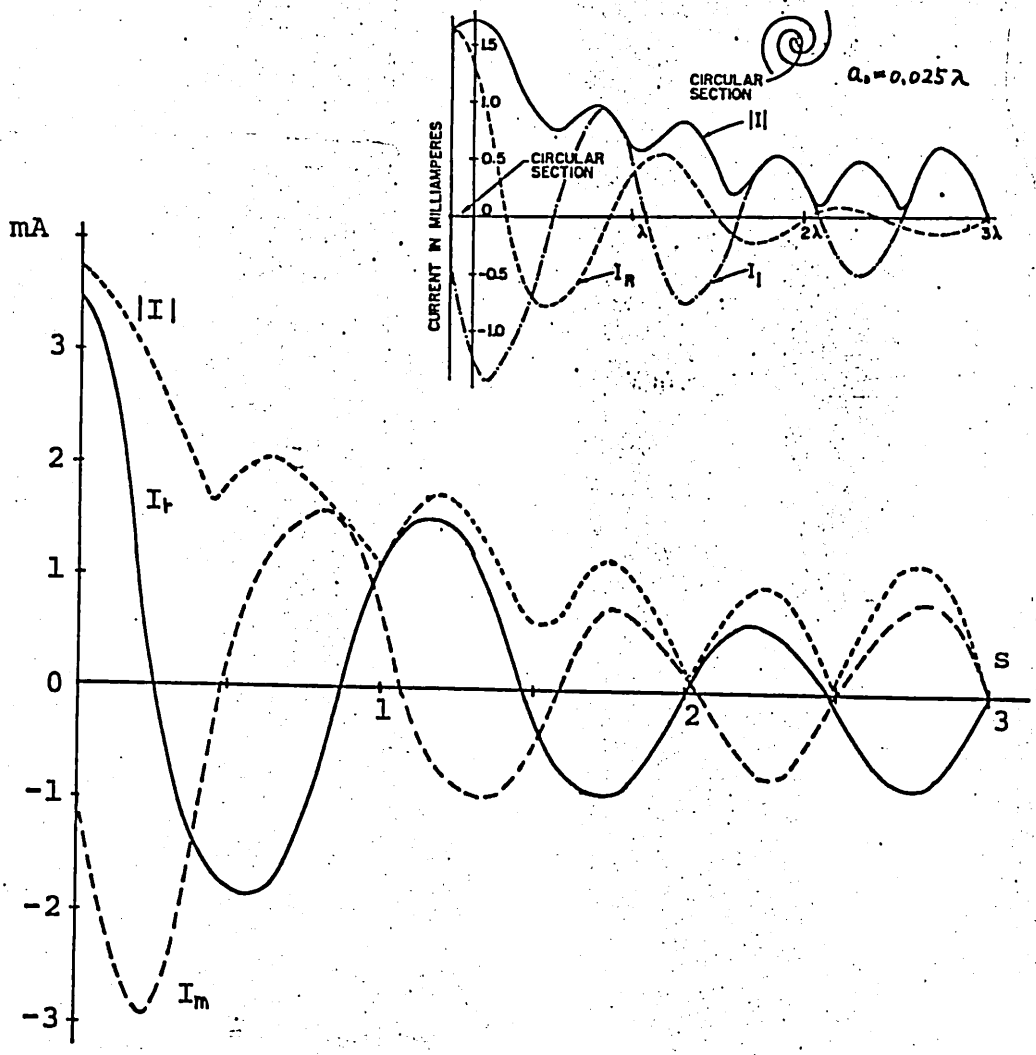
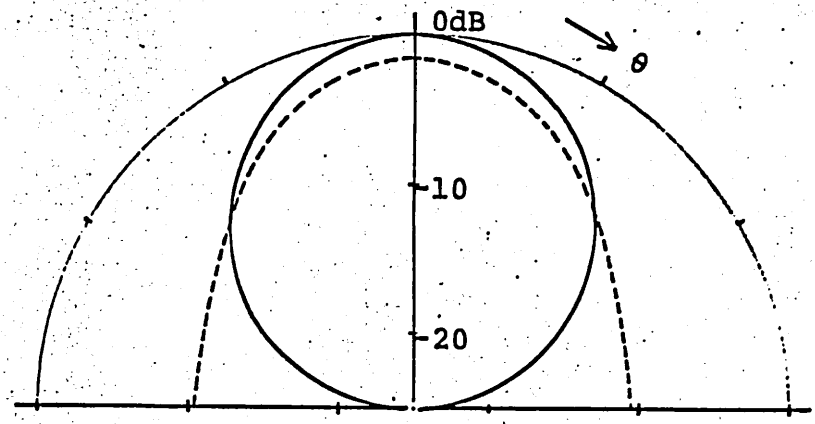
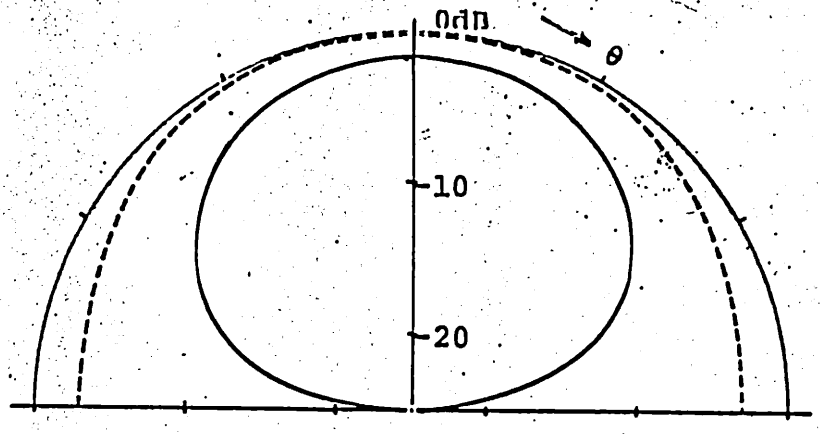


図7 イクイアンギュラ・スパイラルアンテナの電流分布



(a) $\phi=0$ plane



(b) $\phi=\pi/2$ plane

図8 イクイアンギュラ・スパイラルアンテナの放射陪界パターン

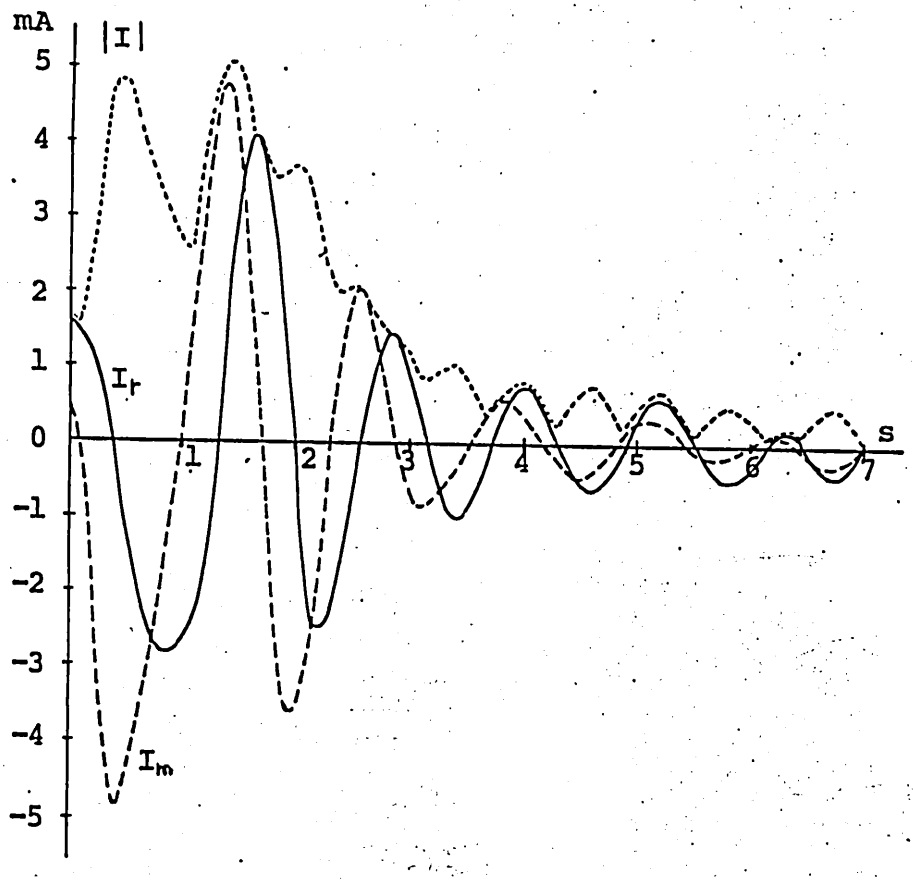
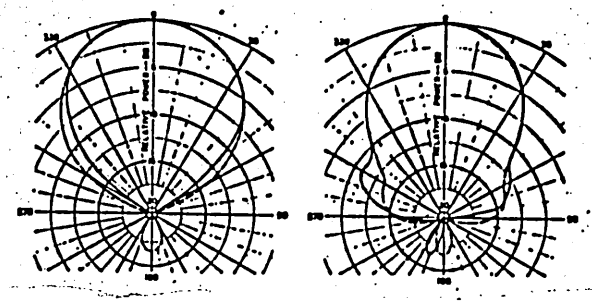
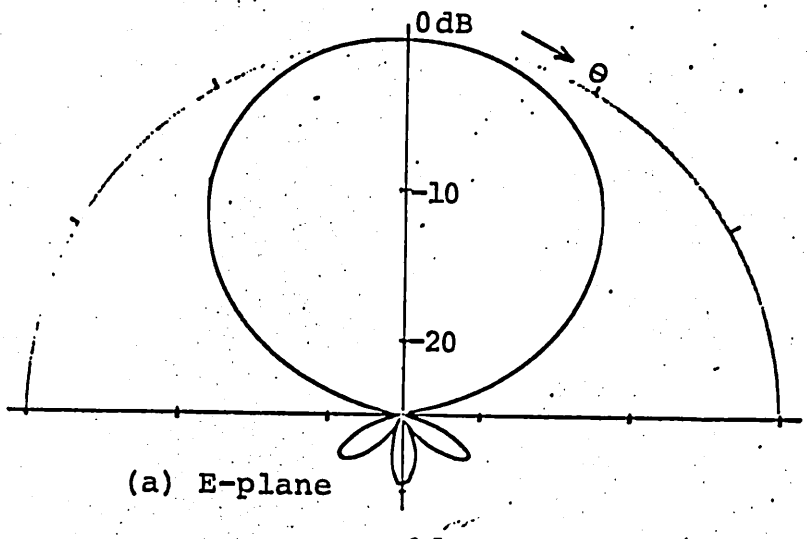
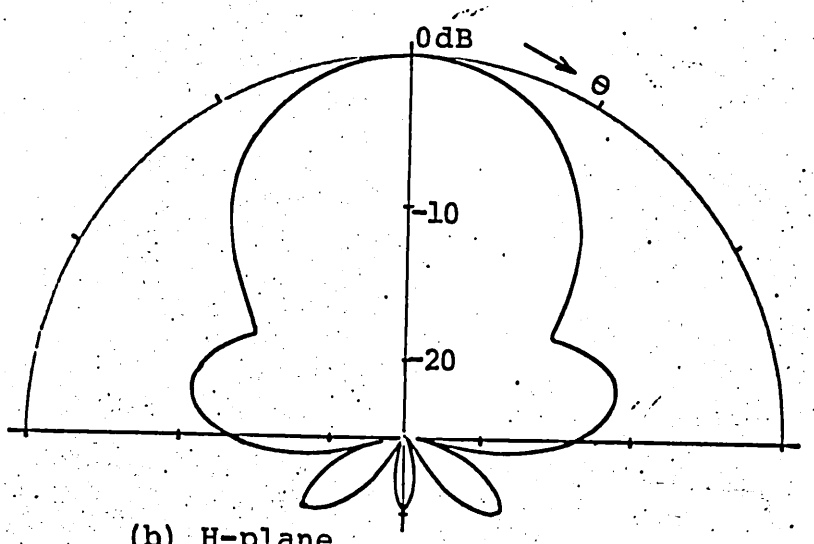


図9　ジグザグアンテナの電流分布





(a) E-plane



(b) H-plane

図10　ジグザグアンテナの放射電界パターン

5 むすび

比較的大形の連続した折線状導体からなるアンテナの特性を理論的に検討するため，核が閉じた形で与えられる簡単化されたHallen形積分方程式を導いた。この方程式をFourier級数形展開関数を用いて選点法で解いた数値計算例を示し，その妥当性を確認した。

ここで導いた簡単化された積分方程式は，アンテナの屈折部の位置を与えれば，核が微分や積分演算を含まない閉じた形で求まるため，形状が関数で表わされない任意形状アンテナにも適用が可能である。

電流が減衰的振動形分布となる長導線アンテナの解析には，展開関数自身も減衰的振動性をもつものがより適していると考えられるが，この点については，今後検討してゆきたい。

最後に，日頃から有益なご検討いただいている本学電気工学科，森啓真講師ならびに種々ご協力いただく学生諸君に深く感謝します。

文献

4) V. H. Rumsey ; "Frequency Independent Antenna" Academic Press (1966).

(2) K.K. Mei ; "On the Integral Equations of Thin Wire Antennas" , IEEE Trans. AP, P.394 (May 1965).

(3) S.H. Lee and K.K. Mei ; "Analysis of Zigzag Antennas", IEEE Trans. AP, P.760 (Nov. 1970).

(4) H. Nakano and J. Yamauchi ; "The Two-Wire Square Spiral Antenna", ISAP, A-8-4, P.137 (Aug. 1978).

(5) 塩川, 唐沢 ; "有限反射板付ヘリカルアンテナの特性", 信学技報, AP78-42 (Sep. 1978).

(6) 小南, 六島 ; "線状導体系における簡単化された積分方程式", 信学論(B), J59-B, 4, P.267 (昭51-05).

(7) 小南, 六島 ; "3次元線状導体系における簡単化された積分方程式とトップロードアンテナへの応用", 信学論(B), J60-B, 3, P.205 (昭52-03)

(8) R. Mittra ; "Computer Techniques for Electromagnetics", Pergamon Press (1973).

(9) R.L. Bell, C.T. Elfving and R.E. Franks ; "Near-Fields Measurements on a Logarithmically Periodic Antenna", IRE Trans. AP, P.559 (Nov. 1960).

輻射科学研究会資料

マイクロ波発振器電力合成系の同期安定性

牧野俊彦（松下電器・無線研究所）
中島将光・池上淳一（京都大学・工学部）

昭和53年12月15日

1. まえがき

発振器の相互同期現象は非線形振動論の興味ある問題であり，また応用的見地からはマイクロ波帯，ミリ波帯の固体発振器の高出力化や雑音の低減に利用されている。2個の発振器の相互同期については[1]すでに多くの理論的，実験的研究がなされており，[1~4] また一般にn個の発振器系の安定性，雑音の理論解析もなされている。[5][6] その結果，2個の発振器系において，1つの回路条件にたいして安定な同期状態は，コンデンサ結合の場合2つ存在し，抵抗結合の場合は1つに限られることが示されている。[1] しかしながら，n個の発振器系の場合は，定常発振位相差は(n-1)元の連立方程式の解として得られるため，$n \geq 3$のとき，結合回路が周波数特性を持たないときでも1つの回路条件にたいして安定な同期状態が1つに限られるという保証はない。安定な同期状態がいくつ存在するかということは理論的にも実用的にも重要な問題である。先に，著者らはn個の発振器を無損失，可逆回路で相互同期させた場合に電力が完全合成されるための結合回路の条件を導き，理想的な条件のもとではすべて発振器の位相が一致するような安定な同期状態が存在し完全電力合成が可能であることを示した。[7] しかし，完全電力合成回路条件のもとで安定な同期状態はただ1つに限られるということは示さなかった。

本論文では，同一特性を有するn個の発振器を周波数特性のない無損失，可逆回路で結合した場合に，完全電力合成条件のもとでの同期定常位相差を一般的に求め，さらに発振位相差に関する変分方程式の固有値を求めることによって安定判別を行ない，最適回路条件のときは安定な同期状態はただ1つに限られることを示す。また，完全電力合成状態にある発振器系を外部注入同期する場合の同期安定性についても考察する。

2. 完全電力合成条件のもとでの同期定常解

2.1 同期方程式

図1に示すようなn個の発振器が結合回路に接続され，n+1

番目の端子から負荷に出力が取出されるものとする。k番目の発振器の出力波をa_k，入力波をb_k，負荷への出力波をa_{n+1}，負荷からの反射波をb_{n+1}とすれば次の関係が成立つ。

$$b_k = \sum_{i=1}^{n} S_{ki}\, a_i + S_{kn+1}\, b_{n+1} \qquad (1a)$$

$$a_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} S_{n+1\,i}\, a_i + S_{n+1\,n+1}\, b_{n+1} \qquad (1b)$$

ここではS_{ij}は結合回路の散乱行列の要素を表わす。

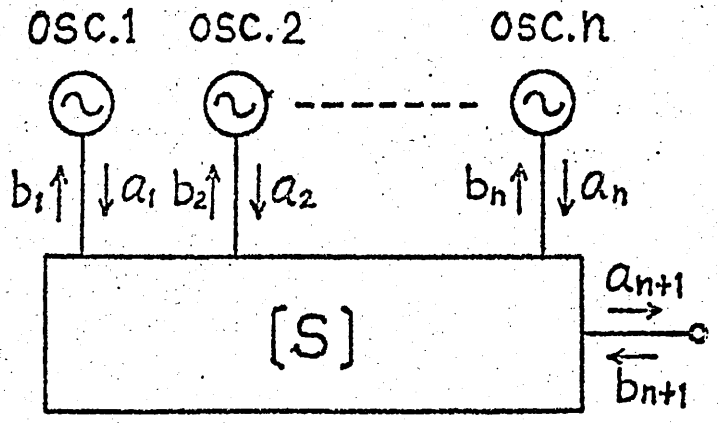


図1.　発振器の結合

この発振器系に(1)無損失，(2)可逆，(3)整合負荷，(4)対称，(5)等発振出力という仮定を設けると負荷に完全合成された電力が供給されるためには，式(1)のS_{ij}は次のような値をとらなければならないことが示される。[7]

$$S_{ik} = S_{ki} = \left(\delta_{ik} - \frac{1}{n}\right) e^{jx} \qquad (1 \le i,\ k \le n)$$

$$S_{kn+1} = S_{n+1\,k} = \frac{1}{\sqrt{n}}\, e^{jx} \qquad (k \le n)$$

$$S_{n+1\,n+1} = 0 \qquad (2)$$

ここでχとれは任意の位相因るである。

OSC.kの出力波を $a_k = |a_k| e^{j\phi_k}$ とすれば，OSC.kに対する同期方程式は

$$\frac{d\phi_k}{dt} = B_k \, Im\left\{\frac{b_k}{a_k}\right\} + \omega_{fk} - \omega_s \qquad (3)$$

で与えられる。[7][8] ここで $B_k = \omega_{fk} / Q_{ext}$ であり，ω_{fk} と Q_{ext} はそれぞれOSC.kの自由発振角周波数と外部Qを表わす。また ω_s は同期角周波数である。いま，各発振器の発振出力 $|a_k|$ と B_k がそれぞれ互いに等しいと仮定して，式(1)，(2)を式(3)に代入し，k=1に相当する式との差をとれば発振位相差 $\phi_{k1} \equiv \phi_k - \phi_1$ についての同期方程式

$$\frac{d\phi_{k1}}{dt} = -\frac{B}{n}\left[\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n} \sin(\phi_{ik} + \chi) - \sum_{i=2}^{n} \sin(\phi_{i1} + \chi)\right] + \omega_{fk} - \omega_{f1} \qquad (4)$$

を得る。次に，$\varphi_k \equiv \phi_{k1}$，$\varphi_1 = 0$，$\Delta\omega_{fk} \equiv \omega_{fk} - \omega_{f1}$ とおくと式(4)は

$$\frac{d\varphi_k}{dt} = -\frac{B}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\sin(\varphi_i - \varphi_k + \chi) - \sin(\varphi_i + \chi)\right] + \Delta\omega_{fk} \quad (k=2,\cdots,n) \qquad (5)$$

となる。

2.2 同期定常解

定常状態 $(d\varphi_k/dt = 0)$ の φ_k を φ_{ks} とすれば，式(5)から

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\sin(\varphi_{is} - \varphi_{ks} + \chi) - \sin(\varphi_{is} + \chi)\right] = (n/B)\Delta\omega_{fk} \quad (k=2,\cdots,n) \qquad (6)$$

が得られる。先の論文[7]で，$\Delta\omega_{fk} = 0$ の場合に，$\cos\chi < 0$ なる範囲

で $\varphi_{ks}=0$ なる一つの安定な解が存在し，このときに完全電力合成が実現され，安定度は $\cos\chi=-1$ のときに最も良くなることを示した。ここでは $\Delta\omega_{fk}=0$ の場合，すなわち

$$\sum_{i=1}^{n}\{\sin(\varphi_{is}-\varphi_{ks}+\chi)-\sin(\varphi_{is}+\chi)\}=0 \quad (k=2,\cdots,n) \tag{7}$$

の一般解を求めることにする。ただし，$\varphi_{1s}=0$ である。式(7)は

$$\sin\frac{\varphi_{ks}}{2}\sum_{i=1}^{n}\cos\left(\varphi_{is}+\chi-\frac{\varphi_{ks}}{2}\right)=0 \tag{8}$$

と変形することができる。いま

$$f_k\equiv\sum_{i=1}^{n}\cos\left(\varphi_{is}+\chi-\frac{\varphi_{ks}}{2}\right) \tag{9}$$

とおけば，式(7)の解は連立方程式

$$f_k\sin\frac{\varphi_{ks}}{2}=0 \qquad (k=2,\cdots,n) \tag{10}$$

を解くことによって得られる。式(10)の解は $P=P_1,\cdots,P_m$ に対して $\sin(\varphi_{ps}/2)=0$ を，$P_1,\cdots,P_m$ を除く q に対して，$f_q=0$ を満たす $\varphi_{2s},\cdots,\varphi_{ns}$ の組として与えられ，m の値によって次のようになる(付録I参照)。ただし，以下では定常値を表わす添字Sは省略する。

〔1〕 $m=n-1$ の場合

$$\varphi_p=2M_p\pi \qquad (P=P_1,\cdots P_{n-1})\ (M_p:\text{整数}) \tag{11}$$

〔2〕 $m=n-2$ の場合

$$\varphi_p=2M_p'\pi \qquad (P=P_1,\cdots,P_{n-2})\ (M_p':\text{整数}) \tag{12}$$

$$\varphi_q=\begin{cases}(2M_q''+1)\pi & (\sin\chi=0 \text{ に対して})\\ -2\tan^{-1}\left(\dfrac{n}{n-2}\cot\chi\right) & (\sin\chi\neq 0 \text{ に対して})\end{cases} \tag{13}$$

〔3〕 $m \leq n-3$ の場合

$$\varphi_p = 2N_p\pi \quad (P = P_1, \cdots, P_m) \quad (N_p : \text{整数}) \tag{14}$$

および，次の3通りの場合で与えられる残り $(n-1-m)$ 個の φ_q である。

(a) $$\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}} e_j \varphi_q = -(m+1) \tag{15}$$

(b) $$\chi = N\pi/2, \quad \varphi_q = (N - 4N_q \mp 1)\pi \quad (q = q_1, \cdots q_{n-1-m})$$
$$(N, N_q : \text{整数}) \tag{16}$$

(c) $(m+1)\cos C + (n-1-m)\cos(2\chi - C) = 0$,
$\sin(2\chi - 2C) \neq 0$ を満たす C を用いて
$$\varphi_q = 2\chi - 2C - 2N'_q\pi \quad (q = q_1, \cdots, q_{n-1-m})$$
$$(N'_q : \text{整数}) \tag{17}$$

3. 安定性

位相差 $\varphi_k \equiv \phi_k - \phi_1$ が定常状態 φ_{ks} から微少量 $\Delta\varphi_k$ だけ変動したとして

$$\varphi_k = \varphi_{ks} + \Delta\varphi_k$$

とおき，式(5)から $\Delta\varphi_k$ の変分方程式を求めると次のようになる。

$$\frac{d\Delta\varphi_k}{dt} = \sum_{i=2}^{n} \xi_{ki}\, \Delta\varphi_i \qquad (k = 2, \cdots, n) \tag{18}$$

ここに

$$\xi_{ki} = \frac{B}{n}\left[\cos(\varphi_{is} + \chi) - \cos(\varphi_{is} - \varphi_{ks} + \chi)\right]$$

$$\xi_{kk} = \frac{B}{n}\left[\cos(\varphi_{ks} + \chi) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n} \cos(\varphi_{is} - \varphi_{ks} + \chi)\right] \tag{19}$$

以下では最適回路条件である $\cos\chi=-1$ のときのみを考察する。$\cos\chi=-1$ のとき定常位相差は式(11)～(17)より次の2通りになることがわかる。以下，定常値の添字Sは省略する。

〔A〕 $(\varphi_2,\cdots,\varphi_n)=$ (0とπの任意の組合せ)* (20)

〔B〕 $\varphi_p=0 \qquad (p=p_1,\cdots p_m)$ (21)

および

$$\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}} e^{j\varphi_q}=-(m+1) \tag{22}$$

を満たす $\varphi_{q1},\cdots,\varphi_{q\,n-1-m}$

〔A〕の場合の安定判別

$\varphi_2,\cdots,\varphi_n$ のうちr個がπであり，残り $(n-1-r)$ 個が0であるとする。ただし，$0\le r\le n-1$ である。0となる位相差 $(n-1-r)$ 個を順番に $\varphi_{p1},\cdots,\varphi_{p\,n-1-r}$ とし，πとなる位相差r個を順番に $\varphi_{q1},\cdots,\varphi_{qr}$ とすれば，式(18)，(19)に $\cos\chi=-1$ を代入することにより次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\Delta\varphi_p}{dt}=\alpha\Delta\varphi_p \qquad (p=p_1\cdots p_{n-1-r})\\
&\frac{d\Delta\varphi_q}{dt}=\beta\sum_{\substack{i=q_1\\ i\neq q}}^{q_r}\Delta\varphi_i-\beta\sum_{i=p_1}^{p_{n-1-r}}\Delta\varphi_i+\gamma\Delta\varphi_q\\
&\qquad\qquad (q=q_1,\cdots,q_r)
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

ここに，

$$\alpha=-B\left(\frac{n-2r}{n}\right),\quad \beta=\frac{2B}{n},\quad \gamma=\frac{B}{n}(n-2r+2) \tag{24}$$

式(23)を簡単に

---

* 2πのずれは省略する。

$$\frac{d\Delta\varphi}{dt} = [\xi]\Delta\varphi \tag{25}$$

と表わす。ただし，$\Delta\varphi = (\Delta\varphi_{p1} \cdots \Delta\varphi_{pn-1-r}\ \Delta\varphi_{q1} \cdots \Delta\varphi_{qr})^t$ (tは転置を表わす) は $(n-1)$ 次の列ベクトルである。また $[\xi]$ は次のような $(n-1)$ 次の正方マトリクスである。

$$[\xi] = \begin{array}{c} \begin{matrix} p_1 \cdots p_{n-1-r} & q_1 \cdots q_r \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{c|c} \begin{matrix} \alpha & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha \end{matrix} & \begin{matrix} & 0 & \\ & & \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} -\beta & \cdots & -\beta \\ \vdots & & \vdots \\ -\beta & \cdots & -\beta \end{matrix} & \begin{matrix} \gamma & \beta & \cdots & \beta \\ & \ddots & & \\ \beta & \beta & \cdots & \gamma \end{matrix} \end{array}\right] \end{array} \begin{matrix} p_1 \\ \vdots \\ p_{n-1-r} \\ q_1 \\ \vdots \\ q_r \end{matrix} \tag{26}$$

