

輻射科学研究会資料 (RS91-1)

中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタ

豊田 幸弘  
(大阪工業大学)

平成3年5月10日(金)

中央電気倶楽部

# 中心周波数および帯域幅可 変形帯域通過フィルタ

## Band-Pass Filter with Variable Center Frequency and Bandwidth

豊田 幸弘

Sachihiro TOYODA

大阪工業大学 電気工学科  
Osaka Institute of Technology

### あらまし

この論文は新しい中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタについて述べる。このフィルタは平衡形混合器4個と局部発振器2個を用い、そして増幅器、高域および低域通過フィルタを用いて構成してある。2個の局部発振器の周波数を変化させることにより、この帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅を可変させることが出来る。それらの変化範囲はそれぞれ2~16GHzおよび20MHz~800MHzまでを得た。

### 1. まえがき

マイクロ波帯のフィルタ、特に中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタの論文については既に発表されている<sup>1)</sup>。文献[1]の方法は短絡伝送線路とバラクタダイオードを接続して並列共振回路を3個構成し、3個の並列共振回路間の結合にバラクタダイオードを接合した。並列共振回路に用いた3個のバラクタダイオードの接合容量を変化させることによって帯域通過フィルタの中心周波数を可変させ、結合に用いたバラクタダイオードの接合容量を変化させることによって帯域幅を可変させている。

バラクタダイオードの接合容量の変化範囲は小さいので帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅を広範囲に可変させることが出来ないし、周波数が高くなるにつれて表皮効果の影響で大きなQ値を得ることが出来ないという問題が生じる。

この問題を解決させるために、著者は文献[2]の方式を採用して広帯域特性を有する中心周波数お

よび帯域幅可変形帯域通過フィルタを考案した。その回路系は低域および高域通過フィルタの遮断周波数を近づけると帯域通過フィルタの特性曲線になり、両フィルタの遮断周波数を遠ざけると帯域幅は広がる。両フィルタの遮断周波数を自由に可変できる回路系を以下に述べる。

その回路構成は4個の平衡形混合器を用い、前段の2個の混合器の間に低域通過フィルタを接続し、前段と後段の間に増幅器を接続した。高域通過フィルタと増幅器とを縦続接続して、後段の2個の混合器の間に接続した。後段の混合器の出力側には高調波成分を取り除くために低域通過フィルタを接続した。

前段の2個の混合器へ供給する局部発振器の周波数 $f_{L1}$ は電力分配器を介して同じ周波数を供給した。後段の2個の混合器へも同じ周波数 $f_{L2}$ を供給した。このような回路構成にすることによって入出力側の周波数は同じとなり、2個の局部発振器の周波数 $f_{L1}$ および $f_{L2}$ を変化させることによって所望の中心周波数および帯域幅を可変させることが出来る回路系を以下に述べる。

### 2. 中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタ

中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタの回路構成を図1に示す。平衡形混合器Aの端子1(RF)へは入力信号を供給する。低域通過フィルタの入力端子を混合器Aの端子3(IF)へ接続し、低域通過フィルタの出力端子は混合器Bの端子4へ接続する。増幅器1の入力端子を混合器Bの端子6

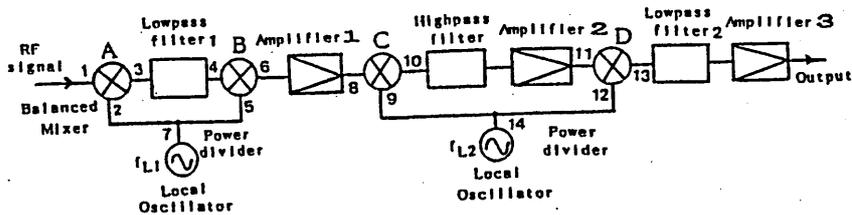


図1 中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタ

(IF)へ接続し、増幅器1の出力端子は混合器Cの端子8へ接続する。ここで、ここで混合器AおよびBの端子2および5には同一の周波数を供給しなければならない。そのため1個の局部発振器の周波数 $f_{L1}$ を電力分配器の入力端子7へ接続し、電力分配器の2個の出力端子をそれぞれ混合器AおよびBの端子2および5へ接続している。

次に高域通過フィルタと増幅器2を縦続接続して、高域通過フィルタの入力端子を混合器Cの端子10(IF)へ接続し、増幅器2の出力端子は混合器Dの端子へ接続する。低域通過フィルタ2と広帯域増幅器3を縦続接続して低域通過フィルタの入力端子を混合器Dの端子13へ接続した。増幅器3の出力端子から中心周波および帯域通過フィルタの周波数特性を取り出す。

ここで、増幅器1および2を用いた理由を以下に述べる。

混合器に用いられているダイオードの非線形部の検波特性による高調波成分(解析については文献2に詳細に述べてある。)が生じる。この高調波を取り除くために次のような方法をおこなった。

混合器Aの端子3(IF)には基本波と高調波成分が生じているので、低域通過フィルタ1で高調波成分が取り除かれ基本波だけが混合器Bの端子4へ供給される。端子6(IF)にも基本波と高調波成分が生じているので増幅器1を端子6と8に間に接続する。この増幅器1で基本波だけが取り出され、混合器Cの端子8へ供給される。即ち帯域通過フィルタと同じ役目をしていることが分かる。これ以外に増幅器1は混合器AおよびBの変換損失を補う役目もしている。

若し増幅器1を用いずに端子6と8を直接接続すると端子6の出力には基本波と高調波成分があるので、これらの成分が端子8へ供給されると端子9へ供給されている局部発振器の周波数 $f_{L2}$ とで基本波の和と差そして高調波の2倍波と和と差の成分が端子10に生じることになる。基本波だけを取り出す

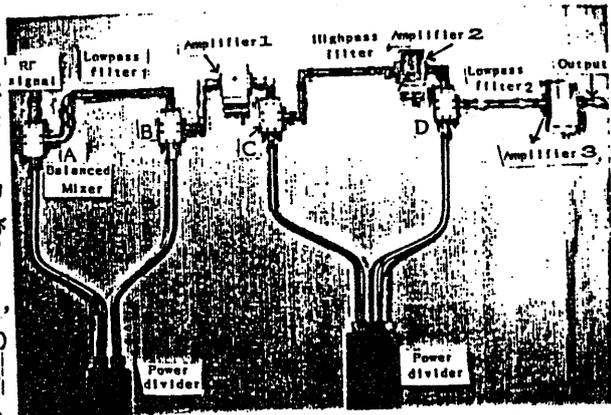


図2 図1に示す中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタの写真

という意味から増幅器1が不可欠となる。

次に混合器Cの端子10(IF)の出力にも基本波と高調波成分があり、これらの成分は高域通過フィルタを通過するので増幅器2を接続することによって基本波だけを取り出すことと、変換損失をも補っている。ここで混合器CおよびDの端子9および12には電力分配器を介して同じ周波数 $f_{L2}$ を供給した。低域通過フィルタ2と広帯域増幅器を縦続接続してフィルタ2の入力端子を端子13へ接続して増幅器の出力側から基本波を取り出し変換損失をも補った。このような回路構成にすることによって入出力側の周波数は同じとなり、局部発振器の周波数 $f_{L1}$ および $f_{L2}$ を変化させることによって中心周波数および帯域幅を可変させることができる。

### 3. フィルタの回路構成と実験結果

試作した中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタの写真を図2に示す。平衡形混合器はAvantek社を用い、低域および高域通過フィルタはK & L社のものを用いた。図3に示すように高域および低域通過フィルタの遮断周波数のところを近づけると帯域通過フィルタの特性曲線となり、両

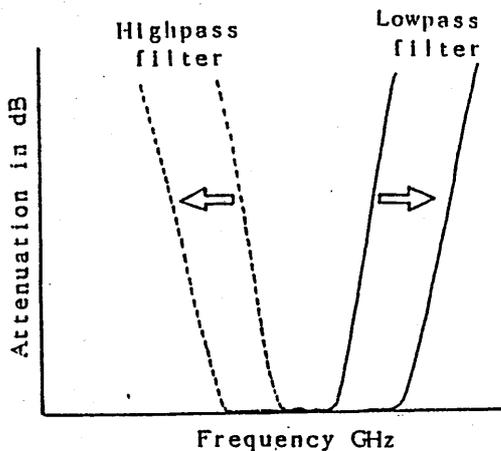


図3 低域および高域通過フィルタを縦続接続して構成した帯域通過フィルタ

フィルタの遮断周波数をさらに近づけると狭帯域特性になり、遠ざけると帯域幅は広がる。このような動作を局部発振器の周波数  $f_{L1}$  と  $f_{L2}$  を変化させて行う回路系を図1に示してある。動作周波数範囲によって高域と低域通過フィルタ1および2の遮断周波数は異なっており、増幅器1および2の帯域幅についても異なっているものを用いた。それらを表2-1に示す。

表2-1に示すように動作周波数範囲によって遮断周波数一定の低域および高域通過フィルタ、そして

入力周波数 GHz	低域通過フィルタ1の遮断周波数 GHz	高域通過フィルタ2の遮断周波数 GHz	低域通過フィルタ2の遮断周波数 GHz	増幅器1の動作周波数範囲 GHz	増幅器2の動作周波数範囲 GHz
2~4	4	3	4.6	1~4.5	1~4.5
4~8	6	5	9	3~8.5	3~8.5
8~16	9	8	16.5	7~17	7~17

表2-1 低域と高域通過フィルタおよび増幅器の動作周波数範囲

増幅器1および2の動作周波数範囲は一定のものを用いて、混合器Aの端子1に加わる入力周波数が順次高くなっても帯域通過フィルタの中心周波数を入力周波数に合わせるには局部発振器の周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  をどのように選定すれば良いかを表2-2に示してある。帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅を可変させる方法は表2-2に示す。

帯域通過フィルタの中心周波数を2~4 GHz 変化させて帯域幅も可変させたい時図1に示す回路系に用いる低域通過フィルタ1および2そして高域通過フィルタの遮断周波数と増幅器1および2の動作周波数範囲は表2-1に示す。

局部発振器の周波数 GHz	$f_{L1}$			5.9	中心周波数	5.1			$f_{L2}$
入力周波数 GHz	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4
低域通過フィルタ1の遮断周波数 GHz	4								3
高域通過フィルタ2の遮断周波数 GHz									

表2-2 帯域通過フィルタの帯域幅の決め方

いま帯域通過フィルタの中心周波数を2 GHz に選定した時2個の局部発振器の周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  をどのように決めればよいかを表2-2に示す。

局部発振器の周波数  $f_{L1}$  を5.9 GHz に、 $f_{L2}$  を5.1 GHz にすると

$$f_{L1} - f_1 = 5.9 - 1.9 = 4 \text{ GHz} \quad (1)$$

となり、低域通過フィルタ1の遮断周波数となり、入力周波数が1.9 GHz 以下の周波数になるとフィルタ1の遮断周波数以上の周波数になって、1.9 GHz 以下の周波数は通過しないことがわかる。

$$f_{L2} - f_1 = 5.1 - 2.1 = 3 \text{ GHz} \quad (2)$$

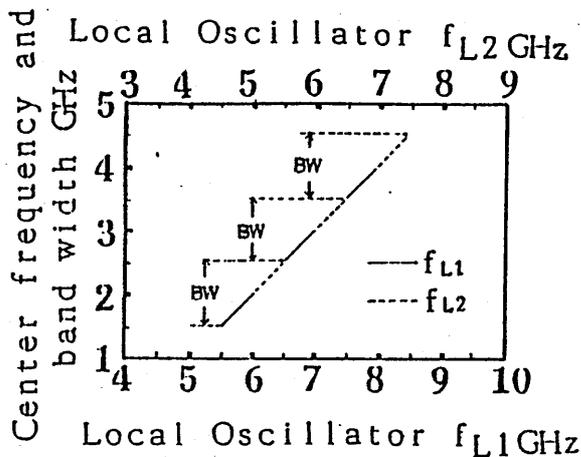
となり、高域通過フィルタの遮断周波数となり、入力周波数が2.1 GHz 以上の周波数になるとフィルタの遮断周波数以下になって2.1 GHz 以上の周波数は通過しないことが分かる。この時の帯域通過フィルタの中心周波数は2 GHz で、帯域幅は200 MHz である。

$f_{L1}$  を5.6 GHz に、 $f_{L2}$  を5.4 GHz に選定したとき帯域通過フィルタの帯域幅は2 GHz  $\pm$  400 MHz となる。このように周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  を変化させることによって帯域幅を可変させることができる。

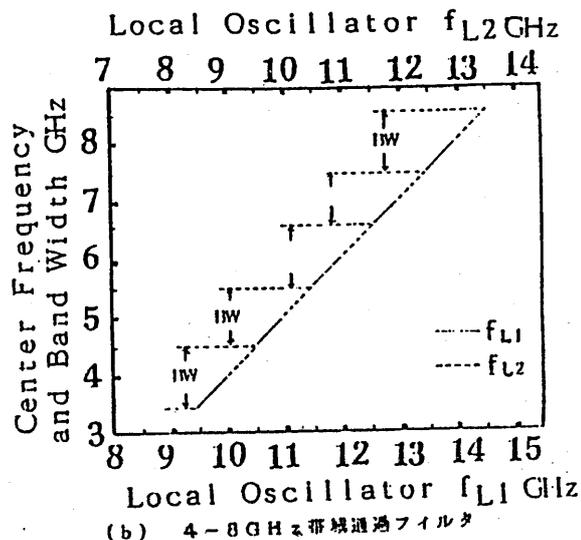
中心周波数が2 GHz のとき局部発振器の周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  の選定の仕方、そして帯域幅を広くして行く方法を表2-2と式(1)および(2)を用いて述べた。中心周波数を順次高くして、さらに帯域幅を可変させたいときの  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  を簡単に選定する方法を図4に示してある。

図4に示すように、横軸の下線および上線の目盛値はそれぞれ局部発振器の周波数  $f_{L1}$  (実線) および  $f_{L2}$  (点線) を示す。縦軸の目盛値は帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅 (BW) を表示してある。

帯域通過フィルタの中心周波数を2から4 GHz まで変化させ、さらに帯域幅も可変させるときの2



(a) 2-4 GHz 帯域通過フィルタ



(b) 4-8 GHz 帯域通過フィルタ

個の局部発振器の周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  の値を図 4 a に示す。中心周波数を 3 GHz のときの  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  は

$$f_{L1} - f_1 = 6.9 - 2.9 = 4 \text{ GHz} \quad (3)$$

$$f_{L2} - f_1 = 6.1 - 3.1 = 3 \text{ GHz} \quad (4)$$

となる。帯域幅をさらに狭くしたい場合は

$$f_{L1} - f_1 = 6.95 - 2.95 = 4 \text{ GHz} \quad (5)$$

$$f_{L2} - f_1 = 6.05 - 3.05 = 3 \text{ GHz} \quad (6)$$

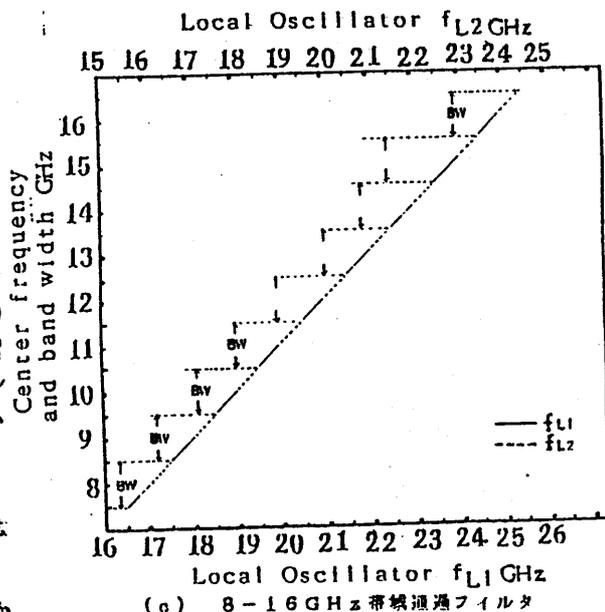
となる。 $f_{L1}$  を 7 GHz に、 $f_{L2}$  を 6 GHz にすると入力周波数 3 GHz で低域および高域通過フィルタの遮断周波数になるので中心周波数は通過しないので、帯域幅を狭くする場合には式 (5)、(6) に示すように周波数  $f_{L1}$  は 7 GHz に、 $f_{L2}$  は 6 GHz に近づければ狭帯域特性になる。帯域幅を広げたい場合は図 4 a に示すように周波数  $f_{L1}$  を

6.95 から 6.5 GHz まで、 $f_{L2}$  を 6.05 から 6.5 GHz まで変化させると帯域幅は 20 から 800 MHz まで可変できる。故に周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  を可変させることによつて所望の帯域幅を得ることができる。

入力周波数が 5 GHz 以上になると出力側に高調波成分が生じるので、表 2-1 に示すように入力周波数 4-8 GHz 帯で用いる高域通過フィルタ、低域通過フィルタ 1 および 2 の遮断周波数を変更しなければならない。また、増幅器 1 および 2 の動作周波数範囲も変えなければならない。

帯域通過フィルタの中心周波数を 4-8 GHz および 8-16 GHz まで変化させ、さらに帯域幅も可変させるときの 2 個の局部発振器の周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  の値を図 4 b、c に示す。

帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅の決め方

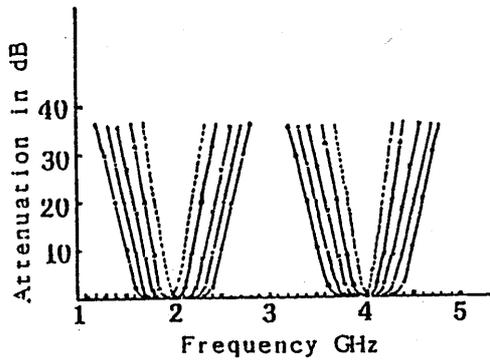


(c) 8-16 GHz 帯域通過フィルタ

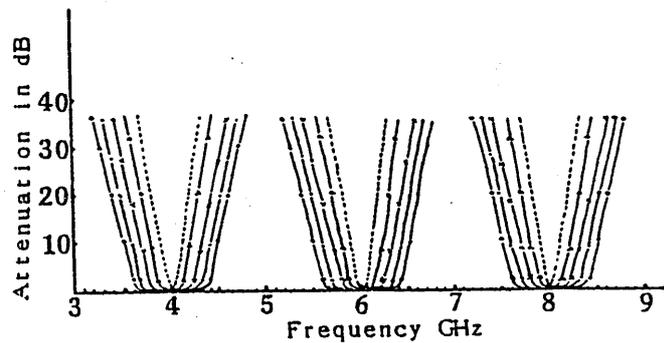
図 4 帯域通過フィルタの中心周波数および帯域幅の決め方

入力周波数を 2-4 GHz まで変化させた時の実験を行った。そのときの帯域通過フィルタの周波数特性を図 5 a に示す。周波数  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  を図 4 a に示す周波数範囲に変化させた時帯域幅 (BW) は 20 から 800 MHz まで変化した。挿入損は 0 dB であった。

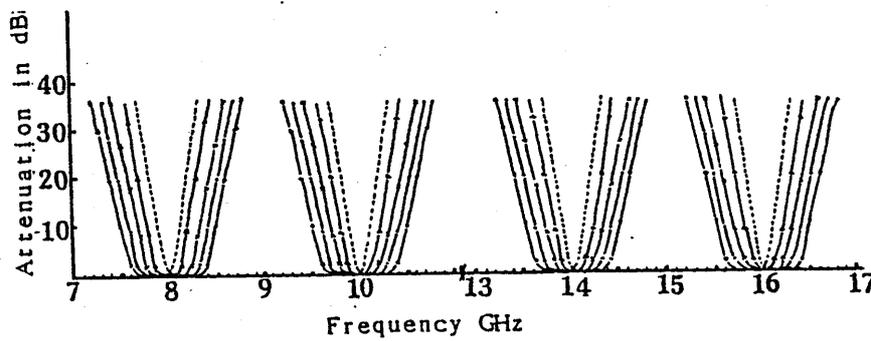
入力周波数を 4 から 8 GHz および 8-16 GHz まで変化させた時の実験も行った。その時の周波数特性を図 5 b および c に示す。図 4 b および c に示す周波数範囲に  $f_{L1}$  および  $f_{L2}$  を変化させた時の帯域幅は 20-800 MHz で、挿入損は 0 dB を得た。



(a) 2-4 GHz帯域通過フィルタ



(b) 4-8 GHz帯域通過フィルタ



(c) 8-16 GHz帯域通過フィルタ

図5 中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタの周波数特性

このような回路系を用いると入力周波数を2~16 GHzまで変化させても帯域通過フィルタの周波数特性は同じであり、表皮効果の影響によるQ値の低下がないことがわかる。

### むすび

中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタについて述べた。文献[1]に述べてある中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタはバラクタダイオードを用いているので広帯域に中心周波数を可変できないし、X帯になると表皮効果によつてQ値が低下するという問題がある。この問題を解決するために図1に示す回路系を採用し、2~16 GHz帯の広帯域特性を有する中心周波数および帯域幅可変形帯域通過フィルタが得られることを示した。回路系の内に接続した高域および低域通過フィルタの遮断周波数が固定されていても、2個の局部発振器の周波数 $f_{c1}$ および $f_{c2}$ を変化させることによつて外部からみると中心周波数および帯域幅が可変できる帯域通過フィルタとして動作していることがわかる。

### 文献

- [1] Sachihito Toyoda "Variable band-pass filters using varactor-diodes" IEEE Trans., Microwave Theory & Tech., NTI-29,4, PP.358-363 (April 1981)
- [2] 豊田, 里村 "広帯域中心周波数可変形帯域通過フィルタ" 電子情報通信学会マイクロ波研究会MW90-136 1991年1月18日

輻射科学研究会資料

RS91-2

**Polarisation Properties of  
Fused Fibre Couplers**

光ファイバカップラの偏光特性

Katsumi MORISHITA and Katsuyoshi TAKASHINA

森下克己

高品勝義

Department of Precision Engineering  
Osaka Electro-Communication University

大阪電気通信大学 工学部 精密工学科

1991年5月10日(金)

於 中央電気倶楽部

# Polarisation Properties of Fused Fibre Couplers

## 光ファイバカップラの偏光特性

Katsumi MORISHITA and Katsuyoshi TAKASHINA

森下克己

高品勝義

### Abstract

The polarisation properties of fused tapered fibre couplers have been investigated experimentally. It becomes evident from the experimental results that the coupling coefficient difference between  $x$ - and  $y$ -polarised lights changes from positive to negative with decreasing the coupler's degree of fusion and the polarisation effect is relatively large for weakly fused couplers. Polarising beamsplitters with the high and the low degrees of fusion are fabricated, and the spectral characteristics are compared with each other.

### I. INTRODUCTION

Single-mode fibre couplers are key components in many sensor and communication applications, including optical power splitting, optical filtering, optical reflecting, wavelength multiplexing/demultiplexing, and optical polarisation selective splitting. There is a great interest in the polarisation properties of fused single-mode tapered fibre couplers. The polarisation behaviour of fused fibre couplers has been reported experimentally [1]-[4] and theoretically [5]-[9]. In the measurements and theoretical results, output power exhibits a rapid sinusoidal variation and displays a slow modulation. The reason for the modulation is that the orthogonal polarised modes experience different coupling strengths. The difference of coupling strengths between  $x$ - and  $y$ -polarised lights has been calculated for the elliptic and the dumbbell cross sections [8][9]. They indicate that the difference changes from positive to negative. However the difference has not been examined for actual fused taper couplers yet.

In this paper the polarisation properties of fused tapered fibre couplers are investigated experimentally by changing cross sectional shapes at the coupler waist. The coupling coefficient difference between  $x$ - and  $y$ -polarised lights is studied for many test fused fibre couplers with various cross sectional shapes. On the basis of these experimental data, polarising beamsplitters are fabricated and compared with each other to demonstrate the characteristics difference caused by coupler cross sections.

## II. DEPENDENCE OF POLARISATION PROPERTIES ON COUPLER CROSS SECTIONAL SHAPE

In order to investigate the polarisation properties of fused single-mode fibre couplers, couplers are fabricated and adjusted the coupler's degree of fusion by change of flame position and temperature. While the flame is scanning back and forth, fused fibres are tapered slowly by pulling the fibres. The width of the heating zone is controlled by moving the flame. The scan length is 5 mm. Butane and oxygen gas flows are less than 3 ml/min and 4–10 ml/min, respectively. The pull speed is 15  $\mu\text{m/s}$ . During coupler formation, the optical output power from the coupled port is monitored in real time. We use a laser diode operating at 1.3  $\mu\text{m}$  wavelength to launch the light into the input fibre. The fibre employed in the couplers (SS10A, Mitsubishi Cable Industries, Ltd.) is conventional one with mode field diameter of 9.5  $\mu\text{m}$  at 1.3  $\mu\text{m}$  wavelength and fibre diameter of 125  $\mu\text{m}$ . The spectral characteristics of manufactured couplers are measured using a tungsten halogen lamp for monochromator illumination and a germanium photodiode to detect the chopped optical power. After being characterized, couplers are cleaved at the taper waist and the cross sectional shape is observed.

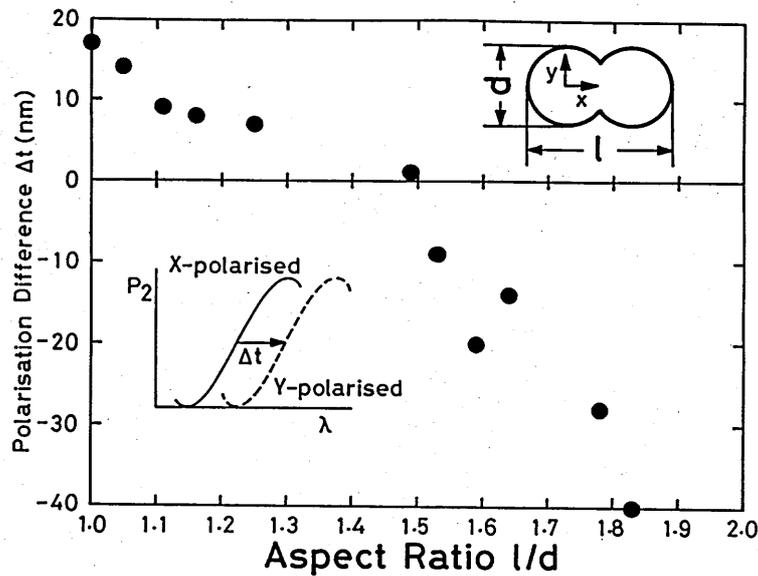


Fig.1 Spectral power transfer difference between  $x$ - and  $y$ -polarised lights. The height and width at the coupler waist are  $d$  and  $l$ .  $P_2$  is the power transferred from the input fibre to the coupled fibre, and the change of  $P_2$  with wavelength  $\lambda$  is indicated schematically.

Fig.1 shows the spectral power transfer difference between  $x$ - and  $y$ -polarised lights. The coupled power  $P_2$  schematically indicated varies with wavelength  $\lambda$ . Both polarised lights have the similar pattern of the spectral power transfer. The

wavelength difference between their patterns is indicated by  $\Delta t$ . In case of  $\Delta t > 0$ , the coupling coefficient for the  $x$ -polarised mode is larger than for the  $y$ -polarised mode. The aspect ratio  $l/d$  is defined by the width  $l$  and the height  $d$  of the cross section at the coupler waist. The cross sections with the aspect ratios of 1.0, less than about 1.5, and more than about 1.5 take the shapes of a circle, an ellipse, and a dumbbell, respectively. Elongation and fusion of fibres are stopped at 10 power transfer cycles to get the observable polarisation difference  $\Delta t$  at the same strength of  $CL_{eff}$ . The factor  $C$  is the coupling coefficient, and  $L_{eff}$  is the effective coupler length. The polarisation difference  $\Delta t$  has the following proportional relation.

$$\Delta t = K(C_x - C_y)L_{eff} \quad (1)$$

where  $K$  is a proportional constant depending on the cross sectional shape, and  $C_x$  and  $C_y$  are the coupling coefficients for the  $x$ - and the  $y$ -polarised fundamental modes, respectively. Well fused couplers whose aspect ratio is less than about 1.4 have the positive  $\Delta t$ , and  $C_x$  is greater than  $C_y$ . However  $\Delta t$  is negative for weakly fused couplers with smaller aspect ratio than about 1.4, and  $C_x$  is less than  $C_y$ . Fig.1 proves an interesting feature that the coupling coefficient difference  $C_x - C_y$  changes from positive to negative when the aspect ratio is about 1.4. The fused coupler with the aspect ratio of about 1.4 is isotropic, and its cross section is elliptical at this point. This experimental result differs from the theoretical calculations [8][9]. The computations suggest that couplers with an elliptical and a dumbbell cross sections are isotropic when the aspect ratios are about 1.93 [8] and 1.8 [9], respectively. This discrepancy between theoretical and experimental results may be caused by the change of cross section along fabricated couplers and different sizes of cross section between both results.

Fig.2 shows the period of spectral power transfer against the aspect ratio. The coupled power  $P_2$  changes sinusoidally with wavelength  $\lambda$ . The period  $T$  is very nearly same for  $x$ - and  $y$ -polarised lights, and decreases with aspect ratio except for a few points. The exceptions probably arise from nonuniformity of fusion and cleaving couplers at some distance from the coupler waist. Since the power transfer cycles are 10 for all fabricated couplers, the strength of  $CL_{eff}$  is same at 1.3  $\mu\text{m}$  wavelength. The change of  $CL_{eff}$  against wavelength for well fused couplers is smaller than that for weakly fused ones.

Fig.3 shows the ratio of polarisation difference  $\Delta t$  to spectral power transfer period  $T$ . Since  $\Delta t$  is  $T/2$  at  $(C_x - C_y)L_{eff} = \pi/2$ , the proportional constant in (1) is  $K = T/2\pi$  and we can get an equation as follows:

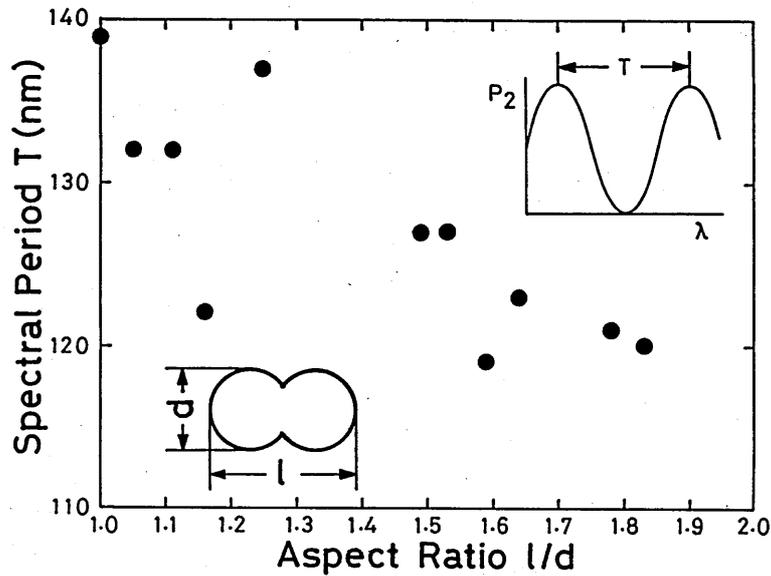


Fig.2 Period of spectral power transfer against aspect ratio. The coupled power  $P_2$  with wavelength  $\lambda$  and the period  $T$  are shown schematically.

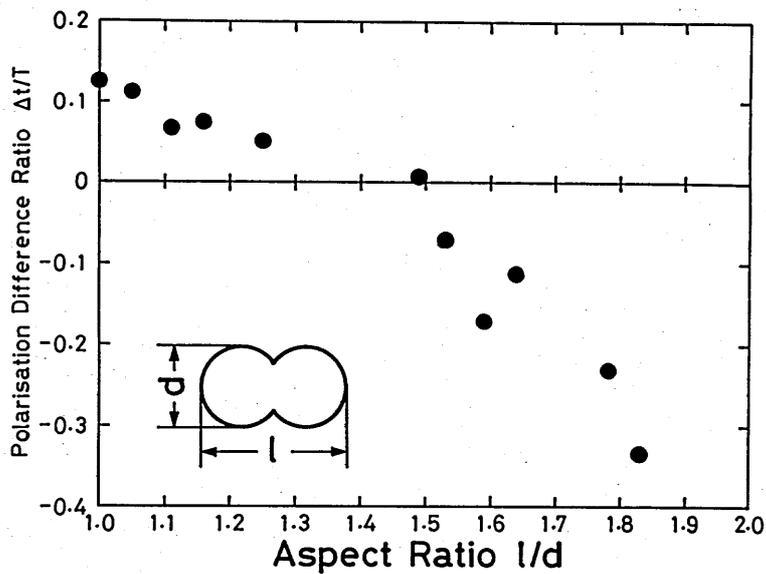


Fig.3 Ratio of polarisation difference  $\Delta t$  to spectral power transfer period  $T$ .

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{(C_x - C_y)L_{eff}}{\Pi} \quad (2)$$

Fused couplers become polarising beamsplitters when the polarisation difference ratio  $\Delta t/T$  is  $\pm 0.5$ . In order to make a polarising beamsplitter with fewer power

transfer cycles, the aspect ratio should be large, i.e. the degree of fusion should be weak.

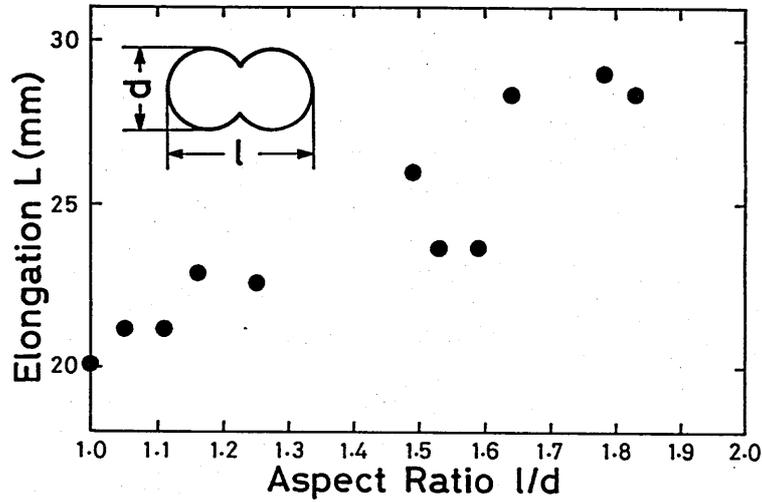


Fig.4 Elongation length  $L$  for fused couplers with 10 power transfer cycles at  $1.3 \mu\text{m}$  wavelength.

Fig.4 shows the elongation length  $L$  for couplers with 10 power transfer cycles at  $1.3 \mu\text{m}$  wavelength. The strength of  $CL_{eff}$  is same at  $1.3 \mu\text{m}$  for all test couplers. The elongation length  $L$  is thought to be proportional to the effective coupler length  $L_{eff}$ . The length  $L$  becomes shorter for well fused couplers with less aspect ratio because coupling coefficient  $C$  for well fused couplers is larger than that for weakly fused couplers.

Fig.5 shows the tapered fibre diameter  $d$  at the taper waist for couplers with 10 power transfer cycles. Since couplers with large aspect ratio are weakly fused and the coupling is weak, the couplers are extended long to get the same power transfer cycles, and the constituent fibres come to be thin. The fibre diameter for the coupler with the aspect ratio of about 1.48 is relatively thick because the coupler is cut away from the coupler's waist. The aspect ratio, therefore, is presumably smaller than 1.48.

Fig.6 shows the polarisation difference ratio  $\Delta t/T$  per the elongation length  $L$ . Since the elongation length is probably proportional to effective coupler length  $L_{eff}$ , it can be concluded from (2) that the polarisation difference ratio per elongation length  $\Delta t/T/L$  is in proportion to the coupling coefficient difference between  $x$ - and  $y$ -polarised lights as follows.

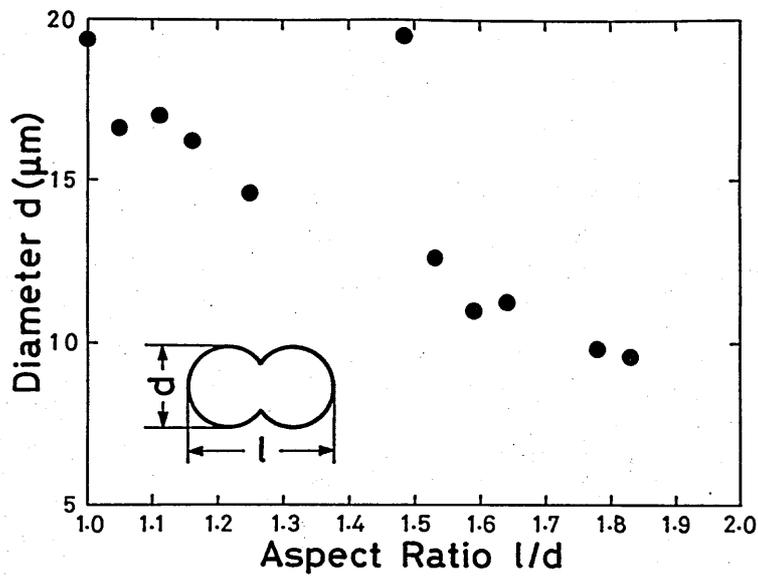


Fig.5 Fibre diameter  $d$  at the coupler waist for couplers with 10 power transfer cycles at  $1.3 \mu\text{m}$  wavelength.

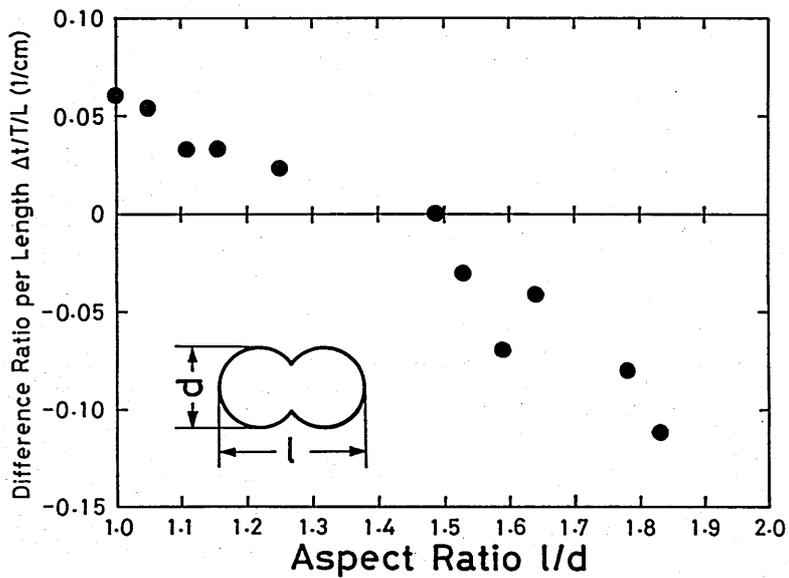


Fig.6 Polarisation difference ratio  $\Delta t/T$  per elongation length  $L$ .

$$\frac{\Delta t}{TL} \propto (C_x - C_y) \quad (3)$$

The difference of coupling coefficients between the  $x$ - and the  $y$ -polarised modes is comparatively large at aspect ratio of about 1.0 and more than 1.7. The sign of the difference at both aspect ratios is opposite to each other. The tendency of the

coupling coefficient difference is similar to the theoretical analysis for fused couplers modelled by a dumbbell cross section [9]. However the experiment presented here differs quantitatively from the analysis, and the polarisation difference ratio per length  $\Delta t/T/L$  shown in Fig.6, i.e.  $C_x - C_y$ , is very large above the aspect ratio of 1.7 contrary to the theoretical computations.

### III. POLARISING BEAMSPLITTERS

On the basis of experimental results shown in the previous section, polarising beamsplitters are manufactured. We can fabricate polarising beamsplitters with few power transfer cycles by adjusting the degree of fusion so that the aspect ratio is about 1.0 and more than 1.7 because the polarisation difference ratio  $\Delta t/T$  shown in Fig.3 is relatively large at the aspect ratio of about 1.0 and more than 1.7. We stop elongation and fusion of couplers when fluctuation of output power monitored at coupling port becomes smallest. The scan length of the flame is 10 mm to achieve the thick coupler's waist.

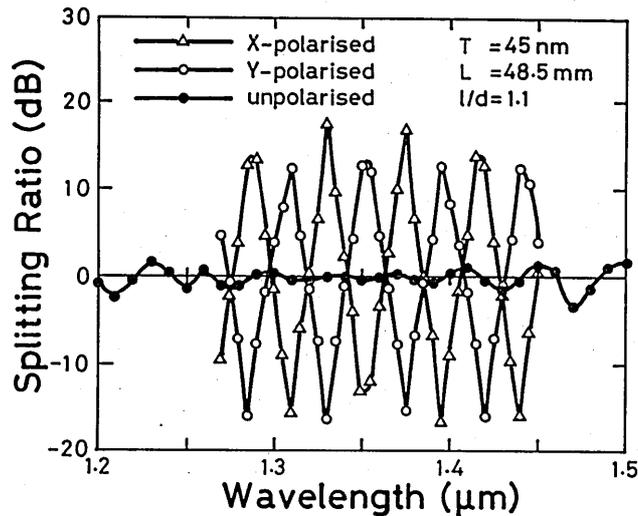


Fig.7 Splitting ratios of a polarising beamsplitter with the aspect ratio of 1.1 for x-, y-polarised and unpolarised lights.

Fig.7 shows splitting ratios of a polarising beamsplitter with the aspect ratio of 1.1 for x-, y-polarised, and unpolarised lights. The cross sectional shape is almost circular. The loss is less than 0.6 dB in the region of 1.2 to 1.5 μm wavelength. The power transfer cycle is 28, the elongation length  $L$  is 48.5 mm, the period of spectral splitting ratio  $T$  is 45 nm, and the splitting ratios are 17.6 dB and -16.1 dB at 1.33 μm for x- and y-polarised lights, respectively. Considering monochromatic light with the theoretical spectral width of about 2.5 nm and the

observation wavelength interval of 5 nm, it appears that polarisation selective splitting of the beamsplitter is better than the measured values of 17.6 dB and -16.1 dB.

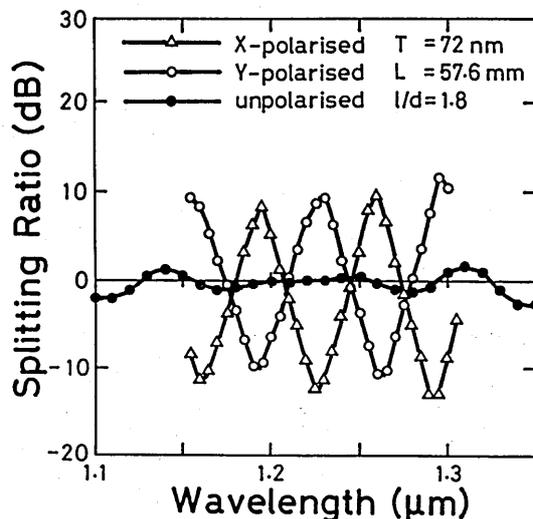


Fig.8 Splitting ratios of a polarising beamsplitter with the aspect ratio of 1.8 for  $x$ -,  $y$ -polarised and unpolarised lights.

Fig.8 shows splitting ratios of a polarising beamsplitter whose aspect ratio is 1.8. The degree of fusion is considerably weak. The loss is less than 0.3 dB in the wavelength region of 1.1 to 1.35  $\mu\text{m}$ . The elongation length  $L$  is 57.6 mm and the splitting ratios at 1.295  $\mu\text{m}$  are -12.7 dB and 11.7 dB for  $x$ - and  $y$ -polarised lights. The power transfer cycle is 17 which is less than that of the former polarising beamsplitter because the absolute polarising difference ratio  $|\Delta/T|$  for the aspect ratio of 1.8 is greater than for the aspect ratio of 1.1 as shown in Fig.3. The spectral period  $T$  is 72 nm and longer comparing with the well fused polarising beamsplitter shown in Fig.7. Wavelengths where couplers serve as polarising beamsplitters are discrete, and their spaces for weakly fused polarising beamsplitters are greater than for well fused ones.

#### IV. CONCLUSIONS

The polarisation properties of fused tapered fibre couplers are examined experimentally. The wavelength difference of spectral splitting ratio between  $x$ - and  $y$ -polarised lights depends dramatically on the cross sectional shape of fused couplers. The shape changes from a dumbbell to an ellipse and a circle with increasing the degree of fusion. The difference of coupling coefficients between  $x$ - and  $y$ -polarised lights is relatively large for the aspect ratio of about 1.0 and more than 1.7. The coupling coefficient of the  $x$ -polarised mode is greater and smaller

than that of the y-polarised mode for the aspect ratio of less and more than about 1.4, respectively. The couplers with the aspect ratio of about 1.4 is isotropic and insensitive to polarisation state.

On the basis of the experimental results, two polarising beamsplitters with the aspect ratio of 1.1 and 1.8 are produced, and their chromatic characteristics are measured. It turned evident that the aspect ratio should be more than 1.7 to manufacture polarising beamsplitters with few power transfer cycles, i.e. long spectral period. Splitting ratios of polarising beamsplitters with the aspect ratio of 1.1 and 1.8 are 17.6 dB and -12.7 dB for x-polarised light and -16.1 dB and 11.7 dB for y-polarised light, respectively. Their losses are less than 0.6 dB and 0.3 dB.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

This work was partially supported by Nippon Mining Co., Ltd. The authors would like to thank H.Tanaka of Mitsubishi Cable Industries Ltd. for providing the single-mode fibres.

#### REFERENCES

- [1] M.S.Yataki, D.N.Payne and M.P.Varnham, "All-fibre wavelength filters using concatenated fused-taper couplers," *Electron. Lett.*, vol.21, no.6, pp.248-249, March 1985.
- [2] M.S.Yataki, D.N.Payne and M.P.Varnham, "All-fibre polarising beamsplitter," *Electron. Lett.*, vol.21, no.6, pp.249-251, March 1985.
- [3] T.Bricheno and V.Baker, "All-fibre polarisation splitter/combiner," *Electron. Lett.*, vol.21, no.6, pp.251-252, March 1985.
- [4] F.P.Payne, C.D.Hussey and M.S.Yataki, "Polarisation in fused single mode fibre couplers," *IOOC-ECOC'85 Technical Digest*, vol.I, pp.571-574, October 1985.
- [5] J.D.Love and M.Hall, "Polarisation modulation in long couplers," *Electron. Lett.*, vol.21, no.12, pp.519-521, June 1985.
- [6] F.P.Payne, C.D.Hussey and M.S.Yataki, "Polarisation analysis of strongly fused and weakly fused tapered couplers," *Electron. Lett.*, vol.21, no.13, pp.561-563, June 1985.
- [7] A.W.Snyder, "Polarising beamsplitter from fused-taper couplers," *Electron. Lett.*, vol.21, no.14, pp.623-625, July 1985.
- [8] A.W.Snyder and Xue-Heng Zheng, "Fused couplers of arbitrary cross-section," *Electron. Lett.*, vol.21, no.23, pp.1079-1080, November 1985.
- [9] Xue-Heng Zheng, "Finite-element analysis for fused couplers," *Electron. Lett.*, vol.22, no.15, pp.804-805, July 1986.

- [10] A.G.Bulushev, Yu.V.Gurov, E.M.Dianov, O.G.Okhotnikov, A.M.Prokhorov and B.P.Shurukhin, "Wavelength- and polarization-selective fused single-mode couplers," *Opt. Lett.*, vol.13, no.3, pp.230-232, March 1988.
- [11] F.Bilodeau, K.O.Hill, S.Faucher and D.C.Johnson, "Low-loss highly overcoupled fused couplers: fabrication and sensitivity to external pressure," *J. Lightwave Technol.*, vol.6, no.10, pp.1476-1482, October 1988.

輻射科学研究会資料

(RS91-3)

相互に結合した抵抗装荷  
ダイポールアンテナの  
過渡応答

高木 徹\* 小南昌信\* 沢 新之輔\* 菊田 隆\*\*

(\*大阪府立大学工学部 \*\*大阪ガス(株)開発研究所)

平成3年5月10日

(於 中央電気倶楽部)

## I. まえがき

地表面近くに置かれたアンテナから地中にパルス波を発射し、埋設物による反射信号から地中の状態、埋設物の位置とその材質、形状等を調べる地中探査パルスレーダが最近盛んに研究されている<sup>(1)-(5)</sup>。このレーダシステムは、電磁波を放射し、その反射波から物標に関する情報を収集する電磁波センサーとしてのアンテナ系と、得られた情報から物体の像を再生する信号処理系よりなっている<sup>(3)</sup>。信号処理系に関する研究ではパルスエコー法や合成開口法について研究されている。しかし、地中探査パルスレーダはまだ実用的な段階には達しておらず、探査距離の増大、分解能の向上が望まれている。探知距離の増大、分解能の向上には、標的からの散乱も含めたアンテナ・導体系における電磁波の過渡特性を明らかにすることが重要である<sup>(5)</sup>。比較的簡単な構造の結合した2本のダイポールアンテナ間のパルス応答<sup>(6)</sup>や、無限長円柱導体の近傍に置かれたダイポールアンテナの過渡電磁界<sup>(5)</sup>については、既に検討されている。

本報告では、より実用的なパルスレーダシステムにおけるアンテナ系の過渡特性を明らかにすることを目的として、空気中に置かれた抵抗装荷クロスダイポールアンテナと有限長導体による散乱電磁界の過渡特性について検討している。

## II. 理論

ダイポールアンテナに単一のパルス波を加えた場合、素子上を流れる電流は、給電部と両端部の間で反射を繰り返し、アンテナから放射される電界はパルス列となる。放射波に対する標的からの反射波の時間経過から距離を測定するパルスレーダでは、このような素子上での多重反射（リングング）は、雑音となるため好ましくない。しかし、ダイポールの両アームの中央に適切な値の抵抗値を装荷することにより、この多重反射を抑えることができる<sup>(7)-(9)</sup>。そこで、本報告でも図1に示すように送受信ダイポール上に抵抗 $Z'_t$ 、 $Z'_r$ を装荷する。さらにこれら2本のダイポールを直角に配置<sup>(9)</sup>することによって送受信波の直接の結合を無くし、リングング特性の改善をはかっている。

図1における送受信ダイポールおよび標的導体の半径  $a_t$ 、 $a_r$ 、 $a_s$  は、それぞれの長さ  $L_t$ 、 $L_r$ 、 $L_s$  に比べて十分小さいものとし電流はそれぞれの軸方向にのみ流れているものとする。

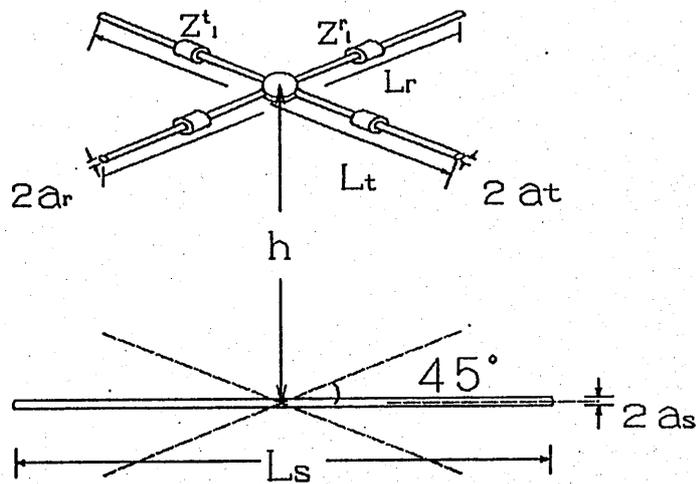


図1 アンテナの配置

これら3つの導体上の電流分布を、まとめて区分的正弦波モード関数  $J_n(\omega, r)$  の重ね合わせによって次のように表す。

$$J(\omega, r) = \sum_{n=1}^N I_n J_n(\omega, r) \quad (1)$$

ここで、 $\omega$  は角周波数、 $I_n$  は展開モードの未知係数、 $N$  はモードの総数である。モーメント法によると、展開係数  $I_n$  は次の代数方程式の解として与えられる<sup>(10)</sup>。

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

ただし、

$$V_m = \begin{cases} \tilde{V}_i(\omega) & (\text{送信アンテナ給電部}) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (3)$$

$$Z_{mn} = \iint_S \iint_{S'} J_m(\omega, r) \cdot \bar{K}(r, r') \cdot J_n(\omega, r) ds ds' + L_{mn} \quad (4)$$

である。なお  $L_{mn}$  は、送受信ダイポールの給電線インピーダンス  $Z'_o, Z^r_o$  および装架抵抗値  $Z^t_i, Z^r_i$  によって次のように表される。また、以下の記述において  $\sim$  はフーリエ変換された量を示すことにする。

$$L_{mn} = \begin{cases} Z^t_0 & (\text{送信アンテナ端子部}) \\ Z^t_1 & (\text{抵抗装荷部}) \\ Z^r_0 & (\text{受信アンテナ端子部}) \\ Z^r_1 & (\text{抵抗装荷部}) \\ 0 & (\text{上記以外のモード}) \end{cases} \quad (5)$$

また、式(4)中の  $\bar{K}(r, r')$  は次式で与えられる自由空間でのダイアディックグリーン関数である。

$$\begin{aligned} \bar{K}(r, r') &= (k^2 \bar{I} - \nabla \nabla') \frac{1}{j4\pi \epsilon_0 \omega} \cdot \frac{e^{jk|r-r'|}}{|r-r'|} \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、 $\bar{I}$  は単位ダイアディックである。電流の未知展開係数  $I_n$  は、式(2)を解くことによって次のように与えられる。

$$I_n = \sum_{m=1}^N Y_{nm} V_m \quad (7)$$

ただし、 $Y_{nm}$  は  $[Z_{mn}]$  の逆行列の要素である。

式(7)を用いると、パルス電源  $\tilde{V}_t(\omega)$  によって励振された送信アンテナの端子電流の周波数領域での特性は

$$\tilde{Y}_t(\omega) = Y_{mt, mt} \tilde{V}_t(\omega) \quad (8)$$

で与えられる。同様にまた受信アンテナの端子電圧については、

$$\tilde{V}_r(\omega) = Z^r_0 Y_{mr, mt} \tilde{V}_t(\omega) \quad (9)$$

で与えられる。ここで式(8), (9)中での添え字  $mt, mr$

は、送受信ダイポールの中央のモードに対応する番号である。

次に過渡特性，すなわち時間領域での特性を求めるために，フーリエ変換対を次のように定義する。

$$\tilde{V}_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V_s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (10)$$

$$V_s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{V}_s(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11)$$

これより，送信アンテナの端子電流および受信アンテナの端子電圧の過渡特性が次式によって求まる。

$$I_t(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{mt,mt} \tilde{V}_t(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (12)$$

$$V_r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_{r_0} Y_{mr,mt} \tilde{V}_t(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (13)$$

図1の導体系における近傍界は，式(6)のダイアディックグリーン関数を持ちいて次のように表される。

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\omega) &= \sum_{n=1}^N \iint_{S'} \bar{K}(r, r') \cdot J_n(\omega, r') ds' \quad (14) \end{aligned}$$

さらに，近傍界の過渡特性は，上式をフーリエ変換することにより

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (15)$$

によって求めることができる。

### III. 数値計算結果

以下の計算において，送信アンテナに印加するパルスは図 2 (a) に示すように幅  $t_0 = 2$  (nsec) で半周期の正弦波関数

$$V_i(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0, t_0 < t) \\ V_0 \sin(\pi t / t_0) & (0 \leq t \leq t_0) \end{cases} \quad (16)$$

とする．式 (10) より上式のフーリエ変換を求めると図 2 (b) となる．したがって入力パルスの周波数スペクトルは，直流成分から 1 GHz 付近まで広がっていることが分かる．

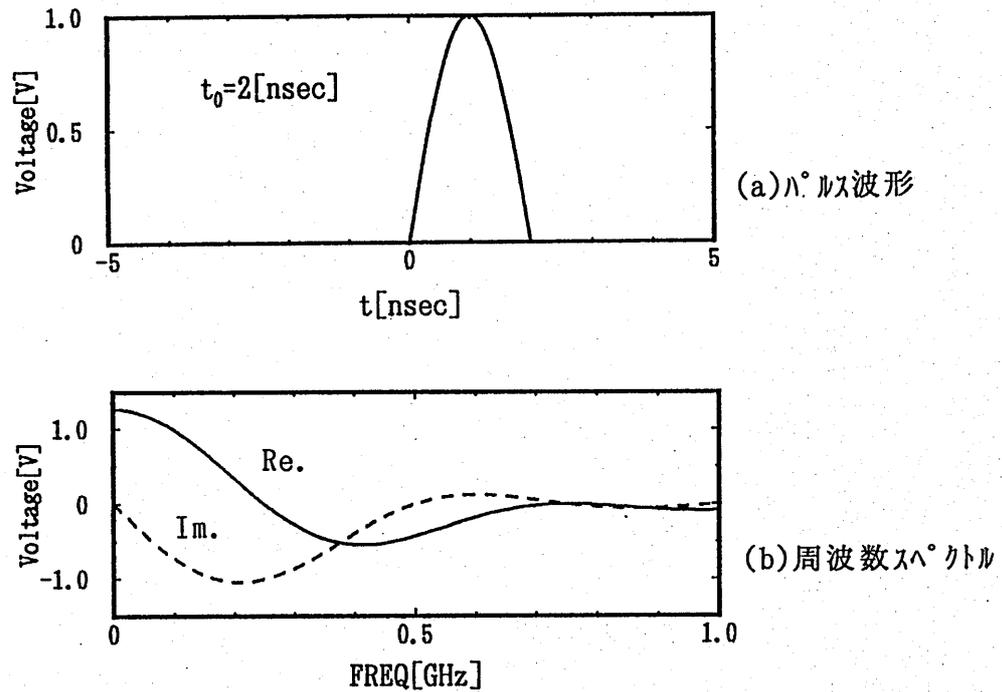


図 2 入力パルス電圧

まず、受信アンテナと標的導体を取り除き、長さ  $L_t = 0.6$  m、半径  $a_t = 0.001$  mで抵抗を装荷しない送信アンテナに、上記のパルス波を加えた場合、給電端子を流れる電流の過渡特性を図3に破線で示す。横軸は光速  $c$ と時間  $t$ をかけた値  $ct$  としている。これより、給電部と両端部の間で生じる多重反射によって、電流は  $ct = 0.6$  m間隔のパルス列となることがわかる。いま第1パルス（印加パルス）の面積  $S_0$  に対する第2パルス以下の反射波の面積の和を  $S$  として、これらの面積比（リングング係数）

$$F = S/S_0 \quad (17)$$

を求めると、これはリングングの程度を表すことになる。送信アンテナについて、装荷抵抗  $Z'_t$  に対するこの面積比を示したのが図4である。この値は、 $Z'_t = 615 \Omega$  において最小値をとることがわかる。この値の抵抗を装荷した場合の端子電流の過渡特性を図3に実線で示す。これより、抵抗値を適当に選ぶとリングング特性は、著しく改善できることがわかる。なお、送受信アンテナにおける相反定理より、受信アンテナについても同じ抵抗値でリングングの最小化が可能であると考えられる。

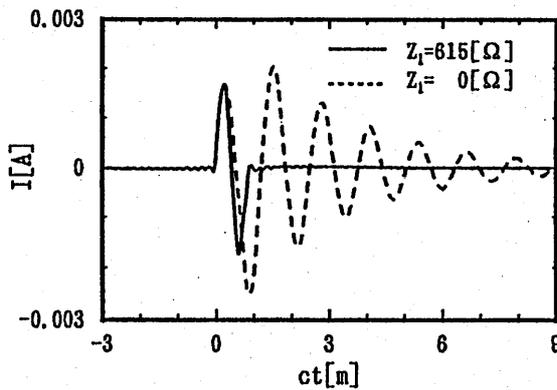


図3 電流分布の過渡特性

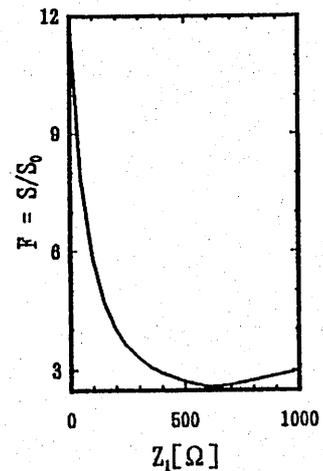


図4 装荷抵抗に対する  
リングング係数の変化

図1において送受信アンテナを同一寸法 ( $L_t = L_r = 0.6$  m,  $a_t = a_r = 0.001$  m), 同一抵抗値 ( $Z'_t = Z'_r = 615 \Omega$ ) として, アンテナから  $h = 0.5$  mの位置に標的物体 ( $L_s = 3$  m,  $a_s = 0.005$  m) おいた場合の過渡特性を図5 (a) に示す. この図より, 受信電圧  $V_r$  の過渡特性は, 標的導体からの直接の反射波①の他に, 導体の端部からの反射波②③が生じていることがわかる. パルスレーダにおいては①は標的までの距離を, ②③は標的の長さに関する情報を含んでいる. 標的導体の長さ  $L_s$  が長くなれば, ①に対する②③の位置は遠ざかる. ここでは, 標的導体としてガス管, 水道管等十分長いものを想定し, 距離測定のみを取り扱うことにすれば, 端部からの反射が少ない抵抗装荷ダイポールを用いても差し支えないと考えられる. この場合の結果を, 図5 (b) に示す. 図5 (a) (b) の比較より, 過渡特性の立ち上がり点の特徴は全く変わらないことがわかる. そこで, 以下の計算においてはこのモデルを用いることにする.

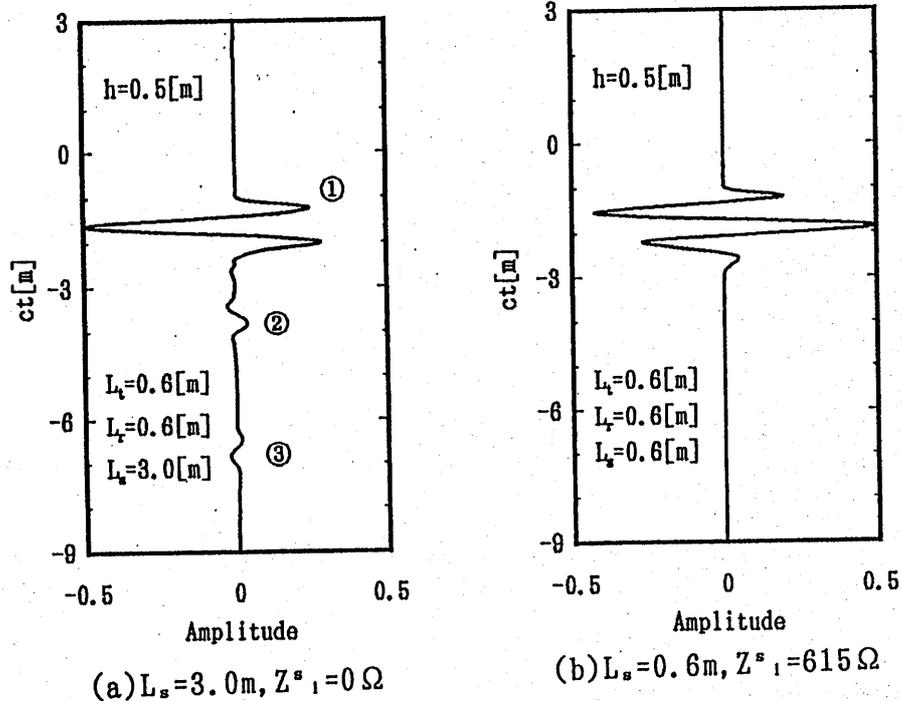


図5 標的導体のモデル化

地中探査レーダにおいては、標的の上部を一定間隔でパルス波を放射しながらアンテナを移動させた場合、反射波の立ち上がり点は双曲線を描き、その頂点が標的の位置を与えることが実験的に知られている<sup>(11)</sup>。そこで、このような距離測定法を想定して3つの位置 (a)  $h = 0.5 \text{ m}$ , (b)  $h = 1 \text{ m}$ , (c)  $h = 1.5 \text{ m}$  について受信電圧の過渡応答を計算し、その結果を図6に示す。ここで、標的導体はクロスダイポールに対して  $45^\circ$  の角度をもつものとする。各場合とも計算より得られた放物線の頂点は上記の位置に一致しており、本計算結果の有効性を確認することが出来る。

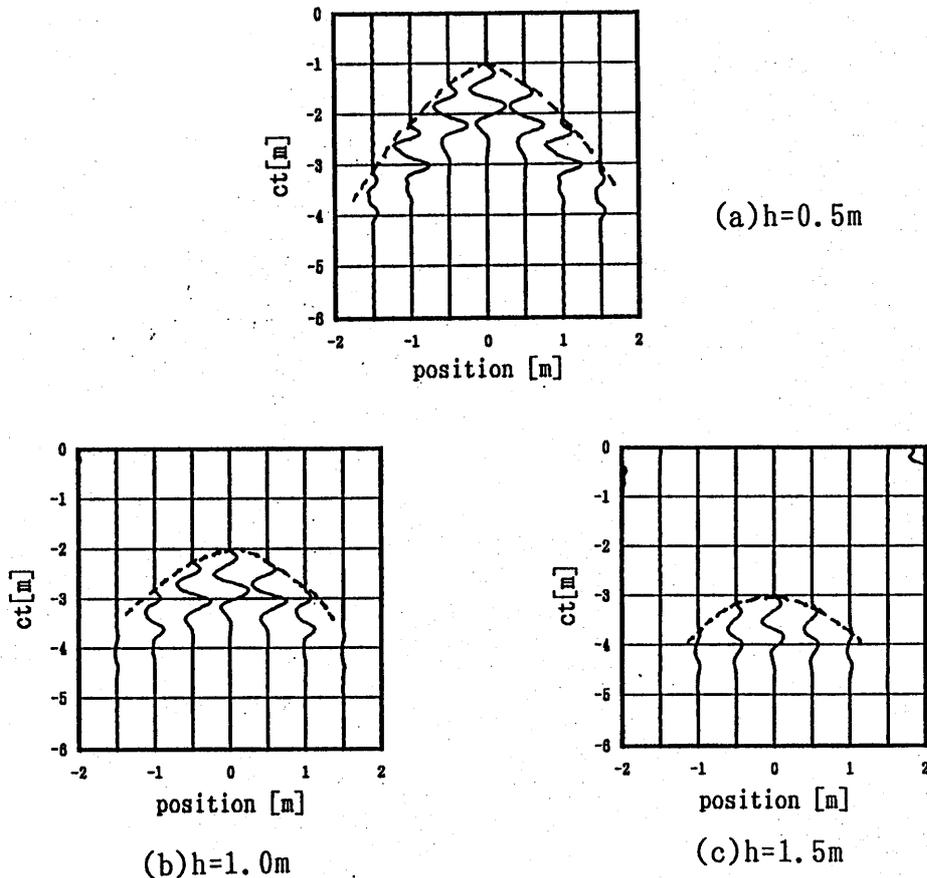


図6 距離測定

最後に、アンテナ・標的導体系における電界分布について検討する。図7は(a)送信用アンテナおよび(b)受信用アンテナを含む2つの面で、周波数250MHzにおける電界の等強度の点を示したものである。なお信号レベルは送信アンテナから0.01m離れた点での電界値を基準にdB単位で表示している。同図(a)より、電界は抵抗装荷ダイポールの給電部と両端部付近から強く放射され、ダイポールから離れるにしたがって一つの波面を形成して伝わってゆく様子がわかる。また同図(b)より、標的から再放射(散乱)された電界が受信ダイポールに達している様子がわかる。

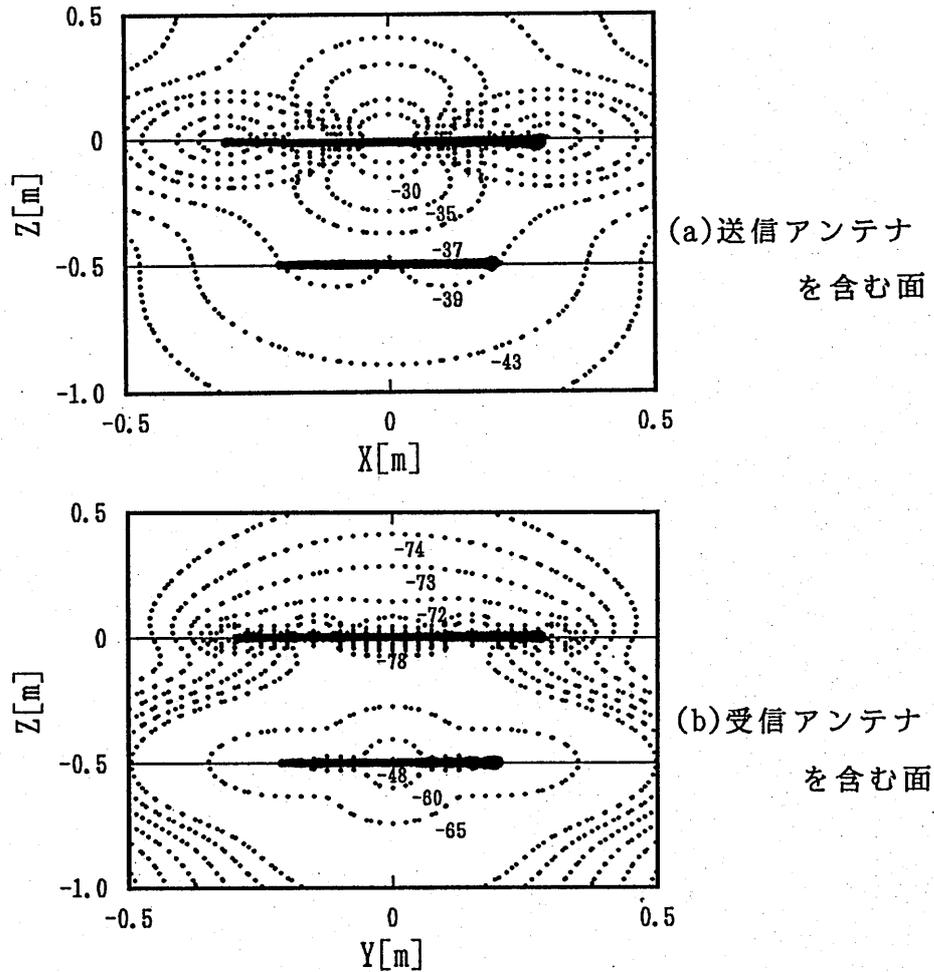


図7 近傍界分布

#### IV. むすび

パルスレーダ用アンテナの基礎的検討を目的として、自由空間中に置かれた抵抗装荷形クロスダイポールアンテナと標的導体間での過渡応答を、モーメント法とフーリエ変換を用いて厳密に解析した。

まず数値計算により、ダイポールアンテナの両アーム上に抵抗を装荷してその値を適当に選べば、リング特性を大幅に改善できることを示した。また、十分長い標的導体は、抵抗装荷ダイポールでモデル化できることを示した。この結果に基づき、抵抗装荷クロスダイポールを用いたパルスレーダにおける距離測定、および送受信ダイポールと標的導体系における近傍界分布について検討した。

実用的な地中探査レーダを想定した半無限損失性誘電体基板上のアンテナの過渡応答の解析や、近接標的に対する分解能の改善、測定距離の拡大のためにアンテナのアレイ化に対する検討等が今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] 鈴木務：“電波による地中・水中の探査”，計測と制御，20, 8, pp. 24-34 (昭和56-08)
- [2] 荒井，鈴木：“地中レーダシステム”，信学論(B)，J66-B, 6, pp. 713-720, (昭和58-06).
- [3] 大隅，鹿子嶋，上野：“近傍媒質によるアンテナの特性変化に関する検討”，信学技報，AP83-31

- [4] 大隅, 上野: "パルスレーダホログラフィによる地下埋設物の画像化", 信学技報, AP84-22
- [5] 鈴木, 宇野, 安達, 益子: "無限長円柱導体近傍に置かれたダイポールアンテナによる過渡電磁界", 信学論(c1), vol. 72-c-1, no. 11, pp. 761-767, (平成元-11).
- [6] M. Sato, M. Iguchi and R. Sato: "Transient Response of Coupled Linear Dipole Antennas", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-32, no. 2, pp. 133-140, Feb. 1984.
- [7] 高木, 小南, 菊田: "抵抗を装荷したダイポールアンテナの過渡応答", 1990信学秋季全大, B-15
- [8] 高木, 小南, 菊田: "地中探査レーダ用抵抗装荷ダイポールアンテナ", 平2関西連大, G7-12
- [9] D.J. Daniels, D.J. Gunton, H.F. Scott: "Introduction to Subsurface rader", IEE Proc. F, Commun., Rader & Signal Process., 1988, 135, pp. 278-320
- [10] R. F. Harrington, Field Computation by Moment Methods. Macmillan, 1968, Chap. 6
- [11] I. Sugimoto, T. Kikuta, M. Kominami: "Rader System of Underground Objects", Proc. ISAP, vol2, pp. 473-476, 1989

## エバネセント波を用いた走査型光顕微鏡

高橋 信行、渡部 一雄、古賀 正、北野 正雄、小倉 久直

(京都大学 工学部)

1991年7月15日

於 京都大学 工学部

## 1 はじめに

近年、微細加工の技術が進展し、サブミクロンあるいはナノメータ領域において人工的な構造を作成することが可能になってきている。これに伴ないメゾスコピック系の現象を利用したデバイス等が種々提案され、実用化を目指して研究が進められている。このような微細領域においては、電子線、X線などの短波長線源がプローブとして有用だと思われてきた。しかし、エバネセント波を用いた走査型顕微鏡を用いれば可視光によっても波長以下の分解能で測定が可能になる。従って、従来型のプローブでは得られない情報を可視化できることになる。また、可視光が他の線源に比べて試料に与える影響が小さいことを活かして、外界の影響を受け易くかつ微細な構造、機能を持つ生体系を活動状態で観測、操作することが期待できる。

## 2 原理

エバネセント波を用いた走査型顕微鏡は走査型トンネル顕微鏡 (STM)[1] の光学版である。STM は試料表面とプローブに流れるトンネル電流を用いて試料表面の形状を測定するのに対し、走査型顕微鏡は試料表面で光を全反射させて発生させたエバネセント波の強度を測定することで試料表面の形状を計測する [2]。STM の場合のトンネル電流、走査型顕微鏡のエバネセント波もその強度は試料表面からプローブまでの距離に対して指数関数的に減少する。従って、どちらの場合も測定した電流、エバネセント波の強度を一定に保つようにプローブを上下させながら試料表面を走査させることで、試料の表面形状が測定できる。この原理図を図 1 に示す。光学顕微鏡の分解能は回折限界により制限されて光の波長程度にな

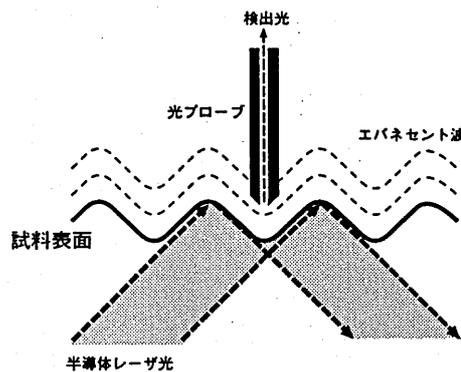


図 1: 走査型顕微鏡の原理図

る。しかし、走査型顕微鏡では光を用いているにも拘わらずその波長以下の分解能で試料を観測することが可能である。すなわち、走査型顕微鏡ではエバネセント波を光プローブで検出するため水平方向の分解能はプローブの先端を光の波長以下に加工することで、回折限界を越えて光の波長以下の分解能を得ることが可能となる。また、垂直方向の分解能はエバネセント波の垂直波数で決定される。

## 3 装置

図 2 に走査型顕微鏡システムのブロック図を示す。エバネセント波の発生ための光源としては出力が大きく、出力偏光面や出力の時間的変動が少なく、小型のものが望ましい。本システムでは、光源として波長 780 nm の半導体レーザー光を用いた。試料はプリズム表面に置き、半導体レーザー光をプリズムに全反射角で入力し、プリズム表面で試料の形状に応じたエバネセント波を発生させて、試料形状を走査する。

本システムではロックインアンプによる同期検波を用いてエバネセント波の測定感度の向上を図っている。そのため、半導体レーザーは 500 Hz (変更可能) のパルス電流で駆動した。さらに、出力パルス光

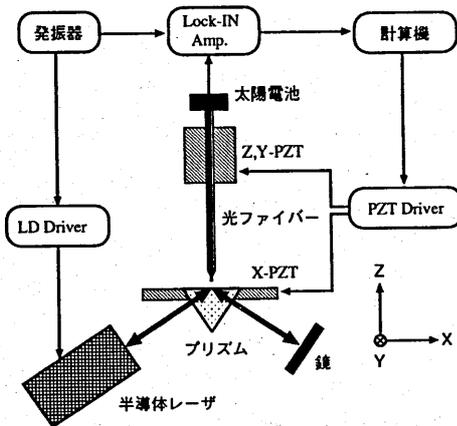


図 2: 走査型顕微鏡システムのブロック図

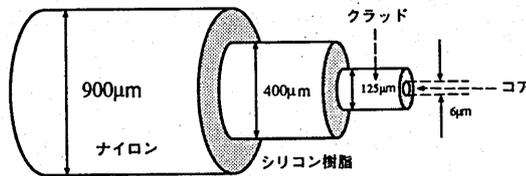


図 3: シングルモード用光ファイバー

をモニターして駆動系にフィードバックし、出力パルス光の振幅がデューティ比に無関係に一定になるようにコントロールしている。

一方、エバネセント波を検出する光プローブは図 3 に示すシングルモード光ファイバーを 50% のフッ化水素水 (HF) を用いたケミカルエッチングに依って先端を尖らせて製作した。製作した光プローブの電子顕微鏡写真を図 4 に示す。図に示すようにプローブ先端は波長レベル ( $0.8 \mu\text{m}$ ) 以下となっており、比較的容易に行なえるケミカルエッチングによっても波長レベル以下の分解能が得られる光プローブが製作できる。さらに、高精度な作製法により水平分解能の高い光プローブを製作することは可能である。

光プローブで検出したエバネセント波は太陽電池を用いて電気信号に変換し、半導体レーザー光を変調した信号を用いてロックインアンプで同期検波を行なう。得られたエバネセント波の強度は、 GPIB バスを介して計算機に取り込む。

試料の走査に関しては、従来の STM などと同様な方法を用いた。ただし、本システムでは上下 ( $z$ ) 方向及び  $y$  方向の走査に関しては光プローブを PZT で駆動し、 $x$  方向に関してはプリズムを PZT で駆動した。以上の 3 軸の PZT による走査は D/A 変換器を用いて計算機により制御した。

## 4 実験

現在はまだ、走査型顕微鏡の製作のための予備実験を行なっている段階なので、その結果を報告する [3, 4]。

### 4.1 エバネセント波の検出

プリズム上に試料を置かず、図 5 に示した角度でレーザー光を入射した場合に観測出来たエバネセント波の強度と  $z$  軸 PZT の印加電圧の関係を図 6 に示す。この場合のロックインアンプによる同期検波の測定時定数は  $300 \text{ msec}$  である。 $z$  軸方向の走査は、 $z$  軸の PZT に  $0.1 \text{ V/sec}$  の変化率で  $0 \text{ V}$  から  $35 \text{ V}$  まで電圧を増加させ、その直後逆に  $0 \text{ V}$  まで同じ割合で電圧を減少させて測定を行なった。 $z$  軸方向の駆動を行な

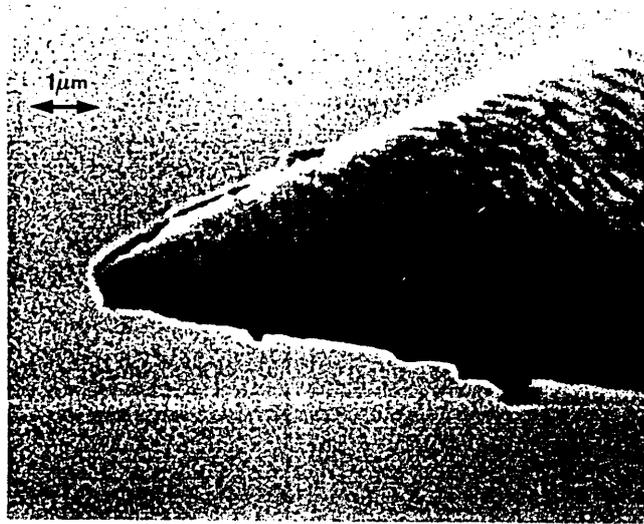


図 4: 光プローブの電子顕微鏡写真

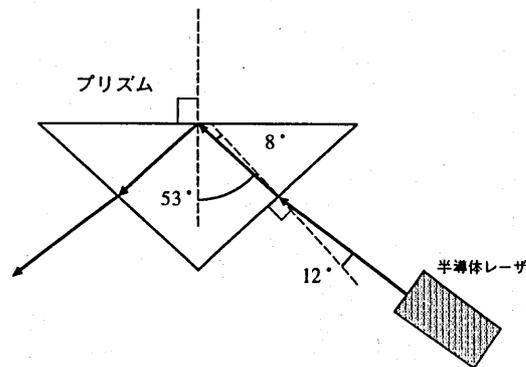


図 5: レーザー光のプリズムへの入射

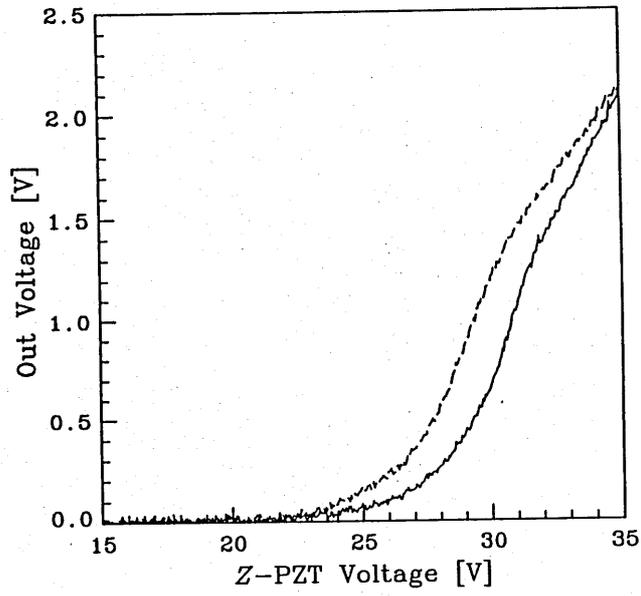


図 6: z軸の PZT の印加電圧とエバネセント波の強度の関係 I

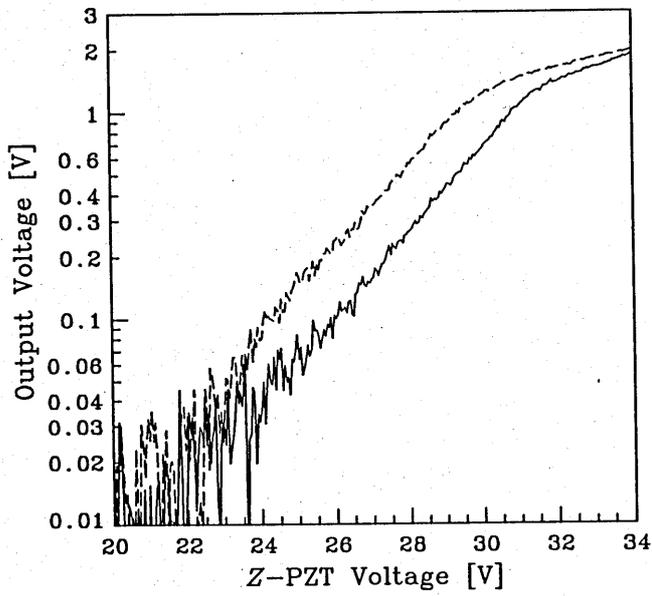


図 7: z軸の PZT の印加電圧とエバネセント波の強度の関係 II (片対数表示)

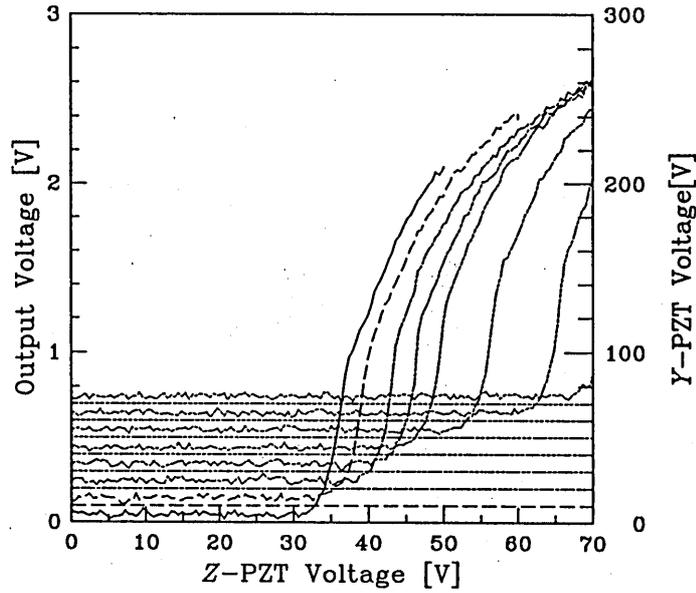


図 8:  $y$ 軸、 $z$ 軸 PZT の印加電圧とエバネセント波の強度の関係 (印加電圧増加過程)

う PZT は、印加電圧 100 V で約  $5 \mu\text{m}$  変位する。また、図中の実線は光プローブをプリズム表面に近付ける過程 (PZT の印加電圧増加過程) の結果であり、破線は逆にプリズム表面から光プローブを遠ざける過程 (PZT の印加電圧減少過程) の測定結果である。両過程でエバネセント波の強度が急激に増加する電圧が異なるのは、PZT にヒステリシスが存在するためである。さらに、両曲線とも太陽電池の測定電圧が 1.3 V に達する辺りから曲線の傾きが衰え始める。これは、この近傍で光プローブの先端がプリズム表面に接触したためと思われる。従って、エバネセント波の  $z$  方向の観測範囲は PZT の印加電圧にして約 8 V、光プローブの変位量にして約 400 nm である。この距離は使用したレーザー光の波長 780 nm の半分程度であり、走査型光顕微鏡の垂直分解能が十分、光の波長以下となることを示している。次に同じ結果を片対数グラフにプロットしたものを図 7 に示す。この図では、先に述べた曲線の傾きの変化がより明確である。

エバネセント波の強度は試料表面からの距離に対して指数関数的に減衰し、その減衰定数  $a$  は  $z$  軸方向の波数  $k_z$  に比例する [3, 4]:

$$a = 2|k_z| = 2n_1 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\sin^2 \theta_1 - \sin^2 \theta_c} \quad (1)$$

ただし、 $n_1$  はガラスの屈折率、 $\lambda$  はレーザーの波長、 $\theta_1$  は入射角、 $\theta_c$  は臨界角を表す。図 7 の実験条件:  $n_1 = 1.5$ ,  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ,  $\theta_1 = 53^\circ$ ,  $\theta_c = 41.8^\circ$  を上式に適用すれば、 $a = 1.05 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  となる。一方、図 7 のデータに最小自乗法を適用して求めた曲線の傾きは、PZT への印加電圧増加、減少過程を平均して  $a = 0.9 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  となる。但し、PZT の印加電圧を 1 V = 50 nm で換算した。これら理論計算値と測定値の差は 10% 程度であり、両者は良く一致してると考えられる。従って、光プローブで検出している光がエバネセント波であることが確かめられた。

#### 4.2 水平走査 ( $y$ 軸方向)

エバネセント波の検出と同様の実験系で、光プローブを  $y$  軸方向に走査しながら、垂直方向にもプローブの走査を行なってエバネセント波の強度を測定した結果を図 8, 9 に示す。図 8 は印加電圧増加過程、図 9 は印加電圧減少過程の結果である。この 2 つの図では、 $y$  軸 PZT への印加電圧に比例してグラフの  $x$  軸を移動させて表示した。

測定は、同期検波の測定時定数 300 msec、 $y$  軸 PZT への印加電圧を 0 V、 $z$  軸 PZT は 1 V/sec の変化率で 0 V から 70 V まで電圧を増加させ、その後 0 V まで同じ割合で電圧を減少させて行なった。同様の測

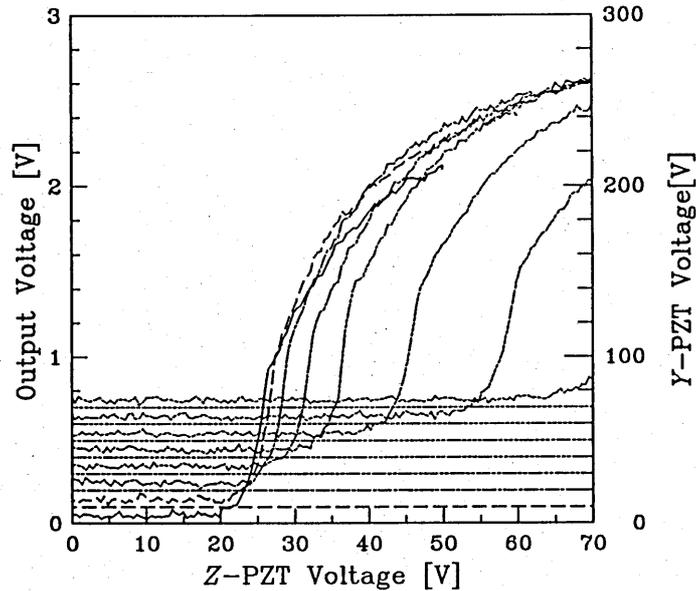


図 9:  $y$ 軸、 $z$ 軸 PZT の印加電圧とエバネセント波の強度の関係 (印加電圧減少過程)

定を手動で  $y$  軸 PZT への印加電圧を手動で 0 ~ 70 V まで 10 V 刻みで増加させながら各々の位置で行なった。但し、 $y$  軸 PZT は 100 V で約 10 mm 移動する。

印加電圧増加、減少過程ともに  $y$  軸 PZT への印加電圧が増加するに従い、エバネセント波が検出し始める  $z$  軸 PZT の印加電圧が増加している。これは光プローブが  $y$  軸方向の移動に従い、プリズム表面から離れていることを表している。すなわち、プローブの移動方向がプリズム表面に対して傾いていることを表している。これを確認するために、エバネセント波が検出できるまで手動で  $z$  軸 PZT に電圧を印加し、 $y$  軸 PZT の印加電圧を 1 V/sec の変化率で 0 V から 20 V まで増加させ、その後 0 V まで同じ割合で電圧を減少させて測定を行なった結果を図 10 に示す。 $z$  軸走査の場合と同様に、電圧の増加、減少に対して検出されるエバネセント波の強度は変化し、かつ PZT のヒステリシスを考慮すれば、 $y$  軸 PZT の印加電圧に対して検出されるエバネセント波の強度は再現性がある。すなわち、プローブの移動方向に対してプリズム表面が傾いていることをこのグラフが示している。次に、曲線の傾きがほぼ一定の部分を用いて、さきと同様にエバネセント波の減衰定数を計算すると  $\alpha = 4.2 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$  となる。これを傾きに直すと  $2.7^\circ$  であり、プリズム表面が  $y$  軸の正方向に対して  $-2.7^\circ$  傾いていると考えられる。

#### 4.3 水平走査 ( $x$ 軸方向) による定在波の測定

次にプリズムから出てくる光を鏡を用いて同じ方向に戻し、プリズム表面に定在波を発生させ、図 11 に示すような  $y$  軸方向に一樣で  $x$  軸方向に周期性のあるエバネセント波の観測を行なった。光プローブの  $z$  軸、 $y$  軸方向の位置は固定して、 $x$  軸方向のみを走査して測定したエバネセント波の強度と  $x$  軸 PZT の印加電圧の関係を図 12 に示す。実験の条件は先の  $y$  軸走査の場合と同様であるが、PZT の変位速度は  $1.2 \mu\text{m}/\text{sec}$ 、変位量は 0 ~  $12 \mu\text{m}$  までの増加方向のみとした。但し、 $x$  軸の走査に関してはプリズム自体を PZT により移動させた。

$x$  軸の変位に対してエバネセント波の強度が増加しているのは、 $y$  軸走査の場合と同様にプリズム表面が光プローブに対して傾いているためと考えられる。また、この場合に発生するエバネセント波の周期は  $0.33 \mu\text{m}$  であるが、グラフには顕著な周期性は見られない。従って、現在のシステムでは  $0.33 \mu\text{m}$  程度の周期構造は観測出来ないものと思われる。この原因は、図 4 に示した光プローブの先端が  $0.33 \mu\text{m}$  程度の周期構造を検出できる程度には十分細く加工で出来ていなかったためと考えられる。

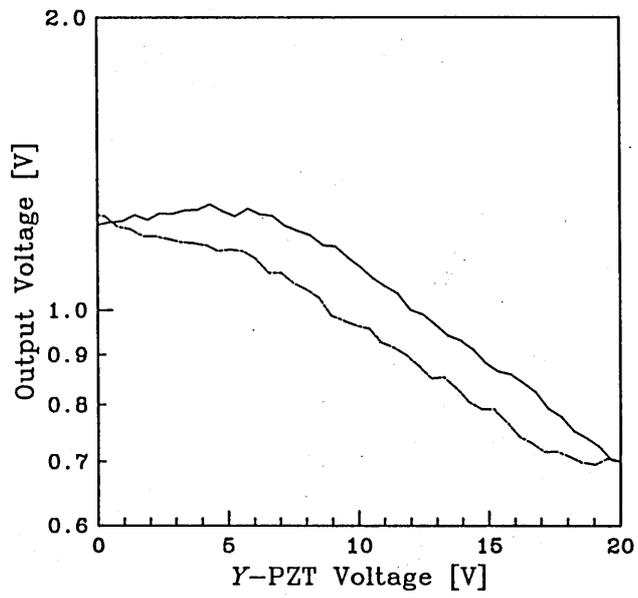


図 10:  $y$ 軸 PZT の印加電圧とエバネセント波の強度の関係

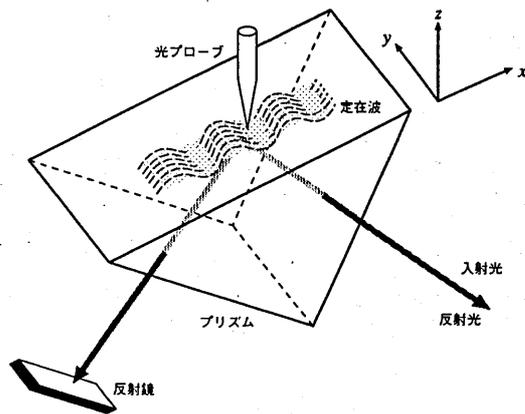


図 11: 定在波の観測

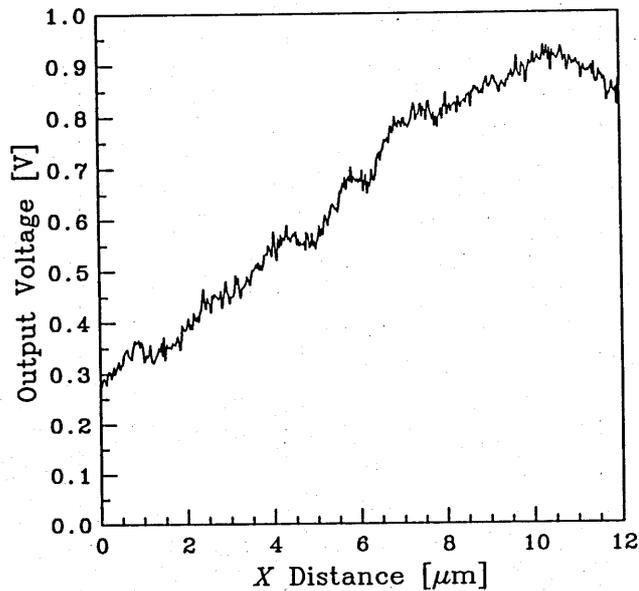


図 12:  $x$  軸 PZT の変位量とエバネセント波の強度の関係

## 5 まとめ

本研究では、走査型顕微鏡の製作のための予備実験として先端が光の波長以下の光プローブの製作を行ない、これを用いてエバネセント波が検出できることを示した。また、 $x$  軸、 $y$  軸方向の水平走査を行ないプリズム表面の傾きが計れることを示した。しかし、定在波による  $0.33 \mu\text{m}$  程度の周期構造は検出できなかった。

今後の課題としては、より高度な作製法を用いてより先端が鋭い光プローブを作製し、波長以下の構造物が測定可能な走査型顕微鏡を完成する。

## 参考文献

- [1] H. Rohrer, G. Binnig, *Mod. Phys.*, 59 615 (1987).
- [2] 古賀 正, 北野 正雄, 高橋 信行, 小倉 久直, “エバネセント波を用いた走査型顕微鏡”, 1990 年秋物理学会予稿集, 2a-M-3, 374
- [3] 古賀 正, 京都大学 特別研究報告書, (1990).
- [4] 渡部 一雄, 京都大学 特別研究報告書, (1991).