式(26)の固有値は次のように求まる（付録Ⅱ参照）。

(1) $r=0$ の場合：すべて同相同期で

$$\lambda = -B \qquad (n-1)\text{重根} \tag{27a}$$

(2) $1 \le r \le n-2$ $(n \ge 3)$ の場合

同相同期に対して $\lambda = -B\left(\frac{n-2r}{n}\right)$ $(n-1-r)$重根 (27b)

逆相同期に対して (i) $r=1$ の場合

$$\lambda = B \qquad \text{単根} \tag{27c}$$

(ii) $r \ge 2$ の場合

$$\lambda = B\left(\frac{n-2r}{n}\right) \qquad (r-1)\text{重根}$$

$$\lambda = B \qquad \text{単根} \tag{27d}$$

(3) $r=n-1$ の場合：すべて逆相同期で

(a) $n=2$ に対して	$\lambda=B$	単根	(27e)
(b) $n\geq 3$ に対して	$\lambda=B\left(\frac{n-2r}{n}\right)$	$(r-1)$ 重根	
	$\lambda=B$	単根	(27f)

$r=0$ の場合，すなわち，すべて同相同期の場合は，式(27)から $\lambda=-B$ ($n-1$ 重根) となり安定である。 もしも，$r\geq 1$ ならば必ず固有値 B が生じ逆相同期状態は不安定となる。この場合，同相同期している発振器の安定度は式(23)からわかるように式(27)の $\lambda=-B(n-2r)/n$ なる固有値だけで決まり，$r\geq 1$ であっても $n-2r>0$ である限り安定である。 ただし，同期状態からのずれがもとの状態に復帰する速さは遅くなる。この速さは r が大きくなるにつれて遅くなり，$n-2r<0$ となるような r に対しては同相同期状態も不安定となる。

いま，発振器 l に対して逆相同期している発振器が r 個ある場合 ($1\leq r\leq n-1$)，この r 個のうち1つの発振器を新たな基準にとれば，r 個が同相同期していることになり，残り $(n-r)$ 個の発振器はこの新たな基準発振器に対しては逆相同期していると考えることができる。したがって，$(n-1)$ 個の位相差のうち r 個が π である状態と $(n-r)$ 個が π である状態は物理的に区別ができず，同じ固有値が得られるはずである。実際に，式(27)で r を $(n-r)$ でおきかえるとまったく同じ固有値が得られることがわかる。

〔B〕の場合の安定判別

式(19)に $\cos\chi=-1$ を代入すれば

$$\xi_{n\ell}=-(B/n)\left[2\cos\varphi_{n\ell}+\left(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq n}}^{n}\cos\varphi_i\right)\cos\varphi_{n\ell}+\left(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq n}}^{n}\sin\varphi_i\right)\sin\varphi_{n\ell}\right] \qquad (28)$$

が得られる。一方，式(21)，(22)より

$$\sum_{\substack{i=2\\ i\neq k}}^{n} \cos\varphi_i = -1-\cos\varphi_k \ , \quad \sum_{\substack{i=2\\ i\neq k}}^{n} \sin\varphi_i = -\sin\varphi_k \qquad (29)$$

であり，式(29)を式(28)に代入すれば

$$\xi_{kk} = (B/n)(1-\cos\varphi_k)$$

となる。したがって〔ξ〕のトレースは

$$\mathrm{tr}[\xi] = \sum_{k=2}^{n} \xi_{kk} = (B/n)\left(n-1-\sum_{k=2}^{n}\cos\varphi_k\right) = B \qquad (30)$$

である。〔ξ〕の固有値を$\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{n-1}$とすれば，$\mathrm{tr}[\xi] = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_{n-1}$であるから，式(30)により$\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{n-1} = B > 0$となり固有値のうち実部正のものが存在し，系は不安定である。

以上のことから，$\cos\chi = -1$の場合，n個の発振器系は同相同期状態のみが安定であり，他はすべて不安定であることが結論される。$n=2$の場合，$\varphi_2 \equiv \phi_2 - \phi_1$は0または$\pi$であるが，$\pi$の方は不安定であることがわかり，これは従来の解析結果[11][9]と一致する。

4. 合成系の外部注入同期

4.1 同期定常解

図1の出力端子から角周波数ω_sの注入波b_{n+1}を入れて合成系に外部注入同期をかける場合の同期定常解と安定性について考察する。いま，$b_{n+1} = |b_{n+1}|e^{j\varepsilon}$とおき，式(3)に式(10)，(2)を代入してosc.kに対する同期方程式を求めると

$$\frac{d\phi_k}{dt} = -\frac{B}{n}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n}\sin(\phi_i - \phi_k + \chi) + B\left(1-\frac{1}{n}\right)\sin\chi$$
$$- B\zeta\sin(\phi_k - \varepsilon + \eta) + \omega_{fk} - \omega_s \qquad (31)$$

が得られる。ここに

$$\zeta = \frac{|b_{n+1}|}{\sqrt{n}\,|a|} \tag{32}$$

である。すでに述べたように b_{n+1} が零の場合，$\omega_{fk} = \omega_f$ で $\cos\chi = -1$ のとき合成系は同相同期して完全合成された出力 $|a_{n+1}|^2 = n|a|^2$ を負荷に供給している。以下では，この電力合成系が理想状態に調整されている場合のみを考察する。式(31)で $\cos\chi = -1$ とおき，簡単のため $\eta = 0$ とすれば，

$$\frac{d\phi_k}{dt} = B\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin(\phi_i - \phi_k) - \zeta\sin(\phi_k - \pi) + \omega_f - \omega_s\right\} \tag{33}$$

が得られる。ω_s が ω_f に等しい場合は，π が一定であることに注意して式(33)は

$$\frac{d\psi_k}{dt} = B\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sin(\psi_i - \psi_k) - \zeta\sin\psi_k\right\} \tag{34}$$

となる。ここに，$\psi_k \equiv \phi_k - \pi$ で，ψ_k は OSC. k の出力波と注入信号の位相差を表わす。

定常状態の ψ_i は式(34)で $d\psi_i/dt = 0$ とおいて

$$\sum_{i=1}^{n}\sin(\psi_i - \psi_k) - n\zeta\sin\psi_k = 0 \tag{35}$$

から得られる。式(35)の解は次の2通りになる（付録III参照）。

〔A〕 $(\psi_1, \cdots, \psi_n) =$（0と$\pi$の任意の組合せ） (36)

〔B〕 $$\sum_{i=1}^{n} e^{j\psi_i} = -n\zeta \tag{37}$$

を満たす ψ_i の組。

4.2 安定性

式(34)から ψ_k の変分方程式として

$$\frac{d\Delta\psi_k}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \xi'_{ki}\,\Delta\psi_i \qquad (38)$$

$$\left.\begin{aligned} \xi'_{ki} &= (B/n)\cos(\psi_i - \psi_k) \\ \xi'_{kk} &= -B\left[(1/n)\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n} \cos(\psi_i - \psi_k) + \varepsilon\cos\psi_k\right] \end{aligned}\right\} \qquad (39)$$

が得られる。

まず、式(36)で与えられる定常解の安定判別を行なう。式(36)で $\psi_1, \cdots \psi_n$ のうち r 個が π、$(n-r)$ 個が 0 であるとして

$$(\psi_{q1} \cdots \psi_{qr}) = (\pi \cdots \pi),\quad (\psi_{p1} \cdots \psi_{pn-r}) = (0 \cdots 0) \qquad (40)$$

とする。$\Delta\psi = (\Delta\psi_{p1} \cdots \Delta\psi_{pn-r}\ \Delta\psi_{q1} \cdots \Delta\psi_{qr})^t$ とし、式(38)を $d\Delta\psi/dt = [\xi']\Delta\psi$ と表わせば、$[\xi']$ は式(39)(40)から次のようになる。

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} p_1\ p_2 \cdots p_{n-r} & q_1 & q_2 \cdots q_r \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{c:c:c} u\ w \cdots w & -w & -w \cdots -w \\ w\ u \cdots w & -w & -w \cdots -w \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ w\ w \cdots u & -w & -w \cdots -w \\ \hdashline -w\ -w \cdots -w & v & w \cdots w \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ -w\ -w \cdots -w & w & w \cdots v \end{array}\right] \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n-r} \\ q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_r \end{matrix} \end{array} \qquad (41)$$

ここに

$$u = -B\left(\frac{n-2r-1}{n} + \varepsilon\right),\quad v = B\left(\frac{n-2r+1}{n} + \varepsilon\right)$$

$$w = B/n \qquad (42)$$

$[\xi']$ の固有値は次のように求まる(付録IV参照)。

(a) $r=0$ の場合：すべて同相同期で

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= -B(1+\zeta) \quad (n-1)\text{重根} \\ \lambda &= -B\zeta \quad \text{単根} \end{aligned}\right\} \quad (43)$$

(b) $1 \le r \le n-1$ の場合

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= -B\left(\frac{n-2r}{n}+\zeta\right) \quad (n-r-1)\text{重根} \\ \lambda &= B\left(\frac{n-2r}{n}+\zeta\right) \quad (r-1)\text{重根} \\ \lambda &= \frac{B}{2}\left(1 \pm \sqrt{1+4\left(\frac{n-2r+\zeta}{n}\right)\zeta}\right) \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

ただし，式(44)において $r=1$ のときは2番目の固有値は除き，$r=n-1$ のときは1番目の固有値は除く．

(c) $r=n$ の場合：すべて逆相同期で

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= -B(1-\zeta) \quad (n-1)\text{重根} \\ \lambda &= B\zeta \quad \text{単根} \end{aligned}\right\} \quad (45)$$

注入波 b_{n+1} がある限り $\zeta > 0$ であるから（式(32)参照），式(43)～(45)から $r=0$ の場合，すなわち，すべて同相同期の場合にのみ固有値はすべて負になり系は安定である。

次に，式(37)を満たす ψ_i の安定性を考察する。式(39)を変形すれば

$$\zeta'_{\psi_k\psi_k} = -B\left[(1/n)\left\{\left(\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n}\cos\psi_i\right)\cos\psi_k + \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n}\sin\psi_i\right)\sin\psi_k\right\} + \zeta\cos\psi_k\right]$$

となり，これに式(37)を代入すれば，$\zeta'_{\psi_k\psi_k} = B/n$ が得られる。したがって $tr[\zeta'] = B > 0$ となり，$[\zeta']$ の固有値には必ず実部正のものが存在し系は不安定である。

以上のことから，すべての発振器が外部信号に同相で同期する場合が唯一の安定状態であることがわかる．したがって完全電力合成状態にある発振器系を，その自由発振周波数（いまの場合 $\omega_{\psi_k} = \omega_f$ としている）に等しい周波数の信号で外部注入同期すれば，発振器系は完全電力合成状態のままで外部信号に同期する。これは発振器系が等価的に一つの発振器として外部

信号に応答すると考えることができる。[9]*

ζは式(32)からわかるように合成出力電力を$P_{out}=|a|^2$, 注入信号電力を$P_{in}=|b_{n+1}|^2$と表わせば, $\zeta=\sqrt{P_{in}/P_{out}}$であるから注入電力利得の平方根の逆数という意味を持っている。ζを大きく, すなわち注入電力を大きくすれば式(43)からわかるように系の安定度はよくなる。

5. 補足

以上の解析は各発振器に対して電力合成回路が対称な場合について行なったものであるが, 対称でなくても最適電力合成条件を満たす回路が存在し, その場合は表面的に異なった結果が得られる。例えば, 対称な電力合成回路の一つの発振器結合端子にπラジアンの奇数倍の行路差を有する線路を付加したものを考えれば, 安定状態は全部の発振器が同相に同期するのではなく, その発振器のみが逆相同期する場合であるということになる。しかし, この場合でもその発振器に行路差πラジアンの線路を付加したものを新たに発振器とみなせば, 換言すると, 発振器の基準面をπラジアンだけずらせば, 本文の結論がそのまま成立する。本文はあまり無理のない5つの仮定が成立する一般的な電力合成回路系について論じたが, 回路が対称という仮定は上述のような意味で外すことができる。

6. むすび

同一特性を有するN個の発振器を周波数特性のない無損失, 可逆, 対称回路で結合した場合に, 完全電力合成条件の

---

* 完全電力合成状態にある発振器系の合成出力波に対して式(3)が近似的に成立することが示される。

もとでの同期定常位相差を一般的に求めた。そして最適回路条件のもとでは，同期定常位相差 $\psi_{is}=\phi_{is}-\phi_{1s}$ は (1) 0 と π の任意の組合せと，(2) $\psi_{ps}=0\ (P=P_1,\cdots,P_m)$ および $\sum_{p=p_0}^{p_0+m} e^{j\psi_{ps}}=-(m+1)$ を満たす ψ_{ps} の組で与えられることを示した。また，(1) の同期状態に対しては変分方程式の固有値を具体的に求め，1つでも π (逆相) で発振するものがあれば系全体としては不安定になり，すべて 0 (同相同期) の状態だけが安定になることを示した。(2) の同期状態に対しては必ず実部正の固有値が存在し，系は不安定である。このことから同一特性を有する発振器を最適な条件のもとで結合すれば発振器はすべて同相同期し，出力は常に完全合成されることが結論できる。

また，完全電力合成状態にある発振器系を合成系の相互同期周波数に等しい周波数の信号によって外部注入同期をかければ，各発振器はすべてこの外部信号に同相同期し，かつ，この場合が唯一の安定状態であることを示した。

ここでの解析は，通常マイクロ波相互同期発振器系の解析で行なわれているように結合回路が周波数特性を持たないとした場合であるが，発振器自身の周波数特性に比べて結合回路のそれが十分小さい場合も結論は本質的に変らない。しかしながら，2個の発振器がコンデンサで結合されている場合に同相および逆相の2つの安定な同期状態が存在する[11]ことから類推しても，結合回路がある程度の周波数特性を持てば多数個の相互同期発振器系に対して安定な同期状態は2つ以上存在すると予想される。結合回路が周波数特性を持つ場合の相互同期発振器系のより一般的な研究は今後の課題である。以前に提案した多段電力合成回路[7][9][10]において，各段に単向管を用いる単方向同期の場合は結合回路に周波数特性があっても安定な同期状態は唯一であることは言うまでもない。

文献

(1) 末崎, 森："2つの発振器の相互同期", 信学誌, 48, 9, P. 1511 (昭40-09)

(2) 大越, 小谷："ガン発振器の並列運転とその雑音特性", 信学会, マイクロ波研資, MW69-70 (1970-02)

(3) 太田, 福井："2個の発振器の非対称並列運転", 信学論(B), 60-B, 6, P403 (昭52-06)

(4) 谷本, 中島, 池上："任意出力発振器電力合成回路", 信学技報, MW77-86 (1977-10)

(5) 岡部, 岡村："多発振器の並列運転系の安定性および雑音", 信学論(B), 53-B, 12, P743 (昭45-12)

(6) 遠藤, 森："発振器の並列動作", 信学技報, NLP73-27 (1974-02)

(7) 牧野, 中島, 池上："多数個発振器系の完全電力合成のための回路条件", 信学論(B) 61-B, 5, P.313 (昭53-05)

(8) M. Nakajima and J. Ikenoue: "Locking pheno-mena in microwave oscillator circuits," Int. J. Electron., Vol. 44, 5, P.465 (May 1978)

(9) 牧野, 中島, 池上："多段マイクロ波電力合成回路", 信学会, マイクロ波研資, MW72-93 (1972-11).

(10) N. Nakajima: "A proposed multistage microwave power combiner", Proc. IEEE, 61, P242 (Feb. 1973)

付録 I　式(11)～(17)の導出

〔1〕 $m=n-1$ の場合：φ_p はすべて $\sin(\varphi_p/2)=0$ から決定されるから式(11)は明らかである。

〔2〕 $m=n-2$ の場合：$(n-2)$ 個の φ_p が $\sin(\varphi_p/2)=0$ から決定され，残り1つの φ_q が $f_q=0$ から決定される。したがって，

$$\varphi_p = 2M'_p\pi \qquad (p=p_1,\cdots,p_{n-2}) \qquad (A\cdot1)$$

である。このとき，残り1つの f_q は

$$f_q \equiv \sum_{i=1}^{n}\cos\left(\varphi_i+\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right) = n\cos\chi\cos\frac{\varphi_q}{2}+(n-2)\sin\chi\sin\frac{\varphi_q}{2}$$

であり，$f_q=0$ とおけば式(13)が得られる。

〔3〕 $m\le n-3$ の場合：m 個の φ_p $(p=p_1,\cdots,p_m)$ が $\sin(\varphi_p/2)=0$ から決定され，残り $(n-1-m)$ 個の φ_q $(q=q_1,\cdots,q_{n-1-m})$ が $f_q=0$ から決定されるものとする。このとき

$$\varphi_p = 2N_p\pi \qquad (p=p_1,\cdots,p_m) \qquad (A\cdot2)$$

となることは明らかである。式(9)を変形すれば $q=q_1,\cdots q_{n-1-m}$ に対して

$$f_q=(m+1)\cos\left(\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right)+\sum_{i=q_1}^{q_{n-1-m}}\cos\left(\varphi_i+\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right)$$

$$=\left(m+1+\sum_{i=q_1}^{q_{n-1-m}}\cos\varphi_i\right)\cos\left(\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right)-\left(\sum_{i=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_i\right)\sin\left(\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right)$$

$$=0 \qquad (A\cdot3)$$

式$(A\cdot3)$の解は次の3通りに分けられる。

(a) $\displaystyle\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_q=0$ かつ $\displaystyle m+1+\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\cos\varphi_q=0$ $\qquad (A\cdot4)$

(b) $\displaystyle\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_q=0$ かつ $\cos(\chi-\varphi_q/2)=0$ $\qquad (A\cdot5)$

(c) $\displaystyle\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_q\neq0$ $\qquad (A\cdot6)$

ならば

$$\tan\left(\chi-\frac{\varphi_q}{2}\right)=\frac{m+1+\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\cos\varphi_q}{\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_q} \qquad (A\cdot 7)$$

(a)の場合：式(A·4)を1つにまとめて式(15)を得る。

(b)の場合：式(A·5)の第2式より

$$\varphi_q=2\chi-(4N_q\pm 1)\pi \qquad (A\cdot 8)$$

であり，これを式(A·5)の第1式に代入すれば $\sin 2\chi=0$，すなわち，

$$\chi=N\pi/2 \qquad (A\cdot 9)$$

を得る。式(A·8)，(A·9)より

$$\varphi_q=(N-4N_q\mp 1)\pi \qquad (A\cdot 10)$$

となる。式(A·9)，(A·10)が式(16)を与える。

(c)の場合：$m\leq n-3$ であれば，$n-1-m\geq 2$ であるから式(A·7)が2つ以上の q に対して成立するためには右辺は q に無関係でなければならない。したがって，ある定数 C として

$$\chi-\frac{\varphi_q}{2}=C+N_q\pi \qquad (A\cdot 11)$$

とおくことができる。式(A·11)を式(A·3)に代入すれば

$$(m+1)\cos C+(n-1-m)\cos(2\chi-C)=0 \qquad (A\cdot 12)$$

が得られる。したがって，式(A·12)で与えられる C を用いて φ_q は式(A·11)から

$$\varphi_q=2\chi-2C-2N_q''\pi \qquad (A\cdot 13)$$

である。いまの場合，$\sum_{q=q_1}^{q_{n-1-m}}\sin\varphi_q=(n-1-m)\sin(2\chi-2C)$

であるから，式(A·6)によって

$$\sin(2\chi - 2c) \neq 0 \qquad (A\cdot 14)$$

でなければならない。式(A·12)～(A·14)が式(17)を与える。

付録 II　式(27)の導出

式(26)より，[I]を単位マトリックス，λを固有値として，

$$\det([\xi]-\lambda[I]) = (\alpha-\lambda)^{n-1-r}\begin{vmatrix} r-\lambda & \beta & \cdots & \beta \\ \beta & r-\lambda & \cdots & \beta \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \beta & \beta & \cdots & r-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (\alpha-\lambda)^{n-1-r}\beta^r \begin{vmatrix} 1+\chi & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+\chi & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+\chi \end{vmatrix}$$

$$= (\alpha-\lambda)^{n-1-r}\beta^r \chi^r (1+r/\chi) \qquad (B\cdot 1)$$

が得られる。ここに

$$\chi = \frac{r-\lambda}{\beta} - 1 \qquad (B\cdot 2)$$

式(B·1)を0とおけば，$\beta = 2B/n > 0$ であるから

$$(\alpha-\lambda)^{n-1-r}\chi^{r-1}(\chi+r) = 0 \qquad (B\cdot 3)$$

となり，この根として

$\lambda = \alpha$ ($n-1-r$ 重根)，$\chi = 0$ ($r-1$ 重根)，$\chi = -r$ (単根)

(A·4)

が得られる。ただし、nとrの大きさによっては式(B·4)のうち固有値でなくなるものもある。式(B·2)と式(24)を用いて入を求め、nとrの大きさによって固有値を分類すれば式(27)が得られる。

付録Ⅲ　式(36)、(37)の導出

式(35)を変形すれば

$$\left(\sum_{i=1}^{n}\sin\psi_i\right)\cos\psi_k-\left(n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i\right)\sin\psi_k=0 \quad (k=1,\cdots,n) \tag{C.1}$$

が得られる。式(C·1)の解は次の3通りになる。

(a) $n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i=0$　かつ $\sum_{i=1}^{n}\sin\psi_i=0$ (C.2)

(b) $n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i=0$　かつ $\cos\psi_k=0 \quad (k=1,\cdots,n)$ (C·3)

(c) $n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i\neq 0$ (C·4)

ならば

$$\tan\psi_k=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sin\psi_i}{n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i} \quad (k=1,\cdots,n) \tag{C.5}$$

式(C.2)から式(37)が得られる。また、$\cos\psi_k=0\ (k=1,\cdots,n)$ならば $n\zeta+\sum_{i=1}^{n}\cos\psi_i=n\zeta$ であるから(b)の場合はありえない。

(c)の場合、式(C·5)の右辺はkに依存しないから、Cを定数として

$$\psi_k=C+N_k\pi \quad (N_k:\text{整数}) \tag{C·6}$$

とおける。式(C·6)を式(35)に代入すれば $\sin C=0$ が得られ、

$$C=N\pi \tag{C·7}$$

となる。

したがって、式(C·6), (C·7)から

$$\psi_k = (N + N_k)\pi = N_k' \pi \qquad (C\cdot 8)$$

が得られる。このとき、たしかに式(C·1)の解になっている。これが式(36)を与える。

付録 IV　式(43)〜(45)の導出

式(41)から

$$\det([\xi'] - \lambda[I]) = W^n \left|\begin{array}{cccc|cccc} 1+y & 1 & \cdots & 1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 1 & 1+y & \cdots & 1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & \cdots & 1+y & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ \hline -1 & -1 & \cdots & -1 & 1+z & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 1 & 1+z & \cdots & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 1 & 1 & \cdots & 1+z \end{array}\right|$$

$$= W^n y^{n-r} z^r \left(1 + \frac{n-r}{y} + \frac{r}{z}\right) \qquad (D\cdot 1)$$

ここに、

$$y = \frac{u-\lambda}{W} - 1, \qquad z = \frac{V-\lambda}{W} - 1 \qquad (D\cdot 2)$$

したがって、$W = B/n > 0$ であるから固有方程式は

$$y^{n-r} z^r \left(1 + \frac{n-r}{y} + \frac{r}{z}\right) = 0 \qquad (D\cdot 3)$$

となる。これから

$$\left.\begin{array}{ll} y = 0 & (n-r-1)\text{重根} \\ z = 0 & (r-1)\quad\text{重根} \\ yz + (n-r)z + ry = 0 & \end{array}\right\} \qquad (D\cdot 4)$$

が得られる。 n と t の大きさによっては式(D·4)のうち式(D·3)の根でなくなるものもある。 y と z に式(D·2)と式(42)を用いて λ を求め，n と t の大きさによって固有値を分類すれば式(43)～(45)が得られる。

輻射科学研究会資料

マイクロストリップラインアンテナ

西村貞彦　中野公一　牧本利夫
（大阪大学　基礎工学部）

昭和54年2月2日

マイクロストリップラインアンテナ

西村貞彦・中野公一・牧本利夫
（大阪大学・基礎工学部）

1．まえがき

マイクロストリップ線路から放射があることは多くの人に指摘されている。[1] また，90度コーナー等不連続部からの放射について報告されている。[2] 一方，マイクロストリップ線路のストリップ導体を直角に周期的に折り曲げることにより，一1次のグレイティングナンバーに対応した主ビームを生ずるアレイアンテナを我々は先に提案し，その実験結果を報告している。[3]~[4] マイクロストリップラインアンテナは，折り曲げ方によって2種類の直線偏波の1次元アレイを構成でき，また，ストリップ導体と地導体との間隔は約0.025λ（λは自由空間波長）と小さいので，電流の減衰が少なく比較的素子数の多いアレイが構成できる。このアンテナは，プリント基板の片面のみで構成されかつ片面放射特性を示し，小形化，薄形化，量産化が容易などの長所を有する。

本報告では，クランク形マイクロストリップラインアンテナの指向特性を[3]を参考にして計算した結果と測定結果及び種々の形状のマイクロストリップ

ラインアンテナの諸特性の実験結果について述べる。

2. クランク形マイクロストリップライン アンテナ

2·1 アンテナの形状

クランク形マイクロストリップラインアンテナはマイクロストリップ線路のストリップ導体（幅 $w=2$ mm，線路インピーダンスで約 50 Ω）を図 1 (a) に示すように長さ a ごとに直角に折り曲げたものである。

図において，一端を給電端とし，OSM同軸－マイクロストリップ変換器を介して給電し，他端は開放にしてある。折り返し長さ a を約半線路波長に選ぶと，電界は図 1 (b) に示すようになり，等価的に進行波電流の位相を考えると，ある瞬間には位相関係は図 1 (c) に示すようになる。したがって，y 方向偏波成分は打ち消し，z 方向偏波のアンテナとして動作し，x 方向に主ビームを生ずる。そこで，xz 面をE面，xy 面をH面と以下称する。また，アンテナの素子数は，z 方向の辺の数をもって示している。したがって，図 1 (a) は 5 素子のアンテナである。