輻射科学研究会資料

RS91-5

F-P形光変調器を用いた  
10.6  $\mu\text{m}$ 帯周波数変換

松島朋史 末田 正  
(大阪大学 基礎工学部)

1991年7月15日  
(於 京都大学 工学部)

F-P形光変調器を用いた  
10.6  $\mu\text{m}$ 帯周波数変換

Frequency Conversion at 10.6  $\mu\text{m}$   
by Fabry-Perot Type Light Modulator

松島朋史 未田 正

大阪大学基礎工学部

Faculty of Engineering Science,  
Osaka University

1. まえがき

炭酸ガスレーザーは高効率、高出力であるため、広範囲な応用が考えられるが、用途によっては、レーザー光の周波数（波長）を精度よく、広範囲にわたって可変できる周波数可変レーザーもしくは周波数変換器がしばしば要求される。レーザー光の周波数を変える（周波数変換）方法の一つとしては、レーザー光を変調して、側波帯を発生させ、その成分の一つをファブリペローエタロン等によって取り出すことが考えられる。この方法の利点としては、変調周波数を変化させるだけで容易にレーザー光の周波数を微細に、精度よく可変できることが挙げられる。この場合、変調には、高い周波数変調を可能にすることから電気光学効果を利用するのが妥当である。一方問題点としては、広い周波数可変範囲と大きな周波数変換出力

を得るには、広帯域で高効率な変調器が要求されることである。しかし、電気光学効果を用いる場合、同じ変調を得るための変調電圧は波長に比例するため、炭酸ガスレーザー光のような長波長帯において、大きな側波帯成分を発生させ、その結果、十分な周波数変換出力を得るには非常に大きな変調電圧が必要となる。この為、可視光における方法をそのまま利用するのは実際的ではなく、何らかの工夫が必要となる。そこで、 $10.6\ \mu\text{m}$ 帯における電気光学効果を利用した周波数変換器として、低い変調電圧で高効率変調が可能なF-P形光変調器を用いることを考える。しかし、一般にF-P形変調器で変調を行う場合、入力側及び出力側にもほぼ同等の側波帯成分が出射される。従って、出力側のみの側波帯成分を周波数変換出力として用いる場合は、通常2枚のミラーで構成されるF-P形光変調器では生成される側波帯成分を有効に利用されていないことになる。そこで、F-P形変調器の入力側または出力側ミラーに、入射光と側波帯成分の周波数に対して反射率の違いをもたせ、変調器内で生成された側波帯成分の大部分を出力側に出射させることにより、側波帯成分の利用効率の向上が計られると考えられる<sup>1)</sup>。ここでは、周波数によって反射率の違いをもたせるものに2枚のミラーで構成された複合ミラーを想定している。この場合、合計3枚のミラーでF-P形光変調器が構成されるため、この方式を3ミラーF-P形光変調器と呼ぶことにする。

本文は、まず、電気光学結晶としてCdTeを用いた通常の2枚のミラーで構成されたF-P形光変調器による炭酸ガスレーザー光の変調実験および検討結果について述べる。次に、3ミラーF-P形光変調器の動作解析を行った結果について述べる。さらに、通常のF-P形変調器に用いられている位相変調素子の代わりにSSB変調素子を用いた2ミラーおよび3ミラーF-P形光変調器の動作解析を行った結果について述べる。

## 2. F-P形光変調器

### 2-1 構成と原理

図2-1-1に示すように、F-P光変調器はF-P干渉形内部に光位相変調素子を挿入して構成される。

参考文献(3)より、図2-1-1に示すミラー  $M_1, M_2$  の複素反射係数及び透過係数を  $\rho_1, \rho_2, \tau_1, \tau_2$ 、光波の片道の損失  $\delta$ 、変調周波数  $f$  とし、ミラー間隔を  $L$  とすれば、光強度の透過係数  $T$  は

$$T = \frac{T_{\max}}{1 + F \sin^2(\theta_0 + \Delta\theta \sin 2\pi ft)} \quad (2-1)$$

となる。ところで

$$T_{\max} = \frac{T_1 T_2 \exp(-2\delta)}{\{1 - \exp(-\Gamma)\}^2} \quad (2-2)$$

$$T_i = \tau_i \tau_i^* \quad (2-3)$$

$$|\rho_1 \rho_2 \exp(-2\delta)| = \exp(-\Gamma) \quad (2-4)$$

$$\theta_0 = \frac{2\pi \nu L}{c} - \frac{1}{2} \arg \rho_1 \rho_2 \quad (2-5)$$

$$F = \frac{4 \exp(-\Gamma)}{\{1 - \exp(-\Gamma)\}^2} \quad (2-6)$$

である。

また変調感度  $M = \frac{dT}{d\theta}$ 、 $f$  (フィネス) は

$$M = \frac{T_{\max} F \sin 2\theta_0}{(1 + F \sin^2 \theta)^2} \quad (2-7)$$

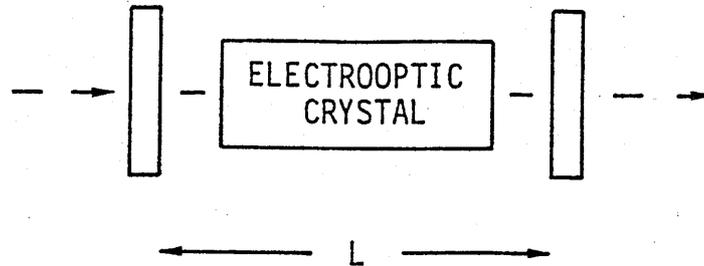


図2-1-1 F-P形光変調器の構成

$$f \text{ (フィネス)} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} \quad (2-8)$$

となる。

式(2-1)はF-P形光変調器の電力透過係数Tと移相量 $\theta$ の関係を示し、これを図示したのが図2-1-2である。図からもわかるように、光学バイアス $\theta_0$ を $n\pi$ の近傍にすれば、位相変調素子に変調電圧を印加するとその光学長が変化するが、多重反射を用いているので光学長のわずかな変化に対しても光透過強度が大きく変化し、強度変調が得られる。この場合、変調感度は式(2-7)のようになるが、これは光がこのF-P共振器を往復する間に変調信号の位相がずれないという仮定のもとであって、この位相のずれから変調器の帯域がきまる。この帯域については文献(3)に詳しく述べられているが、位相のずれが無いときの変調感度Mの値が1/2(-3dB)になる周波数を変調帯域 $\Delta f_c$ とすると

$$\Delta f_c \sim \frac{1}{f} \frac{c}{2L} \quad (2-9)$$

となる。

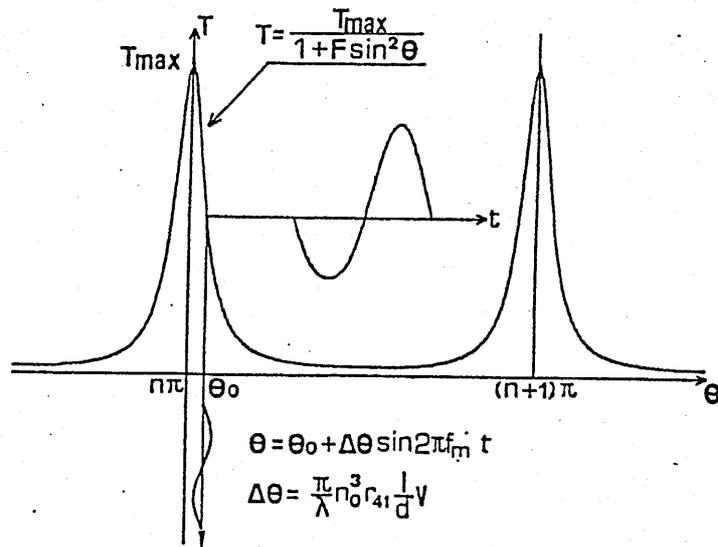


図 2-1-2 F-P 形光変調器の電力透過係数  $T$  と移相量  $\theta$  の関係

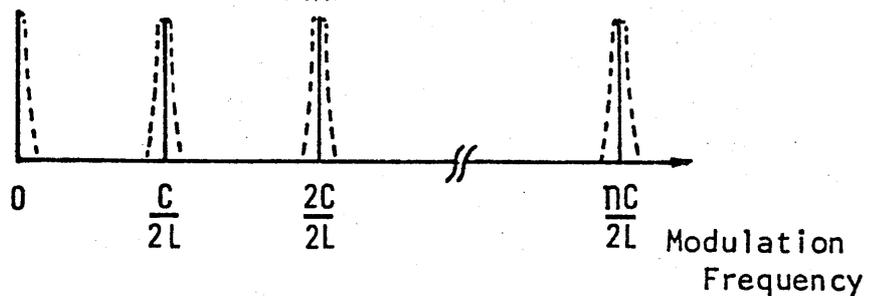


図 2-1-3 F-P 形光変調器の変調特性

10.6  $\mu\text{m}$  帯での電気光学結晶として、光の透過損失の少ない CdTe 結晶を用い、F-P 形光変調器を構成し、結晶両端面の AR コーティングによる反射損失、及び吸収損失を合わせて 1.6% とした場合、変調感度  $M$  ( $M = dT/d\theta$ ) は 12 となる。この値は通常の強度変調器構成法に比べて 12 倍となり、F-P 形変調器は高感度な変調器といえる。一方、高感度なのに反して、変調帯域幅は F-P 干渉計内の光の通過時間の増加によって減少する。しかし、図 2-1-3 に示すように光の多重反射を利用しているため、F-P 共振器の縦モード周波数間隔  $f$  の整数倍 ( $= nc/2L$ ,  $n$ : 整数,  $L$ : F-P 共振器長,  $c$ : 光速) 付近の周波数で高効率な変調を行

うことができる。この変調器を利用して周波数変換を行う場合、周波数変換出力は、図2-1-4に示すように、レーザーの出力光をF-P形光変調器で変調し、側波帯を発生させ、その成分の一つをF-Pエタロン等のフィルタで取り出すことにより得られる。

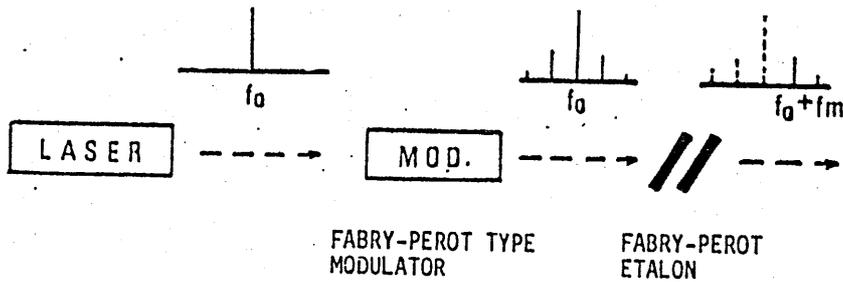


図2-1-4 F-P形光変調器を用いた周波数変換の構成

### 2-2 動作実験

炭酸ガスレーザー光をF-P形光変調器を用いて変調周波数460 MHz、及び1.47 GHzで変調を行い、被変調光のスペクトルを測定した。まず変調周波数460 MHzで行った実験結果について述べる。図2-2-1は実験装置(400 MHz帯)の構成を示す。

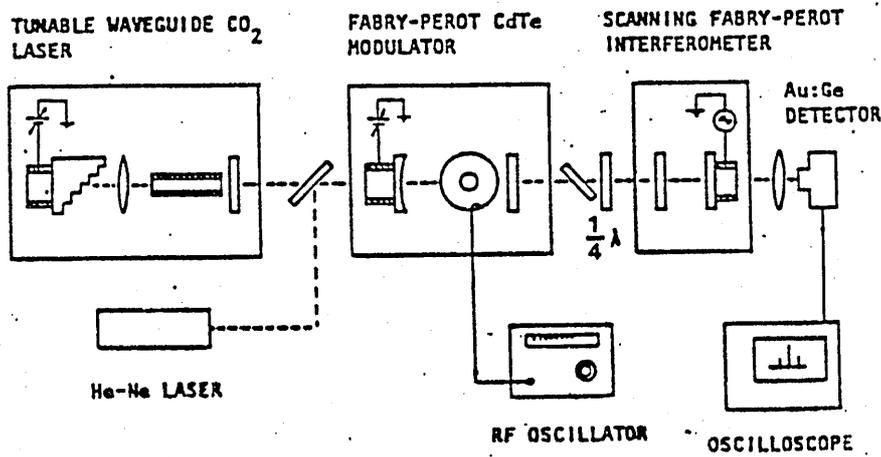


図2-2-1 実験装置の構成

F-P形変調器は曲率 50cm, 反射率 95% の ZnSe ミラーと反射率 97% の Ge 平面ミラー及び CdTe 結晶を挿入した半同軸形共振器で構成されている。図 2-2-2 は半同軸形共振器(400 MHz 帯)の構造を示す。

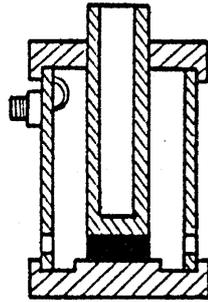


図 2-2-2 半同軸形共振器

図 2-2-3 CdTe 結晶

CdTe 結晶は図 2-2-3 に示すように  $[110]$   $[001]$ ,  $[110]$  方向に  $4 \times 4 \times 20$  mm, の大きさ,  $(110)$  面及び  $(\bar{1}\bar{1}0)$  面に電極が蒸着されている。またレーザー光の入射面および出力面となる  $(110)$ , 面には無反射コーティングが施されている。位相変調を行う場合は  $[110]$  軸から  $45$  度傾いた偏波を持つレーザー光を入射させる。ミラー  $M_1$  には光学バイアスを設定するため圧電素子を取り付けられている。ミラー  $M_1$  とミラー  $M_2$  の間隔は, F-P 共振器の縦モード周波数 (CdTe 結晶が挿入されている) が  $460$  MHz になるように  $29.4$  cm とされている。掃引形 F-P 干渉計は反射率が  $95\%$  及び  $98\%$  の ZnSe 平面ミラー  $M_3, M_4$  で構成されている。ミラー間隔は  $13.5$  cm (縦モード周波数  $1.1$  GHz) で分解能は約  $20$  MHz である。また, F-P 干渉計の反射光が F-P 形光変調器に戻らないように, それぞれの間には偏光板 (ZnSe 板) と  $\lambda/4$  板が挿入されている。掃引形 F-P 干渉計からの出力光を ZnSe レンズで集光し, AuGe 検波器に入射する。検出器からの出力をオシロスコープを用いて被変調光のスペクトルを観測する。

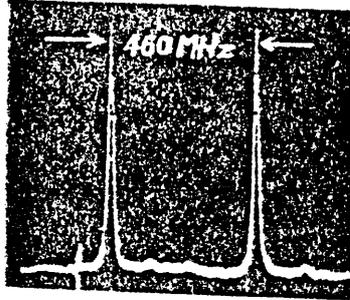


図 2-2-4 F-P 形光変調器の静特性

まず図 2-2-4 に示すように F-P 形光変調器の静特性を測定した。これよりフィネスは約 23 であった。次に変調電力に対する変調度を測定した。ここで変調度を片側の 1 次の側波帯成分の振幅と変調電力が供給されていないときの入射光の最大透過光強度の比と定義した。

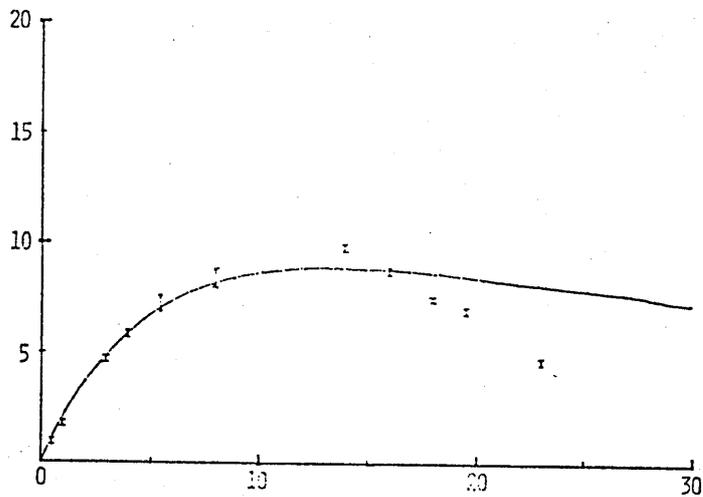


図 2-2-5 変調電力と変調度の関係

図2-2-5は被変調光のスペクトルから変調電力に対する変調度を示したものである。実線はフィネス28、光学バイアスが最適値のときでの計算値である。この図2-2-5より変調電力14 Wにおいて10%の変調度が得られることが分かるが、通常の横形変調器を構成して10%程度の変調度を得ようとするとき910 W程度の変調電力が必要となり、結晶に印加される電圧も4500 Vとなる。しかしながら、変調器への入力光に対する側波帯出力の比、すなわち変換効率を考えると上に述べたこととは少しこととなる。F-P形光変調器のフィネスより最大透過強度を求めると $T_{max}$ は0.12となった。従って定義した変調度10%は変換効率(入力光強度と側波帯成分の強度の比)では1.2%となる。この実験で用いた結晶で通常の横形変調器を構成し、この変換効率を得ようとするとき、100 W程度の変調電力が必要となる。また結晶に印加される変調電圧は1500 Vとなる。ミラーの反射係数、結晶の透過損失から得られる $T_{max}$ の計算値は0.45となり、これより変換効率は4.5%となる。この変換効率を通常の変調器で得られる場合の変調電力は400 Wとなる。また変調電圧は3000 Vとなる。これよりF-P形光変調器を用いることにより、変調電力は実験では1/7、計算値では1/65に減少される。

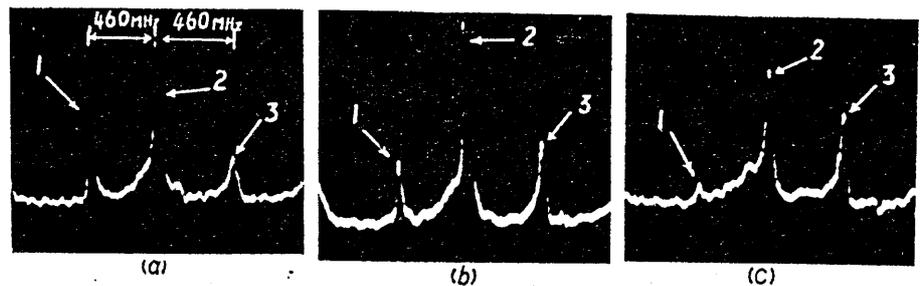


図2-2-6 光学バイアス $\theta_0$ を変化させた場合の被変調光のスペクトル

図2-2-6(a)(b)(c)は光学バイアス $\theta_0$ を変化させた場合の被変調光のスペクトルを示す。図2-2-6(b)は上下側波帯成分が同振幅になるように光学バイアスを調整した場合を示す。図2-2-6(a),(c)は上及び下側波帯成分が大きくなるように光学バイアスを調整した場合を示す。これより、図2-2-6(b)の場合に比べて側波帯成分の一方が約1.5倍になっている。これより、光学バイアスを調整することにより、同じ変調電力で片側の側波帯成分だけを大きくすることができる。そこで、上記のような光学バイアスを設定して変調実験を行い変調電力に対する変調度を測定した結果を図2-2-7に示す。

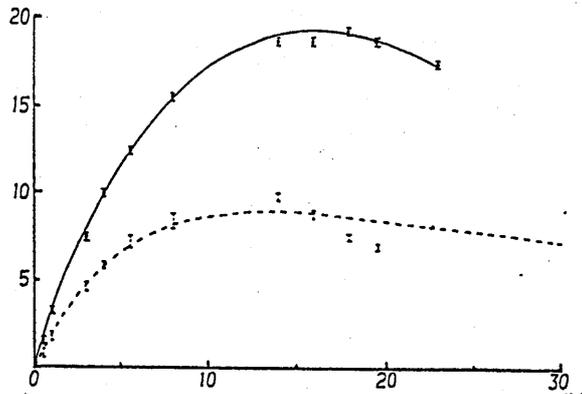


図2-2-7 変調電力に対する変調度の関係

図2-2-7における破線は図2-2-5の実験結果を示す。このように、光学バイアスを変化させると図2-2-6が示すように被変調光のスペクトルが変化し、変調度も増大することが分かる。そこで、この原因についてF-P形光共振器の縦モード周波数と変調周波数のずれ及び光学バイアスによる影響であると考え、F-P形光変調器の動作について簡単なモード理論を用いて解析した結果を図2-2-8に示す。解析結果より、図2-2-8(d)のように変調周波数とF-P形光変調器の縦モード周波数が一致している場合は光学バイアスを変化させても上下側波帯成分のそれぞれの振幅

は等しい。しかし、周波数が一致しない場合は、光学バイアスによって側波帯の振幅が異なるが、光学バイアスが 0 の時はその振幅は等しくなる。

横軸：光学バイアス  $\theta_0$  (rad)  
縦軸：変調度  $A_{\pm 1}/T_{MAX}$  (%)

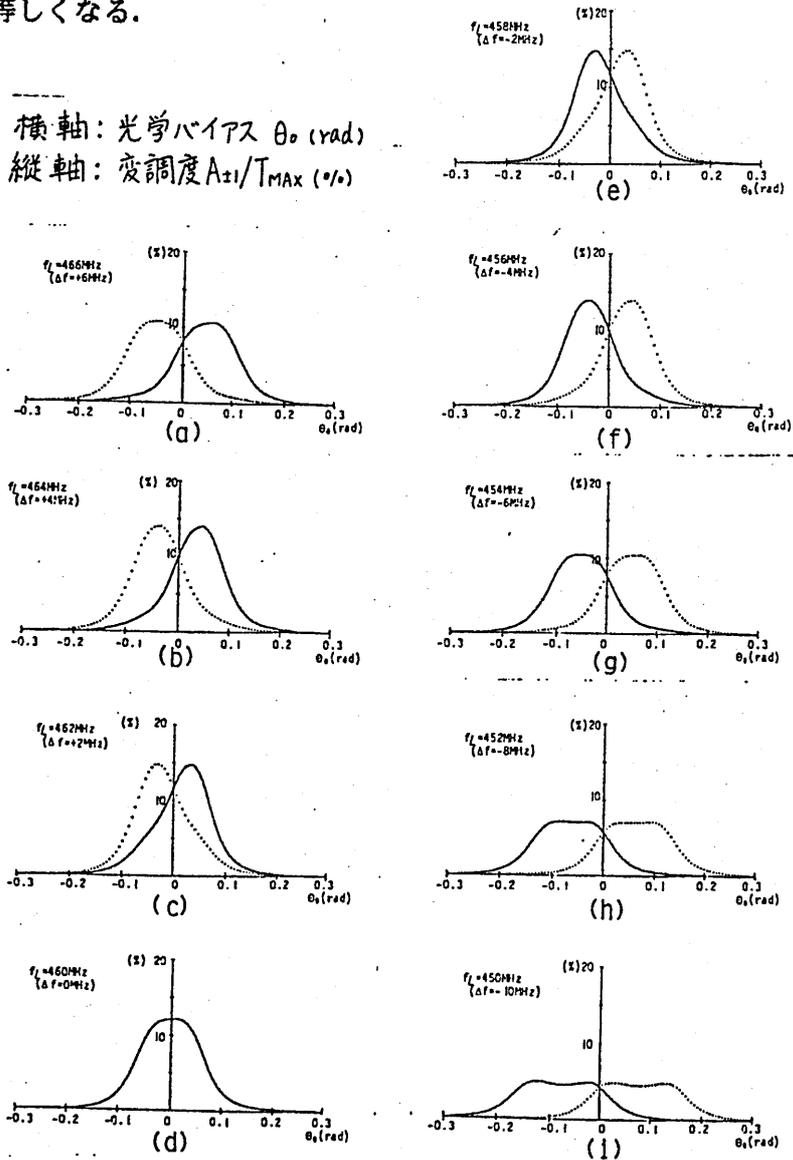


図 2-2-8 F-P 形光共振器の縦モード周波数と変調周波数のずれをおよび光学バイアスによる影響によるスペクトルの変化

またこの場合、側波帯振幅の最大値は、両側波帯成分の振幅が等しい時の値より大きくなる。そこで、このF-P形光変調器を周波数変換器として用いる場合、F-P形光共振器の縦モード周波数と変調周波数を少しずらし、さらに光学バイアスを適当な値にすることにより変換効率の向上を計ることができる。



図 2-2-9 1.47GHz で変調を行ったときの被変調光のスペクトル

次に、変調周波数 1.47GHz で変調を行った結果を示す。F-P形光変調器を構成するミラーは反射率 90% の Ge ミラーと 95% の ZnSe ミラーを用いた。共振器間隔は 17cm で、この場合、縦モード周波数は 740MHz となる。この周波数は変調周波数の 1/2 である。観測系は 変調周波数 460 MHz で変調を行った場合とほぼ同様のものである。図 2-2-9 に変調電力 12.5 W の時の被変調光のスペクトルを示す。これより約 8% (計算値 8.5%) の変調度が得られている。

### 3. 3ミラーF-P形光変調器を用いた周波数変換

通常のF-P形光変調器は2枚のミラーで構成した干渉計内部に位相変調器を挿入したものであるが、変調器内部で生成された側波帯成分は変調器の出力側のみならず入力側にも出射される。従ってF-P形光変調器で生成される側波帯成分をすべて利用されていない。そこで、側波帯成分を効率よく利用するため、図3-1-1に示すような3ミラーF-P形光変調器を考える。ミラー $M_1$ 、 $M_2$ はF-P干渉計を構成する。今、この干渉計を一つのミラーとみなし、

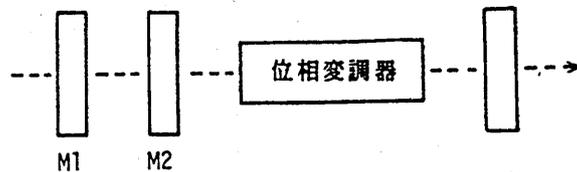


図3-1 3ミラーF-P形光変調器

干渉計のミラー間隔を変えることにより、このミラーに搬送波周波数に対しては適当な反射率を、側波帯周波数に対しては高反射率をもたせる。これにより、変調器内で生成された側波帯成分は出力側しか出ることができず、側波帯成分の利用効率が向上されると考えられる。そこで、複合ミラーを用いた3ミラー形F-P光変調器について簡単なモード理論を使って解析を行う。この解析を行うにあたって、結晶は非常に薄く出力側のミラーと密着しているものとする。また小振幅変調を考えているため、F-P共振器内では搬送波成分及び1次の両側波帯成分のみが存在しているものとする。そこで、搬送波成分および両側波帯成分をそれぞれ、 $a_0$ 、 $a_{\pm 1}$ とおく。定常状態では、 $a_0$ 、 $a_{\pm 1}$ のモードが位相変調を受け、そのエネルギーの一部を相互に交換し、変調器を一巡するとまた同一のモード分布 $a_0$ 、 $a_{\pm 1}$ をとらなければならない。従って、出力側ミラーのすぐ前では、単位入力に対して、

$$\begin{aligned}
a_0 = & a_0 \rho_3 \rho(\nu) \exp(-i4\pi\nu(L/c) - 2\delta) - \Delta\theta/2 (a_{+1} - a_{-1}) \\
& \times \rho_3 \rho(\nu) \exp(-i4\pi\nu(L/c) - 2\delta) - \Delta\theta/2 \{ \rho(\nu+f) \\
& \times a_{+1} \exp(-i4\pi(\nu+f)(L/c) - 2\delta) \\
& - \rho(\nu-f) a_{-1} \exp(-i4\pi(\nu-f)(L/c) - 2\delta) \} \rho_3 \\
& + \tau(\nu) \exp(-i2\pi\nu(L/c) - \delta)
\end{aligned}
\tag{3-1}$$

$$\begin{aligned}
a_{\pm 1} = & a_{\pm 1} \rho_3 \rho(\nu \pm f) \exp(-i4\pi(\nu \pm f)(L/c) - 2\delta) \\
& \pm (\Delta\theta/2) a_0 \rho_3 \rho(\nu \pm f) \exp(-i4\pi(\nu \pm f)(L/c) - 2\delta) \\
& \pm (\Delta\theta/2) a_0 \rho_3 \rho(\nu) \exp(-i4\pi\nu(L/c) - \delta)
\end{aligned}
\tag{3-2}$$

が成立する。但し、一巡の位相変調は

$$\exp(i2\Delta\theta \sin 2\pi ft) \sim 1 + \Delta\theta \{ \exp(i2\pi ft) - \exp(-i2\pi ft) \}
\tag{3-3}$$

で近似されている。ところで  $\rho(\nu)$ ,  $\rho_3$  は複合ミラー及びミラー  $M_3$  の複素反射係数,  $\tau(\nu)$ ,  $\tau_3$  は複合ミラーおよびミラー  $M_3$  の複素透過係数,  $L$  は変調器のミラー間隔,  $\delta$  は片道の光波損失,  $\Delta\theta$ ,  $f$  は位相変調の振幅及び変調周波数である。ここで,

$$\exp(-\Gamma) = | \rho(\nu) \rho_3 \exp(-2\delta) |, \tag{3-4}$$

$$\theta_0 = 2\pi\nu(L/c) - \arg \rho(\nu) \rho_3, \tag{3-5}$$

$$\Delta\psi = 2\pi f(L/c) - n\pi \quad (n: \text{整数}) \tag{3-6}$$

とおくと、式(3-1)～式(3-6)より、 $a_0$ は

$$\begin{aligned}
& \tau(\nu) \exp(-i\theta_0 - \delta) \left[ 1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \right. \\
& \quad \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi)) \left. \right] \left[ 1 - (\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \right. \\
& \quad \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 - \Delta\psi)) \left. \right] \\
a_0 = & \frac{\tau(\nu) \exp(-i\theta_0 - \delta) \left[ 1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \right. \\
& \quad \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi)) \left. \right] \left[ 1 - (\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \right. \\
& \quad \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 - \Delta\psi)) \left. \right] \\
& + ((\Delta\theta)^2/4) \exp(-2\gamma - 4i\theta_0) \\
& \times \left[ (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-2i\Delta\psi) + 1 \right]^2 \\
& \times \left[ 1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi)) \right] \\
& + ((\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \exp(2i\Delta\psi) + 1)^2 \\
& \times \left[ 1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \right. \\
& \quad \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi)) \left. \right] \left. \right]
\end{aligned}$$

(3-7)

となり, また  $a_{\pm 1}$  は

$$\begin{aligned}
& \pm (\Delta\theta/2) (\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \\
& \quad \times \exp(\pm 2i\Delta\psi) + 1 \exp(-\gamma - 2i\theta_0) \\
a_{\pm 1} = & \frac{\pm (\Delta\theta/2) (\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \exp(\pm 2i\Delta\psi) + 1 \exp(-\gamma - 2i\theta_0)}{\left[ 1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi)) \right]} a_0
\end{aligned}$$

(3-8)

となる. これより, 変調器から取り出される1次の側波帯成分の振幅  $A_{\pm 1}$  は

$$A_{\pm 1} = |\tau_0 a_{\pm 1}|^2$$

より, 次式となる.

$$\begin{aligned}
 & |\tau_3|^2 (\Delta\theta/2)^2 \\
 & \times \exp(-2\gamma) \{1 + (\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu))^2 \\
 & + 2(\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \cos 2\Delta\psi\} \\
 A_{\pm 1} = & \frac{\quad}{1 - 2(\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \exp(-2\gamma) \\
 & \times \cos 2(\theta_0 + \Delta\psi) + [(\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \\
 & \times \exp(-\gamma)]^2} |a_0|^2
 \end{aligned}
 \tag{3-9}$$

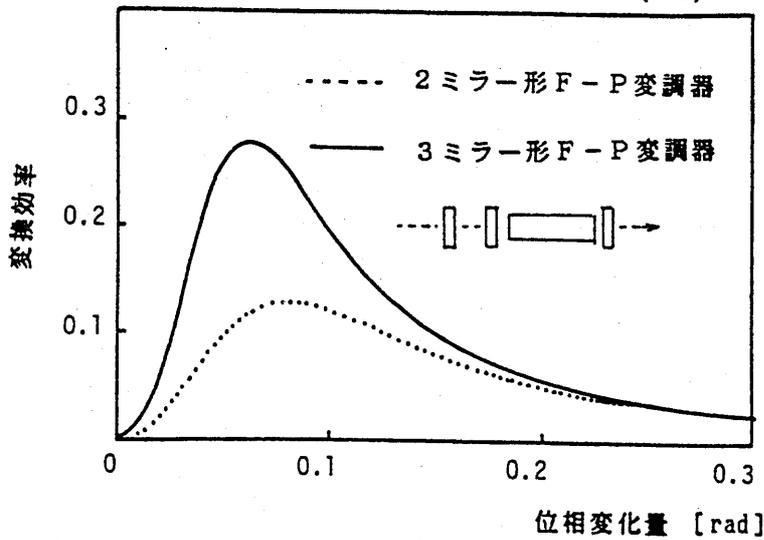


図3-2 3ミラーF-P形光変調器の変換効率

図3-2は上記の解析結果より、適当なパラメータを用いて、3ミラーF-P形光変調器の変換効率を計算したものである。ここで変換効率は側波帯成分と入射光の最大透過光強度との比である。図3-2の実線は3ミラー形光変調器を用いた場合、点線は通常のF-P形光変調器を用いた場合の変換効率を示す。これより、3ミラー形光変調器を用いることにより、変換効率は約2倍となることが分かる。上述の3ミラー形F-P光変調器は入力側ミラーに入射光（搬送波）と側波帯の周波数に対して反射率の違いをもたせたが、次に出力側ミラーに反射率の違いをもたせた場合について考える。

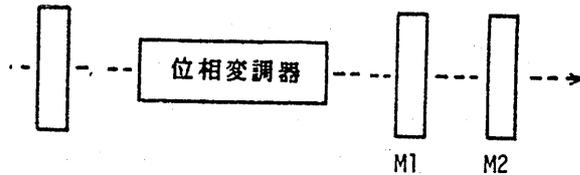


図3-3 3ミラー形F-P光変調器

図3-3は出力側に複合ミラーを用いた3ミラー形F-P光変調器の構成を示す。この場合、F-P形光変調器の出力側ミラーが入射光の周波数に対して高い反射率、側波帯成分の周波数に対して適当な反射率を持たせることにより、出力側には搬送波の成分が含まれず、また変換効率も向上することが考えられる。そこで、出力側に複合ミラーを配置した場合について考える。出力側（ここでは複合ミラー）ミラーの直前では、単位入力に対して

$$\begin{aligned}
 a_0 = & a_0 \rho_1 \rho(\nu) \exp(-i4\pi\nu(L/c) - 2\delta) \\
 & - \Delta\theta \rho_1 \{ a_{-1} \rho(\nu+f) \times \exp(-i4\pi\nu(L/c) \\
 & - 2\delta - i2\pi f(L/c)) - \rho(\nu-f) a_{-1} \\
 & \times \exp(-i4\pi(\nu+f)(L/c) - 2\delta + i2\pi f(L/c)) \} \\
 & + \tau_1(\nu) \exp(-i2\pi\nu(L/c) - \delta) \}
 \end{aligned}
 \tag{3-10}$$

$$\begin{aligned}
 a_{\pm 1} = & a_{\pm 1} \rho_1 \rho(\nu \pm f) \\
 & \times \exp(-i4\pi(\nu \pm f)(L/c) - 2\delta) \\
 & \pm \Delta\theta a_0 \rho_1 \rho(\nu) \times \exp(-i4\pi(\nu+f)(L/c) - 2\delta \\
 & \pm i2\pi f(L/c))
 \end{aligned}
 \tag{3-11}$$

となる。

但し、 $\rho, \rho(\nu)$ はミラー1及び複合ミラーの複素反射係数、 $\tau, \tau(\nu)$ はミラー1及び複合ミラーの複素透過係数でその他の変数は前期の場合と同じである。ここで、

$$\exp(-\gamma) = |\rho, \rho(\nu) \exp(-2\delta)|, \quad (3-12)$$

$$\theta_0 = 2\pi \nu (L/c) - \arg \rho(\nu) \rho_1, \quad (3-13)$$

$$\Delta\psi = 2\pi f(L/c) - n\pi \quad (n: \text{整数}) \quad (3-14)$$

とおくと、式(3-10)～式(3-14)より、 $a_0$ は

$$a_0 = \frac{\tau_1 \exp(-i\theta_0 - \delta) [1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi))] [1 - (\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 - \Delta\psi))]}{[ (1 - \exp(-\gamma - 2i\theta_0)) [1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi))] [1 - (\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \times \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 - \Delta\psi))] + (\Delta\theta)^2 \exp(-2\gamma - 4i\theta_0) \times [ ((\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-2i\Delta\psi)) ] \times [1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 - \Delta\psi)) + ((\rho(\nu-f)/\rho(\nu)) \exp(2i\Delta\psi)) \times [1 - (\rho(\nu+f)/\rho(\nu)) \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 + \Delta\psi))] ]} \quad (3-15)$$

$$a_{\pm 1} = \frac{\pm \Delta\theta \times \exp(\pm i\Delta\psi) (\exp(-\gamma - 2i\theta_0))}{1 - (\rho(\nu \pm f)/\rho(\nu)) \exp(-\gamma - 2i(\theta_0 \pm \Delta\psi))} a_0 \quad (3-16)$$

従って変調器から出力される1次の側波帯の強度振幅 $A_{\pm 1}$ は

$$A_{\pm 1} = |\tau(\nu \pm f) a_{\pm 1}|^2 \quad (3-17)$$

より，次式となる。

$$A_{\pm 1} = \frac{|\tau(\nu \pm f)|^2 (\Delta\theta)^2 \exp(-2\Gamma)}{1 - 2 \left( \frac{\rho(\nu \pm f)}{\rho(\nu)} \right) \exp(-\Gamma) \times \cos 2(\theta_0 \pm \Delta\psi) + \left( \frac{\rho(\nu \pm f)}{\rho(\nu)} \right) \exp(-\Gamma)} |a_0|^2$$

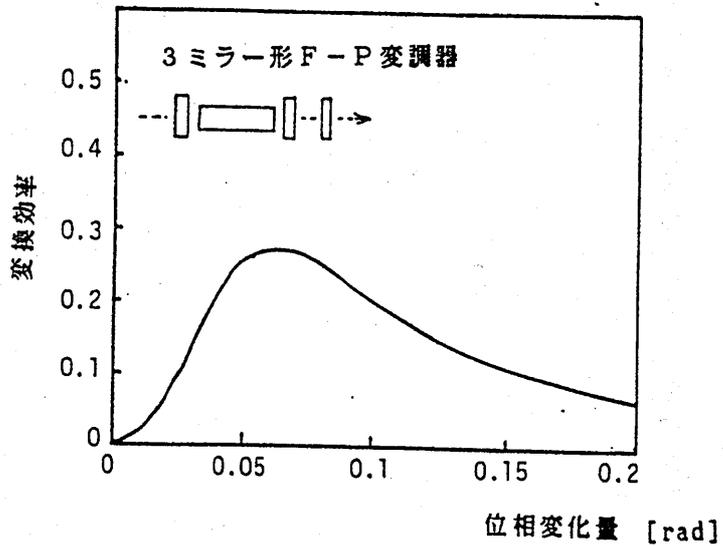


図3-3 3ミラーF-P形光変調器の変換効率

図3-3は上記の解析結果より，適当なパラメータを用いて，3ミラーF-P形光変調器の変換効率を計算したものである。図3-3より，入力側に複合ミラーを用いた場合と同様に変換効率の向上がみられる。また，出力側に搬送波成分が含まれていないため，周波数変換器としてこの変調器を用いる場合は有用となる。

#### 4 F-P形SSB光変調器を用いた周波数変換

##### 4-1 SSB変調器の構成と原理

上述のようにF-P形光変調器は高効率であるが、被変調光に搬送波及び高次の搬送波成分が生じるため、変調器を利用して周波数変換を行う場合、できるだけ搬送波及び不必要な側波帯成分を生じないことが望ましい。Buhner等<sup>1)</sup>は変調電界、搬送波共に円偏波を用いることにより、被変調光に搬送波成分及び高次の側波帯成分が生じないSSB変調器を提案し実験を行っている。図4-1-1は通常の位相変調による1次の側波帯出力とSSB変調によって得られる側波帯出力との比較を示したものである。実線はSSB変調方式、破線は通常の位相変調方式を示したものである。これより、通常の位相変調

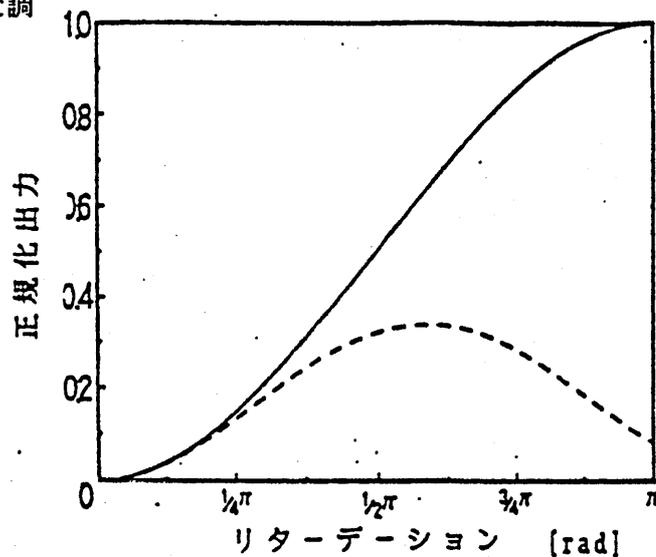


図4-1-1 通常の位相変調による1次の側波帯出力とSSB変調によって得られる側波帯出力との比較

方式では両側波帯および高次の側波帯成分が発生するため、完全にシフトした周波数成分を得ることはできない。しかし、図4-1-1より明らかなように、通常の位相変調に比べて搬送波成分を

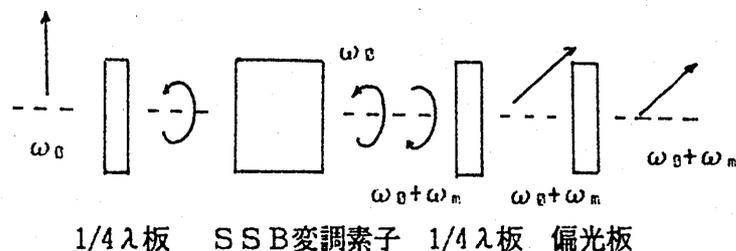


図 4-1-2 電気光学結晶を用いた SSB 変調器の構成

側波帯成分に完全に変換することができる。この場合、 $\pi$  rad のリターデーションが必要となる。赤外光での周波数変換にこの変調器をそのままの構成で用いると大きな変調電圧が必要となる。そこで、変調電圧の低減化を計るため SSB 変調器を F-P 干渉計内に挿入した F-P 形 SSB 変調器を提案した。

まず、SSB 変調器の動作原理について述べる。回転している半波長板 ( $\lambda/2$  板) に入射した円偏光の周波数は  $\lambda/2$  板の回転周波数の 2 倍だけシフトすることが知られている。この回転する  $\lambda/2$  板の状態は、適当な対称性を有する電気光学結晶によって得ることができる。例えば ZnS, LiNbO<sub>3</sub> 結晶を用いた光周波数シフタが提案されている。10.6  $\mu\text{m}$  帯でも CdTe 結晶を用いて実験が行われている<sup>5)</sup>。図 4-1-2 は電気光学結晶を用いた SSB 変調器の構成を示す。この方法では、結晶に回転電界を印加し、その結果生じる複屈折の主軸の回転を利用する。半波長電圧を結晶に印加すれば、光周波数は変調周波数分だけ上方、または下方にシフトし、単側波帯変調 (SSB 変調) が可能となる。

CdTe 結晶は 10.6  $\mu\text{m}$  帯で透明域をもち、赤外変調に用いる電気光学結晶として最も一般的なもので、光学的対称性は 43m に属する。この結晶を用いて光周波数シフトに必要な回転する  $\lambda/2$  板の状態を作るには図 4-1-3 に示しように結晶軸を設定する。

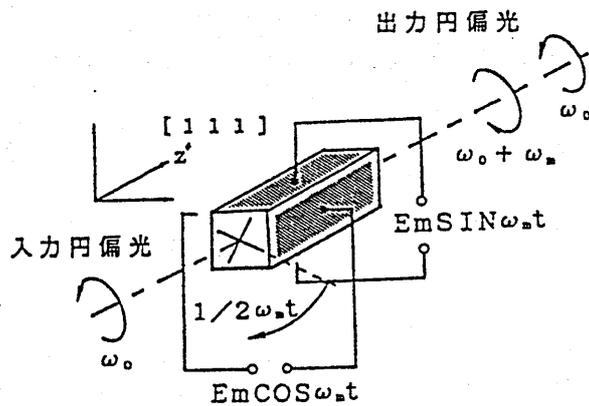


図4-1-3 SSB変調用CdTe結晶

図4-1-3に示すように3回転対称軸である[111]軸を光の電磁方向(z軸)とし、この軸に垂直な面に一定振幅の回転電界を与える。回転電界を得るために図4-1-3に示すように印加電界を

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E_m \begin{bmatrix} \cos \omega_m t \\ \sin \omega_m t \end{bmatrix} = E_m \operatorname{Re}[e_i] \quad (4-1-1)$$

ただし 
$$e_i = \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \exp(j\omega_m t) \quad (4-1-2)$$

とすると、屈折率楕円体のZ軸に垂直な断面は図4-1-4に示すようになる。

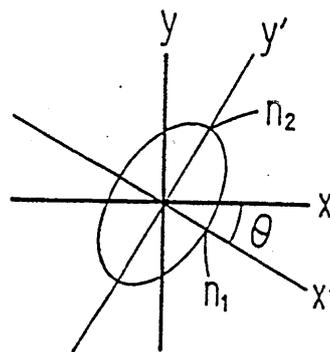


図4-1-4 屈折率楕円体

ここで  $j$  は虚数単位とする。このとき、 $z$  軸方向に伝搬する光に対する主屈折率  $n_1, n_2$  およびその主軸の回転角は次式で与えられる。

$$n_1 = n_0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \gamma_{41} n_0^3 E_m \quad (4-1-3)$$

$$n_2 = n_0 - \frac{1}{\sqrt{6}} \gamma_{41} n_0^3 E_m \quad (4-1-4)$$

$$\theta = \omega_m t / 2 \quad (4-1-5)$$

これらの式より、主屈折率  $n_1, n_2$  は時間  $t$  によらず一定であり、主軸の回転角  $\theta$  は角周波数  $\omega_m t / 2$  で、印加電圧と反対向きに回転することが分かる。長さ  $L$  の結晶中を伝搬するとき生ずるリターデーション  $\Delta\phi$  は

$$\Delta\phi = \frac{2}{\sqrt{6}} \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \gamma_{41} L E_m \quad (4-1-6)$$

となり、変調波の位相によらず一定である。

次に、このような複屈折の主軸が  $\omega_m t / 2$  で一様に回転している状

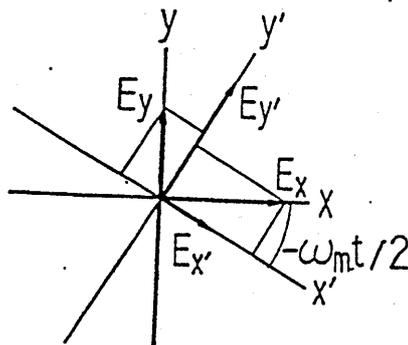


図 4-1-5 入射光と主軸が  $\omega_m t / 2$  で回転するときの関係

態に、z軸方向に円偏光  $e_i$  が入射したときの出力光  $e_o$  を考える。  
 そこで入射円偏光  $e_i$  を次式で表す。

$$\text{ただし } e_i = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) \quad (4-1-7)$$

ここで、 $\omega_0$  は入射光の角周波数を示す。上式の実数部分をとれば、  
 カッコ内の上の行より、x成分の、下の行よりy成分の光波の振幅  
 を得る。出力光を求めるには

- 1)  $\theta = \omega_m t / 2$  の座標変換を行う。回転する主軸方向 ( $x'$ ,  
 $y'$  軸) に入射光の成分を分ける。
- 2)  $x'$  成分と  $y'$  成分との間には式(4-1-6) で示されたリターデ  
 ーションが与えられる。
- 3) 出力面で再び  $\theta = -\omega_m t / 2$  の座標変換を行い  $x, y$  軸に戻  
 すことによって出力光  $e_o$  は

$$\begin{aligned} e_o &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_m t / 2) & \sin(\omega_m t / 2) \\ -\sin(\omega_m t / 2) & \cos(\omega_m t / 2) \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} \exp(j\Delta\phi / 2) & 0 \\ 0 & \exp(-j\Delta\phi / 2) \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} \cos(\omega_m t / 2) & -\sin(\omega_m t / 2) \\ \sin(\omega_m t / 2) & \cos(\omega_m t / 2) \end{bmatrix} e_i \\ &= \cos(\Delta\phi / 2) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) \\ &\quad + \sin(\Delta\phi / 2) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp[j(\omega_0 + \omega_m)t] \end{aligned} \quad (4-1-8)$$

となる。式(4-1-8)より、 $\Delta\phi = \pi$  となるときに入射光の周波数は

$\omega_0$ から $(\omega_0 + \omega_m)$ に完全にシフトする。ここでは入射光と複屈折の主軸の回転方向と同一方向としたが、それらを互いに逆方向に回転するようにとれば光の周波数は $\omega_0$ から $(\omega_0 - \omega_m)$ にシフトすることになる。また  $\Delta\phi = \pi$ の条件でない場合は搬送波成分は生じる。しかし1/4波長板と偏光板を用いて取り除くことができる。

この方法を用い、10.6  $\mu\text{m}$ 帯に於ける周波数変換光を得ようとしても完全に周波数シフトを行う ( $\Delta\phi = \pi$ ) には電圧として約68kV必要となる。そこで、印加電圧の低減化を計るため前章で述べたF-P形変調器構成をここでも用いることを考える。まず2ミラーF-P形SSB変調器、次に3ミラーF-P形SSB変調器構成を用いた場合について述べる。

#### 4-2 F-P形SSB変調器

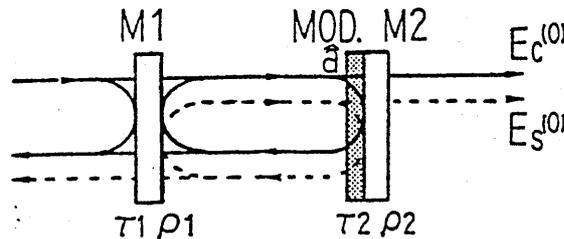


図4-2-1に2ミラーF-P形SSB変調器の構成

図4-2-1に2ミラーF-P形SSB変調器の構成を示す。ここでも前章の場合と同様に、結晶は薄く被変調光が結晶を通過する間に変調電界の位相が変化しないものとし、さらに出力側ミラーに密着しているものとする。変調が行われている時は共振器内部には搬送波成分のほか側波帯成分が生じている。それぞれの振幅を  $E_c$ ,  $E_s$  とおく。定常状態では  $E_s$ ,  $E_c$  のモードが変調を受け、そのエネルギーの一部を相互に交換し、変調器を一巡すると、また同一のモード分布  $E_c$ ,  $E_s$  を取らなければならない。定常状態を考え、

結晶の直前で光波のモード分布  $a'$  を

$$a = Ec \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) + Es \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} \exp(j(\omega_0 t + \omega_m)t) \quad (4-2-1)$$

ただし

$$\text{Re}[a] = \begin{bmatrix} Ex \\ Ey \end{bmatrix} \quad (4-2-2)$$

とおく。さらに、

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\omega_m t/2) & \sin(\omega_m t/2) \\ -\sin(\omega_m t/2) & \cos(\omega_m t/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp j\Delta\psi & 0 \\ 0 & \exp j\Delta\psi \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} \cos(\omega_m t/2) & -\sin(\omega_m t/2) \\ \sin(\omega_m t/2) & \cos(\omega_m t/2) \end{bmatrix} \quad (4-2-3)$$

とし、損失を無視すれば、光波が結晶を往復した時点でのモード分布  $a''$  は

$$a'' = Ec \rho_2 A \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) \\ + Es \rho_2 A \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} \exp\{j(\omega_0 t + \omega_m)t\} \quad (4-2-4)$$

となる。

式(4-2-4)の実部を取り、搬送波成分と側波帯成分に分けて、 $x$ 成分のみを示すと次式となる。

$$a''_x = \rho_2 \{Ec \cos(\Delta\psi) - Es \sin(\Delta\psi)\} \exp(j\omega_0 t) \\ + \rho_2 \{Ec \sin(\Delta\psi) + Es \sin(\Delta\psi)\} \exp(j(\omega_0 + \omega_m)t) \quad (4-2-5)$$

モード  $a''$  の実数部分が光波の振幅の  $x$  成分となる。  $y$  成分も同様に求められるため、今後  $x$  成分についてのみ考え、添字  $x$  を省略する。式(4-2-1)と比較して、出力側ミラーの透過分を除けば、光波が結晶を一往復する間に、搬送波の振幅が  $E_c$  から  $E_c \cos(\Delta\psi) - E_s \sin(\Delta\psi)$  に、側波帯振幅  $E_s$  から  $E_c \sin(\Delta\psi) + E_s \sin(\Delta\psi)$  に変調されることを意味する。さらにモード  $a''$  が伝搬して、再び元の結晶前面に戻る。定常状態では、これはもとのモード  $a'$  に等しい。よって

$$\begin{aligned}
 a' = & \exp(-\gamma) \{E_c \cos(\Delta\psi) - E_s \sin(\Delta\psi)\} \exp(j\omega_0 t - 2\theta_0) \\
 & + \exp(-\gamma) \{E_c \sin(\Delta\psi) + E_s \sin(\Delta\psi)\} \\
 & \times \exp(j(\omega_0 + \omega_m)t - 2(\theta_0 + \Delta\theta)) \\
 & + \tau_1 \exp(-\delta + (j\omega_0 t - \theta_0))
 \end{aligned}
 \tag{4-2-5}$$

となる。ここでは、一周の損失を  $\exp(-2\delta)$  とし

$$\exp(-\gamma) = \rho_i \rho_c \exp(-2\delta) \tag{4-2-6}$$

$$\theta_0 = \omega_0 L / c - (1/2) \arg(\rho_i \rho_c) \tag{4-2-7}$$

$$\Delta\theta = \omega_m L / c - p\pi \quad (p \text{ は整数}) \tag{4-2-8}$$

$$\Delta\theta < \pi/2 \tag{4-2-9}$$

としている。但し  $\rho_i$  は入力側ミラーの反射係数を表す。また、 $\theta_0$  は光学バイアスを示し、 $\Delta\theta$  は光波が変調器を一往復する間に生じる変調信号の位相のずれを示す。変調周波数  $f_m = \omega_m / (2\pi)$  と F-P 形光変調器の縦モード間隔の整数倍  $q(c/2L)$  とのずれを  $\Delta f$  とすると  $\Delta\theta$  と  $\Delta f$  の間には

$$\begin{aligned}
 \Delta f = & f - qc / (2L) = (\Delta\theta / \pi)(c/L) \\
 \Delta f < & c / (4L)
 \end{aligned}
 \tag{4-2-10}$$

なる関係がある。式(4-2-1)と式(4-2-5)を比較して、結晶直前での搬送波及び側波帯の振幅は

$$E_c = \frac{\tau_1 \exp(-\delta) [1 - \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi/2)]}{( [1 - \exp(-\gamma - j2\theta_0) \cos(\Delta\psi)] \\ [1 - \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi)] \\ + \exp 2\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin^2(\Delta\psi))}$$

(4-2-11)

$$E_s = \frac{\tau_1 \exp(-\delta) [1 + \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin(\Delta\psi/2)]}{( [1 - \exp(-\gamma - j2\theta_0) \cos(\Delta\psi)] \\ [1 - \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi)] \\ + \exp 2\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin^2(\Delta\psi))}$$

(4-2-12)

となる。それぞれもう一度結晶を通過した後、出力側ミラーから出力されるので、出力光の搬送波成分  $E_c(0)$ 、及び側波帯成分  $E_s(0)$  は

$$\begin{aligned} E_c(0) &= \tau_2 \{ \cos(\Delta\psi/2) E_c - \sin(\Delta\psi/2) E_s \} \\ E_s(0) &= \tau_2 \{ \sin(\Delta\psi/2) E_c + \cos(\Delta\psi/2) E_s \} \end{aligned}$$

(4-2-13)

となる。これより出力光は

$$E_c = \frac{\tau_1 \tau_2 \exp(-\delta) [1 - \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi/2)]}{( [1 - \exp(-\gamma - j2\theta_0) \cos(\Delta\psi)] \\ [1 - \exp\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi)] \\ + \exp 2\{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin^2(\Delta\psi))}$$

(4-2-14)

$$E_s = \frac{\tau_1 \tau_2 \exp(-\delta) [1 + \exp \{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin(\Delta\psi/2)]}{( [1 - \exp(-\gamma - j2\theta_0) \cos(\Delta\psi)] [1 - \exp \{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \cos(\Delta\psi)] + \exp 2 \{-\gamma - j2(\theta_0 + \Delta\theta)\} \sin^2(\Delta\psi))}$$

(4-2-15)

となる。

光学バイアス  $\theta_0 = 0$  で F-P 形光変調器のミラーの反射率をパ

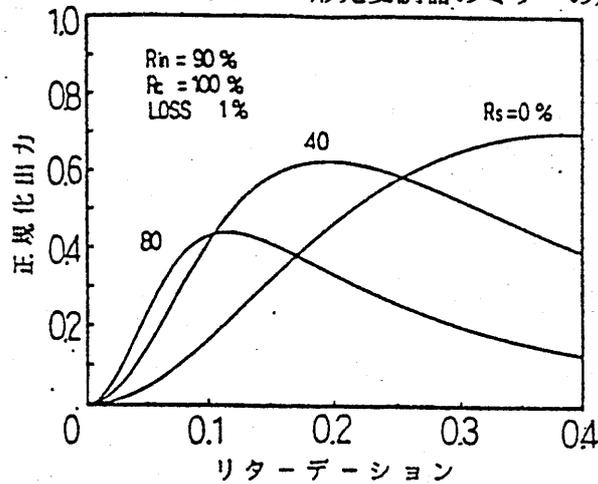


図 4-2-2 リターデーションと周波数変換出力光との関係

ラメータとして、リターデーションと周波数変換出力光との関係を図 4-2-2 に示す。図中破線で示すように 2 ミラー F-P 形 SSB 光変調器の場合、出力側には搬送波成分も出力される。この場合、搬送波成分を取り除くには  $1/4$  波長板と偏光板を用いればよい。この方法は光の多重干渉を利用した F-P エタロンに比べて広い周波数特性をもっているため、安定に動作を行うことができる。図 4-2-3 に通常の F-P 形光変調器および F-P 形光変調器を利用しない SSB 変調 (図中破線) との比較を示す。これより、リターデーションが比較的小さい範囲では F-P 形 SSB 光変調器を用いて周波数変換を行うことが有利であることが分かる。

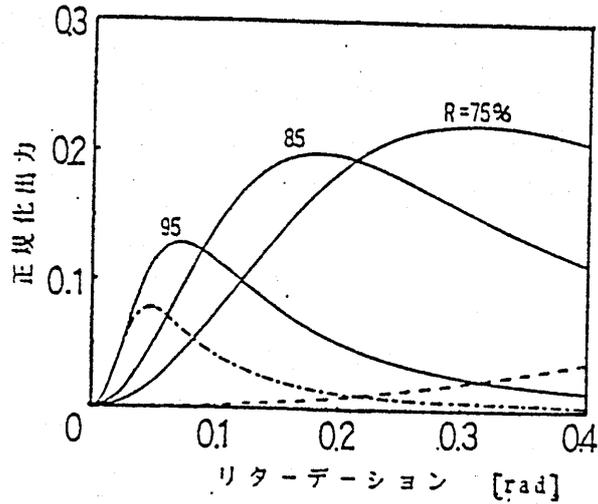


図4-2-3 通常のF-P形光変調器およびF-P形光変調器  
を利用しないSSB変調（図中破線）との比較

#### 4-3 3ミラーF-P形SSB光変調器

ここでは前節と同様に3ミラー方式を用いたF-P形SSB光変調器について述べる。F-P形SSB光変調器は通常のF-P形光変調器に比べて効率よく周波数変換を行うことができるが、出力側に搬送波成分も含まれる。そこで、前述の3ミラーF-P形光変調器と同様に、出力側ミラーに複合ミラーを用いて搬送波成分を除去すると共に、周波数変換効率を計る方法について述べる。

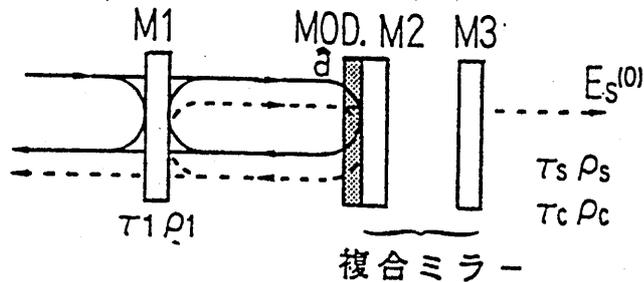


図4-3-1 3ミラーF-P形SSB変調器の構成

図4-3-1に3ミラーF-P形SSB変調器の構成を示す。前節と同様にSSB変調素子は十分薄く、出力側ミラーに密接しているものとする。

搬送波の振幅  $E_c$ 、側波帯成分の振幅  $E_s$  とおくと、変調素子直前の光波のモード分布  $a$  は次式で表される。

$$a = E_c \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) + E_s \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} \exp(j(\omega_0 t + \omega_m)t) \quad (4-3-1)$$

ただし

$$\text{Re}[a] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (4-3-2)$$

である。

前節の2ミラー方式とことなり、出力側ミラーに複合ミラーを用いているため、複合ミラーの反射率は側波帯成分と搬送波成分に対して異なった値を持つため、それぞれの成分に対する複素反射係数を  $\rho_s, \rho_c$  と置く。そこで、光波が変調素子を通過し、出力側ミラーの直前での光波の振幅  $a'$  は

$$a = E_c A \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \exp(j\omega_0 t) + E_s A \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} \exp(j(\omega_0 t + \omega_m)t) \quad (4-3-3)$$

式(4-3-3)を側波帯成分と搬送波成分に分け、x成分のみ示すと

$$\begin{aligned} a_x' &= (E_c \cos(\Delta\psi/2) - E_s \sin(\Delta\psi/2)) \exp(j\omega_0 t) \\ &\quad + \{E_c \sin(\Delta\psi/2) - E_s \cos(\Delta\psi/2)\} \exp\{j(\omega_0 t + \omega_m)t\} \\ &= \{E_c - E_s\} \exp(j\omega_0 t) + \{E_c + E_s\} \exp\{j(\omega_0 t + \omega_m)t\} \end{aligned} \quad (4-3-4)$$

となり、モード分布  $a_x'$  の実数部が光波の振幅のx成分となる。y成分も同様に求められるため、今後x成分のみ記し、添字xを省略する。

次にモード分布  $a'$  は複合ミラーで反射され、再び結晶を通過する。側波帯と搬送波に対するミラーの反射率が異なることに留意し、結晶通過後のモード分布  $a''$  は

$$a'' = (\rho_c E_c \cos(\Delta\psi/2) - \rho_s E_s \sin(\Delta\psi/2)) \exp(j\omega_0 t) \\ + (\rho_s E_c \sin(\Delta\psi/2) - \rho_s E_s \cos(\Delta\psi/2)) \exp\{j(\omega_0 t + \omega_m)t\} \quad (4-3-5)$$

となる。ここで光波が F-P 共振器を一周する間に受ける損失を  $\exp(-\delta)$  とし、

$$\exp(-\Gamma) = \rho_1 \rho_c \exp(-2\delta) \quad (4-3-6)$$

$$\theta_0 = \omega_0 L/c - (1/2)\arg(\rho_1 \rho_c) \quad (4-3-7)$$

$$\Delta\theta = \omega_m L/c - p\pi \quad (p \text{ は整数}) \quad (4-3-8)$$

$$\Delta\theta < \pi/2 \quad (4-3-9)$$

とおく。モード分布  $a''$  は共振器内を伝搬し、さらに入力側ミラーに反射され、再び変調素子の直前では元のモード分布  $a'$  に等しくなる。これより、

$$a' = [ \{ E_c \cos(\Delta\psi/2) - E_s \sin(\Delta\psi/2) \} \\ \times \cos(\Delta\psi/2) \exp(-\Gamma - j2\theta_0) \\ - (\rho_s/\rho_c) \{ E_c \sin(\Delta\psi/2) + E_s \cos(\Delta\psi/2) \} \\ \times \sin(\Delta\psi/2) \exp(-\Gamma - j2\theta_0) \\ + \tau_1 \exp(-\delta - j\omega_0 L/c) ] \exp(j\omega_0 t) \\ + [ \{ E_c \sin(\Delta\psi/2) - E_s \sin(\Delta\psi/2) \} \\ \times \sin(\Delta\psi/2) \exp(-\Gamma - j(2\theta_0 + 2\Delta\theta)) \\ + (\rho_s/\rho_c) \{ E_c \sin(\Delta\psi/2) + E_s \cos(\Delta\psi/2) \} \\ \times \cos(\Delta\psi/2) \exp(-\Gamma - j(2\theta_0 + 2\Delta\theta)) ] \\ \times \exp((j\omega_0 + \omega_m)t) \quad (4-3-10)$$

となる。この式と(4-3-1)と比較して、側波帯及び搬送波のそれぞれの振幅を求めると、

$$E_c = \frac{\tau_1 \exp(-\delta - j\omega_0 L/c) [1 - \exp(-\Gamma - j\theta_0)] \times \{(\rho_1/\rho_2)\cos^2(\Delta\psi/2) - \sin^2(\Delta\psi/2)\}}{[1 - \exp(-\Gamma - j2\theta_0)] \times (1 + \rho_s/\rho_c)\cos(\Delta\psi) + (\rho_s/\rho_c)\exp(-2\Gamma - j4\theta_0)]} \quad (4-3-11)$$

$$E_s = \frac{\tau_1 \exp(-\delta) [1 + \exp\{-\Gamma - j2(\theta_0)\}] \sin(\Delta\psi/2) \times \cos(\Delta\psi/2) \{1 + (\rho_1/\rho_2)\}}{[1 - \exp(-\Gamma - j2\theta_0)] \times (1 + \rho_s/\rho_c)\cos(\Delta\psi) + (\rho_s/\rho_c)\exp(-2\Gamma - j4\theta_0)]} \quad (4-3-12)$$

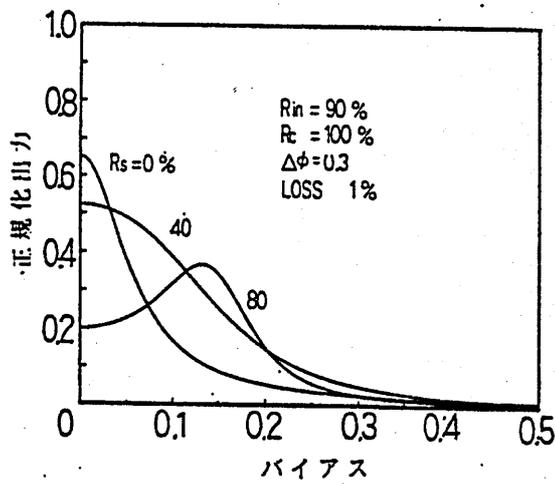


図4-3-2 光学バイアスに対する周波数変換出力の関係

これより、出力光の振幅 $E_c(0), E_s(0)$ は

$$E_c(0) = \tau^2 \{ \cos(\Delta\psi/2)E_c - \sin(\Delta\psi/2)E_s \} \quad (4-3-13)$$

$$E_s(0) = \tau^2 \{ \sin(\Delta\psi/2)E_c + \cos(\Delta\psi/2)E_s \} \quad (4-3-14)$$

となり、式(4-3-11)～式(4-3-14)を用いて求めることができる。

光学バイアスの最適値は式(4-3-14)を微分して得られるが、リターデーションが小さいとき、あるいは複合ミラーの側波帯に対する反射率が低いときは $\theta_0 = 0$ となる。また側波帯に対する反射率が高いときには最適値は変化する。複合ミラーの側波帯に対する反射率 $R_s$ をパラメータとした光学バイアスに対する周波数変換出力の関係を図4-3-2に示す。

次に光学バイアス $\theta_0 = 0$ とした場合に於けるリターデーションと周波数変換出力の関係を図4-3-3に示す。2ミラー方式と異なり、3ミラー方式の場合は出力側に搬送波成分が出ないように複合ミラーの間隔を変えて、搬送波に対する反射率を100%にすることができる。図4-3-3より、リターデーションが小さな範囲では $R_s = 0$ として、側波帯に対する複合ミラーの透過率を最大にするより、適当な反射率を持たせた方が良いことが分かる。

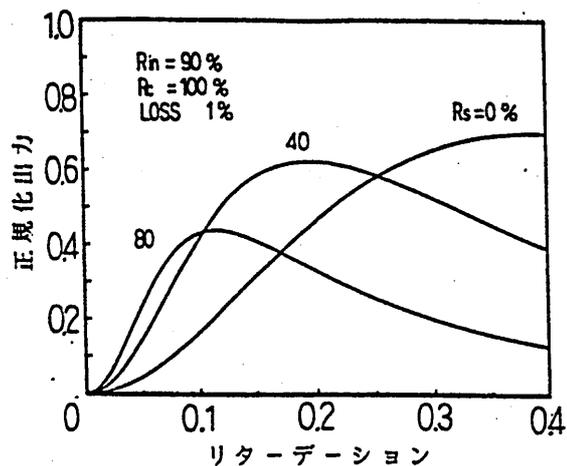


図4-3-3 リターデーションと周波数変換出力の関係

#### 4-4 検討

動作解析結果より、F-P形光SSB変調器は低電力、高効率周波数変換器となる可能性があると考えられる。特に3ミラー方式では70%にも達する変換効率をもつ可能性があり、赤外域に限らず周波数変換器として有望である考えられる。

例えば、F-P形光共振器内に挿入する電気光学結晶として、 $4 \times 4 \times 20$  mmの大きさのCdTe結晶を用いた場合、変調電圧600Vでリターデーションは0.15となる。そこで反射率85%のミラーを用いてF-P形光SSB変調器を構成すれば、変換効率は20%となり、また3ミラー方式で入力側のミラーの反射率を90%としたときには、変換効率は60%に達する。通常の位相変調方式を用いて得られる変換効率は、このとき1%程度であることを考えると、低い変調電圧の場合、高い変換効率を得ることが可能となることが考えられる。

#### 5 むすび

10.6  $\mu$ m帯F-P形光変調器を用いて変調周波数460MHz、及び1.47GHzにおける炭酸ガスレーザー光の変調実験を行った。周波数460MHzにおける変調実験では14Wの変調電力で10%の変調度を得ることができた。また周波数1.47GHzにおける変調実験では12.5Wの変調電力で約8%の変調度を得ることができた。これらの結果より、F-P形光変調器を用いることにより、低い変調電圧で炭酸ガスレーザー光の周波数変換を行うことができると考えられる。また、F-P形光変調器の効率を向上を計るため、3ミラー形F-P変調器を提案し動作解析を行った。解析結果より、通常のF-P形光変調器に比べて約2倍の変調度を得られることが分かった。さらに、SSB変調素子を用いたF-P形SSB光変調器を提案すると共に動作解析を行った。この解析結果より、F-P形光SSB変調器は低電力、高効率周波数変換器となる可能性があると考えられる。特に3ミラーF-P形SSB光変調器は約70%にも達する変換効率を得られ

る可能性があり，赤外域に限らず周波数変換器として有望である考えられる。

#### 謝辞

本研究を行うにあたり，適切な助言を戴いた小林哲郎助教授，井筒雅之助教授に感謝致します。本研究に関する解析，計算，実験に携わった大阪大学基礎工学部，田村光夫，早川秀樹，中尾雅俊君に感謝致します。本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けて行われたものである。

#### 文献

- 1) 松島，中島，前田，田村，末田：量子エレクトロニクス研究会資料，OQE84 68-72,1984.
- 2) 松島，末田：輻射科学研究会，RS90-9,(1990)
- 3) 末田，小林：画像技術，vol.3,No.5,pp21-22, 1972.
- 4) C.F.Buhrer:Appl.Opt.,vol.2,pp.839-846,1963.
- 5) G.M.Cater,IEEE J.Quatum Electron.,vol.1,no.4,1979.

輻射科学研究資料

RS 91-6

YIG薄膜における磁気弾性波の遅延特性

湯川 敏信† 堤 誠††

† 岐阜大学教育学部

†† 京都工芸繊維大学電子情報工学科

平成3年9月10日

あらまし

鏡面研磨した端面を有する  $100\mu\text{m}$  厚の YIG 薄膜を使って、不均一な外部磁界により磁気弾性波を効率よく励振したこと、およびその遅延時間対磁界や相対的な損失対遅延時間の周波数依存性などについて、体積後退静磁波の特性と比較しつつ述べたものである。特に体積後退静磁波の損失には周波数依存性が余りみられないのに対して、磁気弾性波は低い周波数ほど損失が小さくなる。

ちなみに  $3.2\text{GHz}$ ,  $0.25\mu\text{A}$  幅のマイクロ波パルス入力に対して最大遅延は  $2\mu\text{s}$ , 相対損失は  $75\text{dB}$  の磁気弾性波のエコーが受信された。

## 1. まえがき

YIG (イットリウム・鉄・ガーネット) 単結晶における磁気弾性波 (Magneto-elastic Wave...ME 波) の研究は 1965 年頃, Schläpman, Damon らによって精力的に行われた。<sup>(1)-(4)</sup> ME 波は弾性波 (Elastic Wave...MW) とスピン波 (Spin Wave...SW), 静磁波 (Magneto-static Wave...MSW) が結合した姿で GHz の弾性波であり、かつ磁界により制御可能な弾性波である。この波を励振するには不均一磁界による方法が最適で YIG 単結晶棒とか円板に自然に現れる不均一磁界が利用された。

一方、当時話題となった弾性表面波の研究に関連して YIG 薄膜における磁気弾性表面波の研究が行われた。<sup>(5)-(8)</sup> しかしながら薄膜における ME 波は実験的に確認されず、むしろ ME 波よりも良く似た波動である MSW の研究が活発化した。<sup>(9)</sup> 薄膜に ME 波を励振できない大きな理由の一つは薄膜内に不均一磁界を形成出来ない事による。

筆者らは最近比較的厚い YIG 薄膜を用い、かつ、薄膜寸法を最適化した形で YIG 薄膜内に不均一磁界を形成し、ME 波の励振に成功した。<sup>(10)</sup> 本稿ではバイアス用磁極の形などを工夫するなど更に不均一磁界の分布を最適化し、ME 波の遅延特性をより明確な形で観測したので報告する。

## 2 分散関係式

ME 波の運動方程式は Strauss によって

$$\dot{m}_x = -\delta \left[ (H_i - D \nabla^2) m_y + b \left( \frac{\partial R_y}{\partial z} + \frac{\partial R_z}{\partial y} \right) - M h_y \right]$$

$$\dot{m}_y = \delta \left[ (H_i - D \nabla^2) m_x + b \left( \frac{\partial R_x}{\partial z} + \frac{\partial R_z}{\partial x} \right) - M h_x \right]$$

$$\rho \ddot{R}_x = \alpha \nabla^2 R_x + (\alpha + 2\beta_1) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot R) + \frac{b}{M} \frac{\partial m_x}{\partial z}$$

$$\rho \ddot{R}_y = \alpha \nabla^2 R_y + (\alpha + 2\beta_1) \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot R) + \frac{b}{M} \frac{\partial m_y}{\partial z}$$

$$\rho \ddot{R}_z = \alpha \nabla^2 R_z + (\alpha + 2\beta_1) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot R)$$

$$+ \frac{b}{M} \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \right),$$

(1)

で与えられた。(1) ここに  $m, M$  は磁化ベクトル,  $H_i$  は  $z$  方向に加えられたバイアス磁界によって YIG 内に現れる内部直流磁界の強さ,  $\mu$  は高周波磁界,  $\sigma$  は磁気回転比,  $D$  はスピン交換項である。また  $R$  は弾性波の変位ベクトル,  $\rho$  は密度,  $\alpha, \beta_1$  はステイフネスそして  $b$  が磁気弾性結合係数である。

(1) 式を圧電性媒質における弾性表面波の解析などに良く用いられる構成関係式に書き直すと,

$$B = \hat{\mu} \cdot H + \hat{d} : T,$$

$$S = S^H : T + \hat{d} \cdot H,$$

(2)

となる。(11) ここに

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \bar{\mu} & j\bar{x} & 0 \\ -j\bar{x} & \bar{\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix},$$

$$S^{\#} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & -jS_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jS_{45} & \bar{S}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{zz} \end{bmatrix},$$

$$\hat{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -jd_{14} & -d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d_{15} & jd_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{d} = \hat{d}^T$$

で、 $\hat{\mu}$  は透磁率テンソルを  $\hat{d}$  は ME 係数のテンソルそして、 $S^{\#}$  はコンプライアンステンソルである。いまこの構成関係式で  $\hat{d}$  を零と置くと (2) 式は各々フェライト媒質 (MSW, SW の界を与える。) と弾性波媒質 (等方性弾性媒質における EW) の構成関係式に分離される。したがって ME 媒質とは両者が混合した媒質と考える事ができる。

(2) 式とマクスウェルの方程式

$$\nabla \times H = 0, \quad \nabla \cdot B = 0, \quad (3a)$$

そしてフックの法則およびニートンの法則

$$\nabla_s v = j\omega S, \quad v = j\omega R$$

$$\nabla \cdot \bar{T} = j\omega \rho v \quad (3b)$$

さらに境界条件から MSW, SW, EW, ならびに ME 波導波路に関するすべての界を導出する事ができる。しかしながらこの問題を厳密な形で論じる事は電磁界問題を境界条件のもとに解くという問題よりもはるかに複雑なものである。

ここでは ME 波の波長が YIG 薄膜の厚さに比べて十分小さいものとし、さらにバイアス直流磁界の方向に進む ME 波に着目し、平面波の形で ME 波の分散関係式を導く。(2) (3) 式で  $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$  と仮定し、z 方向 (バイアス磁界の方向) に進む ME 波の分散関係式を求めると、

$$(\omega \mp \omega_A \sqrt{\omega^2 - c_{\pm}^2 \beta^2}) \mp a c_{\pm}^2 \beta^2 = \quad (4)$$

$$f(\omega, \beta) = 0,$$

$$c_{\pm}^2 = \frac{C_{\pm}^2}{\rho}, \quad \omega_A = \sigma(H_0 + D\beta^2), \quad a = \frac{\sigma b^2}{C_{\pm} M}$$

となる。(3) この場合、ME波の正負円偏波のモードが伝搬し、(4)式の上の符号、下の符号が各々正、負円偏波に相当する。(1)-(4)なお、 $\beta$ はME波の伝搬定数である。

一方、 $\beta$ がME波に比べてきわめて小さくなる(波長が長くなる。)と、薄膜の厚みの影響を考える必要がある。この場合に現れるモードがMSWのモードでかつ直流磁界の方向に進むMSWのモードは静磁後退体積波(MSBVW)のモードである。その分散関係式は

$$\beta t = \rho \frac{1}{2} \left\{ 2 \tan^{-1} \rho \frac{1}{2} + n\pi \right\} = g(\omega, \beta) = 0,$$

$$\rho = -(1+x), \quad x = \frac{\mu_0^2 r^2 H_0 M}{(\sigma \mu_0 H_0)^2 - \omega^2}, \quad (5)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

である。(9)ここに $t$ は薄膜の厚みである。

### 3 不均一磁界によるME波の励振

(5)式のMSBVWそして(4)式のME波の分散関係式を正円偏波のモードに対して数値的に評価し、分散曲線の概略を描くと図1のようになる。この場合、

(4)式から求まるME波の $\beta$ と(5)式から求まるMSBVWの $\beta$ とは大きさが対数的に異なる。例として4GHzでMSBVWの $\beta$ が $10^3 m^{-1}$ に対してME波では $10^7 m^{-1}$ にもなる。この違いは波長の違いを意味し、 $\beta$ が $10^2 m^{-1}$ である。マイクロ波から直接にME波を励振できない理由がここにある。

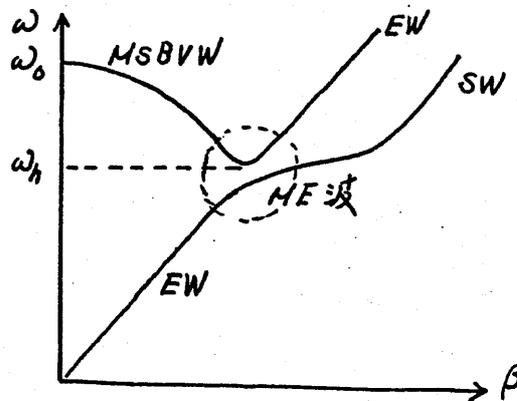


図1 MSBVWとME波の分散曲線

しかしながらMSBVWは図1に示すように  $\omega_h = \sigma\mu_0\chi_i$  と  $\omega_0 = \sigma\mu_0\sqrt{H_2(H_2+M)}$  で囲まれた帯域に存在し、この帯域は磁界  $H_2$  によって変える事ができる。同じくME波の  $\beta$  も  $\omega_h$  にあり、かつ  $\omega_h$  の近傍にはEWがある。なお、SWはME波とMSBVWとを結びつける重要な波である。

このようにMSBVWおよびME波の帯域が磁界によって変化する事は分散曲線が  $\omega$  軸に沿って上下する事を意味し、この動作を不均一磁界という形で導入すれば、波長の長いMSBVWから波長の短いME波へ連続的に距離を介して両者を結びつける事ができる。

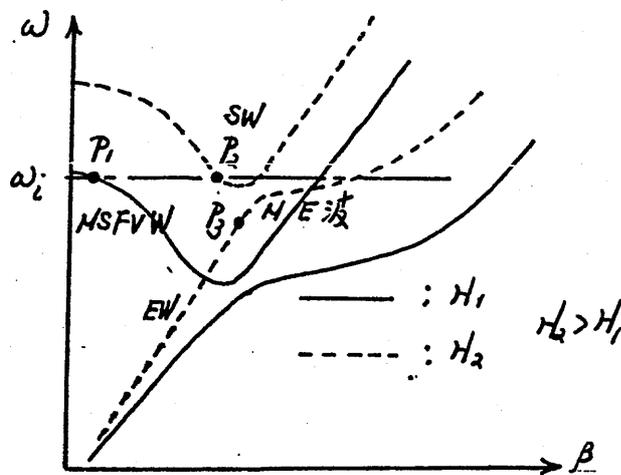
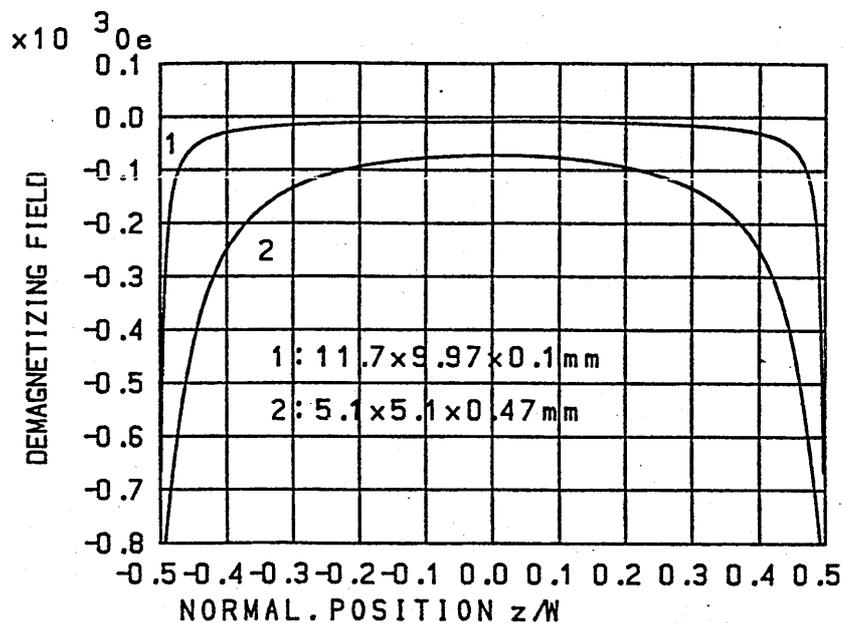


図2 磁界の  $H_1$ ,  $H_2$  に対する分散曲線

図2はこの不均一磁界によるME波励振の原理を示す。同図には2つの磁界の強さ  $H_1$ ,  $H_2$  ( $H_2 > H_1$ ) に対する分散曲線を描いている。いま  $\omega_i$  の角周波数でME波を励振しようとする。この場合、磁界の弱い  $H_1$  での分散曲線と  $\omega_i$  とは  $P_1$  で交叉する。この  $P_1$  点が動作点であり、この点で波長の長いMSBVWがマイクロ波により容易に励振される。つぎに磁界が  $H_2$  になると分散曲線は全体に上方に移動し、動作点はSWを通じて  $P_2$  点のME波の曲線上に来る。更に磁界が強くなれば  $P_2$  点は下方のEWの曲線上  $P_3$  点に移動する事もあるが、通常このようなME波はしゃ断される。このように不均一磁界をYIG内に形成させると、電磁波  $\rightarrow$  MSBVW  $\rightarrow$  SW  $\rightarrow$  ME波  $\rightarrow$  EWの過程を経て電磁波から連続的に波長が短縮されEWが励振される。

また何らかの形でEWからMSBVWへの逆の過程をYIG内に形成すれば、弾性波の信号をマイクロ波で取り出す事もできる。

ここでYIG薄膜内に自然に現れる不均一磁界の分布についてバルク素子との比較を含めて検討する。一般に磁性体を磁化すると減磁効果が現われ、その効果は磁性体の形状に左右される。この減磁効果の形状依存性はJosephやSchloemannによって詳しく報告された。<sup>(12)</sup>ここではJosephらの式を使って厚さ $100\mu\text{m}$ のYIG薄膜で [(寸法 $W(Z)=9.97_{\mu\text{m}}\times(L=0.1_{\text{mm}})\times(y=11.7_{\text{mm}})$ ] とバルク素子 [(寸法 $W(Z)=5.1_{\text{mm}}\times(L=0.47_{\text{mm}})\times(y=5.1_{\text{mm}})$ ] の減磁効果を長さ方向 ( $Z$ 方向) に直流磁界を印加したものとして計算し、長さ $w$ で規格化し、 $Z$ 方向に対し



試料1: 薄膜 2: バルク

図3 不均一な反磁界分布の計算例

て描くと、図3のごとくなる。

同図から薄膜の場合は全長の約5%の両端のみが不均一磁界となり、しかも不均一磁界の勾配がかなり大きい。一方、バルク素子の場合は全体に長さ方向に不均一になる。これは厚さの違いが不均一磁界の分布に大きく関連している事になり、薄い薄膜ほど不均一磁界を形成し難い。

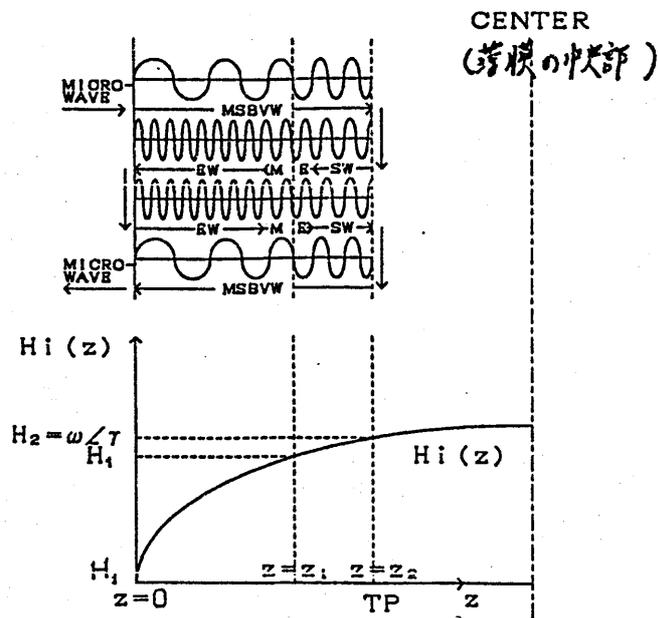


図4 ME波伝搬の概念図

図4は不均一磁界によるME波の励振の過程を描いている。同図で $z=0$ ,  $H_i = H_1$ のYIG薄膜の端でマイクロ波からMSBVWが励振される。このMSBVWは磁界が $H_2$ と強くなるにつれてSWに変換されるが、 $H_2$ を越えるとSWは遮断され、逆にSWは一方向にもどる事になる。このもどる場所 $z = z_2$ を転回点 $T_P$ と呼んでいる。もどされた波は磁界の弱い方向に向かって進むが、 $H_i = H_1$ でME波となる。ME波は更に弱い磁界の方向に進むためにEWになり、EWは $z=0$ の薄膜の端面で反射される。反射されたEWは再び磁界の強い方向に向かって進み、 $T_P$ で反射され、MSBVWの形で端面で出力として取り出される。この場合、磁界を $z=0$ から $z=z_2$ にわたって強くすると、 $z=0$ と $T_P = z_2$ 間の距離が短くなり、結果としてME波の遅延が短くなる。一方MSBVWは磁界が強くなると、遅延が大きくなるから、両者の遅延特性を測定すれば、ME波とMSBVWとを区別できる。

以上が不均一磁界によるME波の励振の原理であるが、これを最適化するにはEWを反射させるために $z=0$ の端面を鏡面仕上げする必要がある事と、不均一磁界の勾配を調整する必要がある。

#### 4 実験結果

すでに筆者らは比較的寸法の小さい $100\mu\text{m}$ 厚のYIG薄膜を用いてME波のエコーを観測した。しかしながら測定されたME波の信号はきわめて弱いものであった。<sup>(10)</sup>

ここではこの結果を発展させるために寸法が $11.7\times 9.97\times 0.1\text{mm}^3$ と表面積の大きいYIG薄膜を用いる。また、すでに述べたようにこのまま不均一磁界で磁化すると、内部不均一磁界の勾配が強すぎる。そこで図5に示すようにバイアス磁極を凹形に削り、不均一分布の最適化を図った。

ME波励振用のマイクロ波アンテナは直径 $180\mu\text{m}$ であり、鏡面研磨された薄膜端面に密着させている。図6に測定系のブロックダイアグラムを示す。3GHz帯のマイクロ波を $0.25\mu\text{A}$ 程度のパルス幅で変調し、サーキュレータを通じてアンテナに印加する。YIG薄膜からの反射波をGaAs FETで増幅した後、局部発振器の

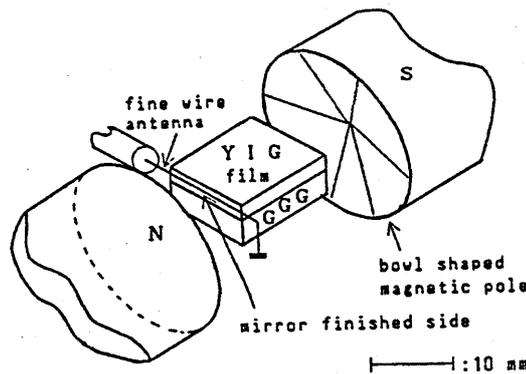


図5 YIG薄膜と磁極の配置

信号を混合し、スーパーロダイン方式で信号を受信する。

図7はこうして受信された信号の遅延時間が外部磁界によって変化する様子を示している。周波数が3.2GHz、パルス幅が $0.25\mu\text{A}$ である。1.4K0e以下に見られる遅延時間がMSBVWの信号によるものである。この場合3次のラウンドトリップのエコーまで測定されている。この様に遅延が磁界と共に増加するのはMSBVWの特長である。これにたいして1.6K0e以上で現われ、遅延時間が磁界にたいして減少する信号がME波によるものである。ME波の遅延が磁界の増加にたいして減少するのはすでに述べたごとく不均一磁界の分布、すなわち $T_p$ 点と $z=0$ での端面との距離が短くなるからである。

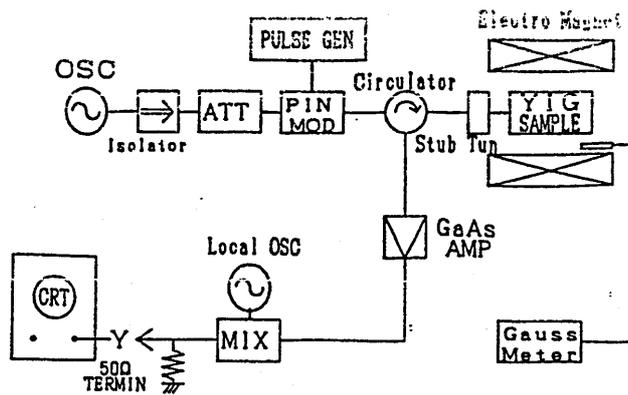


図6 実験装置のブロックダイアグラム

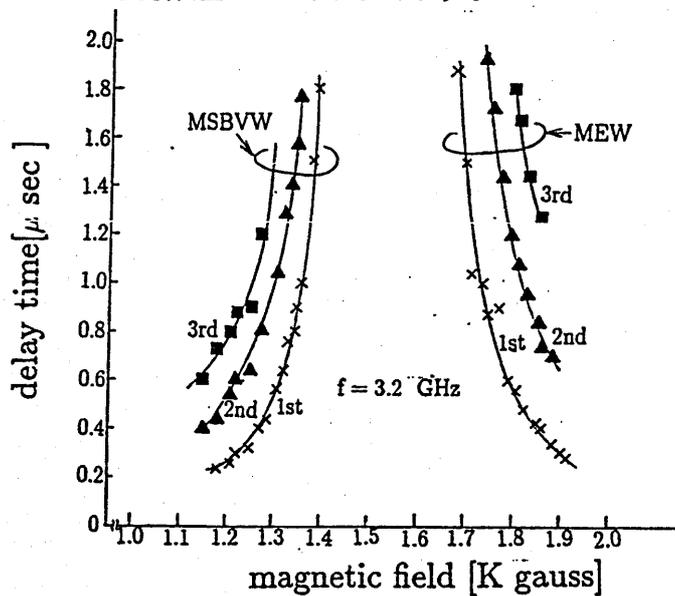


図7 MSBVWおよびME波の遅延特性

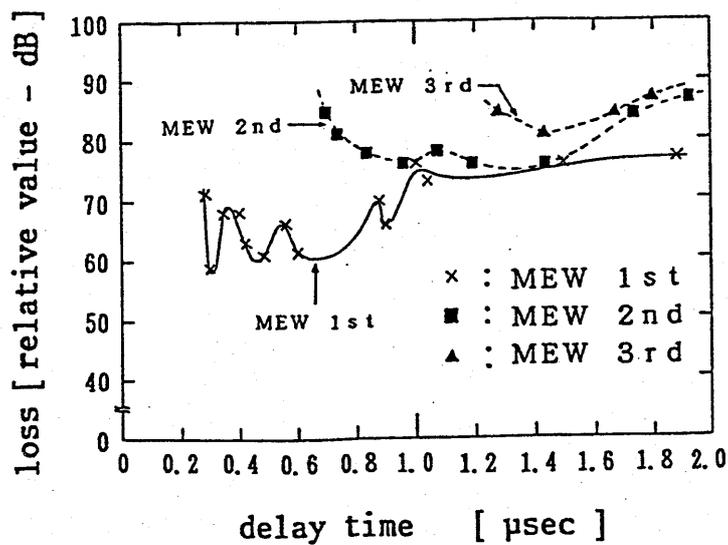


図8 高次のME波の損失対遅延時間

図8はME波の高次のエコーに関する損失の遅延時間の依存性を示す。この場合、基本エコーは不均一磁界による干渉のため損失が正弦波状に変化する。しかしながら2次、3次と高次になるほどこの干渉の効果は弱い。

図9はME波の遅延の磁界依存性を3種類の周波数にたいして測定したものである。この場合周波数依存性は顕著でないが、低い周波数ほど磁界にたいして遅延の変化が大きく、遅延の分散性が強くなる。なお、図中の実線は理論値である。この値はME波の分散関係式(4)式を用いて、群速度  $v_g$  を

$$v_g = - \frac{\partial f(\omega, \beta)}{\partial \beta} / \frac{\partial f(\omega, \beta)}{\partial \omega} \quad (6)$$

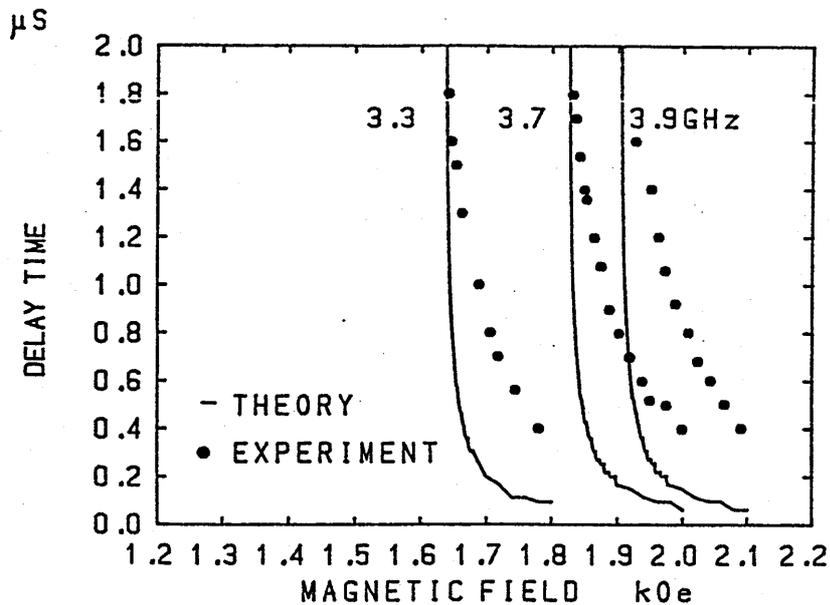


図9 ME波の遅延対磁界の周波数依存性

によって求め、図4に示す  $z = 0$  から  $T_p$  までの距離  $T_p(z)$  を図3に示す磁界の関数として評価し、遅延を

$$\tau = T_p(z) / v_g \quad (7)$$

として求めたものである。図から実験値は理論値と傾向が似ている事が分かる。

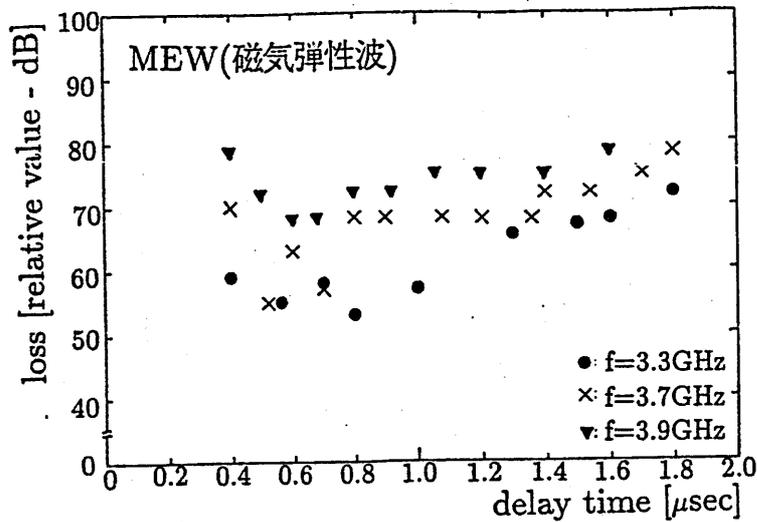


図10 ME波の損失対遅延時間の周波数依存性

図10はME波の遅延対損失の周波数依存性を示しており、低い周波数ほど損失は20dB程度小さくなる。

図11はMSBVWの遅延の磁界依存性を周波数を変えて測定したものである。この場合、ME波と逆に高い周波数で分散性が増す。また、図中の実線は理論値で、これはMSBVWの分散関係式(5)から、(6)式と同じ形で  $v_g$  を求め

$$\tau = \int_0^z \frac{1}{v_g} dz \quad (8)$$

から求めたものである。この場合の不均一磁界の分布として

$$H_z = H_0 - Nz z (z) M$$

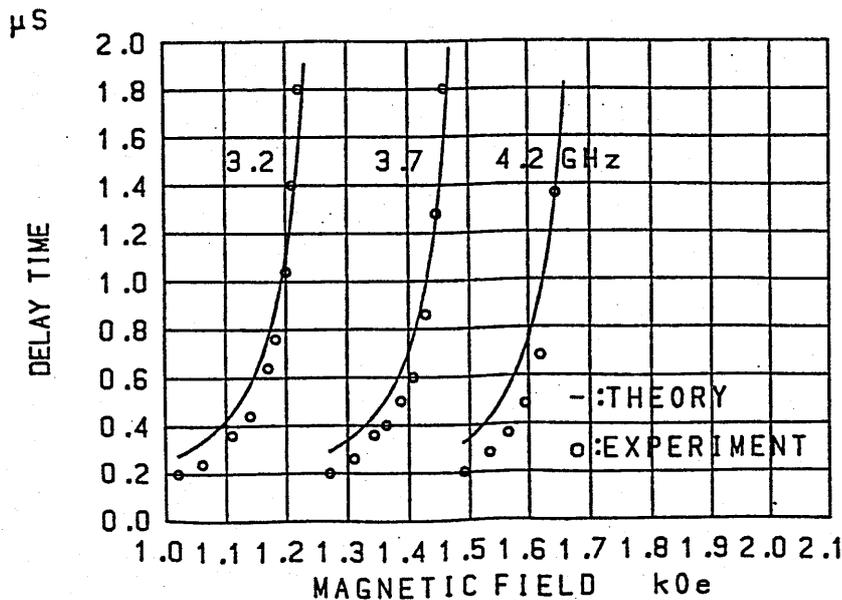


図11 MSBVWの遅延時間対磁界周波数依存性

と仮定した。ここに $H_0$ は空中の磁界を、 $N_{zz}(z)$ は図3に示す減磁効果に依存する磁界で $z$ の関数である。(5)式の $\eta=1$ にたいして求めた理論値(8)式はほぼ実験値と一致しているが、遅延の小さいところで両者にいくらかの差異が見られる。

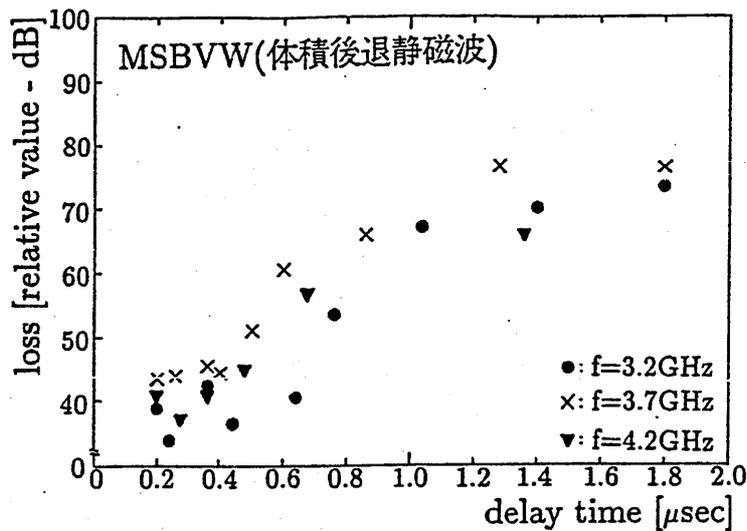
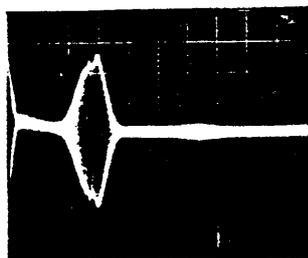


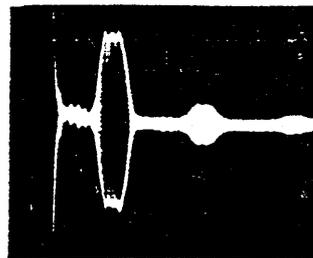
図12 MSBVWの損失対遅延時間周波数依存性

図12はMSBVWの遅延と損失の関係を周波数を変えて測定したものである。同図から周波数による損失の違いはそれほど見られない。また損失はME波と比べて30dB以上に小さく特に $0.2\mu\text{s}$ 位の遅延で損失が最小となる。この傾向はすでに報告した不均一磁界における体積前進静磁波の損失特性と類似する。<sup>(9)</sup>

なお得られた特性から $1\mu\text{s}$ あたりの損失を求めると、 $25\text{dB}/\mu\text{s}$ 位となる。



(a) MSBVWエコー  
frequency: 3.2GHz  
pulse width:  $0.35\mu\text{s}$   
 $H=13200\text{e}$   
 $0.2\mu\text{s/cm}$



(b) MEWエコー  
frequency: 3.2GHz  
pulse width:  $0.35\mu\text{s}$   
 $H=17700\text{e}$   
 $0.2\mu\text{s/cm}$

図13 MSBVWおよびME波の遅延波形

終わりに本実験で得られたME波とMSBVWのパルス遅延の波形を図13a, bに示す。図13aはMSBVWであり、図13bはME波である。

両者の波形を比較すると、ME波の波形はMSBVWに比べて角ばっており、ME波独特の非分散性の性質が現れている。

## 5. むすび

不均一磁界によるME波の励振について、その原理を述べると共に、実際に $100\mu\text{m}$ 厚のYIG薄膜を用い、ME波の実験を行い、遅延特性および損失の周波数や磁界依存性について詳しいデータを得た。初期の段階に比べて10~20dB程損失特性は改善されたものの<sup>(10)</sup>相対的なME波の損失が75dB程度とまだかなり大きい。

これを減らすためには結晶軸の方位とME波のモードとの関係ならびにアンテナの位置などの関係を詳しく調べる必要がある。

この様なME波は静磁波と異なり、弾性波であるから、静磁波に代わってME波による光偏向などの光との相互作用の研究<sup>(13)</sup>はきわめて興味深いものになるであろう。

文献

- 1) E. Schloemann, R. I. Joseph and T. Kohane;  
"Generation of spin waves in non-uniform magnetic fields, with application to magnetic delay lines",  
Proc. IEEE, Vol. 53, 10, PP. 1495-1507, (Oct. 1965).
- 2) R. W. Damon and H. Van de Vaart;  
"Dispersion of spin waves and magnetoelastic waves in YIG",  
Proc. IEEE, Vol. 53, PP. 348-354 (April 1965).
- 3) W. Strauss;  
"Elastic and magnetoelastic waves in Yttrium Iron Garnet",  
Proc. IEEE, Vol. 53, 10, PP. 1485-1495 (Oct. 1965).
- 4) 小西良弘;  
"YIG単結晶中の静磁波と磁気弾性波の伝搬", NHK 技報Vol. 23, 1, PP. 52-67 (昭46).
- 5) 堤 誠;  
"YIG薄膜内を伝搬する磁気弾性波",  
東北大学弾性表面波工学シンポジウム(1972-5).
- 6) 堤 誠;  
"磁気弾性波",  
応用物理, Vol. 46, 8, PP. 813-816(1977).
- 7) T. Yukawa and J. Ikenoue;  
"Interaction of magnetoelastic wave with drifting carriers in a ferrite semi-conductor hybrid structure",  
J. of Appl. Phy. 51, 1, PP. 151-160(Jan. 1980)
- 8) 岸本清治, 堤 誠, 熊谷信昭;  
"圧電性弾性表面波と磁気弾性波との周期的結合",  
信学論 Vol. 59-B, 4, PP. 231-237(April 1976).
- 9) 堤 誠;  
解説 "静磁波のマイクロ波デバイスへの応用",  
信学誌 掲載予定 (1991)
- 10) 湯川敏信, 堤 誠;  
"YIG薄膜における磁気弾性波のエコー",  
信学春季全大 C-100 (1991).

- 11) 堀 誠：  
“磁気弾性波に対する振動表示”，  
信学論. Vol. 58-B, 7. PP. 369-370(July1975).
- 12) R. I. Joseph and E. Schloemann;  
“Demagnetizing field in nonellipsoidal bodies”，  
J. of Appl. Phys. Vol. 36, 5, PP. 1579-1593(May1965).
- 13) C. Tsai and D. Young;  
“Magnetostatic-forward-volume-wave-based guided-wave magneto-optic  
Bragg cells and applications to communications and signal processing”  
IEEE. Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. 38. 5. PP. 560-570(May1990).

擬周期性を持つグリーン関数を用いた  
積分法による誘電体格子の解析

南 功治

山北 次郎

沢 新之輔

(大阪府立大学 工学部)

平成3年 9月20日

(於 京都工芸繊維大学)

# 擬周期性を持つグリーン関数を用いた 積分法による誘電体格子の解析

南 功治      山北 次郎      沢 新之輔  
(大阪府立大学 工学部)

## 1. まえがき

周期構造媒質による電磁波の散乱問題は、光、電波工学における基礎的課題の一つであり、解析手法についても数多くの報告がすでにある。従って、表面レリーフ型誘電体格子に対する解析手法も様々あり、モード整合法<sup>(1)・(2)</sup>、有限要素法<sup>(3)</sup>、微分方程式による解析法である微分法<sup>(4)・(6)</sup>、積分方程式による解析法である境界要素法<sup>(7)・(10)</sup>や積分法<sup>(11)・(12)</sup>、固有関数展開法<sup>(13)・(14)</sup>などが有力な解析法として知られている。

これらの手法にはそれぞれ特徴がある。例えば、モード整合法はモード関数により電磁界を展開することにより解析する手法で、解析の際にグリーン関数を必要としない。また、微分法は損失の無い誘電体格子の解析には非常に有効な手法として知られており、異方性媒質を含む誘電体格子への適用法<sup>(5)</sup>も確立されている数少ない手法の一つである。しかし、損失の大きな誘電体格子にTM波が入射する問題を解析する際、解の収束性が極端に悪くなる<sup>(15)</sup>という欠点もある。積分方程式による解析法については、誘電体の損失の有無、TE波入射、TM波入射の違いにかかわらず同等な解析が可能で、解の収束性についてもいずれの場合も同等である。

ところで、積分方程式による解析法は二つに大別され、一つは自由空間のグリーン関数であるハンケル関数を用いるもの<sup>(7)・(10)</sup>、もう一つは周期条件を満たすグリーン関数を用いるもの<sup>(11)・(12)</sup>である。しかし、周期条件を満たすグリーン関数を用いる手法については、筆者の知る限り、国内ではあまり用いられていないようである。

本報告では、誘電体の損失の有無、TE波入射、TM波入射の違いにかかわらず同等な解析が可能という点に着目し、周期条件を満たすグリーン関数を用いて境界要素法的に解析する手法を提案する。本手法では、周期条件を満たしているグリーン関数を用いているので境界要素は空気と誘電体との境界上の一周分だけに取れば十分であり、これにより、最終的に解くことになる行列方程式を低元化できる。また、このグリーン関数の特異点付近での計算方法<sup>(12)</sup>、及び特異点付近でのグリーン関数の積分方法についても述べる。

なお、数値計算例としては、解の収束性についてこれを微分法と比較する形で示し、損失のある誘電体を用いた正弦波状格子について解析し、他の手法<sup>(7)</sup>の結果と比較することで解の妥当性を示す。

## 2. 問題の設定

本報告において解析対象とするのは図1に示すような、なめらかな形状を持つ誘電体格子で、 $y$ 方向には一様である。この図において、領域Ⅰは空気、 $\epsilon_1=1.0$ であり、領域Ⅱは任意の複素誘電率 $\epsilon_2$ を有する誘電体である。また、各領域とも $\mu=1.0$ である。格子形状については関数 $f(z)$ によって与えられ、 $h$ は格子の溝の深さを、 $\Lambda$ は格子周期をそれぞれ表す。

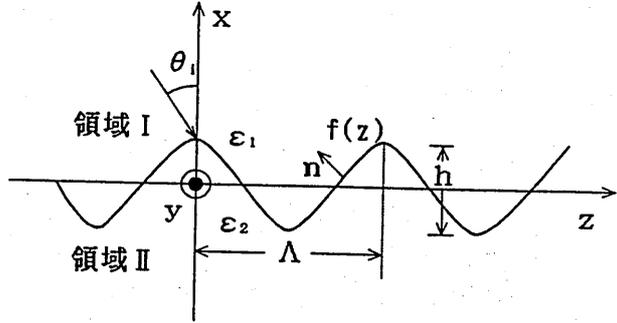


図1 誘電体格子の構造及び座標系

なお、 $n$ は法線方向を表し、入射波は $\theta_1$ で入射するものとする。

今、時間因子として $\exp(i\omega t)$ を採用し、空間変数をすべて、波数 $k_0=2\pi/\lambda$ で規格化して、 $k_0x \rightarrow x$ 、 $k_0z \rightarrow z$ と簡略化する。

## 3. 問題の定式化

### 3.1 電磁界の積分表現

本報告で述べる手法は積分方程式による解析法であるから、電磁界を積分形で表す必要がある。また、誘電体格子の散乱問題をスカラー界の二次元散乱問題として扱うために、 $y$ 方向に一様ということから、電界または磁界の $y$ 成分をスカラー界として選ぶことにする。

以上のことから、このスカラー界を $F$ で表すと、入射界を $F^i$ とした場合、領域Ⅰ、及び領域Ⅱのスカラー界 $F_1$ 、 $F_2$ はグリーンの定理を用いて積分表現できる。ただし、このときの線積分については、グリーン関数が周期条件を満たすということから積分路は領域Ⅰと領域Ⅱの境界上の一周分のみになる。従って、各領域の任意の観測点 $(x, z)$ における電磁界の積分表現は周期条件を満たすグリーン関数 $G_1$ 、 $G_2$ を用いて

$$F_1(x, z) = F^i(x, z) + F_1^s(x, z),$$

$$F_1^s(x, z) = - \int_0^\Lambda \left\{ G_1(x-x', z-z') \frac{\partial F_1(x', z')}{\partial n} - \frac{\partial G_1(x-x', z-z')}{\partial n} F_1(x', z') \right\} \phi(z') dz' \quad (1)$$

$$F_2(x, z) = \int_0^{\Lambda} \left\{ G_2(x-x', z-z') \frac{\partial F_2(x', z')}{\partial n} - \frac{\partial G_2(x-x', z-z')}{\partial n} F_2(x', z') \right\} \phi(z') dz' \quad (2)$$

$$\phi(z') = \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2} \quad (3)$$

と表される。ここで、添え字  $j$  は領域 I, II に対応し、 $F$  は TE 波入射のとき  $E_y$ 、TM 波入射のとき  $H_y$  をそれぞれ表す。なお、 $(x', z')$  は境界上の波源点を表す。

また、式(1), (2)において  $G_j (j=1, 2)$  は周期条件を満たすグリーン関数であり、 $\partial G_j / \partial n$  は  $G_j$  の法線微分である。そして、これらは

$$G_j(x-x', z-z') = \frac{1}{2i\Lambda} \sum_m \frac{1}{\kappa_{jm}} \exp\{-i\kappa_{jm}|x-x'| - is_m(z-z')\},$$

$$x' = f(z') \quad (j=1, 2) \quad (4)$$

$$\frac{\partial G_j(x-x', z-z')}{\partial n} = \frac{1}{2\Lambda} \sum_m \left\{ s \operatorname{sgn}(x-x') - \frac{s_m}{\kappa_{jm}} f'(z') \right\} \cdot \exp\{-i\kappa_{jm}|x-x'| - is_m(z-z')\} / \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2},$$

$$s \operatorname{sgn}(x-x') = \begin{cases} 1, & x > x' \\ -1, & x < x' \end{cases} \quad (j=1, 2) \quad (5)$$

で与えられる。

ただし、式(4), (5)において、 $m$  は空間高調波の次数であり、 $s_m, \kappa_{jm}$  は、

$$s_m = s_0 + 2\pi m / \Lambda, \quad s_0 = \sqrt{\epsilon_1} \sin \theta, \quad (6)$$

$$\kappa_{jm} = \sqrt{\epsilon_j - s_m^2} \quad (7)$$

と表される。また、 $f'(z)$  は  $f(z)$  の導関数を表す。

### 3.2 積分方程式の導出とその解法

積分方程式は電磁界の積分表現に境界条件を適用すれば得られるが、境界条件を適用するには境界上に観測点をとる必要がある。そのためには観測点を境界上に近づける極限操作を行うことによってこれを処理しなければならない<sup>(8)</sup>。この極限操作を前述の積分表現に適用すれば

$$\frac{1}{2} F(r) = F^i(r) - \int_0^{\Lambda} \left\{ G_1(\bar{R}) \frac{\partial F(r')}{\partial n} - \frac{\partial G_1(\bar{R})}{\partial n} F(r') \right\} \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2} dz' \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} F(r) = \int_0^{\Lambda} \left\{ \gamma G_2(\bar{R}) \frac{\partial F(r')}{\partial n} - \frac{\partial G_2(\bar{R})}{\partial n} F(r') \right\} \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2} dz' \quad (9)$$

$$\gamma = \begin{cases} 1, & \text{for TE} \\ \epsilon_2 / \epsilon_1, & \text{for TM} \end{cases} \quad (10)$$

で表される積分方程式が導かれる。ここで、式(8), (9)の  $F(r), F(r'), G_j(\bar{R})$  はそれぞれ  $F(x, z), F(x', z'), G_j(x-x', z-z')$  を表す。ただし、この極限操作により

$x=f(z)$  が成り立つ。

さて、この積分方程式を解くためにはこれを数値化された行列方程式にする必要があり、そのためには未知関数の離散化を行わねばならない。すなわち、未知関数を何らかの展開関数を用いて展開する必要がある。そこで、ここでは階段関数を用いてこの展開を行うことにする。ただし、この展開は積分方程式を点整合させるものとする<sup>(8)</sup>。

まず、領域 I と領域 II との境界の  $0 \leq z \leq \Lambda$  の範囲を  $N$  個の区間に均等分割し、整合点  $z_p$  ( $p=1, 2, \dots, N$ ) を各区間の中心にとる。そして、この中心での値をその区間での未知関数の値とする。このように階段関数展開すると未知関数は次のようになる。

$$F(x, z) = F(x_p, z_p), \quad \frac{\partial F(x, z)}{\partial n} = \frac{\partial F(x_p, z_p)}{\partial n},$$

$$z_p = \frac{\Lambda}{2N}(2p-1), \quad x_p = f(z_p) \quad \frac{p-1}{N}\Lambda \leq z \leq \frac{p}{N}\Lambda, \quad p=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

このように離散化することで、未知関数  $F(x, z)$  及び、 $\partial F(x, z)/\partial n$  は、

$$F = [F(x_1, z_1), F(x_2, z_2), \dots, F(x_N, z_N)]^t \quad (12)$$

$$F' = \left[ \frac{\partial F(x_1, z_1)}{\partial n}, \frac{\partial F(x_2, z_2)}{\partial n}, \dots, \frac{\partial F(x_N, z_N)}{\partial n} \right]^t \quad (13)$$

という形でベクトル表現できる。なおこれ以後、境界とは領域 I と領域 II との境界の  $0 \leq z \leq \Lambda$  の範囲を指すものとし、 $N$  を境界の分割数と呼ぶことにする。

この離散化の結果、積分方程式は

$$\begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ F' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F^i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

で表される行列方程式として書くことができる。ここで、小行列  $C_1, C_2, C_3, C_4$  の各要素は次のように表される。

$$c_{1pq} = \frac{1}{2} \delta_{pq} - \int_a^b \frac{\partial G_1(x_p - x', z_p - z')}{\partial n} \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (15)$$

$$c_{2pq} = \int_a^b G_1(x_p - x', z_p - z') \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (16)$$

$$c_{3pq} = \frac{1}{2} \delta_{pq} + \int_a^b \frac{\partial G_2(x_p - x', z_p - z')}{\partial n} \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (17)$$

$$c_{4pq} = - \int_a^b \gamma G_2(x_p - x', z_p - z') \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{q-1}{N} \Lambda, \quad \beta = \frac{q}{N} \Lambda \quad (19)$$

なお、 $\delta_{pq}$  はクロネッカーのデルタ記号である。

また、 $F^i$  は境界上の各整合点での入射界の値によって構成されるベクトルで

$$F^i = [F^i(x_1, z_1), F^i(x_2, z_2), \dots, F^i(x_N, z_N)]^t \quad (20)$$

と表される。従って、入射界の式が与えられれば、各整合点での未知関数の値が式(14)の行列方程式から求められる。なお、後の数値計算では単位電力入射の場合を考えて、

$$F^i(x, z) = \exp(i\kappa_{10}x - is_0z), \quad x=f(z) \quad (21)$$

で表される入射界を用いる。

ところで、散乱電磁界  $F^s(x, z)$  は次のように空間高調波展開することができる。

$$F^s(x, z) = \sum_m A_m \exp(i\kappa_{2m}x - is_mz) + \sum_m B_m \exp(-i\kappa_{1m}x - is_mz) \quad (22)$$

$$A_m = - \int_0^\Lambda \left\{ \gamma \overline{G_{2m}}(x', z') \frac{\partial F(x', z')}{\partial n} - \frac{\partial \overline{G_{2m}}(x', z')}{\partial n} F(x', z') \right\} \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (23)$$

$$B_m = \int_0^\Lambda \left\{ \overline{G_{1m}}(x', z') \frac{\partial F(x', z')}{\partial n} - \frac{\partial \overline{G_{1m}}(x', z')}{\partial n} F(x', z') \right\} \sqrt{1 + [f'(z')]^2} dz' \quad (24)$$

ただし、 $A_m$  は透過振幅係数、 $B_m$  は反射振幅係数を表す。また、式(23)、(24)における  $\overline{G_{j,m}}$  ( $j=1,2$ ) は

$$\overline{G_{1m}}(x, z) = \frac{1}{2i\Lambda\kappa_{1m}} \exp(i\kappa_{1m}x + is_mz) \quad (25)$$

$$\overline{G_{2m}}(x, z) = \frac{1}{2i\Lambda\kappa_{2m}} \exp(-i\kappa_{2m}x + is_mz) \quad (26)$$

で与えられる。

このことは行列方程式の解  $F, F'$  を用いて、 $A_m, B_m$  が式(23)、(24)から求められることを示している。従って  $A_m, B_m$  が決まれば、TE波入射、TM波入射の各場合についての  $m$  次の反射回折効率  $\eta_m^r$ 、及び透過回折効率  $\eta_m^t$  は

$$\eta_m^r = \frac{|Re(\kappa_{1m})|}{|Re(\kappa_{10})|} |B_m|^2, \quad \eta_m^t = \frac{|Re(\kappa_{2m})|}{|Re(\kappa_{10})|} |A_m|^2 \quad \text{for TE} \quad (27)$$

$$\eta_m^r = \frac{|Re(\kappa_{1m})|}{|Re(\kappa_{10})|} \cdot \frac{|B_m|^2}{\epsilon_1}, \quad \eta_m^t = \frac{|Re(\kappa_{2m})|}{|Re(\kappa_{10})|} \cdot \frac{|A_m|^2}{\epsilon_2} \quad \text{for TM} \quad (28)$$

を用いて求めることができる。

#### 4. 周期条件を満たすグリーン関数

##### 4.1 特異点付近のグリーン関数の計算方法

式(4)で示した周期条件を満たすグリーン関数  $G_j$  は無限級数であるが、実際の計算では、その値が収束した有限の展開項数でこれを打ち切ることになる。しかし、特異点に近づくにつれて、この展開項数が非常に大きくなり、その値が収束するのが遅くなるという性質がある<sup>(12)</sup>。そこで、この問題を避けるために値の収束が遅くなった段階でグリーン関数  $G_j$  を

$$G_j(x-x', z-z') = G_{j\infty}(x-x', z-z') + \{G_j(x-x', z-z') - G_{j\infty}(x-x', z-z')\} \quad (29)$$

$$G_{j\infty}(x-x', z-z') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{4\pi m} \exp\{s_0(-X-iZ)\} \cdot \exp\{2\pi m(-X-iZ)/\Lambda\} \\ - \sum_{m=-1}^{-\infty} \frac{1}{4\pi m} \exp\{s_0(X-iZ)\} \cdot \exp\{2\pi m(X-iZ)/\Lambda\},$$

$$X = |x-x'|, \quad Z = z-z' \quad (j=1,2) \quad (30)$$

という二つの級数に分けて計算する<sup>(12)</sup>という処理を行う。ここで  $G_j - G_{j\infty}$  という級数は、 $G_j$  より小さい展開項数でその値は収束する。また、級数  $G_{j\infty}$  の和は

$$G_{j\infty}(x-x', z-z') = -\frac{1}{4\pi} \exp\{s_0(-X-iZ)\} \log[1 - \exp\{2\pi(-X-iZ)/\Lambda\}] \\ - \frac{1}{4\pi} \exp\{s_0(X-iZ)\} \log[1 - \exp\{2\pi(-X+iZ)/\Lambda\}] \quad (31)$$

で表され、このような簡単な計算で求められる。この結果としてグリーン関数の値の収束は速くなる。

一方、 $\partial G_j / \partial n$  についても同様な性質を持つので、

$$N_j(x-x', z-z') = N_{j\infty}(x-x', z-z') + \{N_j(x-x', z-z') - N_{j\infty}(x-x', z-z')\} \quad (32)$$

$$N_{j\infty}(x-x', z-z') = \left[ \frac{1}{2\Lambda} \operatorname{sgn}(x-x') + \frac{1}{2\Lambda} \{ \operatorname{sgn}(x-x') + if'(z) \} \right. \\ \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \exp\{s_0(-X-iZ)\} \exp\{2\pi m(-X-iZ)/\Lambda\} \\ \left. + \frac{1}{2\Lambda} \{ \operatorname{sgn}(x-x') - if'(z) \} \sum_{m=-1}^{-\infty} \exp\{s_0(X-iZ)\} \right. \\ \left. \cdot \exp\{2\pi m(X-iZ)/\Lambda\} \right] / \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2} \quad (33)$$

で示されるような処理を行えばよい。ただし、簡単のために  $\partial G_j / \partial n$  を  $N_j$  で表している。

また、ここでも  $N_j - N_{j\infty}$  という級数は  $N_j$  よりその値の収束が速く、先の  $G_{j\infty}$  の

場合と同様に級数 $N_{j\infty}$ の和は

$$\begin{aligned}
 N_{j\infty}(x-x', z-z') = & \left[ \frac{1}{2\Lambda} \operatorname{sgn}(x-x') + \frac{1}{2\Lambda} \{ \operatorname{sgn}(x-x') + if'(z) \} \right. \\
 & \cdot \exp\{s_0(-X-iZ)\} \frac{1}{\exp\{2\pi(X+iZ)/\Lambda\} - 1} \\
 & + \frac{1}{2\Lambda} \{ \operatorname{sgn}(x-x') - if'(z) \} \exp\{s_0(X-iZ)\} \\
 & \left. \cdot \frac{1}{\exp\{2\pi(X-iZ)/\Lambda\} - 1} \right] / \sqrt{1 + \{f'(z')\}^2} \quad (34)
 \end{aligned}$$

と求めることができ、この結果 $N_j$ の値の収束も速くなる。

#### 4.2 特異点付近のグリーン関数の積分方法

前節においてグリーン関数を $G_j - G_{j\infty}$ と $G_{j\infty}$ の二つの関数に分けたが、 $G_{j\infty}$ は特異点の近くでは

$$G_{j\infty}(x-x', z-z') \doteq -\frac{1}{2\pi} \left[ \log(2\pi) + \frac{\log[1 + \{f'(z)\}^2]}{2} + \log \frac{|z' - z|}{\Lambda} \right] \quad (35)$$

と近似され<sup>(12)</sup>、対数関数の影響で変化の急激な関数となっている。すなわち、この $G_{j\infty}$ がグリーン関数の特異点付近の変化を支配すると言える。

従って、このままでは特異点を含む区間でのグリーン関数の数値積分を行うことはできない。しかし、数値積分の際に問題となる要素 $\log\{|z' - z|/\Lambda\}$ は可積分関数であることから、

$$\begin{aligned}
 \int_a^b G_j(x_p - x', z_p - z') \phi(z') dz' = & \int_a^b \{ G_j(x_p - x', z_p - z') - G_{j\infty}(x_p - x', z_p - z') \} \phi(z') dz' \\
 & + \int_a^b \{ G_{j\infty}(x_p - x', z_p - z') \phi(z') - G'_{j\infty}(x_p - x', z_p - z') \phi(z_p) \} dz' \\
 & + \phi(z_p) \int_a^b G'_{j\infty}(x_p - x', z_p - z') dz' \quad (36)
 \end{aligned}$$

$$G'_{j\infty}(x-x', z-z') = -\frac{1}{2\pi} \log \frac{|z' - z|}{\Lambda}, \quad \phi(z) = \sqrt{1 + \{f'(z)\}^2} \quad (37)$$

で示されるような処理を行うことで、この問題を避けることができる。

これにより、式(36)の右辺第1項、第2項の被積分関数はともに変化の小さな関数となるため積分区間の分割数は少なくなり、第3項の積分も簡単な計算で積分値が求められる。従ってグリーン関数の積分は容易に行うことができる。

## 5. 数値計算例

まず、本手法により得られる解の収束性を、損失誘電体格子にTE波、及びTM波が入射した場合、無損失誘電体格子にTE波、及びTM波が入射した場合について、回折効率 $\eta$ の収束性を調べることにより検討する。また、微分法を用いた場合の解の収束性とも比較する。

回折効率の収束性を示すための尺度は本手法の場合は境界の分割数 $N$ であり、微分法の場合には空間高調波の展開項数 $2M+1$ であるから両者は全く異なる。しかし、双方ともこの値が大きくなれば計算に負担がかかるという点で一致しており比較することに問題はないと思われる。

なお、以後の数値計算では格子形状を正弦波状格子として計算を行う。従って格子形状を表す関数 $f(z)$ は、次のように表される。

$$f(z) = h \cos\left(2\pi \frac{z}{\Lambda}\right) \quad (38)$$

図2、図3、図4、及び図5は、 $h/\lambda=0.4$ 、 $\Lambda/\lambda=2.0$ の損失誘電体格子に入射波が入射角 $\theta_i=38^\circ$ で入射した場合の反射回折効率の収束性を示している。すなわち、図2、及び図4は本手法を適用したときの境界の分割数に対する収束性を示し、図3、及び図5は微分法を適用したときの空間高調波の展開項数に対する収束性を示す。ただし、図2、及び図3はTE波入射の場合を、図4、及び図5はTM波入射の場合をそれぞれ示している。また、損失誘電体としては波長 $0.55\mu\text{m}$ での金を考え、 $\epsilon_2=-5.28-i1.48$ とする。

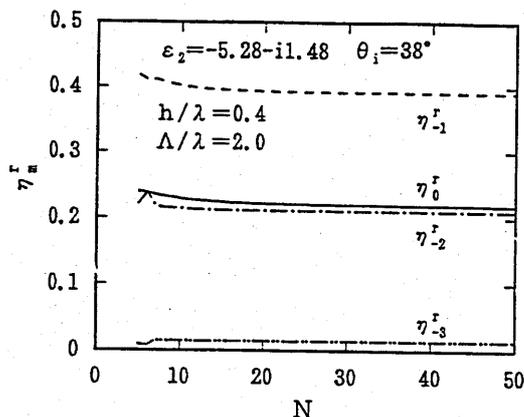


図2 TE波入射時の境界の分割数に対する反射回折効率の収束性

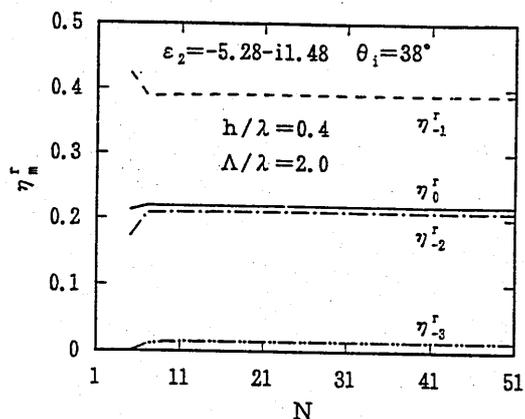


図3 微分法を用いた場合のTE波入射時における展開項数に対する反射回折効率の収束性

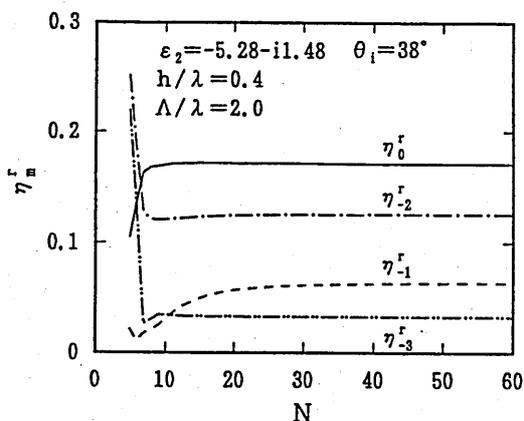


図4 TM波入射時の境界の分割数に対する反射回折効率の収束性

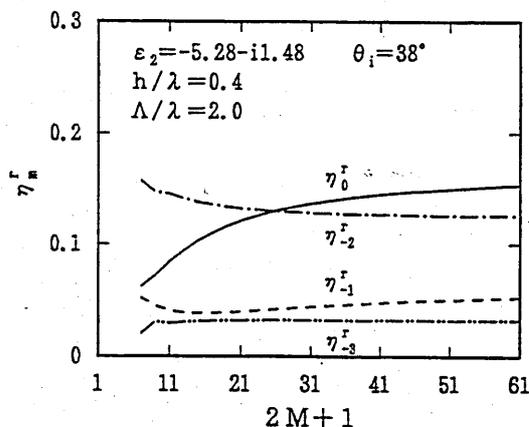


図5 微分法を用いた場合のTM波入射時における展開項数に対する反射回折効率の収束性

図2と図3の比較から、TE波入射の場合、本手法を適用した場合の収束性と微分法を適用した場合の収束性との間には大きな差異はないと言える。しかしながら、TM波入射の場合は、これとは異なる結果が得られる。すなわち、図4が示すように本手法を適用した場合は境界の分割数40程度でほぼ収束するのに対して、微分法を適用した場合には、図5が示すように空間高調波の展開項数を61にしても、まだ解の収束は得られない。

また、図6、図7、図8、及び図9は、 $h/\lambda=0.5$ 、 $\Lambda/\lambda=1.0$ で $\epsilon_2=4.0$ なる無損失誘電体格子に入射角 $\theta_i=45^\circ$ で入射波が入射した場合の透過回折効率の収束性を示したものである。すなわち、図6、及び図8は本手法を適用したときの収束性を表し、図7、及び図9は微分法を適用したときの収束性を表す。ただし、図6及び図7はTE波入射の場合を、図8、及び図9はTM波入射の場合をそれぞれ示している。

このときの収束性について考えると、TE波入射の場合は、図7が示すように微分法を用いた場合の収束は非常に速く、図6と比べてもこれは明らかである。しかし、本手法を適用した場合も収束しないわけではなく、図6が示すように図2、あるいは図4の場合と同じ程度の境界の分割数で収束している。一方、TM波入射の場合については、図8と図9の比較から、本手法を適用した場合の収束性と微分法を適用した場合の収束性の間には大きな差異はないと言える。

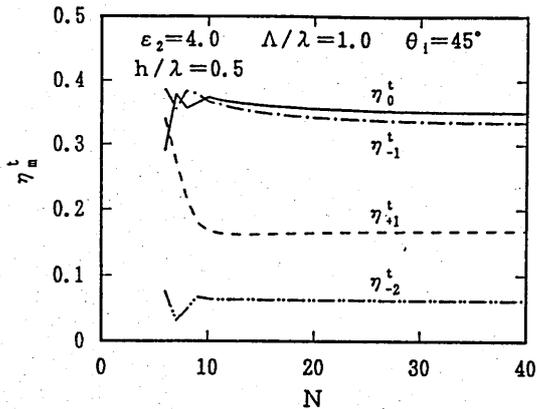


図6 TE波入射時の境界の分割数に対する透過回折効率の収束性

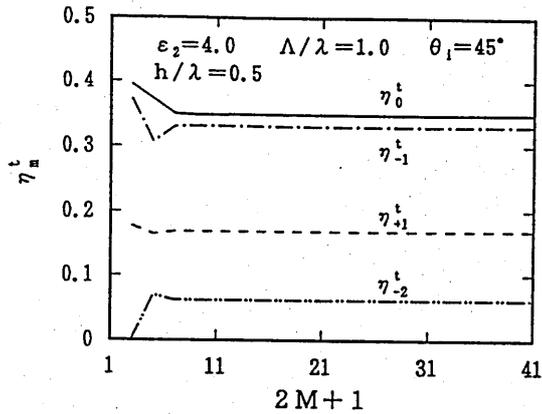


図7 微分法を用いた場合のTE波入射時における展開項数に対する透過回折効率の収束性

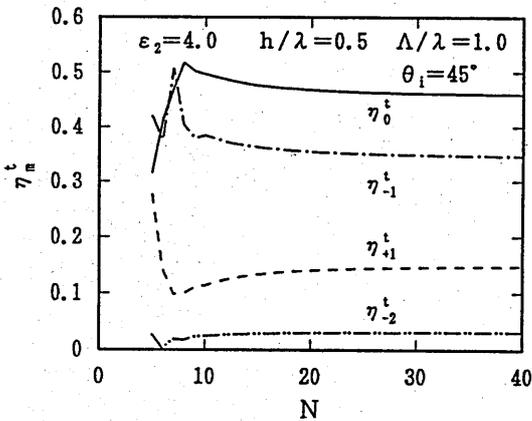


図8 TM波入射時の境界の分割数に対する透過回折効率の収束性

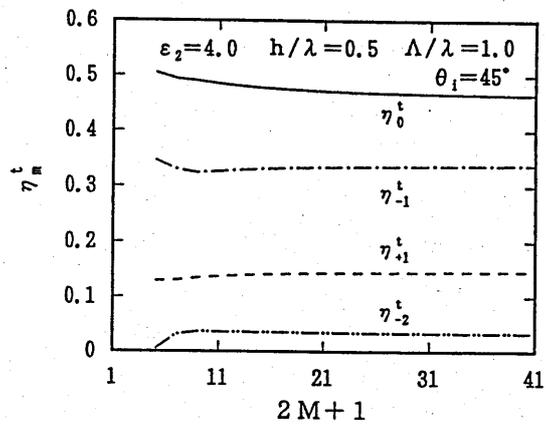


図9 微分法を用いた場合のTM波入射時における展開項数に対する透過回折効率の収束性

このように本手法の解の収束性は、微分法の場合のように取り扱う問題によって異なるということではなく、誘電体の損失の有無、TE波入射、TM波入射の違いなどには影響されないことがわかる。また、損失誘電体格子にTM波が入射する問題を解析するには本手法のほうが微分法よりはるかに適していると言える。

次に、図2、3の場合と同じ正弦波状格子にTE波、及びTM波が入射する場合について解析を行う。図10、11は入射角を変化させた場合の正弦波状格子の反射特性を表しており、実線は本手法による解析結果を示し、各点は境界要素法による解析結果<sup>(7)</sup>を示す。なお、図10はTE波入射の場合を、図11はTM波入射の場合をそれぞれ表す。これらの図において本手法による解析結果と境界要素法による解析結果とはよく一致しており、本手法の妥当性が示される。

また、正弦波状格子以外の格子形状に本手法を適用した例としてフーリエ格子を考え、入射角を変化させたときの、このフーリエ格子の反射特性を図12、及び図13に示す。すなわち、図12はTE波入射の場合を示し、図13はTM波入射の場

合を示す。ただし、フーリエ格子の形状は

$$f(z) = h' \{ \sin(2\pi z/\Lambda') + \gamma' \sin(4\pi z/\Lambda' + \delta') \} \quad (39)$$

で表される。なお、損失誘電体としては波長  $\lambda = 0.83 \mu\text{m}$  のときの金を考え、 $\epsilon_2 = -21.6 - i1.40$  であるとし、式(39)における各パラメータを  $h' = 0.2 \mu\text{m}$ 、 $\Lambda' = 1/1200\text{mm}$ 、 $\gamma' = 0.2$ 、 $\delta' = -\pi/2$  とする。

このように、本手法はなめらかな形状であればどのような格子形状に対しても適用可能である。

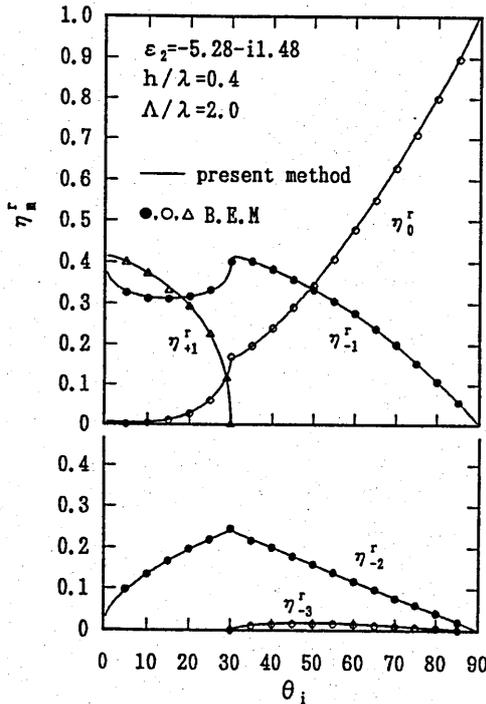


図10 TE波入射時の正弦波状格子の反射特性

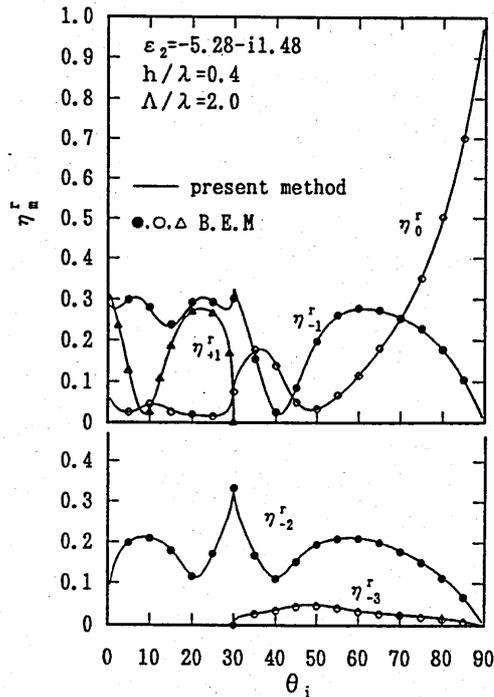


図11 TM波入射時の正弦波状格子の反射特性

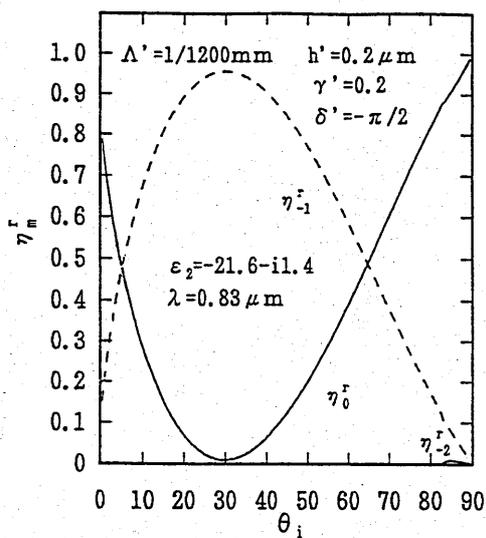


図12 TE波入射時のフーリエ格子の反射特性

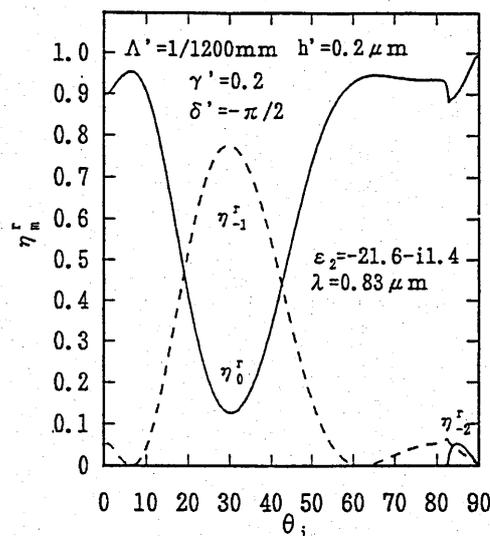


図13 TM波入射時のフーリエ格子の反射特性

## 6. むすび

本報告では誘電体格子の散乱問題を周期条件を満たすグリーン関数を用いて境界要素法的に解析する手法を提案した。また、本手法においては、すでに周期条件を満たしているグリーン関数を用いることで、最終的に解くことになる行列方程式を低元化できた。さらに、周期条件を満たすグリーン関数の特異点付近での計算方法、及び積分方法についても示した。

数値計算では、解の収束性について検討し、本手法においては誘電体の損失の有無、TE波入射、TM波入射の違いに解の収束性が影響されないこと、すなわち、本手法が微分法とは異なり任意の複素誘電率を持つ誘電体格子の散乱問題の解析に適用できることを示した。また、本手法による解析結果と他の手法による解析結果がよく一致することから本手法の妥当性を示した。

今後の課題としては、異方性媒質に対するグリーン関数を導出することで、異方性誘電体格子の解析を行いたいと考えている。最後に、日頃から有益な御質疑、御討論を頂いている森 静雄講師、小南昌信講師に深く感謝致します。

## 参考文献

- (1) 安浦亀之助, 富田正治: “誘電体格子による平面波回折の数値解析”, 信学論(B), J61-B, 7, pp.662-669(昭和53-07)
- (2) 安浦亀之助, 村山正直: “損失を考慮に入れた正弦波状格子による回折問題の数値解析”, 信学論(B), J69-B, 2, pp.198-205(昭和61-02)
- (3) 中田康則, 小柴正則, 鈴木道雄: “誘電体格子による平面波回折の有限要素法解析”, 信学論(C), J69-C, 12, pp.1503-1511
- (4) R.Petit: “Electromagnetic Theory of Grating, Chap.4” Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York(1980)
- (5) 山北次郎, 松本恵治, 森 静雄, 六島 克: “微分法による異方性誘電体格子の解析” 信学論(C), J73-C- I, 1, pp.1-8(平成2-01)
- (6) 松本恵治, 山北次郎, 森 静雄, 六島 克: “微分法を用いた任意形状誘電体格子の解析” 電学会電磁界理論研資, EMT-88-109(昭和63-10)
- (7) 中田康則, 小柴正則: “任意の複素誘電率を有する金属格子による平面波回折の境界要素法解析”, 信学論(C), J71-C, 10, pp.1412-1418(昭和63-10)
- (8) 森田長吉, 熊谷信昭: “電磁波と境界要素法”, 森北出版(1987)
- (9) 松本政行, 堤 誠, 熊谷信昭: “積分方程式を用いた周期構造導波路の解析” 電学会電磁界理論研資, EMT-85-63(昭和60-10)
- (10) M.matsumoto, M.Tsutumi, and N.Kumagai: “Radiation of Millimeter Wave from a Leaky Dielectric Waveguide with a Light-Induced Grating Layer” MTT-35, 11, pp.1033-1042(1987)
- (11) S. L. Chaung. and J. A. Kong : “Scattering of waves from periodic surfaces”, Proc. IEEE, 69, pp.1132-1144(1981)
- (12) R. Petit: “Electromagnetic Theory of Grating, Chap.3” Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York(1980)
- (13) 山北次郎, 六島 克: “深い溝を持つ誘電体格子による平面波の散乱”, 信学論(B), J66-B, 3, pp.375-382(昭和58-03)
- (14) J. Yamakita, K. Rokushima and S. Mori: “Numerical analysis of multi-step dielectric gratings”, Proc. of SPIE, 815, pp.153-157(1987)
- (15) M. Neviere and P. Vincent: “Differential theory of gratings: answer to an objection on its validity for TM porlarization”, J. Opt. Soc. Am. A, 5, pp.1522-1524(1988)

付録 A. Pseudo-Periodic Green's Functionの導出

まず, 境界上を除いてMaxwellの方程式は

$$\text{curl}\sqrt{Y_0}E = -i\sqrt{Z_0}H, \text{curl}\sqrt{Z_0}H = i\varepsilon\sqrt{Y_0}E, Y_0 = 1/Z_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} \quad (\text{A-1})$$

と表され, その解は式(A-2)の形になる.

$$\sqrt{Y_0}E_P(x, z) = \sum_m e_{Pm}(x) \exp(-is_m z), \sqrt{Z_0}H_P(x, z) = \sum_m e_{Pm}(x) \exp(-is_m z) \quad (\text{A-2})$$

(P=x, y, z)

さらに, ここから得られる行列微分方程式は次のようになる.

$$\begin{pmatrix} \partial e_{ym}/\partial x \\ \partial h_{zm}/\partial x \\ \partial e_{zm}/\partial x \\ \partial h_{ym}/\partial x \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \varepsilon - s_m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_m^2/\varepsilon - 1 \\ 0 & 0 & -\varepsilon & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{ym} \\ h_{zm} \\ e_{zm} \\ h_{ym} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e_{xm} \\ h_{xm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & s_m/\varepsilon \\ -s_m & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{ym} \\ h_{zm} \\ e_{zm} \\ h_{ym} \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

TE波とTM波に分離して取り扱えるので, TE波だけについて示すことにする. 式(A-3)の係数行列の固有値及び, 固有ベクトルから

$$\begin{pmatrix} e_{ym}(x) \\ h_{xm}(x) \\ h_{zm}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -s_m \\ \pm \kappa_m \end{pmatrix} a_E^\pm(x') \exp\{-i\kappa_m |x - x'|\}, \kappa_m = \sqrt{\varepsilon - s_m^2} \quad (\text{A-4})$$

が得られる.

また, 境界  $x' = f(z')$  上において次のような  $\delta$  関数状の電流源を考える.

$$\sqrt{Z_0}J_o(z) = \delta\{(z - z')\sqrt{1+f'^2}\} = \frac{1}{\Lambda\sqrt{1+f'^2}} \sum_m \exp\{-is_m(z - z')\} \quad (\text{A-5})$$

(Q=y or t)

ただし,  $f'$  は  $f(z')$  の導関数  $f'(z')$  を表す.

ここでは, 境界条件からこの電流源に対する  $E_y$  の応答を求めることで, グリーン関数を決定する.

電流源に対する  $E_y$  の応答  $\langle E_y \leftarrow -iJ_y \rangle$ : 境界条件としては  $e_y$  が連続, 磁界の接線成分  $h_t$  はジャンプが存在する. ただし,  $h_t$  は次式で与えられる.

$$h_t = \{h_x + f' h_z\} / \sqrt{1+f'^2} \quad (\text{A-6})$$

この結果, 境界条件は次式のようになり,  $a_E^+$ ,  $a_E^-$  が決定される.

$$a_E^+ - a_E^- = 0,$$

$$\begin{aligned} & \{(-s_m f' + \kappa_m) a_E^+ - (-s_m f' - \kappa_m) a_E^-\} / \sqrt{(1+f'^2)} \\ & = (i/\Lambda) / \sqrt{(1+f'^2)} \exp(is_m z') \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

$$a_E^+ = a_E^- = 1/(2i\Lambda\kappa_m) \exp(is_m z') \quad (\text{A-8})$$

そして、式(A-8)と式(A-4)より次式が得られる。

$$e_{ym}(x-x') = \frac{1}{2i\Lambda\kappa_m} \exp\{-i\kappa_m|x-x'| + is_m z'\} \quad (\text{A-9})$$

最後に式(A-9), 及び(A-2)から本文における式(4)が導かれる。

ただし、ここでの応答はスカラー解析によるグリーン関数に一致させるために  $-iJ_y$  に対する応答となっている。

## 付録B. 微分法

微分法は Maxwell の方程式から導かれる次の行列微分方程式をよく知られている手法, Runge-Kutta法やAdams-Moulton法などによって解くことで解析を行う。

$$\frac{df(x)}{dx} = iC(x)f(x), \quad f(x) = [e_y(x), h_z(x), e_z(x), h_y(x)]^t \quad (\text{B-1})$$

また、等方性誘電体格子の場合には、係数行列  $C(x)$  は

$$C(x) = \begin{pmatrix} C_{TE}(x) & 0 \\ 0 & C_{TM}(x) \end{pmatrix} \quad (\text{B-2})$$

$$C_{TE}(x) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\varepsilon + s^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_{TM}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 - s\varepsilon^{-1}s \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B-3})$$

$$\varepsilon = [\varepsilon \delta_{mn}], \quad s = [\delta_{mn} s_m], \quad 1 = [\delta_{mn}], \quad 0 = [0]$$

と書け、TE, TM波に分離して解析できる。

輻射科学研究会資料  
(RS91-8)

# 非線形光導波路の双安定的導波特性

村田 博司      井筒 雅之      末田 正

大阪大学 基礎工学部

平成3年9月20日

於 京都工芸繊維大学

# 非線形光導波路の双安定的導波特性

## Bistable Propagation Characteristics of Nonlinear Optical Waveguides.

村田 博司, 井筒 雅之, 末田 正  
Hiroshi MURATA, Masayuki IZUTSU and Tadaki SUETA  
大阪大学 基礎工学部  
Faculty of Engineering Science, Osaka University

### 1. はじめに

光の本来持っている高速性を活かして光波を制御する方法として、非線形光学効果による光波の制御がある。一方、光導波路においては、光閉じ込め作用のために比較的容易に高い光電力密度と大きな相互作用長を得ることができるため、効率よく非線形相互作用を利用することができる。また、光導波路はファイバとの接続や他のデバイスとの集積化も容易である。このため、近年来、3次の非線形光学効果を持つ光導波路を用いた光機能デバイスが注目を集めてきており、超高速光-光スイッチ、光メモリなどの研究が進められてきている[1][2]。

3次の非線形光学効果を利用した導波形光機能デバイスを考える上では、非線形導波路の導波特性を知ることは重要である。これまでに、コアやクラッドが非線形屈折率効果を持つ光導波路については固有モードの解析の報告がいくつかなされている[3][4][5]。しかし、導波路全体に非線形性を持たせたものはないようである。我々は、全体が非線形性を持つ光導波路と部分的に非線形性を持つ光

導波路の固有モードを解析的に求め、その固有値方程式を導出した。

また、これまでの報告では、非線形性を持つ部分における光波の電界振幅に対するモードの界分布、位相速度の変化に注目したものが多く、しかし、実際のデバイス応用を考える上では導波路全体の光波電力、すなわちモードの伝送電力に対する位相速度、界分布の変化や、導波路の構造によるモードの変化を知ることが重要と考えられる。我々は、これらを考慮して解析を進めた[6]。

導波路の一部が非線形媒質からなる導波路については、コアやクラッドが非線形性を持つ場合の報告がなされているが、一方の導波路のみが非線形媒質からなる方向性結合器などについて詳しい考察を行ったものはないようである。我々は、部分的に非線形性を持つ光導波路の伝送電力に対するモードの変化に着目し、双安定的な導波特性が生じることを明らかにした[6]。さらに、解析結果に基づき、一部分が非線形性を持つ光導波路分岐を用いた新しい光-光機能デバイスを提案した[7][8]。一方の分枝に非線形屈折率効果を持たせた光導波路分岐では、入出力特性に光双

安定特性や光-光スイッチング特性が生じる。

本報告では、まずここで考える全体が非線形性を持つ光導波路と部分的に非線形性を持つ光導波路の固有モード解析を行い、それぞれ固有値方程式を導出する。次に得られた固有値方程式の解析により、部分的に非線形性を持つ光導波路においては双安定的な導波特性が生じることを示す。導波路構造に対する特性の変化についても述べる。さらに、一部分のみに非線形性を持たせた新しい光機能デバイスを提案する。光導波路分岐の一つの分枝のみに非線形屈折率効果を持たせることにより、光双安定特性、光-光スイッチング特性が得られることを示す。

## 2. 非線形光導波路の固有モード解析

### 2-1. 全体が非線形性を持つ光導波路

図1に示す非線形3層光導波路の光波モードについて考える。図において各層は等方性媒質からなり、非線形屈折率効果(光カー効果)を持つものとする。光波電界がないときの各層の屈折率をそれぞれ  $n_{01}$ ,  $n_{02}$ ,  $n_{03}$ , 非線形屈折率を  $n_{21}$ ,  $n_{22}$ ,  $n_{23}$  とする。非線形屈折率効果を持つ光導波路では、導波路中を伝搬する光波の電力に応じた屈折率変化が誘起されるため、モードの界分布、位相速度は伝送電力によって変化する。

非線形屈折率効果を持つ媒質中を伝搬する光波の振舞いは、非線形波動方程式を解くことにより求められる。角周波数が  $\omega$  で、 $z$  方向に位相定数  $\beta$  で伝搬するTEモードの電界振幅  $E$  は、Jacobiの楕円関数を用いて次のように表される[3]。

$$E = p \cdot \text{cn} [q(x + x_0), m] \quad (1)$$

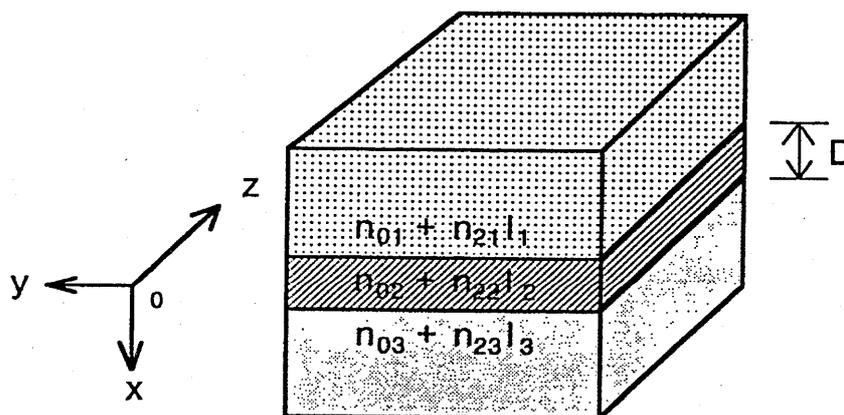


図1 全体が非線形性を持つ光導波路

但し,

$$q^2 = \sqrt{k^4 + 4\mu p^2 (\mu p^2 - k^2)} \quad (2)$$

$$m = (q^2 + k^2) / 2q^2 \quad (3)$$

$$k = k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_0^2} \quad (4)$$

$$\mu = n_0 n_2 k_0^2 \quad (5)$$

$$\beta = n_{\text{eff}} k_0 \quad (6)$$

であり,  $\text{cn}[qx, m]$  は Jacobi の楕円関数,  $m$  がその母数である. また,  $k_0$  は光波の真空中における波数である. ここで重要なことは, 電界分布は非線形媒質中における最大振幅  $p$  に対して一意に定まることである.

また, (1)式において,  $x \rightarrow +\infty$ , あるいは  $x \rightarrow -\infty$  で  $E \rightarrow 0$  という条件を課すと, Jacobi の楕円関数  $\text{cn}[qx, m]$  は双曲線関数  $\text{sech}[kx]$  に帰着する. したがって, 図1の光導波路を  $+z$  方向に位相定数  $\beta$  で伝搬する TE モード (角周波数  $\omega$ ) の電界振幅  $E$  は次のように表わされる.

$$E = \begin{cases} p_1 \text{sech}[k_1(x+x_1)] & (x \leq -0) \\ p_2 \text{cn}[q_2(x+x_2), m] & (0 \leq x \leq D) \\ p_3 \text{sech}[k_3(x+x_3)] & (D \leq x) \end{cases} \quad (7)$$

但し,

$$q_2^2 = \sqrt{k_2^4 + 4\mu p^2 (\mu p^2 - k_2^2)} \quad (8)$$

$$m = (q_2^2 + k_2^2) / 2q_2^2 \quad (9)$$

$$\mu = n_0 n_2 n_{22} k_0^2 \quad (10)$$

$$\beta = n_{\text{eff}} k_0 \quad (11)$$

$$k_i = k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_{0i}^2} \quad (i=1 \sim 3) \quad (12)$$

である.

さらに, 電界および磁界の各境界における連続条件により, 次の固有値方程式 (特性方程式) が得られる.

$$\text{cn}[q_2 D, m] = \pm \frac{\tilde{E}_1 \tilde{E}_3 (1 + \tilde{k}_1 \tilde{k}_3 / q_2^2)}{1 - m^2 (1 - \tilde{E}_1^2) (1 - \tilde{E}_3^2)} \quad (13)$$

但し,

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 = & [ [ (k_1^2 - k_2^2)^2 \\ & + 4(\tilde{p}_2^2 - k_2^2)(\tilde{p}_2^2 - \tilde{k}_1^2) ]^{1/2} \\ & + (k_2^2 - k_1^2) ] / 4\tilde{p}_2^2 ]^{1/2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_3 = & [ [ (k_3^2 - k_2^2)^2 \\ & + 4(\tilde{p}_2^2 - k_2^2)(\tilde{p}_2^2 - \tilde{k}_3^2) ]^{1/2} \\ & + (k_2^2 - k_3^2) ] / 4\tilde{p}_2^2 ]^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\tilde{k}_1 = k_1 p_2^2 / p_1^2 \quad (16)$$

$$\tilde{k}_3 = k_3 p_2^2 / p_3^2 \quad (17)$$

$$\tilde{p}_2 = \sqrt{\mu} p_2 = \sqrt{n_0 n_2 n_{22} k_0^2} p_2 \quad (18)$$

複号は, 偶モードについては+, 奇モードについては-をとるものとする. 各領域における振幅  $p_1, p_2$  および  $p_3$  によりモードが決まる. 現在, この方程式の詳しい解析を継続中である.

なお, (13)式において,  $n_{12} = n_{32} = 0$  とすればコアだけが非線形性を持つ3層導波路の固有値方程式が,  $n_{22} = n_{32} = 0$  とすればクラッド層だけが非線形性を持つ導波路の固

有値方程式が得られる。また、 $n_{12}=0$  あるいは  $n_{32}=0$  の場合には、コアと基板が非線形性を持つ、 $n_{22}=0$  の場合には基板とクラッド層が非線形性を持つ導波路の方程式に帰着する。

## 2-2. 部分的に非線形性を持つ光導波路

2-1. で非線形3層導波路の固有モードの固有値方程式を導出したが、同様にして非線形4層、5層導波路の固有値方程式を求めることができる。しかし、非線形性を持つ領域の数が増えると固有方程式も煩雑になり、予想される特性に対する見通しが得られにくくなる。そこで、ここでは図2に示すような一部分だけが非線形性を持つ5層光導波路の固有モードの解析を行うこととする。

図2において各層は等方性媒質からなり、導波層1のみが非線形屈折率効果（光カー効果）を持つものとする。先に述べたように、

非線形屈折率効果を持つ媒質中を伝搬するTE波の界分布は、Jacobiの楕円関数を用いて表される。したがって、図2の導波路を+z方向に位相定数 $\beta$ で伝搬するモード（角周波数 $\omega$ ）の電界振幅Eは次のように表わされる。

$$E = \begin{cases} E_1^+ \exp [k_1 (x + D/2 + W_1)] & (x \leq -D/2 - W_1) \\ E_2 = p \cdot c n [q (x + x_0), m] & (-D/2 - W_1 \leq x \leq -D/2) \\ E_3^+ \exp [k_3 x] + E_3^- \exp [-k_3 x] & (-D/2 \leq x \leq D/2) \\ E_4^+ \exp [k_4 x] + E_4^- \exp [-k_4 x] & (D/2 \leq x \leq D/2 + W_2) \\ E_5^- \exp [-k_5 (x - D/2 - W_2)] & (x \geq D/2 + W_2) \end{cases} \quad (17)$$

但し、

$$k_i = k_0 \sqrt{n_{eff}^2 - n_{0i}^2} \quad (i=1 \sim 5) \quad (18)$$

である。

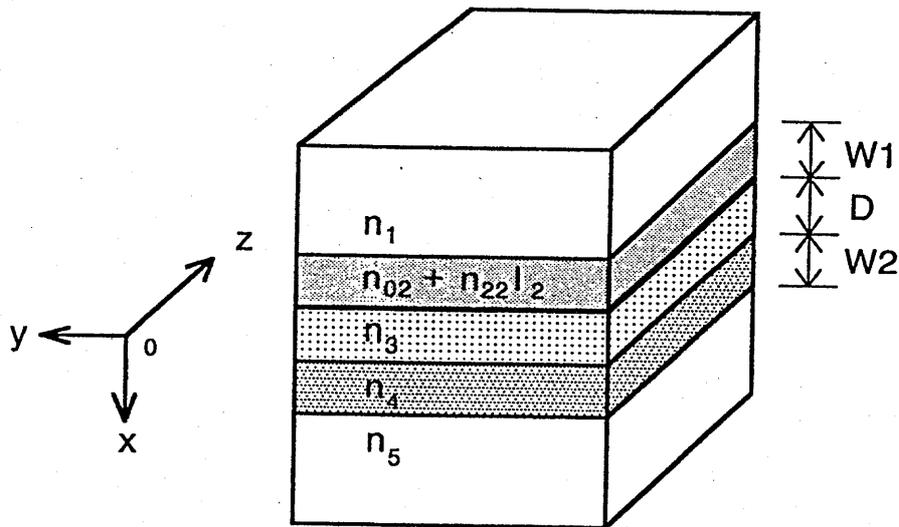


図2 部分的に非線形性を持つ5層光導波路

電界および磁界の各境界における連続条件により、次の固有値方程式（特性方程式）が得られる。

$$c n [q W_2, m] = \pm \frac{\tilde{E}_1 \tilde{E}_3 (1 + k_1 \tilde{k}_3 / q^2)}{1 - m^2 (1 - \tilde{E}_1^2) (1 - \tilde{E}_3^2)} \quad (19)$$

但し、

$$\tilde{E}_1 = [ \{ \sqrt{(k_1^2 - k_2^2)^2 + 4\tilde{p}^2 (\tilde{p}^2 - k_2^2)} + (k_2^2 - k_1^2) \} / 4\tilde{p}^2 ]^{1/2} \quad (20)$$

$$\tilde{E}_3 = [ \{ \sqrt{(\tilde{k}_3^2 - k_2^2)^2 + 4\tilde{p}^2 (\tilde{p}^2 - k_2^2)} + (k_2^2 - \tilde{k}_3^2) \} / 4\tilde{p}^2 ]^{1/2} \quad (21)$$

$$\tilde{k}_3 = k_3 (1 - G) / (1 + G) \quad (22)$$

$$\tilde{p} = \sqrt{\mu} p = \sqrt{n_{02} n_{22} k_0^2} p \quad (23)$$

$$G = [ k_3 (k_4 + k_5 \tanh(k_4 W_1)) + k_4 (k_4 \tanh(k_4 W_1) + k_5) ] / [ k_3 (k_4 + k_5 \tanh(k_4 W_1)) - k_4 (k_4 \tanh(k_4 W_1) + k_5) ] \times \exp(4k_3 D) \quad (24)$$

である。複号は、偶モードについては+を、奇モードについては-をとるものとする。

これが、一方の導波層のみが非線形屈折率効果を持つ媒質からなるスラブ形5層導波路のTEモードの固有値方程式（特性方程式）である。なお、(19)式において中央の領域の幅Dをゼロとすれば導波層の一部分のみが非線形媒質からなる4層導波路の固有値方程式に帰着する。またDと導波層2の幅W2もゼロとすれば導波層が非線形媒質からなる3層導波路の固有値方程式に帰着し、これは(13)式において $n_{21} = n_{23} = 0$ としたものに一致する。

また、図3(a)のように方向性結合器の一方の導波路が非線形屈折率効果を持つ場合や、図3(b)のようにコアの一部分だけが非線形屈折率効果を示す媒質からなる導波路においても、x方向の光閉じ込め作用に比べて、y方向のそれの方が強く、非線形屈折率変化によるy方向の光波界分布の変化は十分小さい場合には、上の解析により光波モードの振舞いが求まる。

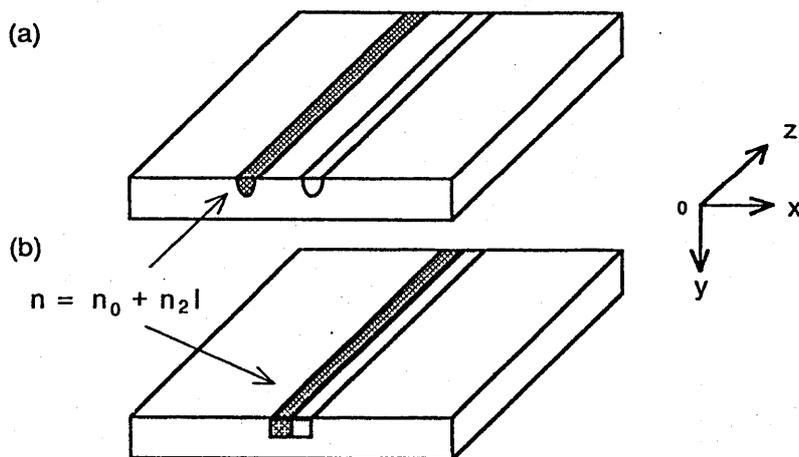


図3 部分的に非線形性を持つ光導波路

### 3. 双安定的な導波特性

2-2. で求めた部分的に非線形性を持つ光導波路の固有値方程式(19)式を解くことにより、モードの固有値(等価屈折率)が求まる。モードは非線形導波層中の電界の最大振幅  $p$  に対して定まる。つまり非線形性を持つ部分の光強度によって固有モードの位相速度、界分布が決まる。しかし、実際のデバイス応用を考える上では、モードの伝送電力に対する位相速度や界分布の振舞いを知ることがより重要と考えられる。そこで、(17)、(18)式より各固有値に対応する光波の界分布を計算し、これよりモードの伝送電力を求めた。モードの伝送電力に対する等価屈折率の計算例を図4に示す。

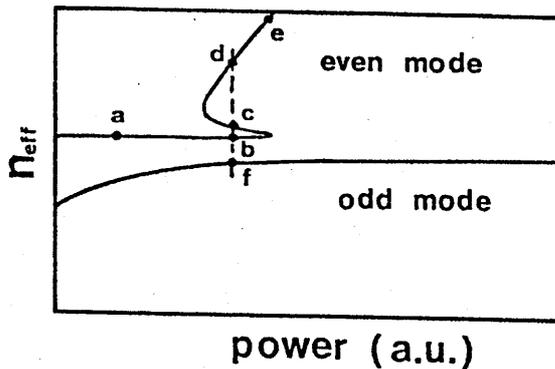


図4 非線形分散特性

この例では、非線形屈折率効果は自己集束性を示すものとして非線形屈折率  $n_2 > 0$  としている。偶モードの固有値は伝送電力に対して双安定的な特性を示し、ある伝送電力の範囲では同一の伝送電力に対して異なる複数の偶モードが存在する。図中の  $a \sim e$  点における固有モードの界分布を図5に示す。伝送電力が小さく、誘起される屈折率変化も小さいとき ( $a$  点) では、光波のほとんどは線形な媒質からなる導波層2に集中している。伝送電力を増していくと誘起屈折率変化のために導波層1での光波の割合が大きくなり、十分伝送電力が大きくなると光波は逆に導波層1の方に集中するようになる ( $e$  点)。また、これの中間の電力では光波電力の各導波層への割合に応じて異なる3つのモードが存在す

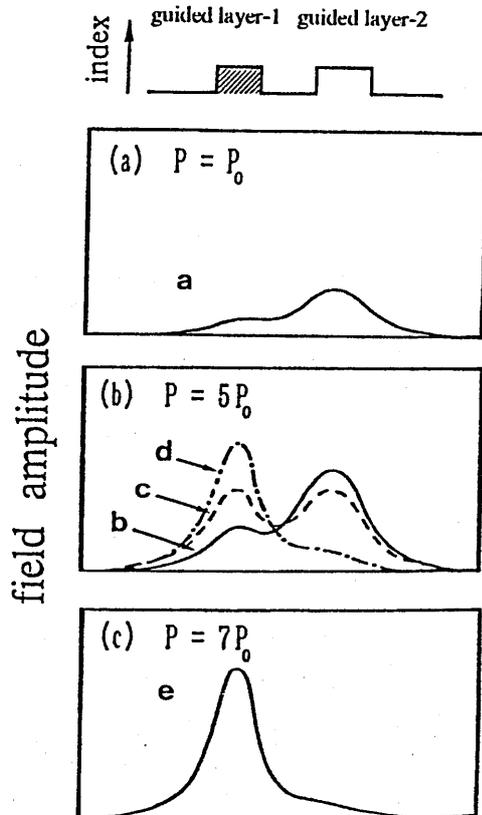


図5 固有モードの界分布(偶モード)

る (b, c, d 点). 光波は b 点では導波層 2 に, d 点では導波層 1 に集中し, c 点では両導波層に分かれる. つまり伝送電力を変えると, 光波の導波層 1 と導波層 2 との割合が大きく変化することになる.

この特性の物理的メカニズムは次のように考えることができる. a, b 点では, 非線形性を持つ導波層 1 での光強度が弱く, 誘起される屈折率変化も小さいため導波層 1 に比べて導波層 2 の光閉じ込め作用のほうが大きく, 光波は導波層 2 へ集中する. c 点では非線形性によって誘起される屈折率変化により導波層 1 と導波層 2 の光閉じ込め作用がほぼ等しくなり, 光波は両導波層に分かれる. 一方, d, e 点では誘起屈折率変化が大きく, 光波は導波層 1 へ強く閉じ込められる. モードの界分布, 位相速度を決めるのは非線形導波層における光強度であるため, 適当な条件下で

はある伝送電力に対して異なる複数のモードが存在することになる.

この特性は導波路構造に大きく依存する. 両導波層間隔  $D$  に対する特性の変化の例を図 6 に示す. この例では, 導波層間隔  $D$  が小さいときには伝送電力と等価屈折率の関係には双安定的な特性は生じないが,  $D$  が大きくなると双安定的な特性が生じるようになる.

また, 図 5 の奇モードの特性の f 点におけるモードの界分布を図 7 に示す. この計算に用いた導波路の場合, 奇モードは伝送電力の増加に対してその固有値も緩やかに変化し, 同一の伝送電力を持つ複数の奇モードは得られない. しかし, 導波路のパラメータによって特性はかなり変化し, 適当な構造の導波路では, 奇モードについても同一の伝送電力に対して多くの固有モードが存在するようになる.

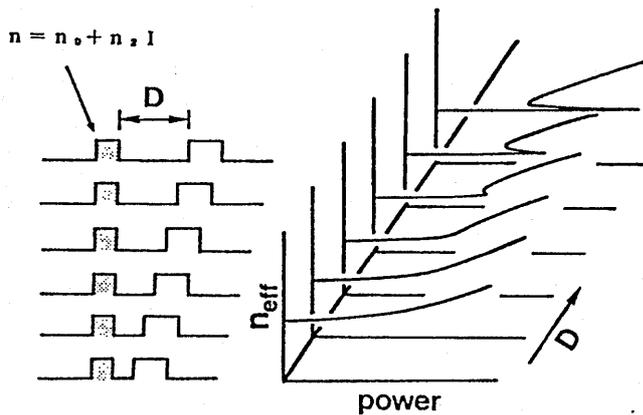


図 6 導波路間隔に対する非線形分散特性

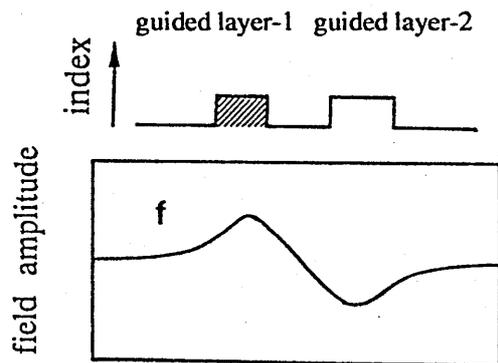


図 7 固有モードの界分布 (奇モード)

#### 4. 光機能デバイスへの応用

##### 4-1. 部分的に非線形性を持つ

###### 導波路 Y 分岐

一部分が非線形性を持つ光導波路の双安定的な導波特性を利用することにより、光波電力によって動作する光機能デバイスを構成できるものと予想される。我々はこのような構造を光導波路分岐に適用した新しい光-光機能デバイスを提案する[7].

図8 (a)にその構造を示す。各分枝が単一モード導波路からなる導波路非対称 Y 分岐で、一方の分枝が非線形屈折率効果を持つ媒質からなるものとしている。直線導波路から光波を入力すると、各分枝から出力される光波の割合が入力光電力によって大きく変化し、直線導波路への入力に対する各分枝への出力に

は光双安定特性が生じる。つまり、光双安定デバイスとして動作する。

動作原理について簡単に述べる。非線形屈折率効果は自己集束性であるとし、 $n_2 > 0$  であるとする。分岐角が小さいとして、階段近似により導波路分岐を導波路間隔の異なる方向性結合器の連続したものとみなすことができるとする。ここで、各方向性結合器は片方の導波路だけが非線形屈折率効果を示す。これらの方向性結合器の導波特性は図6に示されており、導波路間隔が大きくなると、あるところから双安定的な導波特性が生じるようになる。直線導波路から入力された光波が分岐を伝搬して行く様子は、図6の各方向性結合器の固有モードを緩やかに変化させていくことにより求められる。したがって、直線導波路への入力に対する各分枝への出力には双安定特性が生じるものと予想される。

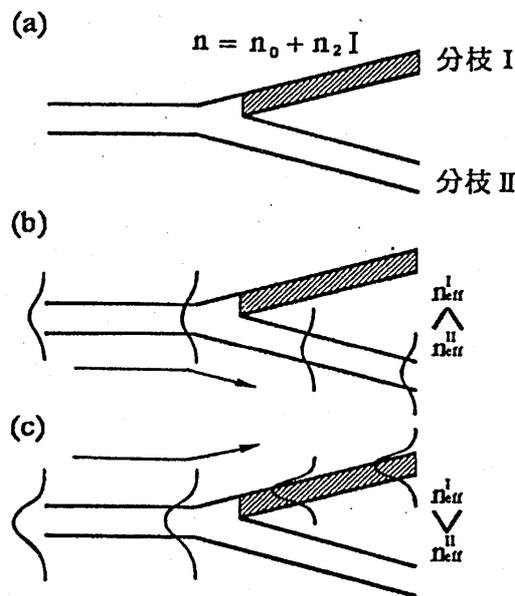


図8 部分的に非線形性を持つ Y 分岐

図6の導波特性をもとに求めた部分的に非線形性を持つ導波路Y分岐の入出力特性の計算例を図9に示す。入力を増していくと、出力が線形分枝、分枝Ⅱから非線形分枝、分枝Ⅰへと切り替わり、双安定特性が生じているのがわかる。この特性は導波路分岐の分岐角や非対称性に強く依存する。特に分岐角が大きくなると光双安定特性は生じなくなる。

このデバイスの特長としては、光強度による屈折率変化を用いているためコヒーレント光、インコヒーレント光のいずれでも動作が可能であることや、分岐を用いているため波長依存性、偏波依存性が小さいことなどが挙げられる。非線形材料としてAlGaAs系のMQW ( $n_2 \sim 10^{-9} [\text{m}^2/\text{W}]$ )を用いたと仮定すると、数 $\mu\text{W}$ 程度の光電力で双安定動作が可能であると試算される。

#### 4-2. 部分的に非線形性を持つ

##### 導波路X分岐

一方の分枝だけに非線形性を持たせた導波路Y分岐では、直線導波路からの入力光の各分枝への出力比は、入力光自身の光波電力によって決まる。つまり、入力信号自身の強度によって出力ポートが切り替わる光スイッチとして動作する。

一方、導波路X分岐を用いれば、信号光の出力を別の光波(制御光)の電力によってコントロールする光-光スイッチを構成できる[8]。光-光スイッチング動作の他、光メモリ、光論理ゲート等としての応用も考えられる。

図10(a)において、各分枝は単一モード導波路からなっており、分枝Ⅲのみが非線形

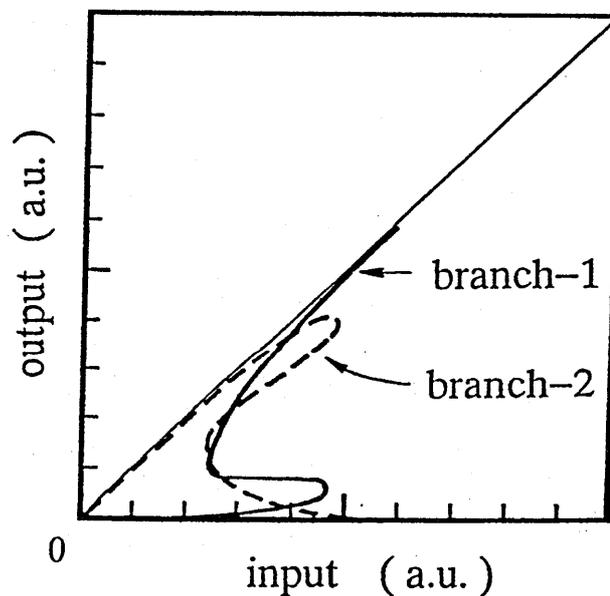


図9 光双安定特性

屈折率効果を示す媒質からなるとする。非線形性による屈折率変化が無視できるときは、分枝II, 分枝IVの等価屈折率がそれぞれ分枝I, 分枝IIIに比べて大きいものとする。信号光(波長 $\lambda_1$ )を分枝IIより, 制御光(波長 $\lambda_2$ )を分枝Iより入力する(両光波の波長は異なってもよい)。そして, 非線形屈折率効果は, 信号光, 制御光の波長において自己集束性を示す( $n_2 > 0$ )とする。誘起屈折率変化が十分小さい範囲では, 分枝IIから入力された信号光は等価屈折率の大きな分枝IVから出力される。制御光を分枝Iから入力すると, 非線形屈折率効果により分枝IIIの等価屈折率が上昇する。十分強い制御光が入力すると誘起屈折率変化のために分枝IIIの等価屈折率が分枝IVよりも大きくなり, 信号光は分枝IIIへ, 制御光は分枝IVへと伝搬する。つまり, 制御光の強度によって信号の出力ポ

ートを分枝IVから分枝IIIへと切り替えることができる。

また, 制御光によって一度信号光が分枝IIIへと伝搬し始めると, 信号光自身の光強度によっても屈折率変化が生じ, 分枝IIIの等価屈折率がさらに上昇する。信号光だけによる屈折率変化のみでも, 分枝III, IV間の等価屈折率の大小が逆転する場合には, その後制御光入力が下がっても信号光は分枝IIIへと伝搬し続ける。つまり自己保持機能が期待できる。

信号光だけを入力する場合の伝搬の様子は, Y分岐の場合と同様にして階段近似により逐次求めることができる。制御光と信号光の2光波が入力する場合には, 光波の振舞いもより複雑なものとなる。一般に2つの光波が存在するときには非線形波動方程式を解析的に解くことは難しく, またBPMのような数値解析法を用いる場合でも, 光波間に干渉が生

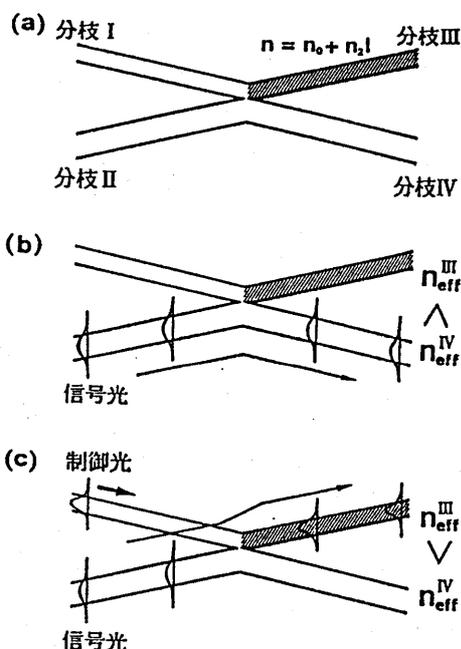


図10 部分的に非線形性を持つX分岐

じると誘起屈折率変化も干渉の影響により大きく変化するため、期待される特性に対する見通しが得られにくい。このため、制御光、信号光の間には相関がない、(例えば両光波の波長が異なる)として、BPMによる解析を行った。BPMの各ステップにおける誘起屈折率変化は、その直前のステップにおける光波の界分布より算出することとした。図11に信号光の伝搬の様子を示す。図11(a)

が制御光強度が弱いとき、(b)が強いときで、制御光の強度によって信号光の出力ポートが切り替わっているのがわかる。BPMによる計算を繰り返して求めた制御光入力に対する信号光の各ポートへの出力比を図12に示す。特性の急峻さは、分岐の非対称性や分岐角に依存する。非線形材料としてAlGaAs系のMQWを用いたとすると、スイッチングに必要な光電力は $\mu\text{W}$ オーダーと予測される。

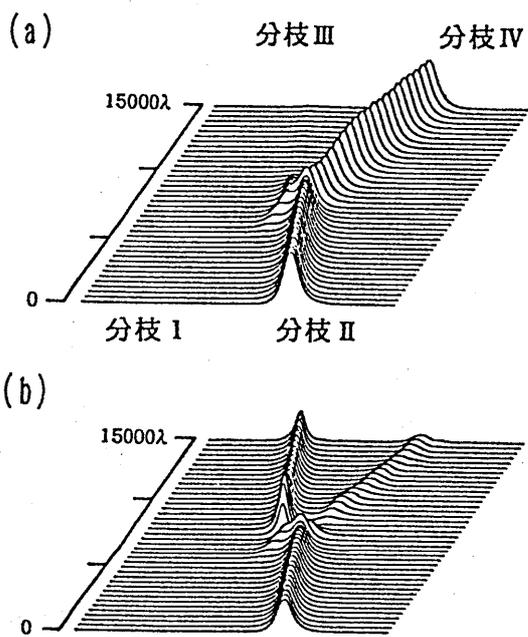


図11 信号光の伝搬の様子

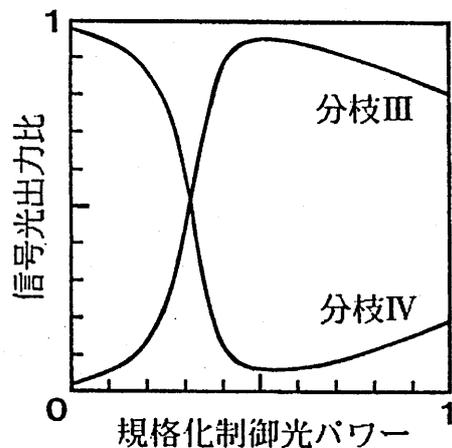


図12 光-光スイッチング特性

## 5. むすび

非線形屈折率効果を持つ光導波路の固有モードの解析を行った。導波路全体が非線形性を持つ光導波路の固有モードの解析を行い、固有値方程式を導出した。さらに、一部分だけが3次の非線形光学効果を持つ光導波路の固有モードの解析を行い、双安定的な導波特性が生じることを明らかにした。また、導波路構造に対して特性が強く変化することを示し、これ特長を利用した新しい光機能デバイスを提案した。

今後は、さらに全体が非線形屈折率効果を持つ媒質からなる光導波路の導波特性の解析を進めていく予定である。

## 参考文献

- [1] G. I. Stegeman, E. M. Wright, N. Finlayson, R. Zanoni and C. T. Seaton, "Third Order Nonlinear Integrated Optics", *J. Light-wave Technol.*, vol. 6, 6, pp. 953-970 (1988).
- [2] S. M. Jensen, "The Nonlinear Coherent Coupler", *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-18, 10, pp. 1580-1583 (1982).
- [3] A. D. Boardman and P. Egan, "Optically nonlinear waves in thin films", *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-22, 2, pp. 319-324 (1986).
- [4] T. Sakakibara and N. Okamoto, "Nonlinear TE waves in a dielectric slab waveguide with two optically nonlinear layers", *IEEE J. Quantum Electron.*

QE-23, 12, pp. 2084-2088 (1987).

- [6] 村田, 井筒, 末田: "双安定特性を示す非線形光導波路", *信学技法*, Vol. 90, No. 68, OQE90-15, pp. 13-18 (1990).
- [7] H. Murata, M. Izutsu and T. Sueta, "Optical Bistability in Nonlinear Waveguide Branches", *Optical Computing'90 Technical digest*, 9C-8, pp. 33-34 (1990).
- [8] H. Murata, M. Izutsu and T. Sueta, "All-Optical Switching in Nonlinear X-junctions", *Nonlinear Optics'90 Technical digest*, MP26, pp. 63-64 (1990).

輻射科学研究会資料

RS 91-9

## 2 通路遮断導波管フィルタ —その動作と特性改善—

中井 孝至   新川 雅也   辻 幹男   繁沢 宏

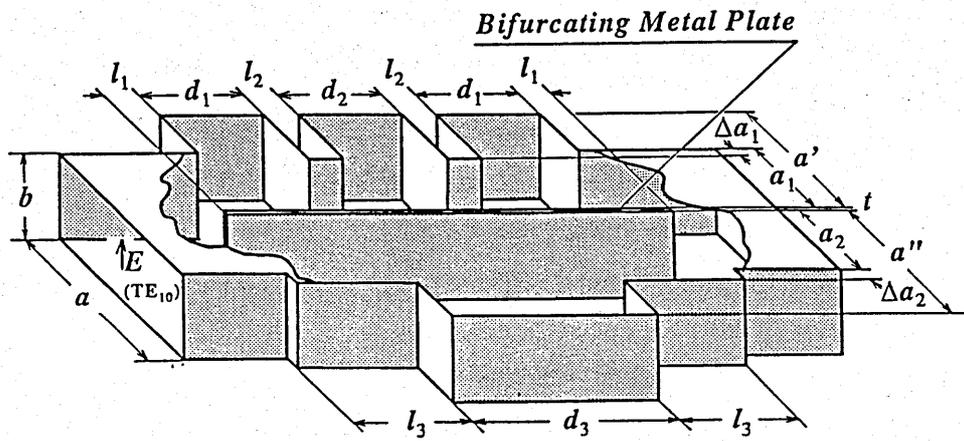
(同志社大学 工学部)

1991年9月20日

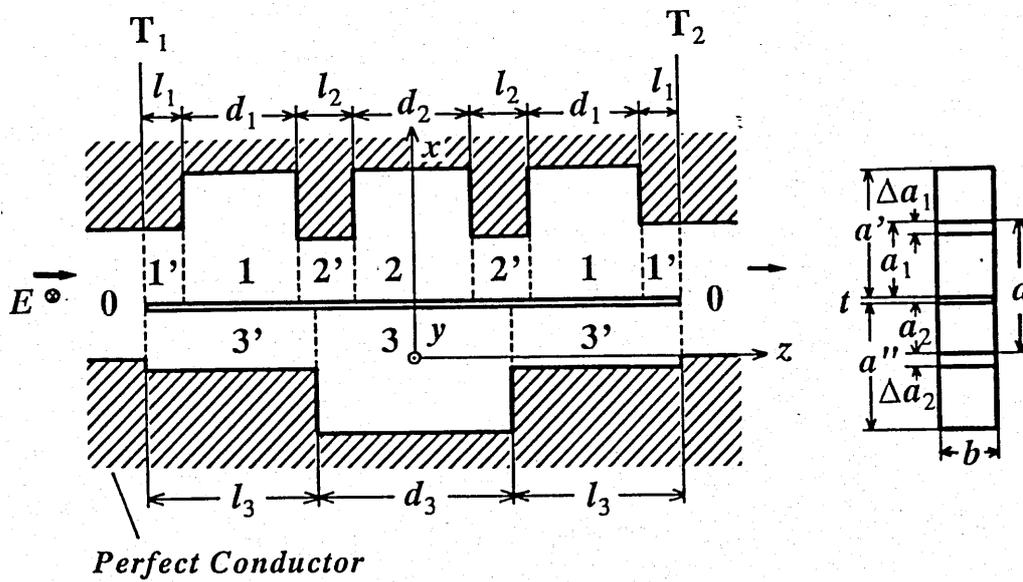
## 1. はじめに

導波管形の一つのフィルタとして単一遮断導波管中に基本モード共振形の空胴（あるいは誘電体）を設けたものが広く用いられてきた[1]。この種のフィルタは構造が簡単で、帯域通過フィルタの場合、遮断導波管のカットオフ効果を利用して大きな減衰量が得られ、空胴の共振伝送によって所望の通過域特性が実現でき、通過帯域より低域側では導波管の強い遮断現象の性質上、急峻な遮断現象が期待できる。しかしながら、通過帯域より高域側では、遮断導波管の高域通過特性の影響によって緩やかな遮断特性しか得られない。そのため、通過域に要求される鋭い周波数特性や帯域外（特に高域側）において要求される高減衰特性を実現できるフィルタが各種検討されてきており、その一つとして減衰極を有する楕円関数形フィルタ（例えば2重モードフィルタ[2]）があげられる。しかしながら、そこで用いる近似関数は主として通過域中心周波数で対称となり、その帯域外特性はその通過域特性によってある程度決ってくる。そのため、設計上の自由度には制限があり、通過域中心周波数より高域側の希望する周波数帯域において自由な阻止減衰特性が選べない。そこで、通過域特性とその帯域外減衰特性がほぼ独立に設計できる小型の帯域通過フィルタとして、2通路遮断導波管（空胴または誘電体多段装荷）フィルタを提案してきた[3]、[4]。これは、遮断導波管中に多段に装荷した共振器の結合共振によって通過域特性を実現し、2通路構造によって得られる負結合を利用して阻止特性を得るものである。

本文では、その動作原理及び設計法について述べ、さらに従来の構成法において生じていた特性劣下の原因を明らかにして、特性改善のための新しい構成法について理論的、実験的に検討していく。



(a)



(b)

図1 2通路遮断導波管フィルタの基本構造

## 2. 動作原理

2 通路遮断導波管（空洞共振器多段装荷）フィルタの基本的構造を図 1 に示す。本フィルタは矩形導波管の一部を導体隔壁板によって適当な割合で H 面分割して遮断導波管とし、各分岐路中の一部の導波管幅をひろげて空洞としてこれを多段装荷したものである。以下では、まず 2 通路遮断導波管フィルタの一例として一方の分岐（主分岐）に 3 段、他方の分岐（副分岐）に 1 段の空洞を装荷したものを考える。なお、本フィルタの構造は伝搬軸（ $z$  軸）に対して垂直な  $z = 0$  の  $x - y$  面に関して対称構造とする。

さて、本フィルタの各分岐中の波動現象は、厳密には図 1 (b) に示すような各種不連続の存在などによって、相互に影響を及ぼして生じている。特に基本モードが伝搬可能となる伝送線路の並列接続によって構成したフィルタでは、相互に影響し合う両分岐回路の動作によって所望の特性を実現しており、各分岐構造は独立には設計できない。しかし、本フィルタのごとく H 面分割して得られる各分岐回路が遮断導波管として動作している場合には、以下で述べるようにそのカットオフ効果を利用すれば、非常によい近似でもって各分岐構造をほぼ独立に設計することが可能となる。

いま、本フィルタの副分岐に装荷した空洞の共振点を通過帯域より離しておけば、通過域近傍では副分岐中の空洞は入出力端からは

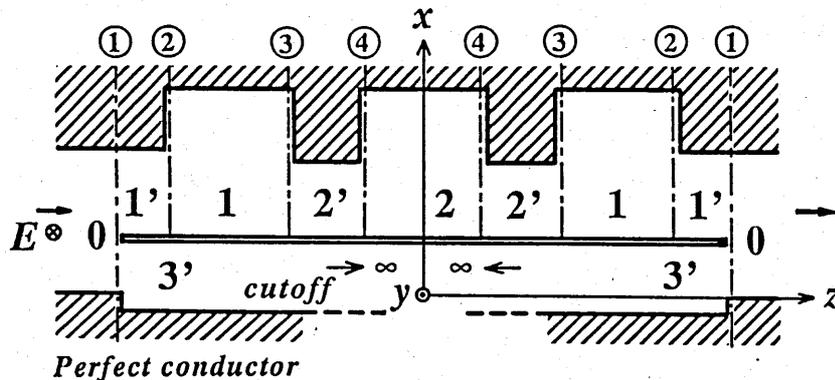


図 2 通過域設計のための近似構造

見えなくなり、副分岐は遮断導波管が無限に続く構造（図2）に近似できる。したがって本フィルタの通過域特性は主分岐に多段に装荷した空洞の結合共振特性と遮断導波管である副分岐の特性とを考慮合わせることによって決定できる。そして通過域の低域側では導波管の遮断現象のために急峻な遮断特性が期待できる。

一方、通過域の高域側で実現すべき阻止域特性は、両分岐からの出力をほぼ同振幅、逆位相として互いに打ち消し合うように副分岐の共振系のみを調整して構成することができる。これによって負結合効果を実現し、複数個の減衰極を生じさせ広帯域にわたって所望の阻止減衰量を満足する有極形帯域通過フィルタが実現できる。

### 3. 設計法

#### 3-1 不連続部の取り扱い

本フィルタは図1に示すように各種不連続部が存在するので、そこで発生する遮断モードが隣接する不連続部に減衰波の形で影響を及ぼす相互干渉を十分考慮する必要がある。ここでは不連続面における境界条件を最小2乗法的モード整合法により取り扱い、各々のモードの透過・反射係数を決定し、それにより遮断モードをも一つ

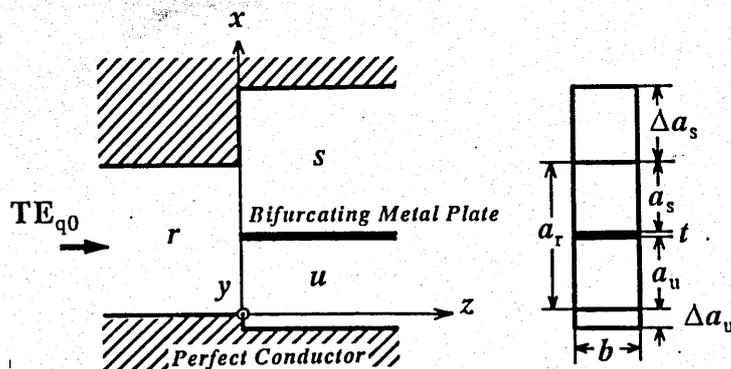


図3 (a) 不連続部

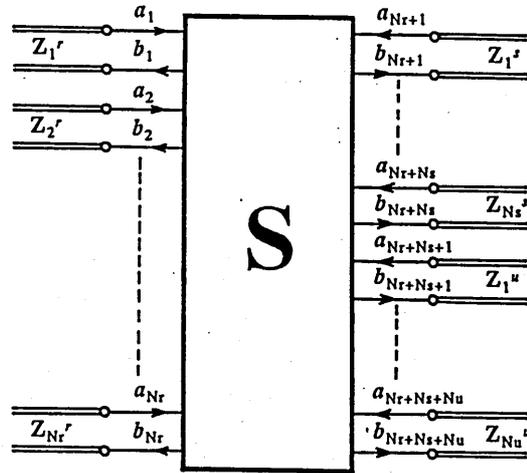


図3 (b) 不連続部の等価回路

の独立端子に持つ散乱行列を求めることにする。

以下では本フィルタの有する不連続部の代表として図3 (a) の構造をを考える。いま、図中 r 領域から  $TE_{r0}$  モードが入射した場合、 $z=0$  の  $x-y$  面における領域 r, s および u の接線電磁界分布は次式となる。

$$E_y^r = \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{nq} + B_{nq}^r) e_{yn}^r \quad (\text{領域 } r) \quad (1)$$

$$H_x^r = \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{nq} - B_{nq}^r) h_{xn}^r$$

$$E_y^s = \sum_{n=1}^{\infty} B_{nq}^s e_{yn}^s \quad (\text{領域 } s) \quad (2)$$

$$H_x^s = \sum_{n=1}^{\infty} B_{nq}^s h_{xn}^s$$

$$E_y^u = \sum_{n=1}^{\infty} B_{nq}^u e_{yn}^u \quad (\text{領域 } u) \quad (3)$$

$$H_x^u = \sum_{n=1}^{\infty} B_{nq}^u h_{xn}^u$$

ここで

$$\begin{aligned}
 e_{\tilde{y}n} &= -A_n^{\tilde{r}} \sin(n\pi x/a_r) \\
 h_{\tilde{x}n} &= \{(\Gamma_n^{\tilde{r}} A_n^{\tilde{r}})/(j\omega\mu)\} \sin(n\pi x/a_r) \\
 e_{\tilde{y}n} &= -A_n^{\tilde{s}} \sin\{n\pi(x-a_u-t)/(a_s+\Delta a_s)\} \\
 h_{\tilde{x}n} &= \{(\Gamma_n^{\tilde{s}} A_n^{\tilde{s}})/(j\omega\mu)\} \sin\{n\pi(x-a_u-t)/(a_s+\Delta a_s)\} \\
 e_{\tilde{y}n} &= -A_n^{\tilde{u}} \sin\{n\pi(x+\Delta a_u)/(a_u+\Delta a_u)\} \\
 h_{\tilde{x}n} &= \{(\Gamma_n^{\tilde{u}} A_n^{\tilde{u}})/(j\omega\mu)\} \sin\{n\pi(x+\Delta a_u)/(a_u+\Delta a_u)\}
 \end{aligned} \tag{4}$$

ただし、 $e_{\tilde{y}j}$  および  $h_{\tilde{x}j}$  は領域  $R(=\{r, s, u\})$  における  $j$  次モードの電界及び磁界モード関数を表し、 $\delta_{nq}$  はクロネックデルタの記号を意味する。また、 $B_{\tilde{y}q}$  は領域  $R$  において、 $q$  次モードが入射したときの  $j$  次モードの反射係数または透過係数を表す。また時間依存性は  $e^{j\omega t}$  を考え、 $\Gamma_n^R$  は伝搬定数を表す。

いま、 $TE_{q0}$  モードが伝搬モードの場合には  $\Gamma_q^R = j\beta_q^R$ 、遮断モードの場合には  $\Gamma_q^R = \alpha_q^R$  とおけるから各モードの正規化は

$$\begin{aligned}
 -\int_{(R)} e_{\tilde{y}n}^R(x) h_{\tilde{x}m}^{R*}(x) dx \\
 &= \delta_{nm} \quad (\text{伝搬モード}) \\
 &= j\delta_{nm} \quad (\text{遮断モード})
 \end{aligned} \tag{5}$$

にて行い、これより領域  $r$  における  $q$  次モードのモード関数の振幅係数  $A_n^{\tilde{r}}$  は次のように決まる。

$$A_n^{\tilde{r}} = \sqrt{(2\omega\mu)/(|\Gamma_n^{\tilde{r}}|a_r)} \tag{6}$$

$A_n^{\tilde{s}}, A_n^{\tilde{u}}$  も同様に決定できる。

さて、先に示した接線電磁界成分は  $z=0$  の  $x-y$  面における境界条件

$$\begin{aligned}
 E_{\tilde{y}} &= 0 & (-\Delta a_u \leq x \leq 0) \\
 E_{\tilde{y}} &= E_{\tilde{y}}, H_{\tilde{x}} = H_{\tilde{x}} & (0 \leq x \leq a_u) \\
 E_{\tilde{y}} &= 0 & (a_u \leq x \leq a_u+t) \\
 E_{\tilde{y}} &= E_{\tilde{y}}, H_{\tilde{x}} = H_{\tilde{x}} & (a_u+t \leq x \leq a_r) \\
 E_{\tilde{y}} &= 0 & (a_r \leq x \leq a_r+\Delta a_s)
 \end{aligned} \tag{7}$$

を満たさなければならないが、実際の計算ではモードの展開項数を有限で打ち切る必要がある。そこで、境界条件を最小2乗法的に満

足させることを考え、有限の展開項数  $N_R$  で打ち切ったときの領域  $R$  の接線電磁界成分  $\tilde{E}_x^R, \tilde{H}_x^R$  を用いて境界条件に対する相対2乗平均誤差  $\varepsilon$  を次式のように定義する。

$$\varepsilon = (\Psi_E / \psi_E + \Psi_H / \psi_H) / 2 \quad (8)$$

ここで

$$\begin{aligned} \Psi_E = & \int_{ar}^{ar+\Delta a_s} |\tilde{E}_y^s|^2 dx + \int_{au+t}^{ar} |\tilde{E}_x^s - \tilde{E}_y^s|^2 dx \\ & + \int_{au}^{au+t} |\tilde{E}_x^s|^2 dx + \int_0^{au} |\tilde{E}_x^s - \tilde{E}_y^s|^2 dx + \int_{-\Delta a_u}^0 |\tilde{E}_y^s|^2 dx \\ \psi_E = & \int_0^{ar} |\tilde{e}_{yk}|^2 dx \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Psi_H = \int_{au+t}^{ar} |\tilde{H}_x^s - \tilde{H}_y^s|^2 dx + \int_0^{au} |\tilde{H}_x^s - \tilde{H}_y^s|^2 dx$$

$$\psi_H = \int_{au+t}^{ar} |\tilde{h}_{yk}|^2 dx + \int_0^{au} |\tilde{h}_{yk}|^2 dx$$

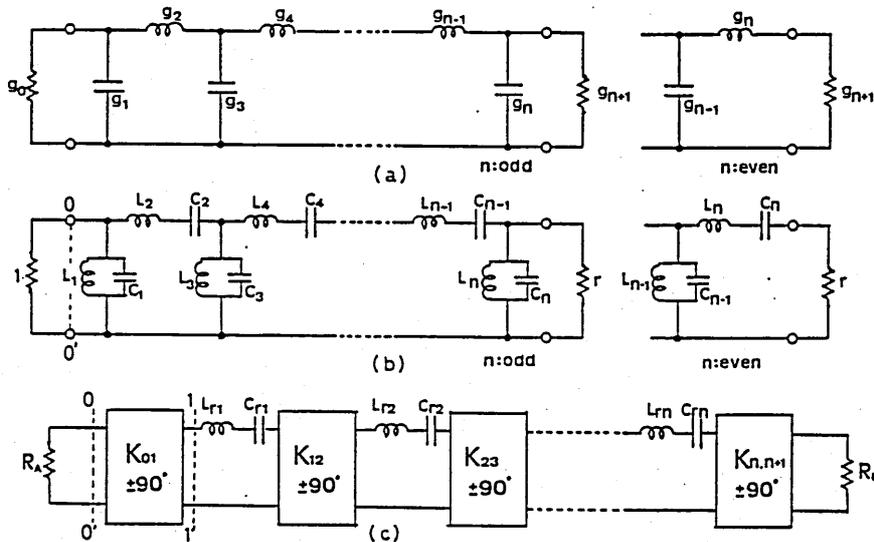


図4 等価回路

(a) 低域通過フィルタ (原型)

(b) 帯域通過フィルタ

(c) 直列共振回路からなる帯域通過フィルタ

この相対2乗平均誤差  $\varepsilon$  を各モードの反射・透過係数のいずれに対しても最小となるように決定すれば、それらの係数より図3 (a) の不連続部を同図 (b) のように遮断モードをも一つの独立端子とする散乱行列として表すことができる。なお、このときモードの展開項数  $N_R$  は定義した相対2乗平均誤差や複素電力の保存則に関わる誤差を十分小さくするように決定する。

### 3-2 通過域特性

本フィルタの通過域特性の近似については、先に述べたように、副分岐遮断導波管が無限に続く構造 (図2) に対して行う。

まず動作パラメータより、低域通過特性 (チェビシェフ特性等) を実現する伝達関数を求め、梯子型のリアクタンス回路に展開する。この集中定数型低域通過フィルタに周波数変換をほどこし、集中定数型帯域通過フィルタを得る。さらにこの集中定数型回路を映像パラメータにもとづくインピーダンス・インバータ回路と半波長線路の周波数特性に近似した直列共振回路からなる等価回路 (図4) に変換することによって通過域中心周波数近傍においてその特性を分布定数線路における伝送特性に対応づけることができる。このとき、所望の通過域特性を実現できるインバータ・パラメータは次式より決定できる [5]。

$$K_{k, k+1}/Z_0 = T/\sqrt{g_k g_{k+1}} \quad (k=0, 1, \dots, n) \quad (10)$$

ここで、

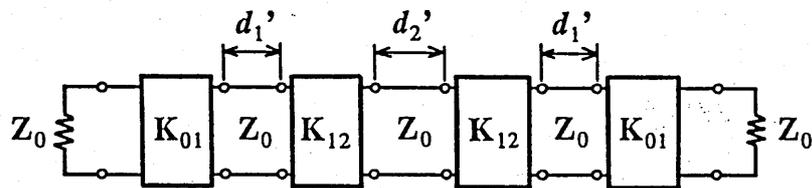
$$T = \pi \lambda_{\varepsilon P} (1/\lambda_{\varepsilon H} - 1/\lambda_{\varepsilon L}) / (2\omega_1') \quad \lambda_{\varepsilon L} > \lambda_{\varepsilon H} \quad (11)$$

$$g_0 = T, \quad g_{n+1} = T/\Gamma$$

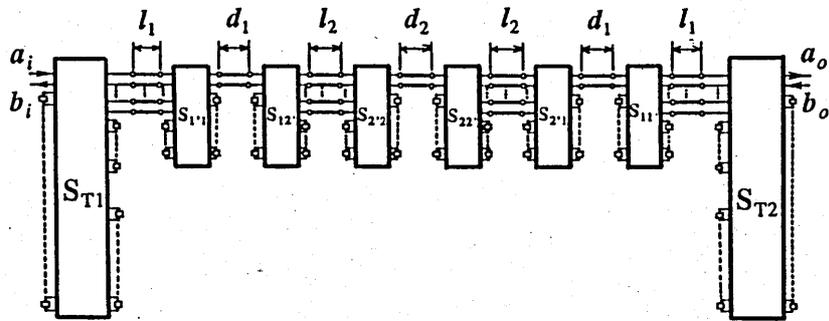
ただし、 $g_k$  などはフィルタの回路要素、 $\omega_1'$  は原型の低域通過フィルタの通過域端角周波数、 $\lambda_{\varepsilon}$  は共振器に対応づける導波管回路における管内波長で、その添字 'P' は通過域中心における値、'L' および 'H' は通過域両端における値を示す。

以上のように図2の近似構造に対して図5 (a) に示すインピー

ダンスインバータを含んだ等価回路表示が得られれば、集中定数回路より求めた値を満足するように設計パラメータを以下のようにして決定すればよい。

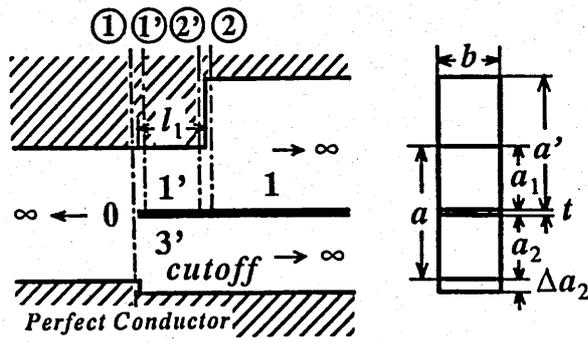


(a)

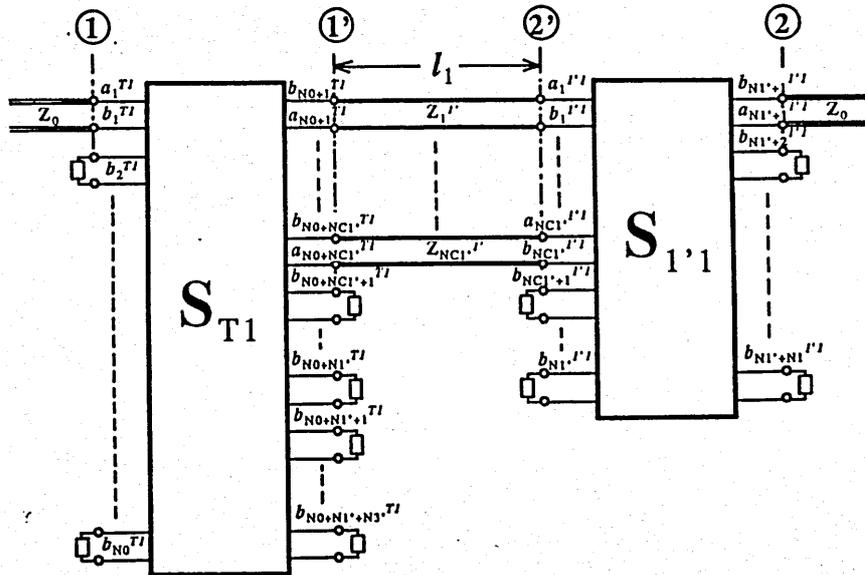


(b)