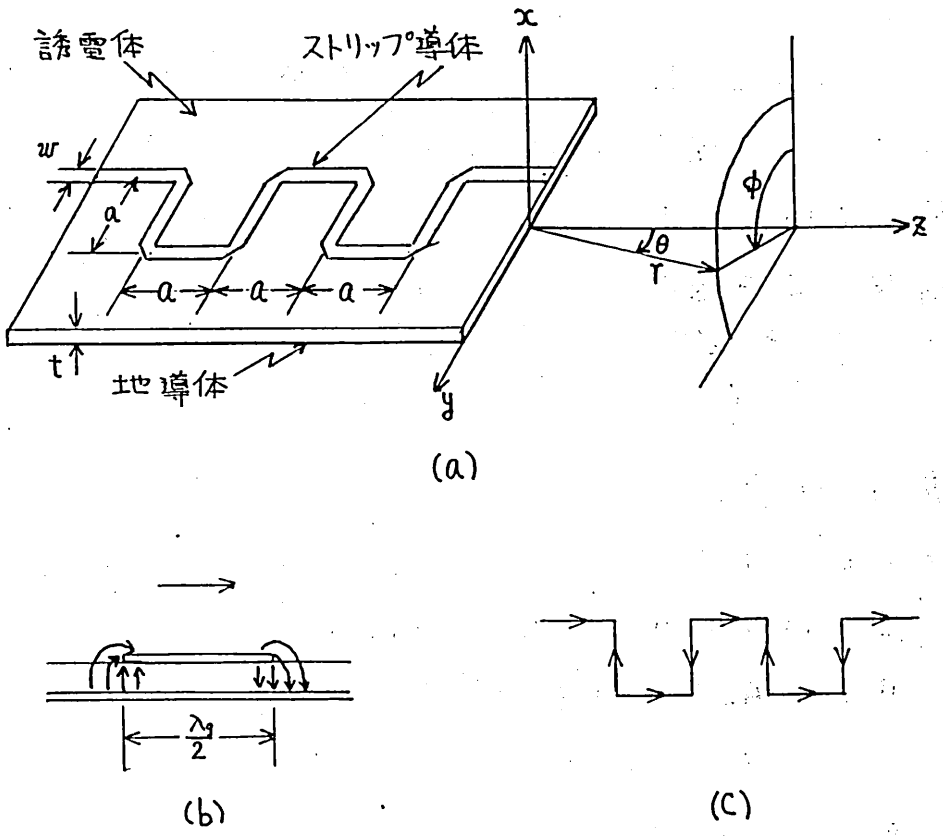


図1. アンテナの形状

2·2 電流振幅

給電端より励振されたストリップ導体上の電流は各素子からの放射のため、給電端より開放端に向って指数関数的に減衰していくものと考えられる。いま、一辺当りの減衰量をαとし、終端での電流振幅を1とすると、終端よりi個目の辺の電流振幅の平均値は

$$\frac{e^{i\alpha}+e^{(i-1)\alpha}}{2}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{(i-\frac{1}{2})\alpha} \qquad (1)$$

であり　終端が開放されているため．この開放端で全反射され　逆方向の給電端へ向って指数関数的に減衰していく。したがって．終端よりi個目の辺の反射波の電流振幅の平均値は

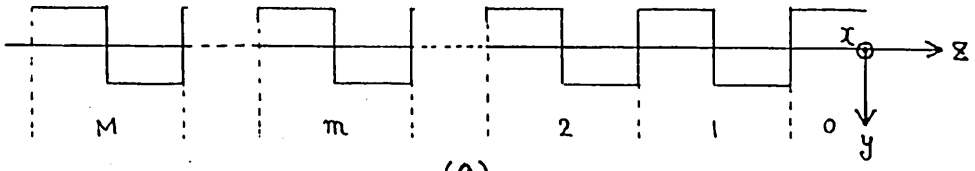
$$\frac{e^{-i\alpha}+e^{-(i-1)\alpha}}{2}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{-(i-\frac{1}{2})\alpha} \qquad (2)$$

で表わされる。

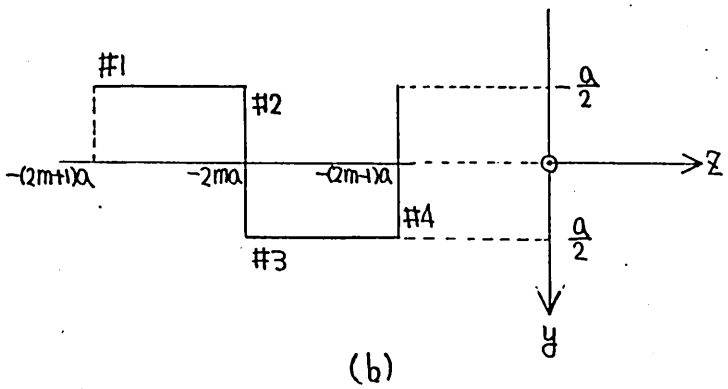
図2(b)に示す形状を1組にして考えると．終端よりm組目のストリップ電流の振幅は

$$\left.\begin{aligned}
&\#1 \quad A_{m1}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{(4m+\frac{1}{2})\alpha}\\
&\qquad B_{m1}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{-(4m+\frac{1}{2})\alpha}\\
&\#2 \quad A_{m2}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{(4m-\frac{1}{2})\alpha}\\
&\qquad B_{m2}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{-(4m-\frac{1}{2})\alpha}\\
&\#3 \quad A_{m3}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{(4m-\frac{3}{2})\alpha}\\
&\qquad B_{m3}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{-(4m-\frac{3}{2})\alpha}\\
&\#4 \quad A_{m4}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{(4m-\frac{5}{2})\alpha}\\
&\qquad B_{m4}=(\cosh\tfrac{\alpha}{2})\,e^{-(4m-\frac{5}{2})\alpha}
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

ここで　$A_{m\cdot}$ は前進波の振幅，$B_{m\cdot}$ は後退波の振幅である。



(a)



(b)

図2　クランク形マイクロストリップラインアンテナ

2・3　指向特性

図2(a)に示すような形状のマイクロストリップ線路（クランク形マイクロストリップラインアンテナ）から放射する電界（遠方界）は，等価的なストリップ電流を考えて，[2]を参考にすると次式のように求まる。

$$E_\theta = -\frac{je^{-jkr}}{r} 120k_t \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\right) \sum_{m=0}^{M} \left\{ (P_i - A_{mi} - P_{i+} B_{mi}) + (S_i - A_{mi} + S_{i+} B_{mi}) \right\} \right.$$

$$\times e^{-j(2m+\frac{1}{2})ka\cos\theta} \; e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi}$$

$$+\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\theta\sin\phi\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{-(P_{2-}A_{m2}-P_{2+}B_{m2})+(S_{2-}A_{m2}+S_{2+}B_{m2})\right\}$$
$$\times\ e^{-j2mka\cos\theta}$$
$$+\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{(P_{1-}A_{m3}-P_{1+}B_{m3})+(S_{1-}A_{m3}+S_{1+}B_{m3})\right\}$$
$$\times\ e^{-j(2m-\frac{1}{2})ka\cos\theta}\ e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi}$$
$$+\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\theta\sin\phi\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{-(P_{2+}A_{m4}-P_{2-}B_{m4})+(S_{2+}A_{m4}+S_{2-}B_{m4})\right\}$$
$$\times\ e^{-j(2m-1)ka\cos\theta}\Bigg] \qquad (4)$$

$$E_\phi=\frac{je^{-jkr}}{r}120k\,t\Bigg[\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\right)\sum_{m=0}^{M}\left\{P_{3-}A_{m1}-P_{3+}B_{m1}\right\}e^{-j(2m+\frac{1}{2})ka\cos\theta}e^{-j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi}$$
$$-\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\theta\sin\phi\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{(P_{4-}A_{m2}-P_{4+}B_{m2})+(S_{3-}A_{m2}+S_{3+}B_{m2})\right\}e^{-j2mka\cos\theta}$$
$$+\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{P_{3-}A_{m3}-P_{3+}B_{m3}\right\}e^{-j(2m-\frac{1}{2})ka\cos\theta}e^{j\frac{ka}{2}\sin\theta\sin\phi}$$
$$-\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\theta\sin\phi\right)\sum_{m=1}^{M}\left\{(P_{4+}A_{m4}-P_{4-}B_{m4})-(S_{3+}A_{m4}+S_{3-}B_{m4})\right\}e^{-j(2m-1)ka\cos\theta}\Bigg]$$

(5)

ここで、

$$\left.\begin{aligned}
P_{1\mp}&=\frac{\frac{\varepsilon_{eff}-1}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\cos\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\cos\theta} & S_{1\mp}&=\frac{\sin^2\theta\cos\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\cos\theta}\\
P_{2\mp}&=\frac{\frac{\varepsilon_{eff}-1}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\cos\theta\cos\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\sin\theta\sin\phi} & S_{2\mp}&=\frac{\sin\theta\cos\theta\sin\phi\cos\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\sin\theta\sin\phi}\\
P_{3\mp}&=\frac{\frac{\varepsilon_{eff}-1}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\cos\theta} & S_{3\mp}&=\frac{\sin\theta\cos^2\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\sin\theta\sin\phi}\\
P_{4\mp}&=\frac{\frac{\varepsilon_{eff}-1}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\sin\phi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\mp\sin\theta\sin\phi} & &\text{(複号同順)}
\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

であり、ε_{eff} は等価誘電率である。ただし、角部で

の電流の反射は考えていない。

2・4　実験結果

実験にはプリント基板REXOLITE1422（$\varepsilon_r = 2.53$, $\tan\delta = 6.6\times10^{-4}$, 厚さ $t = 0.8$ mm）を用いた。まず，折り返し長さ $a = 11.5$ mm と一定とし，素子数が2～28（辺の数で3～55個）の場合について開放端電力を測定した結果を図3に示す。

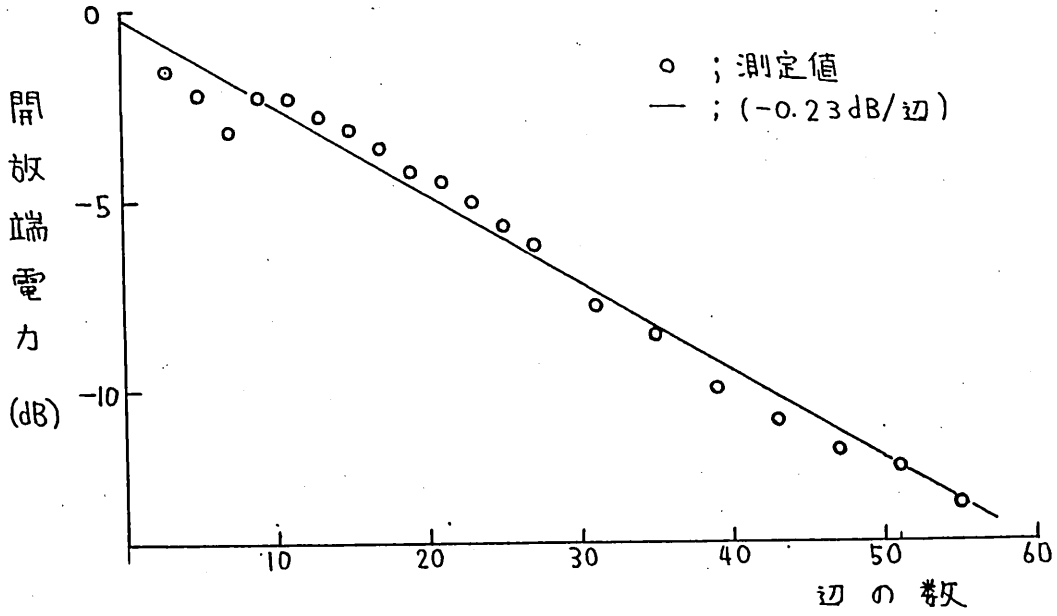


図3　開放端電力（$f = 9.5$ GHz）

その結果，1辺当りの減衰量は約0.23 dB（$\alpha = 0.027$）と見つもることができる。これをもとにし

て，素子数N＝13（辺の数で25，M＝6）の場合の電流の相対振幅を(1)，(2)式より求めた結果を図4に示す。また，実線は前進波と後退波とが同相に合

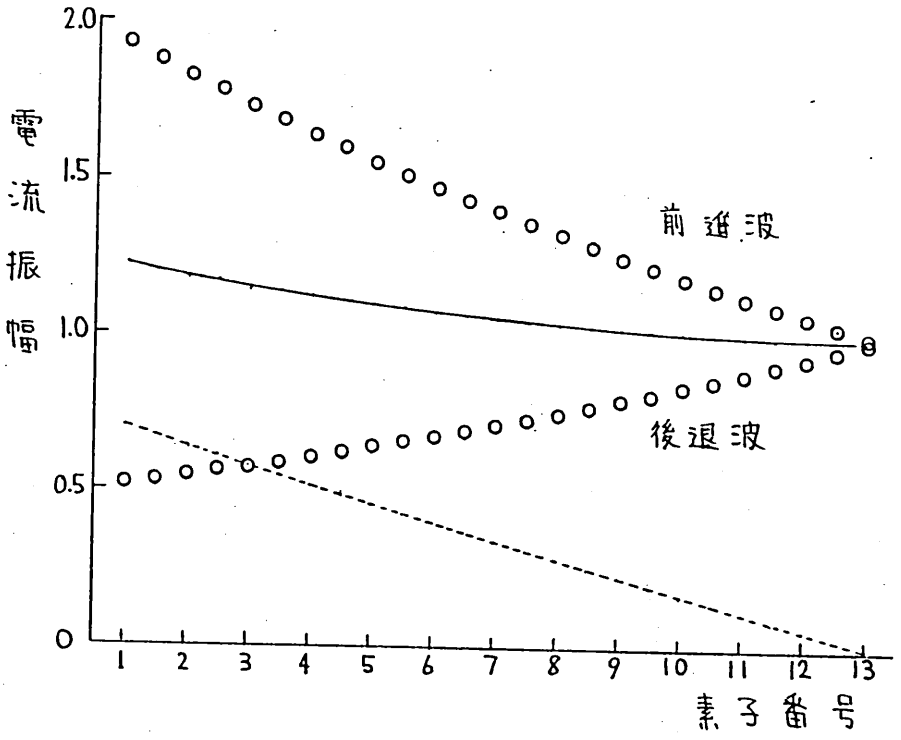


図4　電流分布（計算値）

成された場合で，点線は逆相に合成された場合の電流分布である。

図5には，素子数N＝13，a＝11.5mmの場合の周波数f＝9.5GHzにおける指向特性を示す。なお　点線は，(3)，(4)　(5)式より求めた計算値である。測定

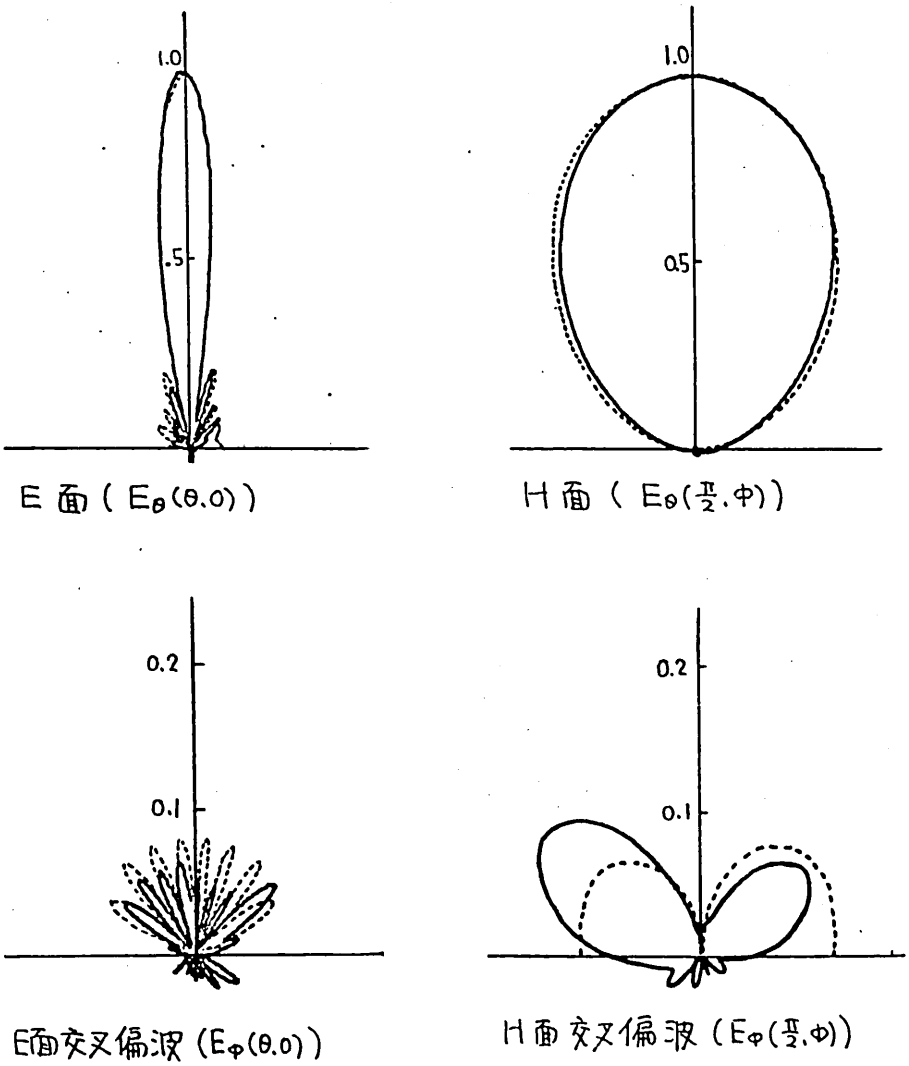


図5　電界指向特性（実線は測定値，点線は計算値）

値と計算値は，E面では左側のサイドローブが少し異なるがその他はほぼ一致しており，H面もほぼ一致している。また，交叉偏波は，形がほぼ一致しているが，レベルは異なっている。

3. マイクロストリップラインアンテナの特性

3·1 アンテナの種類

マイクロストリップラインアンテナの形状として、1/2λクランク形[6]（前節のクランク形を以下このように称する），フランクリン形[3]，ジグザグ形[4]，1/4λクランク形（前節のクランク形の折り返し長さaを約4分の1線路波長に選んだものである）等がある。これら4種類のアンテナの形状を図6に示す。1/2λクランク形とフランクリン形の偏波は同じであって、xz面をE面，xy面をH面と称し，また、ジグザグ形と1/4λクランク形の偏波は同じで、xz面をH面，xy面をE面と称する。

4種類のアンテナの寸法を表1に示すように選ぶと、動作周波数及び全長Lはほぼ一致する。フランクリン形及び1/4λクランク形は、動作周波数を一致させるため、折り返し長さaとbが異なっている。1周期の線路長lは角部を45度に裁断しているため次式のように与えられる。

$$l = K(a+b) - n(w - l_c) \qquad (7)$$

ここで、K＝1 or 2（1/4クランク形のときのみ2である），nは1周期における角部の数，wは

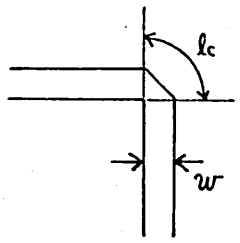
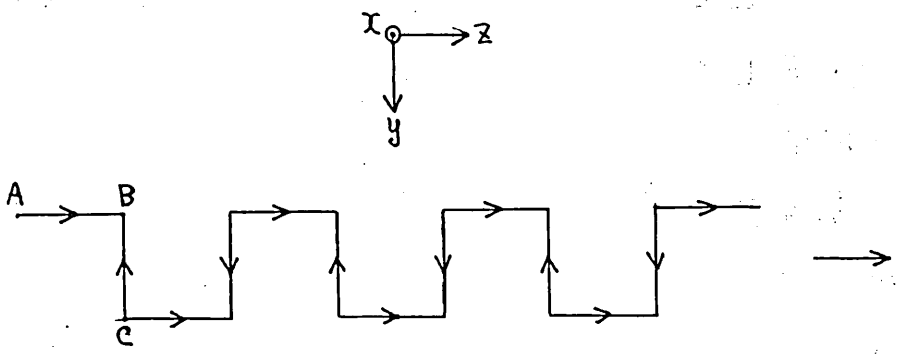
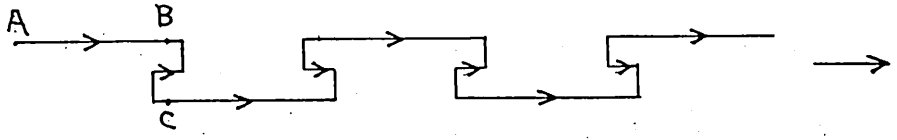


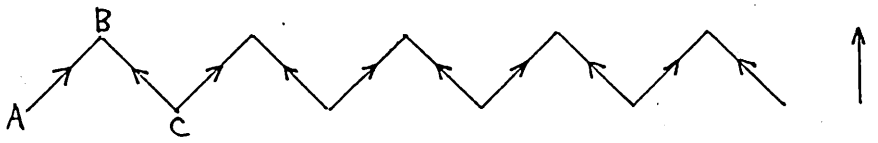
図7



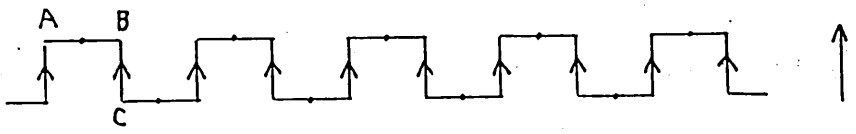
(a) 1/2λクランク形 ($\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$)



(b) フランクリン形 ($\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$)



(c) ジグザグ形 ($\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$)



(d) 1/4λクランク形 ($\overline{AB}=a$, $\overline{BC}=b$)

図6 マイクロストリップラインアンテナ

ストリップ導体の幅，l_cは角部の等価的な線路長である。全長Lを一致させており，素子間隔d（1周期の空間的な長さ）が異なるため，素子数が異なる。なお，素子数Nは，1/2ヘクランク形及びフランクリン形は，x方向の辺の数をもって示し，ジグザグ形及び1/4ヘクランク形は周期の数をもって示している。したがって，図6の場合，それぞれ，7素子，5素子，5素子，5素子である。また，ジグザグ形及び1/4ヘクランク形では，基板の端からの放射の寄与のため，基板幅が1波長よりも広くなると指向特性に波打ちが見られる。[4] そこで，それを避けるために，基板幅Wは1波長以下である30mmにしている。

表1　アンテナの寸法

	1/2ヘクランク形	フランクリン形	ジグザグ形	1/4ヘクランク形
折り返し長さ (mm) a	11.5	13.5	11.5	6.75
折り返し長さ (mm) b	11.5	12.0	11.5	6.0
素子間隔 d (mm)	11.5	13.5	16.26	13.5
全長 L (mm)	149.5	148.5	149.5	148.5
素子数 N	13	11	9	11
基板幅 W (mm)	60	60	30	30

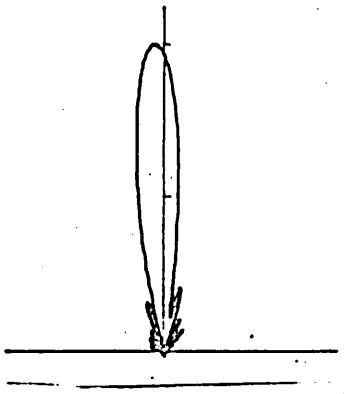
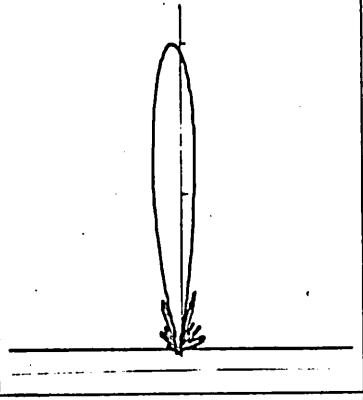
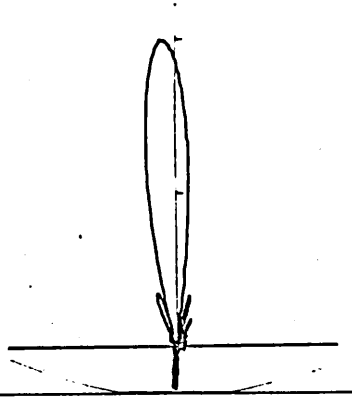
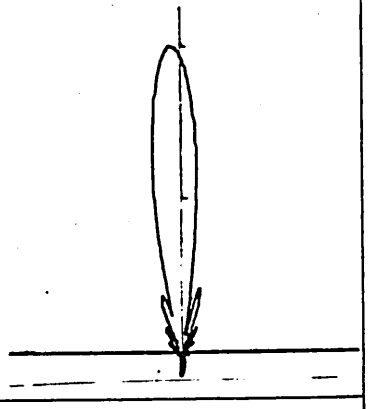
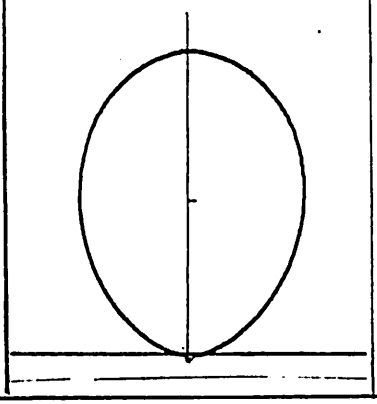
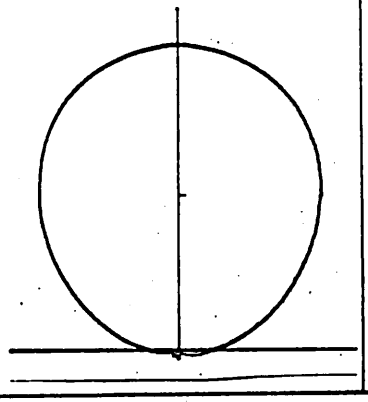
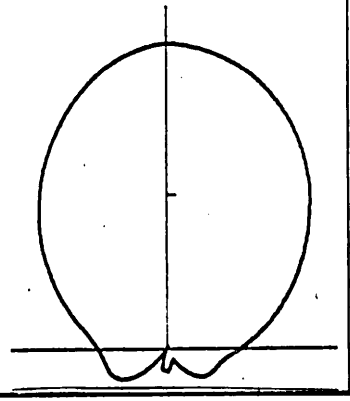
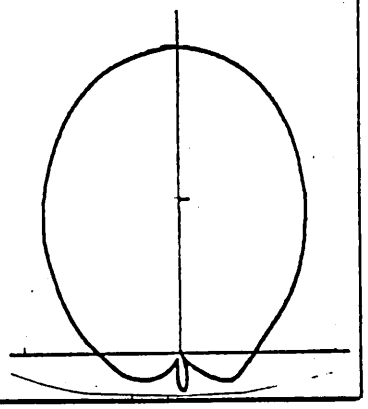
3・2　測定結果

4種類のアンテナの諸特性の測定結果を表2に，また，動作利得最大を示す周波数における電界指向特性を表3に示す。

表2．マイクロストリップラインアンテナの諸特性

		1/2入クランク形	フランクリン形	ジグザグ形	1/4入クランク形
中心周波数 f_0 (GHz)		9.7	9.7	9.7	9.6
f_0 における V.S.W.R		3.57	2.65	2.10	1.76
動作利得最大を示す周波数 f_{gmax} (GHz)		9.5	9.5	9.5	9.45
f_{gmax} における V.S.W.R		1.11	1.87	1.27	1.40
動作利得 (dB_{iso})		15.3	14.0	15.0	15.0
ビーム幅（度）	xz面	10.5	10.5	10.5	11.0
	xy面	61.5	80.5	75.5	71.5
利得・ビーム幅積		21900	21200	25100	24900
主ビームの方向（度）		-1.8	-1.5	-2.5	-2.0
正面動作利得の帯域幅 (MHz)		260	290	430	455
サイドローブレベル (dB)		-13.5	-14.5	-14.1	-13.5
交叉偏波成分 (dB)	xz面	-22.4	-21.5	-19.0	-23.6
	xy面	-15.1	-25.6	-22.7	-19.8
1線路波長当りの減衰量 (dB)		0.49	0.44	0.66	0.93