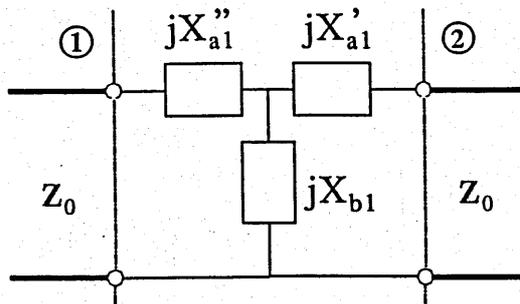
図5 近似構造に対する等価回路



(a) 入出力端の遮断構造

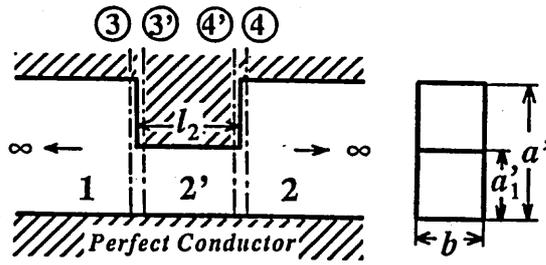


(b) 等価回路

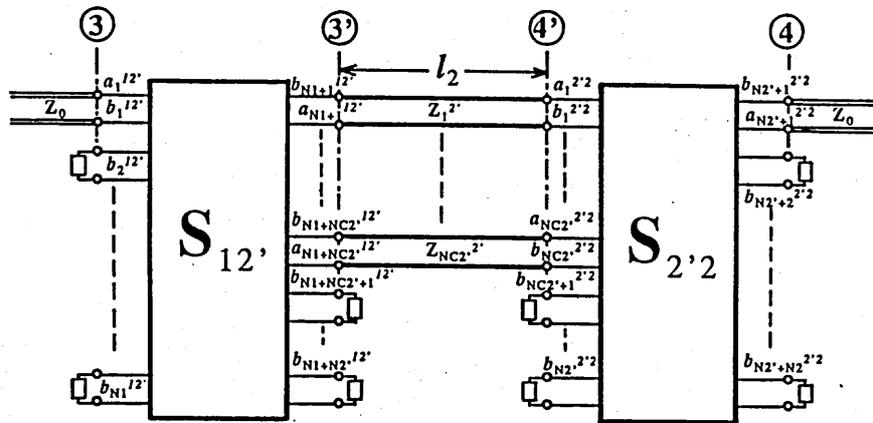


(c) 非対称 T 形等価回路

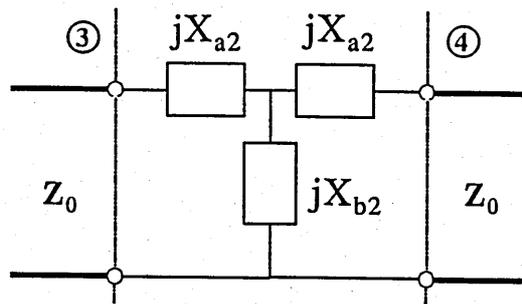
図6 遮断領域 (入出力端)



(a) 主分岐中の遮断構造



(b) 等価回路



(c) 対称T形等価回路

図7 遮断領域(主分岐)

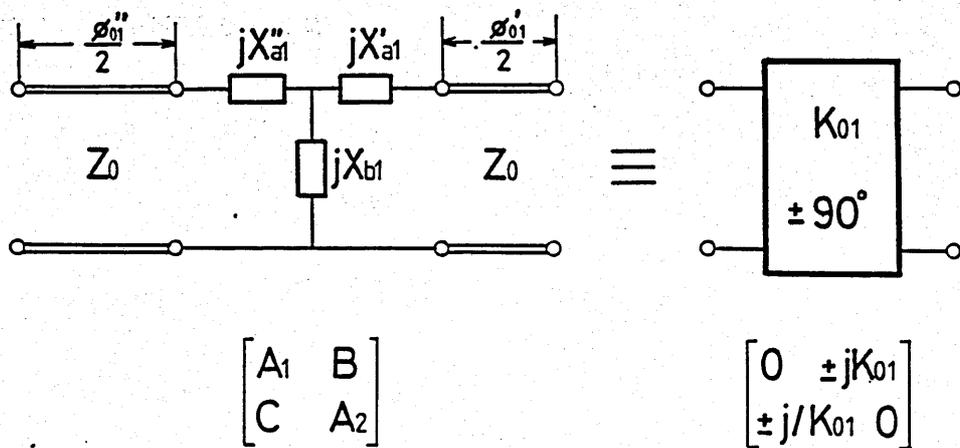


図8 インピーダンス・インバータ回路（非対称）

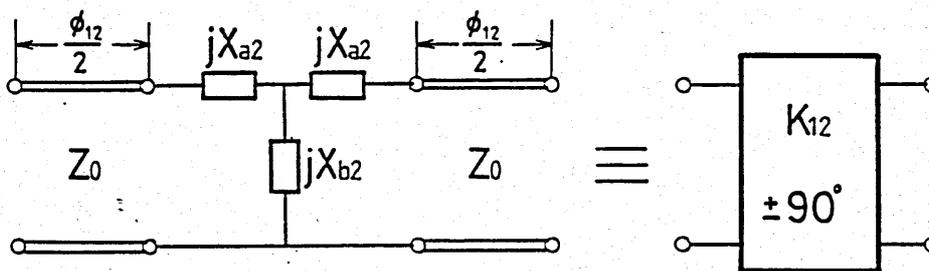


図9 インピーダンス・インバータ回路（対称）

まず、先に示した近似構造に対する各構成部分の散乱行列を精度良く求めるため、不連続面における境界条件を最小2乗法的モード整合法により取り扱うことは既に述べた通りである。いま、図2の近似構造を散乱行列の縦続接続によって表す（図5（b））の必要となる構成要素は入出力端の分岐不連続部及び空胴の装荷によるステップ状不連続を含む遮断領域と無限に長い遮断導波管で近似される副分岐を含む部分（図6（a））、主分岐中の空胴の装荷によるステップ状不連続を含む遮断領域（図7（a））、及び空胴部分である。図6（a）の端子①-②間における散乱行列は同図（b）

に示す散乱行列と、均一導波管を表す多重線路の縦続接続により求まる。端子①-①'間にあたる散乱行列は導体隔壁版の厚さも考慮して先の解析法によって求め、遮断領域においてはモード変換は行われなため、互いに独立な線路によって表す。これら不連続部で発生する高次モードのあるものは隣接する不連続部と互いに影響し合うため、それら高次モード群の遮断領域における振舞いを表すための多重線路網を構成する必要がある、この結合が無視できるほど小さいものについてはそのモードの特性インピーダンスで終端しておけばよい。しかるに図6(a)において①および②の各端子から外部を見れば一様な線路が無限に接続されているから、基本TE<sub>10</sub>モードの端子以外はそのモードの特性インピーダンスで終端され、図6(b)のようになる。この散乱行列をインピーダンス行列に変換し、TE<sub>10</sub>モード端子間に対する集中定数型等価回路を求めると、高次モードの影響や副分岐の効果も含めて同図(c)のように表すことができる。図7(a)における端子③-④も同様に集中定数型等価回路(図7(c))で表すことができ、以上のようにして各リアクタンスは散乱行列要素によって決定できる。

さて、図7(a)は構造が対称なため同図(c)のように対称T形等価回路となり、図8に示すこの場合のインバータ・パラメータ $K_{12}$ 、 $\phi_{12}$ は、各リアクタンス $X_{a2}$ 、 $X_{b2}$ により次のように表される[5]。

$$\begin{aligned} \phi_{12} &= -\arctan(X_{a2}/Z_0) - \arctan\{(X_{a2}+2X_{b2})/Z_0\} \\ K_{12}/Z_0 &= |\tan\{\phi_{12}/2 + \arctan(X_{a2}/Z_0)\}| \end{aligned} \quad (12)$$

一方、図6(a)は構造が非対称なので、この回路をインピーダンス・インバータに変換するには少なくとも通過域中心周波数で回路を対称化する必要がある。そのために非対称T形等価回路の両端に接続する線路(特性インピーダンス $Z_0$ )の電気長 $\phi_{01}''/2$ と $\phi_{01}'/2$ によってこれを補正する(図9)。この場合のインバータ・パラメータ $K_{01}$ 、 $\phi_{01}''/2$ 、 $\phi_{01}'/2$ は次のように表される[5]。

$$\begin{aligned} \phi_{01}''/2 &= \arctan\{(-p \pm \sqrt{p^2 - 4q^2})/2q\} \\ \phi_{01}'/2 &= \arctan\left[\frac{\{A_1 + jCZ_0 \tan(\phi_{01}''/2)\}}{\{A_2 \tan(\phi_{01}''/2) - jB/Z_0\}}\right] \\ K_{01} &= \left| \cos(\phi_{01}''/2) \cos(\phi_{01}'/2) \{A_1 Z_0 \tan(\phi_{01}'/2) \right. \\ &\quad \left. - jCZ_0^2 \tan(\phi_{01}''/2) \tan(\phi_{01}'/2) \right. \\ &\quad \left. - jB + A_2 Z_0 \tan(\phi_{01}''/2) \right| \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{aligned} p &= A_1^2 - A_2^2 + C^2 Z_0^2 - B^2 / Z_0^2 \\ q &= j(A_1 C Z_0 - A_2 B / Z_0) \\ A_1 &= (X_{a1}'' + X_{b1}) / X_{b1} \\ B &= j\{X_{a1}'' X_{a1}' + X_{b1}(X_{a1}'' + X_{a1}')\} / X_{b1} \\ C &= -jX_{b1} \\ A_2 &= (X_{a1}' + X_{b1}) / X_{b1} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 $A_1$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $A_2$ は図9に示した等価回路を表す基本行列の要素である。以上の変換により求められたインピーダンス・インバータ $K_{01}$ 、 $K_{12}$ 、 $K_{23}$ から主分岐の各遮断導波管の長さ、幅を決定する。

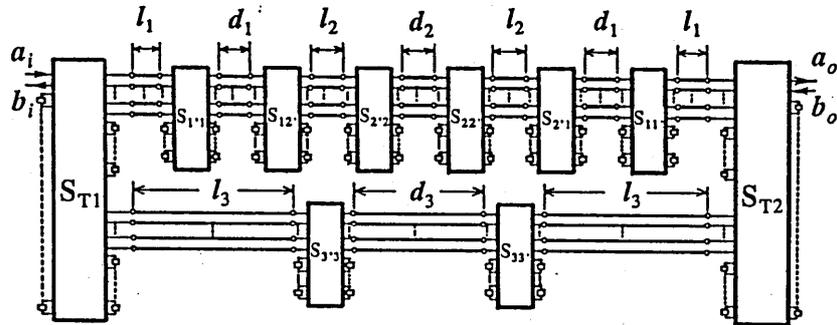
さらに、インバータ間の共振回路は導波管回路において半波長共振器によって構成できるため、図5(a)のインバータ間の線路長 $d_1'$ 、 $d_2'$ が通過域中心周波数において半波長となるように

$$\beta_0 d_1' = \beta_0 d_2' = \pi \quad (15)$$

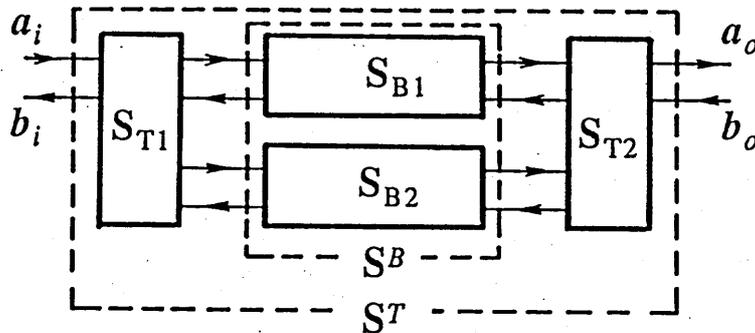
とすれば、空洞の長さ $d_1$ 、 $d_2$ はインバータ・パラメータである電気長と上式によって決定できる。

$$\begin{aligned} d_1 &= (\pi + \phi_{01}'/2 + \phi_{12}/2) / \beta_0 \\ d_2 &= (\pi + \phi_{12}/2 + \phi_{23}/2) / \beta_0 \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、 $\beta_0$ は伝搬領域である空洞の通過域中心周波数における位相定数である。以上を持って所望の通過域特性の近似が完了する。



(a) フィルタの等価回路



(b) 散乱行列の合成

図10 阻止域特性の近似

### 3-3 阻止域特性

本フィルタの阻止域特性は、通過帯域外（高域側）において前節の通過域特性の近似によって決定された主分岐を通過する波と副分岐を通過する波とが干渉し合うことを利用したものである。すなわち副分岐の共振の振舞いによって両分岐の出力の位相差をほぼ $\pi$ に保ち、両者の振幅を調整すれば広帯域にわたって高減衰な阻止域特性が実現可能となり、両分岐の出力が同振幅、逆位相の点では減衰極となって有極形フィルタを得ることができる。

このときフィルタの伝送特性を精度良く求める必要がある。本フ

フィルタは図10(a)に示すようにさきに求めた分岐不連続部を表す散乱行列  $S_{T1}$ ,  $S_{T2}$  及び領域  $i$  と  $j$  との境界のステップ状不連続部を表す散乱行列  $S_{ij}$ 、さらに均一導波管部分を表す線路網の縦続接続によって表される。これは隣接する端子に影響を及ぼす限られた高次モード群についての多重線路網によって表され、入出力側での独立端子は基本  $TE_{10}$  モードのみを考えれば良い。これらを順次合成することによって各分岐を表す散乱行列  $S_{B1}$ ,  $S_{B2}$  が得られ、図10(b)のように書ける。これを超行列形式で表現して得られる散乱行列  $S_B$  と分岐不連続部を表す散乱行列  $S_{T1}$ ,  $S_{T2}$  をさらに合成すればフィルタ全体を表す散乱行列  $S^T$  が得られ、その要素  $S_{21}^T$  によって伝送特性が得られる。

以上より、本フィルタの挿入損失  $L$  は導体隔壁版の厚さ  $t$  と先に求めた通過域特性の近似によって決定した設計値を与えれば、残された設計パラメータの組  $\chi$  と周波数  $f$  の関数として次のように定義できる。

$$L = g(f, \chi) \quad (17)$$

ここで、

$$\chi = (\Delta a_3, a'', d_3) \quad (18)$$

ただし、 $\Delta a_3$  は副分岐遮断導波管の幅の増分、 $a''$  は副分岐の空洞の幅、 $d_3$  はその長さである。

さて、阻止域特性の実現は、設計パラメータの組  $\chi$  が本フィルタで物理的に実現可能な範囲にあるという条件のもとで、周波数  $f$  の関数である挿入損失  $L$  をある周波数の範囲で所望の減衰量以上とする問題となる。この問題を改訂ニュートン法により解き、所望の阻止域特性を実現する構造を決定して、本設計は完了する。

## 4. 問題点と特性改善

### 4-1 物理的検討

さて、以上で述べた通過域と阻止域特性のみに着目した構成法によって設計したフィルタの伝送特性を図11に示す。その仕様は次の通りである。

通過域；3段0.1 dBチェビシェフ・リップル特性

中心周波数 9.5 GHz

帯域幅 0.2 GHz

阻止域；最小減衰量 55 dB

帯域端周波数 11.0 GHz - 12.0 GHz

図11より明らかなように通過域の両側に不要な完全伝送点が生じてしまっている。ここでは、この不要な完全伝送点の現れる原因を検討し、特性改善のための一方法を提案する。

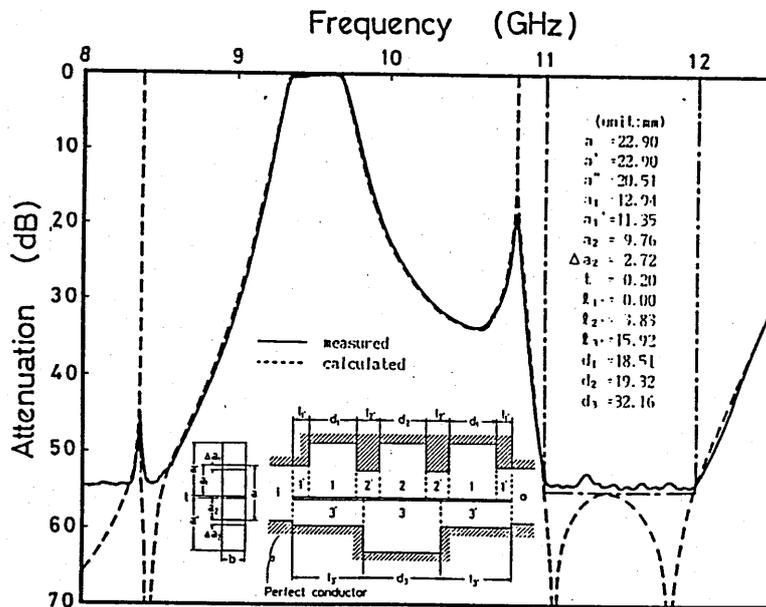


図11 従来の構成法におけるフィルタ特性

図11のような主分岐に3段、副分岐に1段の空洞を装荷した場合には、通過域の高域側では主分岐を通過した波は $3\pi$ の位相変化を受けることになるので、阻止域構成のためには、副分岐を通過する波に $2\pi$ の位相変化を生じさせて両分岐の出力を逆相とする必要がある。副分岐に一段の共振器を設けるものでは、その第2次共振を利用することになり、その結果、通過域の低域側に副分岐第1次共振点が必要な完全伝送点として現れ、また通過域の高域側においては阻止域との間に副分岐第2次共振点（完全伝送点）をやむなくもっていかざるを得ない。

この不要な完全伝送点による特性劣化に対する一改善法として通過域低域側に現れた副分岐第1次共振による完全伝送点を通過域の一部とすることを考える。ここで副分岐第1次共振点に着目するのは、副分岐第2次共振による不要な完全伝送点を通過域の一部としても、通過域の低域側の不要な完全伝送点は残ることになるからである。

まず、副分岐第1次共振点を通過域低域端近傍に設定することを考える。この場合には通過域の高域側に不要な完全伝送点が残ることになる。これは依然として副分岐第2次共振を利用して両分岐からの出力を逆相としているからであり、通過域低域端近傍の副分岐

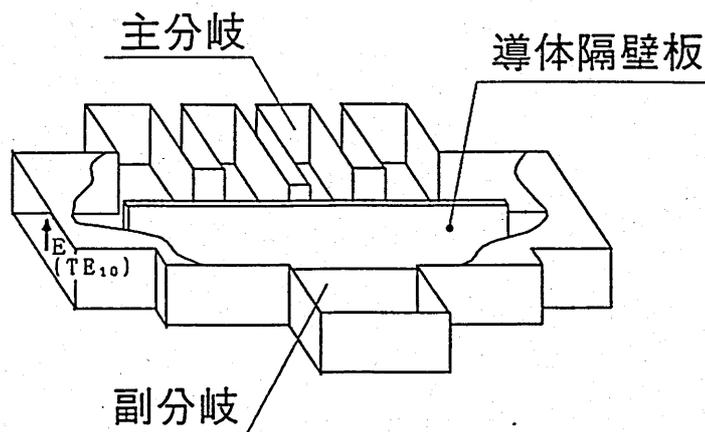


図12 2通路遮断導波管フィルタ（空洞共振器4段装荷）

第1次共振を利用して阻止域を構成することは導波管の高域通過特性を考えれば、両分岐からの出力を同振幅とすることが困難となる。

次に、副分岐第1次共振点を通過域内に設定することを考える。この場合、通過域を構成する主分岐の共振点の両側では位相は $\pi$ 異なるので、副分岐第1次共振点を置く場所によっては、通過域内に鋭い減衰極が生じることになる。

以上より、副分岐第1次共振点は、少なくとも通過域高域側の共振点より高域側に設定しなければならず、不要な完全伝送点を通過域の一部にもってきて特性改善をはかることを考えれば、結局副分岐第1次共振点は通過域高域側共振点近傍に置けば良いことになる。

このようにすることにより、主分岐に装荷する空洞を4段にしさえすれば(図12)、主分岐を通過する波は $4\pi$ 、副分岐を通過する波はその第1次共振により $\pi$ の位相変化を受けることになり、両分岐からの出力は逆相となって、通過域特性にわずかに影響を与えるものの、もはや不要な完全伝送点は現れることなく、良好な帯域通過特性が実現できることになる。

なお、これまで通過域の低域側にあった副分岐第1次共振点を通過域の高域側に移動したことにより、副分岐に装荷する空洞の長さは短くなる。これにより、第1次、第2次共振の間隔は広くなり、副分岐第2次共振点により生じる不要な完全伝送点はより高周波域に移動することになる。阻止域特性については、副分岐共振点を通過域高域側共振点近傍に固定することにより、空洞の長さは阻止域を構成するためのパラメータとすることはできず、残ったパラメータである遮断導波管の幅を変化させて共振の鋭さを調整し、所望の周波数において両分岐からの出力を同振幅として、減衰極を構成することができる。[6]

## 4-2 実験的検討

前節で述べた構成法により、次の仕様を例にとって、フィルタの設計を行った。

通過域；4段0.1dBチェビシェフ・リップル特性

中心周波数 9.5GHz

帯域幅 0.3GHz

阻止域；固定減衰極 11.5GHz

ここで、WRJ-10（幅 $a=22.90\text{mm}$ 、高さ $b=10.20\text{mm}$ ）の標準導波管を用いて設計を行った。また、各分岐中の空洞の幅は入出力導波管のそれと等しくおき、特性インピーダンスが一致するようにしている。モードの展開項数は複素電力の保存則にかかわる誤差を確認し、各分岐中で50個、入出力導波管で100個とした。そのとき、導体隔壁板の厚さ $t=0.20\text{mm}$ も考慮している。

これをもとに試作したフィルタの伝送特性（挿入損失）の測定結果を図13に示す。実線が設計寸法にもとづく計算結果、破線が測定結果である。また図14は通過域を拡大したものであり、図15は反射損失についての計算結果と測定結果である。図13において、その計算結果よりもはや不要な完全伝送点は現れず、所望の周波数において減衰極を実現できていることが確認できる。また測定においては、減衰量がほぼ50dB以上ではノイズにより測定不可能であったが、このレベルまでは両者は良く一致している。自作フィルタのための精度限界のために図14、図15において、わずかなズレはあるものの理論と実験は良く一致しており、本構成法の有効性が確認できたと考える。

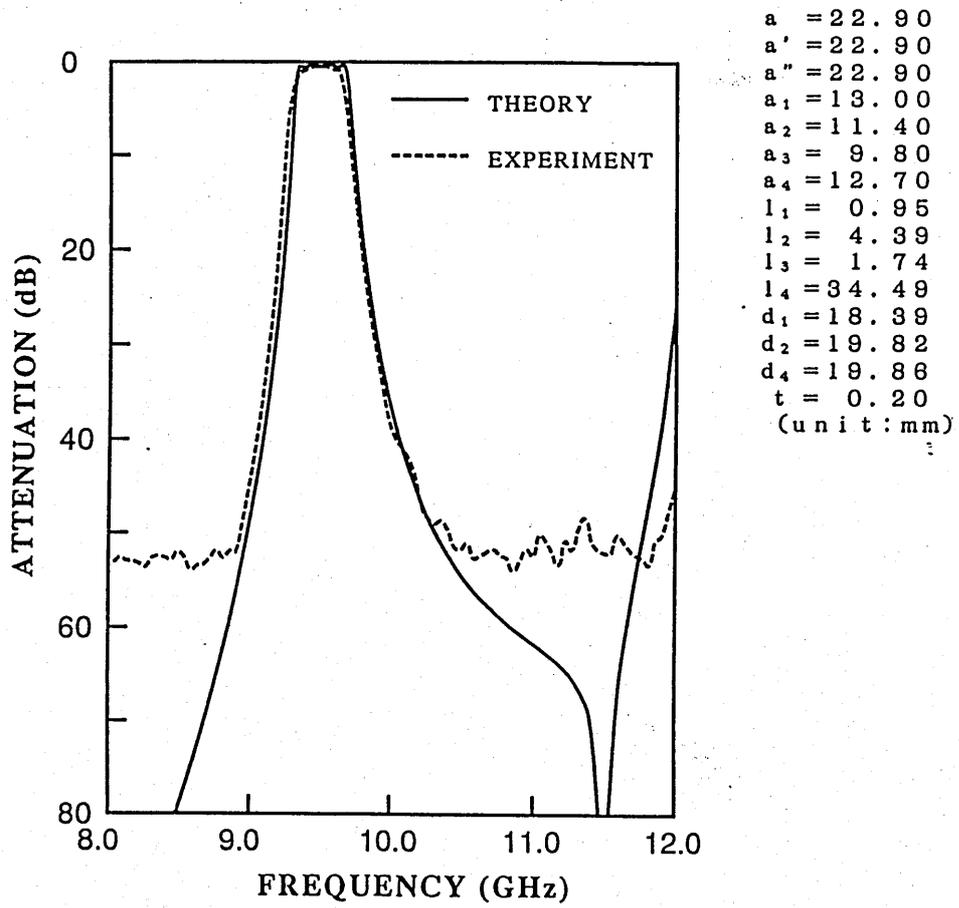
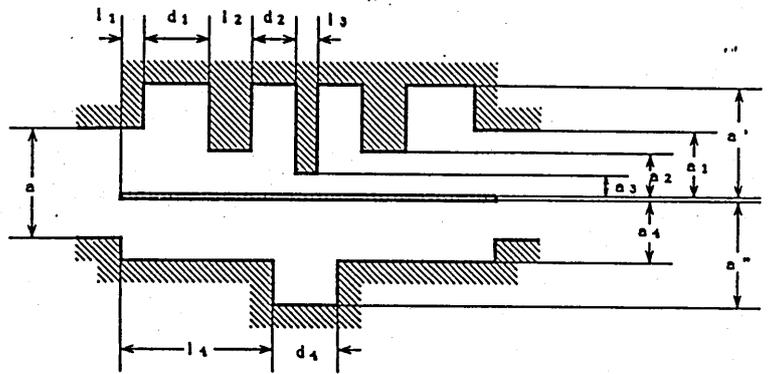


図13 フィルタの伝送特性 (挿入損失)

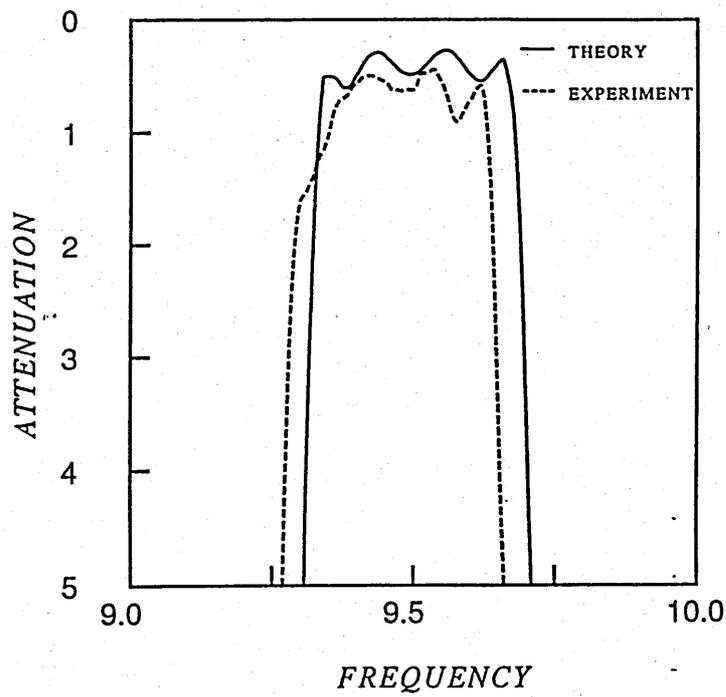


図14 フィルタの伝送特性 (通過域)

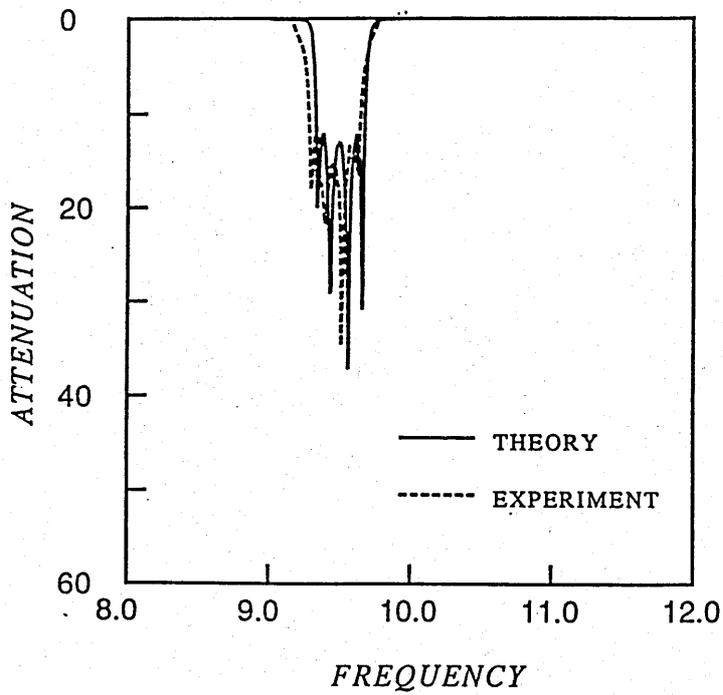


図15 フィルタの伝送特性 (反射損失)

## 5. まとめ

導波管H面分割により並列分岐した遮断導波管と多段の共振器を構成要素とする2通路遮断導波管フィルタは導波管の遮断現象と両分岐からの出力の干渉現象を制御して、広帯域・高減衰な阻止域を実現可能とする有極形帯域通過フィルタである。

本フィルタはCADによる無調整設計が可能であるが、通過域と阻止域特性のみに着目する構成法では、やむを得ず不要な完全伝送点が現れることになる。

そこで、この不要な完全伝送点の原因である副分岐の共振現象を制御し、その第1次共振点を通過域高域側共振点近傍におくことにより、仕様通りの良好な帯域通過特性が実現できることを示した。

なお、阻止域特性については副分岐遮断導波管中に複数の段差を設けるなどしてこれを改訂ニュートン法における変数として追加することにより、所望の阻止域特性を容易に決定することができると考えられる。

## 参考文献

- [1] G. L. Matthaei, L. Young and E. M. Jones, "Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures", New York ; McGraw-Hill, 1964.
- [2] G. F. Crevan and R. F. Skedo, "Evanescent Mode Microwave Components", Boston ; Artech House, 1987.
- [3] H. Shigesawa, M. Tsuji, T. Nakao and K. Takiyama: "Two-path cutoff waveguide dielectric resonator filters" IEEE Trans. Microwave Theory Tech, MTT-37, pp1105-1112 (July 1989).
- [4] M. Tsuji, H. Deguchi, H. Shigesawa and K. Takiyama: "Two-Path Cutoff-Waveguides for Filter Applications" IEICE Trans. VOL. E 73, No. 5, May 1990.
- [5] H. Deguchi: "A study of two-path cutoff-waveguide cavity-resonator filters", M. S. Thesis, Doshisha University, Kyoto, Japan (1988).
- [6] 中井、新川、辻、繁沢, "2通路遮断導波管フィルタの特性改善に関する一検討", 信学秋季全国大会 C-88 (平3).

## 前方散乱振幅による散乱断面積の計測<sup>1</sup>

中山純一 尾崎敏章  
京都工芸繊維大学 電子情報工学科

A coherent sonar is developed for estimating the geometrical cross section of a target from the forward scattering amplitude. The principle of operation and experimental results are described.

### 1 Introduction

A conventional sonar detects an echo backscattered from a target to measure its location and other properties. However, the backscatter is not useful for detecting typical dimensions of a target, such as volume and geometrical cross section. For example, a large target with a smooth surface often works as a point target for backscatter, because only a specular point on the surface scatters the incident wave into the direction of the receiving transducer.

On the other hand, the forward scattering is related with the scattering cross section of a target [1], which represents the power loss of a monochromatic incident wave due to the scattering. The relation of this loss with the cross section is known as the forward scattering theorem, which states that the total scattering cross section  $\sigma_t$  of a target is proportional to the imaginary part of the forward scattering amplitude  $f(\theta, \phi)|_{\theta=0, \phi=0}$  in Fraunhofer region. It is also known that, when the typical dimension of a target is much larger than the wavelength, the scattering cross section  $\sigma_t$  of the target becomes twice of its geometrical cross section  $S_t$ . These relations suggest a scheme of an coherent sonar that measures the forward scattering amplitude to estimate the geometrical cross section of a target.

This paper first describes the forward scattering theorem, stating that the imaginary part of the forward scattering amplitude is proportional to the geometrical cross section. However, this holds only for an incident plane wave

---

<sup>1</sup>A part of this paper was presented at 19th International Symposium on Acoustical Imaging, Ruhr University, Bochum

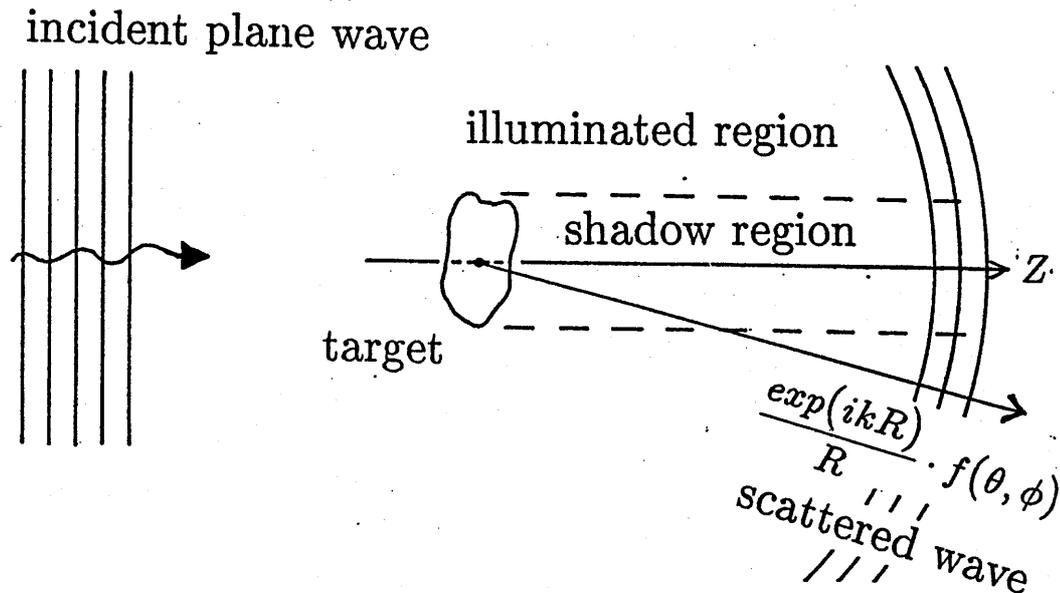


Fig. 1 Illuminated region and shadow region

and for the observation point placed in the Fraunhofer region. A modification is needed in the Fresnel region, where experiments are carried out. So an analysis is made for a practical coherent sonar using a pair of disk transducers: one for transmitting ultrasound and the other for detecting the forward scattering amplitude in Fresnel region. Then, it is found for a spherical target that the real and imaginary parts of the forward scattering amplitude increase with geometrical cross section when geometrical cross section is small. Next, we describe ultrasound experiments. Using 1 MHz ultrasound in water and spherical targets, we measure the forward scattering amplitude in the Fresnel region. It is then shown that the measured data for the forward scattering amplitude agree well with the analysis.

The advantage of forward scattering scheme is simple in hardware and in signal processing. All hardware we need are transmitting and receiving transducers, a signal generator, and a coherent detector for measuring the complex amplitude of the wave field. Only the complex amplitude of the

incident wave and that of the scattered wave are necessary to be measured. Thus the time required for measurement becomes much short and hence the cross section of a moving target may be measured in principle.

## 2 Representation of forward scattering

Assuming the case in figure 1, we first derive the mathematical representation of the forward scattering. We denote by  $\psi(x, y, z)$  the total wave field, that is a linear combination of the incident wave  $\psi_{in}(x, y, z)$  and the scattered wave  $\psi_s(x, y, z)$ :

$$\psi(x, y, z) = \psi_{in}(x, y, z) + \psi_s(x, y, z). \quad (1)$$

When the incident wave illuminates a target much larger than the wavelength  $\lambda$ , the free space may be divided into two regions in geometrical sense: the illuminated region and the shadow region. The surface of the target is also divided into the illuminated part and the shadow part. Neglecting the effects of diffraction, we assume the shadow surface is completely *dark*, that is

$$\psi(x, y, z) = 0, \quad \frac{\partial \psi(x, y, z)}{\partial n} = 0, \quad (x, y, z) \in SS. \quad (2)$$

Here,  $SS$  denotes the shadow surface and  $\partial/\partial n$  the normal derivative. By Green's theorem, the scattering field  $\psi_s(x, y, z)$  may be represented as

$$\psi_s(x, y, z) = \int_{IS} \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \psi_s - G \frac{\partial \psi_s}{\partial n'} \right) dS' + \int_{SS} \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \psi_s - G \frac{\partial \psi_s}{\partial n'} \right) dS' \quad (3)$$

where  $G(x, y, z|x', y', z')$  is a Green's function and  $IS$  denotes the illuminated surface. In the shadow region, the first integral in the right hand side is negligible and the second becomes dominant. Thus we obtain from (1) and (2) the scattered wave in the shadow region,

$$\psi_s(x, y, z) \approx - \int_{SS} \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \psi_{in} - G \frac{\partial \psi_{in}}{\partial n'} \right) dS'. \quad (4)$$

Note that this relation holds only in the shadow region but fails in the illuminated region; particularly, the integration over the illuminated surface  $IS$  becomes dominant for backscatter. Physically, (4) represents a strong scattered wave which cancels the incident wave on the shadow surface.

Since both  $\psi_{in}(x, y, z)$  and  $G(x, y, z|x', y', z')$  in (4) satisfy the wave equation (Helmholtz equation), we may apply the Maggi transformation[2] to (4). This reduces the integration over the target surface in (4) to the integral over the geometrical cross section of the target,

$$\psi_s(x, y, z) \approx - \int_{S_t} \left[ \frac{\partial G}{\partial z'} \psi_{in} - G \frac{\partial \psi_{in}}{\partial z'} \right]_{z=0} dS', \quad (5)$$

where  $S_t$  is the geometrical cross section of the target.

In the calculation below,  $S_t$  is taken on the plane  $z = 0$  in figure 1. To simplify equations further, we use the Green function enjoying

$$G(x, y, z|x', y', z')|_{z'=0} = 0. \quad (6)$$

Such a Green function may be given by

$$G(x, y, z|x', y', z') = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\exp[ik\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}} - \frac{\exp[ik\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}} \right) \quad (7)$$

where  $k = 2\pi/\lambda$  is the wave number. Using these relations, we finally obtain the mathematical representation of the forward scattering,

$$\psi_s(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi} \int_{S_t} \frac{\exp[ik\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}} \psi_{in}(x', y', 0) \cdot \cos\theta \cdot dx' dy', \quad (8)$$

where

$$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}}. \quad (9)$$

Based on this relation, we will derive the forward scattering theorem and its modification in the next section.

### 3 Forward scattering theorem in Fraunhofer region

Forward scattering theorem is usually understood as the relation of the forward scattering amplitude with the total scattering cross section. However,

we look for an explicit relation between the forward scattering amplitude and the geometrical cross section of a target. We assume that the plane wave is incident on the target,

$$\psi_{in}(x, y, z) = A \cdot \exp(ikz + i\alpha) \quad (10)$$

and the observation point  $(x, y, z)$  is in Fraunhofer region,

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \gg \frac{D^2}{\lambda} \quad (11)$$

where  $D$  is the typical dimension of the target. Inserting (10) into (8) and putting

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad x = R \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi, \quad y = R \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi, \quad (12)$$

we obtain the scattered field with a good approximation,

$$\psi_s(x, y, z) \approx A \cdot \frac{\exp(ikR + i\alpha)}{R} \cdot f(\theta, \phi), \quad (13)$$

where  $f(\theta, \phi)$  is the scattering pattern (Fraunhofer diffraction pattern) given by,

$$f(\theta, \phi) = \frac{ik}{2\pi} \cdot \int_{S_t} \exp[-iks \sin\theta \cdot (x' \cos\phi + y' \sin\phi)] dx' dy'. \quad (14)$$

The pattern depends on forms of the geometrical cross section; the circular and rectangular cross section give different patterns to each other. In case of a circular cross-section with a radius  $a$ , for example, we obtain from (14),

$$f(\theta, \phi) = ia \frac{J_1(ka \sin(\theta))}{\sin(\theta)}, \quad (15)$$

where  $J_1(x)$  is the Bessel function.

However, the forward scattering amplitude is uniquely determined by  $S_t$  and does not depend on forms. Putting  $\theta = 0, \phi = 0$  in (14), we find

$$\Re[f(\theta, \phi)]_{\theta=0, \phi=0} = 0 \quad (16)$$

$$S_t = \frac{2\pi}{k} \cdot \Im[f(\theta, \phi)]_{\theta=0, \phi=0} \quad (17)$$

which is the forward scattering theorem in Fraunhofer region. Here,  $\Re$  and  $\Im$  represent the real and imaginary part, respectively. This equation suggests a scheme of a coherent sonar which measures the forward scattering amplitude and estimates the geometrical cross section of a target by (17).

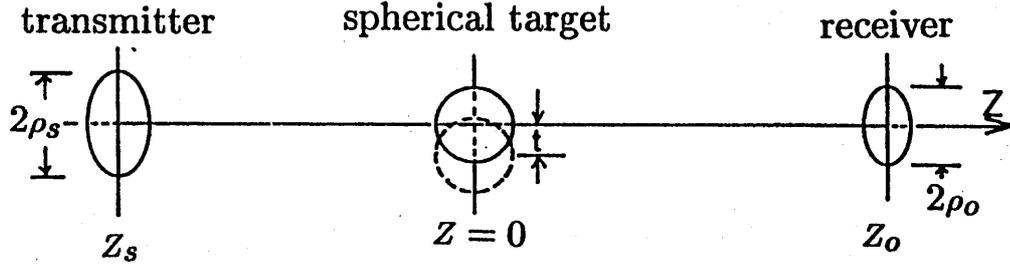


Fig. 2 Measuring forward scattering amplitude by use of disk transducers

#### 4 Measurement by disk transducers

The forward scattering theorem holds under conditions that the plane wave is incident on the target and the observation point is in Fraunhofer region where the scattered wave is a simple spherical wave. However, it is difficult to realize these conditions in practice. In fact, we use disk transducers for radiating and receiving sound waves in experiments below. In this case, the forward scattering theorem does not hold in the exact sense. But the forward scattering amplitude is still useful for estimating the target cross section.

Assuming the configuration shown in figure 2, we look for a relation between the geometrical cross section and the forward scattering amplitude detected by the receiving transducer. Assuming the transmitting transducer works as a vibrating piston, we may write the incident wave field as

$$\begin{aligned} \psi_{in}(x, y, z) &= \int_{\pi\rho_s^2} \frac{\exp[ik\sqrt{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_s)^2}]}{\sqrt{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_s)^2}} \cdot dx_s dy_s \\ &\approx \frac{\exp[ik(z-z_s)]}{|z-z_s|} \left\{ 2\pi \int_0^{\rho_s} J_0 \left( \frac{k\sqrt{x^2+y^2}}{z-z_s} \rho \right) \exp \left[ \frac{ik(x^2+y^2+\rho^2)}{2(z-z_s)} \right] \rho d\rho \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

where  $\rho_s$  is the radius of the transducer and the Fresnel approximation was employed. When no target is present, the observed signal by a disk transducer

placed at  $z = z_o$  becomes,

$$\Psi_{in} \approx A \cdot \frac{\exp[ik(z_o - z_s)]}{|z_o - z_s|}, \quad (19)$$

where the amplitude  $A$  is given by,

$$A = 2\pi \int_0^{\rho_o} \left( \int_0^{\rho'} J_0 \left( \frac{k\rho'}{|z_o - z_s|} \rho \right) \exp \left[ \frac{ik}{2|z_o - z_s|} (\rho'^2 + \rho^2) \right] \rho d\rho \right) \rho' d\rho'. \quad (20)$$

Here,  $\rho_o$  is the radius of the receiving transducer. When the target is placed at the origin in figure 2, the scattered field is given theoretically by,

$$\begin{aligned} \Psi_s &= \frac{ik}{2\pi} \int_{\rho_o^2} \left( \int_{S_t} \frac{\exp[ik\sqrt{(x_o-x')^2+(y_o-y')^2+z_s^2}]}{\sqrt{(x_o-x')^2+(y_o-y')^2+z_s^2}} \psi_{in}(x', y', 0) \cdot \cos\theta \cdot dx' dy' \right) dx_o dy_o \\ &\approx A \cdot \frac{\exp(ikz_s)}{|z_s|} \cdot \frac{\exp(ikz_o)}{z_o} \cdot f(0, 0), \end{aligned} \quad (21)$$

where  $f(0, 0)$  is the forward scattering amplitude measured by the configuration in figure 2,

$$\begin{aligned} f(0, 0) &\approx \frac{2\pi ik}{A} \int_{S_t} dx dy \int_0^{\rho'} J_0 \left( \frac{k\sqrt{x^2+y^2}}{|z_s|} \rho \right) \exp \left[ \frac{ik(x^2+y^2+\rho^2)}{2|z_s|} \right] \rho d\rho \\ &\quad \times \int_0^{\rho_o} J_0 \left( \frac{k\sqrt{x^2+y^2}}{z_o} \rho' \right) \exp \left[ \frac{ik(x^2+y^2+\rho'^2)}{2z_o} \right] \rho' d\rho'. \end{aligned} \quad (22)$$

We evaluate this integral for a spherical target with radius  $a$ . Numerical results are illustrated in figure 3. In the forward scattering theorem in the Fraunhofer region, the real part  $\Re[f(0, 0)]$  vanishes and the imaginary part  $\Im[f(0, 0)]$  is proportional to the geometrical cross section  $\pi a^2$ . However, these properties do not hold when  $z_s$  and  $z_o$  are finite distances. The real part is negative as is shown in figure 3. This is because the scattered wave works to cancel the incident wave in the forward direction. The imaginary part increases with the geometrical cross section  $\pi a^2$ , but only when  $S_t = \pi a^2$  is small. As  $\pi a^2$  increases further, it takes a maximum value and then decreases. This makes it difficult to estimate the geometrical cross section from  $f(0, 0)$ . The real part has a similar properties against  $\pi a^2$ . But the real is proportional to  $\pi a^2$  in wider region. Thus the real part is much useful for estimating target cross section.

In the above analysis, we have assumed that the target is placed on the beam axis, i.e., the  $z$  axis. However, there are often an offset  $t$  from the  $z$  axis in experiments. Such an offset may cause errors in estimating the cross section. Therefore, we evaluate the integral (22) for such a case, where the cross section  $S_t$  is a  $(x, y)$  region given by,

$$S_t: \quad (x - t)^2 + y^2 \leq a^2. \quad (23)$$

Numerical examples are plotted in figure 3 and figure 4. Figure 3 shows that the effects of the offset on the real part is much small when  $\pi a^2 < 250mm^2$ . But the effects increase for  $\pi a^2 > 350mm^2$ . On the other hand, the imaginary part in figure 4 decreases as  $t$  increases for  $\pi a^2 < 500mm^2$ . From these results, we may conclude again that the real part is more useful than the imaginary part for estimating the target cross section.

## 5 Ultrasonic experiment

Using the configuration shown in figure 2, we have carried out experiments using  $1MHz$  ultrasound in water. Several metal spheres were used as targets, which was suspended by a string.

A continuous wave with wave number  $k = 2\pi/\lambda$  has been assumed in the above analysis. To separate off unwanted clutters from walls of the water tank, however, we transmit a burst pulse with duration time  $128\mu S$  and repetition period  $4.096 mS$ , which was simply generated from  $1MHz$  clock by a 12-stage binary counter and an AND-gate. After filtering and amplification, the burst pulse excites the transmitting transducer. The signal received by the other transducer is displayed on a CRT to measure its phase and amplitude, where the phase is determined with referring to the clock waveform. A delayed trigger pulse, generated digitally from the clock, is also supplied to the CRT, which enables us to determine the phase accurately.

In experiments, the wavelength is  $\lambda = 1.5mm$ . The transmitting and receiving transducers were placed at

$$z_s = -260mm, \quad z_o = 260mm. \quad (24)$$

with radius parameters,

$$\rho_s = 5mm, \quad \rho_o = 10mm. \quad (25)$$

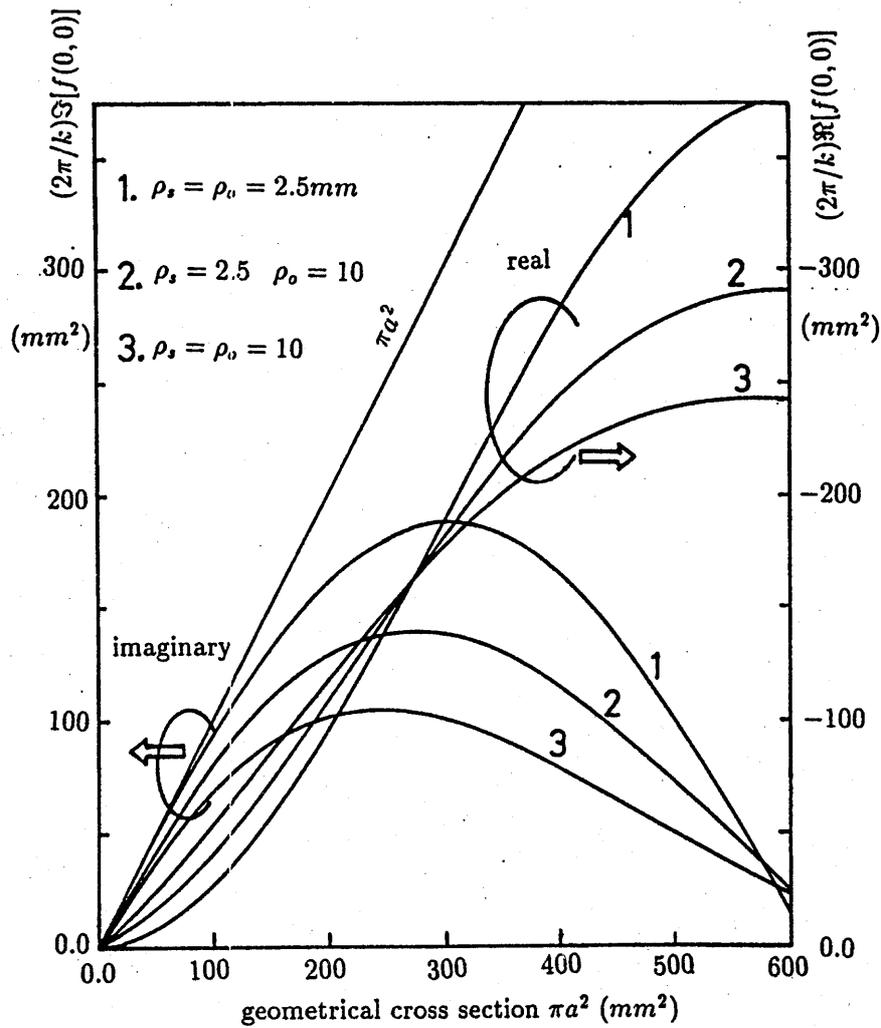


Fig. 3 Forward scattering amplitude against geometrical cross section.  $\rho_s$  and  $\rho_o$  are radius of the transmitting and receiving transducers, respectively ( see Fig. 2). the real part is proportional to the geometrical cross section in wider region, compared to the imaginary part. the forward scattering theorem in the Fraunhofer region is shown by the straight line.

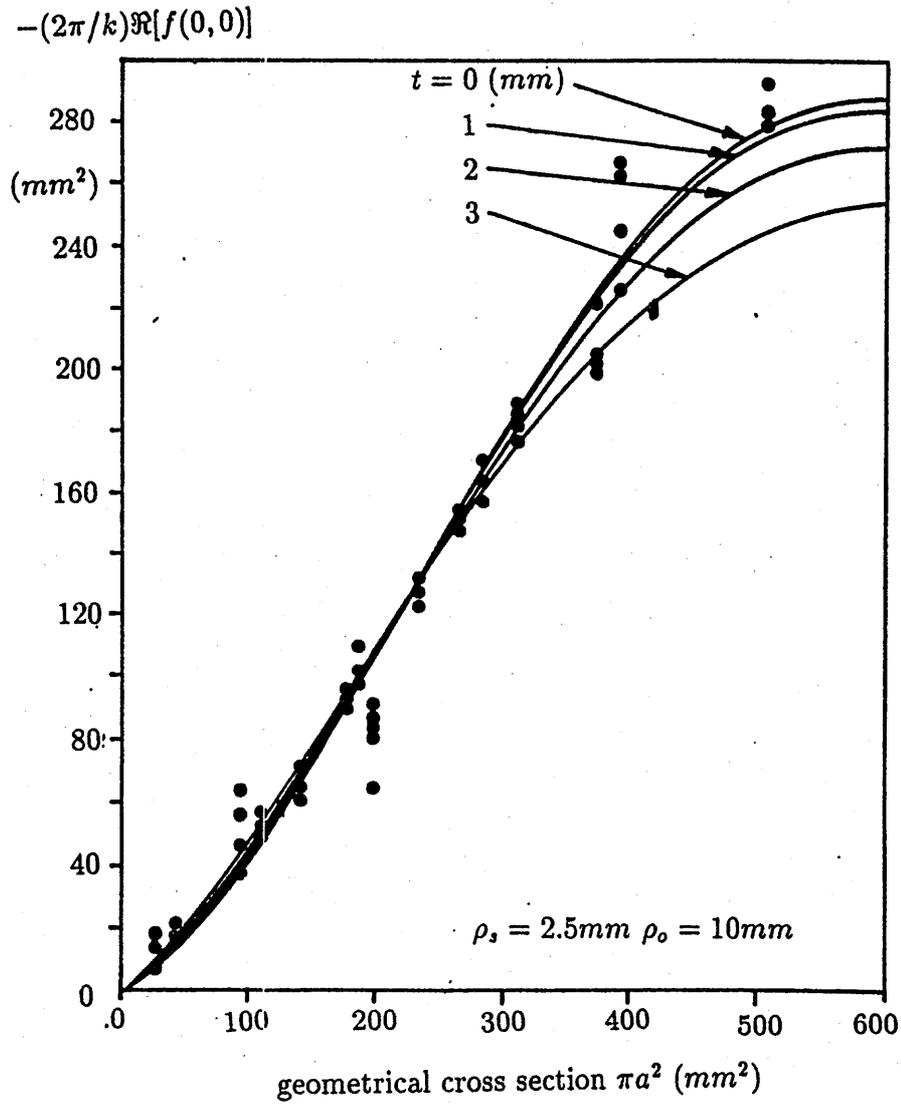


Fig. 4 Real part of forward scattering amplitude against geometrical cross section  $\pi a^2$  for a spherical target. a dot shows an experimental result for a metal sphere.  $t$  denotes an offset from the  $z$  axis.

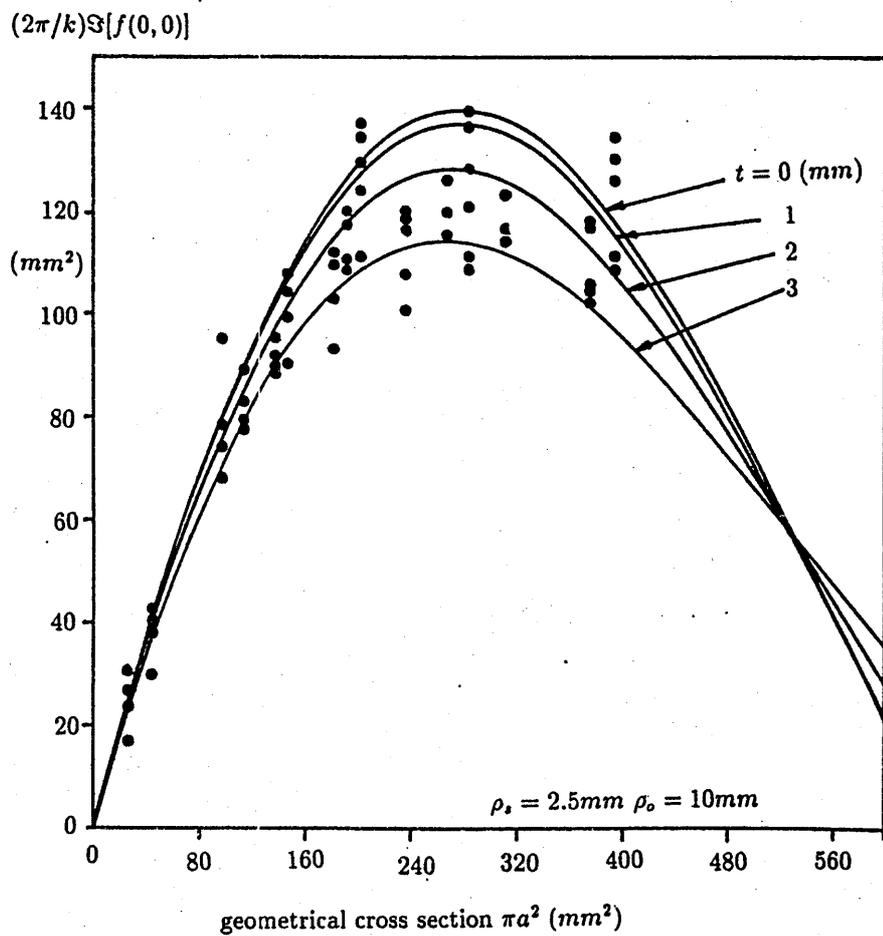


Fig. 5 Imaginary part of forward scattering amplitude against geometrical cross section. a dot shows an experimental result for a metal sphere.

The experiments were carried out by two steps. First, removing a target from the  $z$  axis, we measure the phase and amplitude of  $\Psi_{in}$  received by the transducer. Next, placing a target on the  $z$  axis, we measure the total wave field  $\Psi$ , that is the sum of the incident wave  $\Psi_{in}$  and the scattered wave  $\Psi_s$ :

$$\Psi = \Psi_{in} + \Psi_s. \quad (26)$$

From these data, we may calculate the forward scattering amplitude  $f(0, 0)$  by,

$$f(0, 0) = \frac{|z_s| \cdot z_o}{|z_s| + z_o} \cdot \frac{\Psi - \Psi_{in}}{\Psi_{in}} \quad (27)$$

Experimental results are plotted in figures 3 and 4. The experiments agree well with the theoretical curve. Some disagreement between experiments and analysis is probably caused by positioning errors in geometrical configuration. Because a manipulator for accurately positioning a target was not used, so that the target could be placed with a large values of offset  $t$  from the  $z$  axis.

From these results, we may conclude that the coherent sonar which measures the coherent scattering amplitude is practically useful for estimating the target cross section.

## 6 Conclusions

We have demonstrated theoretically and experimentally the forward scattering amplitude is useful for estimating the geometrical cross section of a target. By numerical calculation, we found that the real part of the forward scattering amplitude is more useful than the imaginary part, even though the forward scattering theorem in the Fraunhofer region states that the real part vanishes and the imaginary part is proportional to the cross section of the target. We have carried out experiments using  $1MHz$  ultrasound in water. Since the experimental results agreed well with the analysis, we may conclude that the coherent sonar which measures the coherent scattering amplitude is practically useful for estimating the target cross section.

As is described above, the advantage of forward scattering sonar is simple in hard ware and in signal processing. However, it is assumed that a target must be placed on the transmitting and receiving beam axis. Any offset from the axis may causes a measurement error. Therefore, the forward scattering

scheme must be improved to avoid such an error in measurement. This may be done by use of array transmitter and receiver, which will be, however, left for future study.

#### Acknowledgment

The authors would like to thank Tomomi Ono for technical assistance. This work was partially supported by Grant-In-Aid for Scientific Research from the ministry of Education of Japan.

#### References

- [1] A. Ishimaru, "Wave propagation and scattering in random media", Vol. 1, Academic, New York, 1987
- [2] B. B. Baker and E. T. Copson, The mathematical theory of Hygens' principle. Second Ed. Oxford Univ. Press, 1950

輻射科学研究会資料

RS 91-11

光同調可能なマイクロ波バンドパスフィルタ

山 本 幸 男

(大阪産業大学 工学部 電気電子工学科)

1991年12月6日

光同調可能なマイクロ波バンドパスフィルタ

Optically Tunable Microwave Band-Pass Filter

山 本 幸 男

Yukio Yamamoto

大阪産業大学 工学部 電気電子工学科

Department of Electrical and Electronic

Engineering, Faculty of Engineering

Osaka Sangyo University

Abstract

The semiconductor laser tuned active band-pass filter is examined in X-band using a gate-to-source capacitance of a MESFET with its cover removed. The filter is basically end coupled microstrip band-pass filter. The gate and source of a tuning MESFET bridge the gap at the center of the tank circuit of the filter. The capacitance between the gate and source of the tuning MESFET is controlled either by a gate-to-source bias or by a semiconductor laser illumination. This filter loss is compensated for by a negative resistance circuit. Possible wide optically tuning range over 100MHz is obtained.

1 まえがき

近年マイクロ波・ミリ波領域で使用出来る各種の半導体デバイスが開発され、その光制御も興味ある研究対象になってきた[1]。GaAs MESFETも光制御可能で、しかもMMIC化可能な素

子として有望である。MESFETのゲートのショットキー接合領域に光子が吸収されると、ゲート近傍に形成されている空乏層の性質や大きさが変化する。従ってゲート・ソース間の容量や導電率に変化がおこる。これを利用すると光同調可能なマイクロ波回路を構成する事がで

き、さらにマイクロ波集積回路の中に組み込む事も可能になる。

著者はこのMESFETを用いたマイクロストリップ回路型のバンドパスフィルタの開発を行ってきた[2]。この回路の基本はMESFETで同調をとるようにした端結合ストリップ線路バンドパスフィルタとその損失を補償する負抵抗回路である。この負抵抗回路も同調回路と同じ型のMESFETによって構成されている。このフィルタはChangと伊藤の開発したバラクターダイオード同調型のバンドパスフィルタ[3,4]を基礎にしているが、同調素子をバラクターダイオードから負抵抗回路と同じMESFETに揃えたことで、将来MMIC化する際に製作行程を簡素にできる利点がある。電圧同調型フィルタとしてバラクタ同調型と比較するとMESFET同調型は今のところ同調周波数範囲は狭いが、低いゲート電圧で同調をとることができる[5]。しかしバラクタダイオードをMESFETに代えたことの最も興味ある利点は、カバーをはずしたMESFETを用いると、レーザ光照射による同調が可能なことである。

これまでの結果ではパスバンドの中心周波数の変化は照射レーザ電力の平方根に比例しており、さらに入射電力が一定以上増加すると周波数遷移は飽和する[6,7]。この原因は光吸収により、ゲート・ソース間容量以外のMESFETのパラメータが変化し、回路の整合が悪くなるためであると考えられる。この補償を行うと、同調範囲は広がり[8]、中心周波数変化は照射レーザ電力にほぼ比例することが示されており[9]、

回路設計の改良により、さらに広い同調範囲を実現出来る見込みがある。その部分的な試みである同調用MESFETのマイクロストリップ線路への接続方法の改善によって同調可能周波数範囲が大幅に拡大された[7]。

ここでは光照射時のGaAs MESFETの応答、フィルタの回路構成とともに、これまでに得られた同調特性について報告する。

## 2 GaAs MESFETの光応答

Fig.1にGaAs MESFETの構造の概略を示す。通常の使用では、ゲート電極のまわりの空乏層領域の大きさがゲート電圧で変化し、それによりドレイン・ソース間電流が制御される。この空乏層にGaAsのギャップエネルギーより高いエネルギーのレーザ光が照射されると光子吸収により空乏層内にホール・電子対が発生し、空乏層の大きさや性質が変化する。実効的には空乏層の厚みが減少し、ドレイン・ソース間電流が増加する。この様子を示したのがFig.2

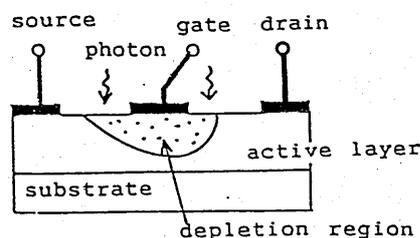


Fig.1 The Schematic diagram of the MESFET under laser illumination.

である。MESFETはセラミックパッケージのカバーをはずしたNE72084B(NEC)である。(a)図は光を照射しない場合の $V_d$ - $I_d$ 曲線である。カバーをはずさない場合の通常のドレイン電圧-電流曲線より飽和電流部分の特性に歪が増えている。(b)図ではレンズで集光した波長785nm、出力20mWのレーザー光をゲート領域に照射している。レーザー照射により、ドレイン電流が大幅に増加しているのがわかる。例えば $V_d=2.0V$ 、 $V_g=-1.0V$ の場合、ドレイン電流 $I_d$ はレーザー照射により19mAから、およそ2倍の38mAに増加している。この結果は間接的ながら、光子吸収により空乏層の実効的な領域が減少する効果を示していると考えられる。空乏層の領域が小さくなることはゲート・ソース間、あるいはゲート・ドレイン間の容量にも影響を与える。

ゲート・ドレイン間容量に比べてゲート・ソース間容量の方が1桁程度大きい。ドレインを開放端とした場合のゲート・ソース間の容量とコンダクタンスの測定値(測定周波数は400kHz)は既に報告した[9]が、レーザー照射の効果を示すためFig.3とFig.4に再掲する。0Vから-2.5Vのゲート・ソース間電圧( $V_{gs}$ )の領域で、 $V_{gs}$ によっても、照射レーザー出力によってもゲート・ソース間容量が大きく変わっているのが分かる。同時にこの領域では光照射によるゲート・ソース間コンダクタンスの変化も大きい。今回開発したフィルタでは、このゲート・ソース間電圧の領域のGaAs MESFETのゲート・ソース間容量の変化を同調に利用して

いる。しかし光照射によるコンダクタンスの増加は共振回路のQ値を下げ、同調帯域幅に限界を生じる。

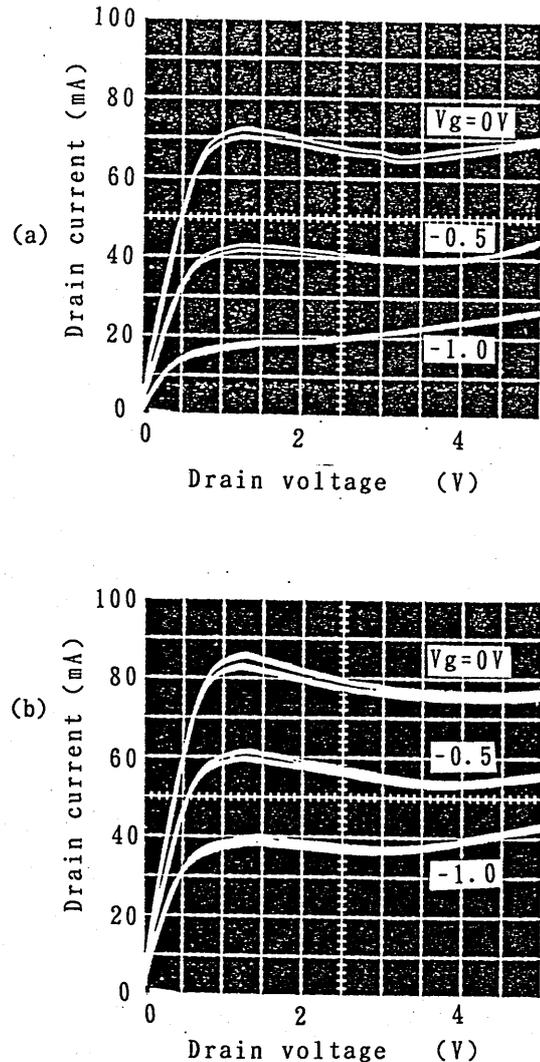


Fig.2 The drain current vs. drain-source voltage of the GaAs MESFET (NE72084B) for 3 steps of gate voltage at 500 mV per step. (a) Without illumination. (b) With laser illumination at 20 mW.

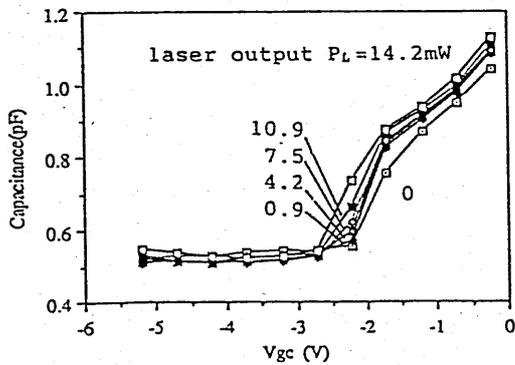


Fig. 3 The measured gate-to-source capacitance of a NE72084B MESFET[9].

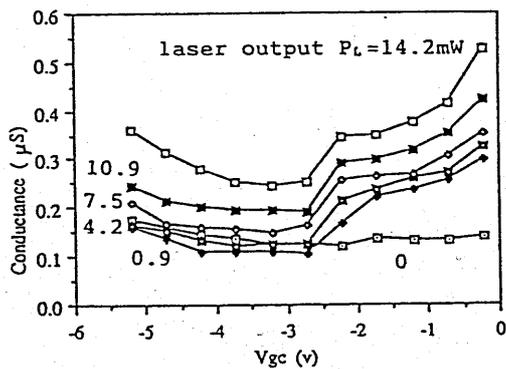
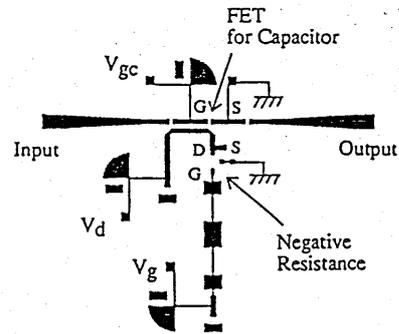


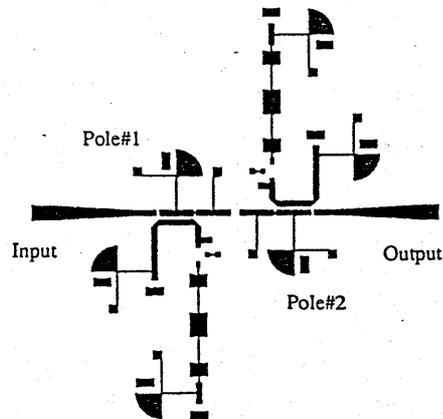
Fig. 4 The measured gate-to-source conductance of a NE72084B MESFET[9].

### 3 フィルタ回路とその伝送特性

レーザ同調型アクティブバンドパスフィルタの回路パターンを Fig. 5 に示す。(a) は1段、(b) は2段フィルタである。入出力端子に挟まれた端結合マイクロストリップ線路バン



(a) One-pole filter



(b) Two-pole filter

Fig. 5 The microstrip circuit patterns of the tunable band-pass filters.

ドパスフィルタの半波長共振器の中央に同調用MESFETが取付られている。MESFETのゲート・ソース間容量の変化によって、半波長共振器の電気長が変わり、同調がとれる[8]。共振器に蓄えられた信号の一部は1/4波長結合回路を通じて別のMESFETで構成した負抵抗回路に導かれ、増幅されて返され、パスバンドの損失が補償される。この回路構成により、フィルタのQ

値が改善される。

回路は誘電率 2.55、厚さ 0.737 mm の PTFE 基盤上に構成した。GaAs MESFET は両方とも NEC の NE72084B (2SK571) を用い、同調にはそのカバーをはずしてレーザー光を照射できるようにした。照射レーザー光は半導体レーザー LT024MD0 (シャープ製) の 785nm 光を用い、その出力は最大 20mW である。レーザー光はレン

ズでおよそ 0.5mm 程度に絞ってゲート領域に照射した。マイクロ波伝送特性は 360 型ベクトル・ネットワークアナライザ (Wiltron) で測定した。

測定した  $S_{21}$  パラメータの例を Fig.6 に示す。中心周波数 9.66 GHz、バンド幅 14 MHz のフィルタが得られている。この中心周波数を同調用 MESFET のゲート・ソース間電圧や、レーザー照射によって変えることができるが、それらは利得やバンド幅にも影響する。その間の関係はまだ十分明らかになっていないので、バンド幅などを独立に制御することは今のところできない。

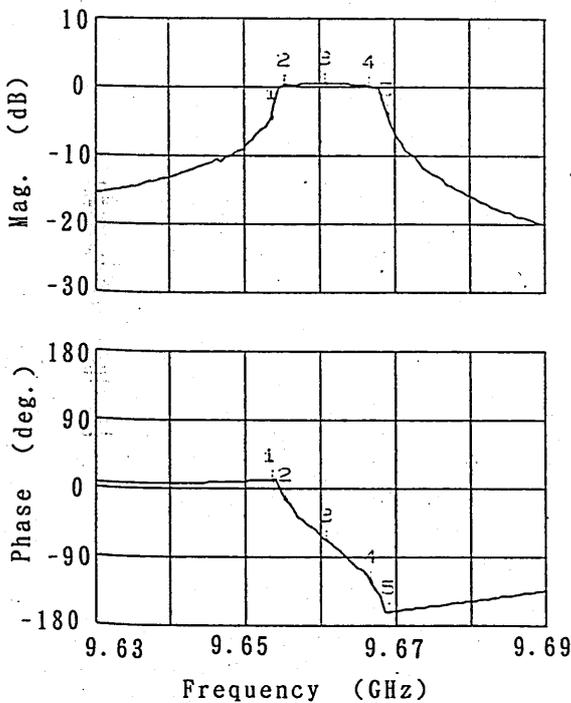


Fig.6 The scattering parameter  $S_{21}$  of the filter without illumination.

Experimental conditions for the negative resistance MESFET:  $V_d=2.1V$ ,  $I_d=53mA$ ,  $V_g=0.97V$ . The gate-to-source bias for the tuning MESFET ( $V_{gs}$ ) = -2.7V.

#### 4 バンドパスフィルタの同調特性

フィルタの同調用 MESFET のバイアス電圧を調節し、しかもレーザー出力を on off して同調をとった場合の一例を Fig.7 に示す。実験条件は Table 1 にまとめて示している。この図のいくつかのパスバンドでは正の利得が得られており、同調領域を求める例としては適切でないが、同調をとる際のパスバンドの一般的傾向をよく示している。  $V_{gs}$  が深いとパスバンドの中心周波数が高く、帯域幅も狭い。これに対し、  $V_{gs}$  が浅いと、パスバンドは低周波側に移動し、帯域幅は広がる。レーザー照射によるパスバンドの周波数遷移はバイアスが深い方が比較的大きい。レーザー照射の有無に関係なく、遷移

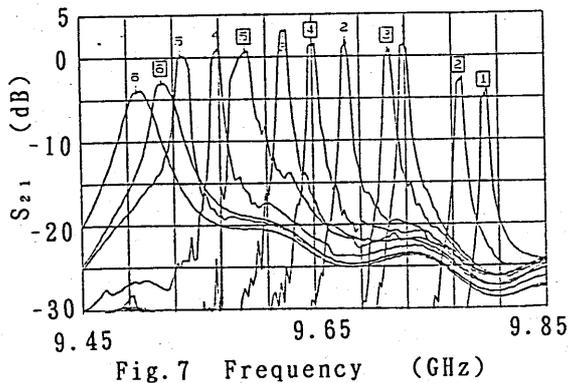


Fig.7 Frequency shift of the passband as function of the gate bias  $V_{gc}$  of tuning MESFET with and without laser illumination. Experimental conditions are listed in Table 1.

Table 1 Experimental conditions of the results in Fig.7.

Marker number	$V_{gc}$ (V)	Center frequency of passband	
		Without laser illumination. Marked by □.	With laser illumination. No mark.
1	-3.00	9.798 GHz	9.728 GHz
2	-2.46	9.776	9.678
3	-1.98	9.714	9.625
4	-1.57	9.649	9.568
5	-1.24	9.592	9.536
6	-0.94	9.520	9.498

$V_g = -1.38V$ ,  $V_d = 2.64V$ ,  $I_d = 56.4mA$ .

Laser power  $P_L = 20mW$ .

の中央（ここでは 9.65GHz 近傍）に近いパスバンドの利得が高い。そこで光同調や電圧同調において、一番利得の高いパスバンドの利得を基準に -3dB 以内という条件で同調可能領域を決めている。

開発したバンドパスフィルタの同調特性についてはすでに報告しており、レーザ同調では、パスバンドの中心周波数遷移はレーザ電力の平方根に比例して増加した後、飽和する[6,7]。電圧同調ではパスバンドの利得の低下で同調可能領域が決まっているのに対し、光同調では利得の低下以前にこの周波数遷移の飽和で制限される場合がある。一例として照射レーザ電力を変えて同調をとった場合の結果を Fig.8 に示す。実験条件は Table 2 に示されている。

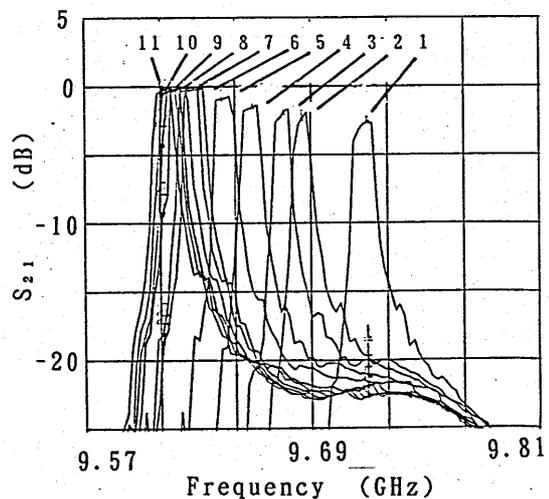


Fig.8 Frequency shift of the passband as function of the incident laser power. Experimental conditions are listed in Table 2.

Table 2 Experimental conditions of the results in Fig.8.

Marker number	Incident laser power(mW)	Center frequency (GHz)	Frequency shift (MHz)
1	0	9.719	0
2	1.0	9.685	33.6
3	2.0	9.676	43.2
4	2.8	9.659	60.0
5	3.8	9.642	76.8
6	6.1	9.630	88.8
7	6.7	9.625	93.6
8	10.0	9.620	98.4
9	12.4	9.618	100.8
10	15.2	9.616	103.2
11	20.2	9.611	108.0

$V_g = -1.47V$ ,  $V_d = 2.66V$ ,  $I_d = 52.4mA$ ,  
 $V_{gc} = -2.05V$

照射電力が 0 から 6mW 程度に増加する間は中心周波数の遷移はレーザー電力の平方根に比例して増加している。パスバンドの利得はレーザー照射によってむしろ増えている。しかしそれ以上照射電力を増やしても利得はほぼ一定で、また周波数遷移も飽和し始めている。

同調周波数帯域幅としては開発当初から使用周波数帯域である10GHz帯の1% 100MHzの実現を目標にしてきた。

これまでに、電圧同調で同調範囲 242 MHz、レーザー同調範囲 114 MHz が得られている[7]。同調範囲を広げる上で効果があったのは同調用 MESFET のマイクロストリップ線路への取付方法の改良である。その様子を Fig.9 に示す。寄生インダクタンスを減らすため、MESFET のリード線を取り去り、ステムに直接ハンダ付けしたこととドレインをソースに接続した効果が大きい。

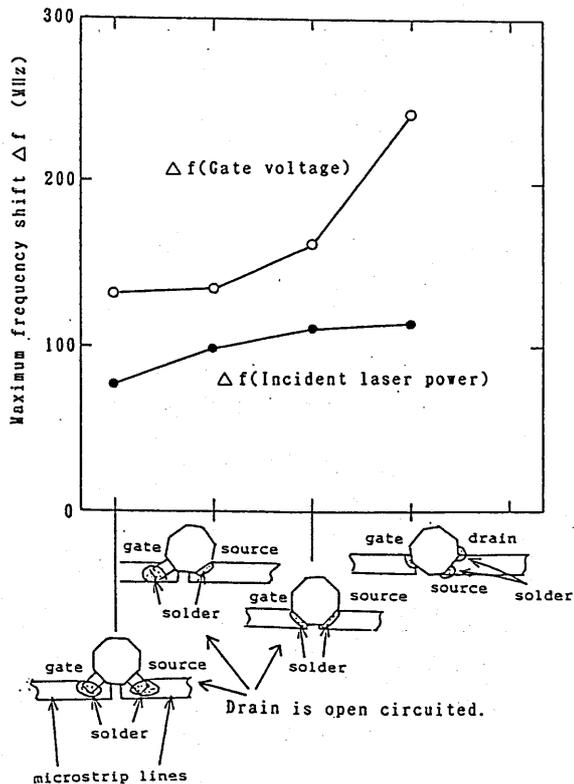


Fig.9 The extension of tunable frequency range  $\Delta f$  due to the improvement in mounting method of the tuning MESFET.

## 5 HEMTを用いた電圧同調

GaAs MESFET とならんで HEMT も光制御できるとされている[11]。将来、より高い周波数帯での回路構成を考えて、XおよびKバンド用の HEMT を用いた同調を試みた。HEMT として予めパッケージの上部を除いて製作された MGF4310C型 InGaAs HEMT (三菱電機製)を用いた。ただし他の回路はMESFET(NE72084B)に用いたのと同じなので、整合は必ずしもよくないと考えられる。電圧同調の結果を Fig.10 に示す。マーカーの説明は Table 3 にまとめて示した。パスバンド中心周波数の遷移は必ずしもゲートバイアス  $V_{gs}$  によって、一様には変化していないが、最大 27.6MHz 変化している。

この結果は HEMT を用いて同調をとるフィルタ作製の見通しを与えるが、785nm, 20mW の

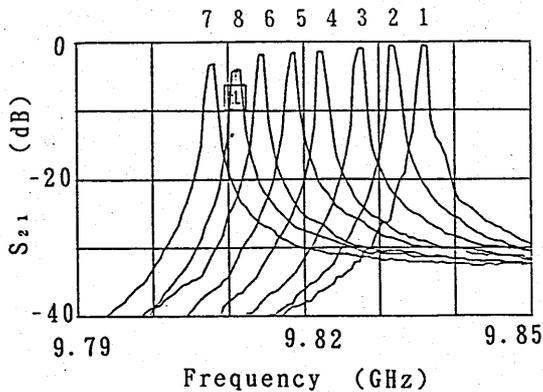


Fig.10 Frequency shift of the passband as function of the gate-to-source voltage  $V_{gs}$  in the case of tuning HEMT.  
 $V_{gs} = -1.29V$ ,  $V_d = 4.80V$ .

Table 3 Experimental conditions of the results in Fig.10.

Marker number	$V_{gs}$ (V)	Center frequency	$I_d$ (mA)
1	-2.26	9.836 GHz	112
2	-1.28	9.832	112
3	-1.02	9.827	111
4	-0.81	9.822	111
5	-0.69	9.819	110
6	-0.56	9.814	110
7	-0.26	9.808	107
8	0.0	9.811	106

レーザ照射に対しては今のところ周波数遷移などの応答は観測されていない。その原因については現在検討中である。

## 6 まとめ

カバーのない MESFET のゲート近傍にレーザを照射するとホール・電子対が生じ、実効的に空乏層領域が減少し、ゲート・ソース間容量が増加する。この容量変化を利用して、光同調可能なマイクロ波バンドパスフィルタを開発した。端結合マイクロストリップ線路フィルタの共振回路の電気長をこの容量変化で制御している。共振回路の損失は、結合回路を通じて負抵抗回

路により補償されている。

パスバンドの中心周波数の遷移は照射レーザ電力の平方根に比例して増加するが、ある値で飽和する傾向をもつ。

MESFET のリード線の寄生インダクタンスを減らすこと、ドレインをソースに接続することにより、10GHz 帯で、中心周波数の1%を超える同調帯域幅が得られている。

現在 MESFET のステムもなくして、チップを用いた回路での特性を測定する準備をしている。チップを用いると、寄生インダクタンスを少なく出来るので、ここに述べた結果から見て、より広い同調帯域を実現できると考えられる。

HEMT を用いた電圧同調フィルタの初歩的な結果もあわせて報告した。

#### 謝辞

カバーのない HEMT を提供して頂いた三菱電機北伊丹製作所の中村源一郎氏に感謝します。

#### 参考文献

- (1) A.J. Seeds and A.A.A. Salles: "Optical control of microwave semiconductor devices," IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-38 (1990) pp. 577-585.
- (2) Y. Yamamoto, K. Kawasaki and T. Itoh: "A MESFET-controlled X-band active band-pass filter," IEEE Microwave and Guided Wave Lett., 1, (1991) pp. 110-111.

- (3) C.Y. Chang and T. Itoh: "A varactor-tuned, active microwave band-pass filter" 1990 IEEE MTT-s Int. Microwave Symp. Dig., pp. 499-502.
- (4) C.Y. Chang and T. Itoh: "Microwave active filters based on coupled negative resistance method," IEEE Trans. Microwave Theory and Tech., MTT-38 (1990) pp. 1879-1884.
- (5) Y. Yamamoto and T. Itoh: "Voltage control of planar active band-pass filters," 1991 IEEE MTT-s Int. Microwave Symp. Dig., Workshop D, 3 pages.
- (6) Y. Yamamoto, J. Lin and T. Itoh: "Laser tuning of a planar active band-pass filter using MESFETs," 21st European Microwave Conference Proceedings (1991) pp. 1317-1322.
- (7) Y. Yamamoto and T. Itoh: "Optical control of microwave integrated circuits," 1991 Microwave Workshop and Exhibition (MWE'91), Microwave Workshop Dig. pp. 115-120.
- (8) Y. Yamamoto, K. Kawasaki and T. Itoh: "Optical control of microwave active band-pass filter using MESFETs," 1991 IEEE MTT-s Int. Microwave Symp., Dig., pp. 655-658.
- (9) Y. Yamamoto and T. Itoh: "Progress on optically tunable active bandpass

- filter," 21st European Microwave Conference Workshops Proceedings (1991) pp. 71-76.
- (10) Y. Yamamoto and T. Itoh: "Optical control of microwave circuits," LEOS 1991 Summer Topical Meetings Dig. Optical Millimeter-Wave Interactions pp. 53-54.
- (11) R. N. Simons and K. B. Bhasin: "Microwave performance of an optically controlled AlGaAs/GaAs high electron mobility transistor and GaAs MESFET," 1987 IEEE MTT-s Digest pp. 815-818.

1991. 12. 6 (Fri)

## MMIC の研究開発動向

### *Recent Research and Development of Monolithic Microwave Integrated Circuits (MMICs)*

Masami Akaike

ATR Optical and Radio Communications Research Laboratories

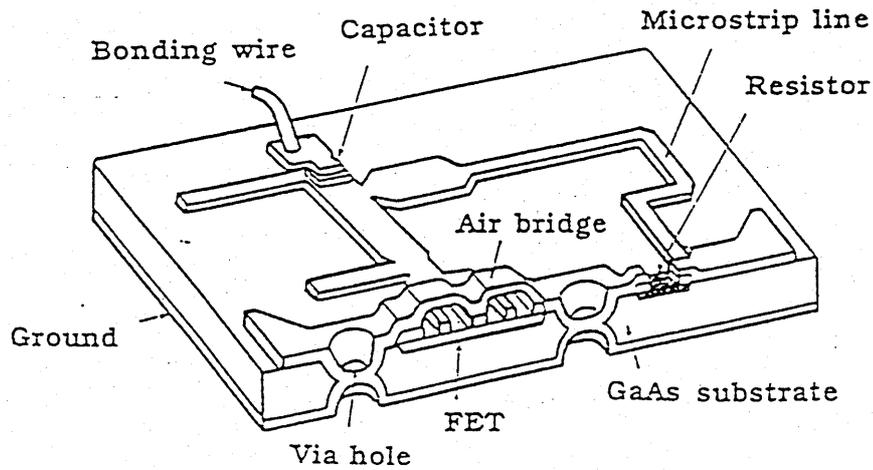
Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto, 619-02 Japan

#### Contents of Presentation

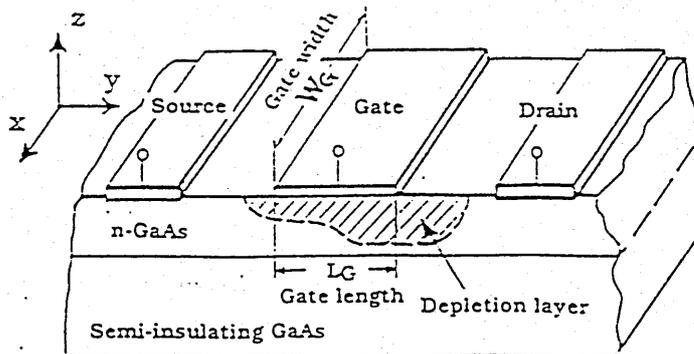
- (1) Merits of MMICs
- (2) Application to Radio Communications
- (3) MMICs for Radio Equipment
- (4) Future MMIC Research

## Merits of MMICs

- (1) Small size and light weight
- (2) High reliability
- (3) Low cost and mass-productivity



## STRUCTURE OF GaAs MMIC

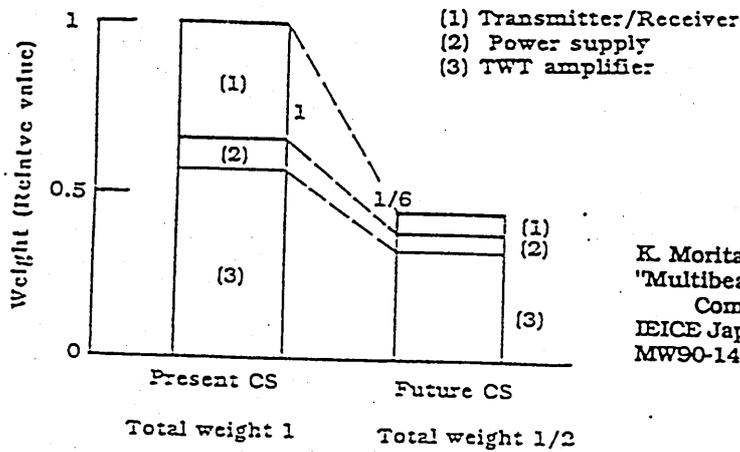


## STRUCTURE OF A GaAs MESFET

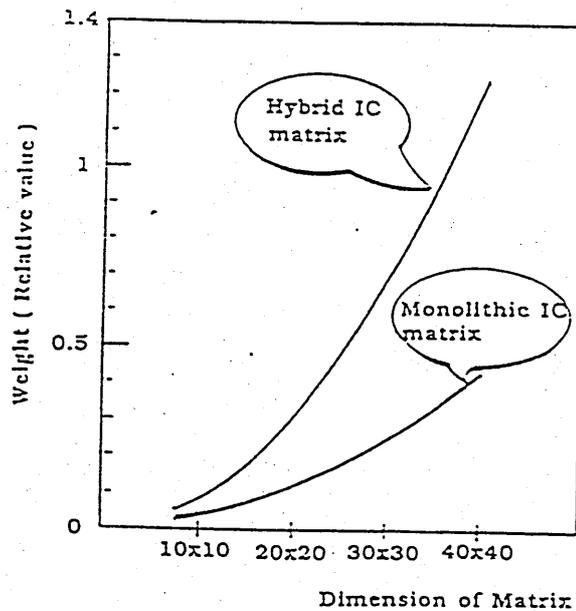
Application to Radio Comms.

- (1) Satellite Communications
- (2) Terrestrial Radios
- (3) DBS Reception
- (4) Local Distribution by Radio
- (5) Personal or Mobile Terminals
- (6) Lightwave Communications

Weight reduction  
of a communication satellite transponder  
by MMIC

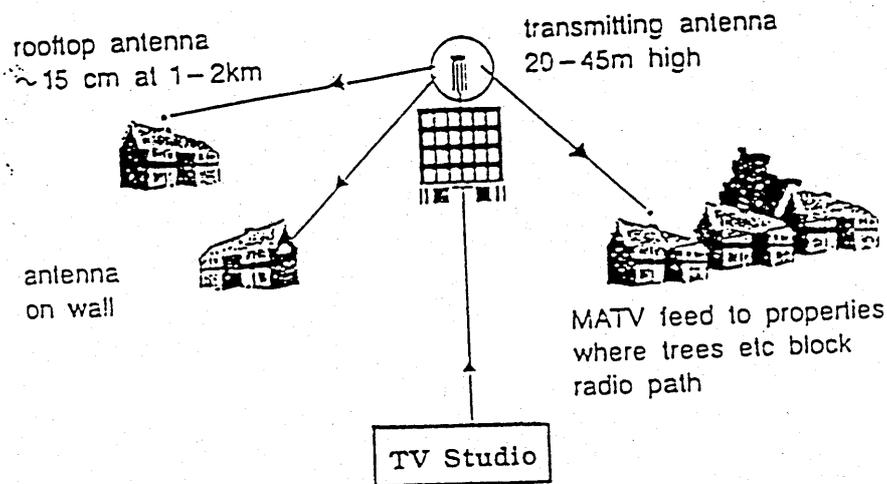


K. Morita  
"Multibeam Satellite  
Communications"  
IEICE Japan Tech Group  
MW90-149, Feb. 1991



K. Araki, et al, "Onboard  
large-scale monolithic IC  
switch matrix for multibeam  
communications", 1987 38th  
Congress of IAF, IAF-87-468

Weight of IF Switch Matrices



**40-GHz TV Distribution System**  
(Planned by British Telecom)

From "M<sup>3</sup>VDS - 40 GHz multichannel TV to the home", M. Pilgrim, et al 1990  
European Microwave Conference, pp299-304, Sept. 1990

MMIC receivers for TV distribution reception by British Telecom.

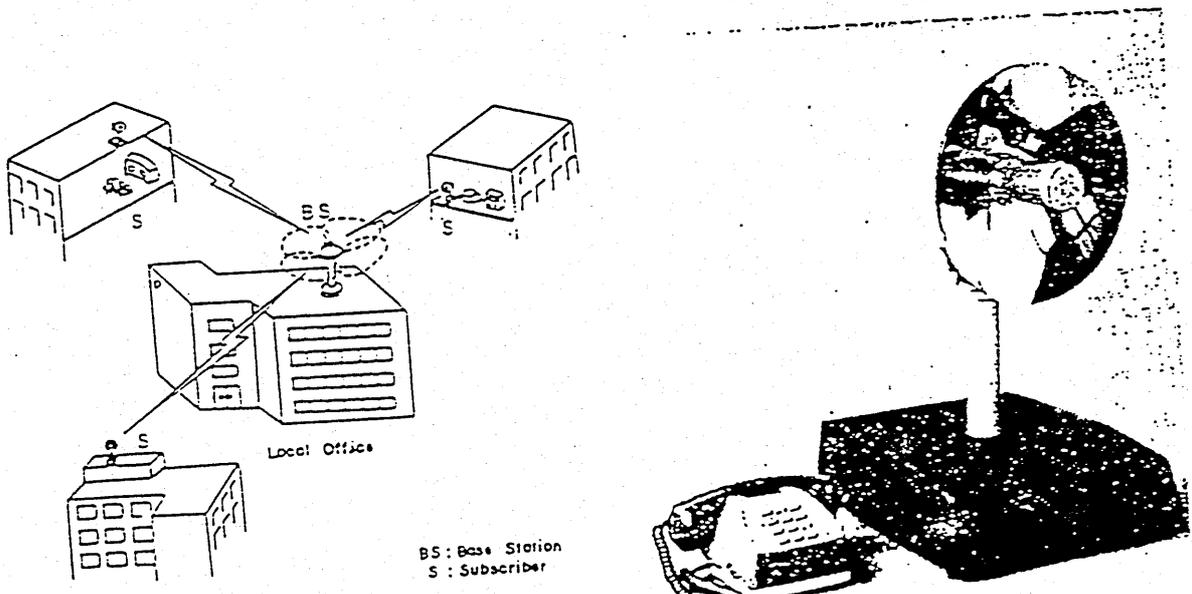


Fig. 1. Radio local distribution system.

Fig. 6. Experimental subscriber radio equipment.

**Radio local-distribution system by NTT.**

S. Shindo, et al. "Radio local distribution system for high-speed digital communications", IEEE Journal on Selected Papers in Communications, Vol. SAC1, No. 4, pp. 609-615, Sept. 1983. The main circuits in a receiver and a transmitter constructed by microwave ICs (hybrid ICs).

## Unification of FET and transmission line

### Features of FET

- (1) Planar structure
- (2) Three-terminal element

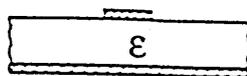
### Transmission line

- # Common-plane line --- Excellent
- # Stripline --- Good
- # Rectangular waveguide --- Poor

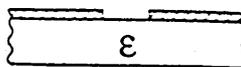
### Features of LUFET (Line-Unified FET)

- (1) Uniplanar
- (2) Free from viaholes
- (3) Capability to higher-density integration  
--- multilayered, three-dimensional

\* (4) Less power handling capability



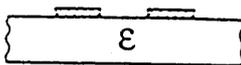
Microstrip



Slotline

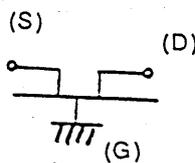
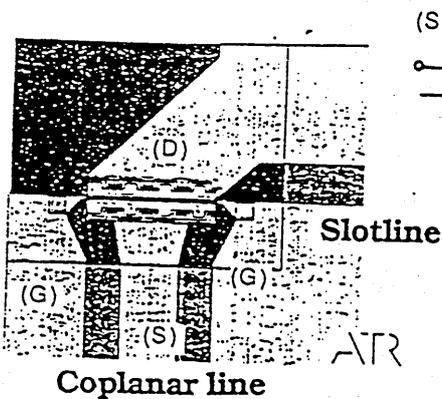


Coplanar line



Coplanar strips

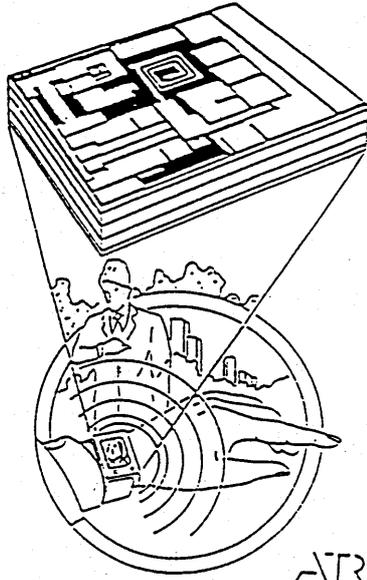
Transmission lines used in MMIC.



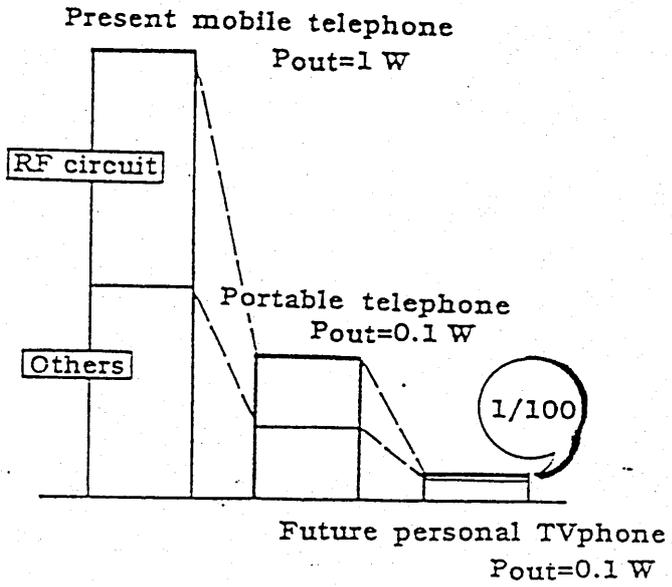
LUFET structure.  
LUFET: Line unified FET

# Future Personal terminal

# Volume Comparison



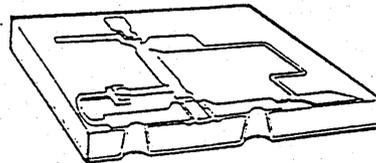
ATR



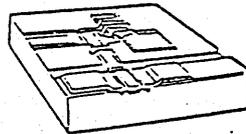
Others=Dial+Antenna+Case+Power supply

# MMICs, Planar to 3-Dimensional

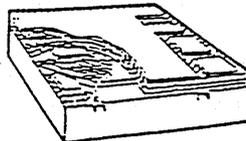
ATR



Planar



Multilayer



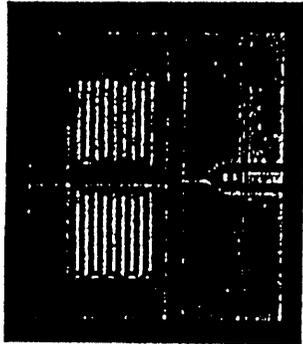
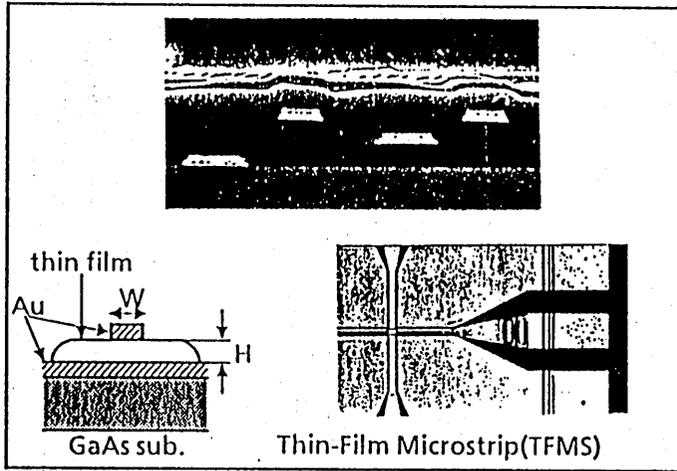
Three-dimensional

TA1-5

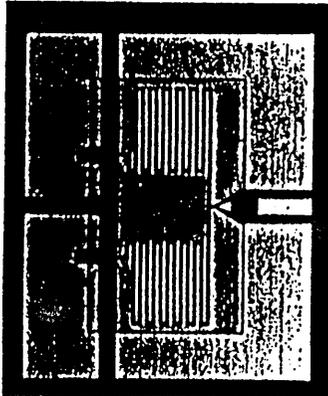
# Multi-layered MMIC

ATR

Stack of metal and dielectric layers on GaAs substrate

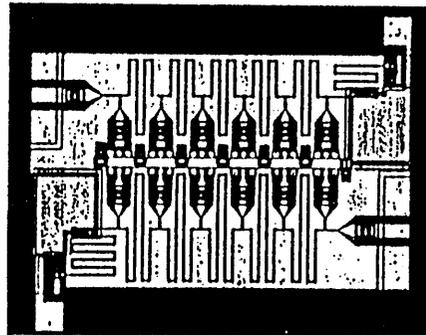


Magic-T  
(4-18GHz)  
0.9mm x 1.0mm

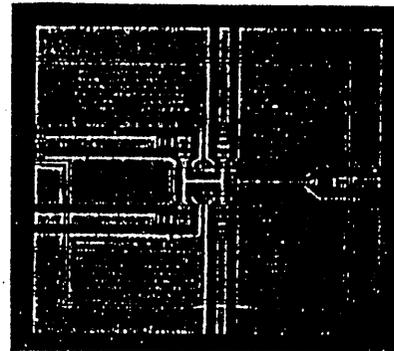


Magic-T  
(4-18GHz)  
0.9mm x 1.0mm

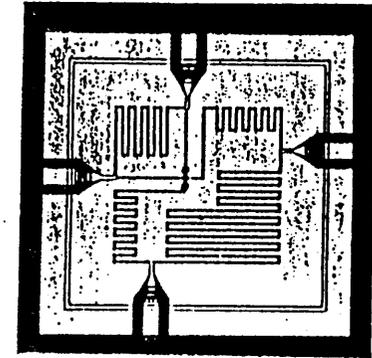
TAI-6



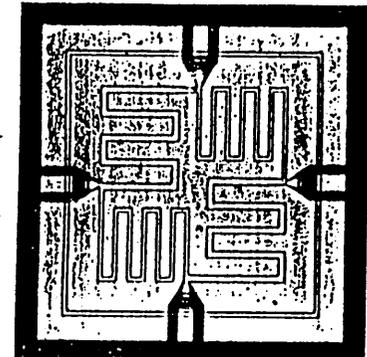
Distributed Amplifier  
(1-12GHz)  
0.8mm x 1.3mm



Multi-ports Wilkinson Power Divider  
(10-15GHz)  
0.9mm x 1.0mm



Port-interchanged  
Rat-race Hybrid  
(17-23GHz)  
1.3mm x 1.3mm

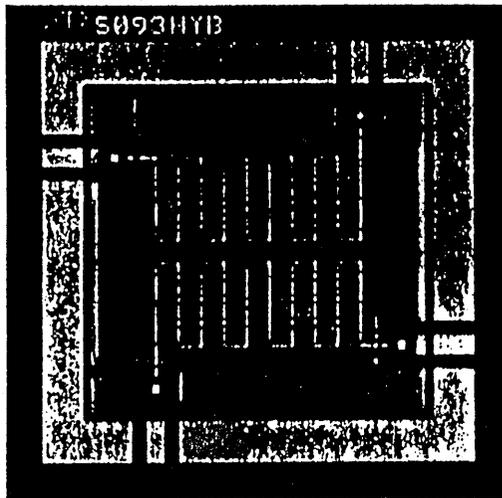


Branch line Hybrid  
(10-14GHz)  
1.3mm x 1.3mm

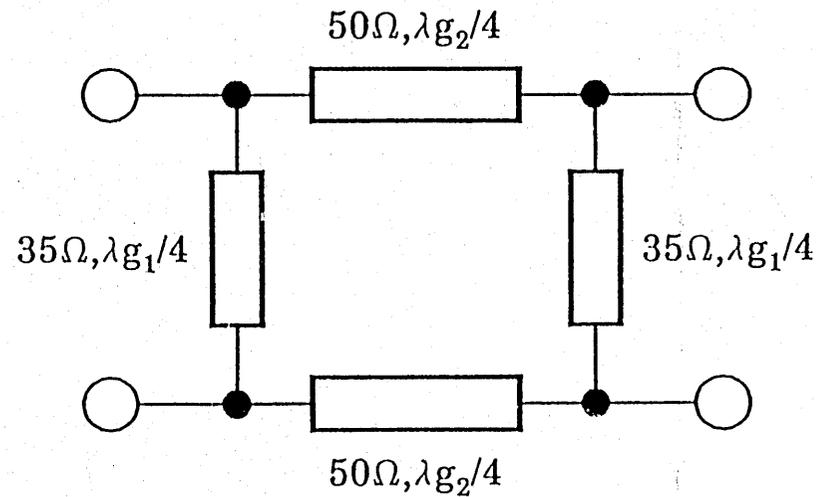
## Multilayer MMIC Branch-Line Hybrid

ATR

- \* Chip size 0.95mm × 0.91mm
- \* Frequency range 18~21GHz



(a) Microphotograph



(b) Circuit diagram

輻射科学研究会  
RS 91-13

## 高誘電率セラミックスによるDEW小型方向性結合器

粟井郁雄（山口大学），高杉充教（宇部興産），羽野光夫（山口大学）  
古谷信二（山口大学），鬼頭良造（宇部興産）

1991年12月 6日

## 1. まえがき

1~3GHzのいわゆる準マイクロ波帯は、今移動無線への使用だけでなく、衛星移動通信やMMDS (Multipoint Multichannel Distribution Service) によるテレビ放送など、民生部門における使用が世界的に広がりつつあり、回路部品の開発が急がれている。従来用いられてきた導波管回路は寸法的な問題だけでなく、立体回路という名前からもわかる通り3次元的な配置からくる扱いにくさが大きな弱点であり、特殊な用途以外はマイクロストリップ回路によって置き換えられた。この回路に用いられる部品は基本的にSMD (Surface Mountable Device) であることが必須条件となるが、それだけでなく民生用という事から安価である事も重要な要件である。

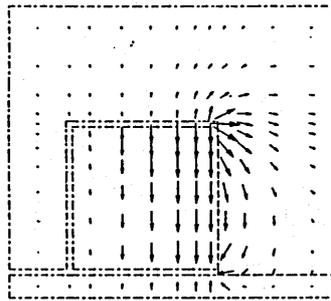
我々は、円板状共振器や同軸状共振器としてマイクロ波からUHF帯での機器の小型・低損失化のために広く用いられる高誘電率セラミックスの新しい応用の一つとして、導波管形の素子に関する検討を行ってきた<sup>1)</sup>。導波管形であっても、上に述べたマイクロストリップ線路との適合性の良い素子を開発することが可能である。もとより誘電率が高い事から、この様な材料で導波管形素子を作成すると寸法は $1/\sqrt{\epsilon_r}$  ( $\epsilon_r$ は比誘電率) と非常に小さくなって、それだけで小形軽量という要求に答えるものである。しかし $\epsilon_r$ の大きい事はそれ以外にも電磁界の閉じ込め効果を持つ事は、光ファイバーや誘電体線路の例をあげるまでもなく知られており、閉構造の導波管だけでなく開放形の導波路素子への道を開くものである。

誘電体方形導波管をE面で2つに切断すると、上記の閉じ込め効果により電磁界分布は前とあまり変わらない。従って新しく生じた開放面に適当な形状の導体パターンや部品をのせる事によって、ミリ波帯における立体平面回路又はフィンライン回路のような働きをさせる事ができよう<sup>2)</sup>。これらの回路と切断された誘電体方形導波管回路との違いは、後者においては切断面に再度「ふた」をする必要がないという点である。

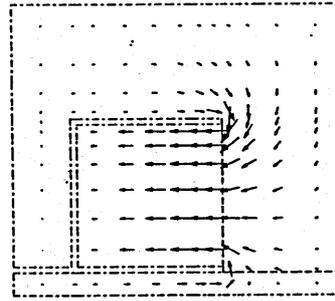
我々はこの様な導波管回路をDEW (Dielectric E-plane Waveguide) と名づけ、この方式で準マイクロ波帯で使える各種SMD回路素子を試作している<sup>3)~5)</sup>。今回はその中から小形軽量で容易に量産可能な方向性結合器について述べてみよう。

## 2. DEWのモード

閉じ込め効果によって、切断前の方形導波管のモードと電磁界分布があまり変わらないと言ってもその程度が良くわからないので、有限要素法を用いてその様子を見てみよう。 $\epsilon_r=9.3$ , 断面寸法 $a \times b = 5 \times 5 \text{ mm}$ のDEWに対して、

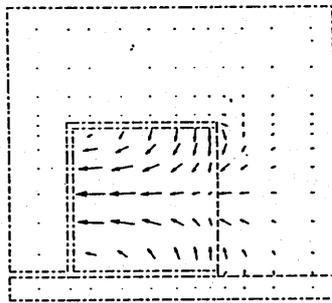


(a) Eの分布

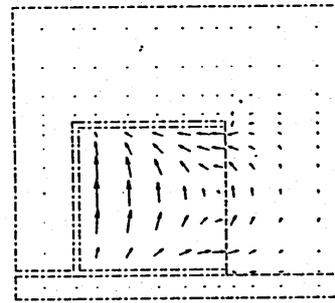


(b) Hの分布

図1. 電磁界分布 (1次モード,  $TE_{10}'$ )

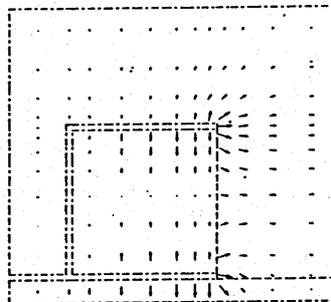


(a) Eの分布

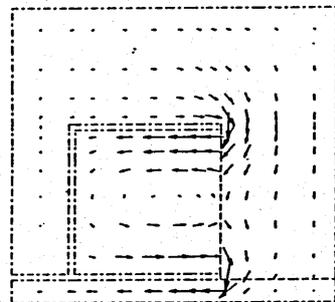


(b) Hの分布

図2. 電磁界分布 (2次モード,  $TE_{11}'$ )

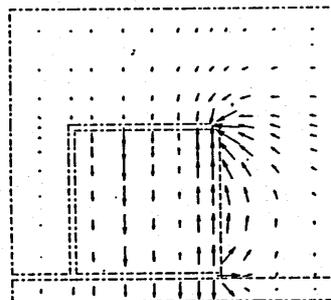


(a) Eの分布

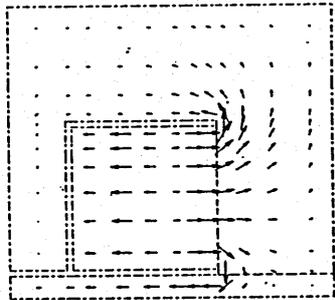


(b) Hの分布

図3. 電磁界分布 (3次モード,  $TM_{11}'$ )



(a) Eの分布



(b) Hの分布

図4. 電磁界分布 (4次モード,  $TE_{30}'$ )

最低次モードから数えて4つのモードの断面内電磁界分布は、 $\beta = 200 \text{ rad/m}$ において図1~4のようになる事がわかった。DEW素子はPCB (Printed Circuit Board) 上に置かれる事が前提なので、0.8mm厚さ、 $\epsilon_r = 4.8$ の基板上での計算を行ったが、真空中に置いた場合と殆ど違いはない。

通常の方形導波管のモードの中で、基本モードに近いものの電磁界分布を並べたものが図5である<sup>9)</sup>。

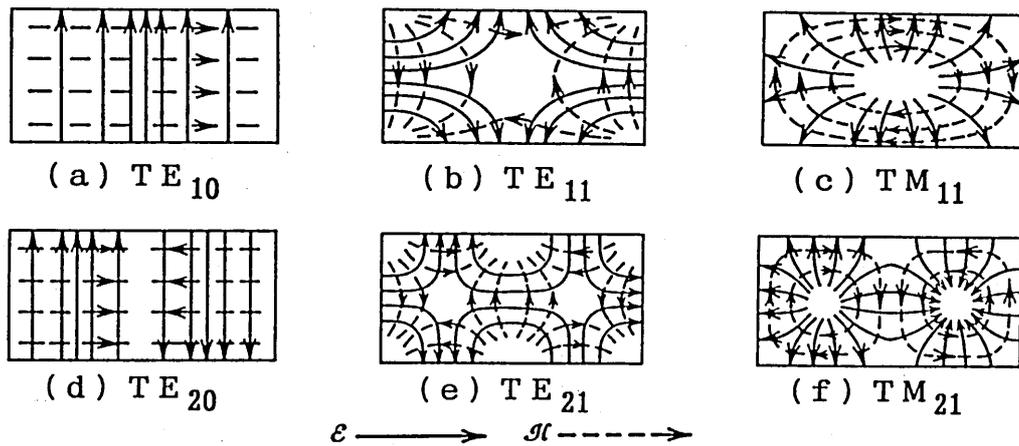


図5. 方形導波管の電磁界分布

これを見れば、図1~4においてモード名を表記のように定めた理由が明らかであろう。図5のうち $TE_{01}$ 、 $TE_{20}$ 、 $TE_{21}$ 、 $TM_{21}$ モードがDEWにおいて現れないのはDEWの切断面が近似的に開放境界(磁気壁)条件を満たしており、図5の各導波管のE面において磁力線が垂直になるモード以外は存在が許されないからである。

一方上記DEWの4モードの伝搬定数は図6のようになる。参考のため切断前の方形導波管における対応モードの伝搬定数もあわせて描いた。両者は完全に同一というわけではないが、ほぼ似通った振舞いを示している。電磁界の自由空間へのしみ出しが最も少ない $TE_{11}'$ モードが切断前の $TE_{11}$ モードと最も近い伝搬定数になっているも妥当な結果と言えよう。 $TE_{30}'$ モードの伝搬定数が $\beta$ の小さい所で $TE_{30}$ モードのそ

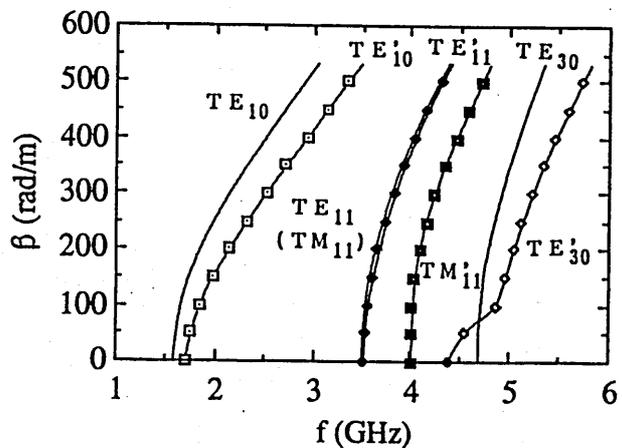
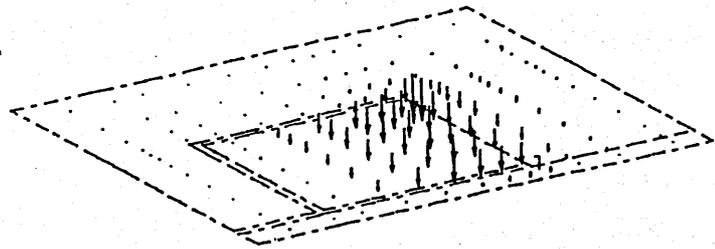


図6. DEWの伝搬定数

れと大きく異なっているのは、その領域で電磁界の基板下へのまわり込みが極端に大きくなるためである（そのときの電磁界分布は省略しているが）。

ところで図1の電磁界分布を見ると、 $\epsilon_r = 93$ と非常

に大きな値の誘電体を考えているわりに外部へのしみ出しが大きく思われる。しかしこれは図7に示したポインティングベクトルの断面内分布を見ればそれほどでもなく、自由空間を運ばれるエネルギーは極めて少ないことがわかる。その理由は内部では電界・磁界がほぼ同相であるのに対し、外部では位相差が大きいため $E \times H^*$ の実数部は小さくなってしまふからであろう。



$$\beta = 200 \text{ (rad/m)}$$

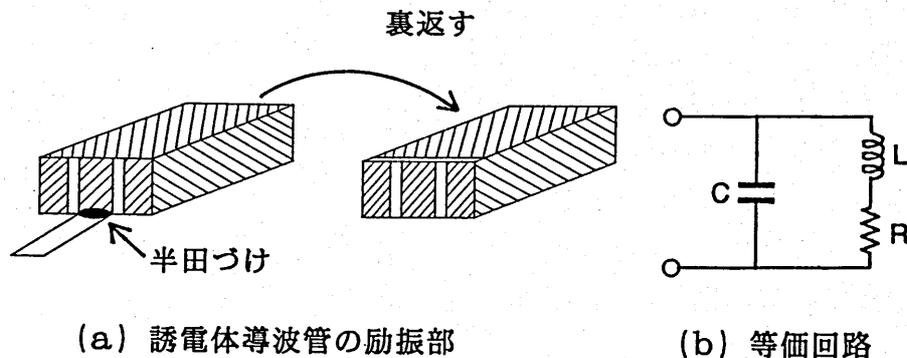
図7. Z方向ポインティングベクトルの断面内分布

### 3. DEWとマイクロストリップ線の変換

$\epsilon_r$ が100程度の誘電体を用いると方形導波管の寸法は約1/10になる。従ってカットオフ周波数を1.5GHzとした場合標準中空導波管の断面寸法は100×50mmであるのに対し、この誘電体を詰めれば10×5mmになる上、DEW化すれば5×5mmの断面寸法となって丁度部品として取扱易い。これは前章で電磁界計算を示したものに他ならない。

このような素子をPCB上に取り付ける部品として用いるには、従来の導波管素子のように同軸ケーブルとの変換を行う形式ではなく、端面に設けた電極に半田づけするという形式が簡便であり、既に図8のような方法が提案されている<sup>1)</sup>。

我々はこの形式をDEWにも転用する事にし、それだけでなく端面の電極パターンを工夫することによって整合回路の外づけを不要にする目標を立てて変換部の検討を行っている。



(a) 誘電体導波管の励振部

(b) 等価回路

図8. 誘電体導波管

(1) 等価回路

図8 (a) に対して図8 (b) のような等価回路が既に示されている<sup>1)</sup>。これはDEWに対しても基本的に正しいものと考えられるが、我々は誘電体内部へ励振される電力を示す放射抵抗Rを理想変成器と導波管線路に置きかえ、図9のような等価回路を主発点と

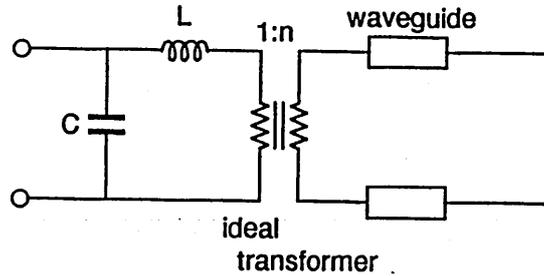


図9. DEWの等価回路

した。このようにすれば高さの異なるDEWに対してもそれに応じた変成比の変更で対応でき、DEWの長さ変化も簡単に取り入れる事ができるからである。

各素子の定数は次のようにして定める。

- 1) 励振線に関するパラメータ即ち幅、左右の位置だけでなく、DEWの高さも様々なものを用意して同じパターンをDEWの入出力端に作成する。その上で $S_{11}$ 、 $S_{22}$ 、 $S_{21}$ をネットワークアナライザで測定する。
- 2) 上記の測定結果をできるだけ幅広く説明できるような定数、及び寸法に対する関数形を見出すべくCAD用ソフトで計算した結果と対照する。
- 3) 現在得られている回路定数は次の通りである。

$$C = 2.3 \text{ pF}$$

$$L = 0.2 (b/w) \text{ nH}$$

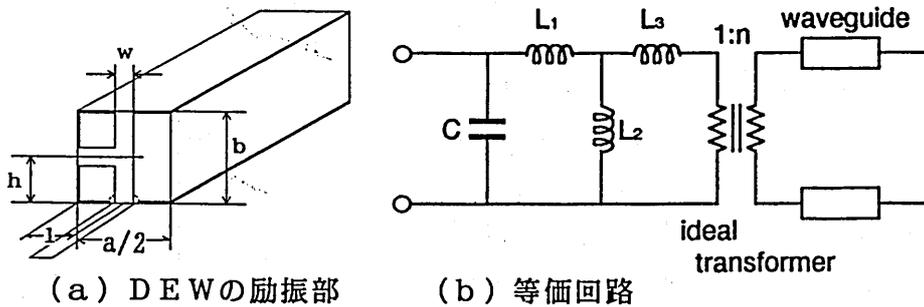
$$n = A \sqrt{a \sqrt{\epsilon r} / (b \cdot l)}$$

ここに a : DEW横幅の2倍, b : DEWの高さ

$\epsilon r$  : 素材の比誘電率, w : 励振線の横幅

l : 励振線の左右の位置, A : 変成比に対する任意係数

以上によって基本となる最も単純な励振線の等価回路が得られたので、これに適当なパ



(a) DEWの励振部 (b) 等価回路

図10. DEWの励振部と等価回路

ターンを付加して整合を取る事ができるか調べてみよう。図10 (a) に示したように励振線の適当な所から直角にこれを短絡したものは (b) のような等価回路になるものと考えられる。ここでhを変える事は $L_1$ と $L_3$ の和を一定に保って

その値を変えることになり、そのシミュレーション結果を図11に描いた。一方対応する実験結果は図12のようになり、定性的に良く合うと同時に、あるhの値でかなり良い整合回路となる事が示されている。

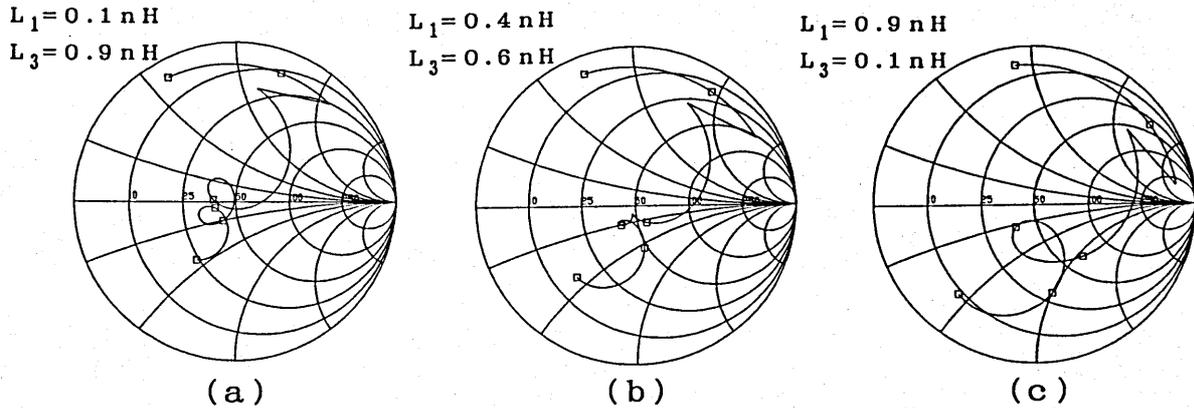


図11. シミュレーション結果

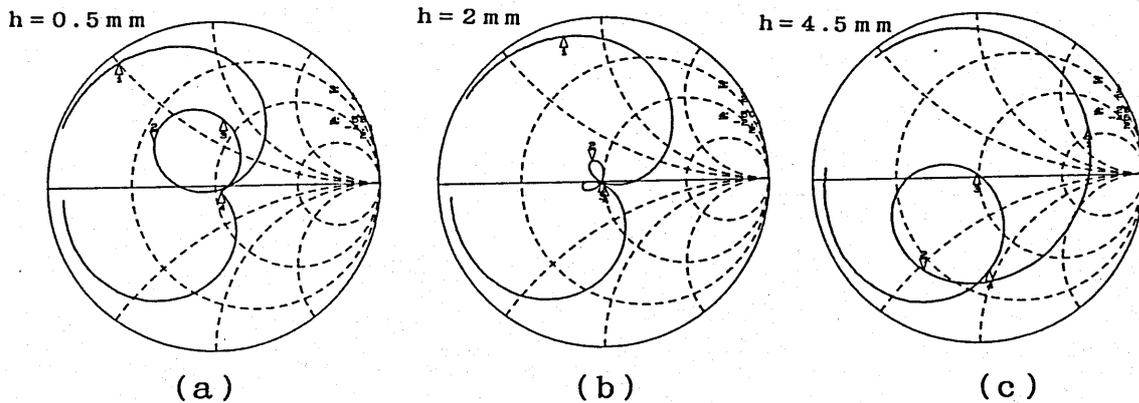


図12. 測定結果

## (2) 有限要素法によるシミュレーション

簡便な等価回路が最終的に決定されれば設計上非常に都合が良いが、あらゆるパラメータに対応可能なものが見つかるかどうか現時点では明かでない。そこで計算時間は長くなるが、任意の端面パターンに対応できる有限要素法によるシミュレーションを合わせて行った。図10において ( $\epsilon_r = 93$ ,  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 5 \text{ mm}$ ,  $w = 1.0 \text{ mm}$ ,

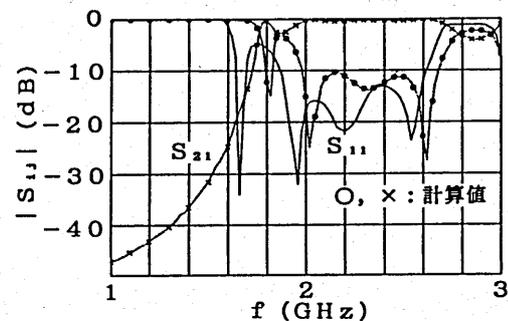


図13. 有限要素法によるシミュレーション結果と実験値

$l = 2.5 \text{ mm}$ ,  $h = 2.5 \text{ mm}$ ) なるパラメータを用いて計算した結果が図 13 であり、スカラー表示であるが実験値と定性的には非常に良く合っている事がわかる。

#### 4. 方向性結合器の試作と測定結果

図 1 に示されているように電磁界は DEW の切断面から外部に漏れ出しているから、2 つの DEW の切断面を対向させれば方向性結合器になる可能性がある。当初我々もそのような構造で実験を行ったが<sup>4)</sup>、その後実験の再現性、更に量産性を考慮して図 14 のような一体形構造を主としてとり上げてきた。変換部の導体パターンは DEW 単体の場合とは少し変えないと整合が外れるが、微少な調整で済む程度である。

図 14 に記入した寸法で  $d = 1.8 \text{ mm}$ ,  $w = 3.0 \text{ mm}$  のものに対する測定結果を図 15 に示そう。なお整合用パターンにおいて並列 L の反対側に並列 C が描いてあるが、実験した素子においては  $C = 0$  としている。図 15 を見ると  $f = 2.0 \sim 2.5 \text{ GHz}$  において  $9 \text{ dB}$  結合器となっている事がわかる。アイソレーションポート③への出力は  $-23 \text{ dB}$  であり、方向性は明確に出ていると言えよう。図 16 を見ると  $f = 2.0 \sim 2.5 \text{ GHz}$  において  $90^\circ$  結合器となっている事がわかる。入力ポートを①から②～④のいずれに変えてもほぼ同様の特性が得られている。又、①→②と①→④の位相差を測定してみると図 16 のように本来の  $90^\circ$  から少し小さめの結果が得られたが、その改善は今後の課題である。

次に結合度をどの範囲で変え得るか調べるため、最も簡単に加工のできる  $w$  と  $d$  を変えて特性をとってみた。直観的には  $w$  と  $d$  を小さくするほど結合度が大きくなるように思われるが、結果は図 17 の通りである。 $w$  の大小にはあまり関係なく、 $d$  を大きく (溝を深く) して行くと結合度が却って増大するという一見奇

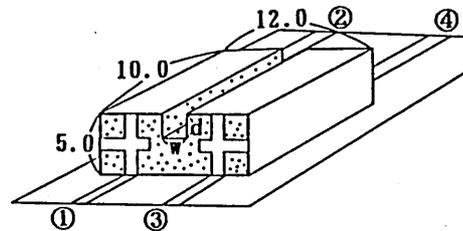


図 14. 一体形方向性結合器  
(①～④はポート番号)

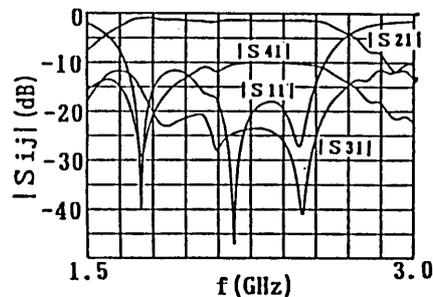


図 15. 一体形方向性結合器の入出力特性  
( $w = 3$ ,  $d = 1.8 \text{ mm}$ )

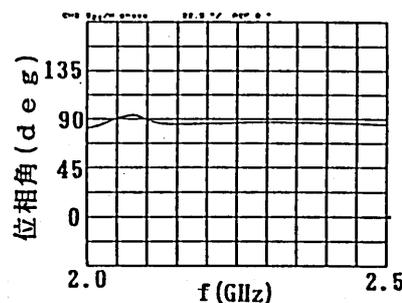


図 16. 一体形方向性結合器の位相特性

異なるふりまいとなった。この理由については次章で考察する。

残った一つのパラメータである全長については図13の10mmの他に15mmの場合しか実験する余裕がなかったが、9dBから4dBへと結合度が増大し、定性的には理解できる結果が得られた。

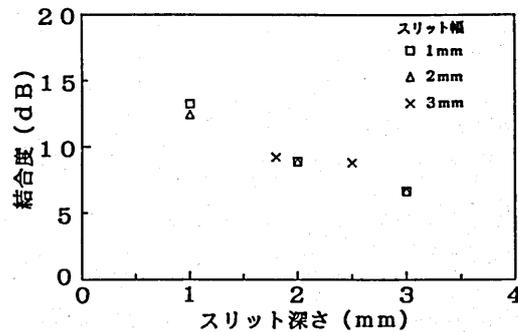


図17. 一体形方向性結合器のスリット深さと結合度

### 5. 結合度に関する考察

結合モード理論においては良く知られているように、次の式によって各線路を伝搬する信号のふりまいを記述する。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} a_1 &= -j\beta_1 a_1 + j\kappa a_2 \\ \frac{d}{dz} a_2 &= j\kappa a_1 - j\beta_2 a_2 \end{aligned} \quad (1)$$

元の2モード $a_1$ ,  $a_2$ が縮退している( $\beta_1 = \beta_2$ )場合、結合によって生じた新たな2つのモード(結合モード)の伝搬定数の差 $\beta_a - \beta_b$ の $1/2$ が上記の結合の強さ $\kappa$ に等しくなる事が(1)から導出できる。又、信号電力のやりとりは、線路1にしか存在していなかったものが次の式のように線路2との間に行き来することが容易に導かれる。

$$P_1(z) = \cos \kappa z, \quad P_2(z) = \sin \kappa z \quad (2)$$

図14のように2本の開放線路の結合を問題にする場合、その強さ $\kappa$ は両者の電磁界の重なり積分の大小によって規定される。従って結合前の線路(基本系)が解析的に扱える場合には、その伝搬定数をまず求めて、結合した後の系(結合系)はその摂動として計算することが可能である。しかし図14のような構造では基本系そのものが複雑で到底解析的には処理できない。

そこでこのような系に対しては上記の

$$\kappa = \frac{1}{2} (\beta_a - \beta_b) \quad (3)$$

の関係を利用するべく有限要素法によって一気に結合モードの伝搬定数を計算してみた。図14の形状からもわかるように、構造の対称性から結合モードは偶モ

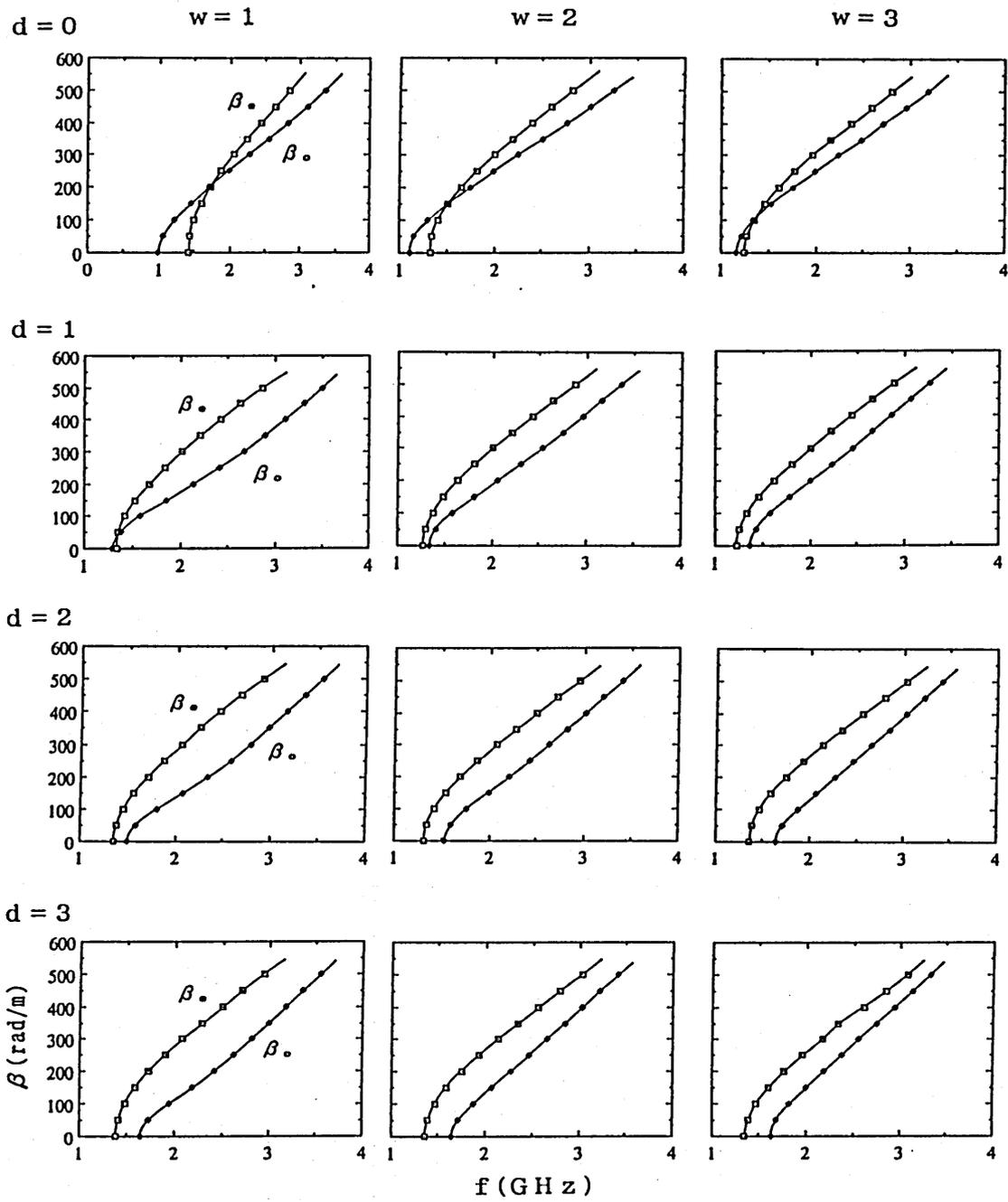


図18.  $\beta_c$ ,  $\beta_0$ の計算結果

一ド及び奇モードと呼ぶ事ができる ( $\beta_a \rightarrow \beta_o$ ,  $\beta_b \rightarrow \beta_e$ )。いくつかの代表的な寸法パラメータに対して  $\beta_o$ ,  $\beta_e$  を計算した結果を図18に示してみよう。これによれば溝の幅  $w$  の増大に対しては  $\kappa = \frac{1}{2}(\beta_o - \beta_e)$  は減少傾向、つまり結合は弱くなる傾向にあることがわかる。これは実験結果が  $w$  にあまり依存しないという事実 (図17) を説明していない。

一方、溝の深さ  $d$  の増加に対して  $\kappa$  の変化はより複雑であり、 $w$  の小さいときは増加する傾向が強いが、 $w$  が大きくなると殆ど一定である。この特徴は図17にも見えている。つまり結合度の  $d$  依存性は、結合モード理論で説明できるように見える。

しかし、定量的な比較をしようとすると破綻を来すことがわかる。式(2)によって  $|S_{21}|$ ,  $|S_{41}|$  を10mm長の結合線路に対して計算した結果の一例を、実験値と合わせて図19に示そう。 $w=1$  mm,  $d=3$  mmにおいては、計算による

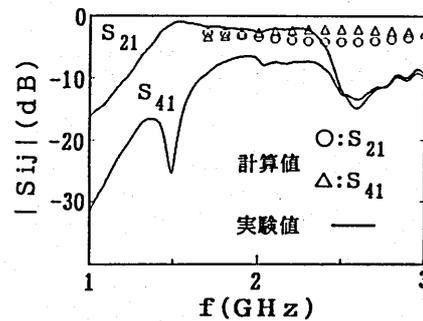
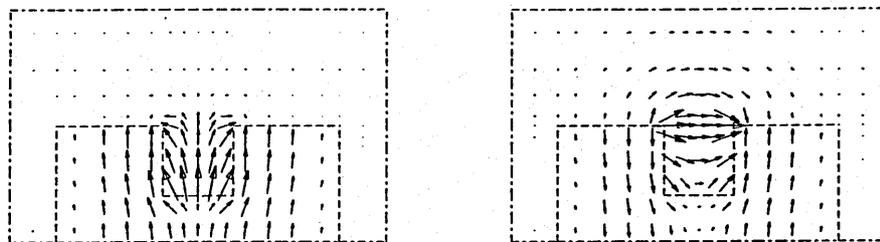


図19. 一体形方向性結合器の実験値と計算結果 ( $w=1$ ,  $d=3$  mm)

と結合は非常に強く  $|S_{21}| < |S_{41}|$  が実現するはずであるが、実験結果はそれよりはるかに弱い結合でしかない。

以上の不一致はつまる所、結合モード理論の限界を表わしていると言って良いであろう。本来この理論はモード間の結合が弱い時に、結合前のモードを結合後のモードの一次結合で表し得るという事に依拠しており、この例のように強結合の場合には適用不可能となってしまう。強結合を表すもう一つの説明として、偶・奇モードの電界分布を図20に掲げた。図1の結合前の分布とは大幅に変わっており、両モードを加減して元のモードは到底再現できそうにない事が理解できよう。



(a) 偶モード  
(b) 奇モード  
 $w=3$  (mm),  $d=3$  (mm),  $\beta=250$  (rad/m)

図20. 偶・奇モードの電界分布

さて、このような強結合系の解析にはストリップライン形方向性結合器に用いられる固有励振理論<sup>7)</sup>が使えるものと思われる。幸い図13を見れば明らかなように、進行方向及び断面方向に各1ケの対称面を持っているので都合が良い。この構造に対する固有関数は容易に求まり、

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad u_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

となる。この4つの励振に対する入力インピーダンス $Z_1 \sim Z_4$ が求めれば、それによってS行列の各成分を算出できるのであるが、その際に偶モード奇モードの伝搬定数と特性インピーダンスが必要である。前者は図17に示した通りであるが、特性インピーダンスに関してはこれまで同様有限要素法を用いて算出せねばならない。今後の課題である。

## 6. あとがき

未だ中間報告の段階であるが、高誘電率セラミックによる小形方向性結合器の試作と理論的な考察について述べた。現状では3dB結合器を小形で作るには至っていないが、6dB程度までは一体形で作成できている。今後強結合の理論を使って最適な寸法を決定すると共に、より量産に向けた構造の検討も行いたい。

終りに有益な討論を頂いた山口大学 長康雄助教授、桐原昭雄技官、実験を手伝って頂いた4年生岡田和宏君に感謝する。

## 参考文献

- 1) Y. Konishi, K. Konno and I. Awai, "Novel Dielectric-Waveguide Components" IEEE Trans on Broadcasting, Vol. BC-34-1 (1988), pp2-8
- 2) Y. Konishi, "Novel Dielectric-Waveguide Components, Microwave Applications of New Ceramic Materials", Proc. of IEEE, Vol. 79-6 (1991) pp725-740
- 3) 粟井, 桐原, "高誘電率セラミック導波管形マイクロ波フィルタ" 平2電気関係学会中国支部連大講演論文集 (1991), p249
- 4) 番, 粟井, "高誘電率セラミックを用いた導波管形方向性結合器" 1991春期信学全大講演論文集, p2-542
- 5) 粟井, 高杉, 鬼頭, "誘電体E面結合導波路を用いた方向性結合器" 平3電気・情報関連中国支部連大講演論文集 (1992), p212

- 6) R. F. Harrington, "Time-Harmonic Electromagnetic Fields"  
McGraw-Hill Book Co. (1961), p151
- 7) 小西良弘, "マイクロ波集積回路", 産報 (1973), pp90-98

資料番号(RS91-14)

## ATRの概要紹介

1. ビデオ「新しい電気通信技術の創造をめざして」
2. 資料「ATR光電波通信研究所の研究概要」

1991年12月6日

ATR光電波通信研究所

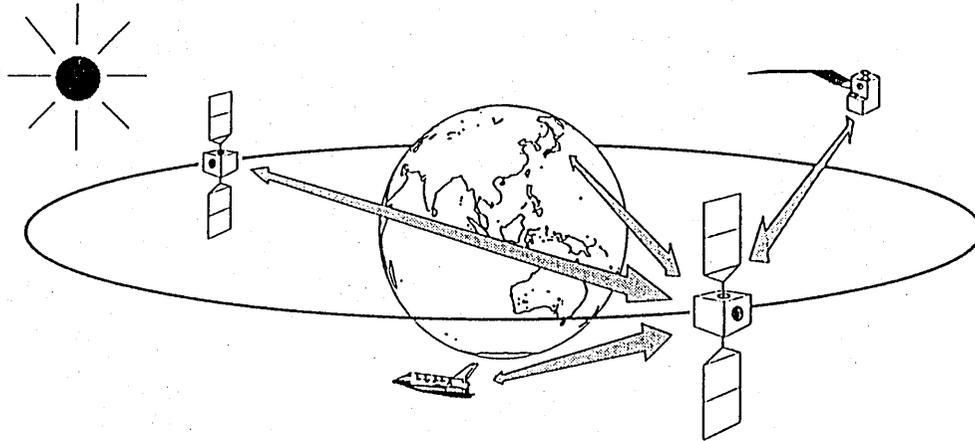
古 濱 洋 治

## 研究計画の概要

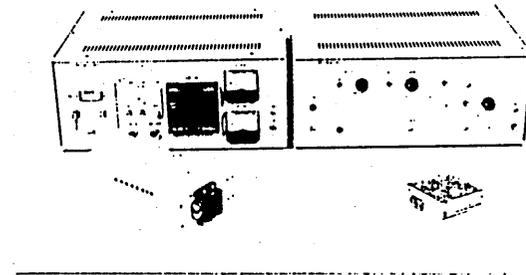
1. 光衛星間通信： 人類の大気圏外活動を支えるインフラストラクチャ。光変復調と追尾・捕捉技術の検討。
2. アクティブアンテナ： 将来の宇宙通信・移動通信に必要な高機能・集積化アンテナの研究。
3. 信号処理・電波干渉除去： 多重波環境でも通信を可能とする信号処理・干渉除去技術の確立。
4. 回路小型化： 腕時計型電話やTV電話を可能とするMMICの一層の小型化技術の検討。
5. 通信デバイス： 超高速・並列光信号処理を可能とする化合物半導体超格子非線形光素子の検討。光カオスなど非線形動力学の研究とその応用。

# 光衛星間通信のための基礎技術

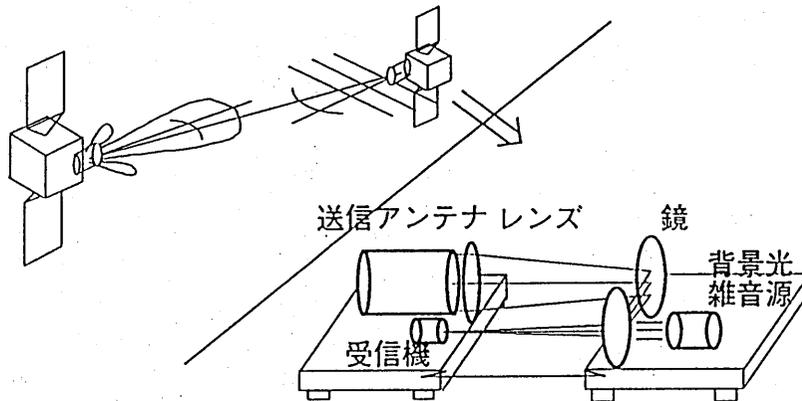
ATR



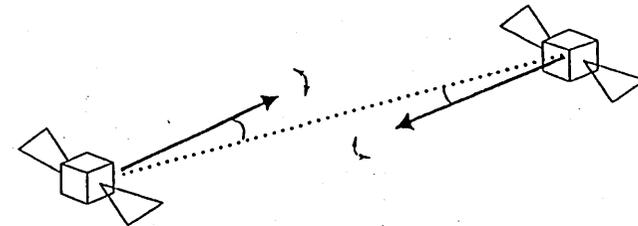
光衛星間通信の概念図



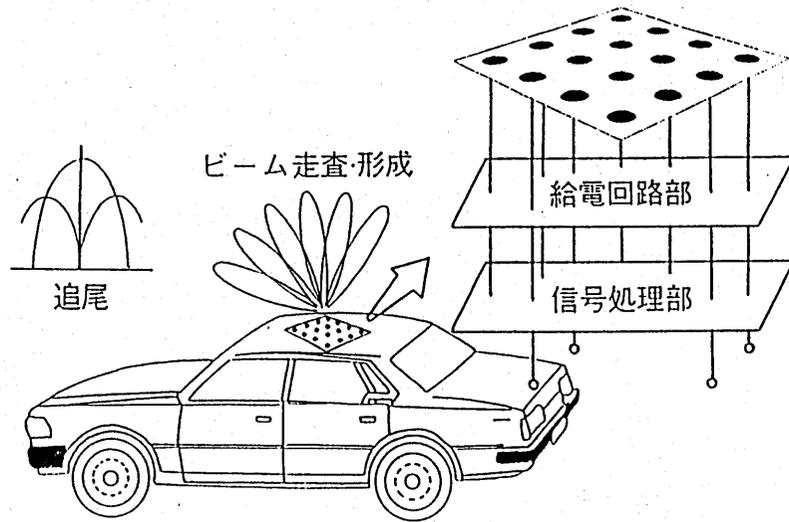
・ 360 Mb/s IM/DDモデムの試作



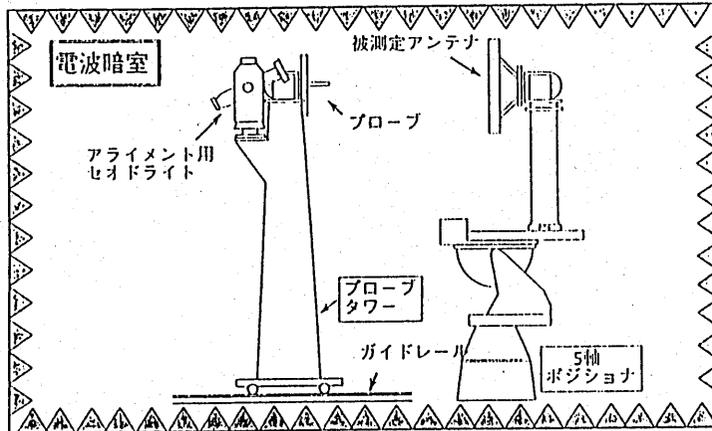
・ 自由空間レーザー伝送シミュレータの試作



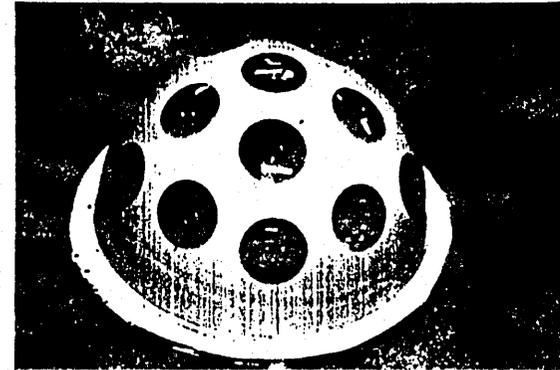
・ 捕捉・追尾・指向技術のための  
2衛星間相互作用モデルの提案



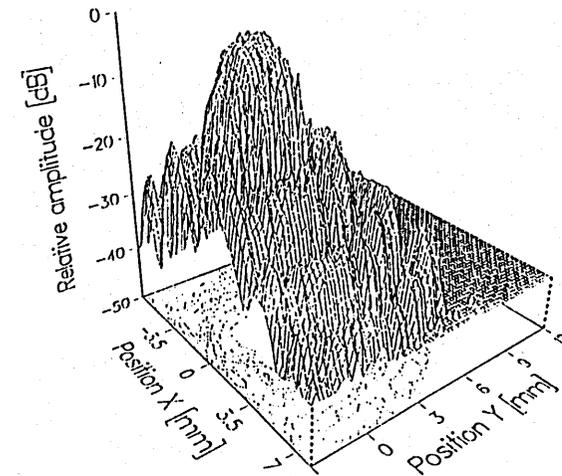
高機能アレーアンテナの概念図



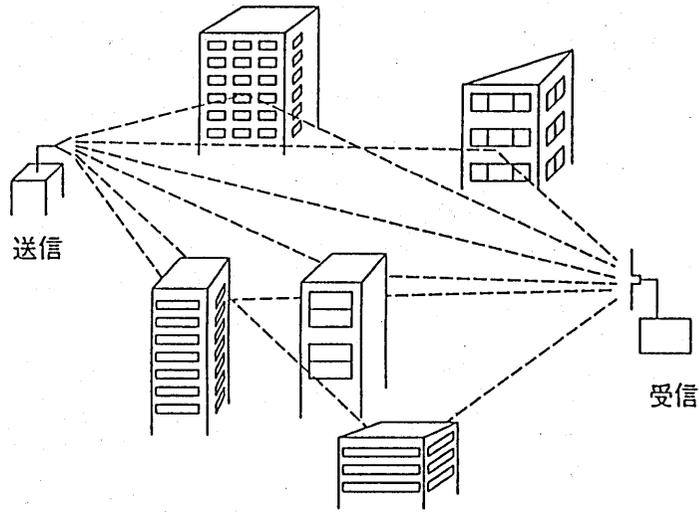
・近傍電磁界測定システムの開発



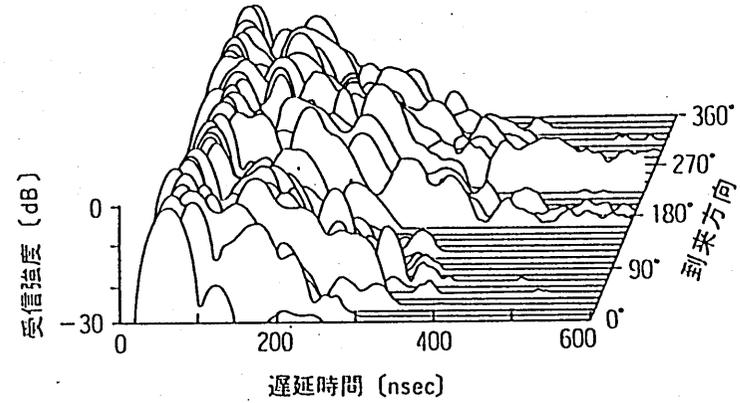
・コンフォーマルアレーアンテナの試作



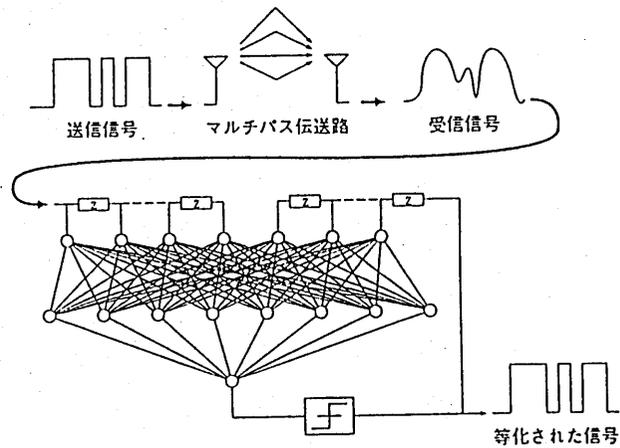
・光制御アンテナの予備実験



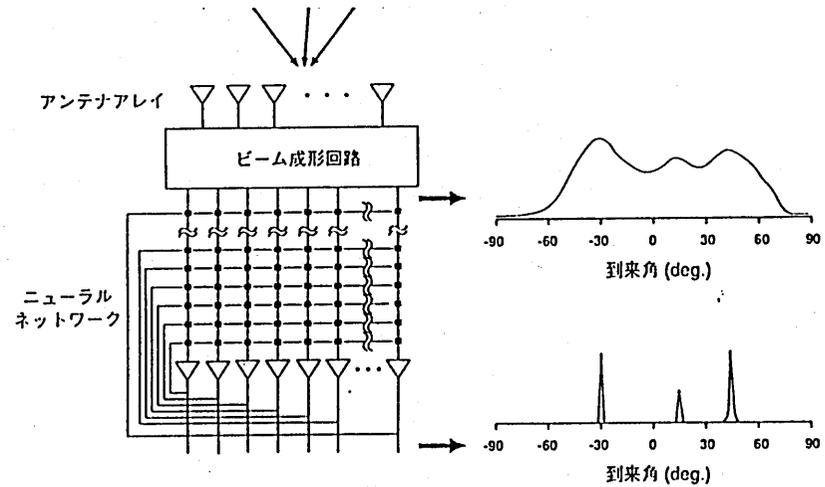
多重波干渉の概念図



・屋内伝搬特性の測定とモデル化



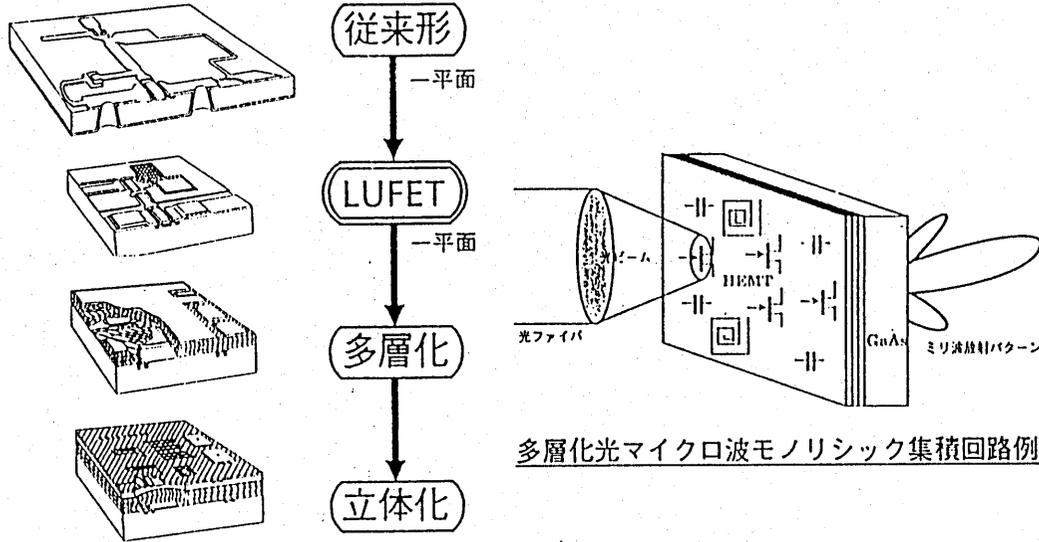
・ニューラルネットによる非線形等化器の提案



・ニューラルネットによる高精度方向識別法の提案

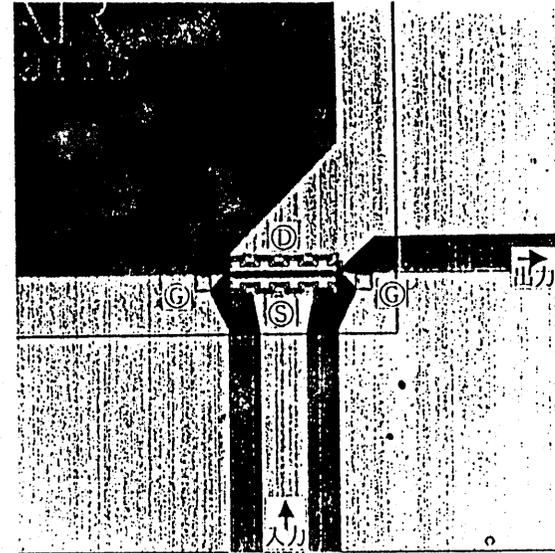
# 移動通信のための回路小型化

AIK

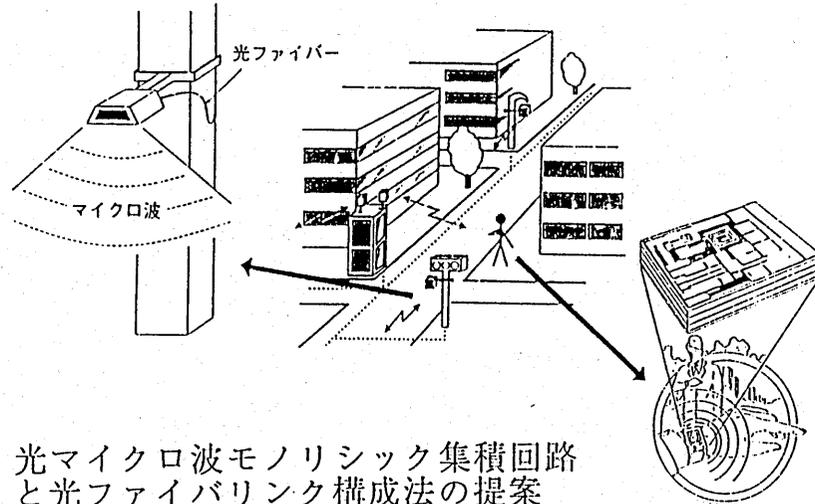


多層化光マイクロ波モノリシック集積回路例

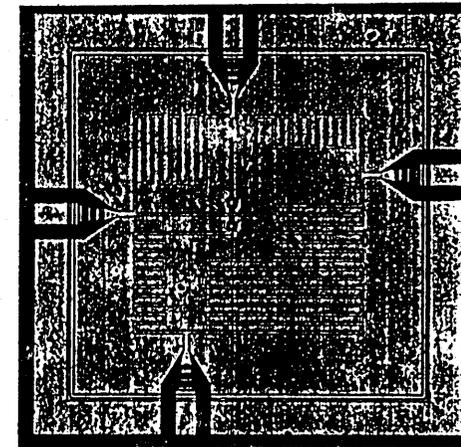
MMIC技術のマイルストーン



Line Unified FET (LUFET) の提案

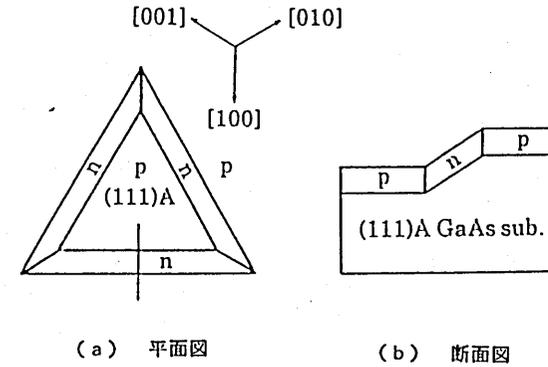
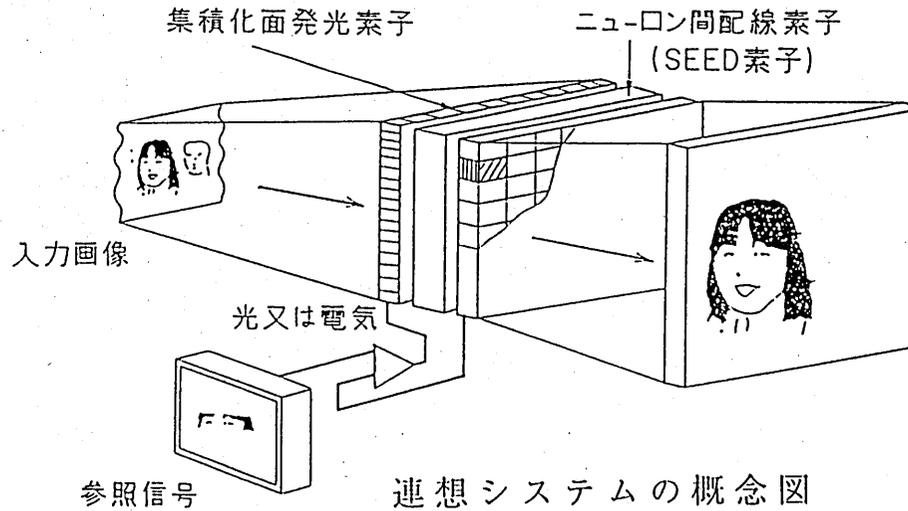


光マイクロ波モノリシック集積回路と光ファイバリンク構成法の提案

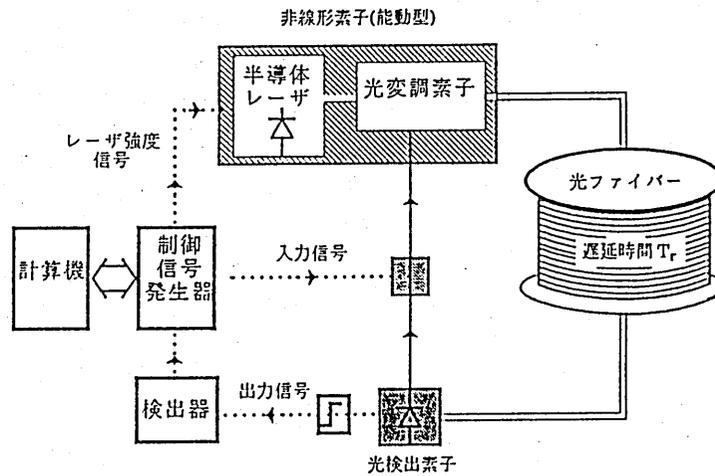


多層化MMICの試作

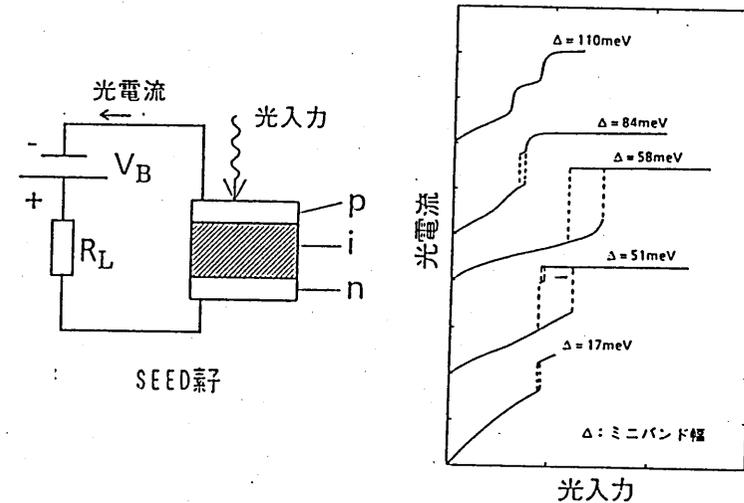
# 知的空間光通信のための通信デバイス



・面発光レーザを目指したGaAs (111) A 基板上的横方向 p-n 接合の試作



・光カオスを用いた記憶・検索機能の実証



・超格子を用いた光双安定素子(ワニエ・シュタルク効果)の試作と特性の最適化

## 今後の展望

1. 周回衛星間光リンクによる移動体通信システムの検討。自由空間レーザ伝送シミュレータによるレーザ通信装置(LCE)の評価とLCE地上実験の検討。
2. コンフォーマルアレー, MMIC, デジタルビーム形成(DBF)技術の統合化。アンテナ設計支援システムの外部試用。
3. 多重波環境における伝搬モデルの確立とニューラルネットなどを用いた新しい信号処理法の確立。
4. MMIC技術のとりまとめ。OMMIC試作と利用法の検討。
5. GaAs(111)A基板を用いた新しい素子、非線形光素子の探索、光カオスなど非線形動力学の研究とその応用。

エバネセント波の屈折・反射・透過則と  
楔形光表面波プローブへの応用

梅田充、小倉久直、高橋信行、北野正雄  
(京都大学 工学部)

1992年3月6日

輻射科学研究会  
(於 大阪産業大学)

# エバネセント波の屈折・反射・透過則と 楔形光表面波プローブへの応用

梅田充、小倉久直、高橋信行、北野正雄  
(京都大学 工学部)

## 1 まえがき

以前にエバネセント波を用いた走査型光顕微鏡の基礎実験について報告した [1, 2]。これは光回路より漏洩するエバネセント波の検出には先端をケミカルエッチングにより尖らせた光ファイバをプローブとして用いる (図 1)。通常の放射波、散乱波を受光・受信する集光レンズ、アンテナ系とは異って、この様な光プローブによりエバネセント波を検出する場合のプローブの利得を理論的に評価することは、意外に困難である。ここでは、その様なプローブの動作の目安を得る試みの 1 つとして、2次元モデルとしてのプローブ、すなわち楔形プローブによるエバネセント波の検出を取り扱う。

楔形境界による散乱問題それ自身、波動または電磁界理論として興味ある問題であって、いくつかの研究がされているが [3, 4] 厳密な解法は簡単ではない。本研究では楔形プローブによる光表面波の集光作用を簡単にエバネセント波の屈折・透過・反射として捉え、その動作の 1 つの評価を行うとするものである。

通常の伝搬 (平面) 波に対する屈折・反射・透過則はどのテキストにも書いてあるが [5, 6]、エバネセント波に対するものは見当たらないようである。最初にエバネセント波の屈折・反射・透過

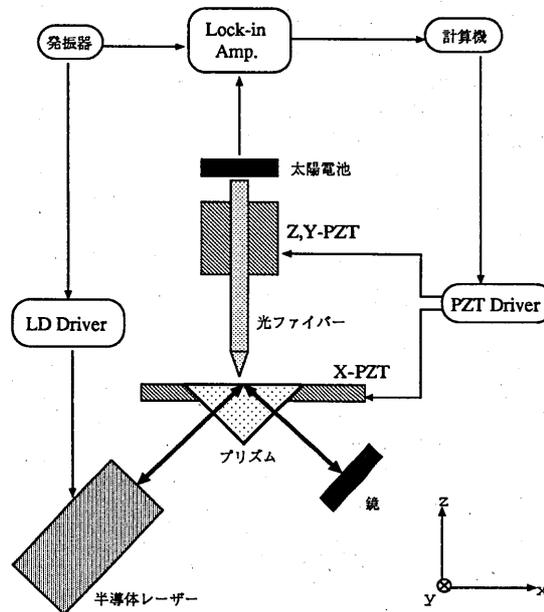


図 1: 走査型光顕微鏡

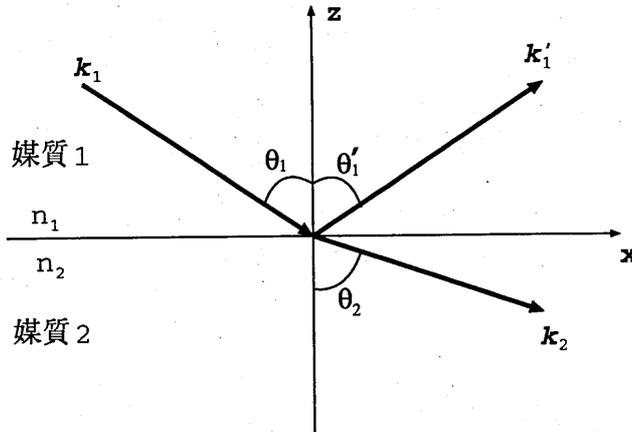


図 2: 平面波の反射と屈折

則を考察して、それが通常の公式を複素角に拡張したものに等しいことを示し、p 偏波 (垂直偏波または TM 波) s 偏波 (水平偏波または TE 波) のエバネセント波入射に対し、その様な反射・透過特性を図示する。最後にその反射・透過係数を用いて、楔形光プローブに入射した場合のプローブ利得を計算する。これより、エバネセント波の減衰指数、入射角、楔の開き角、利得等の関係が明らかにされる。

本報告では 2 次元モデルとして楔形プローブを取り扱ったが、光ファイバーによる光表面波プローブの解析は次回に報告する予定である。

## 2 エバネセント波の屈折・反射則

**全反射とエバネセント波** 図 2 に示すように、異なる光学的特性を持った、2 つの均質な媒質 1 (屈折率  $n_1$ ) 及び媒質 2 (屈折率  $n_2$ ) の境界面に、媒質 1 から平面波が角度  $\theta_1$  で入射する場合を考える。入射平面波の一部は、反射角  $\theta_1'$  で反射され、一部は、媒質 2 の中を屈折角  $\theta_2$  で進行する。座標軸を図 2 のようにとると、 $z = 0$  面が境界面を表し、 $xz$  面が入射面となる。このとき、平面波の電磁界は  $y$  方向に一様、つまり  $\partial/\partial y = 0$  である。

**複素入射角** 均質な媒質内を  $y$  方向に一様な平面波  $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  が進行する場合を考える。このとき、 $z$  軸となす角度  $\theta$  は、平面波の進行方向を表し、波数ベクトル  $\mathbf{k}$  は、

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k \sin \theta, 0, k \cos \theta) \quad (1)$$

$$k = k_x^2 + k_z^2 \quad (2)$$

と書ける。ここで、エバネセント波の表記を簡単にするため、複素角を導入する。

$$\theta = \varphi + i\kappa \quad (-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2) \quad (3)$$

とおくと、波数ベクトルの各要素、及び平面波  $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  は、

$$k_x = k \sin(\varphi + i\kappa) \quad (4)$$

$$= k \sin \varphi \cosh \kappa + i k \cos \varphi \sinh \kappa \quad (5)$$

$$= \beta_x + i\alpha_x \quad (6)$$

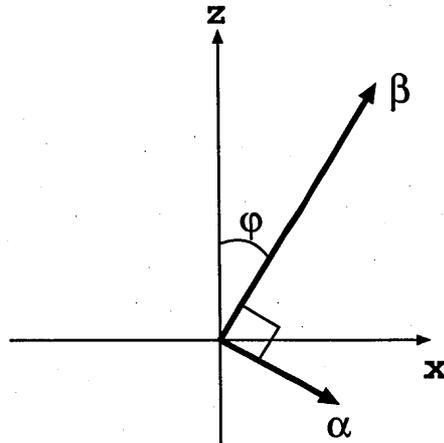


図 3: 位相ベクトルと減衰ベクトル

$$k_z = k \cos(\varphi + i\kappa) \quad (7)$$

$$= k \cos \varphi \cosh \kappa - ik \sin \varphi \sinh \kappa \quad (8)$$

$$= \beta_z + i\alpha_z \quad (9)$$

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = e^{i(\beta_x x + \beta_z z)} \cdot e^{-(\alpha_x x + \alpha_z z)} \quad (10)$$

となる。ただし、

$$\beta_x \equiv \beta \sin \varphi, \quad \alpha_x \equiv \alpha \cos \varphi \quad (11)$$

$$\beta_z \equiv \beta \cos \varphi, \quad \alpha_z \equiv -\alpha \sin \varphi \quad (12)$$

$$\beta \equiv k \cosh \kappa, \quad \alpha \equiv k \sinh \kappa \quad (13)$$

である。ここで、(10) は、位相が、

$$\beta = (\beta_x, \beta_y, \beta_z) = (\beta \sin \varphi, 0, \beta \cos \varphi) \quad (14)$$

方向に、位相定数  $\beta = k \cosh \kappa$  で進行し、振幅が、

$$\alpha = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z) = (\alpha \cos \varphi, 0, -\alpha \sin \varphi) \quad (15)$$

方向に、減衰定数  $\alpha = k \sinh \kappa$  で減衰するエバネセント平面波を表している。また、明らかに、

$$\beta \cdot \alpha = \beta_x \alpha_x + \beta_z \alpha_z = 0 \quad (16)$$

$$\beta \perp \alpha \quad (17)$$

が成り立つ(図 3)。

**エバネセント波の反射・屈折則** 図 2 で入射波がエバネセント波であるときを考える(図 4)。入射波、反射波、透過波の波数ベクトルの成分は、前節の結果を用いると、

$$\mathbf{k}_1 = (k_{1x}, 0, k_{1z}) = (k_1 \sin \theta_1, 0, -k_1 \cos \theta_1) \quad (18)$$

$$\theta_1 \equiv \varphi_1 + i\kappa_1 \quad (19)$$

$$k_{1x} = k_1 \sin \varphi_1 \cosh \kappa_1 + ik_1 \cos \varphi_1 \sinh \kappa_1 \quad (20)$$

$$k_{1z} = -k_1 \cos \varphi_1 \cosh \kappa_1 + ik_1 \sin \varphi_1 \sinh \kappa_1 \quad (21)$$

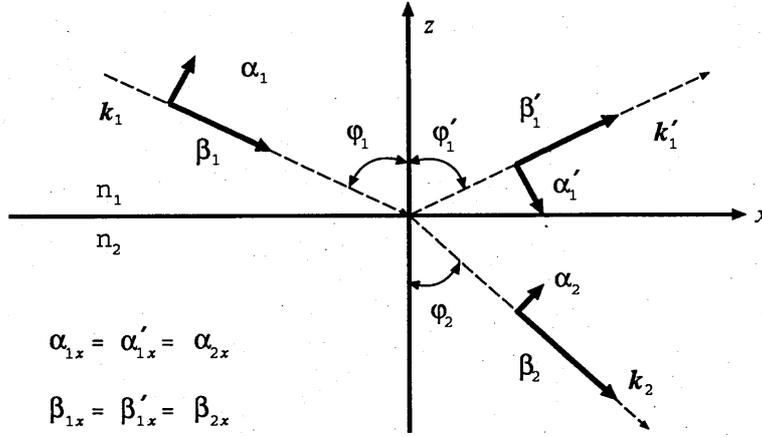


図 4: エバネセント波の反射と屈折

$$\mathbf{k}'_1 = (k'_{1x}, 0, k'_{1z}) = (k_1 \sin \theta'_1, 0, k_1 \cos \theta'_1) \quad (22)$$

$$\theta'_1 \equiv \varphi'_1 + i\kappa'_1 \quad (23)$$

$$k'_{1x} = k_1 \sin \varphi'_1 \cosh \kappa'_1 + ik_1 \cos \varphi'_1 \sinh \kappa'_1 \quad (24)$$

$$k'_{1z} = k_1 \cos \varphi'_1 \cosh \kappa'_1 - ik_1 \sin \varphi'_1 \sinh \kappa'_1 \quad (25)$$

$$\mathbf{k}_2 = (k_{2x}, 0, k_{2z}) = (k_2 \sin \theta_2, 0, -k_2 \cos \theta_2) \quad (26)$$

$$\theta_2 \equiv \varphi_2 + i\kappa_2 \quad (27)$$

$$k_{2x} = k_2 \sin \varphi_2 \cosh \kappa_2 + ik_2 \cos \varphi_2 \sinh \kappa_2 \quad (28)$$

$$k_{2z} = -k_2 \cos \varphi_2 \cosh \kappa_2 + ik_2 \sin \varphi_2 \sinh \kappa_2 \quad (29)$$

ただし、 $k_1, k_2$  は、

$$k_1 = n_1 k_0, \quad k_2 = n_2 k_0 \quad (30)$$

である。媒質 1、2 内の波動場は、それぞれ、

$$\Psi_1(x, z) = e^{i(k_{1x}x + k_{1z}z)} + r e^{i(k'_{1x}x + k'_{1z}z)} \quad z > 0 \quad (31)$$

$$\Psi_2(x, z) = t e^{i(k_{2x}x + k_{2z}z)} \quad z < 0 \quad (32)$$

書ける。ここで、 $r$  は振幅反射係数、 $t$  は振幅透過係数である。媒質が  $x$  方向に一様であり、入射波は、 $x$  方向の移動  $D^a$  :  $D^a \Psi(x, z) = \Psi(x + a, z)$  の固有関数で、固有値  $e^{ik_x a}$  ( $D^a$  の 1 次表現) を持つ。したがって、 $\Psi_1, \Psi_2$  は、移動  $D^a$  に関し、同一の固有値を持たねばならない。それゆえ、

$$k_{1x} = k'_{1x} \quad (33)$$

$$k_{1x} = k_{2x} \quad (34)$$

(20), (24), (30) を用いると、(33) は、 $\beta_{1x} = \beta'_{1x}$ ,  $\alpha_{1x} = \alpha'_{1x}$ , つまり

$$n_1 \sin \varphi_1 \cosh \kappa_1 = n_1 \sin \varphi'_1 \cosh \kappa'_1 \quad (35)$$

$$n_1 \cos \varphi_1 \sinh \kappa_1 = n_1 \cos \varphi'_1 \sinh \kappa'_1 \quad (36)$$

を意味する。これより、

$$\varphi_1 = \varphi'_1, \quad \kappa_1 = \kappa'_1, \quad \theta_1 = \theta'_1 \quad (37)$$

が得られる。これは、複素角の反射則を意味する。

同様に、(20), (28), (30) を用いると、(34) は、 $\beta_{1x} = \beta_{2x}, \alpha_{1x} = \alpha_{2x}$ , つまり

$$n_1 \sin \varphi_1 \cosh \kappa_1 = n_2 \sin \varphi_2 \cosh \kappa_2 \quad (38)$$

$$n_1 \cos \varphi_1 \sinh \kappa_1 = n_2 \cos \varphi_2 \sinh \kappa_2 \quad (39)$$

を意味する。これは、複素角の Snell の法則

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (40)$$

の実部、虚部を与える。

以上より、入射波がエバネセント波であるときも、Snell の屈折則は複素角に対しても成立することがわかる。

**複素屈折角** エバネセント波に対する屈折角  $\theta_2 \equiv \varphi_2 + i\kappa_2$  を、 $\theta_1 \equiv \varphi_1 + i\kappa_1$  を用いて表す。

$$\beta_{1x} \equiv n_1 \sin \varphi_1 \cosh \kappa_1 \quad (41)$$

$$\alpha_{1x} \equiv n_1 \cos \varphi_1 \sinh \kappa_1 \quad (42)$$

とおくと、(38), (39) より

$$\frac{\beta_{1x}^2}{\sin^2 \varphi_2} - \frac{\alpha_{1x}^2}{\cos^2 \varphi_2} = n_2^2 \quad (43)$$

$$\frac{\beta_{1x}^2}{\cosh^2 \kappa_2} + \frac{\alpha_{1x}^2}{\sinh^2 \kappa_2} = n_2^2 \quad (44)$$

これを解いて、

$$\cos \varphi_2 = \left[ \frac{1}{2n_2^2} \left\{ (n_2^2 - \beta_{1x}^2 - \alpha_{1x}^2) + \sqrt{(n_2^2 - \beta_{1x}^2 - \alpha_{1x}^2)^2 + 4n_2^2 \alpha_{1x}^2} \right\} \right]^{1/2} \quad (45)$$

$$\sinh \kappa_2 = \pm \left[ \frac{1}{2n_2^2} \left\{ -(n_2^2 - \beta_{1x}^2 - \alpha_{1x}^2) + \sqrt{(n_2^2 - \beta_{1x}^2 - \alpha_{1x}^2)^2 + 4n_2^2 \alpha_{1x}^2} \right\} \right]^{1/2} \quad (46)$$

上式より、 $\varphi_2, \kappa_2$  が得られる。(46) の±は  $\kappa_2 \geq 0$  に対応する。ここで、

$$\cosh \kappa_i > 0 \quad (i = 1, 2) \quad (47)$$

であるから、(38) より、 $\varphi_1$  と  $\varphi_2$  の符号が一致する。また、 $\kappa_1$  が一定のとき、 $\varphi'_1 = -\varphi_1$  ならば、 $\varphi'_2 = -\varphi_2$  となる。

また、 $-\pi/2 \leq \varphi_i \leq \pi/2$  より、

$$\cos \varphi_i > 0 \quad (i = 1, 2) \quad (48)$$

であるから、(39) より、 $\kappa_1$  と  $\kappa_2$  の符号が一致する。 $\varphi_1$  が一定のとき、 $\kappa'_1 = -\kappa_1$  ならば、 $\kappa'_2 = -\kappa_2$  となる。

特に、通常の平面波 ( $\kappa_1 = 0, \alpha_{1x} = 0$ ) 入射の場合、 $n_2^2 - \beta_{1x}^2 < 0$  ならば、 $\cos \varphi_2 = 0$  (全反射) となり、逆に、 $n_2^2 - \beta_{1x}^2 > 0$  ならば、( $\sinh \kappa_2 = 0, \kappa_2 = 0$ ) となり、媒質 2 内にエバネセント波は生じない。

$n_1 = 1.5, n_2 = 1$ , 及び  $n_1 = 1, n_2 = 1.5$  のときの  $\varphi_2, \kappa_2$  を図 5-8 に示す。これらの図より次のことが分かる。

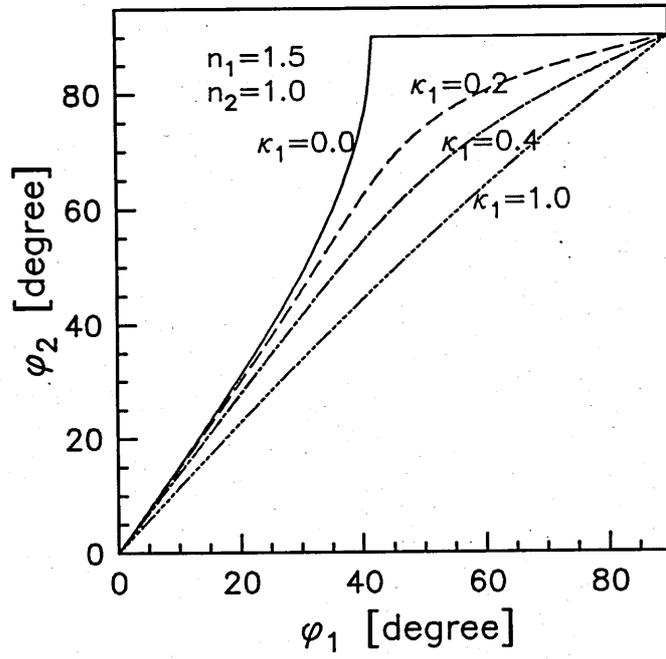


图 5: 複素屈折角 (実部)

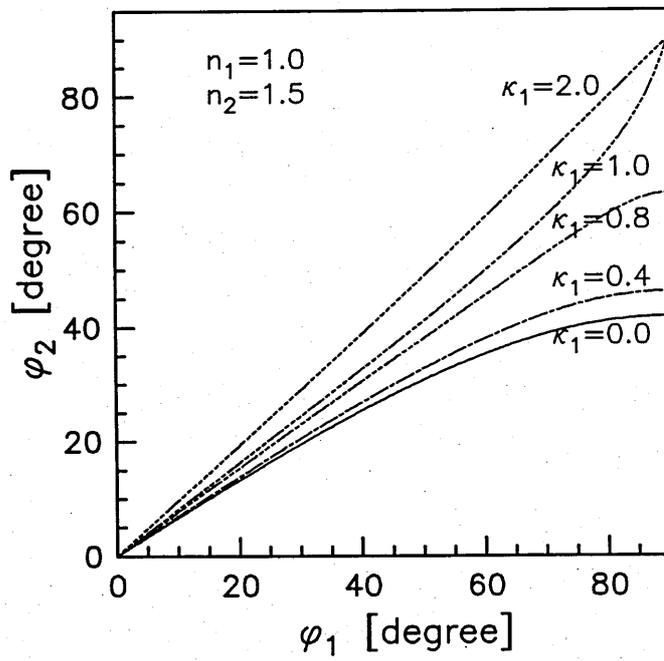


图 6: 複素屈折角 (実部)

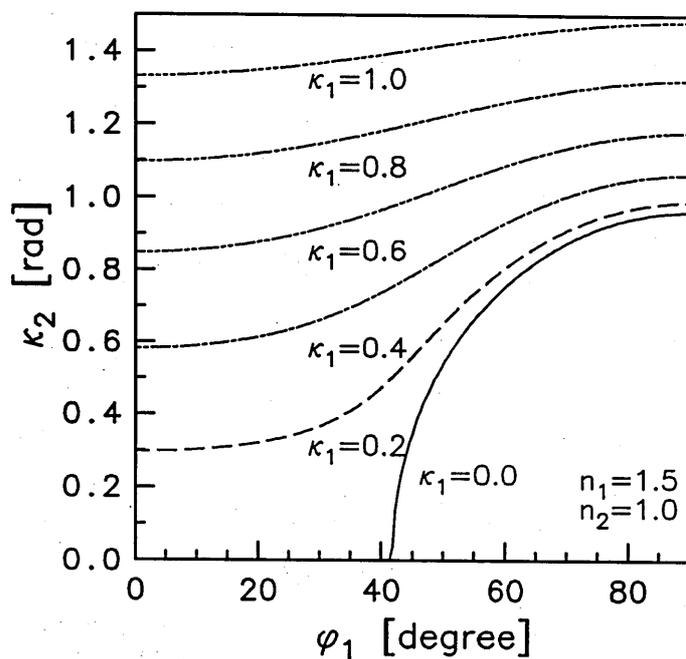


图 7: 複素屈折角 (虚部)

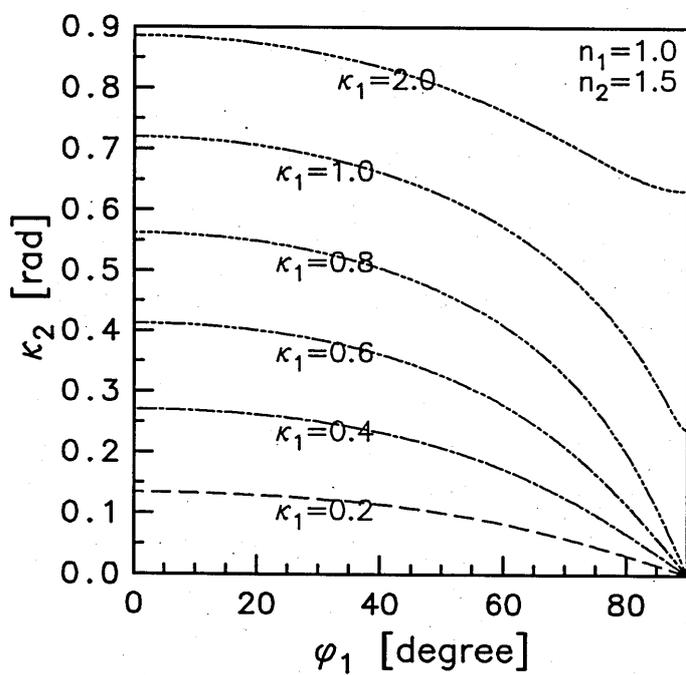


图 8: 複素屈折角 (虚部)

1. 図5より、 $\kappa_1 \neq 0$ のときは全反射が生じない。
2. 図5, 6より  $n_1, n_2$ の大小に関わらず、 $\kappa_1 \gg 0$ ならば  $\varphi_1 \simeq \varphi_2$ である。
3. 式(41), (42), (46)及び図8から、 $\varphi_1 = \pm\pi/2$  (つまり  $\cos \varphi_1 = 0$ ) のとき、 $\cosh \kappa_1 \leq n_2/n_1$  ならば  $\kappa_2 = 0$  すなわち、入射したエバネセント波が媒質2で通常の平面波になる。

全反射で生じたエバネセント波が再び元の媒質に戻り、通常の平面波になること、また、全反射で生じたエバネセント波に別の誘電体を近づけると、その誘電体内で通常の平面波となることがよく知られているが、これらは、上の性質3.によって説明できる。

### 3 電磁波の反射・透過係数

振幅反射・透過係数 媒質1, 2の特性インピーダンスを、それぞれ、

$$Z_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1} = 1/n_1 \quad (49)$$

$$Z_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2} = 1/n_2 \quad (50)$$

とし、簡単のため、 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$  とおく。入射波、反射波、透過波の波数ベクトル  $k_1, k_1', k_2$  は、(18)-(30)のようにとる。

**s 偏波 (水平偏波、TE 波)** まず、入射波がs波のときを考える。上式を用いると、入射波、反射波、透過波の電界、磁界は、 $(x, y, z)$  成分で

$$E_s = E_0(0, 1, 0)e^{ik_1 \cdot r} \quad (51)$$

$$H_s = n_1 E_0(\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1)e^{ik_1 \cdot r} \quad (52)$$

$$E'_s = E'_0(0, 1, 0)e^{ik_1' \cdot r} \quad (53)$$

$$H'_s = n_1 E'_0(-\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1)e^{ik_1' \cdot r} \quad (54)$$

$$E''_s = E''_0(0, 1, 0)e^{ik_2 \cdot r} \quad (55)$$

$$H''_s = n_2 E''_0(\cos \theta_2, 0, \sin \theta_2)e^{ik_2 \cdot r} \quad (56)$$

と書ける。ただし、 $E_0, E'_0, E''_0$  は、それぞれ入射波、反射波、透過波の原点における電界振幅である。したがって、境界条件より、

$$E_0 + E'_0 = E''_0 \quad (57)$$

$$n_1 E_0 \cos \theta_1 - n_1 E'_0 \cos \theta_1' = n_2 E''_0 \cos \theta_2 \quad (58)$$

これより、電界の振幅反射・透過係数は、

$$r_s = \frac{E'_0}{E_0} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1' + n_2 \cos \theta_2} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (59)$$

$$t_s = \frac{E''_0}{E_0} = \frac{n_1(\cos \theta_1 + \cos \theta_1')}{n_1 \cos \theta_1' + n_2 \cos \theta_2} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (60)$$

ここで、反射則  $\theta_1 = \theta_1'$  (37) を用いた。

$$1 + r_s = t_s \quad (61)$$

が成り立ち、更に

$$|r_s|^2 + \operatorname{Re} \left[ \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \right] |t_s|^2 = 1 \quad (62)$$

の関係が成立つ。(62)の電力保存則で第1項は電力反射係数、第2項は電力透過係数に相当する。

**p 偏波 (垂直偏波、TM 波)** 次に、入射波が p 波のときを考える。入射波、反射波、透過波の電界、磁界は、それぞれ、

$$\mathbf{E}_p = E_0(\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1)e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} \quad (63)$$

$$\mathbf{H}_p = n_1 E_0(0, -1, 0)e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} \quad (64)$$

$$\mathbf{E}'_p = E'_0(-\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1)e^{i\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r}} \quad (65)$$

$$\mathbf{H}'_p = n_1 E'_0(0, -1, 0)e^{i\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r}} \quad (66)$$

$$\mathbf{E}''_p = E''_0(\cos \theta_2, 0, \sin \theta_2)e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} \quad (67)$$

$$\mathbf{H}''_p = n_2 E''_0(0, -1, 0)e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} \quad (68)$$

と書ける。境界条件より、

$$n_1(E_0 + E'_0) = n_2 E''_0 \quad (69)$$

$$E_0 \cos \theta_1 - E'_0 \cos \theta'_1 = E''_0 \cos \theta_2 \quad (70)$$

したがって、電界の振幅反射・透過係数は、

$$r_p = \frac{E'_0}{E_0} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta'_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (71)$$

$$t_p = \frac{E''_0}{E_0} = \frac{n_1(\cos \theta_1 + \cos \theta'_1)}{n_2 \cos \theta'_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (72)$$

$$n_1(1 + r_p) = n_2 t_p \quad (73)$$

$$|r_p|^2 + \operatorname{Re} \left[ \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \right] |t_p|^2 = 1 \quad (74)$$

(74)は(62)と同形で、第1項は電力反射係数、第2項は電力透過係数である。以上のように、電界の振幅反射・透過係数も、通常の平面波のときと同形の式が得られた。

$n_1 = 1.5, n_2 = 1$ 、及び  $n_1 = 1, n_2 = 1.5$  のときの  $|r_s|, |t_s|$  を、図 9-12 に示す。これらの図から次のことが分かる。

1. 図 9 から、 $\kappa_1 \neq 0$  では全反射が生じない。
2.  $\kappa_1$  が大きくなると  $|r_s|, |t_s|$  の角度依存性が小さくなる。
3.  $\kappa_1$  が大きくなると、 $|r_s|$  は小さくなり、 $|t_s|$  は 1 に近づく。

$|r_p|, |t_p|$  の計算結果をそれぞれ、図 13-16 に示す。これらの図から次のことがいえる。

1.  $\kappa_1 \neq 0$  では全反射が生じない。
2.  $\kappa_1$  が大きくなると  $|r_p|, |t_p|$  の角度依存性が小さくなる。
3.  $\kappa_1$  が大きくなると、 $|t_p|$  は 1 に近づく。
4. 図 13, 14 から、 $\kappa_1 \neq 0$  ではブリュースタ角も存在しない。

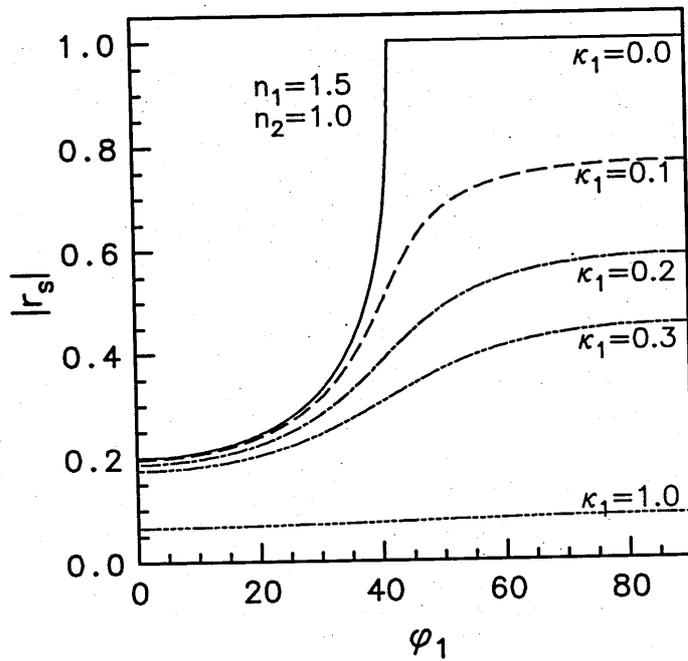


图 9: 振幅反射系数 (s 波)  $|r_s|$   $n_1 = 1.5, n_2 = 1$

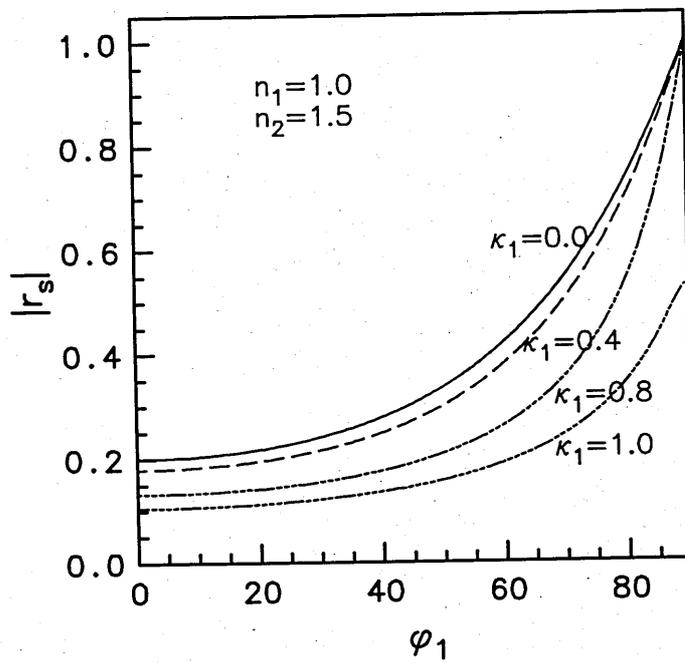


图 10: 振幅反射系数 (s 波)  $|r_s|$   $n_1 = 1, n_2 = 1.5$

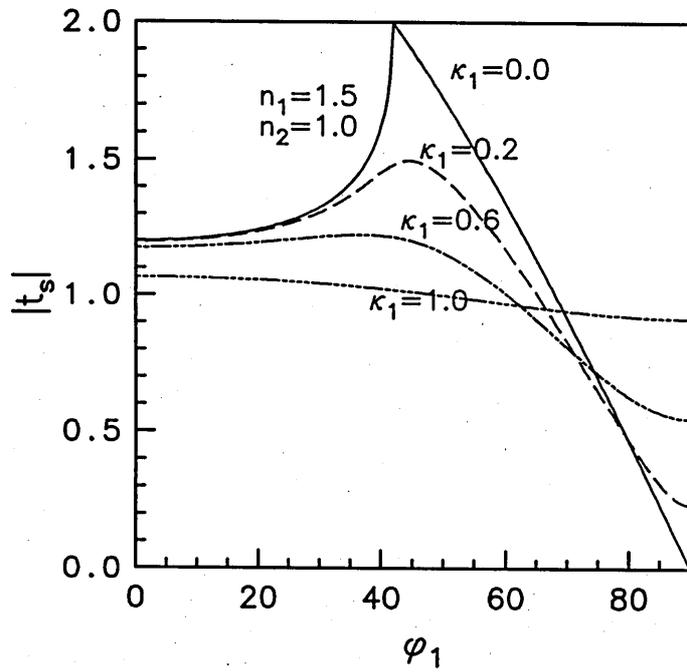


图 11: 振幅透過係数 (s 波)  $|t_s|$   $n_1 = 1.5, n_2 = 1$

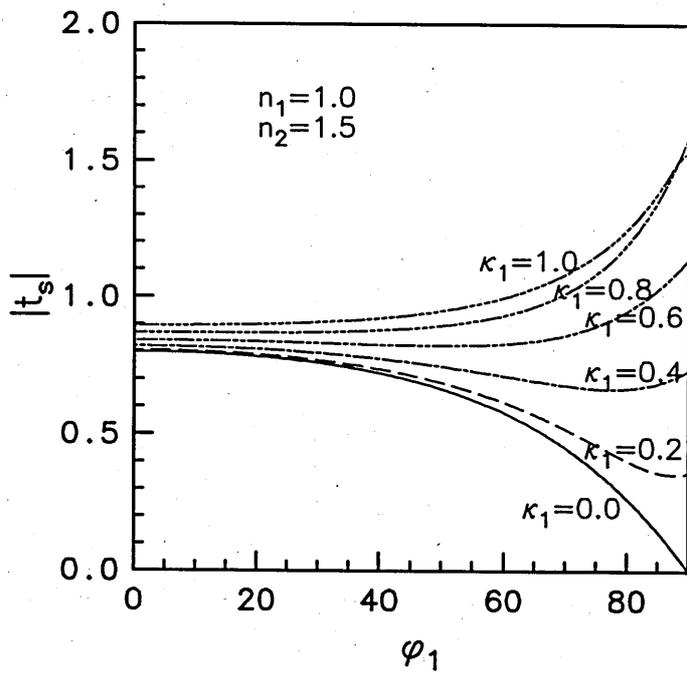


图 12: 振幅透過係数 (s 波)  $|t_s|$   $n_1 = 1, n_2 = 1.5$

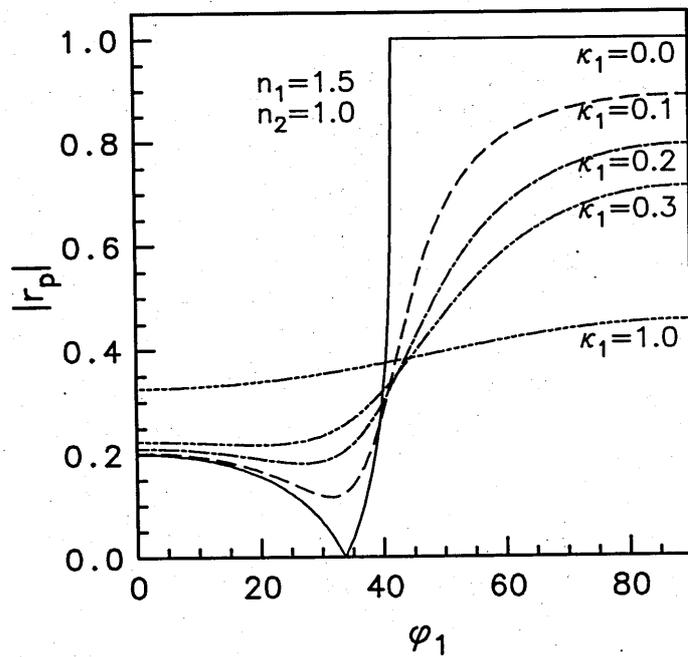


图 13: 振幅反射系数 (p 波)  $|r_p|$   $n_1 = 1.5, n_2 = 1$

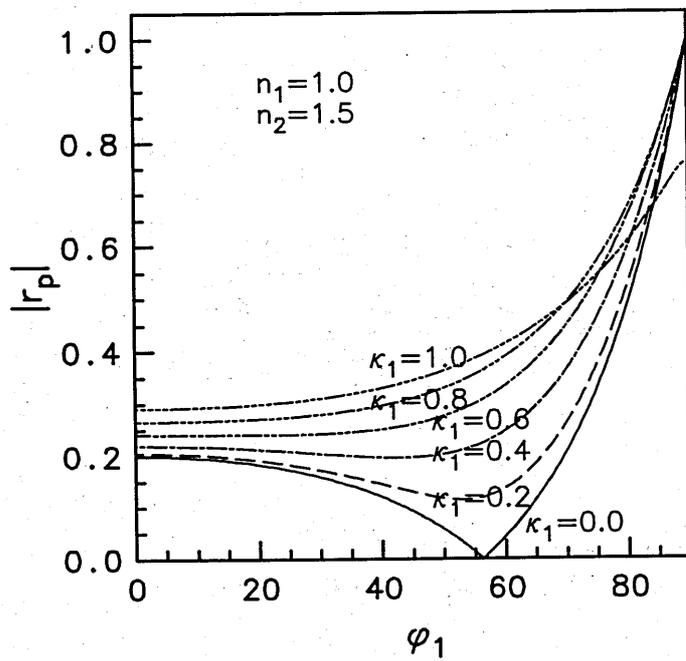


图 14: 振幅反射系数 (p 波)  $|r_p|$   $n_1 = 1, n_2 = 1.5$

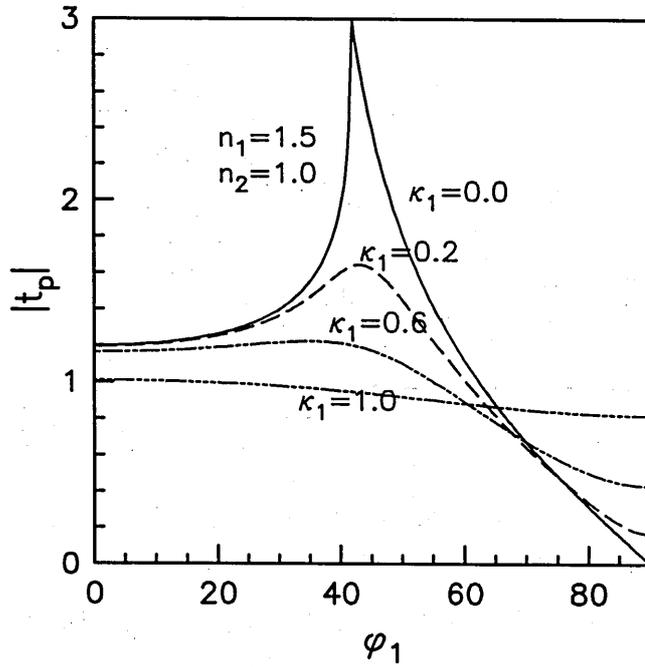


图 15: 振幅透過係數 (p 波)  $|t_p|$   $n_1 = 1.5, n_2 = 1$

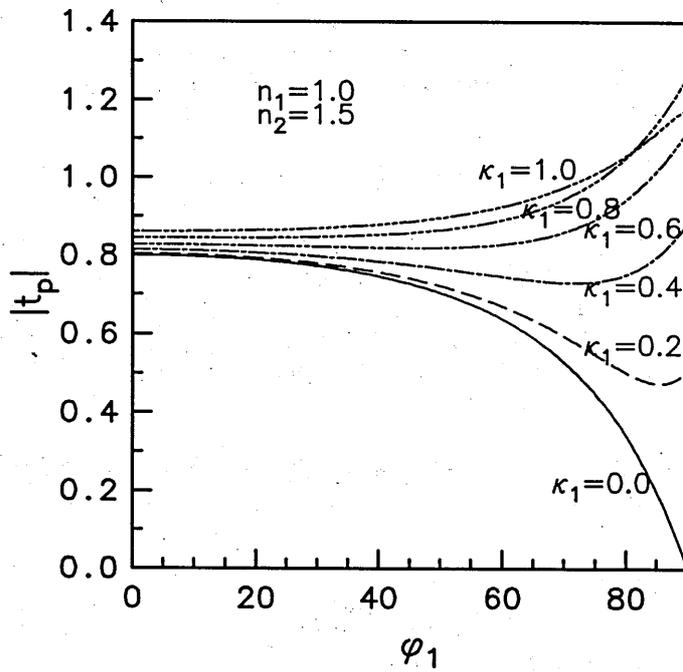


图 16: 振幅透過係數 (p 波)  $|t_p|$   $n_1 = 1, n_2 = 1.5$

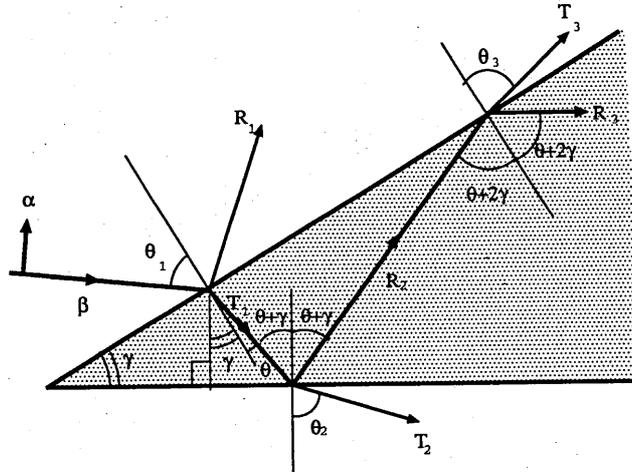


図 17: くさび形誘電体へのエバネセント波の入射

#### 4 光プローブによるエバネセント波の検出利得

**楔形プローブ** 光プローブのモデルとして、屈折率  $n$ 、開き角  $\gamma$  の楔形誘電体を考え、その先端にエバネセント波 (別の誘電体の表面波) が入射するものとし、誘電体の内部に浸透したエバネセント波が誘電体内を反射・伝搬して、最終的に、誘電体に接続されたファイバーにより、電力が検出されるものとする (図 17)。