表3　マイクロストリップラインアンテナの電界指向特性

	1/2入クランク形	フランクリン形	ジグザグ形	1/4入クランク形
E z 面				
E y 面				

3·3 考察

マイクロストリップラインアンテナは，給電端から開放端へ向う進行波により生じる主ビームと，開放端で反射した反対向きの進行波により生じる主ビームとが合成された主ビームを生じ，周波数の変化に対し，この2本のビームは相反する方向に振れる（正面方向では1本だけである）。したがって，先端を無反射終端にすると，唯1本の主ビームが周波数により振れる周波数走査アンテナとして動作し，主ビーム方向 θ_m（正面方向からの角度）は，−1次のグレイティングナンバーに対応した主ビームをもつ周波数走査アンテナの式[8]

$$\theta_m = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\frac{\ell}{d} - \frac{\lambda}{d}\right), \quad \eta = \frac{\lambda_g}{\lambda} \tag{8}$$

より計算した方向とよく一致する。$\theta_m = 0$ になる周波数が中心周波数で，波長短縮率 η，素子間隔 d を与えて計算すると，1周期の線路長 ℓ が求まり，また，(7)式より角部の等価的な線路長 ℓ_c が求まる。4種類のアンテナの平均で ℓ_c は約1mmである。

中心周波数では，折り返し長さが1波長線路波長になるので各角部で生ずる反射波の位相が揃うため給電部への反射電力は最大となり動作利得は低くなる。

中心周波数より約２００MHz低い周波数で動作利得は最大を示し，その利得は約15dBiso前後である。動作利得最大を示す周波数f_{gmax}でのxz面のビーム幅は約11度でほぼ一致しているが，xy面のビーム幅は大きな差がある。そこで，利得・ビーム幅積をとるとジグザグ形が大きく，フランクリン形が小さい（ジグザグ形を基準にとると約0.7dB低い）がそれほど大きな差はない。f_{gmax}では，完全に整合はとれないが，V・S・W・Rは２以下を示している。また，主ビームの方向は，真正面より負方向に約２度傾いている。サイドローブレベルは約－14dB前後で，これは等振幅連続列の値に近くサイドローブレベルとしては高い。交叉偏波成分は，1/2入クランク形のxy面（H面交叉偏波）を除いて，約-20dBあるいはそれ以下であって小さい。正面動作利得の帯域幅は，素子間隔と関係があって，素子間隔が大きいほうが主ビームの周波数による走査感度が鈍いため，広くなっている。１線路波長当りの減衰量は，フランクリン形，1/2入クランク形，ジグザグ形，1/4入クランク形の順に大きくなっている。減衰量の大きいアンテナは，比較的素子数の小ない場合に利得が高く，減衰量の小さいアンテナは，比較的素子数の多い場合に利得が高くなるようである。（図８）

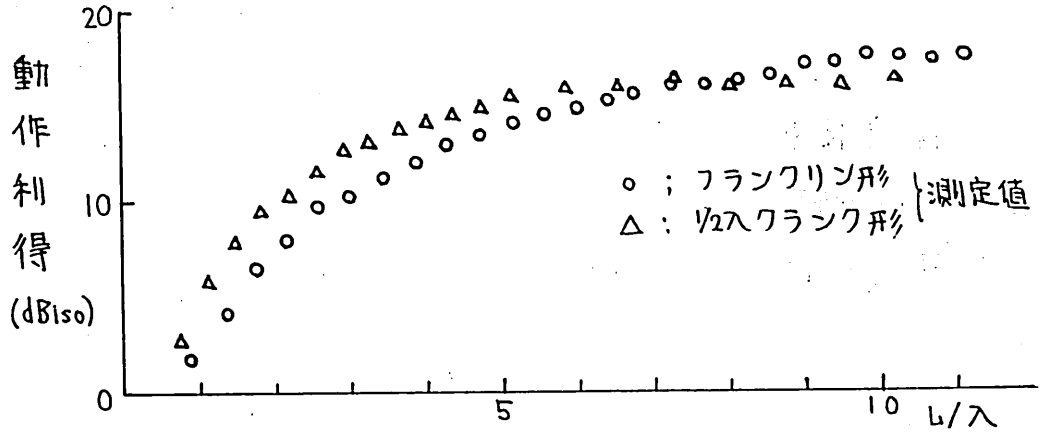


図8　動作利得と全長L（f=9.5GHz）

4. むすび

クランク形マイクロストリップラインアンテの指向特性を等価的なストリップ電流を考えて[2]を参考にして計算した結果，測定値とほぼ一致した。また，4種類のマイクロストリップラインアンテの諸特性を測定した結果，個々に少し差はあるが全体的にはほぼ同一の特性を示している。

[参考文献]

[1] 例えば．三国·永井．"伝送線路" 信学誌．Vol.55 P.584．(1965-04)

[2] L.Lewin．"Radiation from Discontinuties in strip-line" IEE．Monograph No.358 E．P163 Feb. 1960

[3] 西村・中野・牧本."フランクリン形マイクロストリップラインアンテナ." 信学技報. Vol. 77, No 140, AP 77-59 (1977-10)

[4] 西村・中野・牧本."ジグザグ形マイクロストリップラインアンテナ." 信学技報. Vol. 77, No. 220, AP 77-95 (1978-01)

[5] 西村・中野・牧本."フランクリン形マイクロストリップラインアンテナの特性." 昭和53年信学全大 No. 562

[6] 西村・中野・牧本."クランク形マイクロストリップラインアンテナ", 輻射科学研究会資料 昭和53年6月23日

[7] 西村・中野・牧本."クランク形マイクロストリップラインアンテナ." 昭和53年信学光電波全大 No. 57

[8] R.C. Hansen. "Microwave Scanning Antennas". Vol. III. P. 135. Academic Press (1966)

複合周期結合を用いた TE-TM モード変換素子

井筒雅之，末田 正

（大阪大学 基礎工学部）

昭和54年 2月 2日

輻射科学研究会

複合周期結合を用いた TE-TM モード変換素子

井筒雅之　末田　正
（大阪大学　基礎工学部）

1. まえがき

各種の光導波回路素子を用いて光集積回路を構成する場合，高い変換効率を持つモード変換素子が重要な要素の一つと考えられる．本報告では，容易にこれを実現するための新しい素子構成法として複合周期結合の利用を提案し，その可能性について述べる．まず，基礎となる有限周期結合を解析し，その応用として複合周期結合を考察する．

光導波回路素子に多用される光波モードの合波結合を能率よく行なわせるには，位相定数，結合係数等を正確に制御する必要がある．導波路，電極等の作製に高い精度が要求され，場合によっては，ほとんど実現不可能な精度が必要となることもある．このような困難を避ける方法として，本文では，不完全な相互作用を用いても，結合係数，位相定数差等を周期変化させ，その変化を調整することにより高効率なモード変換が実現できる可能性があることを示す．

位相定数が異なる場合に，結合係数等の周期変化でこれを補償する方法は，周期結合としてこれまでにも多く用いられてきた[1]．通常の周期結合では，1周期中に於けるモード結合は十分に小さく，多くの周期を貫いて高いモード変換効率を実現する．多くの周期に渡って結合が加算的に行なわれるためには位相関係を正確に定めることが重要となり，非常に高い周期精度が要求される．

これに対して，本文で述べる有限周期結合では周期の数が極端に少なく，数周期でモード変換を実現するものである．この様な場合

には，周期の長さを光波モードの位相定数差から決まるコヒーレンス長に正確に一致させる必要はなく，結合係数等を適当に変化させることによって完全なモード変換が得られることになる．

有限周期結合のこの特徴は，モード変換素子の新しい位相補償法として用いることができる．従来にも，位相補償法として結合区間を分割し（1）中間に相互作用のない補償区間を設ける[2]，（2）位相定数差を反転する[3]等が考えられてきた[4]．本文に示す有限周期結合の解析法は，これらも含めてさらに一般的に結合状態が有限回数周期変化する場合を取扱う．

つぎに，より実際的な立場から，光モードの位相定数差が比較的大きな場合に有効となる複合周期結合を提案する．複合周期結合は結合係数の周期的な速い変化をゆるやかな周期で変調したものであり，有限周期結合の一周期がさらに速い変化の周期構造を持つ場合に対応する．その特性を考察し有用性を示すとともに，$LiNbO_3$ 光導波路を用いて行なった基礎実験の結果について述べる．

2．有限周期結合

解析を行ううえで有用なモード伝達行列を導入し，これを用いて有限周期結合を考察する．完全なモード変換および完全不変換に必要な単位結合区間の伝達行列に要求される条件を示す．

2．1　モード伝達行列

図1に示すように2つの進行波が分布結合する場合について，入出力波の複素振幅を関係づけるモード伝達行列が用いられている[1]．

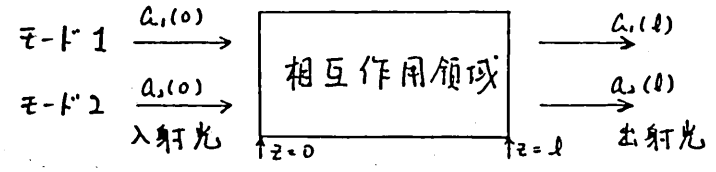


図1
光モードの相互作用

ここではまず本文で用いる伝達行列を定義する．2つの光波モードはz方向に進行する．結合領域では相互作用によって振幅がゆるやかに変化する．モード振幅を

$$e_i(z,t) = a_i(z)e^{j\omega_i t} = A_i(z)e^{j(\omega_i t-\beta_i z)} \quad (1)$$
$$(i=1,2 \text{ は モード番号})$$

とし，$z=0$における入力振幅 $a_1(0)$，$a_2(0)$ と $z=l$ における出力振幅 $a_1(l)$，$a_2(l)$ の関係を次式で表わす．

$$\begin{bmatrix} a_1(l) \\ a_2(l) \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} a_1(0) \\ a_2(0) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここでMは2行2列の行列で表わされるモード伝達行列であり，

$$M \equiv \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

電力の保存性

$$a_1(z)\,a_1^*(z) + a_2(z)\,a_2^*(z) = \text{一定} \quad (4)$$

を仮定すれば $M^*M = E$ すなわちMがユニタリ行列であることが導びかれる．ただし，Eは単位行列，$*$はエルミート共役を示す．

次に，解析の便宜上，正規化モード伝達行列 V を導入する．

$$V \equiv \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$
$$= M / (\det[M])^{1/2} \quad (5)$$

Mがユニタリであることから $\det[M]$ は絶対値1の複素数

となる．少し計算すると V に次の性質のあることがわかる．

$$a)\quad \det[V] = v_{11}v_{22} - v_{12}v_{21} = 1 \qquad (6-1)$$

$$b)\quad v_{11} = v_{22}^{*} \qquad (6-2)$$

$$c)\quad v_{12} = -v_{21}^{*} \qquad (6-3)$$

2．2 有限周期結合の伝達行列

図2に示すように，単位結合区間が n 段直列に接続された場合を考える．単位区間の伝達行列 $M = (\det[M])^{1/2}\cdot V$ を用いれば，n 段周期結合の伝達行列 M_n は，

$$M_n \equiv [M]^n = (\det[M])^{n/2}\cdot[V]^n \qquad (7)$$

$\det[V] = 1$ であることから $[V]^n$ は次のように表わされる[4]

$$[V]^n = \begin{bmatrix} v_{11}U_{n-1}(k) - U_{n-2}(k) & v_{12}U_{n-1}(k) \\ v_{21}U_{n-1}(k) & v_{22}U_{n-1}(k) - U_{n-2}(k) \end{bmatrix} \qquad (8)$$

ただし

$$k = (v_{11} + v_{22})/2 = R_e(v_{11}) \qquad (9)$$

ここで $U_n(k)$ は，n 次の第2種チェビシェフ多項式であり，次

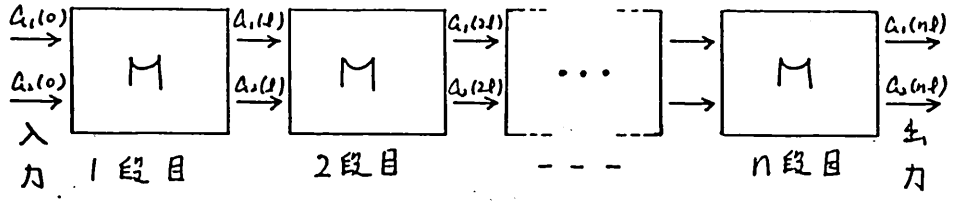


図 2　n段周期結合

の表式で与えられる[7]

$$U_n(k) = \sin[(n+1)\cos^{-1}k]/\sqrt{1+k^2} \qquad (10)$$

(8), (9), (10) を (7) に代入することにより M_n すなわちn段周期結合の伝達行列を得ることができる.

2.3 完全変換および完全不変換の条件

n段周期結合における完全なモード変換および不変換の条件について考える.

完全なモード変換が得られるためには M_n の対角成分, すなわち $[M_n]_{11} = 0$ が必要である.

$$U_{11}U_{n-1}(k) - U_{n-2}(k) = 0 \qquad (11)$$

(9) および (10) を (11) に代入し変形すると,

$$U_{11} = \cos\frac{2p-1}{2n}\pi \quad (p=1,2,\cdots,n) \qquad (12)$$

(12) はn段接続された場合に完全なモードの電力移行が得られるために単位結合区間の伝達行列に必要な条件である. U_{11} は特定の値の実数値でなければならない.

完全不変換の場合の条件式は, $[M_n]_{12} = 0$ より,

$$U_{12}U_{n-1}(k) = 0 \qquad (13)$$

(10) を用いれば

$$\mathrm{Re}(U_{11}) \equiv k = \cos\frac{q\pi}{n} \quad (q=1,2,\cdots,n) \qquad (14)$$

すなわち U_{11} の実部が特定の値となる必要がある.

3. 有限周期結合の特性

前節では有限周期結合において完全なモード変換および不変換を得るための単位結合区間に要求される特性を伝達行列によって表わした．ここでは，図3に示すように結合係数，位相定数等が方形波的に変化する場合について，完全なモード変換を得るための条件をより詳しく検討する．

3.1 一様結合の伝達行列

まず，結合領域において結合係数 C，位相定数差 $\Delta\beta$ が一定である一様結合の伝達行列を示す．

結合モード理論より

$$M_0 = e^{-j\frac{\beta_1+\beta_2}{2}z}\begin{bmatrix} \cos Sz - j\frac{\Delta\beta}{2S}\sin Sz & j\frac{C}{S}\sin Sz \\ j\frac{C}{S}\sin Sz & \cos Sz + j\frac{\Delta\beta}{2S}\sin Sz \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで

$$S = \sqrt{C^2 + (\Delta\beta/2)^2} \quad (16)$$

次式で定義される電気長 θ，縮退係数 P，特性定数 Q_i を導入すると，一様結合の正規化伝達行列は

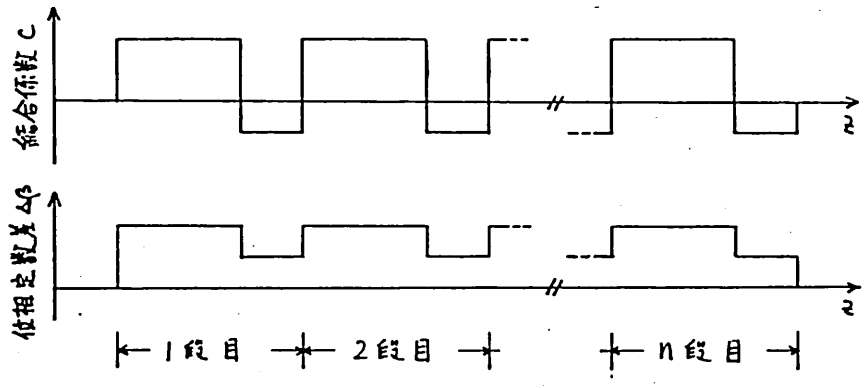


図3　方形波形 n 段周期結合

$$V_0 = \begin{bmatrix} \cos\theta - jP\sin\theta & jQ\sin\theta \\ jQ\sin\theta & \cos\theta + jP\sin\theta \end{bmatrix} \tag{17}$$

ただし

$$\theta = s\tau, \quad P = \Delta\beta/2S, \quad Q = C/S \tag{18}$$

$$P^2 + Q^2 = 1 \tag{19}$$

$$0 \leq P \leq 1, \quad -1 \leq Q \leq 1$$

2.2 方形波形有限周期結合

2.1の結果を用いて図3の方形波形有限周期結合の伝達行列を導びき，完全モード変換および不変換の条件を示す．

単位結合区間a，P_1, Q_1, θ_1 および P_2, Q_2, θ_2 で規定される2つの部分からなるとする．それぞれの伝達行列を V_1，V_2 とすると単位区間の伝達行列 V は，

$$V = V_2 \cdot V_1 = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix} \tag{20}$$

ただし，

$$v_{11} = v_{22}^* = \cos\theta_1\cos\theta_2 - (P_1P_2 + Q_1Q_2)\sin\theta_1\sin\theta_2 - j(P_1\sin\theta_1\cos\theta_2 + P_2\cos\theta_1\sin\theta_2) \tag{21-1}$$

$$v_{12} = -v_{21}^* = (Q_1P_2 - P_1Q_2)\sin\theta_1\sin\theta_2 + j(Q_1\sin\theta_1\cos\theta_2 + Q_2\cos\theta_1\sin\theta_2) \tag{21-2}$$

完全モード変換の条件，(12)を用いると，次の2式が得られる．

$$\cos\theta_1 \cos\theta_2 - (P_1P_2 + Q_1Q_2)\sin\theta_1 \sin\theta_2 = \cos\frac{2p-1}{2n}\pi \tag{22-1}$$

$$P_1\sin\theta_1\cos\theta_2 + P_2\cos\theta_1\sin\theta_2 = 0 \tag{22-2}$$

また，完全モード不変換の条件(14)を用いると

$$\cos\theta_1 \cos\theta_2 - (P_1P_2 + Q_1Q_2)\sin\theta_1 \sin\theta_2 = \cos\frac{g\pi}{n} \tag{23}$$

3.3 方形波形有限周期結合における完全モード変換

単位結合区間を構成する2つの結合領域の，長さ，位相定数差，結合係数等を適当に調節することにより，(22)を満し，完全モード結合を得ることができる．たとえば，文献( )では長さを，( )では位相定数差を調節する．先に述べたように，ここに示した解析法は，長さ，位相定数差，結合係数のどれを調節する場合にも適用することができるが，以下では，特に結合係数を変化させる場合を中心に考察する．

実際の素子を考える便宜により，次に定義する正規化結合係数Kおよび正規化結合長Lを導入する．

$$K = cl = Q\theta \tag{24-1}$$

$$L = \Delta\beta l/2 = P\theta \tag{24-2}$$

ただし

$$\theta = \sqrt{K^2 + L^2} \tag{25}$$

2つの部分の結合係数および結合長をそれぞれK_1，K_2およびL_1，L_2とする．L_1/L_2を固定(Δβが等しければ長さl_1

と L_2 の比)にて $(L_1+L_2)/\pi$ に対して (2) を満す K_1/π, K_2/π を数値計算した. 図4は $L_1/L_2=1$ において $n=3$, すなわち3段同期結合についての計算例である. この場合には $P=1$, 2, 3 の3種の解が存在する. $P=3$ の場合に L_1+L_2 の最も広い範囲に渡って完全結合が可能となる. この例では $L_1+L_2<.95\pi$ では K_1, K_2 の値を適当に選ぶことにより完全モード変換が得られる. 図5は $L_1/L_2=2$ に対する同様な計算結果である. 煩雑さを避けるため $P=3$ に対する曲線のみを示している. さらに大きな結合係数を許せば, より広い範囲に解が得られる. 図6は $L_1/L_2=1$, $n=2$ に対してこの様子を示したものである.

図7, 8, 9には, 実際のエネルギー移行の様子を幾つかの場合について示している.

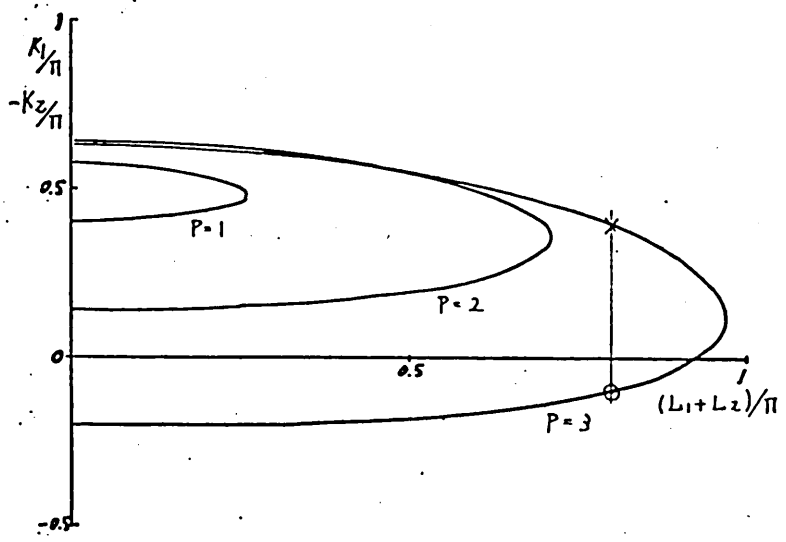


図4　方形波形同期結合における K_1, K_2 対 L_1+L_2, ($L_1/L_2=1$, $n=3$) の計算値
図中の X と ○ がそれぞれ K_1 と $-K_2$ あるいは $-K_2$ と K_1 に対応する.

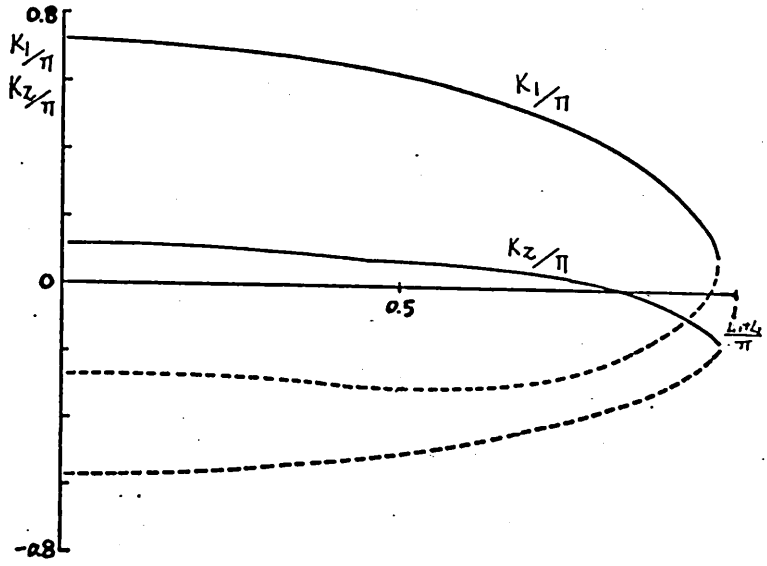


図5. K_1, K_2 対 L_1+L_2 ($L_1/L_2=2$, $n=3$) の計算例
$P=3$ について の曲線 だけ を示して いる

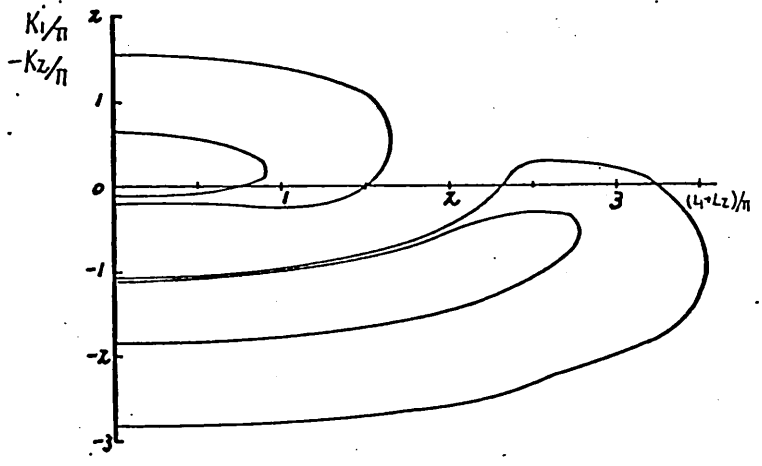


図6 K_1, K_2 対 L_1+L_2 ($L_1/L_2=1$, $n=2$) の計算例
$P=3$ について 図4 より も 広い 範囲 の 解 を 示して いる.

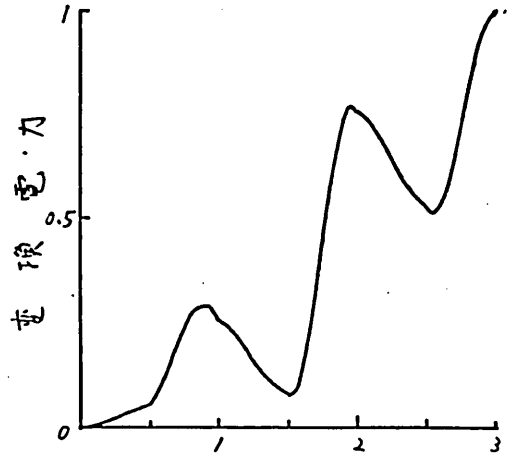


図7　モード電力変換の様子 ($L_1/L_2=1$, $n=3$, $p=3$)
$L_1=L_2=0.4\pi$
$K_1=0.1\pi$
$K_2=0.4\pi$

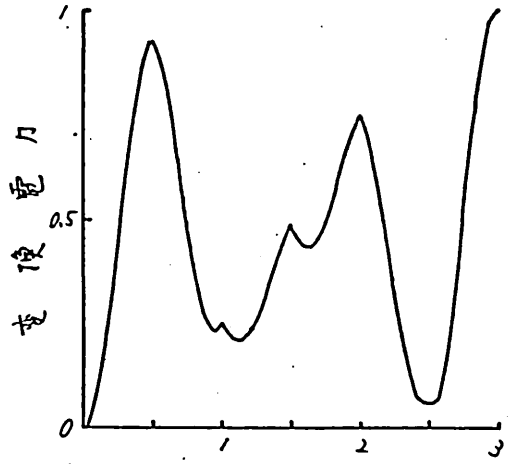


図8　モード電力変換の様子 ($L_1/L_2=1$, $n=3$, $p=1$)
$L_1=L_2=0.25\pi$
$K_1=-0.461\pi$
$K_2=0.505\pi$

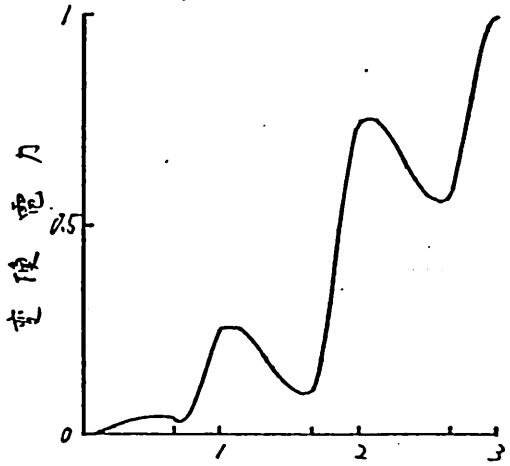


図9　モード電力変換の様子 ($L_1/L_2=2$, $n=3$, $p=3$)
$L_1=2L_2=0.6\pi$
$K_1=0.13\pi$
$K_2=0.285\pi$

3.4 結合状態の微少変化

単位結合区間の伝達行列成分 U_{11} が (12) を満す場合，これを n 段接続することにより完全モード変換の得られることがわかった．ここでは，U_{11} が (12) から微少に変化した場合について考察する．

U_{11} の微少変化量を ΔU とする．すなわち

$$U_{11} = k + \Delta U \tag{26}$$

ただし，

$$k = \cos \frac{2p-1}{2n}\pi \tag{27}$$

このとき $[V]^n$ の 11 成分は微少な値 ΔV_{11} を持つことになる．

$$\Delta V_{11} = (k+\Delta U)\,U_{n-1}(k+Re(\Delta U)) - U_{n-2}(k+Re(\Delta U)) \tag{28}$$

$Re(\Delta U) \ll k$ と 17，U_n をテイラー展開すると，

$$U_n(k+Re(\Delta U)) \simeq U_n(k) + Re(\Delta U)\,U_n'(k) \tag{29}$$

(29) を (28) に代入すると

$$\begin{aligned}\Delta V_{11} \simeq\ & k\,U_{n-1}(k) - U_{n-2}(k) + \Delta U\,U_{n-1}(k) \\ & + Re(\Delta U)\left[k\,U_{n-1}'(k) - U_{n-2}'(k)\right]\end{aligned} \tag{30}$$

ここで

$$k\,U_{n-1}(k) - U_{n-2}(k) = 0$$

$$k\,U_{n-1}'(k) - U_{n-2}'(k) = (n-1)\,U_{n-1}(k)$$

および

$$U_{n-1}(k) = \pm 1 / \sin\frac{2p-1}{2n}\pi$$

の関係を用いると

$$\Delta V_{11} \simeq \pm\left[n\,Re(\Delta U) + j\,Im(\Delta U)\right] / \sin\frac{2p-1}{2n}\pi \tag{31}$$

ただし複号はPが偶数の場合に＋，奇数の場合に－を取る．

(21)によって δ の微小変化 $\Delta\delta$ による完全モード変換からのずれを計算することができ，素子の帯域幅等を見積ることができる．概略的に見れば $|\Delta\nu_n| \propto n|\Delta\delta|$ の程度であり，均一周期結合の帯域幅は，それと同じ結合長を持つ一様結合の帯域幅と同程度と見做すことができる．

4．複合周期結合

4．1　有限周期結合と複合周期結合

前節までに述べた有限周期結合は，モード変換素子を構成する上での新しい位相補償法として用いることができる．高い変換効率を得るには，通常，位相整合，結合係数，相互作用長等に高い精度が要求されるが，相互作用区間を幾つかの部分に分け，位相速度差，結合係数等に周期的な変化を持たせることにより，不完全な相互作用によっても高効率なモード変換を実現することができる．

ところで，有限周期結合では，図4，5，6に示したように K と L あるいは結合係数 C と位相定数差 $\Delta\beta$ とが同程度の大きさの場合に利用することができる．実際的な導波形の各種モード結合素子を考えると，C は通常 $1\,mm^{-1} \sim 10\,mm^{-1}$ 程度であるので $\Delta\beta$ も同程度，すなわちコヒーレンス長が $1mm \sim 10mm$ 程度の場合にその有効性が発揮される．

ところが，たとえば電気光学効果が大きく，良好な光導波特性を比較的容易に得ることのできる $LiNbO_3$ (Y-cut, Z-prop.) 光導波路を例に取ると，常および異常屈折率の差，すなわちTE，TMモードの位相定数差が非常に大きく，コヒーレンス長が短く（約 $8\mu m$）なる．このような場合には，有限周期結合をそのままの形で用いることは困難である．

そこで我々は，有限周期結合の変形として新たに複合周期結合を

考案した．図10は，複合周期結合における結合係数の変化の様子を概念的に示している．

複合周期結合は，通常の（一様な）周期結合において，結合係数を言わば変調したものと考えることができる．結合係数の速い変化（伝送波成分）によって位相定数のだいたいの整合を取り，包絡線の変化（変調波成分）によってさらに精密に結合状態を調整する．従来の一様な周期結合では，単一の周期変化によって一挙に正確な位相整合を取るため周期に非常に高い精度が要求される．これに対して，複合周期結合では調整が可能となるので，容易に効率の高いモード変換が実現できるものと思われる．

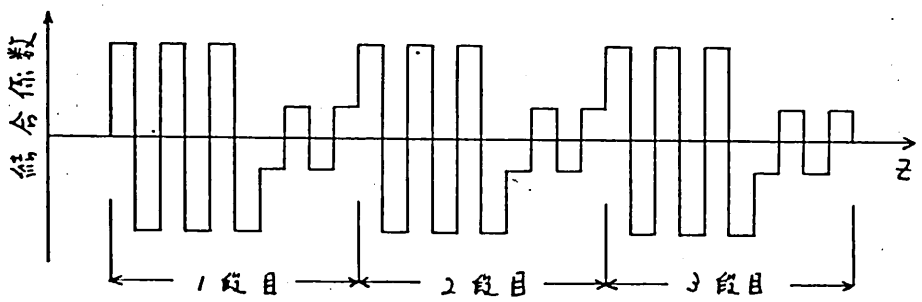


図10　複合周期結合（n=3の場合）

4.2　複合周期結合を用いたTE-TMモード変換

$LiNbO_3$（y-cut, x-prop.）光導波路における複合周期結合を用いたTE-TMモード変換素子について考える．図11は素子の構成である．

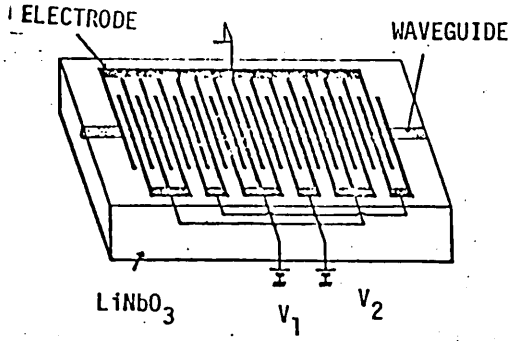


図11　複合周期結合を用いたTE-TMモード変換素子

櫛状電極により発生する膜面に垂直な電界成分によって TE, TM モード間の相互作用が生じる．櫛状電極は数ヵ所の部分に分け，印加電圧を周期的に変える．電極周期がコヒーレンス長と正確に一致していなくても，印加電圧の調整によって高いモード変換効率を得ることができる．

電極に一様な電圧を印加する場合（一様周期結合）では，20dB 以上の消光比を得るために，$L = 80\,\mu m$ に対して，電極周期とコヒーレンス長との誤差を 0.5% 以下にする必要がある．これに対して，周期電極の長さを $160\,\mu m$ としてこれを4つの部分に分け，印加電圧を周期的に変化させる場合には，電極周期の誤差 9% 以下の範囲で，電圧の調節によって 100% のモード変換が得られる．

3.4の結果を用いて計算すると，このとき 20 dB の消光比を保つためには，光波長帯域幅 $\Delta\lambda/\lambda$ は 10^{-4} 程度以下，許容温度変化は 約±5°C以下と見積られる．

4.3 モード変換実験

以上の解析に基づいて，実際に $LiNbO_3$ 光導波路を用いて複合周期結合による TE-TM モード変換素子を試作し，その動作を確かめる基礎実験を行なった．

光導波路は z-cut, x-prop. $LiNbO_3$ ($a \times b \times c = 16 \times 1 \times 5\,mm$) 上に幅 $3.0\,\mu m$，厚さ 450 Å の Ti パターンを作成後，熱拡散（970°C, 7時間, Ar ガス雰囲気）を行なったものを用いた．TE, TM モード間のコヒーレンス長はほぼ $8\,\mu m$ である．光入出力には顕微鏡レンズを用いるため，結晶両端面を研磨している．結晶表面には電極を作成する部分から，約 1000 Å 厚の SiO_2 膜を高周波スパッタした．

電極には Cr - Au 蒸着膜を用いた．櫛状電極部は電子ビームにより直接露光し，リフトオフ法により作成した．電圧印加用端子部分のため光露光エッチングによって リード電極を形成した．櫛状電極上部には絶縁破壊保護のためさらに SiO_2 膜を作成した．

図 12 は作製した電極の拡大写真である．電極は幅，間隔ともに

2μm，周期は8μmであり，計60対，全長482μmである．電極は5対を1組として12の組に分割し，それぞれに個別の端子を設け異なった電圧を印加できるようにした．

図13は，電極に一様な電圧を印加した場合の出力波形である．電圧はピーク値115Vの60Hzを用いている．TMモード入射に対して，TMモード出力波の変化を示している．この場合，変換効率は約30％となった．

図14は，電極に印加する電圧を周期的に逆転させた場合の結果である．$n=2$，$L_1/L_2=2$に対応している．変換効率は約90％と見積られる．（電極の12の組を4，2，4，2と分け，それぞれに+115，-115，+115，-115Vを印加した．）

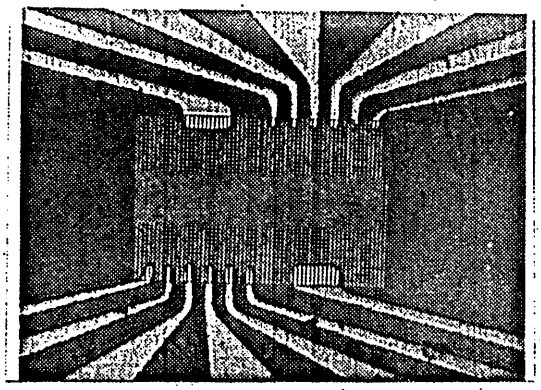


図12
試作モード変換素子の複合周期電極

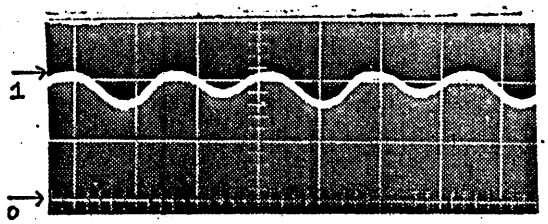


図13
モード変換波形
一様電圧印加の場合

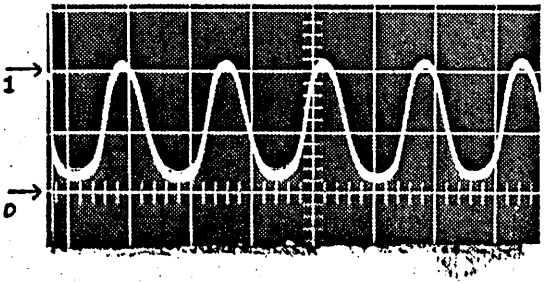


図14
モード変換波形
周期電圧印加の場合

5. むすび

導波形モード変換素子における新しい位相補償法として，有限周期結合の利用を提案し，モード伝達行列を用いてその特性を解析した．その結果，不完全な相互作用であっても幾つかを周期的に組合わせパラメータを適当に調整することにより完全モード変換の得られることがわかった．さらに，有限周期結合の変形として，実際のモード変換素子への応用に適した，複合周期結合を提案し，TE-TMモード変換素子を試作して実験により，その基本的な動作を確認した．この素子は，現在広く用いられている$LiNbO_3$光導波路上に他の素子と組合わせて構成することが容易であり，印加電圧を調整することによって光集積回路における波長板としての機能を果すので，広い応用が期待できる．実験結果には不十分な点も残されており100%の完全モード変換はまだ得られていないが，変換効率は複合周期結合を用いない場合に比べて大幅に改善されることがわかった．より高い変換効率の実現を目指して，現在さらに実験を継続している．

謝辞　実験に協力頂だいた本学大学院学生の木村達（現在東芝），上田勝久の両君に深く感謝します．

参考文献

1. A.Yariv, M.Nakamura, IEEE J.Q.E., QE-13, 4, 233/253 (1977)
2. 山本他，信学論C, 57-C, 5, 151/158 (1974)
3. H.Kogelnik, R.V.Schmidt, IEEE J.Q.E., QE-12, 7, 396/401 (1976)
4. 右近他，信学論B, 56-B, 5, 378 (1973)
5. S.Yamamoto, T.Makimoto, J. Appl. Phys., 45, 2, 882/888 (1974)
6. Born, Wolf "Principles of Optics", 5-th ed., Pergamon, Orford (1975)
7. 森口他，"数学公式III", 岩波 (1970)

電子ビーム書込グレイティングの光ICへの応用

半田 祐一, 栖原敏明, 西原 浩, 小山次郎
（大阪大学 工学部 電子工学科）

昭和54年 2月 2日
輻射科学研究会

電子ビーム書込グレイティングの光ICへの応用

APPLICATION OF ELECTRON-BEAM-WRITTEN GRATINGS TO INTEGRATED OPTICAL CIRCUITS

半田 祐一　栖原 敏明　西原 浩　小山 次郎
（大阪大学 工学部 電子工学科）

1. まえがき

光集積回路を構成するためには微小な光回路素子を光波長程度に精度よく作成することが必要である。光集積回路のための微細加工技術として従来よりフォトリソグラフィ，電子ビームリソグラフィなどが応用されてきた。特に電子ビーム加工技術は微細性・機能性・汎用性に優れ，有用な技術として注目されている。

著者等はカルコゲナイド系アモルファス半導体膜の光集積回路への応用として電子ビーム直接書込による光回路素子の作成を検討してきた。[1-5] 本材料は光ファイバ通信に適した近赤外域で低損失・高屈折率（$n \simeq 2.5$；As_2S_3）であることから良好な薄膜光導波路とすることができる。[6] 我々はAs_2S_3をはじめとするカルコゲナイド薄膜の電子ビーム照射効果を研究し，i) 屈折率変化[7] ii) 吸収係数の一時的変化（導波光のストッピング効果）[8] iii) 電子ビームドーピング[9] iv) 化学エッチング速度の変化[10] 等々電子ビーム照射によっても光照射と類似した効果が生ずることを見い出した。特に光ICへの応用面では屈折率変化効果は重要であり，光導波路となる薄膜内に種々の微小光回路素子を電子ビームにより直接書き込むことができる。

本稿では屈折率変化効果の応用として電子ビーム直接書込による光集積回路用グレイティングの最適設計法[11]および実験結果[12]について報告する。

2 走査型電子顕微鏡（SEM）によるグレイティング書込

2-1 電子ビーム照射による屈折率変化効果[7]

電子ビーム照射による屈折率変化の様子を図1に示す。本材料は光照射によっても同様の屈折率変化を生じさせることができるが電子ビームを用いる場合の特長として次の2点が挙げられる。

1) 屈折率変化層の深さは加速電圧Eに依存する：

屈折率変化は電子ビームの実用飛程Rの範囲で生じ，As_2S_3薄膜（$\rho = 3.2\,g/cm^3$）の場合，

$$R = 0.021 \times E^{1.6} \quad [\mu m] \quad ; \quad 3 \lesssim E\,[kV] \lesssim 20 \qquad (1)$$

で評価できる。例えばE＝15 kVの場合，R＝1.6 μmとなる。

2) 屈折率変化量Δnは電子ビーム照射電荷密度Qに依存する：

屈折率変化量は$Q \simeq 10^{-3}\,C/cm^2$のドーズ量に対し$\Delta n/n = 1 \sim 2\%$と比較的大きな値が得られる。カルコゲナイド薄膜は他の導波路材料（$LiNbO_3$，フォトポリマ）に比べて著しく屈折率変化が大きく最大4%にも達する。従って小型で高効率の素子が実現可能である。

以上の様にこの効果は屈折率変化の深さおよび変化量をそれぞれ独立な電子ビームパラメータで制御できるため，光導波路[13]グレイティングなど3次元的な微細加工が要求される素子作成に有効である。

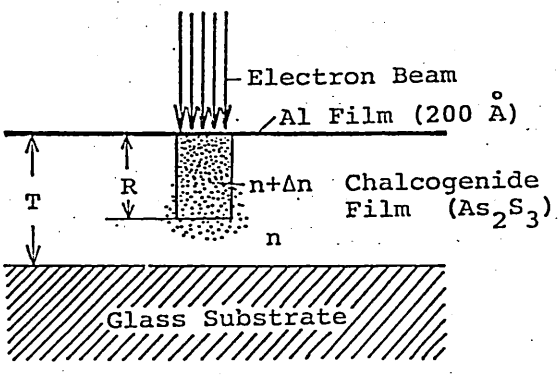


図1 電子ビーム照射による屈折率変化の様子

2-2 SEMによるグレイティング作成[2,3]

我々はパターンの微細化・多様化に有利な走査型電子顕微鏡（SEM）を用いてグレイティングの直接書込を行なった。

2-2-1 書き込み条件

電子ビームの書込条件は，加速電圧 E=25kV（R=3.5μm），ビーム電流 2nA，ビーム径 0.5μmφ とした。SEMは日本電子製 JSM-35 型を用いた。試料は As_2S_3 真空蒸着膜を用い膜厚は T=1.5～5μm とした。

2-2-2 グレイティングの光学特性と電子ビーム径の最適化

作成したグレイティングSEM観測写真を図2(a)(b)に示す。ラインの直線性・周期の均一性・エッジの滑らかさなど優れている。図2に示したグレイティングはSEM観測・写真撮影用に時に試料表面を化学エッチング[10]によりレリーフ化したものである。

回折次数と回折効率の関係から作成したグレイティングのラインに垂直な方向の屈折率分布は電子ビームの強度分布をほぼ忠実に反映しガウス型分布を示すことがわかった[2,3]。屈折率分布 n(x) は周期Λに対しフーリエ級数展開すると次式で書ける。

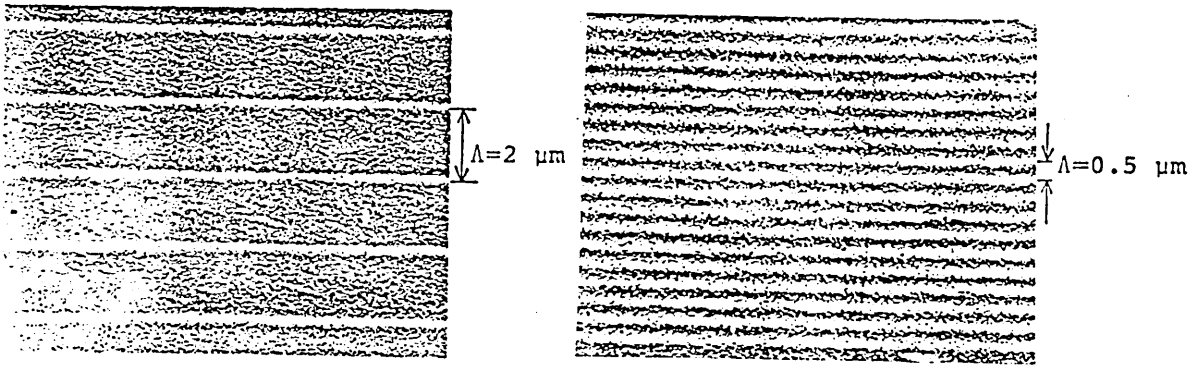


図2 SEM直接書込によるグレイティング

$$n(x) = (n_0 + \Delta n_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \Delta n_m \cos \frac{2\pi}{\Lambda/m} x \qquad (2)$$

ここでΔn_mは屈折率変化のm次空間高調波（周期Λ/m）の振幅を示す。屈折率分布として図3に示すようなガウス型分布の重なりを考えるとΔn_mは次式で表わされる。

$$\Delta n_m = \Delta n \frac{Kw}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{8}(mKw)^2\right\}; \quad m = 1, 2, \cdots \qquad (3)$$

但し $K = 2\pi/\Lambda$, wは$1/e^2$ガウス分布幅である。基本波（$m=1$）の振幅についてみると $2w/\Lambda = 2/\pi$ なるところで最大値 $2\Delta n_1/\Delta n = 0.97$ をとる。すなわち最適電子ビーム径はグレイティング周期Λに対し $2w = 0.637\Lambda$ で与えられることがわかる。

2-2-3 電子ビーム感度・照射特性

書き込み走査速度を変えて試料（As_2S_3真空蒸着膜）の電子ビーム感度・照射特性を調べた。ドーズ量Qと回折効率ηおよび屈折率変調Δn_1の関係を図4に示す。$Q \simeq 10^{-3}$ C/cm^2 近傍ではΔn_1はQに対しほぼ線形に増加しており、前述の「屈折率

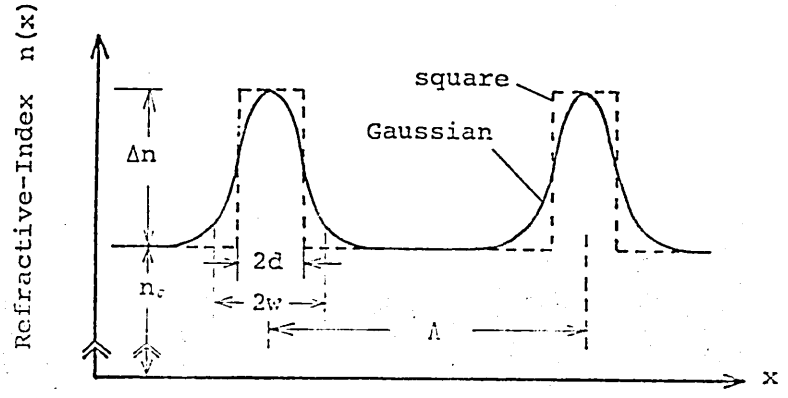


図3 グレイティングの屈折率分布

分布は電子ビームの強度分布をほぼ忠実に反映している」という実験結果を裏づけている。また屈折率変化 $\Delta n/n \simeq 10^{-3}$ を得るのに必要なドーズ量は $Q \simeq 10^{-4}$ C/cm² と測定され一般の電子線レジストに比べて一桁あまり感度が低いことが明らかとなった。

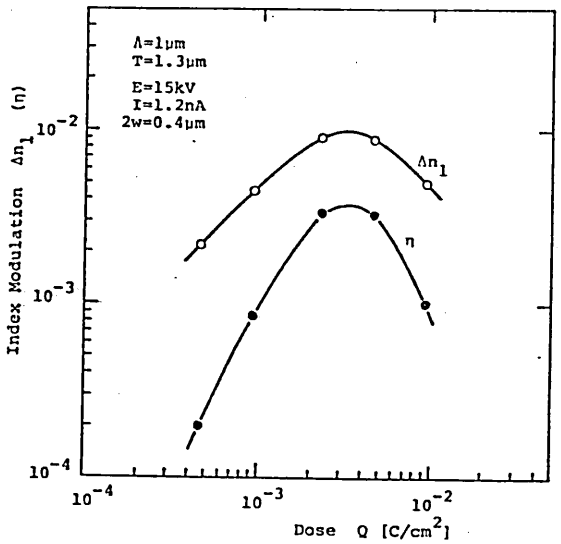
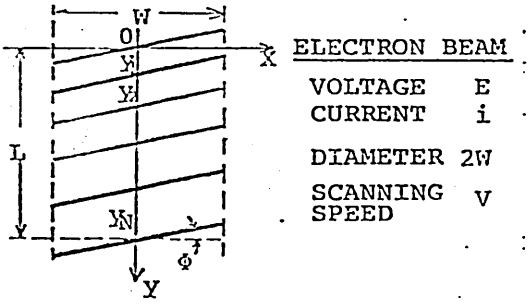


図4 ドーズ量Qと屈折率変調 Δn_1 の関係 ($\Lambda = 1\,\mu m$).