誘電体表面に複素角  $\theta_1 = \varphi_1 + i\kappa_1$  でエバネセント波が入射するものとする。内部に浸透したエバネセント波は、次々、内部表面で反射を繰り返して、右方へ伝搬する。反射角は、反射する度、開き角  $\gamma$  ずつ増加する。

$$\varphi_1 + (N-1)\gamma \leq \frac{\pi}{2} < \varphi_1 + N\gamma \quad (75)$$

となる整数  $N$  に対して、反射波  $R_N$  は、もはや再反射することなく進行する。

入射角  $\theta_1 = \varphi_1 + i\kappa_1$  で、 $\varphi_1 > 0$  のときは、入射波が法線の左方より入射した場合である。右方より入射した場合は、右方からの実入射角に負号を付けて、左方より複素角  $\theta_1 = \varphi_1 + i\kappa_1$  ( $\varphi_1 < 0$ ) で入射として扱えばよい。この場合、屈折は楔の先端方向に生じるが反射毎に反射角が減少して、最終的には楔が開く方向に反射する。したがって、内部での反射回数が増加する以外は、左方からの入射と変わらない。

**反射・透過係数** まず、s 波が入射するときを考える。(59),(60) を用いて、電界振幅の 1 次透過係数  $t_{s1}$ 、 $m$  次反射係数  $r_{sm}$  ( $m = 2, 3, \dots, N; \varphi_1 + (N-1)\gamma \leq \pi/2 < \varphi_1 + N\gamma$ ) が以下のようにもとめられる。

1 次透過係数は、

$$t_{s1} = \frac{2 \cos \theta_1}{n \cos \theta + \cos \theta_1} \quad (76)$$

ここで、 $\theta = \varphi + i\kappa$  は 1 次屈折角であり、式 (40) より、

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta \quad (77)$$

として、 $\cos \theta$  をもとめる。

$m$  次反射係数は、

$$r_{sm} = \frac{n \cos\{\theta + (m-1)\gamma\} - \cos\theta_m}{n \cos\{\theta + (m-1)\gamma\} + \cos\theta_m}, \quad m = 2, 3, \dots, N \quad (78)$$

ここで、 $\theta_m$  は  $m$  次屈折角であり、

$$n \sin\{\theta + (m-1)\gamma\} = \sin\theta_m, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (79)$$

として、 $\cos\theta_m$  をもとめる。

p 波が入射するときは、(71), (72) を用いて、1 次透過係数  $t_{p1}$ 、 $m$  次反射係数  $r_{pm}$  ( $m = 2, 3, \dots, N$ ) が以下のようにもとめられる。

$$t_{p1} = \frac{2 \cos\theta_1}{\cos\theta + n \cos\theta_1} \quad (80)$$

$$r_{pm} = \frac{\cos\{\theta + (m-1)\gamma\} - n \cos\theta_m}{\cos\{\theta + (m-1)\gamma\} + n \cos\theta_m}, \quad m = 2, 3, \dots, N \quad (81)$$

ただし、 $\cos\theta, \cos\theta_m$  は、(77), (79) からもとめられる。

**電力利得** 入射波がプローブを照射する最初の電力透過利得は (62), (74) の左辺第 2 項で与えられ、以後内部で第  $m$  回の反射係数を  $r_{im}$  ( $i = s, p$ ),  $m = 2, 3, \dots, N$ , と書けば、電力反射係数は  $|r_{im}|^2$  で与えられる。したがって、図 17 のプローブによる s 波、p 波の電力利得  $G_s, G_p$  は次のように書ける：

$$G_i = n \operatorname{Re} \left[ \frac{\cos\theta}{\cos\theta_1} \right] |t_{i1} r_{i2} r_{i3} \dots r_{iN}|^2, \quad i = s, p \quad (82)$$

**解析結果**  $\kappa_1 = 0.1$ , 及び  $\kappa_1 = 0.5$  のときの  $-\pi/4 \leq \varphi_1 \leq \pi/4$  における  $G_s$  を (82) から求めたものを図 18, 19, 20, 21 に示す。ただし、開き角  $\gamma = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  である。

これらの図から次のことがいえる。

1. 開き角  $\gamma$  が大きいほど利得が大きい。
2.  $G_s$  の値が不連続に変化するところ (例えば、図 20,  $\gamma = 30^\circ$  での  $\varphi_1 = 0$  付近) が見られる。
3. 図 18 と図 20 を比べると、その不連続な変化の割合に違いがあり、その割合は、図 20 の方が大きい。
4. 両者の利得を比較すると、 $\kappa_1 = 0.1$  の方がかなり大きい。

1. の性質が現れるのは、(75) より、 $\gamma$  が大きいほど反射回数  $N$  が減るからであり、反射回数が 1 回減れば、利得は約  $1/|r_{sm}|^2$  倍 ( $|r_{sm}| < 1$ ) になる。2. も (75) が示すように、 $N$  が  $\varphi_1$  に依存するために起こる。3. は、反射係数  $|r_{sm}|$  が、 $\kappa_1$  に逆比例して小さくなるからである (図 9 参照)。4. も  $|r_{sm}|$  の差によるものである。

図 22, 23, 24, 25 に  $G_p$  の計算例を示す。各図から次のことがいえる。

1.  $G_s$  の性質 1. - 4. と同様の性質を持つ。
2.  $G_s$  と比べてかなり値が大きい。
3. 図 22 の  $G_p$  には、不連続なところがほとんど見られない。

2. の性質が現れるのは、図 9, 13 を見れば分かるように、特に  $\kappa_1$  が大きくなるほど、 $|r_p|$  が  $|r_s|$  より大きいからである。3. は、図 13 の  $\kappa_1 = 0.1$  の曲線で  $\varphi_1 \simeq \pi/2$  のところでは、 $|r_p|$  の値が 1 に近いために起こると思われる。

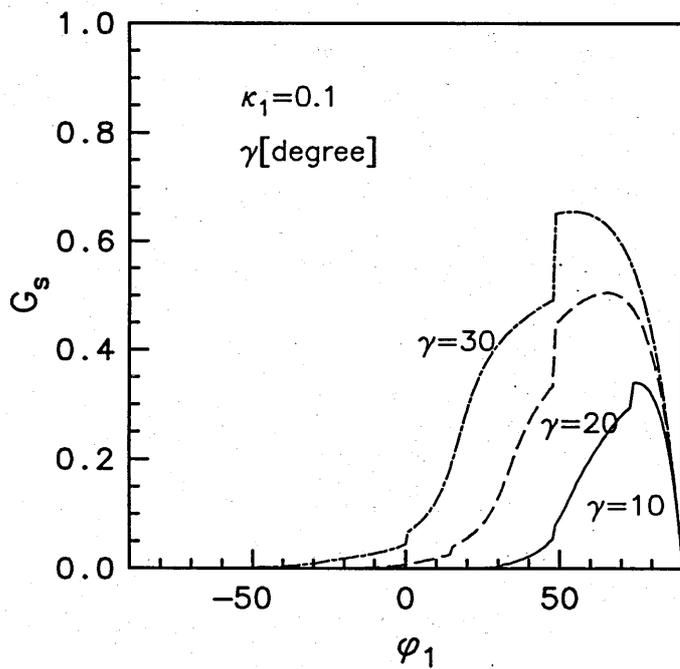


図.18: 検出利得 (s 波)

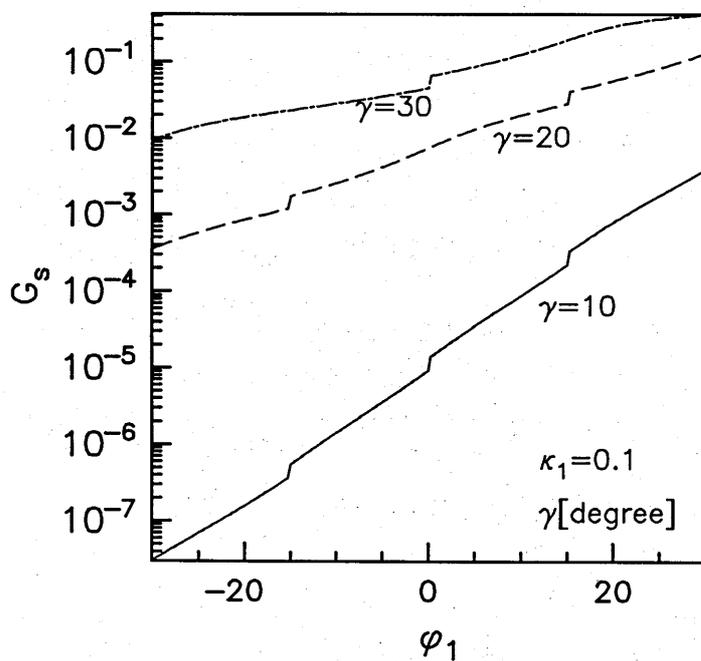


図.19: 検出利得 (s 波, 図.18 の拡大)

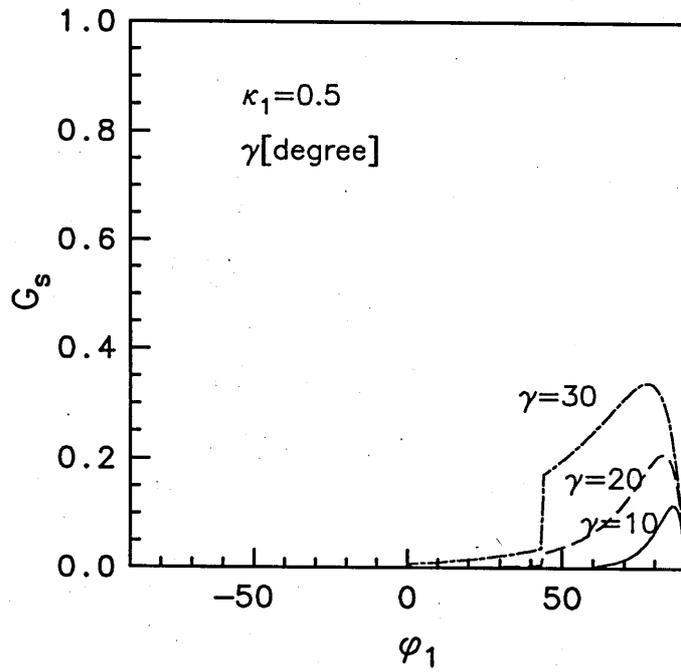


図 20: 検出利得 (s 波)

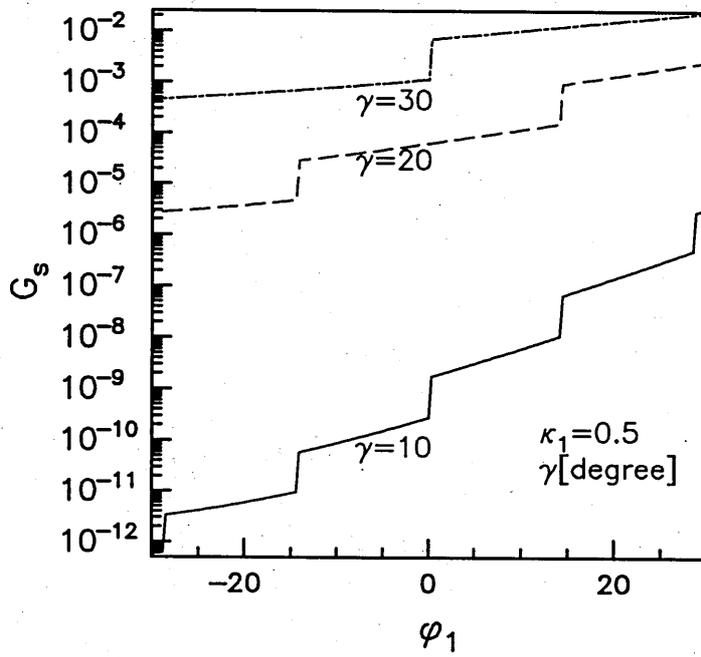


図 21: 検出利得 (s 波, 図 20 の拡大)

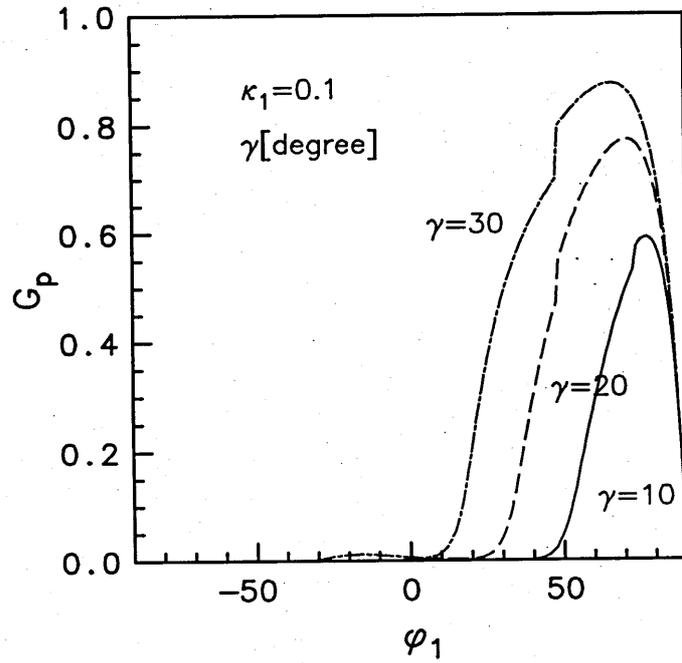


図 22: 検出利得 (p 波)

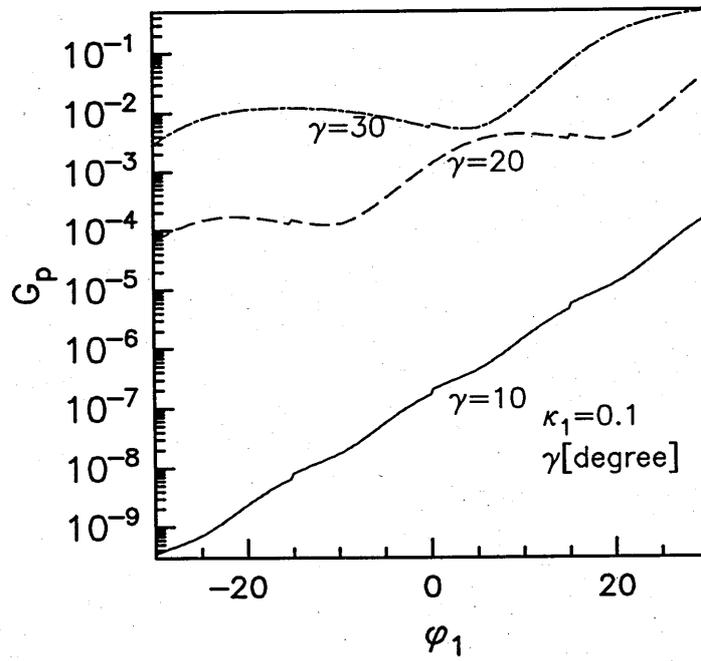


図 23: 検出利得 (p 波, 図 22 の拡大)

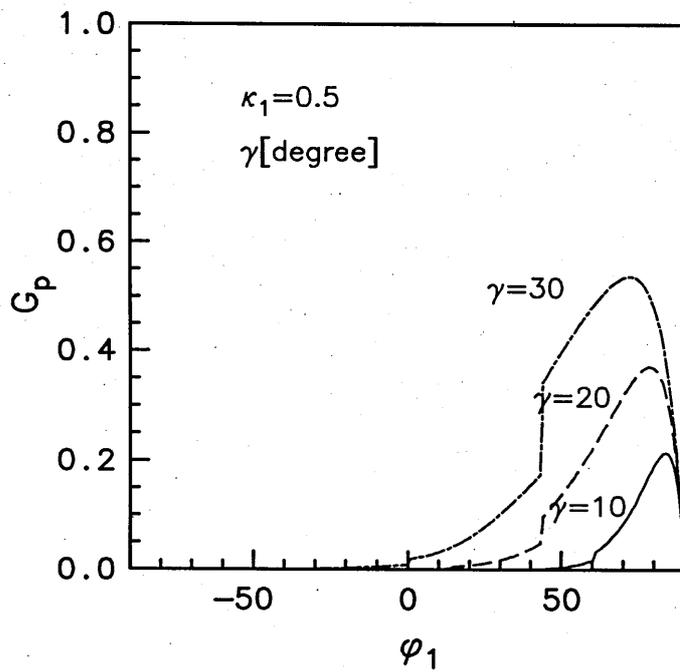


図 24: 検出利得 (p 波)

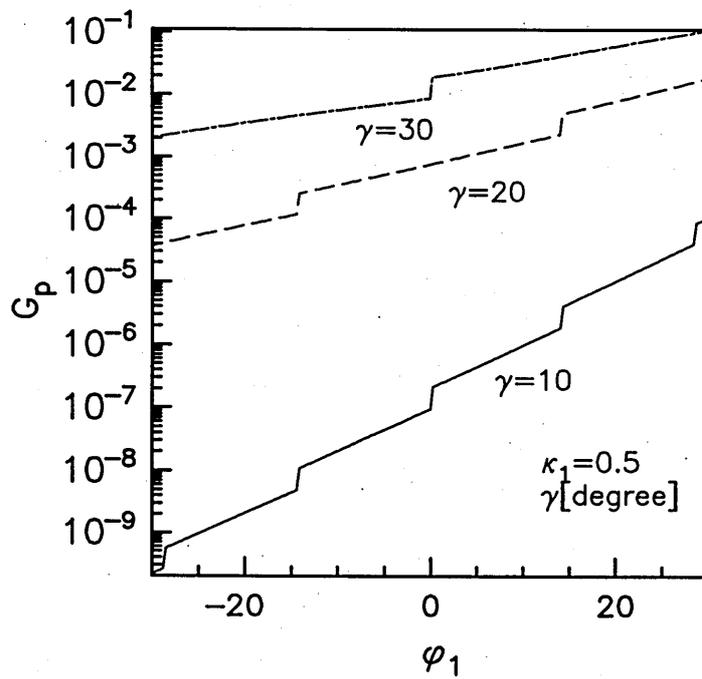


図 25: 検出利得 (p 波, 図 24 の拡大)

## 参考文献

- [1] 高橋信行, 渡部一雄, 古賀正, 北野正雄, 小倉久直, エバネセント波を用いた走査型光顕微鏡, 輻射科学研究会資料, RS91-4 (1991).
- [2] 古賀正, 北野正雄, 高橋信行, 小倉久直, エバネセント波を用いた走査型光顕微鏡, 1990年秋物理学会予稿集, 2a-M-3, 374 (1990).
- [3] L. B. Felsen, N. Marcnritz, Radiation and Scattering of Waves, Prentice-Hall (1973).
- [4] M. Cada, F. Xiang, L. B. Felsen, Intrinsic modes in tapered optical waveguides, *IEEE J. Quantum Electronics*, Vol. 24, No. 5 (1988).
- [5] 細野敏夫, 電磁波工学の基礎, 昭晃堂 (昭 48).
- [6] 三好旦六, 光・電磁波論, 培風館 (1987).

# A Generalized Numerical Analysis Technique for Quasi-optical Antennae

M. Nakajima and P. R. Winning

Dept. of Electronics, Kyoto University.

6th March 1992

輻射科学研究会  
(於 大阪産業大学)

## **Contents**

**Abstract**

**(1) Introduction**

**(2) The Subaperture Method**

**(2.1) The Rectangular Waveguide Aperture**

**(2.2) The Circular Waveguide Aperture**

**(2.3) Calculating the Approximated Subaperture E-field**

**(3) The Whispering Gallery Mode Antenna**

**(4) Supplement**

**(5) Conclusions**

**(6) Future Plans**

**Acknowledgements**

**References**

**Appendices**

**(A) Derivation of the Fresnel Integral**

**(B) List of Diagrams**

## Abstract

By use of the geometrical theory of optics the radiation characteristics of a WGM antenna has already been investigated and designed. In order to improve the accuracy of the present calculation it was necessary to account for diffraction theory. A numerical analysis method has been developed to reduce the computational time and memory required by utilising the analytical solution for a simple problem i.e. the antenna aperture is subdivided into a series of subapertures over which the field is assumed uniform. The radiation contribution from each subaperture is evaluated by means of the 2D Fresnel integral. Results from the most recent calculations will be presented.

## 1 Introduction

Currently there is great interest in the application of gyrotrons to the area of ECRH (Electron Cyclotron Resonance Heating) of plasmas in magnetic confinement type fusion reactors [1][2]. Recently the Whispering Gallery Mode (WGM) has been employed for this purpose [3]. The reason is that the WGM has smaller problems of mode competition and through its use higher output powers and frequencies ( $\leq 1\text{MW}$ ,  $\geq 100\text{GHz}$ ) can be achieved from the gyrotron. This mode is a helically winding mode propagating along a cylindrical waveguide. For ECRH a uniformly polarized gaussian beam is required for efficient heating. Therefore some modification of the output beam is required. This can be accomplished by use of the WGM quasi-optical reflector antennae [4]. This is composed of a helically-cut output waveguide and a cylindrical-parabolic reflector. Such an antenna has been previously investigated and designed by use of geometrical optics (GO) [5] [6]. To improve the accuracy of the design and to make a more complete comparison between theory and experiment diffraction has been taken into account. Although several studies exist to model such a problem these do not easily lend themselves to the treatment of this case [7] [8] [9]. It was therefore necessary to develop a generalized numerical analysis technique so this method could subsequently be applied to other antenna configurations. The method under development involves dividing the antenna aperture into a series of rectangular subapertures. In each subaperture the field is assumed uniform or linearly changing. The circularly polarized TE (Transverse Electric) modes can be analysed by separation into two polarizations in the cartesian coordinate system. This method allows for the analysis of complicated electric field distributions across the aperture and can be applied to more complicated aperture structures. Through the use of some known functions such as the Fresnel integral or Fraunhofer formula this method could generally reduce the computational time and computer memory required [10] [11], as compared with the Kirchoff-Huygens method.

## 2 The Subaperture Method

This method involves dividing the aperture into a series of rectangular subapertures (Fig. 1). It is assumed that the magnitude of the electric field (and phase) are constant across each subaperture. From subaperture to subaperture the field will vary in some predetermined way defined by the type of waveguide aperture under analysis i.e. cylindrical or rectangular. In the appendix it was shown that the radiated field from a rectangular aperture could be expressed in terms of the Fresnel cosine and sine integrals. Expanding eqn. (xii) into real and imaginary parts

$$\operatorname{Re}[F(\alpha, \beta)] = C(\alpha_{2,1})C(\beta_{2,1}) - S(\alpha_{2,1})S(\beta_{2,1}) \quad (1)$$

$$\operatorname{Im}[F(\alpha, \beta)] = C(\alpha_{2,1})S(\beta_{2,1}) + S(\alpha_{2,1})C(\beta_{2,1}) \quad (2)$$

where  $C(\alpha_{2,1}) = C(\alpha_2) - C(\alpha_1)$ ,  $S(\alpha_{2,1}) = S(\alpha_2) - S(\alpha_1)$  and similarly for  $C(\beta)$  and  $S(\beta)$ . Therefore the Fresnel integral for the subaperture (p,q) i.e. pth along the x-axis, qth along the y-axis can be expressed as

$$U_{pq} = \frac{e^{jkz_i}}{2j} (\operatorname{Re}[F(\alpha, \beta)] + j\operatorname{Im}[F(\alpha, \beta)]) \quad (3)$$

Expanding the phase part of the above expression and splitting into real and imaginary parts

$$\operatorname{Re}(U_{pq}) = \frac{1}{2} \cos(kz_i - \pi/2) \operatorname{Re}[F(\alpha, \beta)] - \sin(kz_i - \pi/2) \operatorname{Im}[F(\alpha, \beta)] \quad (4)$$

$$\operatorname{Im}(U_{pq}) = \frac{1}{2} \cos(kz_i - \pi/2) \operatorname{Im}[F(\alpha, \beta)] + \sin(kz_i - \pi/2) \operatorname{Re}[F(\alpha, \beta)] \quad (5)$$

$$U_{pq} = \operatorname{Re}(U_{pq}) + j\operatorname{Im}(U_{pq}) \quad (6)$$

In calculating the field at an observation point  $Q(x_i, y_i, z_i)$  the average field is taken as the field over each subaperture. The problem of a changing phase distribution across the aperture will be dealt with in a later section. For the present it is assumed that the waveguide aperture cut is in the xy-plane i.e. perpendicular to the direction of wave propagation, a plane of constant phase. To calculate the E-field at the point Q in the observation plane sum over all the E-field contributions from each subaperture

$$\mathbf{E}_Q = \sum_{p,q} (E_x(p, q)\mathbf{x} + E_y(p, q)\mathbf{y})U_{pq} \quad (7)$$

To calculate the x-component of the radiated field the above summation is separated as follows

$$E_Q^x = \sum_{p,q} E_x(p, q)U_{pq} \quad (8)$$

Again splitting this expression into real and imaginary parts we obtain

$$\begin{aligned}
Re(E_Q^x) &= \sum_{p,q} [Re(E_x)Re(U_{pq}) - Im(E_x)Im(U_{pq})] \\
Im(E_Q^x) &= \sum_{p,q} [Re(E_x)Im(U_{pq}) - Im(E_x)Re(U_{pq})] \\
E_Q^x &= Re(E_Q^x) + jIm(E_Q^x)
\end{aligned} \tag{9}$$

Similarly for  $E_Q^y$  simply replace x with y. Therefore from the point of view of numerical calculations there are four summations to evaluate, two for x and two for y. Thus to calculate the radiated power from the aperture at the observation point Q

$$\begin{aligned}
P_Q &= \frac{1}{2}\epsilon |E^2| \\
&= \frac{1}{2}\epsilon (|E_Q^x|^2 + |E_Q^y|^2 + |E_Q^z|^2)
\end{aligned} \tag{10}$$

where  $E_Q^z = 0$ .

## 2.1 The Rectangular Waveguide Aperture

In this case it is assumed that the field distribution in the aperture is that of the fundamental  $TE_{10}$  rectangular waveguide mode. The aperture has length  $2a$  along the y-axis and  $2b$  along the x-axis. The polarisation of the E-field is along the y-axis. The form of the field is given by the expression

$$E_y = A_o \cos\left(\frac{\pi x_o}{2b}\right) \tag{11}$$

$$E_x = 0 \tag{12}$$

where  $A_o$  is an arbitrary constant. Combining this equation with (7) and splitting into real and imaginary parts gives

$$E_Q = \sum_{p,q} E_y(p, q)Re(U_{pq}) + j \sum_{p,q} E_y(p, q)Im(U_{pq}) \tag{13}$$

Therefore the numerical solution involves only one polarisation and the required summation reduces to that in the y-direction only. The results of the numerical calculation are shown in Fig. 2 ( $Z_i = 24\lambda$ ) the aperture was divided into 100 subapertures. The dimensions of the guide being the same as that shown in Fig. A2 of the appendix. It is of interest to note that as is expected in the x-direction the side-lobes have been suppressed due to the fact that the field in the guide is tapered along the x-axis. This result is also in good agreement with the analytical one so far obtained.

## 2.2 The Circular Waveguide Aperture

The form of the E-field for a TE<sub>mn</sub> waveguide mode in (r, φ) components can be expressed in the form

$$E_\rho = j \frac{\omega \mu H_0}{k_c} \left[ m \frac{J_m(k_c \rho)}{k_c \rho} \right] \sin(m\phi) \quad (14)$$

$$E_\phi = j \frac{\omega \mu H_0}{k_c} J'_m(k_c \rho) \cos(m\phi) \quad (15)$$

where  $J'_m(X)$  is the derivative of the mth order Bessel function,  $k_c = \chi'_{mn}/a$  is the cut-off wavenumber,  $a$  is the waveguide radius and  $H_0$  is an arbitrary constant. For ease of calculation of these field components the following Bessel function relations proved useful

$$J'_m(\chi) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(\chi) - J_{m+1}(\chi)] \quad (16)$$

$$\frac{m}{\chi} J_m(\chi) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(\chi) + J_{m+1}(\chi)] \quad (17)$$

For the purpose of calculation it is convenient to express the field in the aperture in terms of cartesian components  $E_x, E_y$ . The  $E_\rho, E_\phi$  components are written as

$$E_\rho = E_x \cos(\phi) + E_y \sin(\phi)$$

$$E_\phi = E_y \cos(\phi) - E_x \sin(\phi)$$

Therefore it is possible to express  $E_x, E_y$  in terms of  $E_\rho, E_\phi$

$$E_x = E_\rho \cos(\phi) - E_\phi \sin(\phi)$$

$$E_y = E_\rho \sin(\phi) + E_\phi \cos(\phi)$$

As stated earlier the aperture is located in the xy-plane perpendicular to the direction of propagation i.e.  $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$  where  $\beta$  is the longitudinal propagation constant and the phase is represented as  $e^{-j\beta z}$  indicating the aperture is in a plane of constant phase.

Therefore using eqn. (7) it is possible to find the field at the observation point  $Q(x_i, y_i, z_i)$ . The process of summation of each of the subaperture contributions was done in a slightly different way for the case of the circular waveguide aperture. Each subaperture was in this case a square and not a rectangle. Also the circular aperture was divided into  $(2k)^2$  subapertures where  $k=1,2,3,\dots$ , etc. This enables the subapertures to be evaluated in concentric rings about the origin, as can be seen from Fig. 3. Fig. 4 shows the calculated radiation field pattern for the TE<sub>01</sub> mode. In this case  $a = 5.0\text{mm}, \lambda = 3.0\text{mm}$  and  $Z_i = 6\lambda$ .

### 2.3 Calculating the Approximated Subaperture E-field

To find the average field in each subaperture a simple sampling technique is employed (Fig. 5)

$$E_x(p, q) = \sum_{N=1}^{N_s} \frac{E_x(x_o, y_o) \times Wt}{N_s} \quad (18)$$

$$E_y(p, q) = \sum_{N=1}^{N_s} \frac{E_y(x_o, y_o) \times Wt}{N_s} \quad (19)$$

where  $N_s$  is the total number of sampling points in each subaperture and  $Wt$  is the weighting value assigned to each point. If sample point  $P(x_o, y_o)$  is on the side of the subaperture at the juncture of two subapertures then  $Wt = \frac{1}{2}$ . Similarly if it is located at a corner  $Wt = \frac{1}{4}$  and if located inside the boundaries of the subaperture  $Wt = 1$ . It should also be noted that if the sample point is on the boundary of the aperture and if the field is not equal to zero it is assigned a weighting value of 1.

### 3 The Whispering Gallery Mode Antenna

High-order circular electric  $TE_{mn}$  ( $m \gg n, n \approx 1$  or  $2$ ) modes are excited in the whispering gallery mode (WGM) gyrotrons. The rays from these high order rotating waveguide modes form a modal caustic which is a circular cylinder of radius  $\rho_{mn}$  in the waveguide (Fig. 6)

$$\rho_{mn} = \frac{m}{\chi'_{mn}} a \quad (20)$$

where  $a$  is the waveguide radius.

In this case the clockwise rotating wave will be dealt with. As with the case of the circular waveguide aperture the electromagnetic field of the  $TE_{mn}$  mode is determined by the longitudinal magnetic field component  $H_z$ , which is written in terms of the cylindrical coordinate system  $\rho, \phi, z$  as

$$H_z^+ = A_{mn}^+ J_m(k_c \rho) e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \quad (21)$$

where  $A_{mn}^+ = 2\pi A (-1)^m (k_c / \omega \mu) \exp(j\frac{\pi}{2} m)$  the  $+$  sign indicating rotation in the clockwise direction and  $A$  is an arbitrary constant. The E- and H-field components in the  $\rho, \phi$  directions are given by

$$E_\phi^+ = j \frac{\omega \mu}{k_c} A_{mn}^+ J'_m(k_c \rho) e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \quad (22)$$

$$E_\rho^+ = -\frac{\omega \mu m}{k_c^2} A_{mn}^+ \frac{J_m(k_c \rho)}{\rho} e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \quad (23)$$

$$H_{\phi}^{+} = -\frac{\beta m}{k_c^2} A_{mn}^{+} \frac{J_m(k_c \rho)}{\rho} e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \quad (24)$$

$$H_{\rho}^{+} = j \frac{\beta}{k_c} A_{mn}^{+} J'_m(k_c \rho) e^{-jm\phi} e^{-j\beta z} \quad (25)$$

The mode propagates in a circular waveguide winding helically with a pitch angle

$$\theta_B = \arcsin\left(\frac{k_c}{k}\right) \quad (26)$$

The WGM waveguide is terminated with a helical  $\alpha$ -cut the field being radiated into space at pitch angle  $\theta_B$  from the straight edge of the waveguide. In order to analyse the radiation output from the  $\alpha$ -cut the surface S (at  $\phi = \pi/2$ ) is chosen as the radiating aperture. This is due to the fact that all the rays emanating from the modal caustic pass through this surface. The dimensions of this aperture are  $L_o$  along the z-axis and from  $\rho_{mn}$  to  $a$  along the y-axis.

$$L_o = 2\pi a \cot \theta_B \frac{\sin \theta_W}{\theta_W} \quad (27)$$

$$\theta_W = \arccos \frac{m}{\chi'_{mn}} \quad (28)$$

Thus the radiating aperture is parallel with the propagation direction of the mode therefore the phase change from subaperture to subaperture would have to be accounted for. It should also be noted that the normal to the aperture is along the (-x) direction therefore the Fresnel integral must be modified slightly.

Due to the fact that the aperture lies in the (yz)-plane eqn.(Avii) from the appendix must be changed to

$$u(y_i, z_i) = \frac{1}{2j} e^{jkx_i} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{j\frac{\pi}{2}\varepsilon^2} d\varepsilon \int_{\beta_1}^{\beta_2} e^{j\frac{\pi}{2}\eta^2} d\eta \quad (29)$$

the limits of integration being given by

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda x_i}} [\rho_{mn} - f_y \lambda x_i], \alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda x_i}} [a - f_y \lambda x_i], \quad (30)$$

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda x_i}} [L_o - f_z \lambda x_i], \beta_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda x_i}} [-f_z \lambda x_i]. \quad (31)$$

In this case the variables  $\varepsilon$  and  $\eta$  are defined as

$$\varepsilon^2 = \frac{2}{\lambda x_i} (y_o - f_y \lambda x_i)^2, \eta^2 = \frac{2}{\lambda x_i} (z_o - f_z \lambda x_i)^2 \quad (32)$$

with  $f_y = y_i/\lambda x_i$  and  $f_z = z_i/\lambda x_i$ . Therefore in this situation it is necessary to take an average value for the magnitude as well as the phase of the E-field from subaperture to subaperture.

Fig.7 shows the results of calculation for the TE<sub>15,2</sub> mode this being the far-field pattern with the input parameters  $a = 12.8$  mm,  $f = 140$  GHz and  $L_o = 193.0$ mm. One of the problems that was found by computation of the WGM was that the expected position of the beam centre and that observed from calculation differed by an amount approximately equal to  $L_o/2$ . It was concluded that this problem arose not through faulty programming logic but in the fact that the Fresnel integral could not accurately compute the correct field distribution for an antenna that had a linear change in phase across the aperture plane i.e. the angle of the radiation from the aperture normal was too large.

In order to overcome this problem a more suitable function for the field in the rectangular subaperture would have to be chosen.

## 4 Supplement

The traditional and orthodox methods of computation of the radiation pattern from an aperture antenna is to integrate the fields over the area of the aperture based on the Kirchhoff-Huygens principle. Although this method gives accurate results, it takes exceedingly large amount of computational time, especially when the wavelength concerned is short compared with the aperture diameter. As an alternative, there may be a way where the fields are expanded into a series of plane waves so that the fast Fourier transform is applicable. Thanks to the well-developed FFT algorithm, the computer calculation can be drastically speeded up. This technique, however, has the limitation that the radiation pattern can be calculated only on a flat plane, as will be reported in the future.

The philosophy of the technique presented here resides in substituting some known analytical solution for parts of the numerical computation, so that computational time and memory are largely saved. For this purpose to be realized, the antenna aperture is divided into a number of subapertures with uniform field distribution, whose radiation pattern is expressed by an analytical function such as the Fresnel or Fraunhofer formulae.

In this case, it may be noted that the smaller the area of the subapertures, the more accurate the near-field pattern. This is because the accuracy is determined by the factor  $D^2/\lambda$ , where  $D$  is the diameter of the subapertures and  $\lambda$  is the wavelength.

## 5 Conclusions

It can be seen from the results of the numerical computations for section (2.1) and (2.2) that the agreement between theory and numerical computations is a good one. It was discovered that the computation time is roughly two or three orders less than the conventional method according to the Kirchhoff-Huygens method i.e. basically no

memory storage is required for computation. Examination of these results for known cases of the field distributions for the rectangular and cylindrical waveguide modes, shows that the Fresnel type subaperture calculation works well for apertures with a field that varies in magnitude but not phase across its boundaries. This result was confirmed when the WGM calculations were made. It was discovered that the result from the Fresnel subaperture computation was that the predicted output angle for the beam centre differed from that expected by simple geometrical optics theory. In order to overcome this problem a function that takes into account the change in phase across the aperture would have to be used.

## 6 Future Plans

Comparison of the results calculated by this technique will be made with experimental results obtained from other institutes. Thus to further improve this method some constraints imposed on the program shall be removed.

- (1) the uniform aperture field distribution shall be modified to a linear distribution,
- (2) to aim to further reduce the computational time.

This would then allow the model to be successfully applied to the case of the WGM antenna. This method would then be applied to more complicated antenna structures and a theory would be established which could be conveniently used by other researchers upon their own antenna systems. It would also be of practical interest to analyse antenna systems used in other areas of scientific research such as commercial aviation, satellite sensing, communications systems and radio astronomy. Comparison of the calculated field distributions with the experimentally observed patterns would serve to further extend the area of applicability of this method.

## Acknowledgements

This work was partly supported by the grant-in-aid for scientific research of the Ministry of Education, Science and Culture and by Japan Atomic Energy Research Institute.

## References

- [1] J.B. Beyer, J.E. Scharer, K. Audenaerde, 'A beam waveguide launcher for high power ECRH heating in large tandem mirror machines', 9th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research Digest (1981), 855 - 857.
- [2] M. Thumm, H.J. Barkley, W. Kasperek, G.A. Muller, P.G. Schiller, 'Megawatt CW millimeter wave transmission systems', 13 th International Conference on Infrared and Millimeter Waves at Hawaii, Conference Digest (1988), 111 - 112.

- [3] B.G. Danly et al, 'Whispering-gallery-mode gyrotron operation with a quasi-optical antenna', IEEE Trans. on Plasma Science, Vol. Ps-13, No. 6 (1985), 383 - 388.
- [4] S.N. Vlasov et al, 'Transformation of a whispering gallery mode, propagating in a circular waveguide into a beam waves', Radio Eng. Electron. Phys., No. 10 (1975), 14 - 17.
- [5] O. Wada, M Hashimoto and M. Nakajima, 'Calculation of radiation from a quasi-optical reflector antenna for whispering gallery mode', Int. J. Electronics, Vol. 65, No. 3 (1988), 725 - 732.
- [6] H. Suzuki, M. Hashimoto, Y. Amano, S. Iima, M. Sato, and M. Nakajima 'Improved antenna system for electron cyclotron resonance heating of fusion plasma using a whispering gallery mode from a gyrotron', 3rd Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings, Tokyo (1990).
- [7] G. Franceschetti and A. Mohsen, 'Recent developments in the analysis of reflector antenna. A review', IEE Proceedings (1980), 133, 65 - 76.
- [8] J.B. Keller, 'Diffraction by an aperture', J. Appl. Physics, Vol. 28 (1957), 426 - 444.
- [9] J.B. Keller, 'Geometrical theory of diffraction', J. Opt. Soc. of America, Vol. 52, No. 2 (1962), 116 - 130.
- [10] A. Sommerfeld, 'Optics ; lectures on theoretical physics', Vol. IV, Academic Press.
- [11] S. Silver, 'Microwave antenna theory and design', McGraw-Hill (1949).
- [12] K. Iizuka, 'Optical Engineering', Kyoritsu (1977),(in Japanese).

## A Derivation of the Fresnel Integral

A plane wave is incident normally upon a slit of dimensions  $2a$  along the  $x$ -axis (Fig. A1) [12]. The field at the observation point  $Q(X_i, Y_i, Z_i)$  on the right hand side of the slit is required. The radiation field can be expressed in an integral form of the Huygens principle as

$$u(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_o) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{jkr}}{r} dy_o dx_o \quad (i)$$

where  $x_o, y_o$  is the aperture coordinate system,  $g(x_o)$  is one component of the amplitude distribution of the electric or magnetic field,  $\exp(jkr/r)$  represents a spherical wave diverging from a point focus on the aperture and  $r = \sqrt{[z_i^2 + (x_o - x_i)^2 + (y_o - y_i)^2]}$ . The problem in this case is to find a solution to the integral containing  $\exp(jkr)/r$ . For

$y_o = 0$  it can be seen that  $\rho = \sqrt{z_i^2 + (x_o - x_i)^2}$  therefore by changing the variable of integration

$$\left. \begin{aligned} y_o - y_i &= \rho \sinh(t) \\ \sinh(t) &= \frac{e^t - e^{-t}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{ii})$$

The radiation integral reduces to intergration over  $x_o$  only

$$u(x_i) = \frac{\pi}{j\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_o) H_0^{(1)}(k\rho) dx_o \quad (\text{iii})$$

where  $H_0^{(1)}(k\rho)$  is the zeroth order Hankel function of the first kind. By using the condition that  $k\rho \gg 1$  and that  $z_i^2 \gg (x_o - x_i)^2$  then the Hankel function can be approximated such that

$$u(x_i) = \frac{e^{j(kz_i - \frac{3\pi}{4})}}{\sqrt{z_i\lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_o) e^{\frac{jk(x_o - x_i)^2}{2z_i}} dx_o \quad (\text{iv})$$

It is now possible using eqn. (iv) to formulate an expression for the 2D-Fresnel equation for a uniformly illuminated rectangular aperture of dimensions  $2a$  along the x-axis and  $2b$  along the y-axis (Fig. A2). The two dimensional (2D) form of (iv) can be shown to be

$$u(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda z_i} e^{jk[z_i + (x_i^2 + y_i^2)/2z_i] - j\pi\lambda z_i (f_x^2 + f_y^2)} \int_{-b}^b \int_{-a}^a e^{j\frac{\pi}{\lambda z_i} [(x_o - f_x \lambda z_i)^2 + (y_o - f_y \lambda z_i)^2]} dx_o dy_o \quad (\text{v})$$

where  $f_x = x_i/\lambda z_i$ ,  $f_y = y_i/\lambda z_i$ .

By making a change of variables of the form

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{\lambda z_i} (x_o - f_x \lambda z_i)^2 &= \varepsilon^2 \\ \frac{2}{\lambda z_i} (y_o - f_y \lambda z_i)^2 &= \eta^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{vi})$$

eqn. (v) takes the form of the two dimensional (2D) Fresnel integral

$$u(x_i, y_i) = \frac{1}{2j} e^{jkz_i} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{j\frac{\pi}{2}\varepsilon^2} d\varepsilon \int_{\beta_1}^{\beta_2} e^{j\frac{\pi}{2}\eta^2} d\eta \quad (\text{vii})$$

The limits of integration are given by

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z_i}} [a - f_x \lambda z_i], \alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z_i}} [(-a) - f_x \lambda z_i], \quad (\text{viii})$$

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z_i}} [b - f_y \lambda z_i], \beta_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z_i}} [(-b) - f_y \lambda z_i]. \quad (\text{ix})$$

By using the Fresnel cosine and sine integrals

$$C(\alpha) = \int_0^\alpha \cos\left(\frac{\pi}{2}\varepsilon^2\right)d\varepsilon, \quad (\text{x})$$

$$S(\alpha) = \int_0^\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}\varepsilon^2\right)d\varepsilon. \quad (\text{xi})$$

where  $C(\alpha)$  is the Fresnel Cosine integral and  $S(\alpha)$  is the Fresnel Sine integral. It is possible to express the Fresnel integral as

$$F(\alpha) = C(\alpha) + jS(\alpha)$$

Thus the radiation field from the rectangular aperture can be expressed as

$$\begin{aligned} u(x_i, y_i) &= \frac{1}{2j} e^{jkz_i} ([C(\alpha_2) - C(\alpha_1)] + j[S(\alpha_2) - S(\alpha_1)]) \\ &\quad ([C(\beta_2) - C(\beta_1)] + j[S(\beta_2) - S(\beta_1)]) \\ &= \frac{1}{2j} e^{jkz_i} F(\alpha, \beta) \end{aligned} \quad (\text{xii})$$

The calculated field distribution for eqn. (xii) is shown in Fig. A3. This is the far-field distribution in the  $xy$ -plane where the aperture has dimensions of  $2a = 10.0\text{mm}$  and  $2b = 20.0\text{mm}$  with  $\lambda = 3.0\text{mm}$

## B List of Diagrams

1. Division of a rectangular aperture into subapertures.
2. Calculated field distribution from the  $\text{TE}_{10}^0$  mode.
3. Division of a circular aperture into square subapertures.
4. Calculated field distribution from the  $\text{TE}_{01}^0$  mode.
5. Field sampling over the subaperture (p,q).
6. The whispering-gallery-mode waveguide aperture.
7. Calculated field distribution from the  $\text{TE}_{15,2}^0$  mode.

- A1. Uniformly illuminated infinite slit.
- A2. Uniformly illuminated rectangular aperture.
- A3. Calculated field distribution from the uniformly illuminated rectangular aperture.

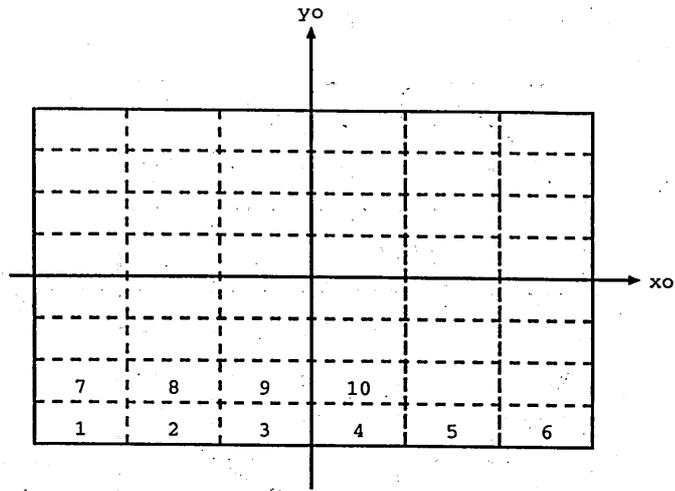


Fig. 1 : Division of a rectangular aperture into subapertures

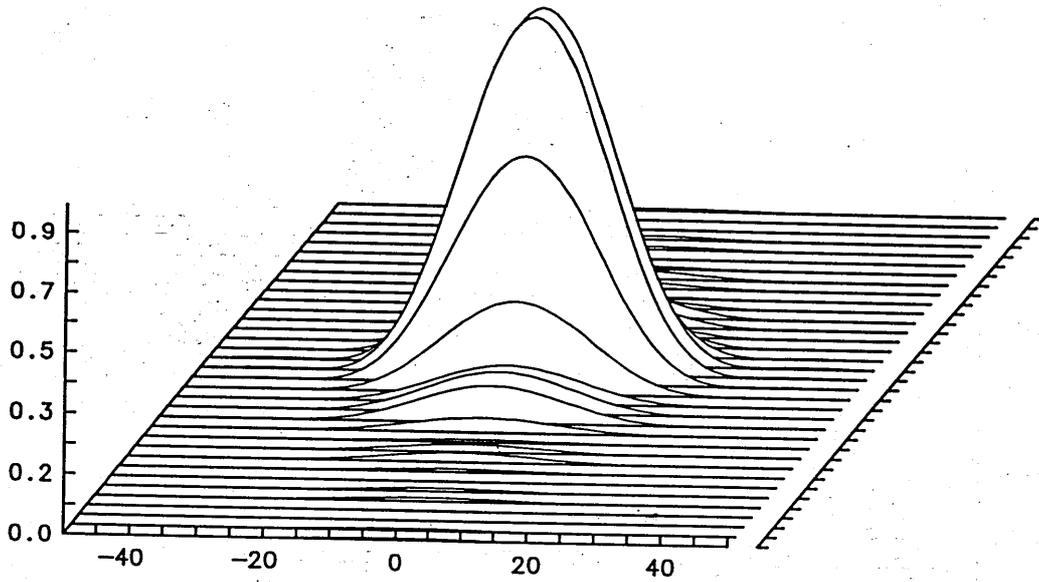


Fig.2 : Calculated field distribution from the  $TE_{10}^{\parallel}$  mode (far-field).  
 $(\lambda=3.0\text{mm}, Z_i = 24\lambda)$

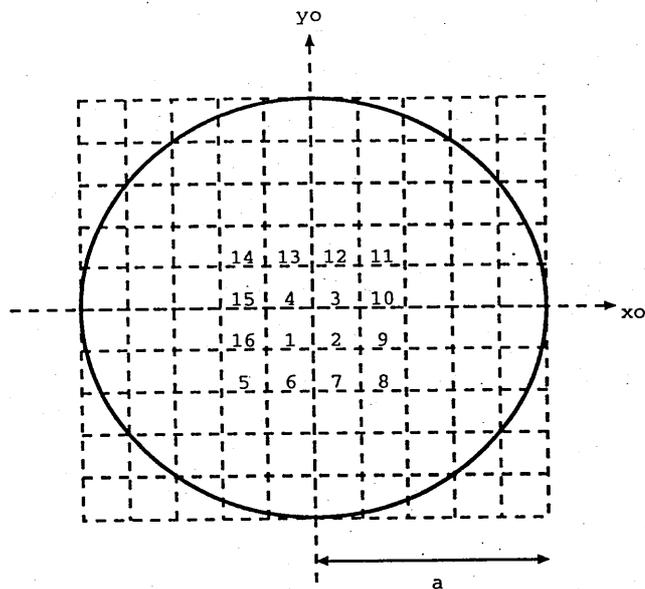


Fig. 3 : Division of a circular aperture into square subapertures.

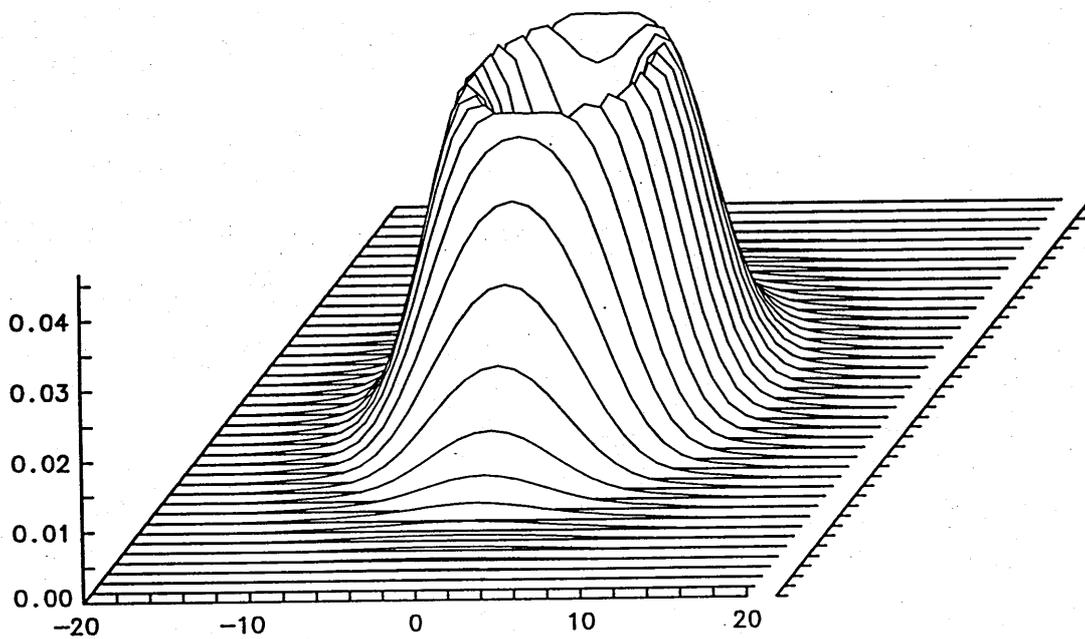


Fig. 4 : Calculated field distribution from the  $TE_{01}^c$  mode (near-field).  
 ( $a=5.0\text{mm}$ ,  $\lambda=3.0\text{mm}$ ,  $Z_i = 6\lambda$ )

[The lack of smoothness in the curve is due to the large spacing between the calculated data points and not the the function used for computation.]

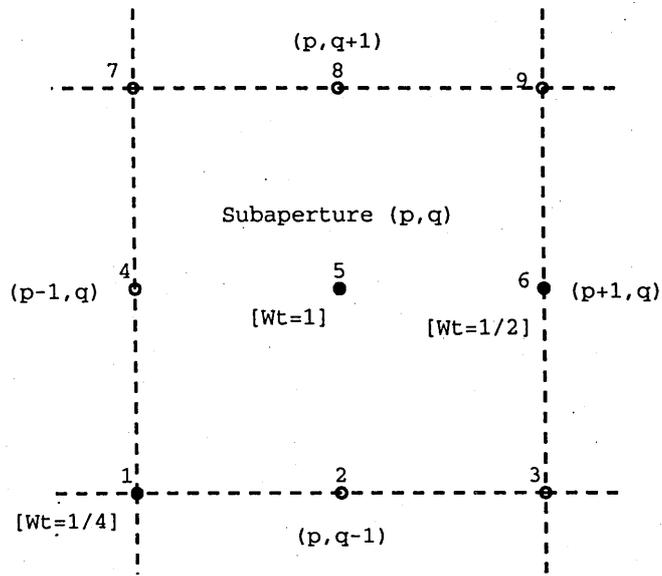


Fig.5 : Field sampling over the subaperture (p,q).

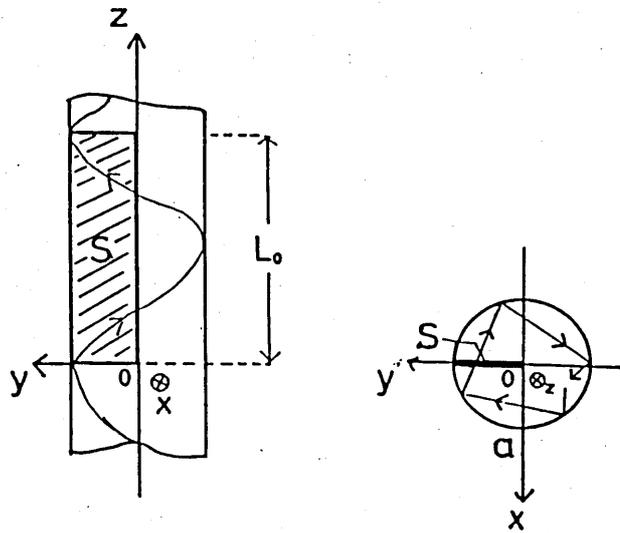


Fig.6 : The whispering-gallery-mode waveguide aperture.

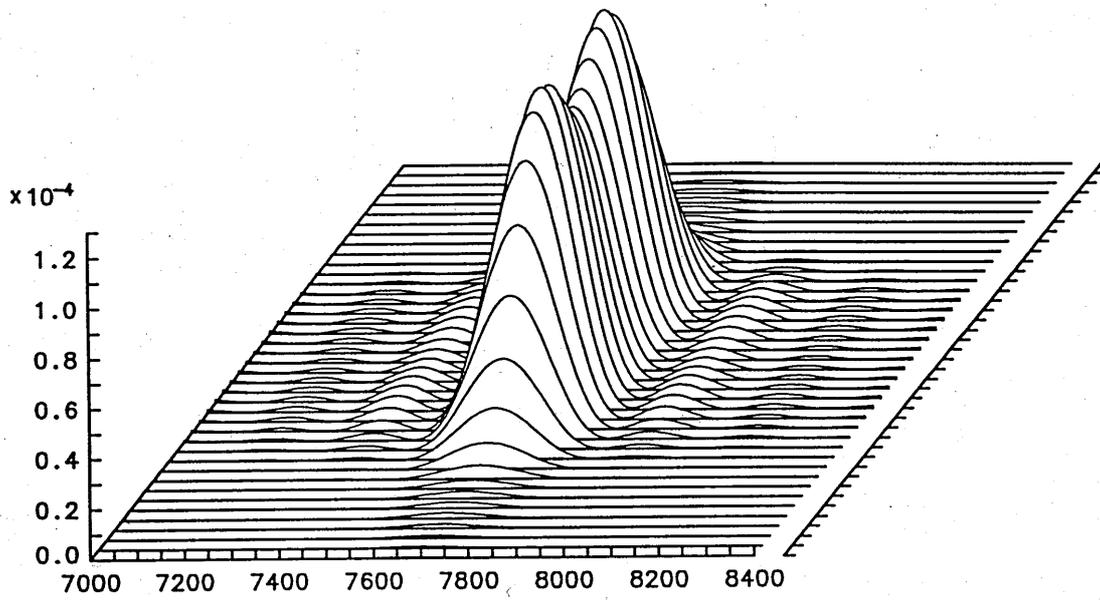


Fig.7 : Calculated field distribution from the  $TE_{15,2}^o$  mode (far-field).  
( $a=12.8\text{mm}$ ,  $f=140\text{GHz}$ ,  $X_i=-9.5\text{m}$ )

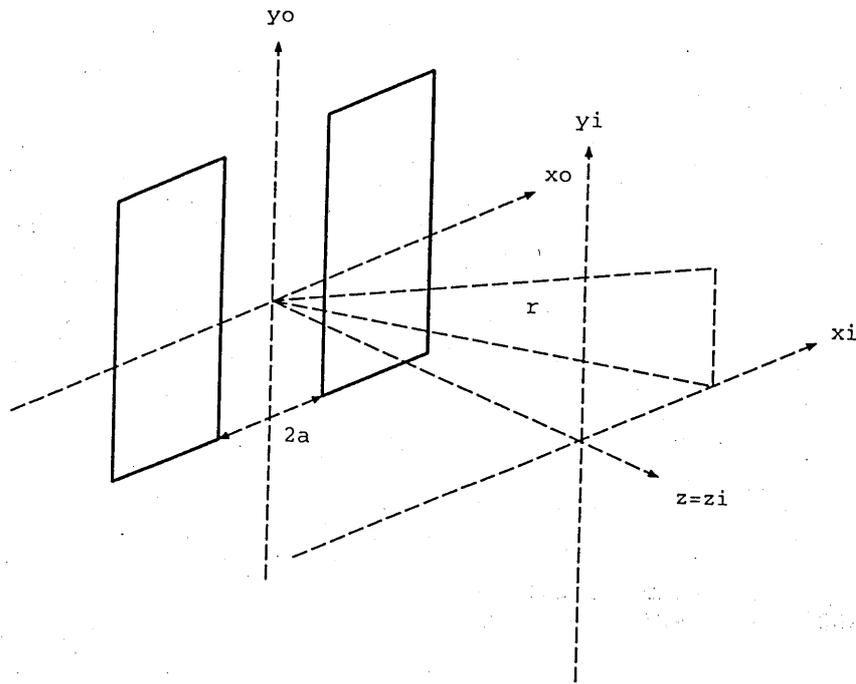


Fig.A1 : Uniformly illuminated infinite slit

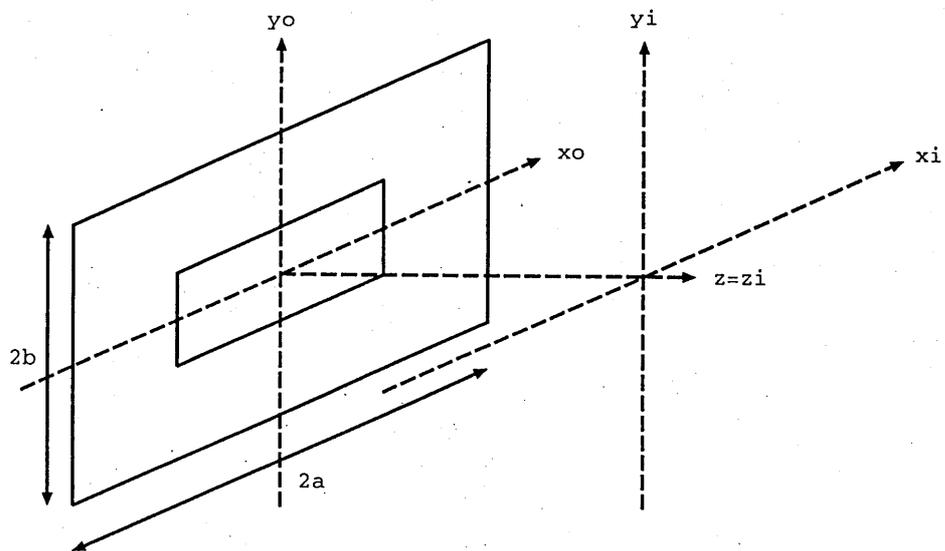


Fig.A2 : Uniformly illuminated rectangular aperture.

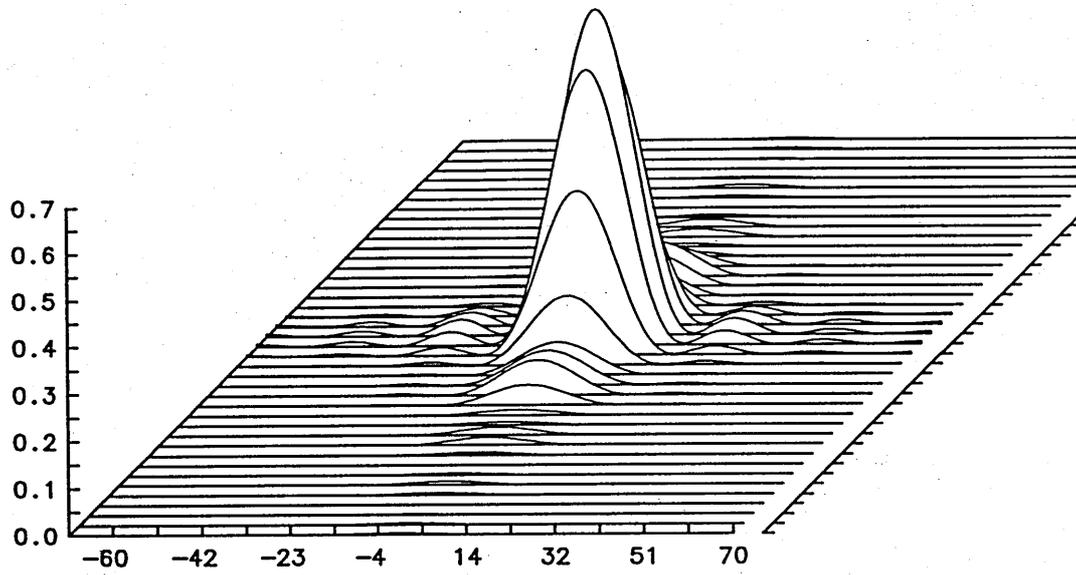


Fig.A3 : Calculated field distribution from the uniformly illuminated rectangular aperture (far-field).  
( $2a=10\text{mm}$ ,  $2b=20\text{mm}$ ,  $\lambda =3.0\text{mm}$  and  $Z_i=24 \lambda$ )

輻射科学研究会資料

RS 91-17

斜め伝搬波に対する周期構造  
異方性誘電体導波路の3次元厳密解析

松本 恵治                  六島 克  
(大阪産業大学 工学部)

山北 次郎  
(大阪府立大学 工学部)

1992年3月6日

# 斜め伝搬波に対する周期構造 異方性誘電体導波路の3次元厳密解析

松本 恵治                      六島 克  
(大阪産業大学 工学部)

山北 次郎  
(大阪府立大学 工学部)

## 1. まえがき

周期構造誘電体導波路は種々の興味深い特性を示し、ミリ波から光波領域にわたり数多くの分野で広く利用されている。特に、 $LiNbO_3$ のような異方性材料で構成された周期構造導波路は、光スイッチ、光変調器、モード変換器および光コンピュータへの応用など、種々の分野で必要とされている<sup>[1]</sup>。その特性の厳密な解析手法は、学問的興味からも実際的な応用からも強く望まれている。これらの周期構造を摂動法を用いて解析する手法は数多く報告されており<sup>[2]-[4]</sup>、また、異方性導波路も含めて散乱問題に対する厳密解法も報告されるようになってきた<sup>[5]-[9]</sup>。しかしながら、斜め伝搬波に関する導波問題は、摂動法による近似解析以外<sup>[10]-[12]</sup>、厳密解析では行われていなかった。最近、Peng<sup>[13]</sup>は、等方性周期構造導波路における斜め伝搬波の導波問題に対する厳密な解析手法を提案しているが、その数値計算結果までは与えられていなかった。

筆者らは先に、位相速度、減衰定数、及び格子ベクトルの方向が全く任意である最も一般的な場合の等方性スラブ導波路の厳密な解析手法を定式化し、数値計算によりTE-TM結合に基づく特異なバンド構造や洩れ波の特性を明らかにした<sup>[14]</sup>。さらに、この手法を異方性に拡張して、洩れ波の特性については数値計算結果を与えたが<sup>[15],[16]</sup>、異方性と斜め伝搬の両者に起因する問題の複雑さから、バンド構造を含めた伝搬特性までは十分に解明し得なかった。

そこで本報告では、光軸、位相速度、減衰定数、及び格子ベクトルの方向によって決定される異方性スラブ導波路の解析について定式化を行っている。解析手法は、空間高調波間の関係が統一的な行列形式で定式化されている厳密な解法で、行列の次元を増やすことにより任意の高い精度の解を得ることができる。数値例においては、フィルム層と基板層がともに $LiNbO_3$ で構成され、音響波により仮想的な均一媒質との境界面( $xy$ 平面)に対して垂直方向に周期的変化が生じた誘電率変調型異方性導波路を取り上げ、斜め伝搬波の場合のTE-TM結合による特異な禁止帯の存在を明らかにするとともに、2次のブラッグ領域についての解析例も示している。また、洩れ波の特性においては、光軸、位相速度、及び格子ベクトルの相対的な関係により放射領域及びその方向が様々に変化することを明らかにしている。

## 2. 問題の設定

まず、図1に示すような任意の3次元方向に周期構造を持つ異方性誘電体格子のスラブ導波路を考える。以下、時間因子には  $\exp(j\omega t)$  を採用し、空間変数  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  を全て波数  $k_0 = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$ : 光波の波長) で規格化し、 $\mathbf{r}k_0 \rightarrow \mathbf{r}$  ( $k_0x \rightarrow x, k_0y \rightarrow y, k_0z \rightarrow z$ ) と簡略化して定式化を行っている。また、各軸方向の単位ベクトルを  $i_x, i_y, i_z$  とする。領域1は比誘電率  $\epsilon_1$  の均一等方性媒質、領域3は  $\epsilon_3$  の均一異方性媒質、領域2は比誘電率  $\hat{\epsilon}_2$ 、格子ベクトル  $\mathbf{K} = n_K k_0$  を持つ周期構造の異方性媒質である。

$$\mathbf{n}_K = i_x p + i_y q + i_z s, \quad |\mathbf{n}_K| = n_K = \lambda/\Lambda \quad (\Lambda: \text{格子の周期}) \quad (1)$$

$$p = \lambda/\Lambda_x, \quad q = \lambda/\Lambda_y, \quad s = \lambda/\Lambda_z \quad (2)$$

領域2の0次伝搬波の規格化波数ベクトル  $\mathbf{n}_0$  を

$$\mathbf{n}_0 = i_x p_0 + i_y q_0 + i_z s_0 \quad (3)$$

で表されるとする。今、 $z = -\infty$  において均一媒質の導波路と問題としている周期構造媒質の導波路が  $xy$  平面を境界面として接していることを仮定すると、境界条件より

$$\text{Im}\{q_0\} = 0 \quad (4)$$

すなわち、伝搬波の減衰定数は  $z$  軸方向で最大となりうる。以下の解析では、この座標系を基準にして考えている。よって、規格化位相定数  $\text{Re}\{q_0\}$  と  $\text{Re}\{s_0\}$  及び規格化減衰定数  $\text{Im}\{s_0\}$  をもつ斜め伝搬波を考えればよい。なお、0次伝搬波の  $x$  軸方向の規格化伝搬定数  $p_0$  は、 $q_0, s_0$  及び媒質によって決定されるが、後で述べる結合波方程式の固有値  $\kappa_m$  に自動的に含まれ全く任意となるので、簡単化のために

$$p_0 = 0 \quad (5)$$

と置いても一般性を失わない。

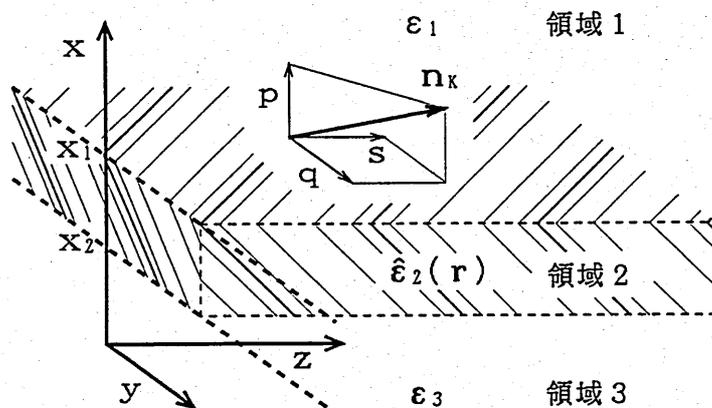


図1 格子ベクトルが任意方向にある異方性誘電体導波路

### 3. 周期媒質内の電磁界

格子領域の比誘電率分布  $\hat{\epsilon}$  の各成分  $\epsilon_{ij}$  は、媒質の周期性より、 $m$  次の Fourier 係数  $b_{ij,m}$  を用いて次式のように Fourier 展開できる。

$$\epsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \sum_m b_{ij,m} \exp(jm\mathbf{n}_K \cdot \mathbf{r}) \quad (6)$$

また、Floquet の定理より、電磁界の各成分  $E_i, H_i$  ( $i = x, y, z$ ) は展開係数  $e_{im}(x)$ ,  $h_{im}(x)$  を与えて、空間高調波による展開で表示することができる。

$$\sqrt{Y_0} E_i(\mathbf{r}) = \sum_m e_{im}(x) \exp(-jn_{tm} \cdot \mathbf{r}) \quad (7)$$

$$\sqrt{Z_0} H_i(\mathbf{r}) = \sum_m h_{im}(x) \exp(-jn_{tm} \cdot \mathbf{r}) \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_{tm} = \mathbf{n}_0 + m\mathbf{n}_K = i_x p_m + i_y q_m + i_z s_m \quad (9)$$

$$p_m = mp, \quad q_m = q_0 + mq, \quad s_m = s_0 + ms \quad (10)$$

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (11)$$

上記の比誘電率分布の展開式 (6) 及び電磁界の空間高調波展開式 (7),(8) を規格化された空間座標系に対する Maxwell の方程式

$$\text{curl} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (12)$$

$$\text{curl} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j \hat{\epsilon}(\mathbf{r}) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (13)$$

に代入し、 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M$  として展開項数を  $(2M + 1)$  項で打ち切ると、行列形式で表した次の 1 階微分の結合波方程式が導出できる<sup>[4]</sup>。

$$\frac{df(x)}{dx} = jCf(x), \quad f(x) = \begin{pmatrix} e_y \\ h_z \\ e_z \\ h_y \end{pmatrix} \quad (14)$$

ここで、 $f(x)$  は  $4(2M + 1)$  次元の列ベクトルであり、それを構成する  $e_i, h_i$  ( $i = y, z$ ) は電磁界の接線成分に関する展開係数を要素とする  $(2M + 1)$  次元の列ベクトル

$$e_i = [e_{i(-M)}(x) \cdots e_{i(0)}(x) \cdots e_{i(+M)}(x)]^t \quad (15)$$

$$h_i = [h_{i(-M)}(x) \cdots h_{i(0)}(x) \cdots h_{i(+M)}(x)]^t \quad (16)$$

である。また、係数行列  $C$  は  $4(2M + 1)$  次元の正方行列

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$C_{11} = \begin{pmatrix} [p] + [q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}] & [q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q] - [1] \\ [\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}] - [\varepsilon_{yy}] + [s]^2 & [p] + [\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q] \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$C_{12} = \begin{pmatrix} [q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}] & -[q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s] \\ [\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}] - [\varepsilon_{yz}] - [s][q] & -[\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s] \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$C_{21} = \begin{pmatrix} [s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}] & [s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q] \\ -[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}] + [\varepsilon_{zy}] + [q][s] & -[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q] \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} [p] + [s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}] & -[s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s] + [1] \\ -[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}] + [\varepsilon_{zz}] - [q]^2 & [p] + [\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s] \end{pmatrix} \quad (21)$$

であり、その各小行列は Kroneker  $\delta_{mn}$  等を用いて、

$$[\varepsilon_{ij}] = [b_{ij,(n-m)}], \quad [\varepsilon_{ij}]^{-1} : [\varepsilon_{ij}] \text{ の逆行列} \quad (22)$$

$$[p] = [p_m \delta_{mn}], \quad [q] = [q_m \delta_{mn}], \quad [s] = [s_m \delta_{mn}] \quad (23)$$

$$[1] : \text{単位行列}, \quad [0] : \text{零行列} \quad (24)$$

のように表される  $(2M + 1)$  次元の正方行列である。

結合波方程式 (14) の解法は、係数行列  $C$  の固有値問題に帰着できる。すなわち、行列  $C$  の固有値を  $\kappa_m$ 、それに対応する固有ベクトルから構成される対角化行列を  $T$  とし、 $4(2M + 1)$  次元の列ベクトル  $g(x)$  を導入して

$$f(x) = Tg(x) \quad (25)$$

と変換すると、式 (14) の一般解は

$$f(x) = T[\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m(x - x_0)\}]g(x_0) \quad (26)$$

で与えられる。ここで、 $[\delta_{mn} \exp\{j\kappa_m(x - x_0)\}]$  は  $4(2M + 1)$  次元の対角行列、 $x_0$  は任意の固定点である。 $g$  は次節で述べるような物理的意味をもっているので、格子領域だけでなく外部領域の電磁界においても  $g$  で表現し、その意味づけを行っている。

#### 4. 均一媒質内の電磁界

領域 1, 3 のような均一媒質であれば、式 (23) の小行列  $[p]$  は

$$[p] = [0] \quad (27)$$

であり、さらに、比誘電率の Fourier 展開は 0 次項のみであるので、式 (22) の小行列  $[\varepsilon_{ij}]$  は

$$[\varepsilon_{ij}] = \varepsilon_{ij}[\delta_{mn}] \quad (28)$$

となる。その結果、結合波方程式の係数行列  $C$  を構成する小行列はすべて対角行列となり、行列  $C$  に関する  $4(2M + 1)$  次元の行列固有値問題は、4次元の正方行列  $C_m^u$

$$C_m^u = \begin{pmatrix} \frac{q_m \varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} & \frac{q_m^2}{\varepsilon_{xx}} - 1 & \frac{q_m \varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xx}} & -\frac{q_m s_m}{\varepsilon_{yx} s_m} \\ \frac{\varepsilon_{yx} \varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} - \varepsilon_{xx} + s_m^2 & \frac{\varepsilon_{xx}}{q_m \varepsilon_{yx}} & \frac{\varepsilon_{yx} \varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xx}} - \varepsilon_{yz} - s_m q_m & \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yx} s_m} \\ \frac{s_m \varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} & \frac{s_m q_m}{\varepsilon_{xx}} & \frac{s_m \varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xx}} & -\frac{s_m^2}{\varepsilon_{xx}} + 1 \\ -\frac{\varepsilon_{zx} \varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} + \varepsilon_{zy} + q_m s_m & -\frac{\varepsilon_{zx} q_m}{\varepsilon_{xx}} & -\frac{\varepsilon_{zx} \varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xx}} + \varepsilon_{zz} - q_m^2 & \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zx} s_m} \end{pmatrix} \quad (29)$$

の固有値問題を  $m = -M \sim +M$  まで  $(2M + 1)$  回繰り返すことによって求められる。

求められた行列  $T$  を構成する小行列はすべて対角行列であるので、固有値  $\kappa_m$  は平面波の  $x$  軸方向の伝搬定数になる。従って、式 (26) の列ベクトル  $g$  の要素  $g_m$  は、伝搬定数  $\kappa_m$  に対応する平面波の複素振幅を表していることになり、 $\kappa_m$  のもつ符号から  $x$  軸方向の伝搬方向が判る。TE 波, TM 波の伝搬方向別の次数順に配列された伝搬定数  $\kappa$

$$\kappa = \underbrace{[{}^E \kappa_{-M}^+ \cdots {}^E \kappa_{+M}^+]}_{\text{(前進 TE)}} \underbrace{[{}^M \kappa_{-M}^+ \cdots {}^M \kappa_{+M}^+]}_{\text{(前進 TM)}} \underbrace{[{}^E \kappa_{-M}^- \cdots {}^E \kappa_{+M}^-]}_{\text{(後進 TE)}} \underbrace{[{}^M \kappa_{-M}^- \cdots {}^M \kappa_{+M}^-]}_{\text{(後進 TM)}}^t \quad (30)$$

に従って、振幅ベクトル  $g$  の要素  $g_m$  は、

$$g = \underbrace{[{}^E g_{-M}^+ \cdots {}^E g_{+M}^+]}_{\text{(前進 TE)}} \underbrace{[{}^M g_{-M}^+ \cdots {}^M g_{+M}^+]}_{\text{(前進 TM)}} \underbrace{[{}^E g_{-M}^- \cdots {}^E g_{+M}^-]}_{\text{(後進 TE)}} \underbrace{[{}^M g_{-M}^- \cdots {}^M g_{+M}^-]}_{\text{(後進 TM)}}^t \quad (31)$$

のような伝搬方向別の次数順に並べることができる。

さらに、等方性媒質の場合 ( $\varepsilon_{ij} = \varepsilon$  ( $i = j$ )),  $\varepsilon_{ij} = 0$  ( $i \neq j$ )) は、結合波方程式の係数行列  $C_m^u$  の固有値の列ベクトル  $\kappa$  及び対角化行列  $T$  は、次のような閉じた表現が可能となる。

$${}^E \kappa_m^\pm = {}^M \kappa_m^\pm = \mp \xi_m, \quad \xi_m = \sqrt{\varepsilon - q_m^2 - s_m^2} \quad (32)$$

$$T = \begin{pmatrix} [s] & \frac{[\xi][q]}{\sqrt{\varepsilon}} & -[s] & \frac{[\xi][q]}{\sqrt{\varepsilon}} \\ [\xi][s] & [q]\sqrt{\varepsilon} & [\xi][s] & -[q]\sqrt{\varepsilon} \\ -[q] & \frac{[\xi][s]}{\sqrt{\varepsilon}} & [q] & \frac{[\xi][s]}{\sqrt{\varepsilon}} \\ [\xi][q] & -[s]\sqrt{\varepsilon} & [\xi][q] & [s]\sqrt{\varepsilon} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$[\xi] = [\delta_{mn} \xi_m], \quad [q] = \left[ \frac{\delta_{mn} q_m}{\sqrt{q_m^2 + s_m^2}} \right], \quad [s] = \left[ \frac{\delta_{mn} s_m}{\sqrt{q_m^2 + s_m^2}} \right] \quad (34)$$

ここで、固有値  $\kappa_m$  の添字 +, - はそれぞれ  $+x, -x$  軸方向の伝搬波を、添字  $E, M$  はそれぞれ TE 波, TM 波を示す。但し、 $m < 0$  で  $Re\{s_m\} > 0$  に対しては  $Im\{s_m\} > 0$  の improper 波を選ばなければならない<sup>[17]</sup>。

## 5. 導波問題の解法

領域間の境界面  $x = x_i (i = 1, 2)$  での境界条件としては、空間高調波展開法による接線成分を表す電磁界の展開係数ベクトル  $P(x)f(x)$  の連続性、すなわち

$$f_1(x_1) = P(x_1)f_2(x_1), \quad P(x_2)f_2(x_2) = f_3(x_2) \quad (35)$$

$$P(x) = \begin{pmatrix} [\hat{p}(x)] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\hat{p}(x)] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\hat{p}(x)] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\hat{p}(x)] \end{pmatrix}, \quad [\hat{p}(x)] = [\delta_{mn} \exp\{-jp_m x\}] \quad (36)$$

が要求される。

また、導波問題では領域1, 3からの入射波が無いので、

$$g_1^- = g_3^+ = [0 \cdots 0 \cdots 0 \quad 0 \cdots 0 \cdots 0]^t \quad (37)$$

となる。

上式(35),(37)の条件より、次式の線形方程式が導出される。

$$T_1 \begin{pmatrix} g_1^+(x_1) \\ [0] \end{pmatrix} = P(x_1)T_2 \begin{pmatrix} [\delta_{mn} \exp\{j\kappa_{2,m}^+(x_1 - x_2)\}] & [0] \\ [0] & [1] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_2^+(x_2) \\ g_2^-(x_1) \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$P(x_2)T_2 \begin{pmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn} \exp\{-j\kappa_{2,m}^-(x_1 - x_2)\}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_2^+(x_2) \\ g_2^-(x_1) \end{pmatrix} = T_3 \begin{pmatrix} [0] \\ g_3^-(x_2) \end{pmatrix} \quad (39)$$

ここで、未知数には  $g_1^+(x_1)$ ,  $g_2^+(x_2)$ ,  $g_2^-(x_1)$ , 及び  $g_3^-(x_2)$  を選択し、数値計算上のオーバーフローの問題を回避している<sup>[8]</sup>。従って、式(38),(39)を整理すると、規格化伝搬定数  $s_0$  を決定する次の特性方程式

$$\det.[W] = 0, \quad [W] \begin{pmatrix} g_1^+(x_1) \\ g_2^+(x_2) \\ g_2^-(x_1) \\ g_3^-(x_2) \end{pmatrix} = [0] \quad (40)$$

が与えられる。

$z$ 軸方向に対して  $yz$ 平面内の伝搬角  $\theta$  で伝搬する波の  $y$ 軸方向の規格化位相定数  $Re\{q_0\}$  は、 $z$ 軸方向の規格化位相定数  $Re\{s_0\}$  によって次のように表される。

$$Re\{q_0\} = Re\{s_0\} \tan \theta \quad (41)$$

従って、式(40)の  $[W]$  は複素数  $s_0$  の関数であるので、2次元のニュートン法等の反復計算法により、式(41)の束縛条件を満たしながら複素平面  $s_0$  上で  $\det.[W] = 0$  を探索することになる。

伝搬角 $\theta$ で伝搬する波の位相速度方向に関する位相定数 $\beta$ は、 $y, z$ 軸方向の規格化位相定数  $Re\{q_0\}$ ,  $Re\{s_0\}$  によって次のように表される。

$$\beta/k_0 = \sqrt{Re\{q_0\}^2 + Re\{s_0\}^2} \quad (42)$$

また、洩れ波が存在する場合、減衰定数 $\alpha$ は  $z$ 軸方向の規格化減衰定数  $Im\{s_0\}$  を用いて

$$\alpha/k_0 = -Im\{s_0\} \quad (43)$$

と定めることにする。

### 6. 数値計算例

数値例としては、領域1が空気、領域2, 3が  $LiNbO_3$  で構成され、音響波によって誘電率変調型の周期構造が領域2に形成された異方性スラブ導波路を取り上げる。格子ベクトルの方向は、図2に示すように  $z$ 軸方向に固定した場合 ( $p = 0, q = 0$ )、すなわち規格化格子ベクトル  $n_K = i_z s$  ( $n_K = \lambda/\Lambda = \lambda/\Lambda_z$ ) の場合についてのみ解析を行った。また、領域2のフィルム層の厚みはすべて  $d = 3.0\lambda (= x_1 - x_2)$  とした。

最初に、光軸が  $x$  軸方向に一致している場合についての伝搬特性を図3, 4, 5に示す<sup>[18]</sup>。各領域の比誘電率は次の値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 \\ \hat{\epsilon}_2 &= \begin{pmatrix} 4.880 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 5.272 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 5.272 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0.0 & 3.505 & 0.0 \\ 3.505 & 0.0 & 1.567 \\ 0.0 & 1.567 & 0.0 \end{pmatrix} \cos(n_K z) \\ \epsilon_3 &= \begin{pmatrix} 4.840 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 5.230 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 5.230 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

ここで、 $\delta$ は変調度を示している。

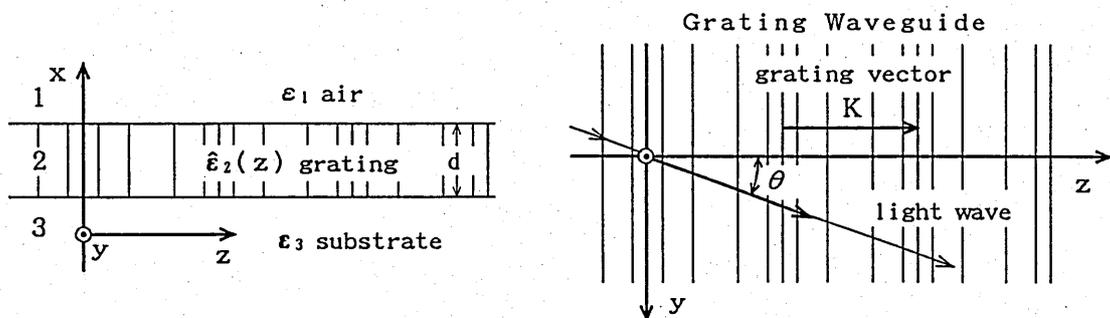
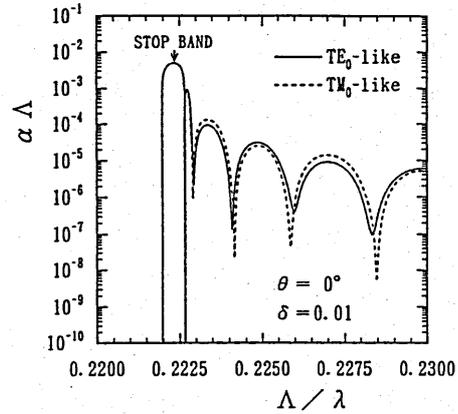
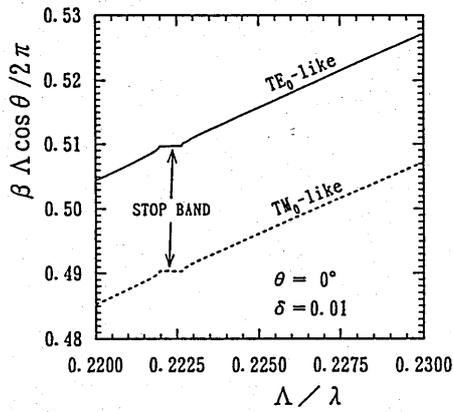


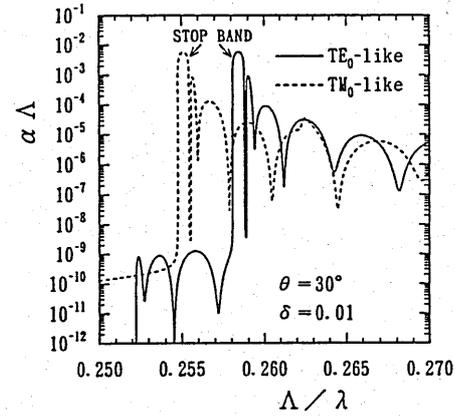
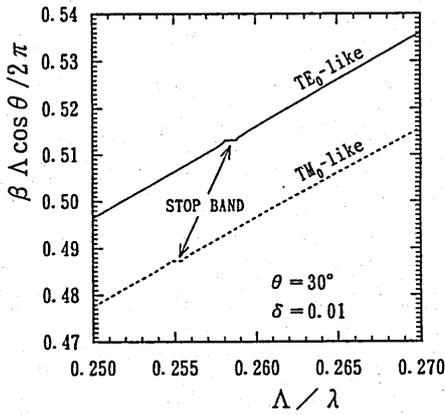
図2 斜め伝搬波 (格子ベクトルが  $z$ 軸方向に一致している場合)



(a) 位相定数

(b) 減衰定数

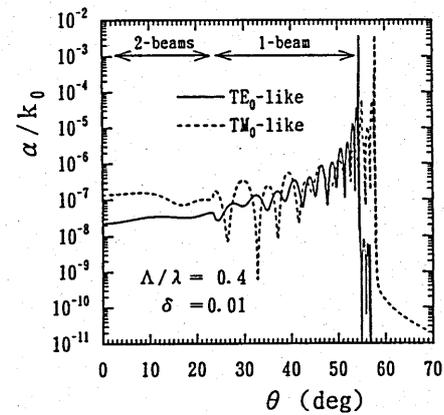
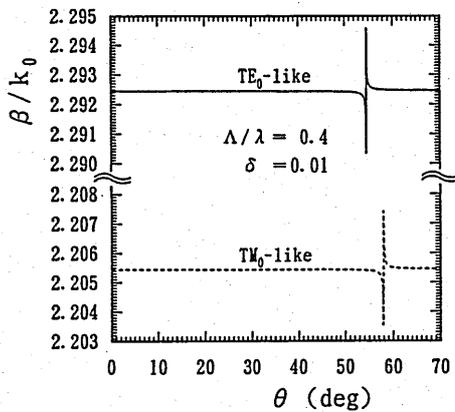
図3 伝搬角  $\theta = 0^\circ$  における格子の周期  $\Lambda/\lambda$  に対する伝搬特性



(a) 位相定数

(b) 減衰定数

図4 伝搬角  $\theta = 30^\circ$  における格子の周期  $\Lambda/\lambda$  に対する伝搬特性



(a) 位相定数

(b) 減衰定数

図5 格子の周期  $\Lambda/\lambda = 0.4$  における伝搬角  $\theta$  に対する伝搬特性

図3, 4は, 伝搬角 $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$ のときの格子の周期 $\Lambda/\lambda$ に対する伝搬定数の特性である。このときのSTOP BANDは,  $\epsilon_{xy}(\epsilon_{yx})$ と $\epsilon_{yz}(\epsilon_{zy})$ の変調に基づくTE波とTM波との結合によって生じている。また, 洩れ波領域では, TE<sub>0</sub>-likeモードはTM波を, TM<sub>0</sub>-likeモードはTE波を主に放射している。TE波間及びTM波間どうしの結合は非常に小さいが, 斜め伝搬の時の図4(b)においてTE<sub>0</sub>-likeモードは $\Lambda/\lambda = 0.258$ 以下にTE波間, TM<sub>0</sub>-likeモードは $\Lambda/\lambda = 0.2625$ 付近にTM波間の結合による減衰定数の変化が見られる。

図5は, 格子の周期 $\Lambda/\lambda = 0.4$ のときの伝搬角 $\theta$ に対する伝搬定数の変化である。この図から, 格子の周期は一定でも伝搬角の変化によって, 空気層と基板層への2-beams, 基板層のみへの1-beam放射の洩れ波領域及びブラッグ領域に移り変わることが判る。

また, 次の例でも見られるように, -1次高調波の放射が基板層のみのときに格子の周期 $\Lambda/\lambda$ あるいは伝搬角 $\theta$ の変化に対して減衰定数が激しく変化する様子が判る。

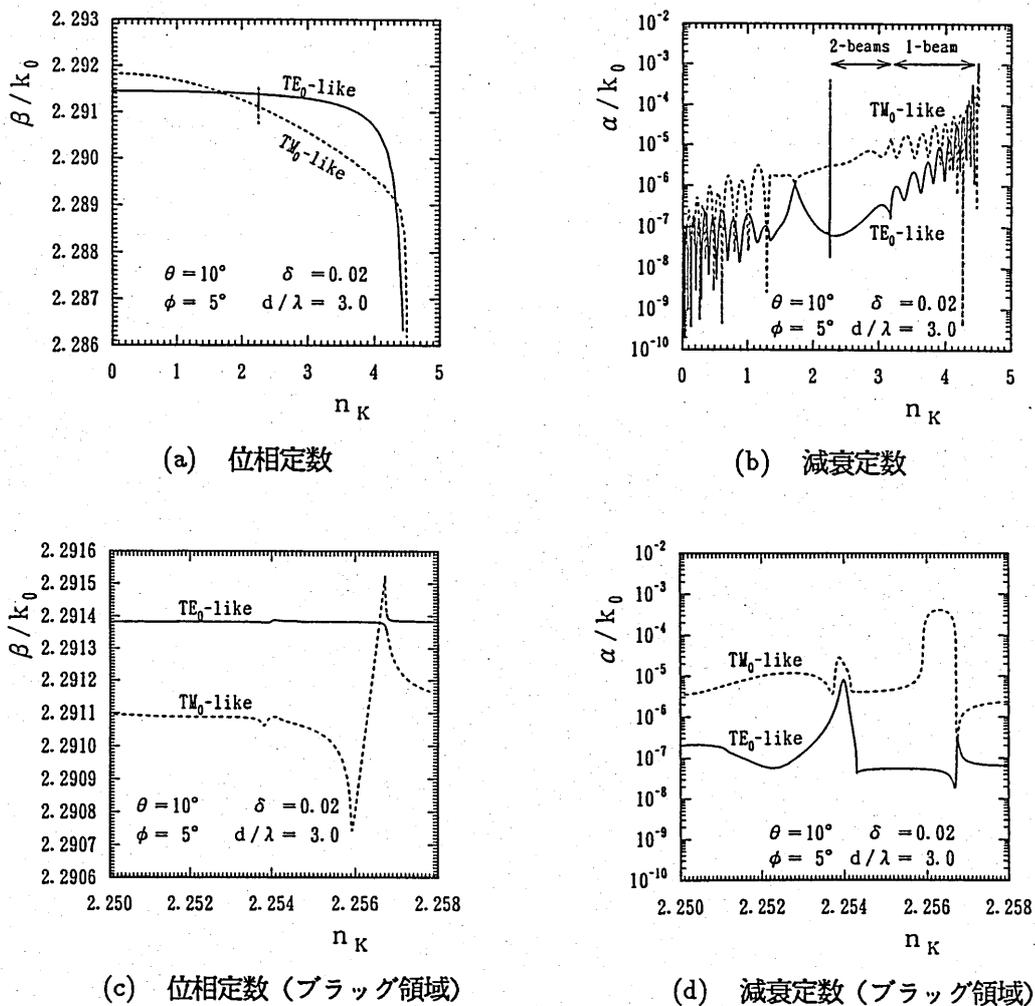


図6 伝搬角 $\theta = 10^\circ$ における格子の周期 $n_K$ に対する伝搬特性

次の例として、光軸が  $yz$  平面内で  $z$  軸から  $y$  軸方向に向かって  $\phi = 5^\circ$  傾けた場合についての格子の周期  $n_K (= \lambda/\Lambda)$  に対する伝搬特性を図6に示す。<sup>[16]</sup> このときの比誘電率は次に示すとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 \\ \hat{\epsilon}_2 &= \begin{pmatrix} 5.270 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 5.267 & -0.034 \\ 0.0 & -0.034 & 4.883 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0.0 & -4.715 & 12.70 \\ -4.715 & 0.0 & 0.0 \\ 12.70 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \cos(n_K z) \\ \epsilon_3 &= \begin{pmatrix} 5.230 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 5.227 & -0.034 \\ 0.0 & -0.034 & 4.843 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

また、このとき伝搬角は  $\theta = 10^\circ$  としている。同図 (a), (b) より、 $n_K$  の値が小さくなるにつれ、1-beam, 2-beams, 2 次の STOP BAND, さらに 3-beams 以上の洩れ波状態と変化していく。同図 (c), (d) は、0 次伝搬波と -2 次高調波との結合による 2 次のブラッグ領域付近の拡大図である。この 2 次の STOP BAND では、 $n_K = 2.2563$  付近を中心にして TM 波間の結合、 $n_K = 2.254$  付近を中心にして TE 波間及び  $TM_0$ -like モードの TE 波との結合によって生じているものが現れている。また、 $n_K = 2.253$  付近が 2-beams 放射と 3-beams 放射の境界にあたるため、STOP BAND の減衰定数の変化を複雑にしている。また、 $n_K = 1.7$  及び  $2.2568$  付近で  $TE_0$ -like と  $TM_0$ -like の間でモード変換が生じている。特に、後者は  $TM_0$ -like モードの STOP BAND 幅が広いことによって生じている。

なお、1 次のブラッグ領域は変調度が大きいためにカットオフとなり、探索するには困難であった。

## 7. むすび

減衰定数が最大となりうる方向を基準にして、光軸、位相速度、及び格子ベクトルの方向が任意である一般的な異方性スラブ導波路の解析手法の定式化を行った。数値解析例では、1 次及び 2 次のブラッグ領域についての斜め伝搬による特性の変化を示した。また、洩れ波については、伝搬方向と格子ベクトルのなす交角により、放射する高調波の数及びその放射方向 (3 次元) を変えることができる。したがって、1 つの周期構造導波路において様々な特性を有することになる。

今後、任意形状のレリーフ型格子も含めて格子ベクトルが任意の 3 次元方向に向いた一般的な構造についての数値計算を行っていく。

### 参考文献

- [1] E.N.Glytsis and T.K.Gaylord: Appl. Opt., 27, pp.5031(1988).
- [2] D. Marcuse: IEEE J. Quantum Electron, QE-11, pp.759 (1977).
- [3] K. Araki and T. Itoh: IEEE Trans. Microwave theory Tech., MTT-29, pp.911 (1981).
- [4] S. Erkin, N.S. Chang, H. Maheri and M. Tsutsumi: IEEE Trans. Microwave theory Tech., MTT-36, pp.568 (1988).
- [5] K. Rokushima and J. Yamakita: J. Opt. Soc. Am., 73, pp.901 (1983).
- [6] R. Petit and G. Tayeb: SPIE Proc., 815, pp.11 (1987).
- [7] E. N. Glytsis and T. K. Gaylord: J. Opt.Soc. Am.,A4, pp.2061 (1987).
- [8] 山北, 松本, 森, 六島: 信学論 (C-I), J73-C-I, pp.1 (1990).
- [9] J. Yamakita, K. Matsumoto and K. Rokushima: SPIE Proc., 1319, ICO-15, pp.337 (1990).
- [10] K. Wagatsuma, H.Sakai, and S. Saito : IEEE J. Quantum Electron, QE-15, pp.632 (1979).
- [11] J. Van Roey, and P. E. Lagasse : Appl. Opt., 20, pp.423(1981).
- [12] G. I. Stegeman, D. Sarid, J. J. Burke, and D. G. Hall : J. Opt. Soc. Am.71, pp.1497 (1981).
- [13] S. T. Peng: J. Opt. Soc. Am., A6, pp.1869 (1989).
- [14] 松本, 六島: 電学研資, EMT-91-115 , pp.41 (1991).
- [15] Jin Li, J. Yamakita and K. Rokushima: Proc. of OFSET'90, EMT-90-110, pp.115(1990).
- [16] 金, 山北, 沢, 松本, 六島: 電学研資, EMT-91-116, pp.51 (1991).
- [17] R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds: Antenna Theory, part 2. McGraw-Hill, Chapter 19 (1969).
- [18] K. Rokushima, J. Yamakita and S. Mori: SPIE Proc., Vol.815, pp40 (1987).