2-3 電子ビーム書込装置[14]

著者等は制御容易な電子ビームによる書込の自由度を活用すべく，スラント，チャープ，テーパ型グレイティング等の素子を作成するための計算機制御電子ビーム書込装置の試作を行なった。良好な光学特性を得るため書込の滑かさが要求されるので，X方向の走査およびスラント発生はランプ発生器によるアナログ走査方式とした。ライン本数・周期・およびその変化の



ELECTRON BEAM
VOLTAGE E
CURRENT i
DIAMETER 2W
SCANNING SPEED V

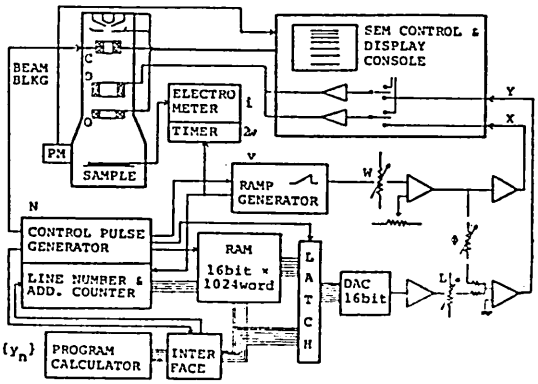


図5 グレイティング素子書込のパラメータ

図6 試作装置構成図

の形は走査線のy座標を与える数列 $\{y_n\}$ $(n=0,1,2\cdots N)$ により指定される。(図5参照)

装置の構成は図6に示すように市販の走査型電子顕微鏡(日立・明石製 MSM 102型)の鏡筒・ディスプレイ部を用いこれに制御装置と測定系を付加したものである。走査本数と周期変化の形を任意に設定しその変更を容易なものにするため,数列 $\{y_n\}$ の発生にはプログラム電卓を用いている。計算結果はメモリ(RAM)に記憶され書込時に順次読み出されD/A変換されビームのy座標を決定する。

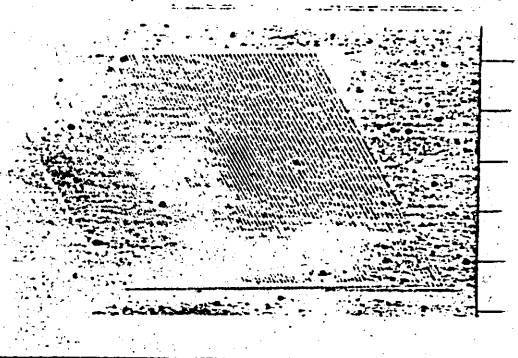


図7 本装置で作成したチャープ型グレイティング

図7は本装置で作成したチャープ型グレイティングの一例である。本装置の主な仕様を表1に示す。後述する光路変換用グレイティングの実験で本装置が有力な作成手段となることを確認している。現在,性能の詳細について実験的検討を行なっている。

2-4 電子ビーム書込法の特長

カルコゲナイド薄膜を用いた光IC用素子の電子ビーム書込

表1 電子ビーム書込装置の主な仕様

書込可能面積	5×5 mm² (試料台固定) 試料台可動範囲 24×32 mm²
電子ビーム	E=15, 30 [kV], i ~1 [nA], $2w$=0.1~1 [μm]
X走査	アナログ等速走査 走査速度 0.01~10 sec/line
Y走査	プログラムにより発生させた数列で座標指定, $\|\theta\| \leq 70°$
Y座標計算	計算精度10進10桁, 計算速度0.1~1 sec/word データ長16bit
付属回路	ビーム電流・ビーム径測定回路, ビームブランキング回路

法を他の微細加工技術と比較すると

1) レジスト・マスク・エッチング・現像処理が不要
2) 微細かつ複雑なパターンの直接書込が可能
3) 屈折率変化量・変化深さをそれぞれ独立な電子ビームパラメータ（加速電圧E，照射量Q）により制御可能
4) グレイティング周期・形状・大きさを任意にかつ容易に設定可能
5) 再書込・消去が可能

などの特長を有している。

以下ではこのような特長を十分に生かし，電子ビーム書込グレイティングの光ICへの応用：設計および実験結果について述べる。

3 光集積回路用グレイティングの設計と試作[4,5]

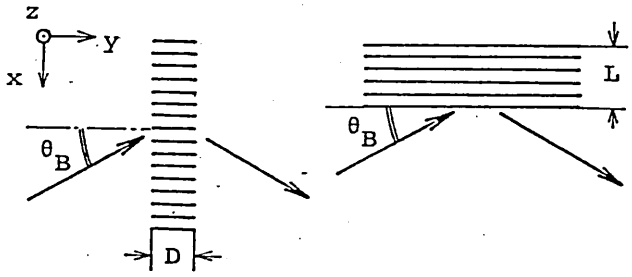
電子ビーム書込法を用いるとグレイティング周期・形状・寸法を容易に設定することができ，多様化が要求される光集積回路用グレイティングの作成に有効な手段となり得る。応用例として入出力カップラ，リフレクタ，コーナ，フィルタ，レンズ，スプリッタなど数多くの光回路素子が挙げられる。以下でいくつかの素子の設計法および試作実験結果について記述する。

3-1 光路変換用グレイティング

まず導波路内を伝搬する導波光を所望の方向へ効率よく曲げることのできる素子を考える。（図8参照）

3-1-1 結合係数

導波構造中での入射波（モードi）と回折波（モードj）の結合係数[15]は次式で与えられる。



a) Transmission type　　b) Reflection type

図8　光路変換用グレイティング

$$\kappa_{ij} = \begin{cases} \dfrac{n_+}{N_i}\cos 2\theta \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_0(z)\, E_i(z)\, E_j(z)\, dz \; ; \text{TEモード} & (4) \\ \dfrac{n_+}{N_i} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_0(z) \frac{1}{n^2(z)}\, H_i(z)\, H_j(z)\, dz \; ; \text{TMモード} & (5) \end{cases}$$

ここで n_+ はグレイティング領域での平均屈折率，N_i は入射波の等価屈折率，2θ は回折角を表わす。E_i, H_i, E_j, H_j はそれぞれ入射波(モード i)，回折波(モード j)の電界および磁界分布を示し次の様に規格化してある。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E_i(z)\, E_j(z)\, dz = \delta_{ij} \; ; \text{TEモード} \qquad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n^2(z)} H_i(z)\, H_j(z)\, dz = \delta_{ij} \; ; \text{TMモード} \qquad (7)$$

$\kappa_0(z)$ は自由伝搬の光に対する結合係数であり，屈折率変調 Δn_1 が膜厚 z 方向に均一であるとすれば

$$\kappa_0(z) = \begin{cases} \kappa_0 = \pi \Delta n_1 / \lambda & ; 0 \le z \le T \\ 0 & ; z < 0,\ T < z \end{cases} \qquad (8)$$

で与えられる。

TEモードについて規格化した結合係数 $|\kappa_{ij}|/\kappa_0 \cos 2\theta$ を計算した結果を表2に示す。表2から対角要素 $(i=j)$ についてはカットオフ近傍を除きほぼ1に等しく導波光の回折を自由伝搬の光の回折として取り扱えることがわかる。一方非対角

要素（ふキよ）については1よりずっと小さく，モード変換を伴う回折はほとんど観測されないことがわかる。

3-1-2 回折効率と角度選択性

結合波理論[6]を用いて回折効率と角度選択性を求めた。光路変換用グレイティングには図8に示す様にa) 透過型，b)反射型の2種がある。回折効率ηはそれぞれ以下のようになる。

a) 透過型

$$\eta = \sin^2(\nu^2+\xi^2)^{\frac{1}{2}} / (1+\xi^2/\nu^2) \quad (9)$$

$$\nu = \pi_{ij} D/\cos\theta_B, \quad \xi = \frac{1}{2} K D \Delta\theta \quad (10)(11)$$

b) 反射型

$$\eta = 1/\{1+(1-\xi^2/\nu^2)/\sinh^2(\nu^2-\xi^2)\} \quad (12)$$

$$\nu = \pi_{ij} L/\cos\theta_B, \quad \xi = \frac{1}{2} K L \cot\theta_B \cdot \Delta\theta \quad (13)(14)$$

ここでDおよびLはそれぞれ透過型・反射型のグレイティング幅（図8参照），θ_Bはブラッグ角である。モード変換を伴わ

表2 規格化結合係数（TEモード）

$\lvert\kappa_{ij}\rvert/\kappa_0\cos2\theta$		Diffracted Wave (mode j)				Effective Index
		0	1	2	3	N_i
Incident Wave (mode i)	0	1.009	0.001	0.007	0.003	2.458
	1	0.001	1.035	0.004	0.022	2.360
	2	0.008	0.004	1.084	0.011	2.191
	3	0.003	0.027	0.012	1.159	1.936

（$T/\lambda = 1.11$, $n_1 = 1.00$（空気），$n_2 = 2.47$（As_2S_3），$n_3 = 1.54$（ガラス基板））

ない場合 θ_B は次式で与えられる。

$$\theta_B = \sin^{-1}(\lambda / 2N_i \Lambda) \quad (15)$$

また $\Delta\theta$ は入射角のブラッグ角からのずれを表わしている。最大回折効率はブラッグ条件 ($\Delta\theta = 0$) のときに得られ

$$\eta = \begin{cases} \sin^2 \nu & ; \text{透過型} \quad (16) \\ \tanh^2 \nu & ; \text{反射型} \quad (17) \end{cases}$$

となる。

3-1-3 設計チャート

図9は素子作成に必要な a) 透過型および b) 反射型グレイティングの設計チャート ($\lambda = 0.6328\,\mu m$, $\Lambda = 1.00\,\mu m$, $N_i = 2.4$, $\theta_B = 7.6°$) である。実線は等効率を与えるグレイティング幅 D (またはL) と必要な屈折率変調量 $2\Delta n_1/n$ を示し，破線は角度選択幅 $2\Delta\theta_R$ (効率が半減するブラッグ角からのずれを $\Delta\theta_R$ とする) を表わしている。例えば回折効率 $\eta \geq 90\%$，角度半値幅 $2\Delta\theta_R = 2 \sim 4°$ なる素子の設計領域は図の斜線部に限られる。代表的な設計例として

a) 透過型： $D \simeq 20\,\mu m$, $2\Delta n_1/n \simeq 1 \sim 2\%$

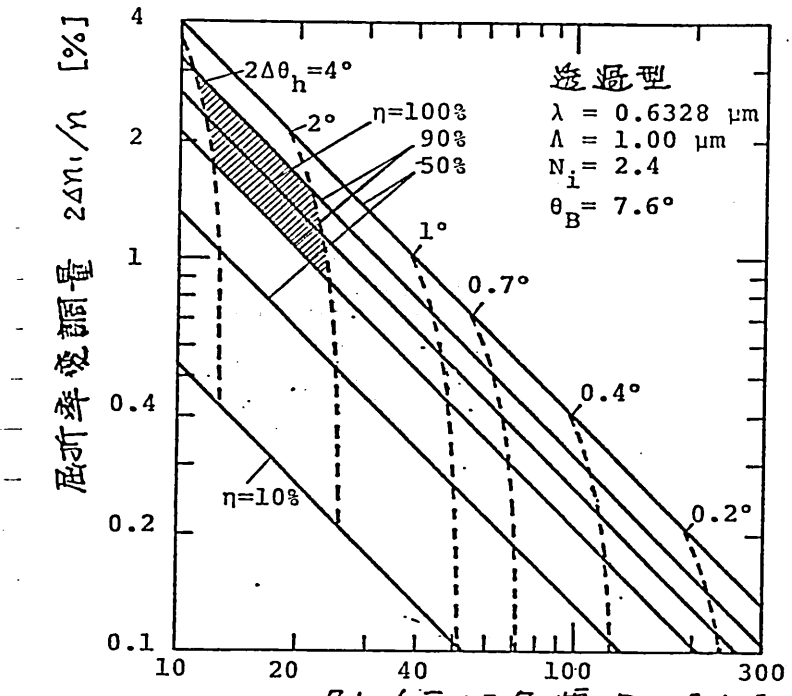
b) 反射型： $L \simeq 10\,\mu m$, $2\Delta n_1/n \simeq 0.7 \sim 1.5\%$

なる値を得る。

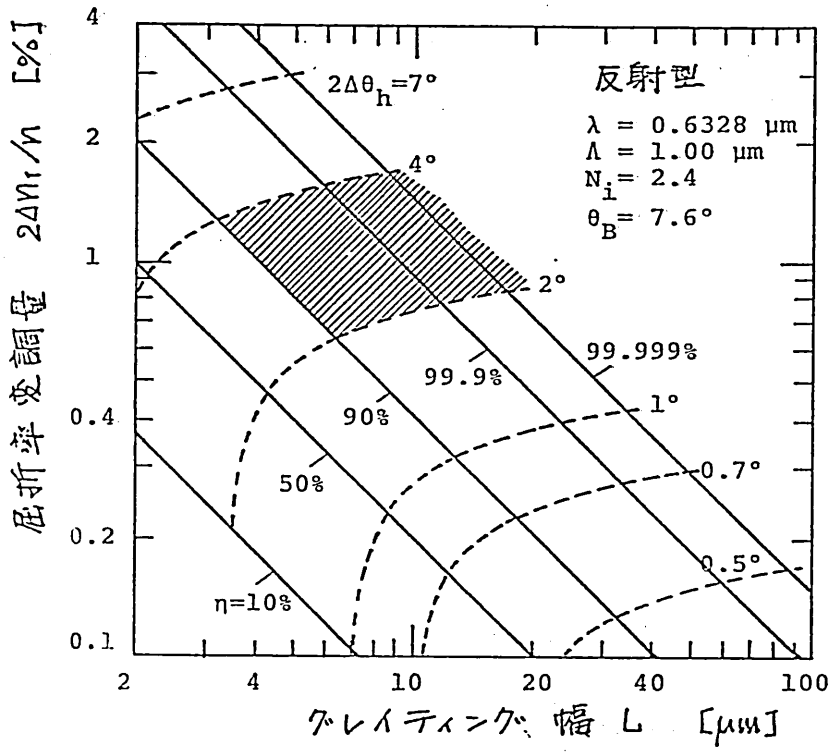
高効率の実現という観点からみれば透過型では設計領域が狭い範囲に限定されるのに対し反射型では Δn_1 とLの積をある値以上に設定することにより容易に高効率化が図れるという特長がある。

3-1-4 透過型素子の作成およびその特性

前述の設計値を基に，透過型素子の作成を行なった。書込に用いた導波路は As_2S_3 真空蒸着膜 ($T = 1.3\,\mu m$) および $As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$ 高周波スパッタ膜 ($T = 1.3\,\mu m$) である。



a) 透過型



b) 反射型

図9 光路変換用グレイティングの設計チャート

表3 作成した導波路の仕様

	Sample #1	Sample #2
Material	As_2S_3	$As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$
Preparation	vacuum evaporation (as-deposited)	rf sputtering (annealed)*
Deposition Rate	36 Å/sec	2 Å/sec
Film Thickness	1.3 μm	1.3 μm
Substrate	SiO_2 glass	

*170~180°C, 10 min.

導波路の詳しい仕様を表3に示す。尚，電子ビーム書込時の帯電防止のため，試料表面に200 Åのal導電被膜を施し，グレイティング書込後，エッチングにより除去した（図1参照）。

電子ビームは加速電圧 25 kV（$R = 3.5$ μm），ビーム電流 1.5 nA，ビーム径は 0.22 μm に調整し書込を行なった。

図10は作成した光路変換用グレイティングの干渉顕微鏡写真であり（$D = 22$ μm，$\Lambda = 1.08$ μm，$As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$），電子ビームの走直線跡をはっきりと認めることができる。

導波光（$\lambda = 0.6328$ μm）は GaP プリズムを用いて励起し，導波モードの伝搬定数の測定を行なった。伝搬定数に

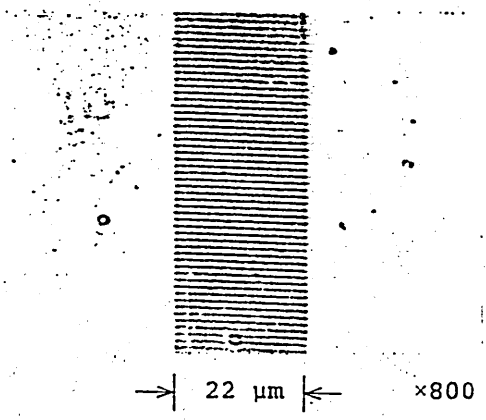


図10 光路変換用グレイティング
（$D = 22$ μm，$\Lambda = 1.08$ μm，$As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$）

対応するブラッグ角 θ_B で導波光をグレイティングに入射させると図11の様に回折波が観測される。回折角は $2\theta_B = 13.7°$ と測定され，(5)式で与えられる理論値 $2\theta_B = 13.8°$ と良い一致を示した。回折効率は約50%と測定された。対応する屈折率変調量は $2\Delta n_1/n = 0.7$ % となり設計値よりもやや小さい値であった。この原因として書き込み電子ビーム径 (0.22 μm) がグレイティング周期 (1 μm) に対して最適でなかったため，実効的な屈折率変調が低減したためであると考えている。電子ビームの諸パラメータを厳密に設定することにより，一層の高効率化が可能であると思われる。

同様に赤外光 ($\lambda = 1.153$ μm ; He-Ne レーザ光) を用いて実験を行なった。図12は $As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$ 薄膜導波路における導波光の回折を示す。作成した素子は回折効率は十分ではないが偏向角の大きなビームスプリッタの機能を有することがわかった。また角度選択性を調べた結果 $2\Delta\theta_H = 2.3 \sim 2.4°$ と測定され設計値 2.4° と比較的よい一致を示した。このようにカルコゲナイド薄膜を用いて作成した光路変換用グレイティングは $LiNbO_3$ やフォトポリマで構成されたもの ($D \simeq 1$ mm, $2\Delta\theta_H = 0.03°$ [17,18]) に比べて著しく受容角が広いことが実験的に明らかとなった。

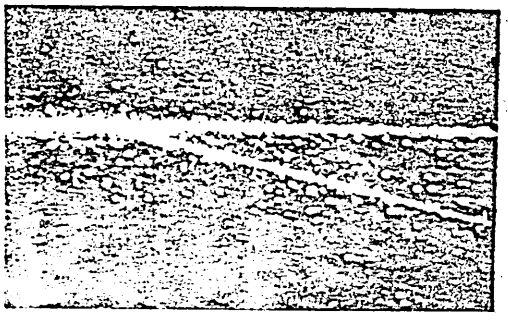


図12 導波光の回折 (透過型)
As_2S_3 ; TE_0, $\lambda = 0.6328$ μm
($2\theta_B = 13.7°$)

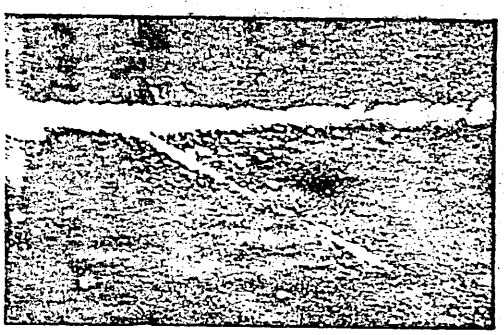


図13 導波光の回折 (透過型)
$As_{40}Se_{10}S_{40}Ge_{10}$; TE_1,
($\lambda = 1.153$ μm, $2\theta_B \simeq 28.0°$)

3-1-5 反射型素子の作成およびその特性

次に高効率化に有利な反射型素子を試作した。グレイティングは図4(b)の設計チャートより、$\eta \simeq 100\%$ となるようパラメータを決定し，大きさは 130μm × 20μm（ライン本数 20本）とした。図14は反射型素子による導波光の回折の様子を示したものである。導波光の一部しかグレイティングに入射しないため上下部でそのまま透過した2本のビームが見られるがグレイティングに入射した導波光はほぼ100%の効率で回折されているのがわかる。このように反射型素子では容易に高効率を実現することができる。

分波・偏向素子としては偏向角の大きなグレイティング[14]が望まれる。図15は導波光を広角度で偏向するグレイティングの試作例である。写真に示す通り a) $\Lambda = 0.5\,\mu m$ のグレイティング（2 × 0.2 mm）ではほぼ100%，b) $\Lambda = 0.4\,\mu m$ のグレイティングでは50%以上の回折効率が得られた。回折角はそれぞれ $2\theta_B = 56°$, 78°（$\lambda = 1.153\,\mu m$）と測定された。

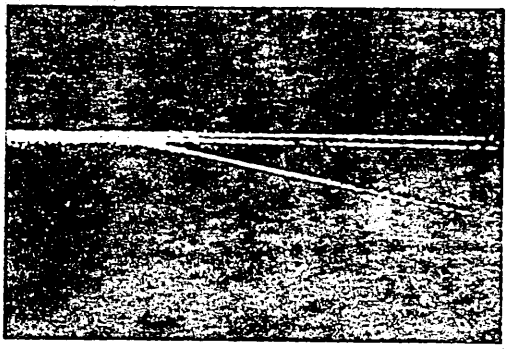
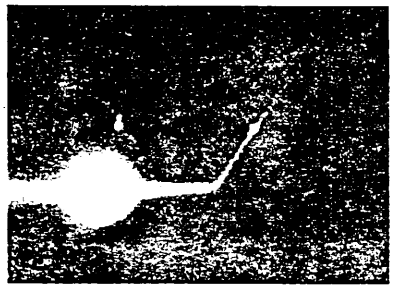
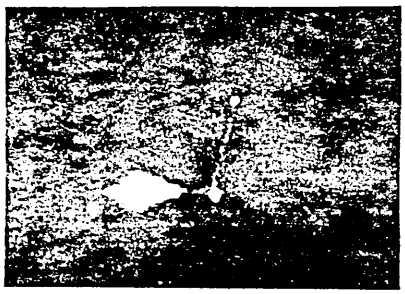


図14 導波光の回折（反射型）
（As_2S_3 : TE₀, $\lambda = 0.6328\,\mu m$
$\Lambda = 1\,\mu m$）



a) $\Lambda = 0.5\,\mu m$ $2\theta_B = 56°$



b) $\Lambda = 0.4\,\mu m$, $2\theta_B = 78°$

図15 導波光の広角度偏向
（$\lambda = 1.153\,\mu m$, TM₀）

図16は$\Lambda=0.5\,\mu m$の素子の角度選択性を測定したものである。角度半値幅は薄膜外部で図の様に0.6°と測定され、内部での角度半値幅0.3°に対応する。

グレイティング周期が小さくなるに従い、電子ビームの散乱の影響が顕著になり、電子ビーム加速電圧と導波路膜厚を最適化する必要があるため、現在、実験的・理論的に検討を重ねている。

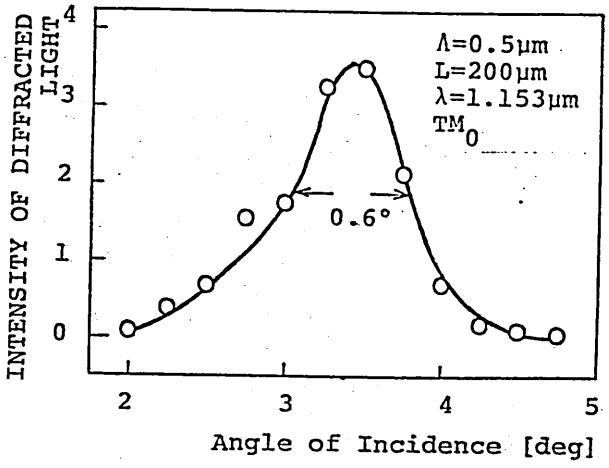


図16 反射型素子の角度選択性

3-2 チャープ型光路変換用グレイティング[20]

グレイティングの帯域幅はチャープ化することにより著しく拡大することができる。前述の電子ビーム書込装置を用いると任意形状のチャープが可能であり応用範囲が広い。

3-2-1 回折効率・帯域幅の設計

図17に示す反射型グレイティングについて、回折効率とチャープの度合の関係を求めた。グレイティングの格子定数が次式で与えられる様な線形チャープを考える。

$$K(z)=K_0\left(1+F\left(\frac{z}{L}\right)\right) \quad (18)$$

ここで$K_0=2\pi/\Lambda_0$、Λ_0は$z=0$でのグレイティング周期、Fは素子全長Lにわたるチャープの

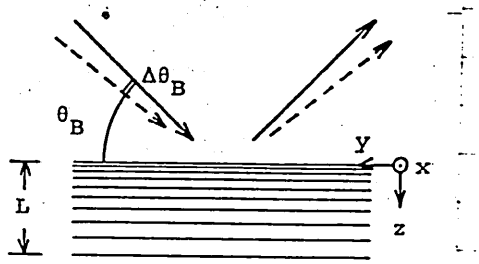


図17 チャープ型光路変換用グレイティング

度合を表わすパラメータである。グレイティングに入射した導波光は入射した導波光は入射角・伝搬定数に対応したブラッグ条件を満足する格子定数 $K(z_B)$ の近傍で回折を生じる。ブラッグ点 $z=z_B$ が素子の端から十分に離れている場合には回折効率 η は次式で与えられる。[21]

$$\eta = 1 - \exp\left\{-2\pi\left(\frac{\sigma_T}{\sin\theta_B}\right)^2 \frac{L}{K_0 F}\right\} \quad \cdots (19)$$

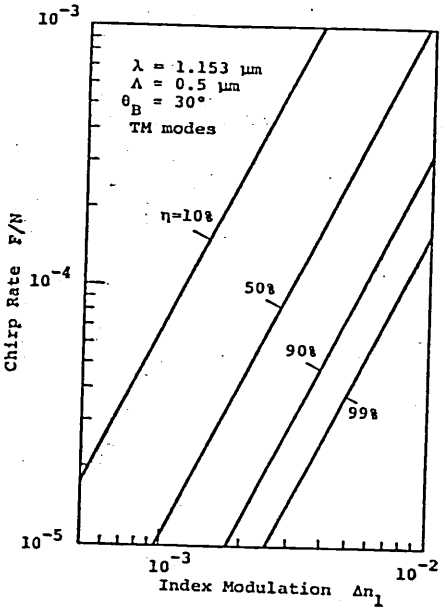


図18 チャープ型グレイティングの設計チャート

図18はチャープ型グレイティングの設計チャートを示し、効率 η を一定にしたときの屈折率変調 Δn_1 とチャープの割合 F/N (N = グレイティング本数) の関係を表わしている。但し設計は $\lambda = 1.153\,\mu m$, $\Lambda \simeq 0.5\,\mu m$, $\theta_B = 30°$, TM モードとした。効率を一定にしたとき、可能なチャープの割合は屈折率変調の2乗に比例して増加しているのがわかる。例えば $F=0.1$, $N=1000$ 本, $\eta \geq 50\%$ とするためには 屈折率変調 $\Delta n_1 \geq 3\times10^{-3}$ とする必要がある。

一方、チャープ化によって得られる素子の波長帯域は

$$\Delta\lambda/\lambda_0 = -\Delta\Lambda/\Lambda_0 = F \quad (20)$$

となる。同一波長の場合、角度選択幅も著しく拡大され $F=0.1$ のチャープでは $2\Delta\theta_B = 6°$ となる。(図17参照)

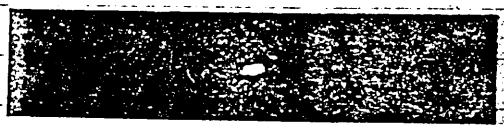
3-2-2 素子の作成とその特性

我々は基礎実験として線形チャープ型の光路変換用グレイテ

インクの作成を行なった。中心周期は $\Lambda_0 \simeq 0.5\,\mu m$ とした。グレイティング本数は N=1000, F=0.1 および F=0.2 の素子を作成した。図19は F=0.1 と F=0（均一周期型）のグレイティングに薄膜外部からレーザ光を入射させ回折パターンを観察したものである。



a) チャープ型 F=0.1



b) 均一周期型 F=0.