輻射科学研究会特別講演資料

RS91 - 18

1992年3月6日

# 最近のマイクロ波誘電体・磁性体デバイスの 基礎的性質と開発への展開

ユニデン株式会社

小西良弘

輻射科学研究会

**最近のマイクロ波誘電体・磁性体デバイスの  
基礎的性質と開発への展開**

## 目 次

〔1〕 まえがき .....	1
〔2〕 誘電体デバイス .....	2
2-1. 基礎的な性質 .....	2
(1) $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$ に小形化できる	
(2) 磁氣的壁が得やすい	
(3) 異なる誘電率をもつ2つ以上の誘電体媒質を含んだ均一誘電体 導波路の性質	
2-2. 誘電体共振器とフィルタ .....	3
(1) 共振器の種類とQ値	
(2) 共振間の結合	
(3) 共振器と外部負荷との結合	
2-3. 平行3線路の応用 .....	21
2-4. 誘電体導波回路に必要な基礎的概念 .....	24
(1) イメージ誘電体共振器のQ値	
(2) 誘電体導波管の励振インピーダンス	
(3) 誘電体導波管回路の等価回路	
〔3〕 フェリ磁性体デバイス .....	27
3-1. 非可逆回路 とくにサーキュレータ,アイソレータの基礎的 特性 .....	27
(1) テンソル透磁率と非可逆性比帯域幅との関係	
(2) 挿入損失と帯域幅との関係	
(3) 小形化とデバイス特性との関連	
3-2. 方向性減衰器 .....	28
3-3. 静磁波と静磁モード .....	28
(1) 静磁波を伝播するフェリ磁性体の構造	
(2) 静磁波のもつ種々の基本的特性	
(イ) 静磁波の伝播損失	
(ロ) 可変位相特性と伝播損失	

(ハ) 静磁波共振器のQ値	
(ニ) 非線形効果	
(3) 静磁波及び静磁モードのデバイスへの応用としての評価	
(イ) 共振器	
(ロ) フィルター	
(ハ) FM変調器	
(ニ) MSSWによるSNエンハンサ	
3-4. フェライトの損失項とその応用	50
[4] 今後の課題	52

[ 附録1 ] 金属壁で囲まれた共振器の中に誘電体を充てんして小形 化した共振器のQ値	1
[ 附録2 ] 均一導波路を用いた共振器のQ値	3
[ 附録3 ] 非対称平行2線路からなる4開孔回路において、対角線 上にある2つの開孔が開放されたとき、残りの2開孔か らなる回路の回路定数と等価回路	7
[ 附録4 ] 断面が対称面をもつ3平行線路からできた6開孔回路に 於て、3開孔を開放したとき、残りの3開孔の回路行列 と等価回路	12
[ 附録5 ] フェリ磁性体中の静磁波の伝播損失	19
[ 附録6 ] 位相変調を行ったときの歪	28

[ 文献 ]

# 最近のマイクロ波誘電体・磁性体デバイスの 基礎的性質と開発への展開

## [1] まえがき

最近では高誘電率・低損失な誘電体セラミックスや、 $\Delta H$ の小さなフェリ磁性体薄膜などが得られるようになり、その応用デバイスの開発や研究がなされている。とくに移動体通信の小形化や低廉化にともなってこの分野のデバイスの開発力が必要であろう。一般に新しいデバイスを生み出す場合、次のステップが最も重要であり有利である。

- (1) 材料としてまたそれを用いたデバイスとして、どんな基礎的性質をもつか？また、その基礎的性質の理論的境界はどうか？をできる限り把握することが有利である。

例えば共振器の $Q$ の限界値、非可逆回路の帯域巾と損失との関係、静磁波を用いた遅延線路の各モードに関する伝播損失、他いろいろある。

- (2) この基礎的性質を用いて新しく考え出されたデバイスの評価に当り、上記の理想的限界値に対して、実際のデバイスの理論的境界値はどうか。

例えば、非可逆素子の場合の帯域巾は上記の理想値に非可逆充てん率を乗じただけ劣化する。従って発想過程では充てん率を高める構造が必要である。

デバイスの開発に当っては、当然目的によって変る。

例えば多少の損失を義せいにして小形化を目的とする場合には、大きさと損失との関係（フィルターやサーキュレーターの場合）や、また電子制御デバイスの場合には、可変電圧と制御電圧、電力との関係の限界の把握をつきつめる事が有利である。

- (3) 他のデバイスとの比較によるメリット（目的に関して）を検討しなければならない。

例えば大きさ、特性（損失、帯域巾、許容電力、温度特性など）、価格などである。他のデバイスとして例えば、フィルターの場合には $LC$ フィルター、 $MIC$ フィルター、 $SAW$ フィルターなどあり、また可変位置、可変周波数可変遅延素子などの場合にはバラクター回路と磁性体回路との比較などがある。

そこで本稿ではまず誘電体デバイスと磁性体デバイスの基本に用いられている種々の基礎的性質と、可能な限り、その理論値を見極め、それらがどのように実際デバイスに導入され、また将来導入される可能性があるかについて、幾つかの例について述べる。そして最後にデバイス開発面より見た材料の特性や、デバイス製造面上の課題と要求を述べる。

## [2] 誘電体デバイス

### 2-1 基礎的な性質<sup>(1)</sup>

- (1)  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に小型化できる。(  $\epsilon_r$  は誘電体の非誘電率 )
- (2) 磁気的な壁が得やすい。これはモードのトラップに関与する。一般に高誘電率誘電体と空気との境界面に平行な電界を有するモードは誘電体中にエネルギーが大部分トラップされ、また垂直な電界を有する場合には、空気中に大部分のエネルギーをもつからである。この性質の応用として次のような例がある。
  - (イ) 誘電体共振器
  - (ロ) イメージによる小形化  
(例  $\frac{\lambda}{4}$  誘電体同軸共振器は  $\frac{\lambda}{2}$  誘電体同軸共振器のイメージである。)
  - (ハ) 誘電体 TE<sub>0</sub> 導波管の端面を開放面にし、その面上に形成された金属パターンによるアンテナで導波管を励振する<sup>(2)</sup>。
  - (ニ) 誘電体導波管の断面に平行な外周に沿って金属部を取り除く事により導波管を切り離す事ができる。また切り離される導波管の間隔によって両導波管の結合を調整できる<sup>(2)</sup>。
- (3) 異なる誘電率をもつ2つ以上の誘電体媒質を含んだ均一誘電体導波路は次のような性質を持つ。
  - (イ) 異なるモードに対する位相定数を変えうる。  
例えば、図6(a)または(b)の2ヶの中心導体の中央にある対称面付近に空気層をもうけると、偶モードでは実効誘電率は変化しないが、奇モードでは実効誘電率は小となる。一方、単位長当りのインダクタンスは空気層を設けても変化しないために、結局奇モードの位相定数は小さくなり、従って奇モードの共振周波数は高くなる。従って2ヶの共振器は結合する。
  - (ロ) 異なる誘電率をもつ媒質の境界面上に円偏波が発生する。  
応用例として同軸線路の中に断面の半分だけ誘電体を充てんして出来る均一導波路を考えると、誘電体と空気層との境界面に円偏波成分が発生する。従って例えば、境界面にフェライトをおき、そのフェライトに外部直流磁界を同軸の軸方向に加えるならばアイソレーターなどの非可逆素子ができる。

## 2-2 誘電体共振器とフィルター<sup>(1)</sup>

### (1) 共振器の種類と Q 値

#### (イ) 誘電体線路モードを用いた共振器

よく用いられるものに  $TE_{010}^0$ ,  $TM_{010}^0$ ,  $EH_{110}^0$ ,  $HE_{110}^0$ ,  $TM_{110}^0$  モードがある<sup>(2)</sup>。とくに  $HE_{11}^0$  モード及び  $TM_{11}^0$  モードは直交した縮退モードがあるので、これらを用いて小形化した楕円形フィルタが報告されており<sup>(3)(4)(5)(6)(7)</sup>、また文献(5)(6)の構造を一体化改良したものも報告されている<sup>(8)</sup>。さて誘導体共振器はその比誘電率  $\epsilon_r$  が、 $\epsilon_r \gg 1$  である場合、大部分のエネルギーが誘電体の中にある為、誘電体の Q 値が高いと小形になる上 Q の高い共振器が得られる。然し空間中に放射する電力による Q 値の変化があるから遮へい箱にいれて用いる。例えば円筒形誘電体共振器の場合、上下の面に平行な遮へい板をおくと、軸方向に指数的に減衰した波が遮へいするに当って導体損を生じる  $P_{rad}$  と、誘電体の半径方向に向う電磁波の放射損もしくはその放射電波を反射させる円周上の金属板上の導体損にもとづく  $P_r$  とからなる。

そしてこれらの値は種々に計算されており、例えば  $TM_{010}^0$  モードについては文献(9)に求められている。いまこれをモードのモデルで以下考察して見よう。

半径方向にむかう電磁波は 2 枚の平行板を半径方向にむかう放射状線路となる為、平行板に垂直な電界成分  $E_z$  が

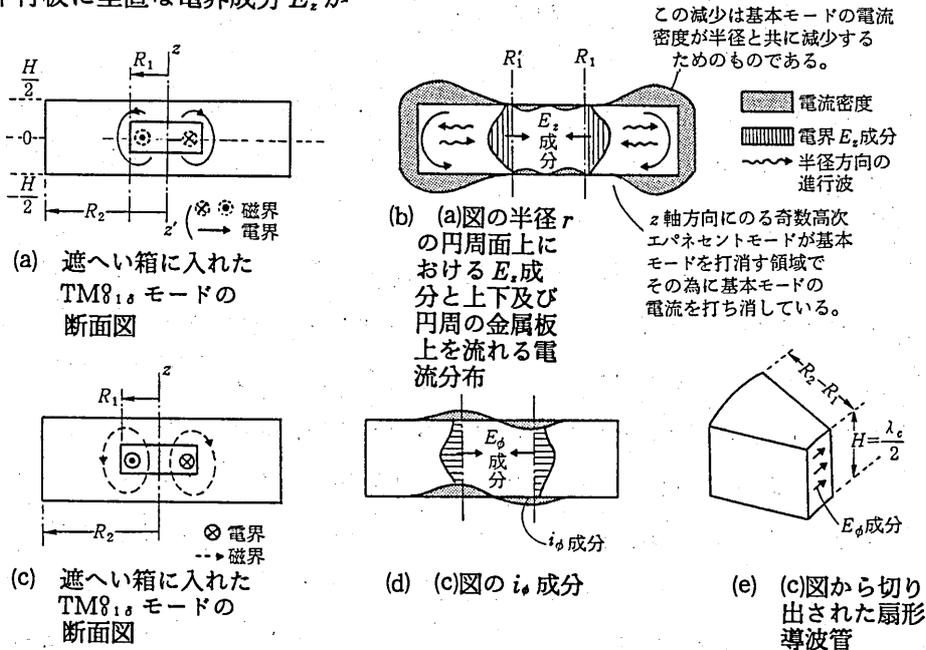


図1  $TM_{010}^0$  及び  $TE_{010}^0$  誘電体共振器を遮へい箱に入れたときの電流分布

$$\frac{1}{H} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} E_z dz = \tilde{E}_{z,1}$$

の成分をもつ場合、これは放射状線路の  $E$ -type モードの基本波 ( $E_{0,0}$  type モード) を励起し、この遮断周波数はゼロであるために放射状に伝播する。従って2枚の平行板の間を更に短絡する遮へい板が必要になる。

例えば  $TM_{0,1}$  モードを遮へい金属板に入れた構造を図1(a)に示す。この場合、 $Z$ 軸方向のエバネセント波はやはり  $TM$  モードのエバネセント波となるから電界のエネルギーが支配的であるので  $P_{rad}$  は小さく、一方  $E_z$  成分を  $-\frac{H}{2}$  の範囲で積分した上式の値は有限値  $\tilde{E}_z$  をもつため、上述の如く半径方向の輻射は伝播波となる。従ってこれに基づく上下及び円周の金属板上の導体損  $P_z$  が大きくなる。さてこの導体損を支える上下の金属板上の電流  $i_r$  成分は図1(b)の如くなり半径  $r = R_1$  附近では小さい。これは  $\tilde{E}_z$  成分が図1(a)のモードからわかるように上下の金属板に近づくにつれて小さくなるから  $H_0 = \frac{\tilde{E}_z}{Z_m}$  ( $Z_m$  は半径方向を見た特性界インピーダンス) の関係で  $H_0$  も小さくなるためである。他の面から考察すると、 $E_z$  は

$$\frac{1}{H} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} E_z \cos \frac{\pi H}{2Z} \cdot dz = \tilde{E}_{z,2}$$

の成分をもち、これが  $Z$ 軸方向に1波のるエバネセント偶モード ( $Z=0$  の面を対称面にする) を励起する。そしてこれは上下の面で基本波を打ち消す方向に働くために  $r = R_1$  附近で電流が小さくなる。

このエバネセント波は、遮断波長  $\lambda_c$  が  $\lambda_c = H$  となるため ( $E_{0,2}$  type モード)  $\lambda \gg H$  の条件では  $r$  が大となるにつれて急激に減衰し、従ってその附近から急に上下の金属面の電流が増す。更に  $r$  が大となると、電流が放射状に散って行くことにより電流密度が再び減少する。その模様を図1(b)に示した。

以上の説明でわかるように電磁界エネルギーは誘電体以外に  $R_1 < r < R_2$  内の外側の空気中にも存在し、この量は、 $r < R_1$  内で上下の金属板と誘電体内の空気中のものよりも遙かに多い事も理解できよう。従って  $i_r$  成分が小さいうちは、外側の半径  $R_2$  を増せば  $Q$  は増大する。然し更に増せば放射状線路の基本モードが支配的となるからそれに基く導体損が増加する。従ってその途中に  $Q$  を最大にす

る最適な半径が存在するわけである。この計算結果も文献(3)に求められており、以上の物理的イメージを考えるとよく理解できよう。

次に  $TE_{0,1}^*$  モードの場合には、図 1(c)の如く、電界成分は  $E_z$  のみであるため上下の金属板と平行となるので、この波は放射状線路の  $H_{0,1}$  type 高次モードとなり、その遮断波長  $\lambda_c$  は  $\lambda_c = 2H$  となる。これは平行金属板に垂直で半径方向に平行な 2 枚の金属板をおいて出来る所の図 1(e)のような扇形導波管を考えると容易に理解できる。さてこの場合一般に  $\lambda \gg \lambda_c$  であるので半径方向に急速に減衰するエバネセント波となる。そしてこの減衰の程度は  $H$  が小さい程大となり、従って円周に沿っておかれた金属遮へい円筒状での導体損失は極めて小となる。一方、 $r < R_1$  の領域で、誘電体と上下の金属板間において  $Z$  軸にむかうエバネセント波は、やはり TE エバネセント波であるため、磁気的エネルギーが支配的である。従って、上下の金属板での導体損は、比較的大きくなる。いま上下の金属板上の電流  $i_s$  の成分を示すと図 1(d)の如くなる。

以上のべた例のように、まず、誘電体共振器のモードを考え、次に上下の平行金属遮へい板内での放射状線路の各種モードとの結合を考えれば、物理的イメージが明確になる。

その他の例として、 $HE_{1,1}^*$  モードの場合には、一つの直径方向に伝播しそれと直角な方向には伝播しない。つまり 8 の字形の放射特性を有することも容易に理解できる。以上のべたようなモードによるモデルを考えながら物理的イメージをとらまえたうえで、更に細い計算を計算域で行うことは、この種の新しいデバイス開発に有利である。

(ロ) 金属壁で囲まれた空洞共振器をその中に誘電体を充てんして小形化した共振器の Q 値

(a)  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に相似形で小形した場合の Q 値

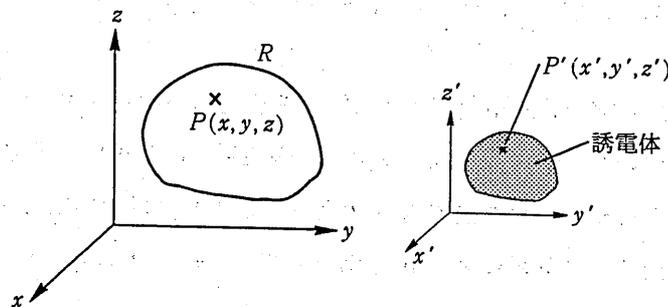


図 2

図2(a)の如き空洞共振器  $R$  と相似形の誘電体を用いその表面に金属膜をつけた共振器  $R'$  を考える。誘電体の比誘電率を  $\epsilon_r$  とすると、 $R'$  は  $R$  を寸法比にして  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  にすれば同じ共振周波数の共振器が得られる。〔附録 I 参照〕そして  $R$  内の電界及び磁界を  $\underline{E}(x, y, z)$  及び  $\underline{H}(x, y, z)$ ,  $R'$  内の電界及び磁界を  $\underline{E}'(x', y', z')$  及び  $\underline{H}'(x', y', z')$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}'(x', y', z') &= K_E \underline{E}(x, y, z) \\ \underline{H}'(x', y', z') &= K_H \underline{H}(x, y, z) \\ \frac{K_E}{K_H} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

で示せる。〔附録 1〕

いま  $K_H = 1$  を選んで、 $|H|^2$  を  $R$  中で  $|H'|^2$   $R'$  中で体積積分すると、前者は後者の  $\epsilon_r^{\frac{3}{2}}$  倍となる。これは  $R$  中のリアクティブエネルギーが  $R'$  中の  $\epsilon_r^{\frac{3}{2}}$  倍であることを示す。

また  $R$  及び  $R'$  の抵抗損失電力は、 $R$  及び  $R'$  の表面で  $|H|^2$  及び  $|H'|^2$  を夫々に表面積分すればよい。従って  $R$  中の損失電力は  $R'$  中のものに比べて  $\epsilon_r$  倍であることがわかる。

故に  $R$  の  $Q$  値を  $Q$ ,  $R'$  の  $Q$  値を  $Q'$  とすると、 $Q'$  は(2)式の如く求まる。

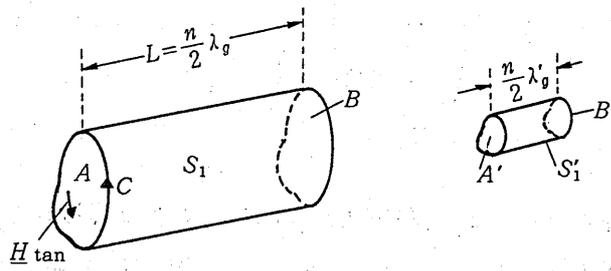
〔附録 I 参照〕

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Q} &= \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_R}, & \frac{1}{Q'} &= \frac{1}{Q'_c} + \frac{1}{Q'_e} + \frac{1}{Q'_R} \\ \frac{1}{Q} &= \frac{1}{Q'_c} + \frac{1}{Q_e}, & \frac{1}{Q'_c} &= \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{Q_c} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

〔但し、 $Q_c$  及び  $Q'_c$  は、 $R$  及び  $R'$  の金属面上の導体損に基づく  $Q$  値、 $Q_e$  及び  $Q'_e$  は誘電体の誘電体損に基づく  $Q$  値、 $Q_R$  及び  $Q'_R$  は輻射があったとき、輻射損に基づく  $Q$  値を示す。〕

(b)  $\frac{n}{2} \lambda g$  の均一導波路でできた共振器を誘電体小形した場合の  $Q$  値

図3の如く、長さ  $\frac{n}{2} \lambda g$  ( $\lambda g$ : 管内波長) の空洞均一導波路の両端  $A, B$  面を金属で短絡された共振器  $R$  を考える。この共振器は内部に  $\epsilon_r$  の比誘電率の誘電体を充てんする事により  $R$  と相似形で  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  の大きさに伝めても同じ共振周波数をもつことができ、この共振器を  $R'$  とすると、 $R'$  の  $Q_c$  値  $Q'_c$  は、



(a) 空洞導波路 (b) 誘電体を充てんした導波路

図3  $\frac{n}{2} \lambda_g$  導波路からできた共振器

$R$  の  $Q_c$  値  $Q_c$  の  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  になる事は (a)でのべた(2)式からわかる。

さて  $R$  の導波路の周囲の金属を  $S_1$  とし、両端面を  $A$  及び  $B$  とする。これに対応して  $R'$  の導波路の

周囲の金属を  $S'_1$  とし両端面を  $A'$  及び  $B'$  とすると、 $R$  の  $Q_c$  は、 $S$  面上の損失による  $Q$  値  $Q_1$  と  $A$  及び  $B$  面上の損失による  $Q$  値  $Q_2$  とからなり、これは次式の関係式で示すことができる。〔附録2参照〕

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2}$$

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{\alpha_1 \lambda_0^2}{\pi \lambda_g^2}, \quad \frac{1}{Q_2} = \frac{4 \lambda_0^2}{n \pi \lambda_g^2 Z_w \delta \cdot \sigma} = \frac{4 \delta}{n \lambda_g} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \cdot \frac{\zeta}{Z_w}$$

$\alpha_1$  は  $S$  面の損失に基く導波路の減衰定数

$\delta$  は表皮の厚さ、 $\sigma$  は導電率

$\lambda_0$  は無限媒質における波長

$Z_w$  は特性界インピーダンスで

(3)

$$TEM \text{ 波} : Z_w = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} = \zeta$$

$$TE : = \frac{\omega \mu}{\beta} = \frac{\omega \mu \lambda_g}{2 \pi}$$

$$TM : = \frac{\beta}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{2 \pi}{\epsilon_r \epsilon_0 \lambda_g}$$

の値を有する。

とくに  $TEM$  波の場合には,  $\lambda_0 = \lambda_g$ ,  $\zeta = Z_w$  となるから,

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{\alpha_1 \lambda_g}{\pi} \quad \frac{1}{Q_2} = \frac{2\delta}{L} = \frac{4\delta}{n\lambda_g} \quad (4)$$

となる。

(3)(4)式の  $Q_1$  に含まれる  $\alpha_1$  はまた(5)式で示される。これは導波路の進行波電力  $P$  の単位長当りの減衰量が  $2\alpha_1$  であることと, 減衰電力は金属面上の表皮抵抗に基づくジニール損である事からわかる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{R_s}{2P} \int_C |H_{tan}|^2 dc & R_s &= \frac{1}{\sigma \delta} \\ & & \delta &= \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$R_s$  は表皮抵抗  
 $P$  は導波路の進行波電力  
 $H_{tan}$  は  $S$  面上の磁界

であるから(5)を(3)式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q_1} &= \frac{\zeta \int_C |H_{tan}|^2 dc}{2 \iint_S Z_w |H_t|^2 ds} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) \frac{\lambda_0}{\pi \sigma \delta \zeta}, & \left[ \begin{array}{l} S: \text{断面} \\ H_t: H \text{の断世面成分} \end{array} \right] \\ &= \frac{\zeta \int_C |H_{tan}|^2 dc}{2 Z_w \iint_S |H_t|^2 ds} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) \delta \end{aligned} \quad (6)$$

となり, また  $TEM$  モードでは  $\lambda_0 = \lambda_g$ ,  $H_{tan}$  は軸と垂直になる事, また  $P = |I|^2 Z$  [ $Z$  は特性インピーダンス] を考慮して(7)式をうる。

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{\delta}{2} \frac{\int_C |H_t|^2 dc}{|I|^2} \frac{\zeta}{2} \quad (7)$$

以上をまとめて一般に  $Q$  は(6)式の  $Q_1$  と(3)式の  $Q_2$  より示され, また  $TEM$  波の場合は, (7)式の  $Q_1$  と(4)式の  $Q_2$  とより求める事ができる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Q_c} &= \frac{\delta}{2} \frac{\zeta \int_C |H_{tan}|^2 dc}{2 \iint_S |H_t|^2 ds} \frac{\zeta}{Z_w} \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right) + \frac{4\delta}{n\lambda_g} \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \frac{\zeta}{Z_w} \\ & \quad \text{[一般式]} \\ \frac{1}{Q_c} &= \frac{\delta}{2} \frac{\int_C |H_t|^2 dc}{|I|^2} \frac{\zeta}{Z} + \frac{4\delta}{n\lambda_g} \\ & \quad \text{[TEM波]} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。(8)式をもとにして  $\epsilon_r$  の影響、周波数の影響、外径の影響などわかる。

(i)  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に縮小した場合 (図3)

$\frac{\int |H_{\tan}|^2 dc}{\iint |H_t|^2 ds}$  は長さの縮小率  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  になる。一方遮断周波数は変わらない

いから  $\frac{\zeta}{Z_w}$ ,  $\frac{\lambda_0}{\lambda_g}$  は不変である。

従って、

$$Q_1' = \frac{Q_1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (9)$$

となる。これは長さ  $L$  が無限大に近づいた時の共振器  $R_1$  を考えると、 $Q_2 \gg Q_1$  となるので  $Q = Q_1$  となり、従って(a)でのべた(2)式から直ちに(9)式が得られる事からも理解できる。

次に  $Q_2'$  においては  $\lambda_g$  が  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  になることと  $\frac{\lambda_0}{\lambda_g}$ ,  $\frac{\zeta}{Z_w}$  とを考慮して

$$Q_2' = \frac{Q_2}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (10)$$

となり、従って

$$Q_c' = \frac{Q_c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (11)$$

となる。(11)式は(a)の(2)式から当然の事である。

(ii) 外径が同じで周波数が高くなった場合

周波数が高くなると、同一モードでも管内波長  $\lambda_g$  は  $\lambda_0$  に近ずき従って  $\lambda/Z_w \rightarrow 1$ ,

$\frac{\int |H_{\tan}|^2 dc}{\iint |H_t|^2 ds}$  も一定値に近づくように変化する。

然し簡単に傾向を見るため、これらの項の変化を無視すると  $\delta$  が  $\frac{1}{\sqrt{f}}$  で減少するため、 $Q_c$  は  $\sqrt{f}$  で大となる。一方  $Q_2$  は上記の仮定ではほぼ変化しない。これは  $\delta$  も  $\lambda_g$  も  $\frac{1}{\sqrt{f}}$  に比例するからである。

従って  $Q_1$  と  $Q_2$  との合成からなる  $Q_c$  は  $f$  の増加と共に大となるが、更に  $f$  が増加すると  $Q_2$  の値に近づく。

TEMモードの場合には、(8)式の $\zeta$ 、 $Z$ は $f_1$ に無関係で、 $\zeta/Z_w = 1$ 、 $\lambda_0/\lambda = 1$ であることより

$$Q_1 \propto \frac{1}{\sqrt{f}} \quad Q_2 = \text{一定} \quad (12)$$

となる。

(iii) 断面寸法 $D$ が大きくなった場合

(ii)と同じように、同じモードでも $D$ が大きくなると一般に遮断周波数は高くなり、従って

$\frac{\zeta}{Z_w}$ 、 $\frac{\lambda_0}{\lambda_g}$ も変化するが、簡単のためにこの変化を考えない場合には、

$$\frac{\int_c |H_{tan}|^2 dc}{\int_s |H_t|^2 ds} \text{ は } D \text{ に逆比例するため}$$

$Q_1$ は $D$ の拡大とともにほぼ比例して大となる。また上記の概定では $Q_2$ はほぼ変化しない。

TEM波の場合には、上記の概定は全く正しくなるので、

$$Q_1 \propto D, \quad Q_2 = \text{一定} \quad (13)$$

[ $D$  : 導波路の断面寸法]

となる。以上は全て $Q_c$ についてのべたが、 $Q$ 値は当然(2)式によって $Q_c$ 及び $Q_R$ も考慮しなければならない。

[実例]  $\frac{1}{4}$ 波長同軸誘電体共振器の $Q$ 値

同軸の外径及び中心導体の直径を夫々 $2b$ 及び $2a$ とすると、夫々の導体表面の磁界 $H_t$ は $\frac{I}{2\pi b}$ 及び $\frac{I}{2\pi a}$ となる。〔但し $I$ は電流〕これを(8)式〔TEM波の式〕に代入すると

$$\frac{\int_c |H_t|^2 dc}{|I|^2} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$

$$\text{となる。また } Z = \frac{\zeta}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

の関係を用いると、

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{\delta}{2} \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}{\ln \frac{b}{a}}$$

となる。いま  $\frac{1}{2}$  波長両端短絡共振器と  $\frac{1}{4}$  波長片方短絡共振器との  $Q$  値は等しいから、 $Q_2$  は(8)式で  $n=1$  とすればよい。即ち

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{4\delta}{\lambda_g} = \frac{\delta}{l}$$

[但し  $\frac{\lambda_g}{4} = l$  とした]

となる。また同軸の開放面の電界は偶モードなる故輻射損はない。従って  $Q$  は

$$\frac{1}{Q} = \frac{\delta}{2} \left( \frac{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}{\ln \frac{b}{a}} + \frac{2}{l} \right) + \frac{1}{Q_e} \quad (14)$$

となる。

$\epsilon_r = 20, 40, 90$  について  $Q_c$  と  $f$  との関係を示すと図4の如くなる。 $f$  が大となる程  $Q_c$  の増大率が鈍るのは短絡面における損失のためであり、この影響は  $\epsilon_r$  が大なる程大きい。これは  $\epsilon_r$  が大なる程(14)式の  $l$  が小さくなるからである。

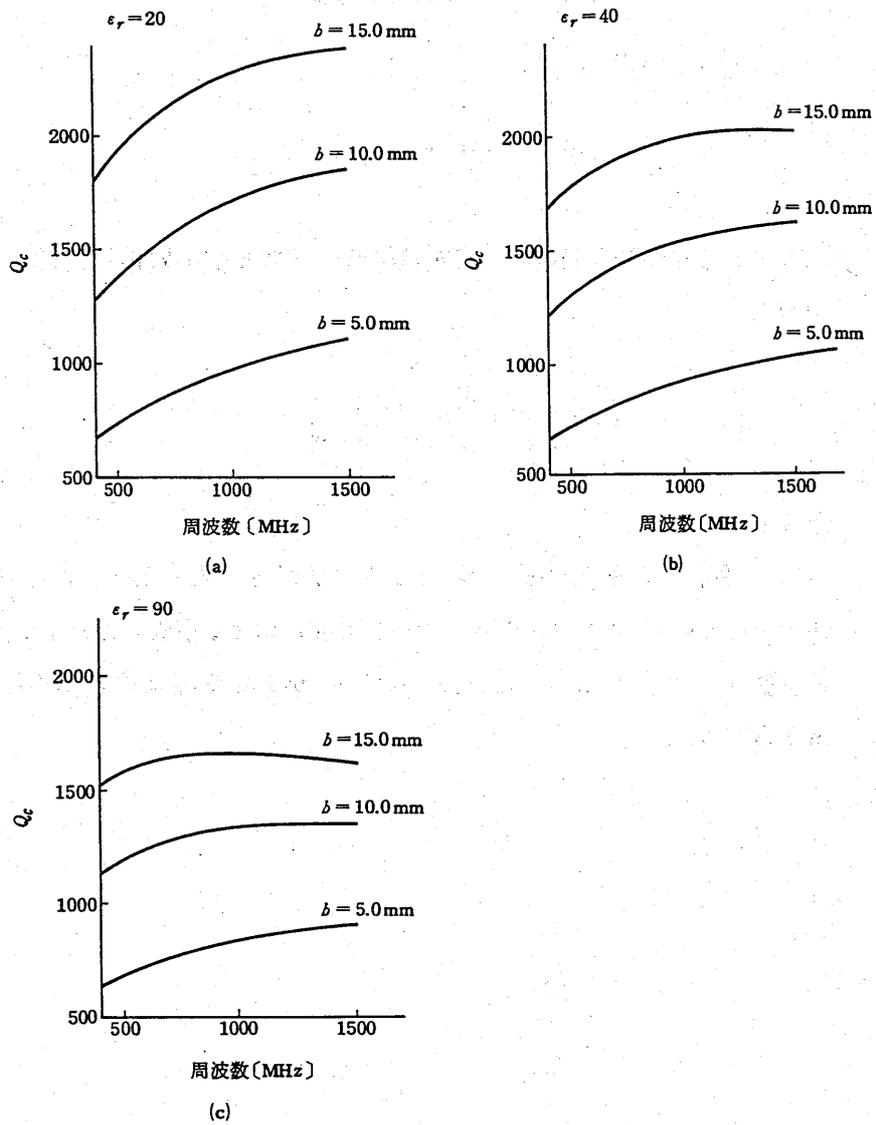


図4  $\frac{\lambda}{4}$  誘電体同軸共振器の  $Q_c$  の計算例

(2) 共振器間の結合

(イ) 2ヶの共振回路を純リアクタンス素子で結合する方法

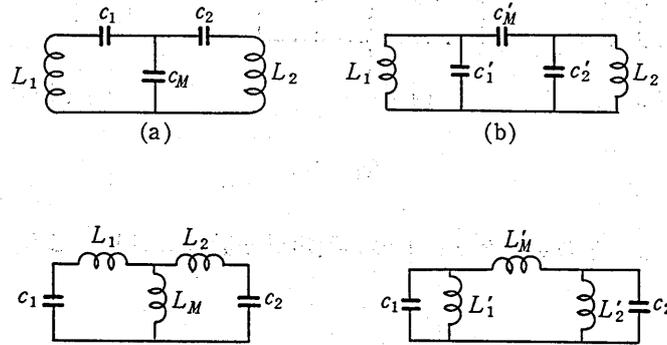


図5 2ヶの共振回路が容量結合及び誘導結合する例

通常2ヶの共振回路は図5(a)(b)のような容量結合もしくは(c)(d)のような誘導結合が行われる。これらを実現するのに以下の方法がある。

(a) 共振器間を純リアクタンス素子で結ぶ方法

例えば  $\frac{\lambda}{4}$  誘電体同軸共振器の中心導体間を  $C$  または  $L$  のリアクタンス素子 (外づけの素子もしくは共振器のセラミックに適切な電極を塗布して、その作用を行わせる。) で結合する方法がとられている。

(b) 共振間の対称面内に適当な構造変化をあげる方法。

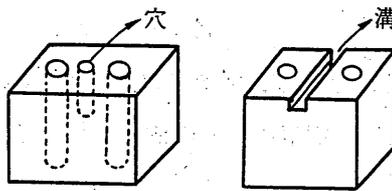


図6 構造変化の例

例えば図6の如く、2ヶの共振器の中間に穴または溝をあけた場合を考える。偶モードの場合には図7(a)の如く対称面附近では電界がないから穴や溝の影響を受けないため共振角周波数 $\omega_r$ はあまり変化しない。然し奇モードの場合には図7(b)の如く対称面に垂直に電界がある度、穴や溝のある部分は電界のエネルギー

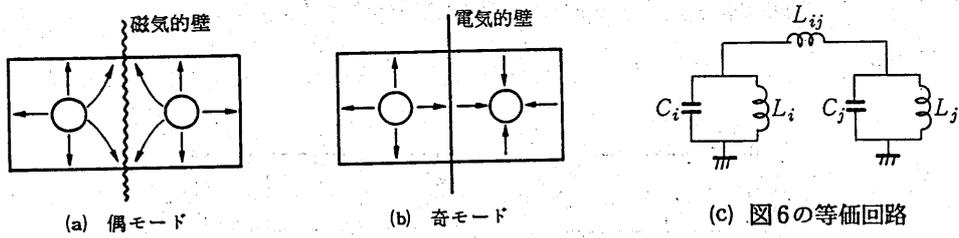


図 7

が減少する。その為、奇モードの共振角周波数  $\omega_{ro}$  は高くなる。故に

$$k = 2 \left| \frac{\omega_{ro} - \omega_{re}}{\omega_{ro} + \omega_{re}} \right| \quad (15)$$

の結合係数が得られる。これは図7(c)の等価回路となる。

また図6の穴や溝の中に金属を塗布すると、 $\omega_{re}$  は変わらないが  $\omega_{ro}$  は小さくなる。これは奇モードの場合、両共振器を結ぶ電界の通路が短縮される為両共振間の容量が増すためである。従って図8の如く  $C_{ij}$  なる容量結合を行ったのと等価になる。

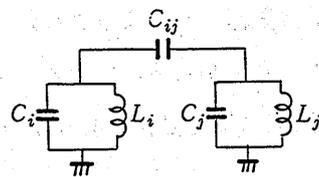


図 8

図7の  $L_{ij}$  や図7の  $C_{ij}$  は穴や溝が小さい場合には摂動理論で求める事ができる。

以上の事は、 $\frac{\lambda_g}{4}$  共振器の短絡面側でも行うことができる。

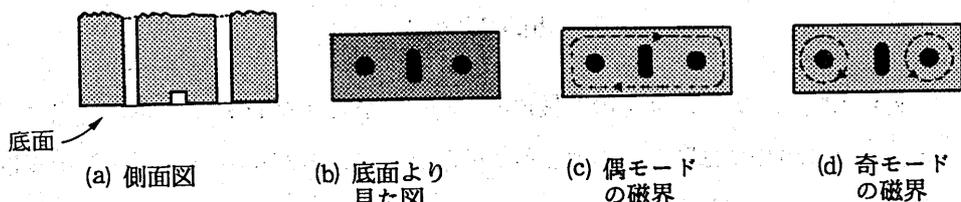


図9 2ヶの並行TEM誘電体共振器の底面の短絡面例で対称面の中央に穴をあげ、その穴に金属膜を塗布した構造と各モードに対する磁界分布。

例えば図9(a)(b)の構造に示す如く、底面の短絡面の中央附近に穴をあけ、その中を金属膜で蔽ったとすると、偶モードでは図9(c)の如く真中に磁界がないため穴の影響は受けない。然し奇モードでは磁界最大の所に金属が入ることになる為、摂動理論によって共振角周波数は高くなる。即ち

$$\omega_{re} = \omega_r$$

$$\omega_{ro} > \omega_r$$

となる。これは図7(c)の等価回路になる。

以上の他、種々の形状の変化が考えられるが、これらは全て偶モードと奇モードの共振周波数を異らせる工夫であり、上記の説明でわかるように対称面附近の構造を変形させる事により大きな効果が得られる。

(c) 誘導体導波間の断面に平行な外周に沿って、金属部を取り除く方法

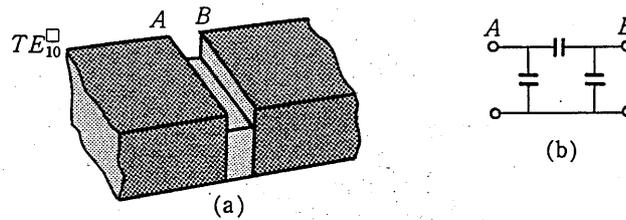


図 10

構造例を図10(a)にそしてその等価回路を(b)に示す。これにより容量結合である事がわかる。

(d) 遮断導波管を用いる方法

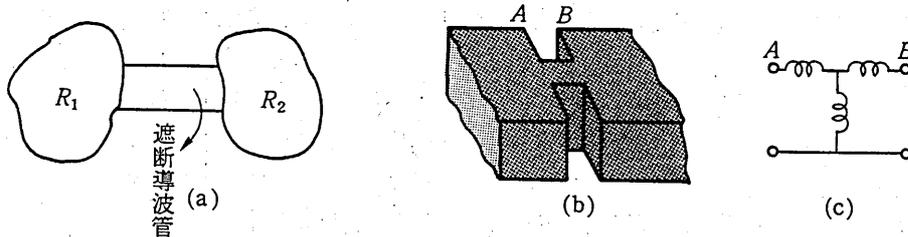


図 11

図11(a)に一般の構造を、(b)に  $TE_{10}$  誘電体導波管が遮断導波管で結合した例を示す。

また同図(c)に等値回路を示す。次に図12に図10(a)と図11(b)とを用いた $\frac{\lambda_g}{4}$ 多段B.P.F.の例を示す。図12において $\delta$ の部分が容量結合、 $W$ の部分が誘導結合である。

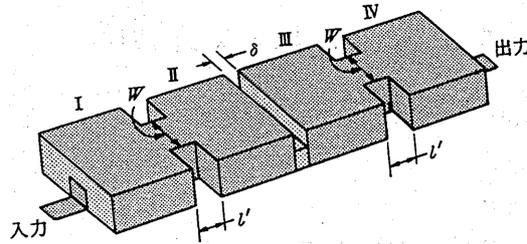
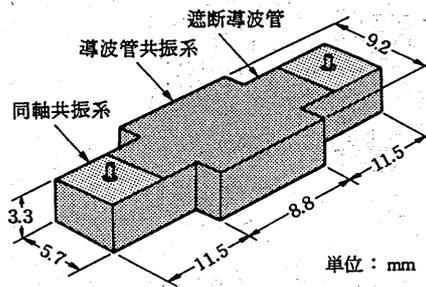


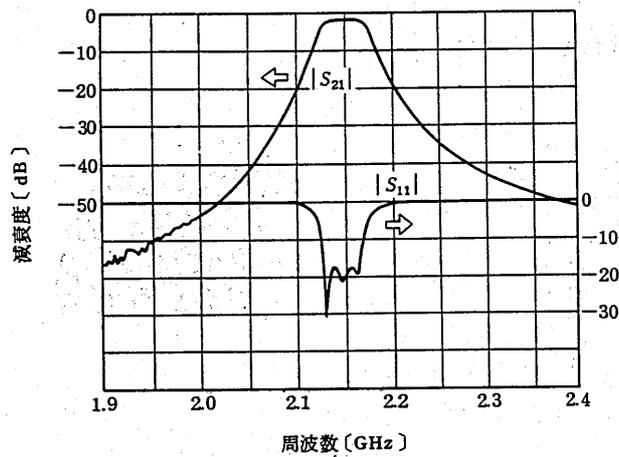
図 12

また図13に $\frac{\lambda_g}{4}$ 同軸誘電体共振器と $\frac{\lambda_g}{2}$   $TE_{10}$ 誘電体導波管とを組み合わせた3段B.P.F.の構造と特性を示す。

ここで同軸共振器と導波管共振器は遮断導波管で誘導結合している。



(a) 構造



(b) 特性

図13 同軸・導波管共振器を組み合わせた帯域通過器の一例

また  $TE_{010}$  などの誘電体共振器が  $TE$  遮断導波管に配列されて誘導結合する方法もよく用いられる。

上記のように  $TE$  遮断導波管は誘導結合するが、 $TM$  遮断導波管を用いれば容量結合をする。

(v) 異なる誘電率をもつ誘電体媒質を含んだ均一誘電体導波路による結合

2-1 (3)(イ)でのべた原理によりモードにより異なる位相定数を支える事ができる。従って  $\frac{\lambda_g}{4}$  共振器を作る場合、モードにより異なる共振角周波数が得られ、共振間の結合が得られる。

平行2導体で分布結合形方向性結合器を作る場合には、2つの固有モードに対して同じ位相定数を持つことが必要であったのに対し、この場合には2つの固有モードに対して異なる位相定数を支える事が必要である点が違う。

図6(a)の構造で穴が開放面から短絡面に貫通した場合もこの1例である。他の実例として図14の構造も考えられる。即ち1ヶの穴をあけ、その1部に電極を附着

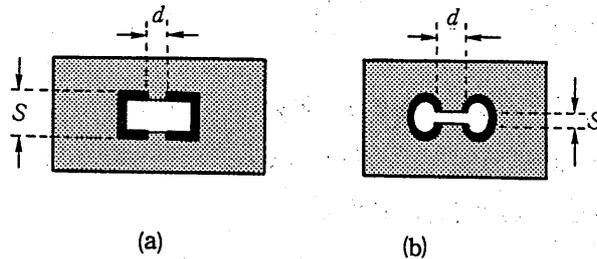


図 14

させることにより偶モードと奇モードの位相定数を変えうる。即ち偶モードでは穴の中には電界は殆ど存在しないが、奇モードでは穴の中を電界が通過する。従って線路の単位長当りの容量は、穴の有無により奇モードのみが減少する。一方単位長当りのインダクタンスは穴の有無によりあまり変化しない。(これは穴の寸法が波長に比べて小さいからである。従って結論として奇モードの共振周波数は高くなり、結合が生じる。この結合度は図13の  $d$  や  $s$  の寸法で変える事ができる。

(vi) 分布結合線路による方法

— 例えば2ヶの  $\frac{\lambda_g}{4}$  共振器の短絡面を入れ違いにした方法 —

図14(a)の如く2ヶの対称分布線路の一端をお互いに反対側で接地し他端を開放した場合、その分布線路の長さを  $l$  とすると等価回路は図15(b)の如くなる。〔付録3参照〕

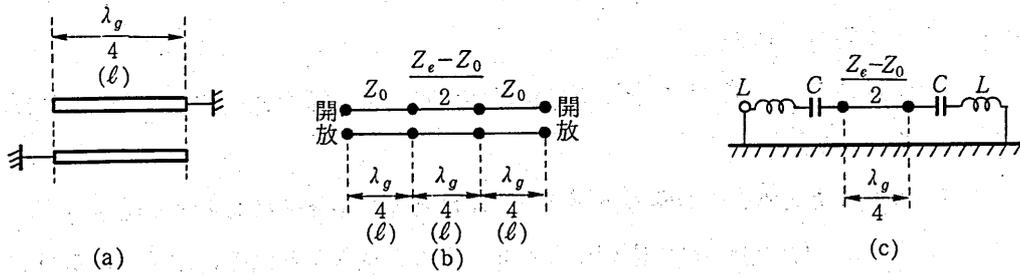


図 15 分布結合線路とその等価回路

ここで  $Z_e$  及び  $Z_o$  は図 15 (a) の平行 2 線路を偶モード及び奇モードで励振した場合の特性インピーダンスである。そして  $l = \frac{\lambda_g}{4}$  の場合には図 15 (c) のような等価回路となる。この  $L$  及び  $C$  は

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\pi}{4 \omega_r} Z_0 \\ C &= \frac{4}{\pi \omega_r Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。従って図 15 (c) は 2 々の  $LC$  直列共振回路が  $\frac{Z_e - Z_o}{2}$  の特性インピーダンスをもつ  $\frac{\lambda_g}{4}$  線路で結合した回路である。この偶モード及び奇モード励振角周波数を  $\omega_{re}$  及び  $\omega_{ro}$  とすると、直ちに

$$\left. \begin{aligned} \omega_{re} &= \frac{1}{\sqrt{(L + L')C}} & \omega_{ro} &= \frac{1}{\sqrt{L \cdot \frac{CC'}{C + C'}}} \\ L' &= \frac{Z_e - Z_o}{2 \omega_r} & C' &= \frac{2}{\omega_r (Z_e - Z_o)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。(17)式からわかるように

$$\omega_{ro} > \omega_{re} \quad (18)$$

となり、 $\omega_{ro}$ 、 $\omega_{re}$  は(16)式を(17)式に代入すれば求まり、また  $k$  は(15)式から求まる。簡単の為に

$$Z_e - Z_o \ll Z_0$$

の場合には、 $L' \ll L, C' \gg C$  となるので

$$\omega_{r_1} \approx \omega_r \left(1 - \frac{L'}{2L}\right), \quad \omega_{r_2} \approx \omega_r \left(1 + \frac{C}{2C'}\right)$$

となり、従って  $k$  は

$$k \approx \frac{2}{\pi} \frac{Z_1 - Z_0}{Z_0} \quad (19)$$

となる。2 導体の間隔が隔れると  $Z_1$  と  $Z_0$  は同じ値に近ずき  $k$  は小さくなる事も理解できる。

### (3) 共振器と外部負荷との結合

(a) 外部負荷と TEM 共振器の中心導体とを  $jX$  なるリアクタンス ( $X$  は負から正の値をとる。) を介して接積する方法。

一般には  $\frac{\lambda_g}{4}$  共振器の開放面側の中心導体と負荷とが、静電容量を介して接続される。然し最近ではセラミック多層基板ができるので、トリプレートの中の中心導体の途中から直接出力を取り出すこともできる。

(b) TEM 線路と平行した他の分布線路の一端に負荷を接積する方法

図 15 (a) の平行 2 線路が付図 3 - 1 の如く非対称である場合、付図 3 - 2 の端子 ②③ を接地すると、等価回路は付録 3 の付図 3 - 2 の如くなる。従って付図 3 - 2 の端子 ① に負荷抵抗  $W$  を接続し、 $\theta = \frac{\pi}{2}$  とすると、図 16 (a) の等価回路となる。

そしてこれは図 16 (b) の如く変換できる。

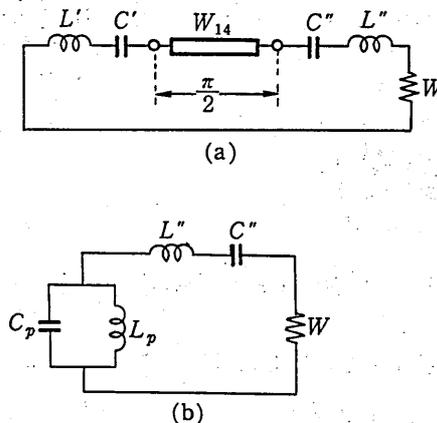


図 16

ここで,

$$\left. \begin{aligned} L' &= \frac{\pi W'}{4 \omega_r} & C' &= \frac{4}{\pi \omega_r W'} \\ L'' &= \frac{\pi W''}{4 \omega_r} & C'' &= \frac{4}{\pi \omega_r W''} \\ L_p &= C' W_{12}^2 & C_p &= \frac{L'}{W_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

いま  $\frac{\omega_r L''}{W} = \frac{\pi W''}{4 \omega} = Q''$  とすると,

$Q''$  は非常に小さい。従って  $C_p, L_p$  の共振器の帯域内では、殆んど  $W$  の負荷と考  
えてよい。従って  $L_p, C_p$  の共振器の  $W$  による負荷  $Q, Q_e$  を求めると,

$$Q_e = W \omega_r C_p = W \omega_r L' \frac{1}{W_{12}^2} = \frac{\pi W W'}{4 W_{12}^2}$$

これに附録 3 の (A 13), (A 17) 式を代入すると,

$$Q_e = \frac{\pi}{4} W y_1 \frac{(1 + p_1^2) \left\{ 1 + p_1^2 \frac{y_1}{y_2} - p_1 \left( 1 - \frac{y_1}{y_2} \right) \right\}}{p_1^2 \left( 1 - \frac{y_1}{y_2} \right)^2} \quad (21)$$

が得られる。実際の構造として図 17 や図 18 の方法がある。

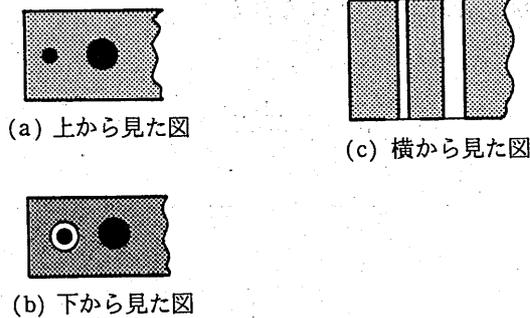


図 17 分布結合を介して負荷を取り出す 1 例

図 18 において負荷結合用分布線路の部分が内部にくいこんでいるのは、コプレー  
ナガイドになって等価比誘電率が  $\frac{\epsilon_r + 1}{2}$  の如く約半分に減少するのを防ぐため  
である。

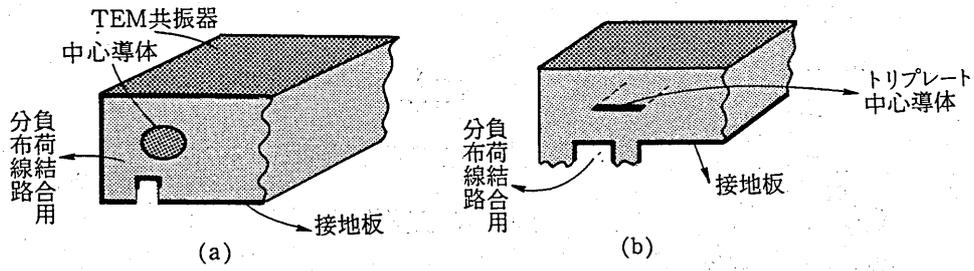


図 18

### 2-3 平行3線路の応用

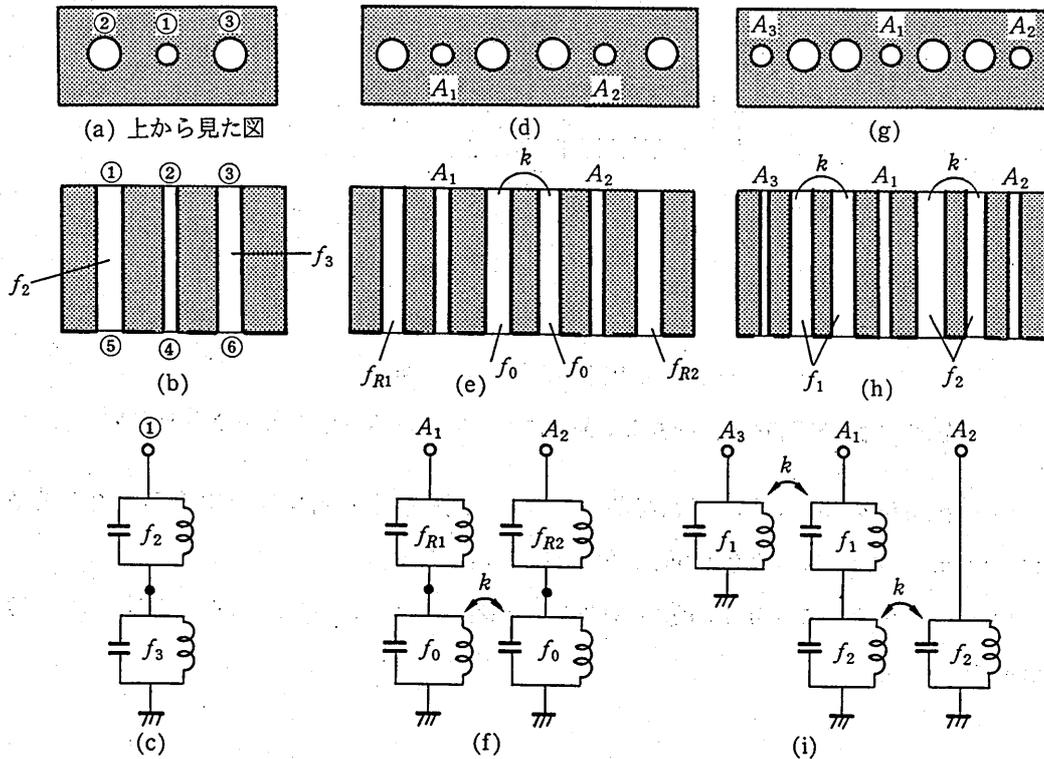
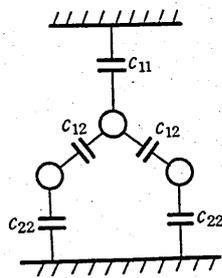
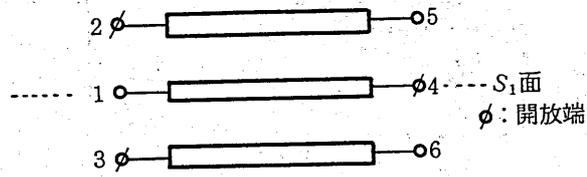


図 19

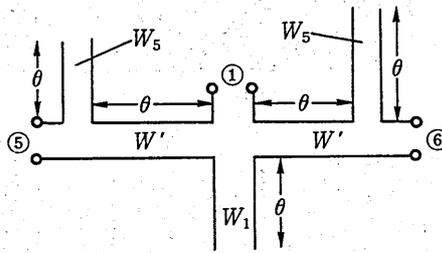
図 19 (a)のように誘電体中に3つの平行線路を形成し、真中の線路は他端で開放にし、それと平行な他の線路は他端で短絡する。この場合 A, B, C 端子から見た等価回路は図 19 (c)の如く並列同調回路 (線路長が  $\frac{\lambda_g}{4}$  となる周波数で共振する。) の縦続接続となる。〔附録 4 参照〕



(a) 線路の容量



(b) 6開孔のうち開放にする開孔を示す図



(c) (b)の開孔①⑤⑥の等価回路

図 20 対称 3 平行線路からなる 6 開孔の中、3 開孔を開放にした時の等価回路

いま図 20 (a)の如く対称 3 平行線路でできた 6 開孔のうち同図(b)の如く②③④を開放にした時、開孔①⑤⑥の等価回路は図 20 (c)の如くなる。

いま図 19 (a)(b)の如く開孔⑤⑥を接地すると図 21 (a)の如くなり、従って図 21 (b)の等価回路

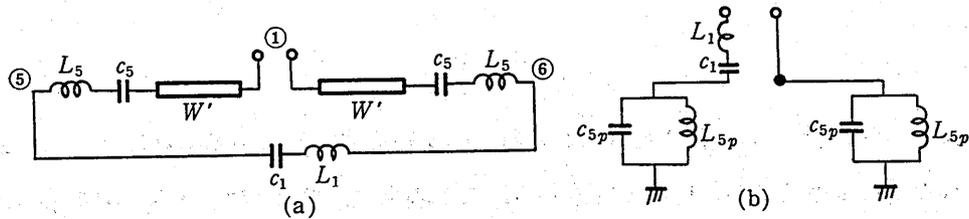


図 21

が得られる。図 20 (c)において

$$\left. \begin{aligned} W' &\simeq \frac{2(C_{12} + 2C_{23})}{C_{11} C_{22}} \sqrt{\mu\epsilon} \\ W_5 &= \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{C_{22}} \\ W_1 &= \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{2C_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となる。いま(16)式及び(20)式より

$$\left. \begin{aligned} L_5 &= \frac{\pi}{4\omega_r} W_5 & C_5 &= \frac{4}{\pi\omega_r W_5} \\ L_{5p} &= C_5 W'^2 & C_{5p} &= \frac{L_5}{W'^2} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

となる。また

$$L_1 = \frac{\pi}{4\omega_r} W_1 \quad C_1 = \frac{4}{\pi\omega_r W_1}$$

である。従って

$$Q_1 = \frac{\omega_r L}{W} = \frac{\pi W_1}{4W}$$

となり、また(23)式より

$$Q_5 = 2\omega_r C_{5p} W = \frac{\pi W_5 W}{2W'^2}$$

が得られる。従って

$$\frac{Q_5}{Q_1} = \frac{2W_5}{W_1} \left(\frac{W}{W'}\right)^2$$

$$(\because C_{12}, C_{23} \ll C_{11}, C_{22})$$

となるから、図 21 (b)の  $L, C$  は省略できて図 19 (c)の等価回路が得られる。

また図 19 (d)(e)の構造では(f)の等価回路が得られ、 $f_{R1}$  及び  $f_{R2}$  のトラップをつくる事ができる。同図で  $k$  は平行 2 線路の共振器を何らかの方法で結合させた時の結合度

を示す。

また図 19 (g)(h)の構造では(i)の等価回路に示す如く、 $A_1$  の入力信号を夫々  $f_1$  の 2 段 B.P.F. と  $f_2$  の B.P.F. とにわけることができる。即ち Duplexer ができる。更に共振器の数を増すことにより多数の Duplexer が実現できる。

## 2-4 誘電体導波管回路設計に必要な基礎的概念

2-1 でのべた性質を用いると、種々の小形な誘電体導波管回路が得られる<sup>10)</sup>。また更に小形におこる為に、イメージを取ることもできる。

そこでこれら導波管回路を設計するのに、いくつかの基礎的概念を頭の中に入れておく必要がある。例えば導波管回路の磁氣的壁の所で切断して片方のイメージだけを用いた場合、その開放面からの輻射損はどうか、また誘電体導波管を励振する為に導波管内に形成したアンテナのインピーダンスはどうか、また障害物に対する等価回路はどうか、などいくつか基礎的な概念がある。以下その結果のみを記す。誘導は文献(2)を参照されたい。

### (1) イメージ誘電体共振器の Q 値

開放面が更に対称面をもち偶モードの場合

(例えば同軸やトリプレート) には輻射損はないが、奇モードの場合には輻射する。例えば図 22 (a)の TE<sub>111</sub> 共振器の磁氣的壁の所で図 22 (b)の如く半分にしたイメージ共振器は輻射損にともなう Q、 $Q_R$ が有限となり

$$Q_R = \frac{3\pi^2}{32} \frac{C\lambda_0}{ab} \epsilon_r \quad (24)$$

となる。そして

いま  $a, b, c$  が  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に減少することを考えると  $\epsilon_r$  が増大すれば  $\epsilon_r^{\frac{3}{2}}$  に比例して  $Q_R$  は増す。

そして全体の Q は(2)式から求まる。

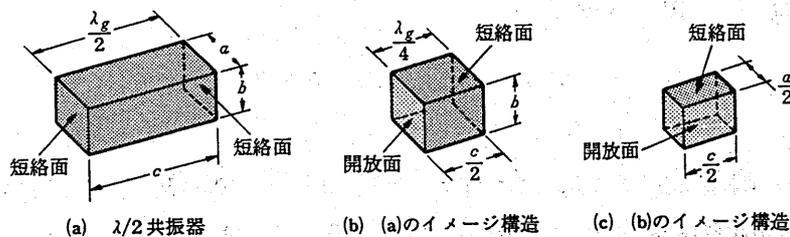


図 22 イメージ誘電体共振器

また図 22 (C) の如く更にイメージを取り半分にするとその輻射は増加しこれに基づく  $Q$  値を  $Q_R'$  とすると

$$\frac{1}{Q_R'} = \frac{1}{Q_R} \left( 1 + \frac{C^2}{2a^2} \right) \quad (25)$$

となる。

(2) 誘電体導波管の励振インピーダンス

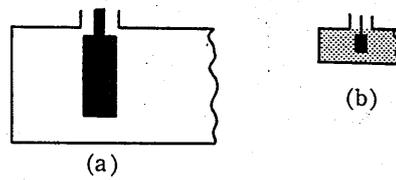


図 23

図 23 (a) のように、内部が空洞の導波管を図 23 (b) の如く  $\epsilon_r$  の誘電体で充てんした場合、前者の輻射インピーダンスを  $Z$  とし、後者のそれを  $Z'$  とすると

$$Z' = \frac{Z}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (26)$$

となる。

(3) 誘電体導波管回路の等価回路

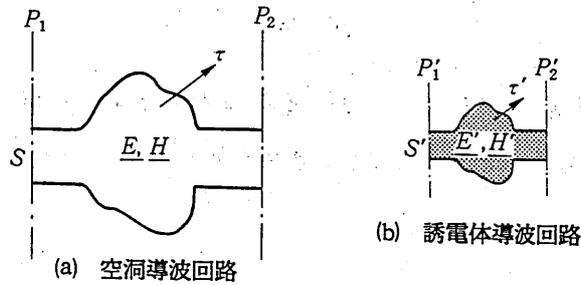


図 24

例えば空洞導波管の中に障害物(誘導性窓, 容量性窓, その他)があった場合, その中に  $\epsilon_r$  の誘電体を充てんして  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に縮小した場合を考える。いま図 24 (a) の空洞導波回路の断面  $P_1, P_2$  における基準電界及び磁界の断面成分を  $\underline{e}_t$  及び  $\underline{h}_t$  とし, また図 24 (b) の誘電体導波回路の断面  $p_1', p_2'$  における基準電界及び磁界を  $\underline{e}_t'$  及び  $\underline{h}_t'$  とする。そして, 前者及び後者の導波管の波動インピーダンスを夫々  $Z$  及び  $Z'$  とする。いま

$$\left. \begin{aligned} \iint_S \underline{e}_t \cdot \underline{e}_t^* ds &= Z, & \iint_S \underline{h}_t \cdot \underline{h}_t^* ds &= \frac{1}{Z} \\ \iint_S \underline{e}'_t \cdot \underline{e}'_t^* ds &= Z, & \iint_S \underline{h}'_t \cdot \underline{h}'_t^* ds &= \frac{1}{Z} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

とした時、前者及び後者の電磁界  $E_t^{(i)}$   $H_t^{(i)}$ 、及び  $E'_t^{(i)}$   $H'_t^{(i)}$ 、〔 $i=1, 2$ で、1は左側、2は右側の開孔を示す。〕は

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_t^{(i)} &= v^{(i)} \underline{e}_t, & \underline{H}_t^{(i)} &= i^{(i)} \underline{h}_t \\ \underline{E}'_t^{(i)} &= v'^{(i)} \underline{e}'_t, & \underline{H}'_t^{(i)} &= i'^{(i)} \underline{h}'_t \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

で示すことができこれらの  $v^{(i)}$ 、 $i^{(i)}$  及び  $v'^{(i)}$ 、 $i'^{(i)}$  は夫々



図 24

図 24(c)及び(d)の如く  $N$  及び  $N'$  の 4 端子回路で示すことができる。この場合、両方の回路の定数は相等しくなることが証明できる<sup>10)</sup>。

### [3] フェリ磁性体デバイス

マイクロ波フェリ磁性体の特性として(1)低損失高透磁率を有する、(2)直流磁界を加えるとテンソル透磁率を有する事の性質があり、これらをマイクロ波デバイスに応用する場合には、(イ)ファラディ回転、(ロ)分岐点に挿入されて作られる非可逆回路の性質、(ハ)電界偏位現象、(ニ)静磁モードのフェライト共振器や静磁波または磁気弾性波が存在する。等の種々の現象がある。

上記のうち現在回路として用いられている主なものは、アイソレータやサーキュレータなどの非可逆回路と、静磁モードを用いたフィルターや発振器がある。以下これらについて基本的なデバイス評価の特性について述べる。

#### 3-1 非可逆回路 — とくにサーキュレータ、アイソレータの基礎的特性

##### (1) テンソル透磁率と非可逆性比帯域巾との関係<sup>11)</sup>

これはすでに文献(11)に示されおり、一般にアイソレーションの比帯域巾はフェライトの直流磁界で定まる $\mu_+$ と $\mu_-$ との差が大きい程広い。しかしフェライト非可逆充てん率が悪いと比帯域巾は狭くなる。従ってデバイスの比帯域巾とフェライトのテンソル透磁率からくるものとを比較することにより、そのデバイス例えばアイソレータやサーキュレータの評価ができ、またそれを目安にして新しい特性改善の方向づけができる。

##### (2) 挿入損失と帯域巾との関係<sup>11)</sup>

一般に(1)でのべたテンソル透磁率の $\mu_+$ と $\mu_-$ との差をよくばって大にすると、磁気共鳴損失の増加による損失の増加が生じ、また逆に $\mu_+$ と $\mu_-$ との差の小さな所で動作させると、非可逆性を充分に起こさせるには回路を共振させる事により無理に磁気エネルギーをフェライトに加えてやらねばならない。その為に、外部負荷 $Q$ が大になる。一方回路の損失は無負荷 $Q$ に逆比例し負荷 $Q$ に比例するから、結局損失を増加させる。このような意味で損失を最小にする最適直流磁界が存在する。これも開発されるデバイスの重要な評価となる。

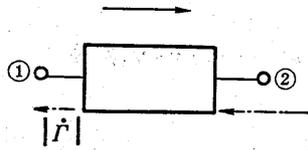
##### (3) 小形化とデバイス特性との関連

小形化する事により一般に導体損が増加する事(例えば集中定数形の時)の他、フェライトに印加電磁界が分布結合するような場合、例えばストリップライン形や導波管形の場合には、フェライトに結合する電磁界エネルギーが少くなる為、(2)でのべたよ

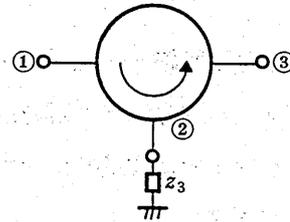
うに外部  $Q$  を高くしなければならない。従ってこれも(2)と同様の理由により比帯域巾が狭くなる上、損失が増加する理由になる。これらを考慮して大きさと挿入損失、比帯域巾との間の特性をデバイスによって評価しなければならない。

### 3-2 非可逆回路 — 方向性減衰器

これは図 25(a)に示すように端子①より②への通過損失はできるだけ小さく、②に入射した波は或る程度減衰して①に生じるというものである。これはアイソレーションのそれ程大きくないしかも多少の損失のあるアイソレーターである。小形で低廉なこの種のデバイスは用途が多い。



(a) 方向性減衰器



(b) サーキュレータの一端子に反射係数  $\dot{\Gamma}$  の負荷を接続して (a) の特性をうる事を示す図

図 25 方向性減衰器の説明図

このような回路は図 25 (b) の如く、サーキュレータの一端子に反射係数  $\dot{\Gamma}$  の負荷を接続する事により原理的に得られる。将来はこの小形・低廉化が課題である。

### 3-3 静磁波と静磁モード

#### (1) 静磁波を伝播するフェリ磁性体の構造

軸方向に直流磁化された細いフェライト単結晶には静磁波が軸方向に伝播される事はよく知られている。

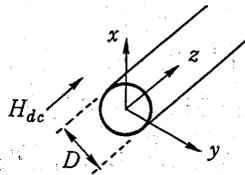


図 26 軸方向に磁化された棒状フェライトにおける静磁波

いま図 26 に示す如く直径  $D$  のフェライト棒の軸方向に直流磁界を加えた場合を考える。

いまテンソル透磁率  $\vec{\mu}$  を

$$\vec{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

で示すと

$$\mu \nabla_t^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = 0 \quad (\text{フェライト内}) \quad (30)$$

$$\nabla_t^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = 0 \quad (\text{フェライト以外}) \quad (31)$$

$$[\text{但し } \nabla_t = \underline{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \underline{i}_y \frac{\partial}{\partial y}]$$

の静磁方程式が得られる。いま静磁波の断面方向の波数を  $k_t$ 、進行方向の波数を  $k_z$  とすると(30)式より

$$\mu k_t^2 + k_z^2 = 0$$

となる為、棒中の遅延時間  $\tau$  は、

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{L k_t^2}{2 k_z} \left| \frac{\partial \mu}{\partial \omega} \right| = \frac{L k_t}{2 \sqrt{-\mu}} \left| \frac{\partial \mu}{\partial \omega} \right| \\ &= \frac{L}{D} \frac{k_t D}{2 \sqrt{-\mu}} \left| \frac{\partial \mu}{\partial \omega} \right| \quad (32) \end{aligned}$$

[ $L$  は伝播路長]

となる。ここで  $k_t D$  はフェライトの円周の境界条件で定まる定数で円周の場合 2.405 の値をとる。従って静磁波を用いた遅延素子において  $\tau$  を大きくするには、直径を小さくするか  $\left| \frac{\partial \mu}{\partial \omega} \right| / \sqrt{-\mu}$  (  $\approx \frac{\sqrt{\omega_m}}{\sqrt{2} (\omega - |\gamma| H_i)^{\frac{3}{2}}}$  ) を大にしなければならぬ。後者は内部磁界を共鳴磁界近辺で使用することになるので不安定となる。 $D$

を小さくすることは製作品上での限界がある。

所が最近数  $\mu m$  ~ 数  $10 \mu m$  のフェライト薄膜が容易にできるようになりそれを用いた静磁波の応用が開発されるようになった。<sup>64)</sup>

棒状フェライトの場合からも想像がつくように断面の波数が大きくなれば伝播方向の波数も大となり、ひいては遅延時間も増す。一般に磁性薄膜は図 27 のような構造が用いられ、その直流磁界の加える方向によって図 27(a) の表面静磁波<sup>65)</sup> (MSSW) や同図(b)及び(c)の体積前進波 (MSFVW) 及び体積後進波<sup>66,67)</sup> (MSBVW) が伝播する。

いまこれらの遅延時間を検討すると以下のようになる。

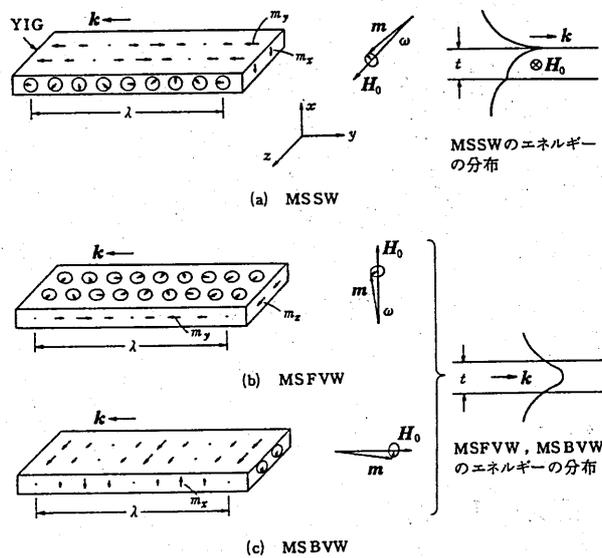


図 27 薄膜フェリ磁性体における静磁波の伝播方向と直流磁界との関係

いま(80)式の  $\mu$  は

$$\mu = 1 - \frac{\Omega_H}{\Omega^2 - \Omega_H^2}$$

$$\Omega_H = \frac{|\gamma| H_i}{\omega_M}$$

$$\omega_M = |\gamma| 4\pi Ms \quad Ms \text{ は飽和磁化}$$

$$\omega : \text{角周波数}, \quad H_i : \text{内部直流磁界}$$

(84)

であるから、波数  $k$  も  $\omega$ ,  $H_i$  の関数となる。

従って分散方程式を

$$F [k (\Omega_H, \Omega), \Omega_H, \Omega] = 0 \quad (34)$$

とすると

$$\frac{\partial k}{\partial \Omega} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega}}{\frac{\partial F}{\partial k}}$$

となり

$$\frac{\tau}{L} = \frac{1}{\frac{\partial k}{\partial \Omega}} = \frac{\omega_M}{\frac{\partial k}{\partial \Omega}} = - \frac{\omega_M \frac{\partial F}{\partial \Omega}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \quad (35)$$

となる。いま *MSSW*, *MSFVW*, *MSBVW* の分散方程式を夫々

$F_1, F_2, F_3$  とすると,

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= e^{2kd} - \frac{1}{(1 + 2\Omega_H)^2 - (2\Omega)^2} \\ F_2 &= kd - 2\alpha \tan^{-1} \alpha \\ \alpha &= \frac{1}{\sqrt{-\mu}} \\ F_3 &= kd - \frac{1}{\alpha} \tan^{-1} \frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

となる。(例えば文献(1)参照)

(36)よりわかるように

$$\left. \begin{aligned} F_i &= f_{1i}(\theta_1) + f_{2i}(\Omega_H, \Omega) \\ \theta_1 &= kd \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

となるから

$$\frac{\partial F_i}{\partial \Omega} = \frac{\partial f_{2i}}{\partial \Omega}, \quad \frac{\partial F}{\partial k} = \frac{\partial f_{1i}}{\partial \theta_1} d \quad (38)$$

となり, これを (35) 式に代入すると

$$\tau = \left| \frac{\frac{\partial f_{2i}}{\partial \Omega}}{\frac{\partial f_{1i}}{\partial \theta_1}} \right| \frac{\omega_M L}{d} \quad (39)$$

となる。従って薄膜磁性体の厚み  $d$  に逆比例して遅延時間が長くなる事がわかる。一方(39)式の  $\frac{\partial f_{2i}}{\partial \Omega}$  は  $H_i$  を変化させることにより、無限大の値に近づくことができる。そして  $\tau$  を大きくすることができる。然しこれは棒状のところで述べたように不安定となる。しかし、幸いにして薄膜の厚さ  $d$  は十分に薄くすることができるので、 $H_i$  の変化に対して安定な所、即ち  $\frac{\partial f_{2i}}{\partial \Omega}$  のそれほど大きくない所で動作させることができる。これが薄膜の利点である。このようなメリットは、以上の論議で理解できるように断面のデメンジョンにおいて

$$d \ll D \quad (40)$$

の条件が得られる所にポイントがある。

## (2) 静磁波のもつ種々の基本的な特性

### (イ) 静磁波の伝播損失

いまフェリ磁性体が無損失である場合には、 $\vec{\mu}$  を示す(29)式の  $\mu$  及び  $\kappa$  は実数である。然しフェリ磁性体は一般に磁気共鳴損失と低磁界損失によって損失項を有する為、 $\mu$  及び  $\kappa$  は虚数部を有し

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 1 - \frac{\Omega_H + \delta \Omega_H}{\Omega^2 - (\Omega_H + \delta \Omega_H)^2} \\ \kappa &= \frac{\Omega}{\Omega^2 - (\Omega_H + \delta \Omega_H)^2} \\ \delta \Omega_H &= j \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

で示され、この虚数部  $\delta \Omega_H$  に含まれる  $\Delta H_{eff}$  は実効半値巾と呼ばれるものである。<sup>12)</sup> そしてこの虚数部によって波数  $k$  にも虚数部  $\alpha'$  を生じる。これは(34)式の  $\Omega_H$  に  $\delta \Omega_H$  の攝動を行って求められるから、

$$\alpha' = \pm j \frac{\partial k}{\partial \Omega_H} \cdot \delta \Omega_H \quad \left[ \begin{array}{l} + \text{は前進波} \\ - \text{は後進波} \end{array} \right] \quad (42)$$

となる。<sup>(註1)</sup>

一方単位遅延時間を支える伝播長の伝播損失  $L$  は、群速度  $v_g$  を(42)式に掛け(43)式の如く求まる。

$$L = \alpha' v_g \quad (43)$$

また

$$v_g = \frac{1}{\frac{\partial k}{\partial \omega}} = \frac{\omega_M}{\frac{\partial k}{\partial \Omega}} \quad (44)$$

の関係と(34)式より得られる関係、即ち

$$\frac{\partial k}{\partial \Omega_H} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}}, \quad \frac{\partial k}{\partial \Omega} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \quad (45)$$

の関係を(42)(43)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} L &= \bar{K} \cdot \frac{|\gamma|}{2} \Delta H_{eff} \\ \bar{K} &= \begin{cases} + \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} \\ - \frac{\partial F}{\partial \Omega} \end{cases} \quad \left[ \begin{array}{l} + \text{は前進波} \\ - \text{は後進波} \end{array} \right] > 0 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

をうる。またこれを  $L$  (dB /  $\mu$  sec) で示すと

$$L \text{ (dB / } \mu \text{ sec)} = 76.4 \bar{K} \cdot \Delta H_{eff} \text{ (dB / } \mu \text{ sec)} \quad (47)$$

となる。(附録5参照)

例えば軸方向に磁化された円筒棒の静磁波の基本モードの分散方程式は  $k_z R \gg 1$  の仮定のもとで

$$J_0 \left( \frac{k_z R}{\sqrt{-\mu}} \right) = 0$$

即ち

(註1) 減衰波は、 $e^{\mp j k_z z - \alpha' t} = e^{\mp j(k \pm \frac{\alpha'}{j})z} e^{j \omega t}$  で示せる。故に  $\delta \Omega_H$  に対する  $k$  の擾動は  $\frac{\alpha'}{j}$  となる。従って  $\alpha'$  は(42)式で示せる。(但し上の符号は前進波、下の符号は後進波を示す。)

$$F = \alpha k_z R - \chi_i = 0, \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{-\mu}} \quad \left. \vphantom{F = \alpha k_z R - \chi_i = 0} \right\} \quad (48)$$

〔 $\chi_i$ は $J_i$ の $i$ 番目の根〕

となる。いま(48)式で

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} &= \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega_H} \\ \frac{\partial F}{\partial \Omega} &= \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

となり、一方(48)式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mu}{\partial \Omega_H} &= - \frac{\Omega^2 + \Omega_H^2}{(\Omega^2 - \Omega_H^2)^2} \\ \frac{\partial \mu}{\partial \Omega} &= \frac{2 \Omega \Omega_H}{(\Omega^2 - \Omega_H^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

となるから(但し、 $\delta \Omega_H$ の項は第2次摂動となるので省略する。)

(49)(50)式を(46)式に代入すると

$$\bar{K} = \frac{\frac{\Omega}{\Omega_H} + \frac{\Omega}{\Omega_H}}{2} \quad (51)$$

となる。そして遅延のおこるのは殆んど磁気共鳴近くである。これは前述したように実際製作できる $R$ が大である為である。その実例は文献(12)に示されている。従つて(51)式で

$$\Omega \simeq \Omega_H$$

を代入すると(52)式をうる。

$$\bar{K} = 1 \quad (\text{円筒棒}) \quad (52)$$

また薄膜静磁波の種々の場合につき(50)式から(46)式に基き $\bar{K}$ を求めると、(53)(54)式をうる。〔附録5参照〕

$$\bar{K} = \frac{\frac{1}{2} + \Omega_H}{\Omega} \quad (\text{MSSW}) \quad (53)$$

$$\bar{K} = \frac{\frac{\Omega}{\Omega_H} + \frac{\Omega_H}{\Omega}}{2} \quad (\text{MSFVW, MSBVW}) \quad (54)$$

この結果が文献(18)と一致している。

(53)(54)式からわかるように、同じ遅延時間  $1 \mu\text{秒}$  を支えるにも直流磁界の強さによって伝送損失は異なる。一方  $\Omega_H$  は  $0 < k < \infty$  の間で異なる値をとる。そこで  $k=0$  と  $k=\infty$  について  $\bar{K}$  を求めると表1の如くなる。〔附録5の付表5-2参照〕

	$k = 0$	$k = \infty$
表面側	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$ <sup>(19)</sup>	1
体積前進波	1	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$
体積後進波	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$	1

表1  $k = 0, \infty$  時の  $\bar{K}$  値

表1からわかるように

$$1 < \bar{K} < \sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}} \quad (55)$$

の値をとることがわかる。

また  $\omega$  が無限大になると  $\bar{K} = 1$  になることもわかる。これは文献(19)と一致している。

以上は図27の構造についてであるが、附録5の付図5-1のように上下に金属板がある場合について求めると、体積波では  $\bar{K}$  値は(54)式と変わらないことがわかる。

以上は、単位時間遅らせる遅延回路の伝播損失であるが、単位長当りの伝播損失

$\alpha'$  (ネーパー) を求めるには直接(42)式に(45)式を代入して

$$\alpha' = \mp j \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \partial \Omega_H = \pm \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \quad (45)$$

故に

$$\alpha' = A \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M}, \quad A = \pm \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \quad (56)$$

〔+は前進波, -は後進波〕

より求める事ができる。

いま, 円筒棒, MSSW, MSFW 及び MSBVW の場合につき(56)式の  $A$  値を夫々  $A_0$ ,  $A_s$ ,  $A_{FV}$  及び  $A_{BV}$  とすると, 次の如く求められる。〔附録5参照〕

$$\left. \begin{aligned} \text{円筒棒} \quad \alpha' &= A_0 \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \\ A_0 &= \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2) \chi_i}{2 (\Omega^2 - \Omega_H^2)^{\frac{3}{2}} (\Omega_H + \Omega_H - \Omega)^{\frac{1}{2}} R} \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{MSSW} \quad \alpha' &= A_s \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \\ A_s &= \frac{2 (1 + 2 \Omega_H)}{\{(1 + 2 \Omega_H)^2 - (2 \Omega)^2\} d} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{MSFVW} \quad \alpha' &= A_{FV} \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \\ A_{FV} &= \frac{(\Omega^2 + \Omega_H^2) (kd \Omega_H - 2 \Omega_H^2 + 2 \Omega^2)}{2 \{\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2\} (\Omega^2 - \Omega_H^2) \Omega_H d} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{MSBVW} \quad \alpha' &= A_{BV} \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \\ A_{BV} &= \frac{(\Omega^2 + \Omega_H^2) \{kd \Omega_H + 2 \{\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2\}\}}{2 \{\Omega_H (\Omega_H + 1) - \Omega^2\} (\Omega^2 - \Omega_H^2) \Omega_H d} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

(59)式は文献(20)と一致する。

(ロ) 可変位相特性と伝播損失

いま $\omega$ を一定にして $H_i$ を $\Delta H_i$ だけ変化すると $k$ も $k + \Delta k$ に変化する。従って長さ $l$ の伝播長の位相 $\theta$ の変化 $\Delta\theta$ は、

$$\Delta\theta = \Delta k \cdot l \quad (61)$$

となる。従って

$$\Delta\theta = \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} \cdot \delta \Omega_H \cdot l$$

$$\delta \Omega_H = \frac{|\gamma| \Delta H_i}{\omega_M}$$

となる。これに(45)式を代入すると、

$$\Delta\theta = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}} \cdot \delta \Omega_H \cdot l \quad (63)$$

となり、更に(50)式の関係を用いると、

$$\Delta\theta = \mp A l \frac{\Delta H_i}{4 \pi M_s} \quad (64)$$

の関係が得られる。

次に、伝播損失を $L_{\Delta\theta}$ とすると(42)式を用いて、

$$L_{\Delta\theta} = \alpha' l = \pm j \frac{\partial k}{\partial \Omega_H} l$$

となるから、これに(62)式を代入して

$$\left. \begin{aligned} L_{\Delta\theta} &= \mp \frac{\Delta\theta}{\Delta H_i} \frac{\Delta H_{eff}}{2} = \frac{\Delta H_{eff}}{2} \left| \frac{\partial \theta}{\partial H_i} \right| \\ &= 4.34 \Delta H_{eff} \left| \frac{\partial \theta}{\partial H_i} \right| \text{ (dB)} \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

また(64)式を代入して

$$L_{\Delta\theta} = \frac{\Delta H_{eff}}{8 \pi M_s} \cdot A \cdot \ell \quad (66)$$

とも表わせる。

(v) 静磁波共振器の Q 値

一般に減衰定数  $\alpha'$ ，群速度， $v_g$  をもつ均一導波路からできた共振器の Q 値は

$$Q = \frac{\omega}{2 \alpha' v_g} \quad (67)$$

で示される。〔附録 2 の(9)式参照〕

いまフェライトの磁氣的損失のみに依存した場合を過程し，この場合の Q 値を  $Q_m$  とすると，(43)式と(46)式を(67)式に代入することにより次式が得られる。

$$Q_m = \frac{\omega}{\bar{K} \cdot |\gamma| \Delta H_{eff}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (68)$$

〔但し  $\omega = |\gamma| H$ ，

この関係式は共振角周波数を複素数で示した

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + j \frac{1}{2 Q_m} \right) \quad (69)$$

からも求める事ができる。即ち(34)式の分散方程式において

$$kL = 2 \pi n$$

〔但し  $L$  は共振器の長さ， $n$  は整数〕

の共振条件からくる  $k = \text{一定}$  の事を考慮すると

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} \delta \Omega_H + \frac{\partial F}{\partial \Omega} \delta \Omega = 0$$

となり，従って

$$\Delta \omega = -j \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial \Omega}} |\gamma| \frac{\Delta H_{eff}}{2} = j \frac{\omega_0}{2 Q_m}$$

となり(6)式と(69)式を考慮すると(68)式をうる。

また Walker モードの場合には

$$F = \Omega - \Omega_H - \frac{|m|}{G_{n,m} \left( \frac{b}{a} \right)} = 0 \quad (70)$$

$G_{n,m} \left( \frac{b}{a} \right)$  はルージェンドル陪関数  $P_n^m$   
 及び  $Q_n^m$  を含む関数形, またフェライト  
 は Z 軸方向に長さ  $b$  をもち  $xy$  面内で  
 半径  $a$  をもつ回転棒円体

}

(70)

となるから  $\frac{\partial F}{\partial \Omega} = \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = 1$  となり  $\bar{K} = 1$  となる。即ち

$$Q_m = \frac{\omega}{|\gamma| \Delta H_{eff}} \quad (71)$$

となる。

尚  $Q_m$  は静磁波共振器に結合した 1 開孔の入力インピーダンスより評価した  $Q$  値からも求める事ができ(68)式と同じ結果が得られる。

一般に静磁波で共振器を作る場合、共振器としての境界条件を作るために金属格子による射器、<sup>(23)</sup> 金属膜端部の反射<sup>(24)</sup> マイクロストリップ型共振器<sup>(25)</sup> など金属膜を用いる場合、その導体損に基く  $Q_c$  が全体の  $Q$  値を下げる。また溝格子によるものはスピン波との結合による  $Q$  値  $Q_s$  がやはり  $Q$  を下げることが報告されている。<sup>(26)</sup>

従って

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_s} \quad (72)$$

となり、(72)式の各項目を  $Q_m$  と比較検討する事によりデバイスの評価ができる。

## (二) 非線形効果

フェライトに加える高周波磁界が或るレベル以上になると、その半分の周波数のスピン波にエネルギーが吸収される所謂副次吸収と、同じ周波数のスピン波に吸収される主吸収とにより飽和現象を生じる。その飽和電力レベルは Suhl により解称された。<sup>(27)</sup> これらは高周波リミッタなどに用いられる。

一方薄膜静磁波とくに *MSSW* の場合には、波のエネルギーが薄膜の表面に集中されるため、極めて飽和電力のしきい値が小さくなり通常約 3.6 GHz 以下では -20 dBm であり、それ以上の周波数では +20 dBm である。<sup>(29)</sup> また *MSFVW* では飽和電力しきい値は 20 dBm 程度である。

そしてこれらの飽和電力のしきい値は副次吸収の場合には  $\Delta H^2$  に比例し主吸収の場合には  $\Delta H$  に比例する。<sup>(30)</sup>

- (3) 静磁波及び静磁モードのデバイスへの応用としての評価  
静磁波の特徴を以下主方デバイスにつき考える。

(イ) 共振器

$$Q = \frac{\omega}{\bar{K} |\gamma| \Delta H_{eff}}$$

となり、例えば周波数 10 GHz で  $\Delta H_{eff} = 0.50 \text{ o}$  とすると  $Q \approx 7142$  の高い値が得られる。

更に共振周波数を外部直流磁界で広範囲に変化できる。例えば球状 Kittel モードでは

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \Omega_H + N_i \\ N_i &= \frac{1}{2} : \text{棒状} \\ &= \frac{1}{3} : \text{球状} \\ &= 0 : \text{円板状} \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

となる。

$Q$  の点では静磁モードや静磁波共振器の直流磁気回路も含めた大きさで比較すると、同程度の遮へい箱に入れられた誘電体共振器でも同等もしくはそれ以上のものが得られる。

従って広範囲な周波数範囲にわたって電子同調する、例えば掃引フィルターや掃引発振器に利用されている。

周波数範囲が狭い場合には、誘電体共振器と多少  $Q$  値の低いフェライト多結晶

もしくはパラクターとの結合による可変同調回路とのメリットを比較しなければならない。

例えば添電体共振器中の電気エネルギーの時間平均値を、 $\tilde{W}_e$ 、 $Q$  値を  $Q_e$  とし、またフェライトのしめる磁気エネルギーを  $\tilde{W}_m$ 、 $Q$  値を  $Q_f$  とし、外部から制御することによるフェライト内部の磁気エネルギーの変化を  $\eta \tilde{W}_m$  ( $\eta < 1$ ) とすると、可変比帯域巾  $w$  は擾動理論より、

$$w = \frac{\eta \tilde{W}_m}{2 \tilde{W}_e} \quad (74)$$

となる。そして  $Q$  値は

$$\frac{2 \omega \tilde{W}_e}{Q} = \frac{\omega (2 \tilde{W}_e - W_m)}{Q_e} + \frac{\omega \tilde{W}_m}{Q_f}$$

の関係より

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_e} \left(1 - \frac{\tilde{W}_m}{2 \tilde{W}_e}\right) + \frac{1}{Q_f} \frac{\tilde{W}_m}{2 \tilde{W}_e}$$

となる。これに(73)式を代入して

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_e} + \left(\frac{1}{Q_f} - \frac{1}{Q_e}\right) \frac{w}{\eta} \quad (75)$$

をうる。したがって当然  $w$  が小さければ  $Q_f$  は低くてもよい。

同様に、フェライトの代りにパラクターを用いた場合には、(73)式の  $\tilde{W}_m$  を  $\tilde{W}_e$  (パラクター内のエネルギー) に代え、 $Q_f$  を  $Q_e$  (パラクターの  $Q$  値) に代えればよいから、(74)式の  $Q_f$  を  $Q_e$  におきかえればそのまま使える。

(ロ) フィルター (B. P. F. 及び B. R. F.)