図19 回折パターン（$\lambda = 0.633\,\mu m$）

図20は赤外導波光（$\lambda = 1.153\,\mu m$）の回折角を測定した結果である。幅広い入射角で回折を生じ素子の受容角は $2\Delta\theta_B = 5°$（F=0.1）と測定され前述の設計値 $2\Delta\theta_B = 6°$ と良い一致を示した。

この角度選択性の測定から波長帯域を評価した結果、$\Delta\lambda = 900\,Å$（$\lambda = 1\,\mu m$, F=0.1）となり、非常に広帯域の素子であることが示された。また効率についても設計値と比較的良い一致を示し、現在さらに効率向上のための実験を進めている。

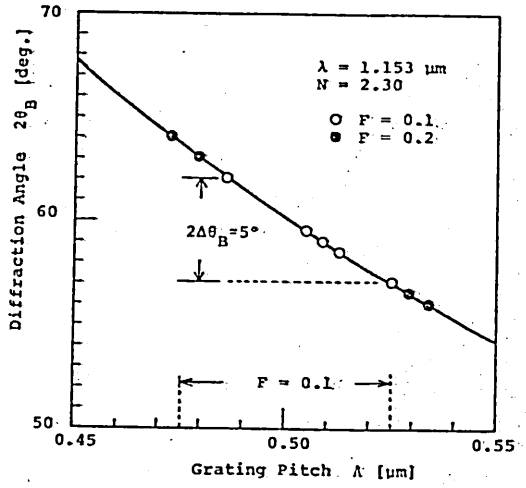


図20 回折角の測定（TE₀）

3-3 グレイティングフィルタ [22]

波長選択・多重化のための光素子としてグレイティングフィルタは重要な位置を占める。以下ではカルコゲナイド薄膜を用いたグレイティングフィルタの設計とその中心波長調整法につ

いて述べる。

3-3-1 設計

3-1で述べた反射型素子の設計理論をそのまま拡張することができる。図21の様なグレイティングフィルタの構成を考える。設計例として中心応答波長 $\lambda = 1\,\mu m$ の光に対して機能するフィルタの設計チャートを図22に示す。実線は等効率を与えるグレイティング幅 L と屈折率変調 Δn_1 の関係を示し破線は波長帯域半値幅 $2\Delta\lambda_h$ を表わしている。一例として $\eta \simeq 100\%$, $2\Delta\lambda_h \simeq 10\,Å$ の素子を実現するためには $L \simeq 1\,mm$ とする必要がある。またカルコゲナイド薄膜は屈折率変化を大きくとれるため、高効率でかつ帯域幅の広い素子の実現も可能となる。

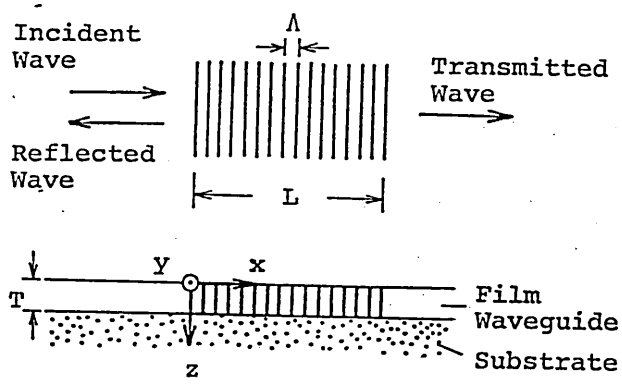


図21 導波路用グレイティングフィルタ

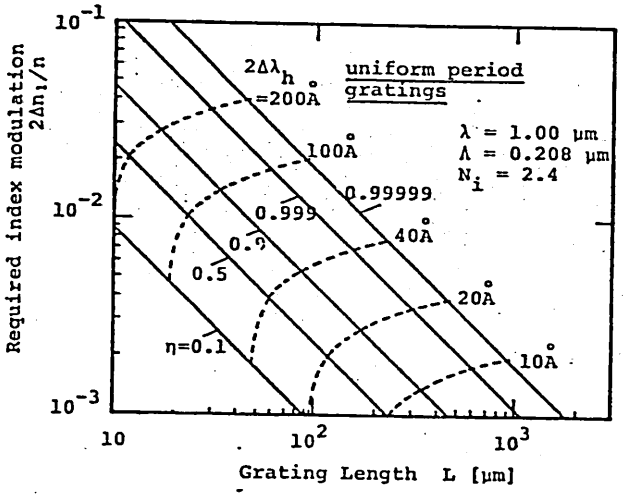


図22 グレイティングフィルタの設計チャート

3-3-2 中心波長の調整

カルコゲナイド薄膜を用いるとグレイティング書込後、中心応答波長を微調することができる。すなわち素子作成後、フィ

ルタ部に均一な光照射を行ない屈折率変化を生じさせ伝搬定数を調整することができる。中心波長の可変範囲は等価屈折率の変化を ΔN とし

$$\Delta\lambda/\lambda = \Delta N/N \quad (21)$$

で与えられる。$\Delta N/N$ と $\Delta n/n$ の関係は変分法を用いて求められ，中心波長のシフト量が図23の様に与えられる。基本モードに対しては屈折率変化 $\Delta n/n = 0.01$ に対し $\Delta\lambda = 100$ Å ($\lambda = 1\ \mu m$) の範囲で調整可能となる。これを前述の狭帯域グレイティング ($2\Delta\lambda_R = 10$ Å) と組み合わせると広いスペクトル拡がりを持つ光源からの波長選択・波長効率化に有効であると思われる。

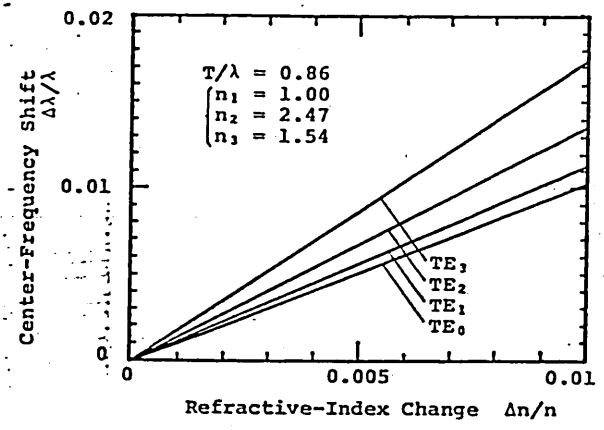


図23 屈折率変化 $\Delta n/n$ と中心波長シフト量 $\Delta\lambda/\lambda$ の関係

また本調整法を用いると作成の際に生じたグレイティング周期のずれ $\Delta\Lambda$ を導波光を直接モニタしながら補正できる。補正範囲は $\Delta\Lambda/\Lambda = \Delta N/N$ で与えられるため，1%以内の誤差ならば補正可能であり，要求される作成精度が著しく緩和されることが明らかとなった。

3-4 グレイティングレンズ

導波路用のレンズとしては導波路形状を変える"geodesic lens"，屈折率を変える"Luneburg lens"などがあるがいずれも特殊な作成法を必要とし，素子の均一化が難しいと欠点がある。一方，グレイティングレンズは設計・作成とも比較的容易であるという特長を持っている。

3-4-1 設計

図24に導波型グレイティングレンズの概観を示す。平行光を一点 $(x, z)=(0, f)$ に収束させるグレイティングレンズの屈折率分布は収束球面波と平面波の干渉パターンと考えればよく

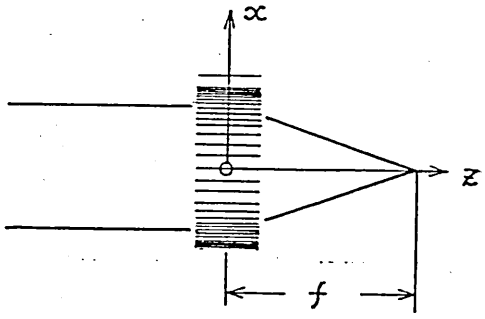


図24 導波路用グレイティングレンズ

$$\Delta n(x,z)=\frac{\Delta n}{S}\,x\cos\beta(z-f+S) \quad (22)$$

但し $S=(x^2+(z-f)^2)^{\frac{1}{2}}$

ここで β は伝搬定数を表わしている。$\Delta n(x,z)$ は

$z-f+S=m\lambda/N$ のとき極大

$z-f+S=(m-\frac{1}{2})\lambda/N$ のとき極小

となる。レンズが非常に薄い場合には x 方向の一次元的な屈折率変化で近似でき

$$\Delta n(x)=\frac{\Delta n}{S}\cos\beta(S-f) \quad (23)$$

となる。$\Delta n(x)$ は

$$x_m=\left\{\frac{m\lambda}{N}\left(\frac{m\lambda}{N}+2f\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

なるところで極大となる。グレイティング周期について考えると次数 m 近傍の周期は

$$\Lambda(m)=\frac{dx_m}{dm}=f+m\lambda/N\Big/\left\{m^2+2fmN/\lambda\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

となる。

例として $\lambda = 1.15\,\mu m$, $N_i = 2.4$ の導波光に対し $f = 2.5$, 5, 10 mm のグレイティングレンズの周期 Λ を計算すると図25の様になる。これよりレンズの口径数 $F = f/D$ (D はレンズの有口径) を検討した結果, 周辺部のグレイティング周期 $\Lambda = 1\,\mu m$ であれば F/1 のレンズが実現できることがわかる。

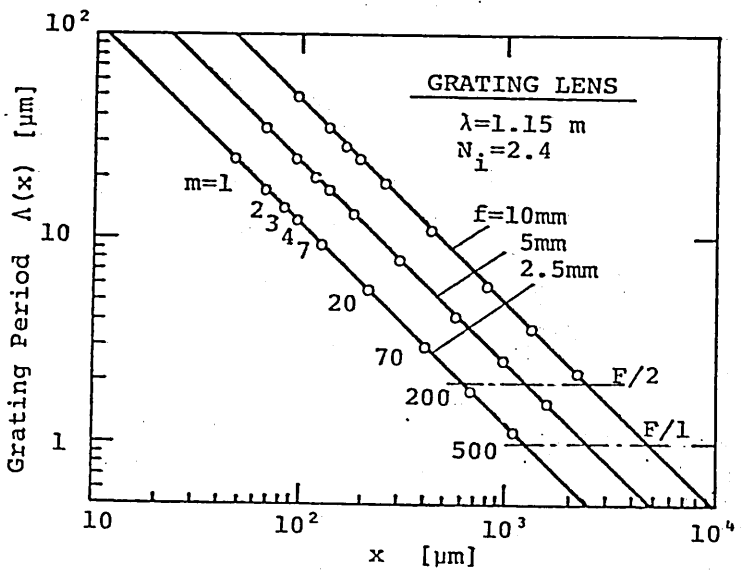


図25 グレイティングレンズの設計チャート

3-5 グレイティングカップラ

3-5-1 設計

図26の様な埋め込み構造のグレイティングカップラの設計について検討する。一般のグレイティングカップラが導波路表面の凹凸 (corrugation) より構成されているのに対し導波部とカップラ部が一体構造となっているのが特長である。

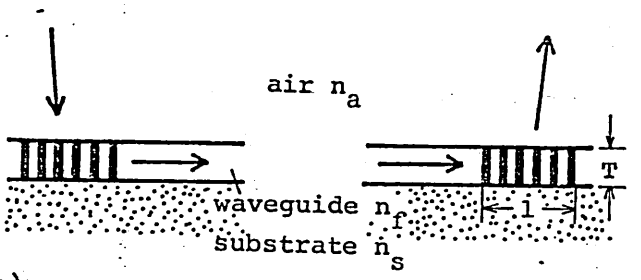
導波路として以下のパラメータを選び結合効率の計算を行なった。

屈折率: $n_a = 1.00$ (空気), $n_f = 2.47$ (薄膜), $n_s = 1.54$ (基板)

膜厚： $T=0.7\,\mu m$
波長： $\lambda=1.153\,\mu m$
グレイティング周期：
$\Lambda=0.5\,\mu m$

以下では簡単のため出力カップラの効率を検討した。入力カップラの効率は出力カップラの特性および入力波の形状を与えることにより計算できる。単位長さあたりの回折効率はグレイティングカップラ部での回折光への結合によって生ずる導波光の減衰の割合，すなわち伝搬定数の虚数部を求めることによって得られる。土3次までの回折波の結合を考え数値計算によりグレイティング部での伝搬定数 β を求めた。屈折率変調 $2\Delta n_1/n$ と伝搬定数 β の虚数部の計算結果を図27に示す。TE_0, TE_1 モード共に屈折率変調の2乗に比例して結合が強くなっているのがわかる。導波光の強度が $1/e^2$ に減衰する長さを L とすれば

$$L=\frac{1}{2}\,\mathrm{Im}\{\beta\}^{-1} \qquad (26)$$



a) Input Coupler　　b) Output Coupler

図26 グレイティングカップラ

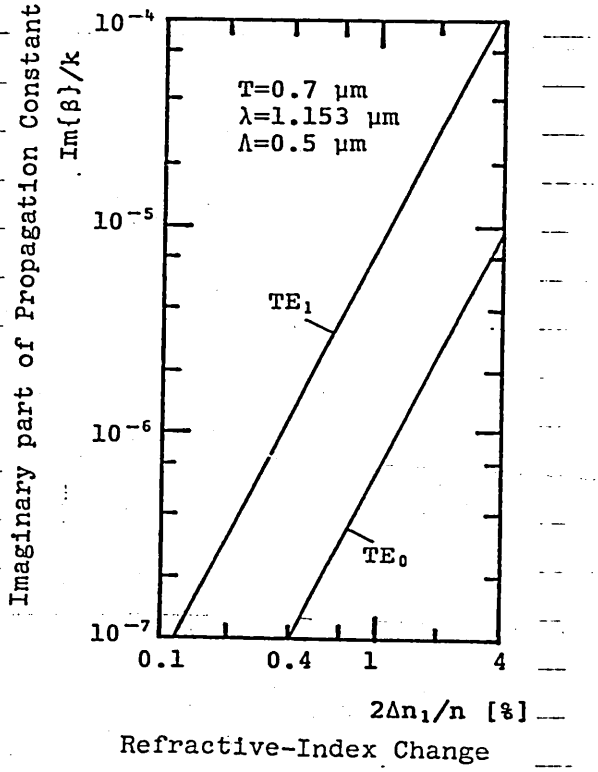


図27 グレイティングカップラの結合効率

となり長さℓのグレイティングカップラの総合回折効率は次式で与えられる。

$$\eta = 1 - \exp\{-2\ell/L\} \quad (27)$$

表4に各モード，屈折率変調に対する結合長Lと1mmあたりの回折効率を示す。グレイティングカップラは結合長が長いため，高効率の素子を実現するためには素子長を比較的長くする必要がある。従って電子ビームを用いた作成法よりもホログラフィックな手法を利用する方が有利であると考えられる。

表4 グレイティングカップラの結合長と回折効率

モード	次数	結合長L [mm]	回折効率η [%/mm]
TE_0	$2\Delta n_1/n = 1\%$	306	0.65
	2%	76.5	2.6
TE_1	$2\Delta n_1/n = 1\%$	23.5	8.2
	2%	8.16	29

4 まとめ

カルコゲナイド系アモルファス半導体膜の電子ビーム照射による屈折率変化効果を利用し，グレイティングのSEM直接書込を行ない屈折率分布，電子ビーム感度・書込特性などを明らかにした。また電子ビーム書込グレイティングの光ICへの応用とし，1) 光路変換用グレイティング，2) チャープ型グレイティング，3) フィルタ，4) レンズ，5) 入出力カップラなどの素子設計法を確立した。

代表的な光回路素子である光路変換用グレイティングに対しa) 透過型，b) 反射型，c) チャープ型素子の作成を行ないその特性を検討した。透過型・反射型素子に関してはカルコゲナイド

薄膜の大きな屈折率変化から得られる i) 小型 ii) 高効率 iii) 広い受容角 などの特長を明らかにすることができた。また チャープ型素子に関しては素子の帯域幅を著しく拡大できることが明らかとなり電子ビーム書込技術が有効に活用されることが理論的・実験的に示された。

今後は非線形チャープ，テーパ型素子についても設計・試作を行ない素子の特性改善を進めていく意向である。

謝辞

SEM (JEOL JSM-35) 書込に際し多大なる御指導・御協力を頂いた大阪大学電子ビーム研究施設 裏克己教授，藤岡弘講師，細川照夫氏（現在電々公社勤務）に感謝の意を表する。
尚，本研究は文部省特定研究(2) 光導波エレクトロニクスの援助を受けた。

参考文献

1) 半田，栖原，西原，小山：" 光集積回路用グレイティングの走査電子顕微鏡による直接書込"，信学技報 OQE77-10 (1977-05).

2) H. Nishihara : " Direct writing technique using a scanning electron microscope ; fabrication of optical gratings in amorphous chalcogenide films ", IOOC '77, Tech. Dig. 02-4 (July 1977).

3) H. Nishihara, Y. Handa, T. Suhara, and J. Koyama; " Direct writing of optical gratings using a scanning electron microscope ", Appl. Opt., 17, 15, p.2342 (Aug. 1978).

4) Y. Handa, T. Suhara, H. Nishihara, and J. Koyama: " Scanning-electron-microscope-written gratings in

chalcogenide films for integrated optics", Appl. Opt., 18, to be published.

5) 半田, 栖原, 西原, 小山："SEM直接書込による光集積回路用グレイティングの作成とその特性", 信学論C 掲録予定.

6) R. K. Watts, M. deWit, and W. C. Holton: "Non-oxide chalcogenide glass films for integrated optics", Appl. Opt., 13, 10, p. 2329 (Oct. 1974).

7) T. Suhara, H. Nishihara, and J. Koyama: "Electron-beam-induced refractive-index change of amorphous semiconductors", Japan. J. appl. Phys., 14, 7, p1079 (July 1975).

8) T. Suhara, Y. Handa, H. Nishihara, and J. Koyama; "Temporary absorption of guided light in As-S films by electron beam irradiation", Japan. J. appl. Phys., 16, 10, p. 1877 (Oct. 1977).

9) 半田, 栖原, 西原, 小山："光IC素子作成のための電子ビームドーピングの検討" 昭和53年春応物講演会 29-C-10. (1978-03).

10) 西原, 栖原, 半田, 小山："アモルファス半導体の電子ビーム照射効果とSEM微細加工", 応物応用電子物性分科会研究報告 No. 370 (1977-05).

11) 半田, 栖原, 西原, 小山："SEM直接書込によるグレイティングコーナの設計", 昭和53年春信全大 971 (1978-03).

12) 半田, 栖原, 西原, 小山："SEM直接書込による光集積回路用グレイティング", 昭和52年秋応物講演会 15a-D-1 (1977-10).

13) 栖原, 半田, 西原, 小山："グレイデッドインデックス型3次元光導波路および方向性結合器の解析", 信学技報 OQE 78-37 (1978-06).

14) 栖原，羊田，西原，小山："光集積回路用グレイティング素子作成のための電子ビーム書込装置の試作"，昭和54年春信全大 1006 (1979-03).
15) R.P. Kenan : "Theory of diffraction of guided optical waves by thick holograms," J. Appl. Phys., 46, 10, p.4545 (Oct. 1975).
16) H. Kogelnik : "Coupled wave theory for thick hologram gratings," Bell Syst. Tech. J., 48, 9, p.2909 (Nov. 1969).
17) C.M. Verber, Van E. Wood, R.P. Kenan, and N.F. Norton : "Large-angle optical switching in waveguides in $LiNbO_3$," Ferroelectrics, 10, p.253 (1976).
18) R.A. Bartolini, A. Bloom, and D.J. Channin : "Organic medium for integrated optics," Appl. Opt., 15, 11, p.2628 (Nov. 1976).
19) 羊田，栖原，西原，小山："SEM直接書込による光IC用広角度偏向グレイティング"，昭和54年春応物講演会 (1979-03).
20) 羊田，栖原，西原，小山："SEM直接書込によるチャープ型グレイティングコーナ"，昭和54年春信全大1007 (1979-03).
21) C.S. Hong, J.B. Shellan, A.C. Livanos, A. Yariv, and A. Katzir : "Broadband grating filters for thin-film optical waveguides", Appl. Phys. Lett., 31, 4, p.276 (Aug. 1977).
22) 羊田，栖原，西原，小山："カルコゲナイド薄膜を用いたグレイティングフィルタ比の調整法の検討"，昭和53年電気関係学会関西支部連合大会 G10-17 (1978-10).

輻射科学研究会・講演会資料　　1979年2月2日

レーザー方式ディスクの信号再生

三菱電機(株) 応用機器研究所

平沢 和夫
岡田 和夫
久保 高啓

レーザ方式ディスクの信号再生

三菱電機(株) 応用機器研究所.
平沢和夫　岡田和夫　久保高啓.

1. まえがき

1970年に、いわゆるTED方式ビデオ・ディスクが世界で始めて発表されたが、この時のセンサーは針であった。この針式センサーをレーザ光に置き換えて、ディスクに長時間記録し、再生時もレーザ光を用いてディスクを非接触再生するというレーザ方式ディスクは1972年から研究が始まっている。以来約7年が経過するに至って、ビデオ・ディスクに、PCMレーザ　サウンドディスクに、種々の発表が成されてきている。

レーザ方式ディスクの特徴は、ランダムアクセス，静止画像再生等を可能にする非接触再生であり、直径30cmのレコード盤に54,000枚のテレビジョン画像が入るという、あるいは、ビット当りの専有面積が2.5 μm^2/bit という高密度記録、再生技術である。更に、最近半導体レーザの性能向上により、半導体レーザのレーザ方式ディスクへの応用が可能となり、光学系の小型化、さらに固体化の期待も生まれてきている。

このシステムでは、ディスクからの信号を、小判型の凹凸形状を持つピット上での光の回折変化によって得ており、非接触に信号トラックを追随するためにもこの回折現象が用いられている。ここでは、レーザ方式ディスクの信号検出及び信号トラック追随制御の為の信号検出について述べる。

2. レーザ方式ビデオディスクの原理.

記録装置のブロック図を図2-1に示す。表面に感光材料を着けたガラスディスクが定速回転し、その表面に対物レンズで集光したArレーザ光スポットが照射される。このレーザ光は、記録信号により強度変調されているので、図2-2に示したような露光跡ができる。その結果図2-3に示した

ようなピットが円周方向に連なった原盤ができあがる。スパイラル状にトラックを作る為にはレーザ光スポットを半径方向に一定速度で移動させる。記録密度向上の為に記録レーザ光(Arレーザ光)は集光レンズによって回折限界までしぼり込まれるが、光学系とディスク面の相対距離は、ディスクの面振れ等の為に絶えず変化している。そこでスポットの集束点が常にディスク面上にあるよう自動焦点制御機構が組み込まれている。

記録されたディスクからの信号再生にはHe-Neレーザ光(波長λ=6328Å)が用いられる。このレーザ光を集光したスポットをトラックに照射すれば、ピットの有無によって反射強度が異り、これを光検知器で光電変換して再生信号を得ることができる。金属膜に記録し、ピット部の金属を除去するような場合、図2-1のような構成で、記録スポットの数十μm後に再生光スポットが位置するようにしておけば、記録と同時に再生(実時間モニター)ができる。その出力で記録条件を制御する事も可能となる。

He-Neレーザを用いた再生装置のブロック図を図2-4に示す。レーザースポットが、ディスクのピット部分を照射すると、ピットにより光が集光レンズの開口外に回折され、集光レンズ開口内に集光される光のパワーが減る為ピットの有無の判別(信号検出)ができる。ピットの光学的深さが波長の1/4の時に集光レンズ開口外への回折が最も効率的に生ずる。ピットからの情報を正確に読み出す為には、光スポットをトラックに対して正しく追随させることが必要である。まず、光スポットを常にトラック中心に対して±0.1μm以下の誤差精度で一致させるトラッキングサーボが必要である。この制御信号を得る為光スポットがトラック中心からはずれると、反射光強度が変化する性質を利用している。この変化分を検出してトラッキングアクチュエータに取り付けたミラーを回転させ、常にトラック中心にスポット中心が位置するように制御している。図2-4中の回折格子がレーザ光を3本のビームに分離し、制御信号を得る為のスポットを作り出している。次に、一定の大きさの光スポットをトラック上に形成する為、集光レンズとディスク信号面との距離を一定に保つ為のフォーカシングサーボ

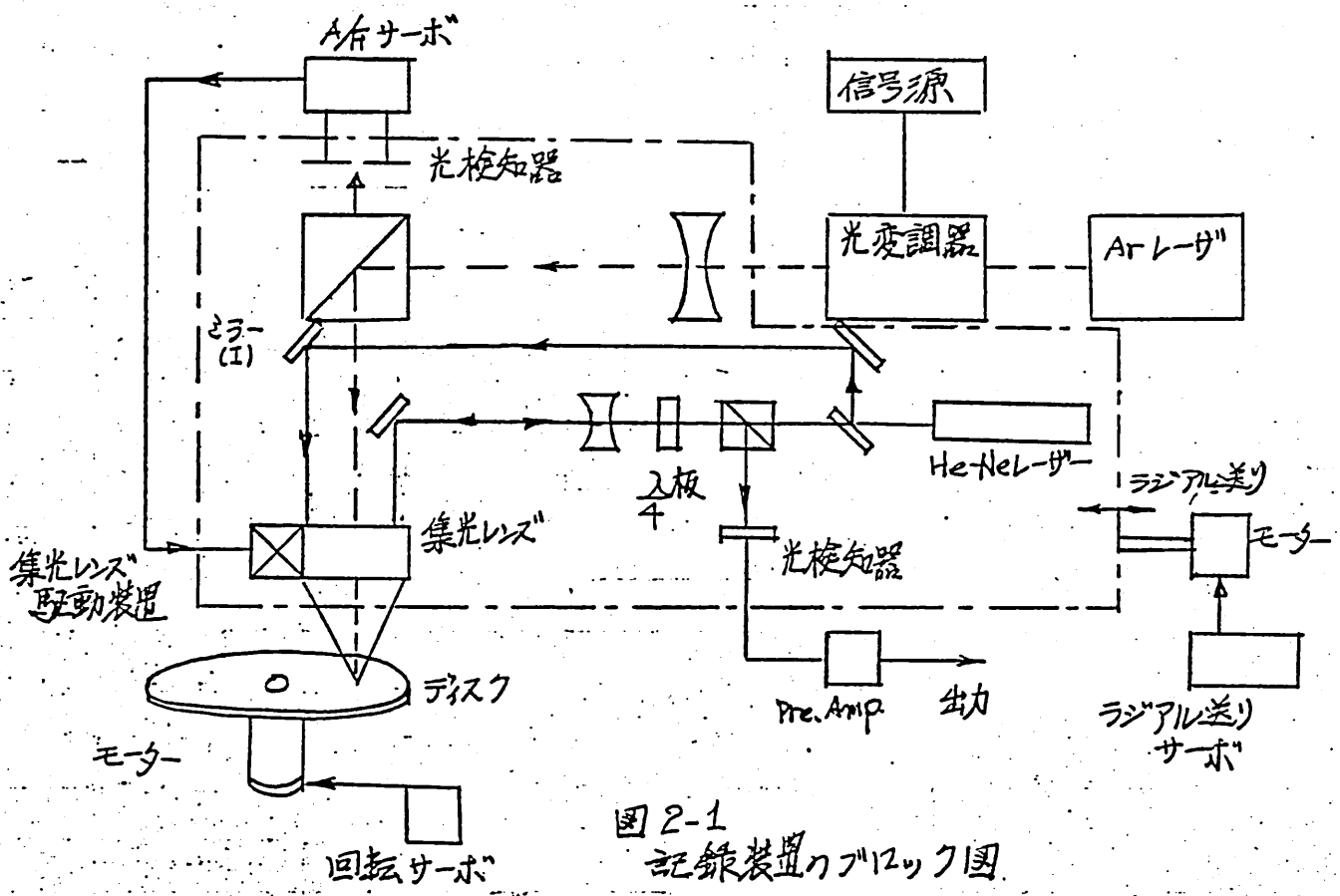


図 2-1
記録装置のブロック図

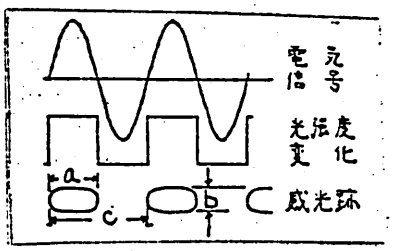


図 2-2
電気信号と感光跡

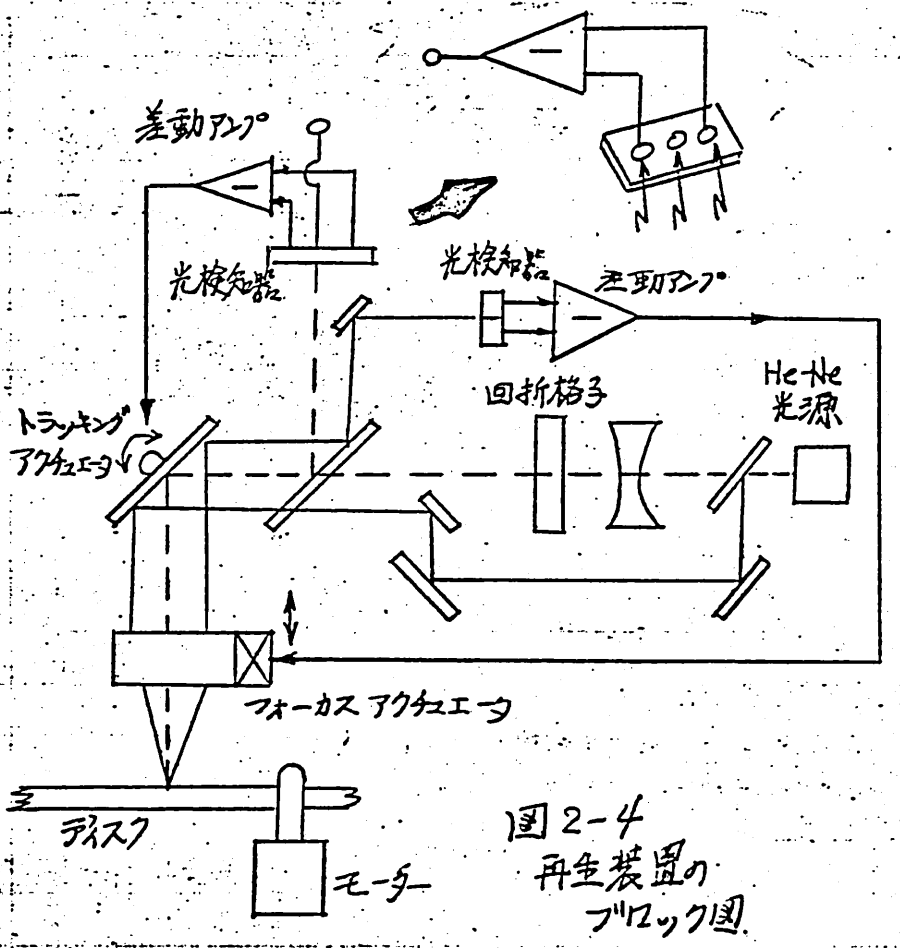


図 2-4
再生装置のブロック図

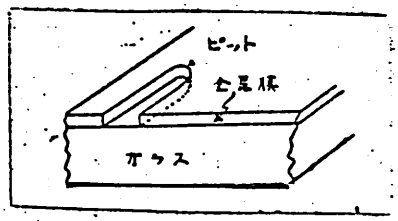


図 2-3
金属膜の部分的除去によってできたピット

が必要である。フォーカスアクチュエータに装着された集光レンズをディスクの面振れに対応させて±1μm以下の誤差精度で追随させるものである。この為の光学系は、レーザ光の一部を光軸をずらせてディスク面に入射する事により得ている。更にこれら信号読み出し部分を再生に合せてディスクの半径方向に一定速度で送る為の、あるいは、再生モードに合せて早送りを行うラジアルサーボ機構も付加されている。

3。ピット部分での再生光の回折.

3-1 記録機での再生.

金属膜にピットを記録した場合は、実時間モニターが行えるが、その出力は再生光スポット(光パワー密度がガウス分布)がトラック中心を走査した時、ピット内に入った光は透過消失し、ピット外の光が全反射して損失なく検出されると仮定すれば、反射光パワーの時間変化 $P_r(t)$ として次のように表わされる。

$$P_r(t)=\iint_{\infty} G(x'-vt,\,y')\,dx'dy'-2\int_{\infty}^{\infty}\int_{0}^{y_p(x')} G(x'-vt,\,y')\,dx'dy'$$

--- (3-1)

但し、ディスク上の任意の点を (x',y') とし、x軸はトラック方向、y軸はラディアル方向.

Gは、レーザ光のパワー密度 $P(r)=\frac{P_0}{\pi}\left(\frac{2}{w_s^2}\right)\exp\left(-\frac{2r^2}{w_s^2}\right)$ にて、$r^2=x^2+y^2$, $x=x'-vt$, $y=y'$ とおきかえたPである。

r: スポット中心からの距離　　P_0: 単位時間当りの全エネルギー

w_0: スポット半径.

右辺オ1項は、ピットがないと仮定した時の全反射パワー、オ2項はピット透過パワー、積分範囲を与える $y_p(x')$ はピット形状で定められる。式(3-1)を用いて再生信号の周波数特性を試算した結果を図3-1に示す。同時に、ガラス円盤上に蒸着した厚さ 400Å の Al 膜に記録した時の再生特性も示す。

3-2 レプリカディスクでの再生.

レプリカディスクに於ては、ピットは位相ピットとしての性質を持ち、He-Ne レーザ再生機に使用する場合、幅0.6～0.7μm, 長さ1～3μm, 深さ0.1μmの小判型をした凹凸である。このピットに約1.5μm中の再生光スポットを照射

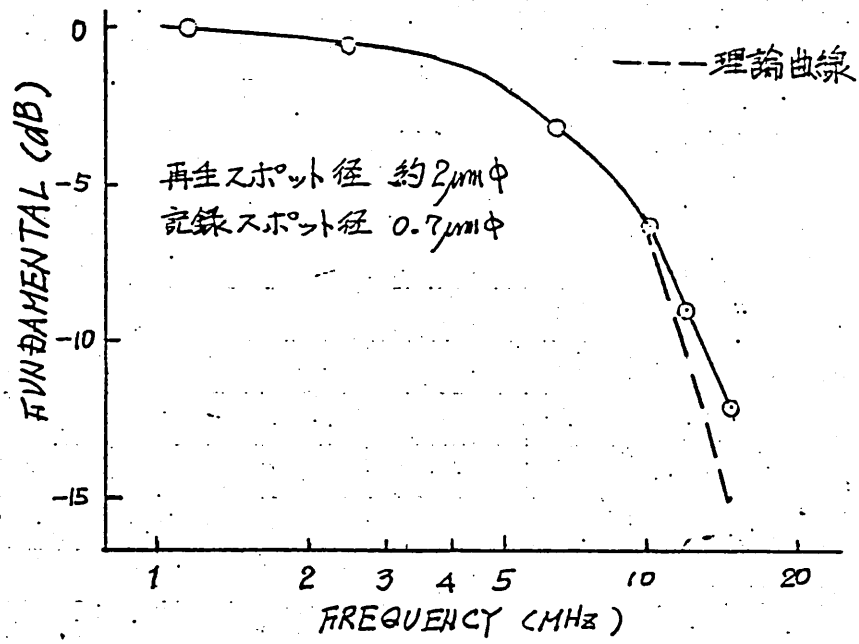


図3-1 再生信号振幅の周波数特性

レモ時の集光レンズ前面の2次元的光強度分布を、数値積分で求めたものを図3-2に示す。トラック方向に沿ってピットの中央，端，ランドの中央各々に光スポットが当った時の集光レンズ前面での強度分布である。光スポットの直径 d は 1.46 μm，ピット幅 W は 0.5 μm，ピット長は 1.6 μm である。ピット中央に光が当った時は、レンズ中心部での光強度が小さく、レンズ周辺部か

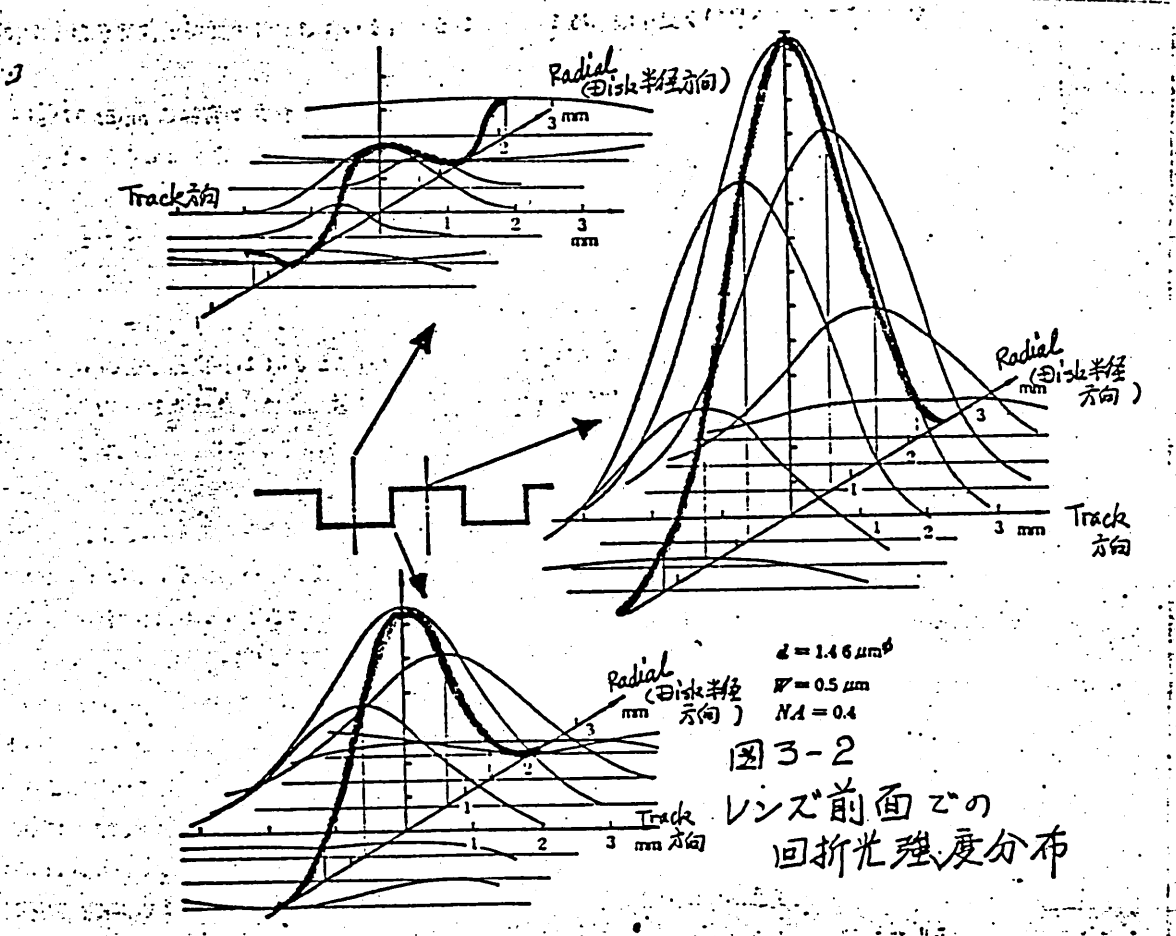


図3-2
レンズ前面での
回折光強度分布

うレンズ開口外に向って反射光が分布している。ピット端の場合は、すでにレンズ中央部の強度が増大し、ランド部の場合は反射光はほとんどレンズ開口内にまとまっている。これらから、当然のことながら集光レンズ開口外に有効に光を散乱(回折)させることにより検知の効率を上げられるといえる。

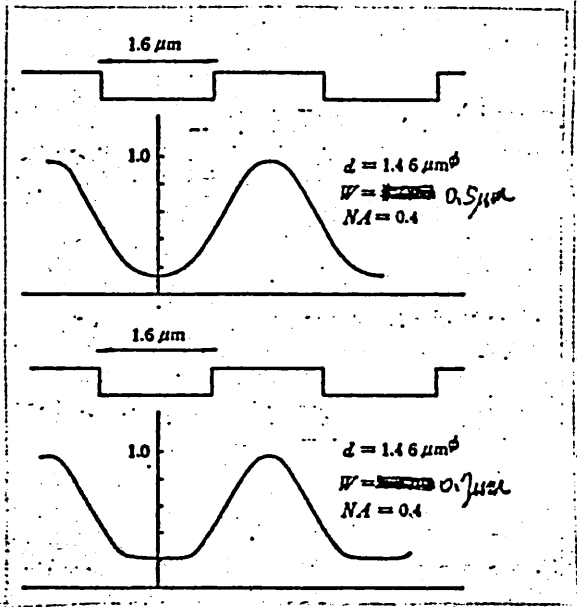


図3-3
再生信号波形(I)

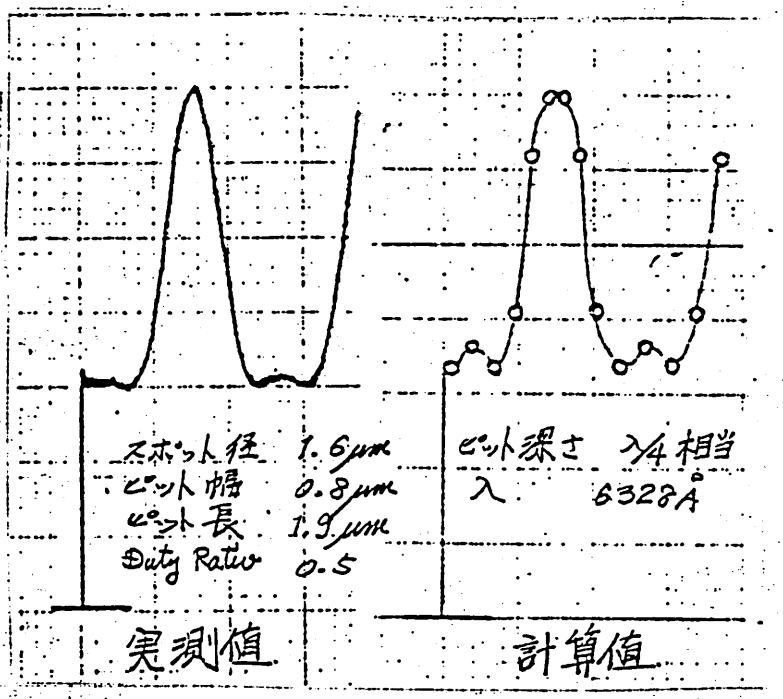


図3-4
再生信号波形(II)

図3-3は、光スポットがピット列に沿ってその中心を走った時の集光レンズ面上積分反射光強度(即ち再生信号波形)をピット幅Wを変えて計算したものである。この図から、ひずみのない再生信号波形を得るには光スポット径に対してピット幅をどのように選ぶ必要があるかがわかる。1.46μmφのスポット径に於て、ピット幅0.5μmでは信号波形に於てピット底部での歪が見られないが、ピット幅が0.7μmとなると歪が発生している。また、NA.=0.5のレンズにより1.6μmφに集光された He-Ne レーザ光を、幅0.8μm, 長さ1.9μm, Duty-Ratio 0.5, 深さλ/4相当のピットに照射した時に Slow Scan[4),5)] 法により実測された、ピットからの出力波形と、同一条件のもとに集光レンズ開口内に於ける光強度分布を計算することにより求めた信号再生波形を図3-4に示す。両者は良く似通っている。さて、両波

形ともピット底部よりの出力に顕著な歪が有るが、この歪が始めてなくなる条件をスポット径/ピット幅比で求めてみると、実測値で 2.2～2.5 であり、計算では 2.5 であった。

4. トラッキング信号検出の解析

トラッキングを行う為に、一本のレーザビームより回折格子を用いて三本のビームが作られ、ディスク上に常に一定距離を保って移動する三個のスポットが得られる。そのようすを図4-1に示す。2個のトラッキング用の補助スポットが、トラックの中心からわずかに、互に反対方向に変位してトラックを照射している。補助スポット S_1, S_2 の反射光は光検知器 D_1, D_2 に検知されている。今、スポットがトラック中心より変位した場合、光検知器 D_1, D_2 の差出力 V は信号読み出し用スポット S_3 のトラック中心よりの変位量に依存する事となる。この、差出力 V 対スポット変位量 ε の特性を求める為には、集光レンズ前面に図4-1に示す如くP面を置いて、補助スポット S_1 及び S_2 のトラックからの回折光強度を求め、その差を取れば良い。光学系は等価的に図4-2に示され、深さ d のトラックを考えると、光検知器面に於けるトラックからの回折光強度分布は次式で表わされる。

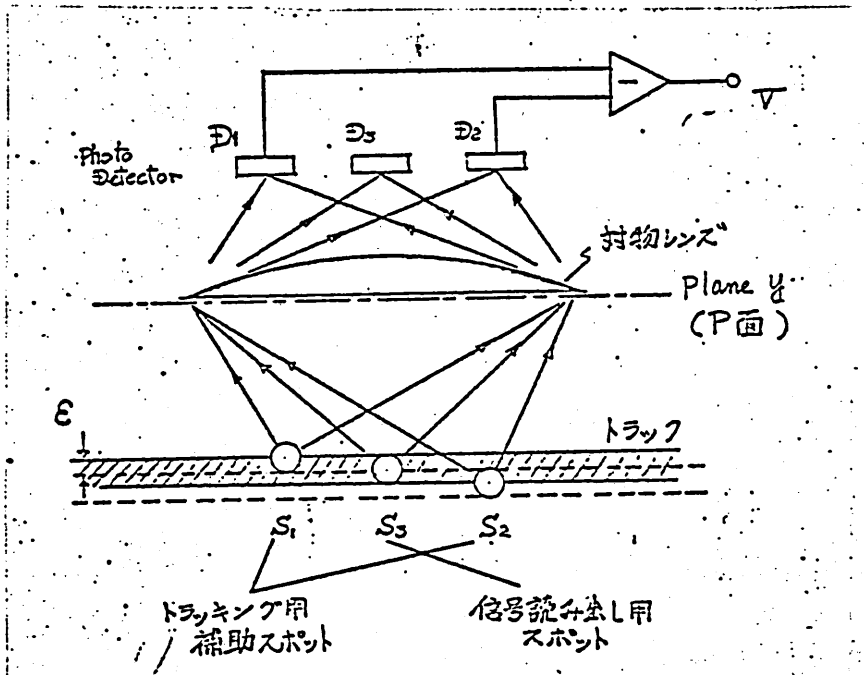


図4-1 センサの原理図

$$V(x) = \left\{ \left[f(x) * e^{iax^2} \right] e^{ipx} \right\} * e^{iyx^2} \quad \cdots (4\text{-}1)$$

両スポットからの回折光強度、y の計算はP面で求めても良い。P面各点での光波振幅分布 $g(x,y)$ は

$$g(x,y) = f(x) * e^{i\alpha x^2} \qquad \phi(x)\text{:位相項}$$

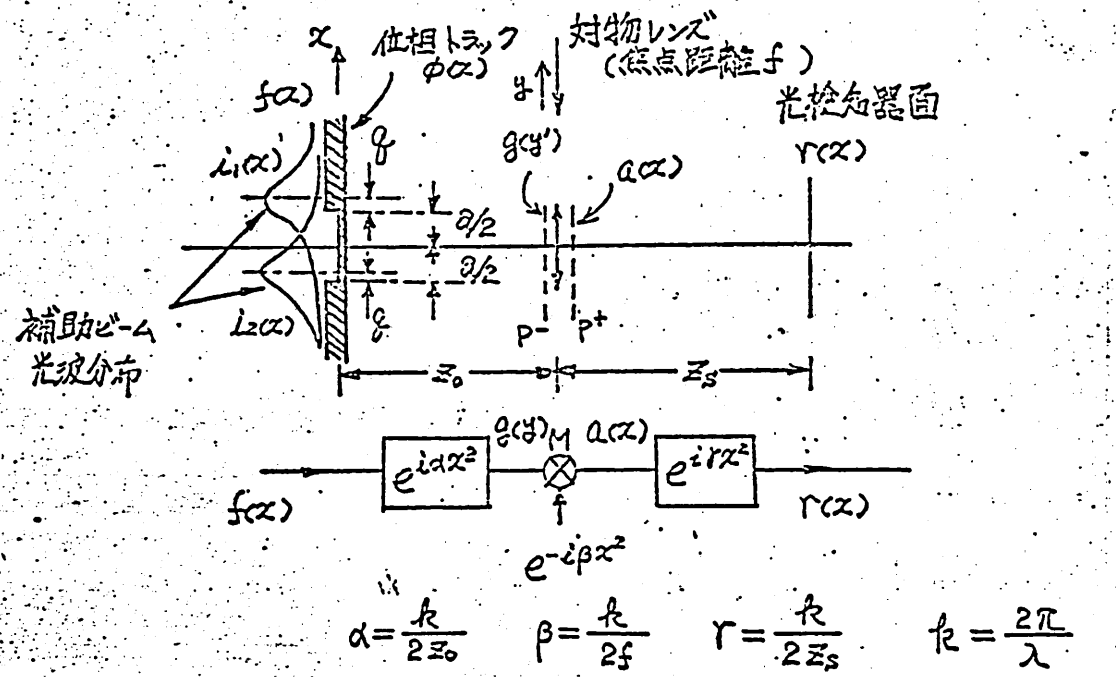
$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{ik\frac{(x-y)^2}{2z_0}}\, dx$$

$$= A\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{x-a/2-\beta}{x_0}\right)^2} \phi(x)\, e^{-ik\frac{xy}{z_0}}\, dx \quad \cdots(4-2)$$

となる。従って、スポット S_1, S_2 の P-面上での光波振幅分布を $g_1(x,y)$, $g_2(x,y)$ とすると、トラッキング特性を与える差光量 $H(y)$ は

$$H(y) = \int_{-y_0}^{+y_0} |g_1(x,y)|^2 dy - \int_{-y_0}^{+y_0} |g_2(x,y)|^2 dy \quad \cdots(4-3)$$

である。積分範囲を与える y_0 はレンズ半径である。



$$\alpha = \frac{k}{2z_0} \qquad \beta = \frac{k}{2f} \qquad \gamma = \frac{k}{2z_s} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

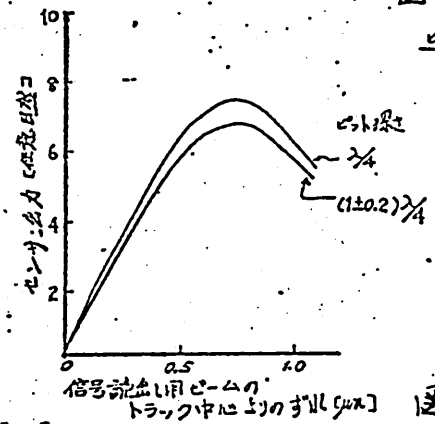
図4-2

トラッキングセンサの等価的光波分布及び光波伝達関数

式(4-3)を数値積分して得た種々の結果を図4-3～図4-7に示す。制御信号出力はトラック幅により図4-3のように変化し、図4-4に示すように最高感度が得られる、スポット径とトラック幅の有る事が知られる。ピット深さが20%変化した時には深くなっても浅くなっても感度が10%低下し(図4-5)、ピット底部とランド部の反射率が変化した場合も感度が低下する。(図4-6)また、補助ビームの位置によっても感度が変化し、補助ビーム中心とトラック

図4-5

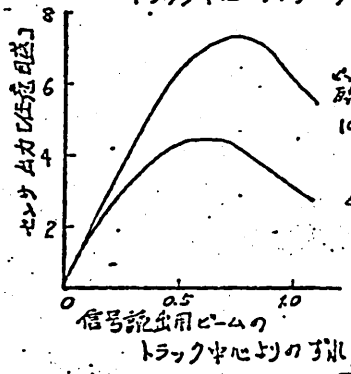
ピット深さに対する出力変化



スポット直径 1.6μm
ピット部反射率 100%
ランド 〃 100%
4ビーム初期位置 トラックエッヂ
トラック幅 0.8μm
λ 6328Å

図4-6

反射率の違いによる出力変化

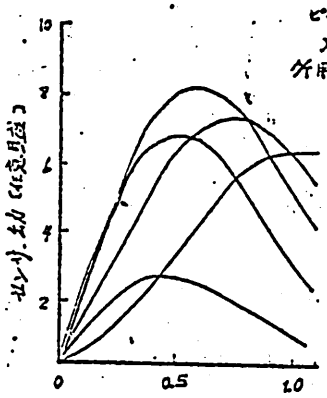


ピット部反射率	ランド部反射率
100%	100%
4%	60%

トラック幅 0.8μm
ピット深さ λ/4
λ 6328Å
4ビーム初期位置 トラックエッヂ
スポット直径 1.8μm

図4-3

トラック幅による出力変化



スポット直径 1.8μm
ピット部反射率 100%
ランド 〃 100%
ピット深さ λ/4
λ 6328Å
4ビーム初期位置 トラックエッヂ

図4-4

トラック幅による出力感度変化

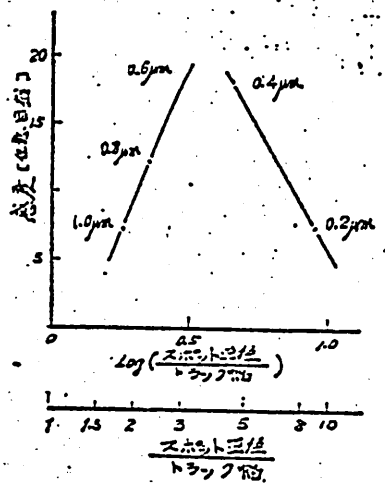
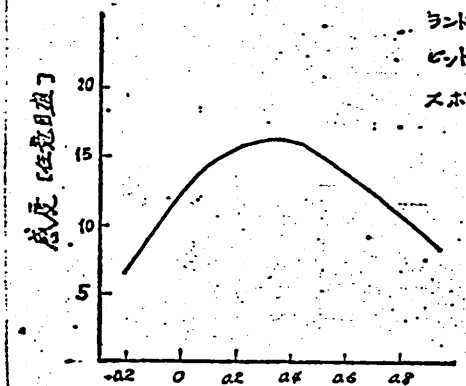
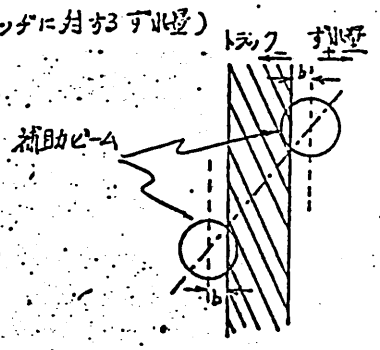


図4-7 補助ビーム初期位置と感度

トラック幅 0.8μm
ピット部反射率 100%
ランド 〃 100%
ピット深さ 6328/4 Å
スポット直径 1.8μm





エッヂよりやや外側に配置した時に最大感度が得られる。（図4-7）

5。あとがき。

レーザ方式ディスクの信号再生について、ピットによる光の回折現象を解析し、その一例として、He-Neレーザ光源を用いた場合について検討を行ってきた。レーザ方式ディスクの再生に用いられるレーザとしては1mW程度で十分であり、現状のガスレーザの中では最も小型で性能が安定している為にHe-Neレーザが用いられてきたが、この光源は、ガラス加工を基本とした構造、1.5KV以上の高電圧駆動、量産メリットの低さ等の問題を残している。最近の半導体レーザの長寿命化，高出力化により、量産性の有る半導体レーザの適用の可能性を得たが、この場合にも、図2-2に見られるような煩雑な光学系ではあまりその長所を生かせない。そこで発光と受光を一体化した光自己結合を利用した検知方式の小型ピックアップを開発した。この半導体レーザの場合でも、再生にピットによる光の回折現象を用いるのは同様であり、トラッキングサーボに於けるサーボ特性も波長を考慮することで同様に検討が行なえる。

参考文献

1) G. Dickopp and H. Redlich "Design simplicity cut costs for German color-video disk system" Electronics, Sept, 27, 1973, pp 93~99

2) 久保，渡辺，伊藤，小紫 "レーザによるビデオディスク記録" テレビジョン学会技術報告、1978年8月 Vol. 2 No. 7

3) 岡田，近藤，永井，小川 "レーザーを利用したPCMサウンドディスクとビデオディスク" 光学技術コンタクト Vol. 15 -1977 No. 11.

4) 平沢，境，金場，中田 第38回応物学会講演会予稿集 14a-b-7 ('77)

5) 平沢，近藤，岡田，中田 第25回応用物理学関係連合講演会予稿集 27p-A-12 ('78)

6) K. Okada, W. Susaki, M. Kondo, K. Kime, K. Hirasawa, T. Miyazawa, and T. Sato "A COMPACT PCM AUDIO DISK PICKUP EMPLOYING SEMICONDUCTOR LASER" 61st Audio Engineering Society Convention (1978 N.Y.)