これは(イ)の共振器を伝送路と組み合わせば実現できる。

最近、マイクロストリップと静磁波を組み合わせた B. R. F. も研究されている。<sup>23</sup> 今後のフィルターの開発においても(イ)でのべたような他のデバイスとの比較が必要である。

とくに最近では精密加工材技術の進歩により弾性波フィルターが数 GHz 帯まで開

発されているため、これらとの比較も重要である。

(イ) FM 変調器

$H_i$  の変化による可変位相量は(64)式でわかるように  $A$  値に比例する。その  $A$  値は(57)~(60)式を見ればわかるように円筒棒では半径  $R$  に逆比例し薄膜では厚み  $d$  に逆比例する。そして

$$R \gg d$$

であるため、例えば円筒棒では  $A_0$  を大にする為、 $\Omega \simeq \Omega_H$  の付近を使用しないと大きな可変位相ができず、これは何らかの原因によるわずかな  $H_i$  の変動に対しても不安定である。これに加えて薄膜の場合には安定な領域で然も長さ  $l$  を短くできる。

例えば  $MSFVW$  を用いて  $\Omega$  と  $kd$  との関係を  $\Omega_H$  をパラメーターにして画くと図 28 の如くなる。

実例として  $\Omega_H = 0.2$   $\Omega = 0.38$  に選ぶと、(59)式と(64)式から

$$\Delta \theta = -25.225 \frac{l}{d} \frac{\Delta H_i}{4 \pi M_s} \quad (76)$$

が得られる。例えば飽和磁化  $4 \pi M_s = 750$  ガウスの磁性材料を用い、 $d = 20 \mu m$  とすると、内部磁界の強さを 10 エルステッド変化させる事により 30 ラジアン位の位相変化を得る。長さ  $l$  は 1.784 mm となる。

また  $\Omega_H$  の値から

$$\text{内部磁界弾度 } H_{in} = 0.2 \times 750 = 150 \text{ ガウス}$$

$$\text{外部 } \quad \quad H_{ex} = H_{in} + N \cdot 4 \pi M_s$$

$$= 150 + 750 = 900 \text{ ガウス}$$

[ $N$  : 反磁場係数で薄膜なる故 1 である。]

が得られる。さらに  $\Omega$  の値から周波数  $f$  は

$$f = |\gamma| 4 \pi M_s \cdot \Omega = 798 \text{ MHz}$$

となる。この位相変化 30 ラジアンは

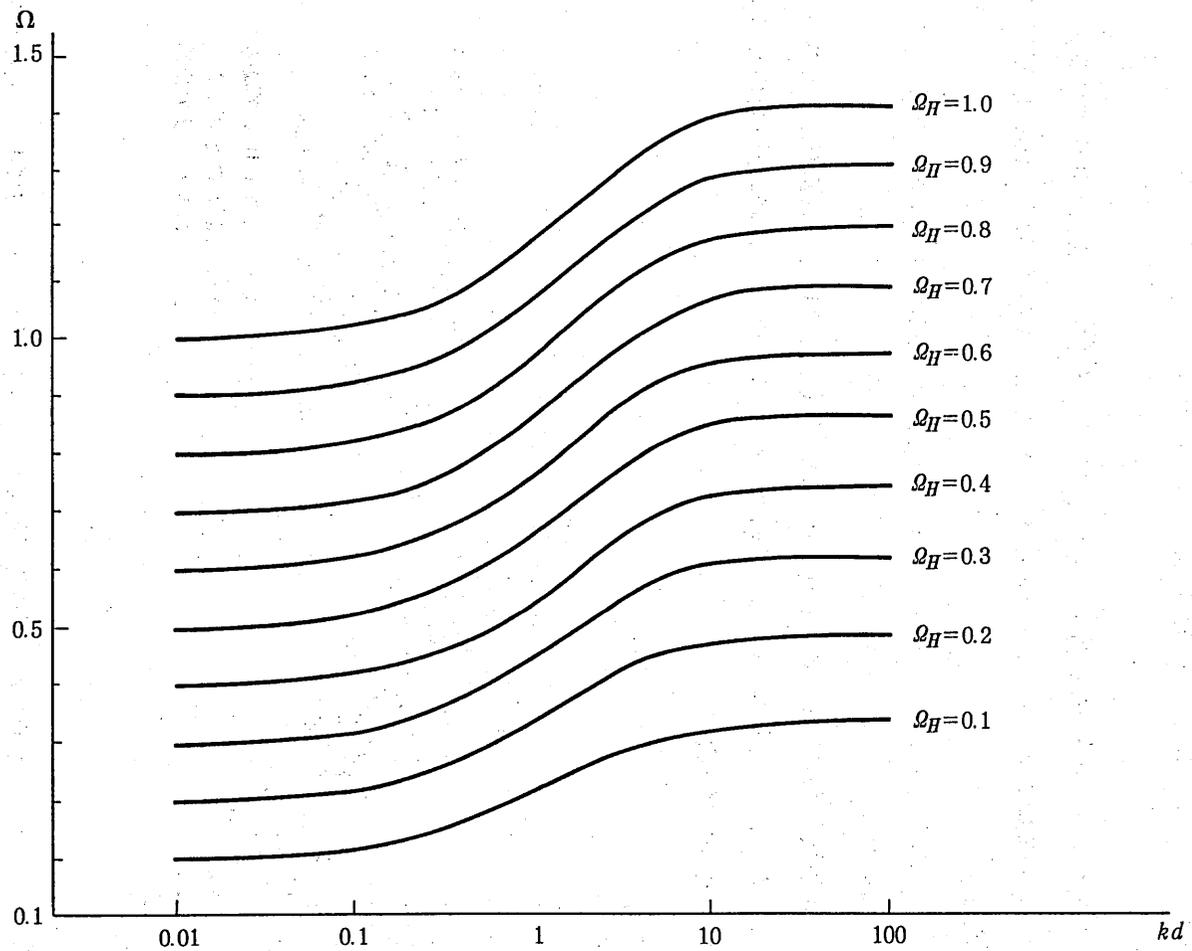


図28 MSFVWの $\Omega - kd$  曲線

$$\Delta \theta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

$\Delta f$  は周波数変位

$f_m$  は変調周波数

の関係から 150 Hz の変調周波数で 4.5 kHz の周波数変位を得ることができる。

また高調波歪は附録 6 に求められており上記の例では、第 2 高調波歪 0.298 % となる。

また  $\Delta H_{eff} = 1$  エルステッドとすると伝播損失は 13 dB となる。

(二) MSSW による SN エンハンサ

電磁波と静磁波とを結合させると、加える電磁波の電力が飽和電力のしきい値以上になると、静磁波の振巾は一定値に飽和する。<sup>6)</sup> そしてこの飽和電力のしきい値は MSSW が一番低い。

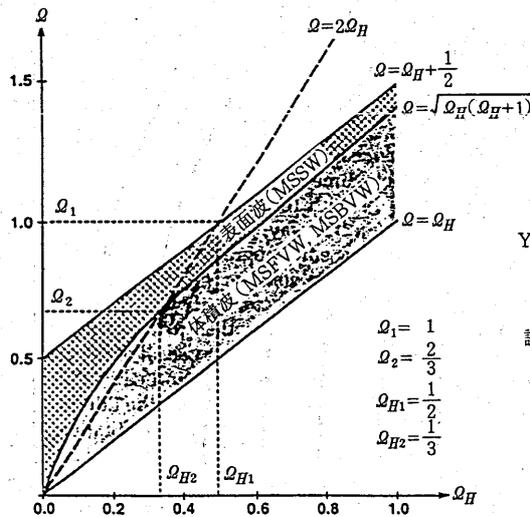


図 29

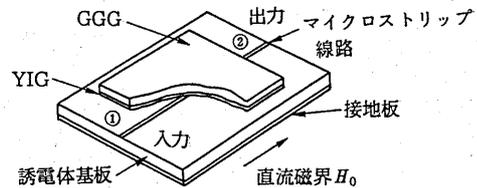


図 30 マイクロストリップ線路に YIG 薄膜を結合させた S/N エンハンサの構造

これは図 29 に示した各種の静磁波の  $\Omega$ ,  $\Omega_H$  曲線のうち、MSSW が主として 1 番弱い電力で飽和を起こす原因の  $\frac{\omega}{2}$  スピン波領域に入ることと、更に MSSW は表面にエネルギーが密集するため同じ静磁波電力でも磁界は強くなるためである。

一般に SN エンハに用いる構造を図 30 に示した。

さて後で詳しくのべるように、図 30 の端子①と②間から静磁波側を見たインピーダンス  $z$  を考えると、加える電磁波電力  $P$  が飽和電力のしきい値  $P_c$  よりも小さ

いうちは当然  $z = z_{MSW}$  (非直線のない場合の静磁波への放射インピーダンス) となる。次に  $P$  が  $P_c$  よりも大となると  $z < |z_{MSW}|$  となる。

従って、図 30 の②に負荷  $R_L$  を接続すると、 $P > P_c$  のとき、端子①から②への減衰量は減少する。従って強い信号はより強められ弱い雑音は強められない為に  $S/N$  比が改善される。以下定量的に求める。

いま、電磁波-静磁波変換器に加えられる電磁波が、角周波数  $\omega_0$  で電力  $P(\omega_0)$  の搬送波と、これよりも弱い電力  $P_s(\omega_0 + \Delta\omega)$  をもち  $\omega_0 + \Delta\omega$  のスペクトラムからなるものとする。

いま入力搬送波電力  $P_1(\omega_0)$  が図 31(a)の如く、飽和しきい値電力  $P_c$  に達するまでは  $P(\omega_0)$  は全て静磁波に変換される。

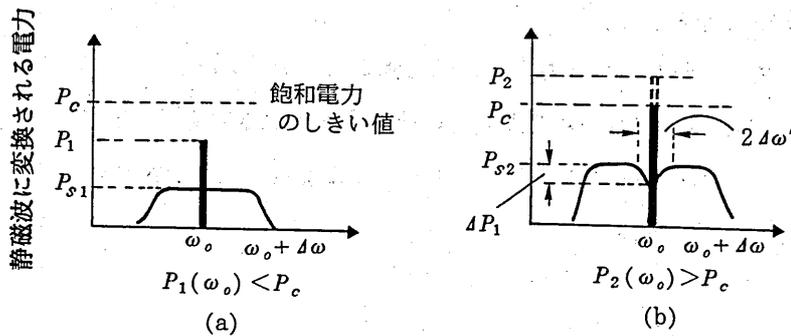


図 31 加える搬送波電力  $P(\omega_0)$  と静磁波に変換される電力 (縦軸の実線) 及び  $P_s(\omega_0 + \Delta\omega)$  との関係

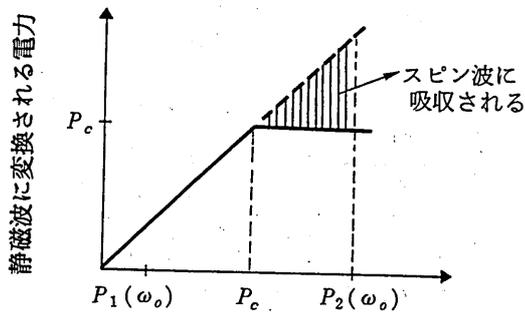


図 32

その時、変換器からの放射インピーダンスが端子インピーダンス  $W$  に整合されていたとする。また、このとき  $\omega_0 + \Delta\omega$  のスペクトラムは図 31(a)の如く  $P_{s1}$  とする。

次に図 31(b)の如く、搬送波電力  $P_2(\omega_0) > P_c$  となると、図 32 の如く、静磁波に変換される電力は  $P_c$  以上にはならない。これは静磁波の磁界が  $h_c$  ( $P_c$  に相当する磁界の強さ) 以上になると、

$\frac{\omega_0}{2}$  のスピン波を発生し、(フェライトの非線形項からくるパラメトリック効果) そのスピン波にエネルギーがとられる為、静磁波の磁界及びそれに伴う磁化が減少しようとする。これは磁化の運動方程式の減衰項になる。そしてこの減衰しようとするのに打勝って増大させるためのエネルギーが電磁波電力  $P$  から供給されてバランスする。尚この  $\frac{1}{2} \omega_0$  のスピン波のエネルギーは熱として、消耗される。従って  $P$  が  $P_c$  以上になると  $P_c$  以上の電力は全てスピン波に供給されることになる。

この模様を示したのが、図 32 である。

そして電磁波電力  $P$  が増せば増すほどスピン波に与えるエネルギーは

$$P - P_c$$

に従って増大する。

いま、電磁波-静磁波変換器の両端(図 30 の①②間)の電圧を  $V$  とすると、 $P$  が  $P_c$  を越しても先程の理由で磁化の大きさは変わらないから、 $V$  は  $V_c$  以上にならない。従って変換器両端からスピン波に変換されると電力に基づくコンダクタンスを  $G_{spin}$  とすると、

$$G_{spin} = \frac{P - P_c}{V_c^2} \quad (78)$$

となる。さて  $V$  は  $P_c$  以上で  $V_c$  に常に一定に保たれる事を考えるとこの  $G_{spin}$  は図 33 (a) の如く、MSW のコンダクタンス  $G_{MSW}$  に  $P > P_c$  の時、並列にはいらなければならない。

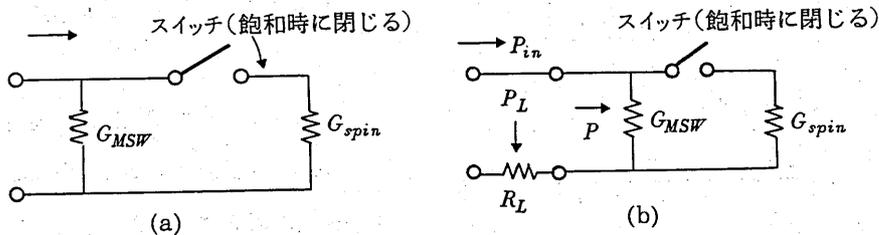


図 33

従って、変換器両端のコンダクタンス  $G$  は

$$\left. \begin{array}{l} P < P_c \text{ で } G = G_{MSW} \\ P > P_c \text{ で } G = G_{MSW} + \frac{P - P_c}{V_c^2} \end{array} \right\} \quad (79)$$

となる。従って  $G$  は  $P > P_c$  の状態で  $P$  の増加と共に図 34 の如く増加する。

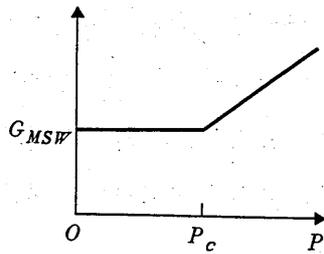


図 34

さて、変換器に直列に負荷抵抗  $R_L$  を接続すると、その等価回路は図 33 (b) の如くなる。

従って

$R_L$  への信号電力を  $P_L$  とすると、これは  $P$  が  $P_c$  を越すと急に増加する。これを入力電力  $P_{in}$  との比で求めると

$$\frac{P_L}{P_{in}} = 1 - \frac{1}{1 + R_L \frac{P}{V_c^2}} = \frac{R_L \frac{P}{V_c^2}}{1 + R_L \frac{P}{V_c^2}} \quad (80)$$

となる。また  $P < P_c$  の時には当然

$$\frac{P_L}{P_{in}} = \frac{R_L}{R_L + R_{MSW}} \quad (81)$$

となる。従って、信号電力を  $S$ 、雑音電力を  $N$  とすると

$$\left. \begin{array}{l} S > P_c \\ N < P_c \end{array} \right\} \quad (82)$$

の条件で用いると(80)(81)式より  $SN$  改善度  $I$  は

$$I = \frac{\left(\frac{S}{N}\right)_E}{\left(\frac{S}{N}\right)_O} = \left(1 - \frac{1}{1 + R_L \frac{P}{V_c^2}}\right) \left(1 + \frac{R_{MSW}}{R_L}\right) \quad (83)$$

但し  $\left(\frac{S}{N}\right)_E$  はエンハンサーを通過したときの  $SN$   
 $\left(\frac{S}{N}\right)_O$  はエンハンサーを用いないときの  $SN$

となり、 $P \rightarrow \infty$  のとき

$$I = 1 + \frac{R_{MSW}}{R_L}$$

となる。これより  $I$  を増加させる為には  $R_{MSW} \gg R_L$  としなければならず、これには実際回路設計上で問題がある。

そこで、弱い雑音だけを更に減少させればよい事になる。その工夫として最近、次の方法が野本氏によって、提案されている。即ち、入力信号を2つの径路にわけ、第1の径路には MSSW フィルターと減衰器との順に挿入し、第2の径路には減衰器と MSSW フィルターの順に挿入されている。そして、これらの径路はお互い  $180^\circ$  位相関係で合成されている。従って、雑音のような小信号は合成された出力端子には生じない。

一方、信号のような大信号は第1の径路で、フィルターの飽和の為に弱って生じるが第2の径路では最初の減衰器で弱められているから、フィルターで飽和しない。従って結局第2の径路の方が強くなり、その差分だけが出力に生じる。つまり信号は飽和減衰量に相当しただけ生じ、雑音は理想的には打ち消せるという方法である。

この際、MSSW フィルターが主信号で飽和しても図 31 (b) で示すように  $\Delta \omega'$  (通常  $\Delta H = 1 \text{ oe}$  で数 MHz) 帯域以外では主信号の飽和にも拘らずその影響を受けず線形に働く故、上記の雑音打消し効果がある。

さて、電磁波-静磁波変換器のインピーダンスが(79)式のように、 $P < P_c$ 、 $P > P_c$  につき変わる値を取る事に着目すると、図 35 の如くサーキュレーターや 3 dB 結合器と MSSW とを組み合わせた SN エンハンサーができる。

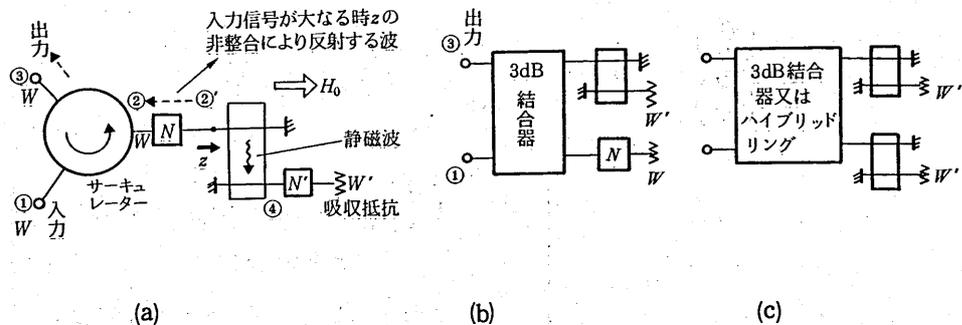


図 35

この方法で入力信号が小さい時、図 35 の静磁波励振端子②' から静磁波フィルタ（もしくは静磁波遅延線）側を見たインピーダンス  $z$  をサーキュレーターの端子インピーダンスに  $W$  に等しく整合する回路  $N$  を同図の端子②②' 間に挿入すればよい。この場合、端子①に加わった信号の弱い時は全て、静磁波内及び静磁波の他端にもうけられた電極④に接続された抵抗内に吸収される為、端子③には信号は現れない。

次に信号が強い場合には、②' に進入した電波から静磁波への変換される値が飽和する為、変換されない残りの電力は端子②' で反射され、これは②→③に向けて、出力に生じる。その出力信号電力  $S_{out}$  は

$$S_{out} = S |\Gamma|^2 = S \left\{ \frac{G_o - (G_{MSW} + \frac{P - P_c}{V_c^2})}{G_o + (G_{MSW} + \frac{P - P_c}{V_c^2})} \right\}^2 \quad (85)$$

となる。そして出力雑音電力  $N_{out}$  は、サーキュレーターや 3 dB 結合器のアイソレーション  $L_{ISO}$  だけ減衰し

$$N_{out} = N \frac{1}{L_{ISO}} \quad (86)$$

となる。通常  $L_{ISO}$  は 25 dB は容易に得られ  $|\Gamma|^2$  は数 dB である故、20 dB 以上の改善は容易である。

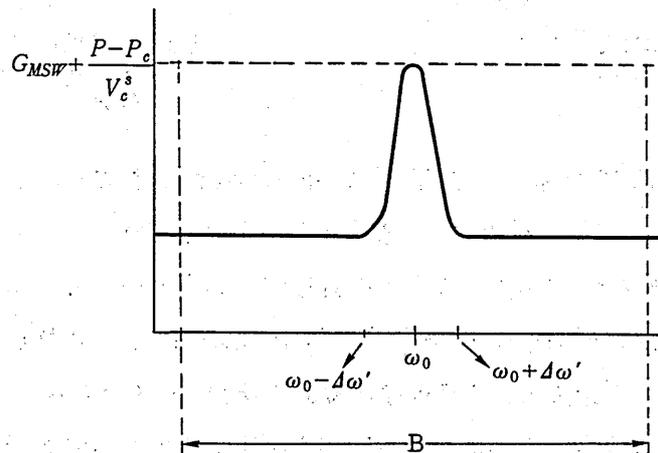


図 36

次に雑音など信号以外のスペクトラムは、先程図 31 (b) で示したように、搬送波  $\omega_0$  を中心として、 $\pm \Delta \omega'$  の部分はスピンの波に吸収され、その巾は  $\Delta H$  が小さいほど狭く、 $P$  が大なる程広くなる事が報告されている。<sup>(8)</sup> そしてこの帯域巾は通常数 MHz である。

さて、この帯域  $\Delta \omega'$

内では、先述の説明からわかるように、スピン波にエネルギーが供給される故、変換器から見たアドミッタンスは  $G_{MSW}$  からずれる。

この模様を示すと図 36 の如くなる。

従っていま同図の如く帯域  $B$  をしめる信号、例えば広帯域 FM 変調を行った場合には、

$$2 \Delta \omega' \ll B \quad (8)$$

であるから、 $N$  の改善度の劣化は殆ど考えなくてよい。

例えば、衛星放送などの場合には  $B = 27 \text{ MHz}$  用いられている為、 $\Delta H < 0.5 \sim 1 \text{ oe}$  のフェライトを用いればよい。

### 3-4 フェライトの損失項とその応用

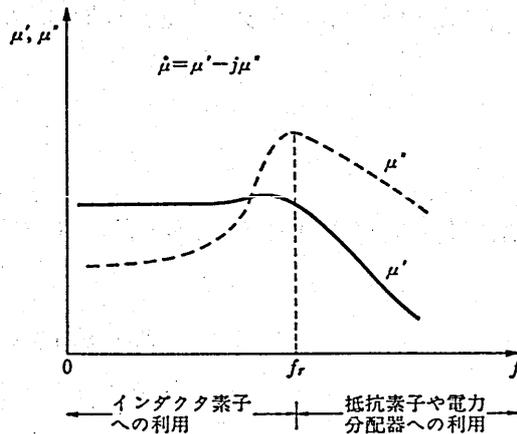


図 37 フェライトの複素透磁率の周波数特性

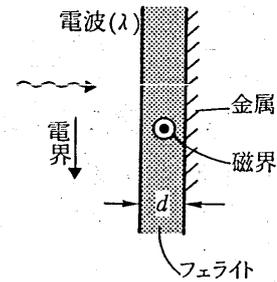


図 38 金属板上にフェライトがある場合の構造

フェライトの透磁率の実部  $\mu'$  と虚部  $\mu''$  の周波数依存性を図 37 に示した。このように  $f$  が高くなると  $\mu'' \gg \mu'$  となり、損失項が大となる。従っていま真空中で  $L$  の値をもつインダクタンスにフェライトを装荷させると  $j\omega \mu' L + \omega \mu'' L$  となり、 $\omega \mu'' L$  の抵抗が附加される。そして、図 37 の如く  $\mu'$  は  $\omega$  の増加と共に減少する為  $\omega \mu'' L \approx \text{一定}$  となる。この模様は図 37 の実験データからもわかる。

さて図 38 のように金属板の上にフェライトを装荷し、それに電波が透射されると金属板上に磁界  $H$  が生じ、それに基づく抵抗が生じる。

TEM モードの場合の入射インピーダンス  $Z$  は

$$Z \approx \frac{2\pi}{\lambda} \mu'' d$$

(80)

となる。フェライトを混合した塗料などによる吸収材<sup>(84)(85)</sup>が種々開発されている。

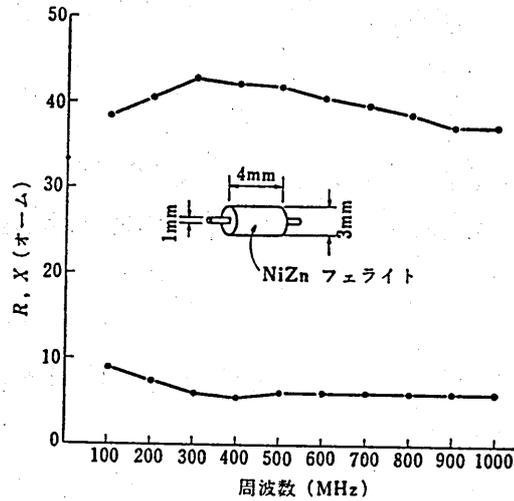


図 39 フェライト装荷線のインピーダンス測定値

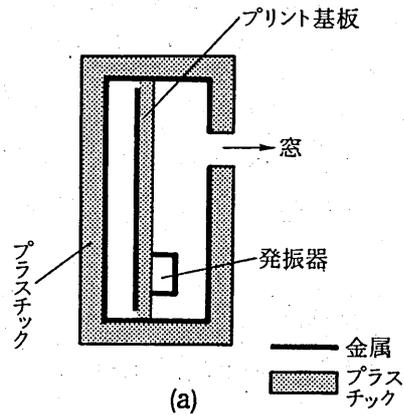


図 39

移動体通信機などの場合、液晶ディスプレイやボタンなどの為にケースに窓や穴がかけられる事が多い。このような場合、図 39 (a)の如く、内部に金属遮へい膜を塗布しても内部にある発振器がプリント基板の金属板を励起し、それがふく射器となって窓やケースのすま間から放射される場合がある。これを防ぐために図 39 (a)の金属膜上に、フェライト塗料を塗布する方法も有効であろう。また、図 39 のプラスチックなどでできたケース材料の中に磁性体損失のある材料を混入するのも 1 つの有効な方法である。

## [4] 今後の課題

(1) 最近セラミック材料の多層技術の進歩に従って高密度化が可能となって来た。この応用並びに材料開発のユーザー側から見た課題をのべる。

(イ) 多層化に必要な材料のより高い  $Q$  値の開発

(ロ) 従来デバイスの多層化による小形化

- ・集中定数サーキュレーターなど非可逆素子の多層技術化による超小形化
- ・その他、従来の可逆受動デバイス、例えば分配器、方向性結合器他、の多層化
- ・異種デバイスの多層集積化

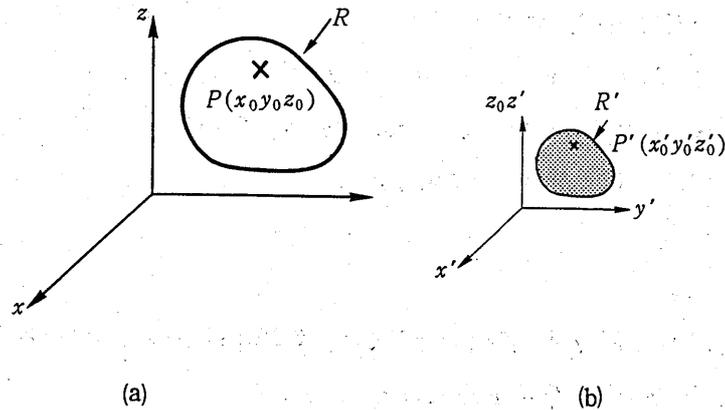
(2) 誘電体と磁性体とのハイブリッド使用によるデバイスの開発により、夫々の特徴を生かして目的の特性を得る。

(3) 将来は *Acoustic Wave* デバイスとの混成集積デバイス。

現状は夫々の特徴を生かして外部接続により組み合わせているが、これらの一体化の工夫の余地もあろう。

今後、機器の小形化の意味で半導体が *LSI* 化されて行く中で、これと歩調を併せて受動素子の小形化が必要である。また今までの受動素子の機能を半導体の方でもアクティブフィルタや *DSP* フィルタなどで追跡している為、ユーザーとしては、常にこれらを比較して選定して行く立場になると思う。

[附録 1] 金属壁で囲まれた共振器の中に誘電体を  
充てんして小形化した共振器の Q 値



附図 1

いま附図 1 (a) の如く  $xyz$  座標軸内に空洞共振器  $R$  を考え、次に  $x' y' z'$  座標軸内に相似形の共振器  $R'$  を考える。

そして  $R'$  の表面は金属であるが内部は  $\epsilon_r$  の比誘電率をもつ誘電体で充てんされていると、 $R$  内電界  $\underline{E}$  及び磁界  $\underline{H}$  はマクスウェル方程式

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \underline{E} &= -j\omega \mu_0 \underline{H} \\ \nabla \times \underline{H} &= j\omega \epsilon_0 \underline{E} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

を満たしてしている。

次に  $R'$  内の電界及び磁界を  $\underline{E}'(x', y', z')$  及び  $\underline{H}'(x', y', z')$  とする。

いま、 $R$  と  $R'$  とは相似形としたことから

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}'(x', y', z') &= K_E \underline{E}(x, y, z) \\ \underline{H}'(x', y', z') &= K_H \underline{H}(x, y, z) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。また、この  $\underline{E}'$ 、 $\underline{H}'$  はマクスウェル方程式を満たさねばならない。いま、 $P'(x'_0, y'_0, z'_0)$  点を  $x, y, z$  座標軸の  $x_0, y_0, z_0$  点に移して考えると、

$$\underline{\nabla} \times = \sqrt{\epsilon_r} \cdot \underline{\nabla}' \times \quad (3)$$

である事がわかる。これは  $x' y' z'$  座標が  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$  に縮められているため、 $\underline{E}'$ 、 $\underline{H}'$  の変化率は  $\underline{E}$ 、 $\underline{H}$  の変化率に比べて同じ座標系  $x, y, z$  でとらえた場合  $\sqrt{\epsilon}$  倍に大きくなる事がわかる。

従って、 $P'$  点のマクスウェル方程式は

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \underline{E}(x, y, z) &= \sqrt{\epsilon_r} \nabla' \times \underline{E}'(x', y', z') = -j\omega \mu_0 \underline{H}'(x', y', z') \\ \nabla \times \underline{H}(x, y, z) &= \sqrt{\epsilon_r} \nabla' \times \underline{H}'(x', y', z') = j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \underline{E}'(x', y', z') \end{aligned} \right\} (4)$$

さて(2)式より

$$\left. \begin{aligned} \nabla' \times \underline{E}'(x', y', z') &= K_E \nabla \times \underline{E}(x, y, z) \\ \nabla' \times \underline{H}'(x', y', z') &= K_H \nabla \times \underline{H}(x, y, z) \end{aligned} \right\} (5)$$

であるから(4)に(5)と(2)とを代入すると,

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\epsilon_r} \cdot K_E \nabla \times \underline{E}(x, y, z) &= -j\omega \mu_0 K_H \underline{H}(x, y, z) \\ \sqrt{\epsilon_r} \cdot K_H \nabla \times \underline{H}(x, y, z) &= j\omega \epsilon_r \epsilon_0 K_E \underline{E}(x, y, z) \end{aligned} \right\} (6)$$

となる。(6)式と(1)式とは相等しいものであるから

$$\frac{K_E}{K_H} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (7)$$

となる。

さて附図1に示す如く電磁界は相似形である故、境界条件を満たしている。

次に附図1のR及びR'のQ値をQ及びQ'とすると,

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{2\omega \iiint_V \frac{1}{2} |H|^2 d\tau}{\iint_S |H|^2 dS} && \begin{array}{l} V \text{ は } R \text{ 内の体積積分領域} \\ S \text{ は } R \text{ の表面積分領域} \end{array} \\ Q' &= \frac{2\omega \iiint_{V'} \frac{1}{2} |H'|^2 d\tau'}{\iint_{S'} |H'|^2 dS'} && \begin{array}{l} V' \text{ は } R' \text{ 内の体積積分領域} \\ S' \text{ は } R' \text{ の表面積分領域} \end{array} \end{aligned} \right\} (8)$$

いま、例えば(7)で $K_H=1$ とすると

$$\underline{H}(x, y, z) = \underline{H}'(x', y', z')$$

となるから

$$\frac{\iiint_V \frac{1}{2} |H|^2 d\tau}{\iint_{V'} \frac{1}{2} |H|^2 d\tau} = \epsilon_r^{-\frac{3}{2}} \quad \frac{\iint_{S'} |H'|^2 dS'}{\iint_S |H|^2 dS} = \epsilon_r^{-1}$$

となる。従って

$$\frac{Q'}{Q} = \epsilon_r^{-\frac{3}{2}} \cdot \epsilon_r^1 = \epsilon_r^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

## [附録2] 均一導波路を用いた共振器のQ値

### [1] 共振器のQ値の定義

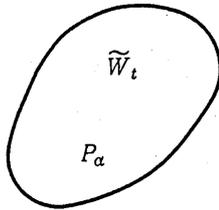


図1

図1のような共振器中のリアクティブエネルギーの時間平均値を  $\tilde{W}_t$  とし、1秒間に失われる電力（熱やふく射など）を  $P_a$  とするとき

$$Q = \frac{\tilde{W}_t}{\text{電気角1ラジアン時間に失われる電力}}$$

$$= \frac{\tilde{W}_t}{P_a/\omega} = \frac{\omega \tilde{W}_t}{P_a} \quad (1)$$

(1)式が  $Q$  の定義に用いられる。

いま図2の如く、極めて小さな結合を共振器に行い、その結合端子のインピーダンスを  $z$  とする。角周波  $\omega$  が共振角周波数  $\omega_0$  から  $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$  にずれたとき  $z$  は

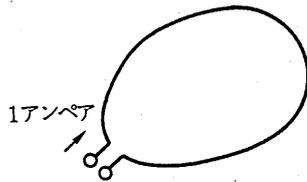


図2

$$Z = P_a + 2j \frac{\Delta\omega}{2} \tilde{W}_t \quad (2)$$

$P_a, \tilde{W}_t$  は端子に1アンペアの電流を流したとき共振器内の損失動力と全リアクティブエネルギーの時間平均値

となる。故に、 $z$  の実部と虚部とが等しくなる  $\frac{\Delta\omega}{2}$  を  $\frac{\Delta\omega_0}{2}$  とするとき、

$$\frac{1}{\Delta\omega} = \frac{\tilde{W}_t}{P_a} \quad (3)$$

となるので(3)を(1)に代入すると

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0} \quad (4)$$

となる。

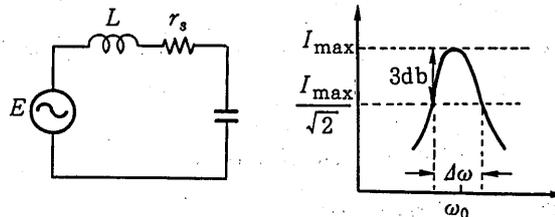


図3

これは図3の直列共振回路に定電圧源を加えたとき、電流が最大値  $I_{max}$  を取る角周波数  $\omega_0$  が  $\omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2}$  では、 $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$  になる事を考えると、 $Q$  の定義を  $3\text{ dB}$  減衰帯域中  $\Delta\omega$  と、中心角周波数  $\omega_0$  とで(4)式の如く定義してもよい。

次に共振器内の電磁界  $\underline{E}$ ,  $\underline{H}$  が

$$\left. \begin{aligned} \underline{E} &= \underline{\varepsilon} e^{-\omega' t} e^{-j\omega t} \\ \underline{H} &= \underline{h} e^{-\omega' t} e^{-j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

の如く、時間とともに変化するとすると、 $Q$  値の定義より、 $\frac{1}{\omega}$  秒間に  $|\underline{\varepsilon}|$ ,  $|\underline{h}|$  は  $\frac{1}{2Q}$  だけ減少しなければならない。(エネルギーが  $\frac{1}{Q}$  だけ減らす故)

従って(5)式より

$$e^{-\omega' \frac{1}{\omega}} = \left(1 - \frac{1}{2Q}\right)$$

となる。従って、 $\omega' \simeq \frac{\omega}{2Q}$

となる。故に(5)式は

$$\left. \begin{aligned} \dot{\underline{E}} &= \underline{\varepsilon} e^{-j\omega(1+j\frac{1}{2Q})t} \\ \dot{\underline{H}} &= \underline{h} e^{-j\omega(1+j\frac{1}{2Q})t} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

## [2] $\frac{n}{2} \lambda$ 均一伝送路を用いた共振器の $Q$ 値

### (1) リング共振器

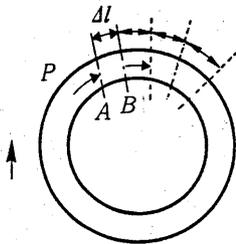


図4

図4の如く均一導波管をリング状にし、リングの一周の長さ  $L$  が管内波長  $\lambda_g$  の  $n$  倍になるようにすると、このリング導波路を進行する進行波によって共振器ができる。いまリング導波路の任意の断面  $A$  を横切って進む波の電力を  $P$  とすると、リング内に蓄えられるエネルギー  $\tilde{W}_t$  は

$$\tilde{W}_t = P \frac{L}{v_g} \quad [v_g: \text{群速度}] \quad (7)$$

となる。これは  $A$  面からの矢印の方向に流れ込んだエネルギーが  $v_g$  の速度で進み再び  $A$  面に到達する時間は  $\frac{L}{v_g}$  である事を考えると、(7)式で  $\tilde{W}_t$  が求まる事がわかる。さて付図4の  $A$  面に入る電力を  $P$  とすると  $\Delta l$  波が進んだ位置、即ち図4の  $B$  面での進行波電力は

$$P e^{-2\alpha' \Delta l}$$

に減衰している。ここで  $\alpha'$  は伝送路の減衰定数を示す。

従って  $AB$  区間で1秒間に失われる電力は

$$P - P e^{-2\alpha' \Delta l} \simeq 2\alpha' \Delta l \cdot P$$

となる。従って  $\frac{1}{\omega}$  秒に失われる電力は  $\frac{2\alpha'}{\omega} \Delta \ell \cdot P$  である。このような事が図4の各  $\Delta \ell$  区間で行われているから各区間の電磁界エネルギーは時間と共に一様に減衰する。

従ってリング全体で  $\frac{1}{\omega}$  秒間に失われる電力を  $P_d$  とすると

$$P_d = \frac{2\alpha' L}{\omega} \cdot P \quad (8)$$

となる。故に(1)式の  $Q$  の定義に(7)と(8)式を代入すると、

$$Q = \frac{P \frac{L}{v_g}}{\frac{2\alpha' LP}{\omega}} = \frac{\omega}{2\alpha' v_g} \quad (9)$$

となる。また、均一導波路を進む電磁波の場合には、

$$v_g v_p = v_0^2 \quad (10)$$

$$\left[ \begin{array}{l} v_p : \text{位相速度} \\ v_0 : \text{無限媒質中の伝播速度} \end{array} \right]$$

となるので(10)を(9)に代入すると

$$Q = \frac{\omega v_p}{2\alpha' v_0^2} = \frac{\omega^2 v_p}{2\alpha' \omega v_0^2} = \frac{\pi \lambda_g}{\alpha' \lambda_0^2} \quad (11)$$

となる。

TEMモードの場合には

$$v_0 = v_p = v_g \quad (12)$$

であるから

$$Q = \frac{\pi}{\alpha' \lambda_g} \quad (13)$$

となる。

## (2) 有限長の均一導波路の $Q$ 値

付図5に示す如く均一導波路の  $A, B$  面で完全反射する場合を考えると、導波路の中には進行波と反射波とが共存する。

従って  $A, B$  間に含まれるエネルギーは(7)式の2倍になる。即ち

$$\tilde{W}_t = \frac{2PL}{v_g} \quad (14)$$

となる。また導波路中で失われる電力も(8)式の

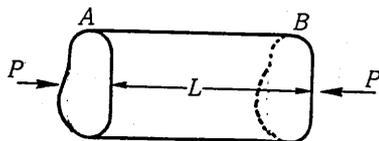


図5

2倍になる。故に  $Q$  値は(11)式と同じである。

更にこの場合には  $A$  面及び  $B$  面がとくに導体でできている場合には、 $A$ 、 $B$  面の導体損が生じる。このエネルギーを  $W_2$  とすると

$$W_2 = \frac{1}{\omega} \int_{A+B} \frac{|H_t|^2}{2 \delta \sigma} ds$$

$H_t$  は断面の磁界成分の尖頭値

$\delta$  : 表皮の厚さ  $\sigma$  : 導電率

$$\text{一方 } \frac{1}{2} \int_{A, B} |H_t|^2 ds = \frac{4P}{Z_m} \times 2 = \frac{8P}{Z_w}$$

$\therefore$  金属面では  $P$  に対する磁界が進行波と  $z$  時間とが重なり合って 2 倍になるため、損失電力は 4 倍になる。更に  $A$ 、 $B$  両面なる故 2 倍する。

$Z_w$  : 特性界インピーダンス

$$\therefore W_2 = \frac{8P}{\omega \delta \cdot \sigma Z_w}$$

$\therefore W_2$  にもとづく  $Q$  を  $Q'$  とすると

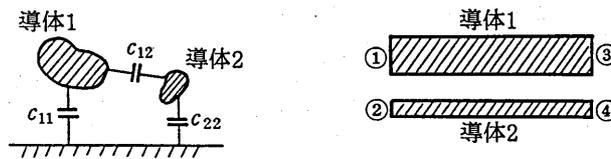
$$Q' = \frac{2PL}{v_g} \times \frac{\omega \delta \sigma Z_w}{8P} = \frac{L \omega \delta \sigma Z_w}{4 v_g}$$

となる。いま  $L = \frac{n \lambda_g}{2}$  とすると

$$\begin{aligned} Q' &= \frac{\omega^2 \delta \sigma Z_w n \lambda_g v_p}{8 v_g^2 \omega} = \frac{(2n)^2 \delta \sigma Z_w n \lambda_g^2}{8 \lambda_g^2 (2\pi)} \\ &= \frac{n\pi \delta \sigma Z_w \lambda_g^2}{4 \lambda_g^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{Q'} = \frac{\alpha' \lambda_g^2}{\pi \lambda_g} + \frac{4 \lambda_g^2}{n\pi \lambda_g^2 Z_w \delta \sigma} \quad (15)$$

[附録 3] 非対称平行 2 線路からなる 4 開孔回路  
 において、対角線上にある 2 つの開孔が  
 開放されたとき、残りの 2 開孔からなる  
 回路の回路定数と等価回路



附図 1 非対称平行 2 線路からなる 4 開孔の構造

附図 1 の如き、非対称平行 2 線路の単位長における静電容量の行列を  $[C]$  とすると

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} + C_{12} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{22} + C_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

となる。いま

$$[y_0] = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} [C] \quad (2)$$

とし、 $[y_0]$  の固有値を  $y_s$  ( $s = 1, 2$ ) とすると

$$\left. \begin{array}{l} |[y_0] - y_s [I]| = 0 \\ [I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \quad (3)$$

をとりて

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \left( \bar{C} + C_{12} - \sqrt{C_{12}^2 + \frac{(C_{22} - C_{11})^2}{4}} \right) \\ y_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \left( \bar{C} + C_{12} + \sqrt{C_{12}^2 + \frac{(C_{22} - C_{11})^2}{4}} \right) \end{array} \right\} \quad (4)$$

但し  $\bar{C} = \frac{1}{2} (C_{11} + C_{22})$

いま  $[y_0]$  の固有ベクトルを  $\underline{V}^1 = \begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{V}^2 = \begin{bmatrix} V_1^2 \\ V_2^2 \end{bmatrix}$

とすると

$$\{[y_0] - y_s [I]\} \underline{V}^s = 0$$

の固有方程式を満たさねばならないから、これより

$$\begin{aligned} \underline{V}^1 &= \frac{1}{\sqrt{1+P_1^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ P_1 \end{bmatrix}, \quad P_1 = -\beta\sqrt{1+\beta^2} \\ \underline{V}^2 &= \frac{1}{\sqrt{1+P_1^2}} \begin{bmatrix} P_1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \beta = \frac{C_{22}-C_{11}}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

が得られる。一方附図1(b)は左右に対して対称であることを考慮すると、同図(b)の開孔1, 2, 3, 4の固有ベクトル  $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3, \underline{u}_4$  とそれらに対する固有アドミッタンス  $y^{(s)}$  及び固有インピーダンス  $z^{(s)}$

( $S=1, 2, 3, 4$ ) は

$$[E] = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3, \underline{u}_4] = \frac{1}{\sqrt{2(1+P_1^2)}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & P_1 & P_1 \\ P_1 & P_1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & P_1 & -P_1 \\ P_1 & -P_1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} y^{(1)} &= jy_1 \tan \frac{\theta}{2} & z^{(1)} &= -jz_1 \cot \frac{\theta}{2} \\ y^{(2)} &= -jy_1 \cot \frac{\theta}{2} & z^{(2)} &= jz_1 \tan \frac{\theta}{2} \\ y^{(3)} &= jy_2 \tan \frac{\theta}{2} & z^{(3)} &= -jz_2 \cot \frac{\theta}{2} \\ y^{(4)} &= -jy_2 \cot \frac{\theta}{2} & z^{(4)} &= jz_2 \tan \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

として求まる。いま附図1(b)のZ行列を  $[Z]$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} [Z] &= [E] [z_d] [\tilde{E}]^* \\ [z_d] &= \begin{bmatrix} z^{(1)} & & & \\ & z^{(2)} & & \\ & & z^{(3)} & \\ & & & z^{(4)} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

の関係があるから(8)に(6)と(7)とを代入すると、

$$[z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{13} & Z_{23} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{14} & Z_{24} & Z_{34} & Z_{44} \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} + z^{(2)} + P_1^2 z^{(3)} + P_1^2 z^{(4)}\} \\ Z_{12} &= \frac{P_1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} + z^{(2)} - z^{(3)} - z^{(4)}\} \\ Z_{13} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} - z^{(2)} + P_1^2 z^{(3)} - P_1^2 z^{(4)}\} \\ Z_{14} &= \frac{P_1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} - z^{(2)} - z^{(3)} + z^{(4)}\} \\ Z_{22} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{P_1^2 z^{(1)} + P_1^2 z^{(2)} + z^{(3)} + z^{(4)}\} \\ Z_{23} &= \frac{P_1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} - z^{(2)} - z^{(3)} + z^{(4)}\} \\ Z_{24} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{P_1^2 z^{(1)} - P_1^2 z^{(2)} + z^{(3)} - z^{(4)}\} \\ Z_{33} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} + z^{(2)} + P_1^2 z^{(3)} + P_1^2 z^{(4)}\} \\ Z_{34} &= \frac{P_1}{2(1+P_1^2)} \{z^{(1)} + z^{(2)} - z^{(3)} - z^{(4)}\} \\ Z_{44} &= \frac{1}{2(1+P_1^2)} \{P_1^2 z^{(1)} + P_1^2 z^{(2)} + z^{(3)} + z^{(4)}\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

これから

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= Z_{33} & Z_{22} &= Z_{44} \\ Z_{12} &= Z_{34} & Z_{14} &= Z_{23} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

である事がわかる。

いま開孔②③が開放の場合

$$[V] = [Z] [I]$$

において  $I_2 = I_3 = 0$  を代入すると

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{14} I_4 \\ V_4 &= Z_{14} I_1 + Z_{44} I_4 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となり、(9)式に(7)式を代入すると

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= -j \frac{z_1 + P_1^2 z_2}{1 + P_1^2} \cot \theta \\ Z_{44} &= -j \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} \cot \theta \\ Z_{14} &= \frac{-jP_1}{2(1 + P_1^2)} (z_1 - z_2) \frac{1}{\sin \theta} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

が得られる。

さて(12)式の  $Z_{14}$  は

$$W_{14} = \frac{P_1(z_1 - z_2)}{1 + P_1^2} \quad (13)$$

の特性インピーダンスをもち、電気長  $\theta$  の分布線路のものである。

一方この線路の  $Z$  行列を  $[Z']$  とし、

$$[Z'] = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{12} & Z'_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

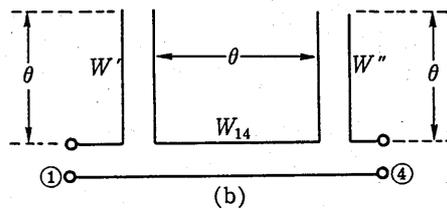
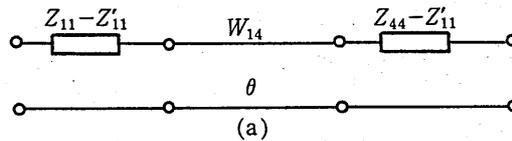
で示すと、

$$Z'_{11} = Z'_{22} = -jW \cot \theta \quad (15)$$

である。従って(12)式と(15)式により

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} - Z'_{11} &= -j \frac{(1 - P_1) z_1 - P_1(1 + P_1) z_2}{1 + P_1^2} \cot \theta \\ Z_{44} - Z'_{44} &= -j \frac{P_1(P_1 - 1) z_1 + (1 + P_1) z_2}{1 + P_1^2} \cot \theta \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。従ってこれは附図 2 (a)の回路で示せる。



附図 2

一方、附図2(a)の  $Z_{11}-Z'_{11}$  及び  $Z_{44}-Z'_{44}$  は附図2(b)の如く、特性インピーダンス  $W'$  及び  $W''$  で電気長  $\theta$  をもつ先端開放分布線路で示せる。そして

$$\left. \begin{aligned} W' &= \frac{(1-P_1)z_1 + P_1(1+P_1)z_2}{1+P_1^2} \\ W'' &= \frac{P_1(P_1-1)z_1 + (1+P_1)z_2}{1+P_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

の値を有する。

また、対称平行線路の場合には、

$$C_{11} = C_{22}, \quad \beta = 0, \quad P_1 = 1$$

となるから、これを(17)式に代入すると

$$W' = W'' = z_2$$

となる。これは(5)式で  $S=2$  のモードに対する固有インピーダンスであるから、奇モード励振に対する特性インピーダンスである。いまこれを  $Z_0$  で示すと

$$W' = W'' = z_2 = Z_0 \quad (18)$$

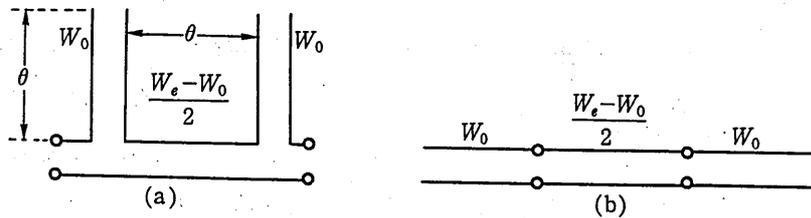
となる。また、 $S=1$  に対するものは(5)より偶モード励振であるから、その特性インピーダンスを  $Z_e$  とするならば

$$z_1 = Z_e \quad (19)$$

である。従って附図2の  $W_{14}$  は(13)式に(18)(19)式を代入すると

$$W_{14} = \frac{Z_e - Z_0}{2} \quad (20)$$

となる。従って平行2線路の等価回路は附図3(a)で示される。従って開孔①④が短縮されると附図3(b)の等価回路となる。これが本文図10(b)である。



附図3

[附録 4] 断面が対称面をもつ 3 平行線路からできた  
6 開孔回路に於いて, 3 開孔を開放したと  
き, 残りの 3 開孔の回路行列と等価回路

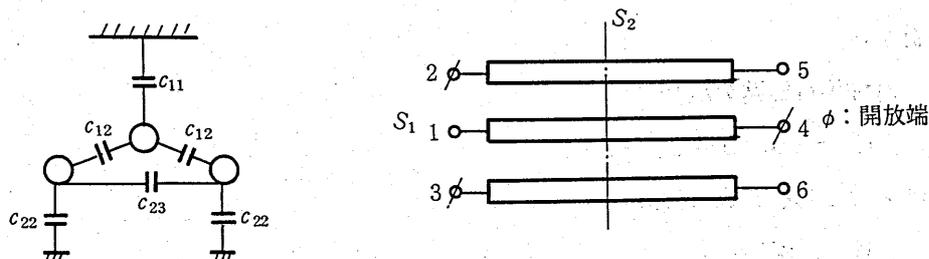


図1 構造

図1の構造に於いて, 開孔①, ⑤, ⑥から3開孔回路のZ行列をもちいて

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= Z'_{11} I_1 + Z'_{15} I_5 + Z'_{16} I_6 \\ V_5 &= Z'_{15} I_1 + Z'_{55} I_5 + Z'_{56} I_6 \\ V_6 &= Z'_{16} I_1 + Z'_{56} I_5 + Z'_{66} I_6 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

の如く表わし得る。各行列要素は以下の如く求めうる。

(i)  $Z'_{11}$  の誘導

$$I_5 = I_6 = 0 \quad \text{を考えると } V_5 = V_6$$

であり,  $S_1$  面に対して偶モードであるから, 図1(a)を図2の如く分解し, 端子①'①"に夫々  $\frac{I_1}{2}$  の電流を流した場合の問題におきかえうる。即ち, 非対称2平行線路の問題におきかえうる。

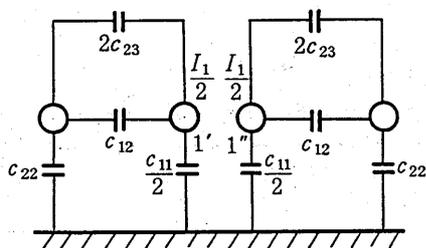


図2

図2の端子①'から見たインピーダンスは附録3の(12)式に於いて  
 $C_{11} \rightarrow \frac{C_{11}}{2}, C_{12} \rightarrow C_{12} + 2C_{23}$   
 とおいて得られ, この値の  $\frac{1}{2}$  が  $Z'_{11}$  となる。即ち

$$\left. \begin{aligned}
 Z_{11} &= -j \frac{z_1 + P_1^2 z_2}{2(1 + P_1^2)} \cot \theta \\
 z_1 &= \frac{1}{y_1}, \quad z_2 = \frac{1}{y_2} \\
 y_{1,2} &= \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \left( \bar{C} + C_{12} + 2C_{23} \mp \sqrt{(C_{12} + 2C_{23})^2 + \frac{(C_{22} - \frac{C_{11}}{2})^2}{4}} \right) \\
 \bar{C} &= \frac{\frac{C_{11}}{2} + C_{22}}{2} \\
 P_1 &= -\beta + \sqrt{1 + \beta^2} \quad \beta = \frac{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}}{2(C_{12} + 2C_{23})}
 \end{aligned} \right\} (2)$$

(ロ)  $Z'_{15}$  の誘導

これは附録3の(12)式の  $Z'_{14}$  の値の半分になる。但し、 $z_1 z_2 y_1 y_2$  の値は(2)式である。即ち

$$Z'_{15} = -j \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2(1 + P_1^2)} \frac{1}{\sin \theta} \quad (3)$$

(ハ)  $Z'_{55}$  の誘導

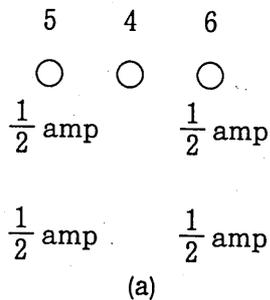


図3(a)の如く端子⑤及び⑥に  $\frac{1}{2}$  amp ずつを流した時の偶モードと  $\frac{1}{2}$  amp 及び  $-\frac{1}{2}$  amp を流したときの奇モードの合成から求める。偶モードの時の端子⑤の電圧  $V_{5e}$  は附録3の(12)式より

$$V_{5e} = -j \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{2(1 + P_1^2)} \cot \theta \quad (4)$$

として求まる。

次に奇モードの時の端子⑤の電圧  $V_{5o}$  は、図3(c)の如くなるから

$$\left. \begin{aligned}
 V_{5o} &= -j \frac{z_0}{2} \cot \theta \\
 z_0 &= \frac{1}{y_0}, \quad y_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} (C_{22} + C_{12} + C_{23})
 \end{aligned} \right\} (5)$$

となる。故に  $Z'_{55}$  は

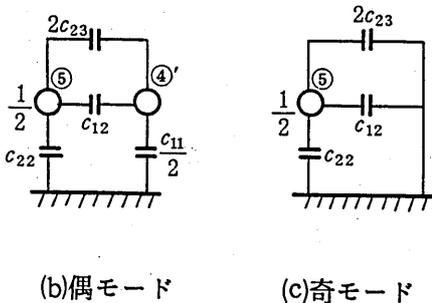


図3

$$Z_{55} = \frac{V_{5e} + V_{50}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} + z_0 \right\} \cot \theta \quad (6)$$

(二)  $Z'_{56}$  の誘導

これは、図3(a)から理解できるように

$$Z'_{56} = V_{5e} - V_{50} = -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} - z_0 \right\} \cot \theta \quad (7)$$

となる。以上をまとめて

$$\left. \begin{aligned} Z'_{11} &= -j \frac{z_1 + P_1^2 z_2}{2(1 + P_1^2)} \cot \theta \\ Z'_{55} &= -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} + z_0 \right\} \cot \theta \\ Z'_{15} &= -j \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2(1 + P_1^2)} \frac{1}{\sin \theta} \\ Z'_{56} &= -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} - z_0 \right\} \cot \theta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

〔例1〕

簡単な例として  $C_{12}, C_{23} \ll C_{11}, C_{22}$  (9)

の場合を求める。

(2)式に於いて

$$\beta' = \frac{1}{\beta} = \frac{2(C_{12} + 2C_{23})}{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}} \quad (10)$$

とすると

$$P_1 = -\frac{1}{\beta'} + \sqrt{1 + \frac{1}{\beta'^2}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + \beta'^2}}{\beta'} \quad (11)$$

$$\simeq \frac{-1 + 1 + \frac{\beta'^2}{2}}{\beta'} = \frac{\beta'}{2}$$

となる。また

$$\begin{aligned}
z_0 &= \frac{1}{y_0}, \quad y_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} C_{22} \left( 1 + \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22}} \right) \\
y_{1,2} &= \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \left\{ \tilde{C} + C_{12} + 2 C_{23} \mp \frac{(C_{22} - \frac{C_{11}}{2})}{2} \sqrt{1 + \frac{4(C_{12} + 2 C_{23})^2}{(C_{22} - \frac{C_{11}}{2})^2}} \right\} \\
&\simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \left[ \tilde{C} + C_{12} + 2 C_{23} \mp \frac{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}}{2} \left\{ 1 + \frac{2(C_{12} + 2 C_{23})^2}{(C_{22} - \frac{C_{11}}{2})^2} \right\} \right] \\
&\simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \left[ \frac{C_{22} + \frac{C_{11}}{2}}{2} + C_{12} + 2 C_{23} \mp \frac{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}}{2} \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} (C_{11} + C_{12} + 2 C_{23}) \\
z_{1,2} &\simeq \sqrt{\mu \varepsilon} \frac{1}{C_{22} \left( 1 + \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22}} \right)} \\
&\simeq \sqrt{\mu \varepsilon} \frac{1}{C_{22}} \left( 1 - \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22}} \right) \\
z_0 &\simeq \sqrt{\mu \varepsilon} \frac{1}{C_{22}} \left( 1 - \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{11}} \right)
\end{aligned} \tag{12}$$

となる。(11)(12)式を(8)式に代入し、

$$\beta' \ll 1$$

を用いると

$$\begin{aligned}
Z'_{11} &\simeq -j \frac{\sqrt{\mu \varepsilon}}{2 C_{11}} \cot \theta, \\
Z'_{55} &\simeq -j \frac{\sqrt{\mu \varepsilon}}{C_{11}} \left\{ 1 - 2 \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22}} \right\} \cot \theta \\
Z'_{15} &\simeq -j \sqrt{\mu \varepsilon} \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{2(C_{22} - \frac{C_{11}}{2})} \left( \frac{1}{C_{11}} - \frac{1}{C_{22}} \right) \frac{1}{\sin \theta} \\
Z'_{56} &\simeq 0 \quad (2)
\end{aligned} \tag{13}$$

の如くなる。これからわかるように、開孔①と⑤との結合は、 $C_{12}$ 、 $C_{23}$ の減少と共に、1次的に小さくなるのに比べて、開孔⑤と⑥との結合は2次的に小さくなる事がわかる。

〔例2〕

他の例として、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ の場合を考える。

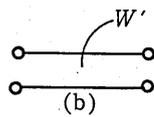
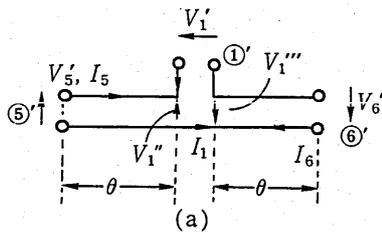
(8)式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} Z'_{11} = Z'_{55} = Z'_{66} &= 0 \\ Z'_{15} &= -j \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2(1 + P_1^2)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

である事がわかる。

### 等価回路の誘導

(13)式の如く、 $Z'_{66} \simeq 0$ の条件では、開孔⑤と⑥との結合がないので、図4(a)のような回路を考えて見ると、同図の電圧電流の間には



$$\begin{pmatrix} V'_1 \\ V'_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -jW' \cot \theta & -jW' \frac{1}{\sin \theta} \\ -jW' \frac{1}{\sin \theta} & -jW' \cot \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V'_1 \\ V'_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_5 \end{pmatrix}$$

の関係がある。

一方  $V'_1 = V'_1 + V'_1$

の関係があるから、上式より

図4

$$\left. \begin{aligned} V'_1 &= 2jW' \cot \theta \cdot I_1 - jW' \frac{1}{\sin \theta} \cdot I_5 - jW' \frac{1}{\sin \theta} \cdot I_6 \\ V'_1 &= -jW' \frac{1}{\sin \theta} \cdot I_1 - jW' \cot \theta \cdot I_5 \\ V'_6 &= -jW' \frac{1}{\sin \theta} \cdot I_1 - jW' \cot \theta \cdot I_6 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。いま(8)式と比較して

$$W = \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2(1 + P_1^2)} \simeq \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2} \quad (16)$$

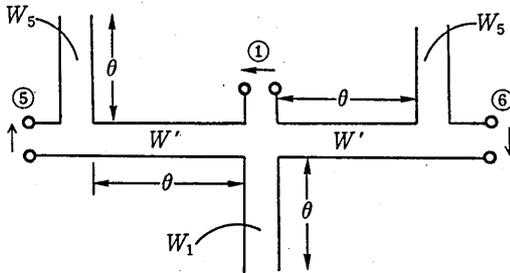
とすれば、 $Z'_{15}$  は図4で実現できる。

次に図4の開孔①⑤⑥に夫々  $Z'_{11}$ ,  $Z'_{55}$ ,  $Z'_{66}$  ( $= Z'_{55}$ ) のインピーダンスを附加する事により、(8)式の  $Z'_{11}$ ,  $Z'_{55}$  を満たすようにすると

$$\begin{aligned} Z'_{11} &= Z_{11} - (-2jW \cot \theta) = \left[ -j \frac{z_1 + P_1^2 z_2}{2(1 + P_1^2)} + j \frac{P_1(z_1 - z_2)}{1 + P_1^2} \right] \cot \theta \\ &= -j \frac{z_1 + P_1^2 z_2 - 2P_1 z_1 + 2P_1 z_2}{2(1 + P_1^2)} \cot \theta \simeq -j \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{2C_{11}} \cot \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z'_{55} &= Z_{55} - (-jW \cot \theta) = \left[ -j \frac{1}{2} \left\{ \frac{P_1^2 z_1 + z_2}{1 + P_1^2} + z_0 \right\} \right. \\ &\quad \left. + j \frac{P_1(z_1 - z_2)}{2(1 + P_1^2)} \right] \cot \theta \simeq -j \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{C_{11}} \cot \theta \end{aligned}$$

となる。従って、図1(b)の開孔①⑤⑥の等価回路は、図5の如くなる。



$$W \simeq \frac{2(C_{12} + 2C_{23})}{C_{11} C_{22}} \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$W_5 \simeq \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{C_{22}}$$

$$W_1 \simeq \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{2C_{11}}$$

図5

(17)式は以下の如く求めうる。

$$C_{22} > \frac{C_{11}}{2} \text{ のときは } y_1 \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \left( \frac{C_{11}}{2} + C_{12} + 2 C_{23} \right)$$

$$y_2 \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} (C_{22} + C_{12} + 2 C_{23})$$

$$\frac{C_{11}}{2} > C_{22} \text{ のときは } y_1 \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} (C_{22} + C_{12} + 2 C_{23})$$

$$y_2 \simeq \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \left( \frac{C_{11}}{2} + C_{12} + 2 C_{23} \right)$$

となる。また  $P_1 \simeq \frac{\beta'}{2} \simeq \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}}$  であるから

$$\begin{aligned} W &\simeq \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}} \left( \frac{1}{\frac{C_{11}}{2} + C_{12} + 2 C_{23}} - \frac{1}{C_{22} + C_{12} + C_{23}} \right) \sqrt{\mu \varepsilon} \\ &= \frac{C_{12} + 2 C_{23}}{C_{22} - \frac{C_{11}}{2}} \frac{(C_{22} - \frac{C_{11}}{2}) \sqrt{\mu \varepsilon}}{(\frac{C_{11}}{2} + C_{12}) (C_{22} + C_{12})} \simeq \frac{2 (C_{12} + 2 C_{23})}{C_{11} C_{22}} \sqrt{\mu \varepsilon} \end{aligned}$$

## [附録 5] フェリ磁性体中の静磁波の伝播損失

### [1] 伝播損失と分散方程式との関係

波数 (又は位相定数)  $k$  は角周波数  $\omega$  と内部磁界  $H_i$  との関数となり,

$$\left. \begin{aligned} F[k(\Omega_H, \Omega), \Omega_H, \Omega] &= 0 \\ \text{但し } \Omega_H &= \frac{|\gamma| H_i}{\omega_M}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_M} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\omega_M = |\gamma| 4\pi M_s \quad M_s \text{ は飽和磁化}$$

で示される。

次に伝播損失は、フェリ磁性体のテンソル透磁率  $\overleftrightarrow{\mu}$  の損失項から生じる。一方  $\overleftrightarrow{\mu}$  は  $H_i$  と  $\omega$  との関数であり

$$\overleftrightarrow{\mu} = \overleftrightarrow{\mu}(\Omega_H, \Omega) \quad (2)$$

で示され、 $\overleftrightarrow{\mu}$  の損失項は

$$H_i \rightarrow H_i + j \frac{\Delta H_{eff}}{2} \quad (3)$$

$\Delta H_{eff}$ : 実効磁気共鳴半値巾

の如く、内部磁界  $H_i$  に虚数部  $j \frac{\Delta H_{eff}}{2}$  を加える事により求められる。従って(1)式から

$$\left. \begin{aligned} \Omega_H &\rightarrow \Omega_H + \delta \Omega_H \\ \delta \Omega_H &= j \frac{|\gamma| \Delta H_{eff}}{2 \omega_M} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

として求められる。

従って単位長 ( $m$ ) 当たりの伝播損失を  $\alpha'$  (ネーパ) とすると、本文(42)式の関係

$$\alpha' = \pm j \frac{\partial k}{\partial \Omega_H} \cdot \delta \Omega_H \quad (5)$$

[+は前進波, -は後進波]

が得られる。これを用いて単位遅延時間を支える伝播長の伝播損失  $L$  は本文(46)式即ち

$$L = \underline{K} \cdot \frac{|\gamma|}{2} \Delta H_{eff} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$\underline{K} = \pm \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial \Omega}}$$

[-は前進波, +は後進波]

をうる。

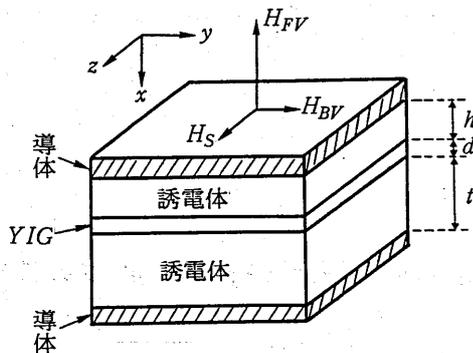
いま,  $|\gamma| = 2\pi \cdot 2.8 \times 10^6$  (∵この場合, 全て角周波数で表現されており  $|\gamma|$  は  $2.8M$   $HZ/Oe$  の値を有する事を考慮して  $2\pi$  倍しなければならない。) の関係を用い, 尚  $1 \mu sec$  の遅延時間を支える伝播損失を求めると, (11)式の  $L$  に  $10^{-6}$  乗じたものになる。更にこれをデシベルで示すと,

$$L \text{ (dB/Msec)} = 8.68 \times 2\pi \times \frac{2.8}{2} \underline{K} \cdot \Delta H_{eff}$$

$$= 76.4 \underline{K} \cdot \Delta H_{eff} \text{ (dB/}\mu\text{sec)} \quad (7)$$

となる。これが本文(47)式である。

[2] 各種静磁波の単位遅延時間を支える伝播損失の  $\underline{K}$  値



$H_s$  : 表面静磁波用の直流磁界

$H_{FV}$  : 前進体積波 "

$H_{BV}$  : 後進体積波 "

図1 構造

(2-1)  $t = \infty$ ,  $h = \infty$ の場合

(1) 表面静磁波

$$F = e^{2kd} - \frac{1}{(1 + 2\Omega_H)^2 - (2\Omega)^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{4(1 + 2\Omega_H)}{\{(1 + 2\Omega_H)^2 - (2\Omega)^2\}^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = \frac{-8\Omega}{\{(1 + 2\Omega_H)^2 - (2\Omega)^2\}^2}$$

$$\therefore \underline{K} = \frac{\frac{1}{2} + \Omega_H}{\Omega} \quad (9)$$

(2) 前進体積静磁波

$$\left. \begin{aligned} F &= kd - 2\alpha \tan^{-1} \alpha \\ \alpha &= \frac{1}{\sqrt{-\mu}}, \quad \mu = 1 - \frac{\Omega_H}{\Omega^2 - \Omega_H^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\therefore \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega_H} \quad (11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial M} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \Omega}$$

また(10)式より,  $\frac{\partial \mu}{\partial \Omega_H} = -\frac{\Omega^2 - \Omega_H^2}{(\Omega^2 - \Omega_H^2)^2}$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \Omega} = \frac{2\Omega\Omega_H}{(\Omega^2 - \Omega_H^2)^2}$$

であるから (12)

$$\underline{K} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial \Omega}} = \frac{\frac{\partial \mu}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial \mu}{\partial \Omega}} = \frac{\Omega}{\Omega_H} + \frac{\Omega_H}{\Omega}$$

(3) 後進体積静磁波

$$F = kd - \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{2d}{a^2 - 1} \quad (13)$$

となり, この場合(11)式の関係が成立するから  $\underline{K}$  は(12)式をとる。即ち前進体積静磁波と同じ損

失となる。

以上のべた(9)(12)式からわかるように、 $\mathbb{K}$ 値は $\Omega_H$ 即ち、磁界  $H_i$  で変わる。従って  $k$  の値で変化する。

いま  $k = 0$ ,  $k = \infty$  の場合の  $\Omega_H$  は、表 1 の如くなる。

表 1  $k = 0, \infty$  時の  $\Omega_H$

	$k = 0$	$k = \infty$
表面波	$\Omega_H = \Omega \sqrt{1 + \frac{1}{4\Omega^2}} - \frac{1}{2}$	$\Omega_H = \Omega - \frac{1}{2}$
体積前進波	$\Omega_H = \Omega$	$\Omega_H = \Omega \sqrt{1 + \frac{1}{4\Omega^2}} - \frac{1}{2}$
体積後進波	$\Omega_H = \Omega \sqrt{1 + \frac{1}{4\Omega^2}} - \frac{1}{2}$	$\Omega_H = \Omega$

この値を(9)(12)式に代入すると  $k = 0, \infty$  時の  $\mathbb{K}$  値が表 2 の如く求まる。

表 1  $k = 0, \infty$  時の  $K$  値

	$k = 0$	$k = \infty$
表面波	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$	1
体積前進波	1	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$
体積後進波	$\sqrt{1 + \frac{\omega_M^2}{4\omega^2}}$	1



$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} &= \frac{\tanh k_t + \tanh kh}{\{\Omega_+(1 + \tanh k_t) + 1\} \{\Omega_-(1 + \tanh kh) - 1\}} \\
&\times \left[ \frac{\Omega_-(1 + \tanh k_t) - 1}{\Omega_+(1 + \tanh k_t) - 1} + \frac{\Omega_+(1 - \tanh kh) - 1}{\Omega_-(1 + \tanh kh) - 1} \right] \\
&= A [\Omega^2 (1 - T_t + T_h - T_t T_h) - \Omega_-(2 - T_t + T_h) + 1 \\
&\quad + \Omega_+^2 (1 + T_t - T_h - T_t T_h) + \Omega_+(2 + T_t - T_h) + 1] \\
&= A [(\Omega_+^2 + \Omega_-^2)(1 - T_t T_h) + (\Omega_+^2 - \Omega_-^2)(T_t - T_h) \\
&\quad + 2(\Omega_+ - \Omega_-) + (\Omega_+ + \Omega_-)(T_t - T_h) + 2] \\
&= A [2(1 - T_t T_h)(\Omega^2 + \Omega_H^2) + 4(T_t - T_h)\Omega\Omega_H + 4\Omega_H \\
&\quad + 2(T_t - T_h)\Omega + 2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \Omega} &= A [\Omega^2 (1 - T_t + T_h - T_t T_h) - \Omega_-(2 - T_t + T_h) + 1 \\
&\quad - \Omega_+^2 (1 + T_t - T_h - T_t T_h) - \Omega_+(2 + T_t - T_h) - 1] \\
&= A [(\Omega_+^2 - \Omega_-^2)(1 - T_t T_h) - (T_t - T_h)(\Omega_+^2 + \Omega_-^2) \\
&\quad - 2(\Omega_+ + \Omega_-) - (T_t - T_h)(\Omega_+ - \Omega_-)] \\
&= A [-4\Omega\Omega_H(1 - T_t T_h) - 2(T_t - T_h)(\Omega^2 + \Omega_H^2) \\
&\quad - 4\Omega - 2(T_t - T_h)\Omega]
\end{aligned}$$

$$K = \left| \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial \Omega}} \right| = \frac{\frac{1}{2} + \Omega_H + (T_t - T_h)\Omega(\Omega_H + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}(1 - T_t T_h)(\Omega^2 + \Omega_H^2)}{\Omega + \frac{1}{2}(T_t - T_h)(\Omega^2 + \Omega_H^2 + \Omega) + (1 - T_t T_h)\Omega\Omega_H} \quad (16)$$

従って  $t \rightarrow \infty$ ,  $h \rightarrow \infty$  の時は  $T_t = T_h = 1$  となり(9)式が得られる。

## (2) 体積波

$$\text{前進波 } F = kd - \alpha \tan^{-1} \left\{ \frac{\alpha(\tanh kh + \tanh k_t)}{1 - \alpha^2 \tanh kh \cdot \tanh k_t} \right\} \quad (17)$$

$$\text{後進波 } F = kd - \frac{1}{\alpha} \tan^{-1} \left\{ \frac{\alpha(\tanh kh + \tanh k_t)}{\alpha^2 \tanh kh \cdot \tanh k_t - 1} \right\} \quad (18)$$

となる。 $\alpha$  は(10)式に示す如く、 $\Omega_H$  と  $\Omega$  との関数であるので、 $\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial \Omega}$  は(11)式で支えられる。従って  $\mathbb{K}$  は(12)式となり、 $t$ ,  $h$  を含まない。

[3] 単位長当たりの伝播損失  $\alpha'$  (ネーパ/  $m$ )

(1) 軸方向に磁化された円筒棒

分散方程式は

$$J_0 \left( \frac{k_z R}{\sqrt{-\mu}} \right) = 0 \quad (19)$$

より

$$\left. \begin{aligned} F = k_z - \frac{\chi_i}{\alpha R} \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{-\mu}} \\ -\mu = \frac{\Omega_H + \Omega_H^2 - \Omega^2}{\Omega^2 - \Omega_H^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

となる。いま

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{\partial F}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \Omega_H} \quad \frac{\partial F}{\partial k} = 1$$

であり, (20)式より

$$\alpha = \sqrt{\frac{\Omega^2 - \Omega_H^2}{\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Omega_H} = \frac{1}{2\alpha} \frac{-(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2} \quad (22)$$

が得られるから, これらより

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{\chi_i}{R} \frac{-(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{2\alpha^3(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2}$$

となるからこれに(21)式を代入して, 後進波である事を考慮すると

$$\alpha' = \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2) |\gamma| \Delta H_{eff} \chi_i}{4(\Omega^2 - \Omega_H^2)^{\frac{3}{2}} (\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^{\frac{1}{2}} \omega_M R} \quad (\text{ネーパ}/m) \quad (23)$$

が得られる。

(2) MSSW

本文(45)式より

$$\frac{\partial k}{\partial \Omega_H} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \Omega_H}}{\frac{\partial F}{\partial k}}$$

$$\begin{aligned}
&= - \frac{4(1+2\Omega_H)}{\{(1+2\Omega_H)^2-(2\Omega)^2\}^2} \frac{1}{2de^{2kd}} \\
&= \frac{-4(1+2\Omega_H)\{(1+2\Omega_H)^2-(2\Omega)^2\}}{2d\{(1+2\Omega_H)^2-(2\Omega)^2\}^2} \\
&= \frac{-2(1+2\Omega)}{d\{(1+2\Omega_H)^2-(2\Omega)^2\}^2} \tag{24}
\end{aligned}$$

故に本文(42)式の前進波の項に代入して

$$\alpha' = \frac{(1+2\Omega_H)|\gamma|\Delta H_{eff}}{\{(1+2\Omega_H)^2-(2\Omega)^2\}d \cdot \omega_M} \tag{25}$$

となる。

(3) MSFVW

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \Omega_H}$$

において,

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = -2 \left[ \tan^{-1} \alpha + \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \right]$$

となるから, (22) 式の関係を用いて,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} &= 2 \left( \tan^{-1} \alpha + \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \right) \frac{1}{2\alpha} \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2} \\
&= \left( \frac{kd}{2\alpha^2} + \frac{1}{1+\alpha^2} \right) \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2}
\end{aligned}$$

また,  $1 + \alpha^2 = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2}$  の関係を用いると

$$\frac{kd}{2\alpha^2} + \frac{1}{1+\alpha^2} = (\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2) \left\{ \frac{kd\Omega_H + 2\Omega_H^2 - 2\Omega^2}{2(\Omega^2 - \Omega_H^2)\Omega_H} \right\}$$

となるから, これを上式に代入すると

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega_H} = \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2)(kd\Omega_H - 2\Omega_H^2 + 2\Omega^2)}{2(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)(\Omega^2 - \Omega_H^2)\Omega_H} \tag{26}$$

一方本文(36)式より  $\frac{\partial F}{\partial k} = d$  である事を考慮して本文(56)式の前進波の式に代入すると

$$\alpha' = \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2)(kd\Omega_H - 2\Omega_H^2 + 2\Omega^2) |\gamma| \Delta H_{eff}}{4(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)(\Omega^2 - \Omega_H^2)\Omega_H d \cdot \omega_M} \quad (27)$$

が得られる。

(4) MSBVW

(17)より

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha} &= \frac{1}{\alpha^2} \tan^{-1} \frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1} - \frac{1}{\alpha} \frac{-2 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)}{\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2} \\ &= \frac{kd}{\alpha} + \frac{2}{\alpha} \frac{\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)}{\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 + 4} \\ &= \frac{kd}{\alpha} + \frac{2}{\alpha} \frac{1 + 2\alpha^2}{4\alpha^2 + (\alpha^2 - 1)^2} \\ &= \frac{1}{\alpha} \left[ kd + \frac{2(1 + \alpha^2)}{(1 + \alpha^2)^2} \right] \\ &= \frac{1}{\alpha} \left[ kd + \frac{2}{1 + \alpha^2} \right] \\ \frac{\partial F}{\partial \Omega_H} &= \frac{1}{\alpha} \left[ kd + \frac{2}{1 + \alpha^2} \right] \frac{(-1)}{2d} \frac{\Omega_H^2 + \Omega^2}{(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2} \\ &= \frac{-1}{2\alpha^2} \left[ kd + \frac{2(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)}{\Omega_H} \right] \frac{(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2} \\ &= -\frac{\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2}{2(\Omega^2 - \Omega_H^2)} \frac{\{kd\Omega_H + 2(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)\}(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{\Omega_H(\Omega_H^2 + \Omega_H - \Omega^2)^2} \\ &= -\frac{[kd\Omega_H + 2\{\Omega_H(\Omega_H + 1) - \Omega^2\}](\Omega_H^2 + \Omega^2)}{2\{\Omega_H(\Omega_H + 1) - \Omega^2\}(\Omega^2 + \Omega_H^2)\Omega_H} \quad (28) \end{aligned}$$

一方  $\frac{\partial F}{\partial k} = a$  であるから、本文(56)式の後進波の式より、

$$\alpha' = \frac{(\Omega^2 + \Omega_H^2) [kd\Omega_H + 2\{\Omega_H(\Omega_H + 1) - \Omega^2\}] |\gamma| \Delta H_{eff}}{4\{\Omega_H(\Omega_H + 1) - \Omega^2\}(\Omega_H^2 - \Omega^2)\Omega_H d \cdot \omega_M} \quad (\text{ネーパ}/m) \quad (29)$$

となる。

## [附録6] 位相変調を行ったときの歪と損失

いま  $H_i$  を  $H_i^0$  を中心に  $\delta H_i$  だけ、

$$H_i = H_i^0 + \delta H_i \quad (1)$$

の如く変化すると、角周波数  $\omega_0$  をもつ  $MSFVW$  は位相変調を受け、従って瞬時角周波数も  $\omega_0$  からずれる。いま変調周波数を  $f_m$  とし、位相変調によって得られた周波数変位を  $D$  とするとき、

$$2(f_m + D) \ll |\gamma| |\delta H_i| \quad (2)$$

の場合には、準定常的に取り扱う事ができる。即ちこの場合には、 $\theta = kL$  において

$$\frac{\theta}{L} = k(H_i^0) + \frac{\partial k}{\partial H_i} \delta H_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial H_i^2} (\delta H_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 k}{\partial H_i^3} (\delta H_i)^3 + \dots \quad (3)$$

の如く展開し、 $\omega_0$  を一定とし、 $\theta$  と  $\delta H_i$  との直線性のみを求め、(3) 式の第3項以降より歪を求める事ができる。いま  $\delta \Omega_H = \Omega_H / 4\pi M_s$  の関係より

$$\frac{\partial k}{\partial H_i} = \frac{\partial k}{\partial \Omega_H} \frac{\partial \Omega_H}{\partial H_i} = \frac{1}{M_s} \frac{\partial k}{\partial \Omega_H}$$

$$\frac{\partial^2 k}{\partial H_i^2} = \frac{1}{M_s^2} \frac{\partial^2 k}{\partial \Omega_H^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^3 k}{\partial H_i^3} = \frac{1}{M_s^3} \frac{\partial^3 k}{\partial \Omega_H^3} \quad (5)$$

いま  $\delta H_i = \Delta H_1 = \sin \omega_m t$

とし、基本波の位相変調成分を  $\theta_{m1}$  とすると、

$$\theta_{m1} = L \frac{\partial k}{\partial H_i} \Delta H_1 \sin \omega_m t \quad (6)$$

となる。また(3)式の第3項から生じる第2高周波の位相変調成分を  $\theta_{m2}$  とすると、

$$\theta_{m2} = \frac{-L}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial H_i^2} \frac{\Delta H_1^2 \cos 2\omega_m t}{2} \quad (7)$$

いま

$$\left| \frac{\theta_{m1}}{\theta_{m1}} \right| = K_2 \quad (8)$$

とすると、(6)(7)式より

$$K_2 = \left| \frac{\Delta H_1}{4} \cdot \frac{\frac{\partial^2 k}{\partial \dot{H}_i^2}}{\frac{\partial k}{\partial \dot{H}_i}} \right| = \left| \frac{1}{4} \frac{\Delta H_1}{Ms} \frac{\frac{\partial^2 k}{\partial \Omega_H^2}}{\frac{\partial k}{\partial \Omega_H}} \right| \quad (9)$$

となる。従って本文(62)式の  $\frac{\partial k}{\partial \Omega_H}$  より  $\frac{\partial^2 k}{\partial \Omega_H^2}$  を求めれば第2高周波の歪率が求まる。  
全く同様に、第3高周波の歪率  $K_3$  を

$$\frac{\theta_{m3}}{\theta_{m1}} = K_3 \quad (10)$$

とする。(3)式の第4項が

$$\frac{1}{6} \frac{\partial^3 k}{\partial \dot{H}_i^3} (\Delta H_1)^3 \sin^3 \omega_{mt}$$

となる事と、 $\sin^3 \omega_{mt} = \frac{1}{4} (\sin^3 \omega_{mt} - \sin 3\omega_{mt})$

の関係式より

$$\theta_{m3} = -\frac{L}{24} (\Delta H_1) \frac{\partial^3 k}{\partial \dot{H}_i^3}$$

が得られるから、

$$K_3 = \left| \frac{(\Delta H_1)}{24} \cdot \frac{\frac{\partial^3 k}{\partial \dot{H}_i^3}}{\frac{\partial k}{\partial \dot{H}_i}} \right| = \left| \frac{1}{24} \left( \frac{\Delta H_1}{Ms} \right) \frac{\frac{\partial^3 k}{\partial \Omega_H^3}}{\frac{\partial k}{\partial \Omega_H}} \right| \quad (11)$$

となる。全く同様に高次の高周波成分も求める事ができる。

いま周波数変調としての歪を考える場合には、 $n$ 次高周波の周波数変位を  $D_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とすると、

$$D_n = |f_{mi} \theta_{mi}| \quad (12)$$

である。いま周波数変調の  $n$  次高周波の歪率を  $K'_n$  とすると、

$$K'_n = \left| \frac{\theta_{mn} f_{mn}}{\theta_{ml} f_{ml}} \right| = n K_n \quad (n=1, 2, \dots) \quad (13)$$

となる。

以上の事からわかるように、 $K_n$  及び  $K'_n$  は  $\frac{\partial^n k}{\partial \Omega_H^n}$  を求めればよい。

参考のために  $n=2$  の場合について求めて見ると

$$K_2 = \frac{1}{4} \frac{\Delta H_1}{M_s} \frac{\Omega_H^2 + \Omega^2}{\Omega - \Omega_H^2} \left[ 3 \alpha (\Omega^2 - \Omega_H^2) + 4 \alpha^2 \Omega_H + \frac{2 \alpha^2 \Omega_H}{\Omega_H^2 + \Omega^2} - \frac{1}{\Omega_H^2 \left( \frac{\alpha \tan^{-1} \alpha}{\Omega^2 - \Omega_H^2} + \frac{1}{\Omega_H} \right)} \right] \quad (14)$$

〔例〕  $\Omega_H=0.2$   $\Omega=0.38$   $\Delta H_1=10$   $M_s=750$  とすると、

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \tan^{-1} \alpha}{\Omega^2 - \Omega_H^2} + \frac{1}{\Omega_H} &= 13,078 \quad \alpha=1,045 \quad \alpha^2=1,092 \\ K_2 &= \left| \frac{10 \times 0.1844}{4 \times 750 \times 0.1044} \left[ 3 \times 1.045 \times 0.1044 + 4 \times 1.092 \times 0.2 + \frac{2 \times 1.092 \times 0.2}{0.1844} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{0.02 \times 13,078} \right] \right| \\ &= 5.8876 \times 10^{-3} (0.3273 + 0.8736 + 2.3688 - 3.823) \\ &= 1.49 \times 10^{-3} = 0.149\% \end{aligned}$$

従って FM 歪は、(32) 式より

$$K'_2 = 2 \times K_2 = 0.298\% \quad \text{となる。}$$

さて損失は本文(66)式でわかるように  $\Delta H_{eff}$  が小さい必要がある。この  $\Delta H_{eff}$  は、通常 X-band で 0.5 エルステッドのものが得られ、或る周波数帯までは  $\Delta H_{eff}$  が周波数に比例する。<sup>(22)</sup>

或る周波数帯以下では  $M_s$  を小さくしないと  $\Delta H_{eff}$  が増加する。これはフェライトの低磁界損失によるものである。

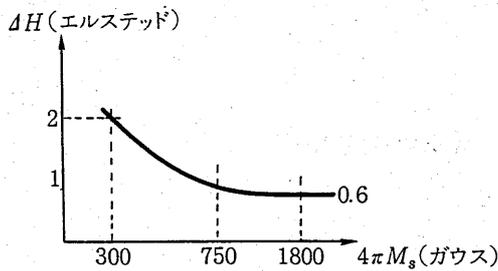


図1 Xバンドでの $\Delta H$ と $M_s$ との関係

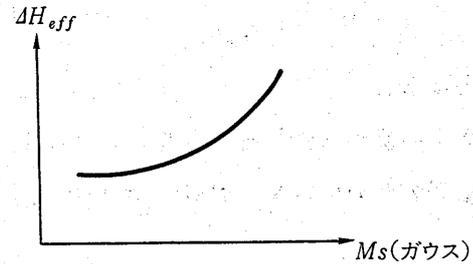


図2 低い周波数, 例えば1 GHz以下の $\Delta H_{eff}$ と $M_s$ との関係

現在得られている材料において、 $\Delta H$ と $M_s$ のX-bandにおける値を示すと、図1の如くなる。また低い周波数帯における $\Delta H_{eff}$ と $M_s$ との関連を図2に示す。従って低い周波数帯では図1と図2より最適の飽和磁化の材料を選ぶ必要がある。

尚、 $M_s$ を小さくすると、キュリー一点が一般に低くなる為、温度変化により $M_s$ が変化し、従って内部磁化 $H_i$ が変化する。これは(13)式に示す如く、 $\Omega_H$ を次式に従って変化させる。

$$\Omega_H = \frac{H_i}{4\pi M_s} = \frac{Hex - NM_s}{4\pi M_s} \quad (15)$$

つまり、温度が高くなれば $4\pi M_s$ は小さくなるので $\Omega_H$ は大となる。

そこで、変調感度 $\partial\theta/\partial H_i$ が変化する。

従って温度変化に対する温度補正を必要とする。これは変調周波数を加えるトランジスタの電流を温度で変化させる原理の温度補正回路で充分に行いうる。

- 文献 (1) 小西, “マイクロ波回路の基礎とその応用”, 総合電子出版社
- (2) 小林 “しゃへい形誘電体円柱共振器の共振モード”, 電子通信学会論文誌  
'81/5 Vol. J64-B No. 5 p 433~440
- (3) S. J. Fiedziuszko, “Dual-Mode Dielectric Resonator Loaded cavity Filters”, IEEE Trans. MTT, MTT-30, No. 9, 1311~1316
- (4) S. J. Fiedziuszko, D. Doust, S. Holme, “Satellite L-Band Output Multiplexer Utilizing single and Dual Mode Dielectric Resonators”, 1989 IEEE MTT-S Digest, pp 683~686
- (5) Richard J. Cameron, Wai-Cheung Tang, and Chandra M. Kusia, “Advances in Dielectric Loaded Filters and Multiplexers for Communications Satellites, AIAA 90. 0880-CP. pp. 823~828
- (6) 小林, 古川, “ $TM_{110}$ 二重モード角柱誘電体共振器を用いた4段帯域通過フィルタ  
昭和59年 電子通信学会光・電波部門全国大会 202
- (7) 小林, 古川, “ $TM_{110}$ 誘電体共振器を用いる 3.7~4.2 GHz 帯用楕円関数形フィルタ  
昭和61年度電子通信学会全国大会 742
- (8) 西川, 石川, 服部, 小林, “直交結合 $TM_{110}$ モード誘電体共振器を用いた4 GHz帯域フィルタ  
電子情報通信学会 論文誌 C-1 Vol J73-C-1 pp 54~60 1990年2月
- (9) Y. Kobayashi, “A Low-Loss Band pass Filter Using Electrically Coupled High-Q  $TM_{010}$  Dielectric Rod Resonators, IEEE Trans, on MTT Vol 36, Dec. 1988 p 1727~1732
- (10) Y. KONISHI, “Novel Dielectric Waveguide Components—Microwave Applications of New Ceramic Materials” Proc. of the IEEE Vol. 79, No. 6, June 1991.
- (11) 小西, “VHF-UHF Y サークュレーター” NHK技術研究  
第17巻 第2号 通巻87号 (昭40年)
- (12) 小西, “フェライトを用いた最近のマイクロ波回路技術”,  
電子通信学会 昭和52年 pp. 13~14
- (13) 小西, “フェライトを用いた最近のマイクロ波回路技術”,  
電子通信学会 昭和52年 pp. 57~61
- (14) W. S. Ishak and Kok-wai Chang, “Magnetostatic Wave Devices for Microwave Signal Processing,” Hewlett-Packard J., pp. 10~ Feb, 1985
- (15) W. L. Bongianne, “Magnetostatic Propagation in a Dielectric Layered Structure”, J. Applied Phys., Vol. 43, No. 6, June 1972, p 2541~2548
- (16) R. W. Damon, H. van de Vaart, “Propagation of magnetostatic spin waves at microwave frequencies in a normally magnetized disk,”  
J. Appl. phys., Vol. 36, No. 11, Nov. 1965, pp. 3453~3459

- (17) R. W. Damon, J. R. Eshbach, "Magnetostatic modes of a ferromagnet slab,"  
J. Phys. Chem. Solids., Vol. 19 No. 3/4 1961, pp. 308~320
- (18) 八代, 大川, "静磁波の分散特性の改善," エレクトロメカニカル回路技術調査専門委員会,  
電気学会 昭和 61 年 5 月
- (19) Daniel D. Stancil, "Phenomenological Propagation loss theory for magnetostatic waves in  
thin ferrite films", J. Appl. Phys. 59(1), Jan. 1986.
- (20) 堤, 熊谷, "体積静磁波遅延線の損失について",  
電子通信学会論文誌 '83/8 Vol. J66-B No. 8 pp. 1077~1078
- (21) 内海, "MSWの分散関係と励振に対する一考察",  
電子通信学会, 総合全国大会, 832, 1983年
- (22) P. Roschmann and W. Tolksdorf, "Epitaxial Growth and Annealing Control of FMR prop-  
erties of Thick Homogeneous Ga Substituted Yttrium Iron Garnet Films.  
Mat. Res. Bull., 1983, Vol. 18 pp. 449~459
- (23) J. M. Owens, J. H. Collins, C. V. Smith, Jr. and I. I. Chiang, "Oblique incidence of magne-  
tostatic waves on metallic grating", Appl. Phys. Lett., Vol. 31, pp. 781~783, 1977
- (24) 官, 八代, 大川, "静磁前進体積波を用いた円形金属端反射型共振器の解析—連立積分方程式の  
導入による詳しい手法について", 信学技法, MW88-64, 1988.
- (25) 堤, "YIG薄膜を用いたMSW共振器に関する一考察",  
信学論誌, Vol. J70-C, pp. 1214~1216, 1987.
- (26) R. L. Carter, C. V. Smith, Jr. and J. M. Owens, "Magnetostatic forward volume wave-  
spin wave Conversion by etched grating in LPE-YIG," IEEE Trans. Magn., Vol. MAG-  
16, pp. 1159~1161, 1980
- (27) 堤, 奥村, "YIG薄膜を基板としたマイクロストリップ線路", 1989年電子情報通信学会秋季全  
国大会 SC-9-1
- (28) H. Suhl, "The Theory of Ferromagnetic Resonance at High Signal Power", J. Phys. Chem.  
Solids., 1. 209, 1957
- (29) J. D. Adam & J. H. Collins, "Microwave Magnetostatic Delay Devices Based on Epitaxial  
Yttrium Iron Garnet", Proc. IEEE. 64. 794 1976
- (30) 八代, 大川, "静磁波デバイスの飽和電力レベル"  
電気学会論文誌 C 平成 3 年 9 月 pp. 425~432
- (31) S. N. Stitzer, et al, "Magnetostatic Surface Wave Signal-to-noise Enhancer,"  
IEEE MTT-S Digest. p. 238, 1980

- (32) P. R. Emtage and S. N. Stitzer, "Interaction of signal in Ferromagnetic Microwave Limiters",  
IEEE Trans., MTT-25. 3 pp. 210~213 1977
- (33) 野本, "2個の本SSWフィルターを用いたS/Nエンハンサとその応用,  
電子通信学会 NW 91-99 1991年11月
- (34) 乾, 畠山, 原田, 内 "電波吸収体" NEC技報 Vol. 37 No. 9 1984
- (35) K. Hatakeyama and T. Inui, "Electromagnetic Wave Absorber using Ferrite Absorbing  
Material Dispersed with Short Metal Fibers,  
IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG. 20 Sep. 1984 pp. 1261~1263

誘電体管ファブリ・ペロー共振器HE<sub>11n</sub>モードを用いる  
高温超伝導薄膜のミリ波・マイクロ波表面抵抗の測定  
——異方性および非線形特性を中心にして

藤澤和男 矢来篤史 山本幸男

(大阪産業大学工学部)

誘電体管ファブリ・ペロー共振器  $HE$  モードを用いる高温超伝導  
薄膜のミリ波・マイクロ波表面抵抗の測定——異方性および非線形  
特性を中心にして

藤澤和男 矢来篤史 山本幸男  
(大阪産業大学工学部)

1. はしがき

高温超伝導薄膜のミリ波・マイクロ波表面抵抗を測定することは、そのミリ波・マイクロ波回路素子への応用を考える上で、またその物性を解明する上で、極めて重要である。これまでその測定は、ミリ波・準ミリ波帯に対しては、試料薄膜を底板に用いる円筒空洞共振器  $TE_{01n}$  モード ( $n=1$  または  $2$ ) の  $Q$  測定による方法が一般的に用いられており<sup>(1)</sup>、マイクロ波帯に対してはストリップ線路共振器の  $Q$  測定による方法が広く用いられている<sup>(2)</sup>。前者の空洞共振器を用いる方法は、試料薄膜上に円電流が流れるため、薄膜面内に異方性がある試料に対しては用いられないが、等方性の試料に対しては  $Q$  測定の精度が高いという長所がある。

我々はこれまで、純銅板と高温超伝導薄膜板とを用いて低損失の誘電体管(特に高誘電率のセラミックス管)の両端を終端してファブリ・ペロー共振器を構成し、方形導波管  $TE_{10}$  モードを用いて、純銅板に開けられた円形孔を通して共振器に  $HE_{11n}$  モードを励振し、その  $Q$  測定から試料薄膜の表面抵抗を求める方法を研究して来た<sup>(3)</sup>。そして、最近では共振器の共振出力を疎結合の同軸線を用いて取り出して  $Q$  測定を行う透過型の共振器構造を採用し、 $Q$  測定の精度を向上させた。

なお、我々は当初誘電体棒を用いてファブリ・ペロー共振器を構成したが、棒の場合には終端する純銅板にあけられる導波管との結合孔が電磁界の最も集中している棒の中心に位置しており、共振器と導波管との結合度が孔径により大きく変化する事、および結合度の周波数変化が大きいことなどの難点がある。これに対して、誘電体管の場合、中心の電磁界は弱く、また結合孔の結合度の周波数変化が小さい領域があるので、結合孔の設計や加工が容易であるという長所がある。その上、誘電体管を用いることにより、その両端を終端する2つの導体板の平行度を、棒の場合に比べて、安定に保ち易いという利点がある。そこで、最近では専ら誘電体管の方を用いている。

この  $HE_{11n}$  モードの  $Q$  測定より試料薄膜のマイクロ波表面損失を求める方法の特長は、面内の異方性を求め得ることと、誘電体管の近傍に電磁界が集中するため試料薄膜の周辺部の薄膜の状態があまり問題にならないことである。その反面、普通用いられている空洞共振器やストリップ線路共振器の  $Q$  測定による方法に比べて技術的困難が大きく、試料の表面損失の測定精度は落ちる。

最近、高温超伝導薄膜のマイクロ波表面損失の非線形特性が問題になっており、

この薄膜材料で作製したストリップ線路のマイクロ波表面損失の非線形特性が測定されている<sup>(2)</sup>。ただ、このような具体的なストリップ線路に対しては、そのエッジ部分に表面電流あるいはrf表面磁界が集中し、かつ、そのエッジ部の加工による損傷の影響などもあって、エッジ付近のrf表面磁界の分布を知ることは極めて難しい。したがって、このストリップ線路の非線形特性より得られる情報はあくまで表面抵抗の場所的な平均値の非線形特性であって、表面抵抗の真の非線形特性ではない。その点で、我々の測定方法の場合、rf表面磁界分布が理論的に分かっている状態での表面損失の非線形特性が求まるので、逆問題を解いて、表面抵抗のrf磁界強度依存性を正しく求めることができる。以下、HE<sub>11</sub>mモードの基本関係式、共振器の具体的構造、Q測定より表面損失あるいは表面抵抗を求める関係式、実際の測定データなどを記述する。

## 2. 誘電体管を伝搬するHE<sub>11</sub>モード

誘電体管ファブリ・ペロー共振器のHE<sub>11</sub>mモードは、誘電体管を逆方向に伝搬する2つのHE<sub>11</sub>モードが作る定在波であるから、ここでは管軸(z軸)方向に伝搬するHE<sub>11</sub>モードに関する諸関係式を求めておく。図1に誘電体管ファブリ・ペロー共振器の構成原理図を示す。内径2a、外径2bの誘電体管を半径Rの導体円板で終端して共振器を構成した場合を考え、電磁界の存在する領域を図に示すように3つの領域に分け、それぞれの領域内の電磁界の表現式を求め、2つの円筒境界面r=aおよびr=bでの電磁界の境界条件から、HE<sub>11</sub>モードの電磁界分布と分散関係式を決定する。

領域Ⅰ (0 ≤ r ≤ a)

$$\left. \begin{aligned} E_z^{(I)} &= A_1 I_1(\gamma r) \sin \varphi e^{-j\beta z} \\ H_z^{(I)} &= \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} B_1 I_1(\gamma r) \cos \varphi e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

領域Ⅱ (a ≤ r ≤ b)

$$\left. \begin{aligned} E_z^{(II)} &= [A_2 J_1(\rho r) + A_3 Y_1(\rho r)] \\ &\quad \cdot \sin \varphi e^{-j\beta z} \\ H_z^{(II)} &= \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} [B_2 J_1(\rho r) + B_3 Y_1(\rho r)] \\ &\quad \cdot \cos \varphi e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

領域Ⅲ (b ≤ r)

$$\left. \begin{aligned} E_z^{(III)} &= A_4 K_1(\gamma r) \sin \varphi e^{-j\beta z} \\ H_z^{(III)} &= \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} B_4 K_1(\gamma r) \cos \varphi e^{-j\beta z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

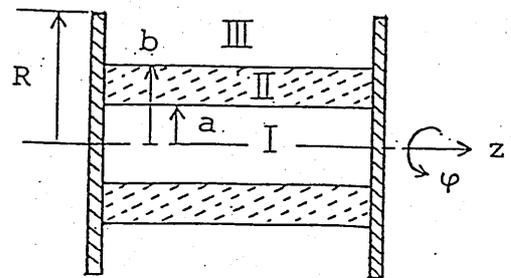


図1 誘電体管ファブリ・ペロー共振器の構成原理図

ここで、

$$p^2 = \omega^2 \epsilon \mu_0 - \beta^2, \quad q^2 = \beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (4)$$

である。また、 $J_1, Y_1$  はそれぞれ第1種および第2種の第1次ベッセル関数、 $I_1, K_1$  はそれぞれ第1種および第2種の第1次変形ベッセル関数である。上記の  $E_z, H_z$  に対応する横方向の電磁界は次式により求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_T^{(I)} &= j\beta/q^2 \nabla_T E_z^{(I)} - j\omega\mu_0/q^2 i_z \times \nabla_T H_z^{(I)} \\ H_T^{(I)} &= j\beta/q^2 \nabla_T H_z^{(I)} + j\omega\epsilon_0/q^2 i_z \times \nabla_T E_z^{(I)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} E_T^{(II)} &= -j\beta/p^2 \nabla_T E_z^{(II)} + j\omega\mu_0/p^2 i_z \times \nabla_T H_z^{(II)} \\ H_T^{(II)} &= -j\beta/p^2 \nabla_T H_z^{(II)} - j\omega\epsilon/p^2 i_z \times \nabla_T E_z^{(II)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

領域Ⅲの横方向電磁界成分は領域Ⅰの場合と同じ形で求まる。

この3つの領域の境界面  $r=a$ 、および  $r=b$  上で接線方向の電界と磁界が連続するという境界条件から、上記の諸式の未定常数間の相対値  $A_2/A_1, \dots, B_4/A_1$  が決定され、また  $\beta$  も求められる。

それぞれの領域内を伝送される電磁波電力は次式を用いて計算される。

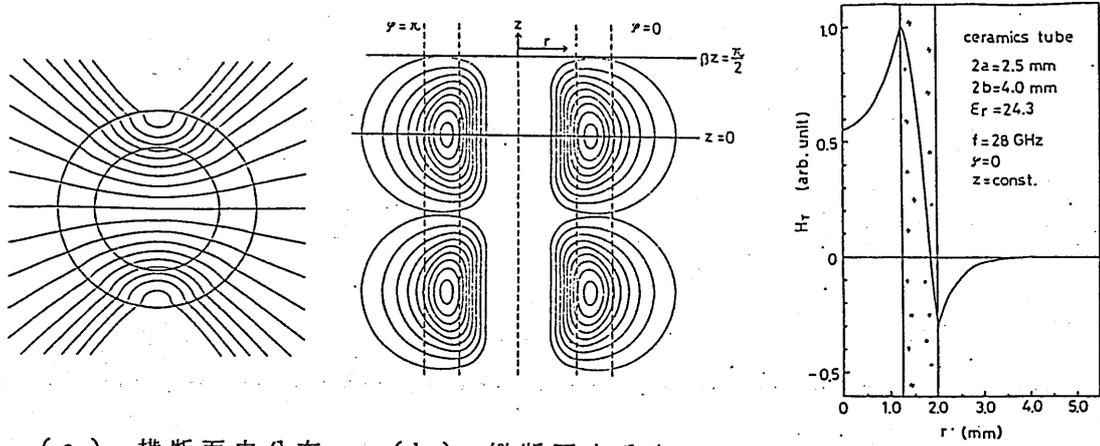
$$P = \frac{1}{2} R_e \int E_T \times H_T^* \cdot i_z dS \quad (7)$$

表1に実際に使用したセラミック管 ( $2a=2.5\text{mm}, 2b=4.0\text{mm}, \epsilon_r=24.3$ ) の場合の数値計算結果を示す。表中、領域Ⅲ'を領域Ⅲの中で  $r > R$  の部分とし、この領域を伝送される電力も与えている。 $P^{(III)}$  は図1の共振器の放射損失を与える。この表で見ると、表中の周波数に対しては、 $R=6\text{mm}$  の導体円板を用いれば、放射損失は無視してよいことが分かる。

表1 H E<sub>11</sub> モードの電磁波伝送電力分布

f (GHz)	P <sup>(I)</sup> /P	P <sup>(II)</sup> /P	P <sup>(III)</sup> /P	P <sup>(III')</sup> /P		
				R=6.0	R=7.0	R=8.0
28.0	0.19	0.67	0.14	$6.93 \times 10^{-8}$	$1.89 \times 10^{-9}$	$5.17 \times 10^{-11}$
34.3	0.12	0.77	0.11	$1.78 \times 10^{-10}$	$1.17 \times 10^{-12}$	$7.71 \times 10^{-15}$

図2に管軸(z軸)に垂直な横断面内および管軸を含む縦断面内の磁力線の分布を示す。また、図3には図2と同じ場合のx軸( $\phi=0$ )上の磁界強度分布を示す。



(a) 横断面内分布 (b) 縦断面内分布

図2 セラミックス管( $2a=2.5\text{mm}$ ,  $2b=4.0\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=24.3$ )  
を伝搬する  $HE_{11}$  モードの磁力線分布  
 $f=28.0\text{GHz}$

図3 図2と同じ場合  
の x 軸 ( $\phi=0$ ) 上  
の磁界強度分布

### 3. 誘電体管ファブリ・ペロー共振器 $HE_{11n}$ モード

前節で述べたように、 $HE_{11n}$  モードは共振器内を逆方向に伝搬する2つの  $HE_{11}$  モード進行波により形成されている。この  $HE_{11}$  モードの群速度  $v_g$  は次式より求まる。

$$v_g = \left( \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)^{-1} \quad (8)$$

$HE_{11}$  モードの単位長当たりの時間平均蓄積エネルギー  $w$  は次式で与えられる。

$$w = P / v_g \quad (9)$$

ゆえに、共振器内の時間平均蓄積エネルギー  $W$  は次式で与えられる。

$$W = 2l w = 2l P / v_g \quad (10)$$

共振器内の損失は、2枚の導体板上の損失  $P_{c1}$ 、 $P_{c2}$  と、誘電体管中の損失  $P_d$  で与えられる。誘電体中の単位長当たりの損失電力を  $p_d$  とし、 $HE_{11}$  モードの減衰定数を  $\alpha_d$  とすると、次の関係式が成立する。

$$P_d = 2l p_d, \quad p_d = 2\alpha_d P \quad (11)$$

導体板上の損失電力  $P_c$  は表面抵抗を  $R_s$  とすると、次式より計算される。なお、これは等方性の導体板の場合である。

$$P_c = 2 R_s \int |H_T|^2 dS = 2 R_s \int (|H_x|^2 + |H_y|^2) dx dy \quad (12)$$

表1の場合と同じセラミック管 ( $2a=2.5\text{mm}$ ,  $2b=5.0\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=24.3$ ) を用いた共振器の各領域内の  $P_c$  の分布を表2に示す。

表2 等方性導体板上の損失電力  $P_c$  の分布

f (GHz)	$P_c^{(I)} / P_c$	$P_c^{(II)} / P_c$	$P_c^{(III)} / P_c$	$P_c^{(III)} / P_c$		
				R=6.0	R=7.0	R=8.0
28.0	0.17	0.68	0.15	$6.24 \times 10^{-8}$	$1.68 \times 10^{-9}$	$4.56 \times 10^{-10}$
34.3	0.11	0.78	0.11	$1.65 \times 10^{-10}$	$1.08 \times 10^{-12}$	$7.08 \times 10^{-15}$

つぎに、異方性を持つ導体板の場合の関係式を与えておく。x軸方向の表面抵抗を  $R_{sx}$ 、y軸方向の表面抵抗を  $R_{sy}$  とすると、 $P_c$  は次式で与えられる。

$$P_c = 2 \left\{ R_{sx} \int |H_y|^2 dx dy + R_{sy} \int |H_x|^2 dx dy \right\} \quad (13)$$

式(12)、(13)において、導体板上の表面磁界は  $HE_{11}$  モードの横方向磁界  $|H_T|$ 、 $H_x$ 、 $H_y$  の2倍であることを用いている。

上記の諸損失を用いて共振器の無負荷Qは次式で与えられる。

$$\frac{\omega_0}{Q_0} = \frac{P_{c1} + P_{c2} + P_d}{W} = \frac{U_g}{2l} \frac{P_{c1} + P_{c2} + P_d}{W} \quad (14)$$

なお、本研究の主目的は導体板の表面損失  $P_c$  の測定値から表面抵抗  $R_s$  を求めるものであるので、 $P_c$  と  $R_s$  とを結びつける係数  $F$  を次式のように導入し、あらかじめ  $F$  の値を数値計算しておく。

$$\frac{P_c}{P} = R_s F, \quad F = 2 \int (|H_x|^2 + |H_y|^2) dx dy / P \quad (15)$$

異方性の導体板に対しては

$$F_x = 2 \int |H_y|^2 dx dy / P, \quad F_y = 2 \int |H_x|^2 dx dy / P \quad (16)$$

を導入して、次の表現式を得る。

$$P_c/P = R_{sx} F_x + R_{sy} F_y \quad (17)$$

#### 4. 試料の表面損失あるいは表面抵抗を測定する原理

試料の表面損失あるいは表面抵抗を求めるのは置換法による。共振器を構成するには、誘電体管の一方の端面を、導波管と結合する孔の開けられた純銅板で終端し、他方の端面を純銅板あるいは試料薄膜板で終端する。それぞれの場合の共振器のQ測定を行い、その差から試料薄膜と純銅板の表面損失の差を求め、それより計算で表面抵抗の差を求める。純銅板の表面抵抗は予備実験で求めているので、試料薄膜の表面抵抗が求まる。

我々は現在、導波管でHE<sub>11m</sub>モードを励振して、ループ結合の同軸線で共振出力を取り出す透過型の共振器構造を採用しており、その透過出力の半値幅 $\Delta f$ と共振周波数 $f_0$ の値から、共振器の負荷Qの $Q_L$ が求められる。この共振器の無負荷Qを $Q_0$ 、入力導波管に対する外部Qを $Q_{ext,1}$ 、出力同軸線に対する外部Qを $Q_{ext,2}$ とすれば、次式のような周知の関係が成立する。

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext,1}} + \frac{1}{Q_{ext,2}}, \quad Q_L = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (18)$$

上記のように、試料薄膜を用いた場合と純銅板を用いた場合の $Q_L$ の測定値を用いて、次式のような差を求める。

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{Q_L} - \left(\frac{w_0}{Q_0}\right) &= \frac{w_0}{Q_0} - \left(\frac{w_0}{Q_0}\right)_{Cu} = \frac{V_g}{2l} \left[ \frac{P_{c2}}{P} - \left(\frac{P_{c2}}{P}\right)_{Cu} \right] \\ &= \frac{V_g}{2l} F \left[ R_s - (R_s)_{Cu} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

これより、試料薄膜の表面抵抗 $R_s$ が求められる。

異方性の試料薄膜の場合、そのa軸方向の表面抵抗を $R_{sa}$ 、a軸と垂直なb軸方向の表面抵抗を $R_{sb}$ とし、a軸がx軸と平行な場合と、b軸が平行な場合の2つの場合についてQ測定を行い、それぞれの場合の試料薄膜の表面損失 $P_{c2}$ を求める。それより、次式が得られる。

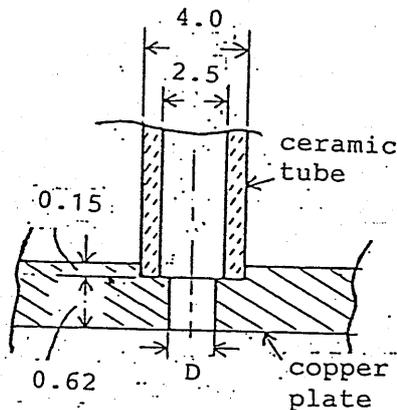
$$\left. \begin{aligned} (P_{c2}/P)_a &= R_{sa} F_x + R_{sb} F_y \\ (P_{c2}/P)_b &= R_{sb} F_x + R_{sa} F_y \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

この連立方程式を解いて、 $R_{sa}$ と $R_{sb}$ が求められる。

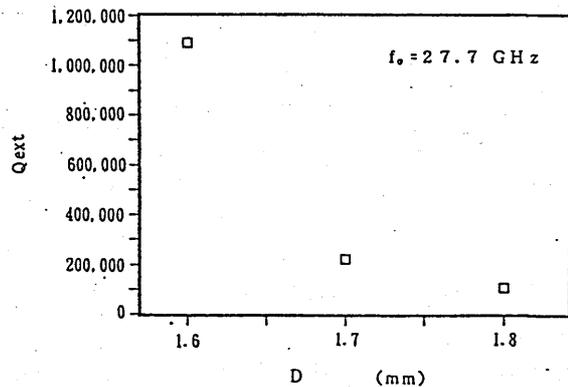
### 5. 共振器構造と測定系

図4に透過型の共振器構造の原理説明図を示す。その具体的構造を図5に示す。測定周波数28GHz帯に対して、セラミックス管として、村田製作所製低損失セラミックス $[Ba(Sn, Mg, Ta)O_3, \epsilon_r = 24.3]$ で作製した内径 $2a=2.5\text{mm}$ 、外径 $2b=4.0\text{mm}$ 、長さ $\ell=6.45\text{mm}$ のものを用いている。また、純銅板としては直径22mmの円板を用いている。入力導波管と共振器とは、図5(a)に示すように、セラミックス管を終端する純銅板の中心に小孔をあけて結合させている。その結合度を表す $Q$ の値を孔径 $D$ の関数として同図(b)に示す。

なお、出力取り出し用の同軸線は外径2.2mm、中心導体の直径0.26mmのもので、管軸から7.0mmの所に設けられ、実験に用いたループによる共振器との結合度は $Q_{ext,2}=443,000$ である。



(a) 方形導波管とセラミックス管共振器との結合部



(b) 方形導波管 $TE_{10}$ モードとセラミックス管共振器 $HE_{114}$ モードとの結合度、 $\ell=6.45\text{mm}$

図5 方形導波管によるセラミックス管ファブリ・ペロー共振器 $HE_{11n}$ モードの励振

共振器は透過共振特性の測定にはウルトロン社製ベクトルネットワークアナライザ360型を用いる。また、共振器の冷却システムとしては、昨年度まで住友重機製冷凍装置SRJ-803を使用していたが、冷凍機に機械的振動がこの型の共振器に非常に悪影響を及ぼすので、最近では液体ヘリウム使用用のインフラレッド社製クライオスタットHD-3を使用している。しかし、使用する同軸コネクタが50K以下の温度では特性が劣化して使用できないので、液体ヘリウムの使用

を断念し、液体窒素を用いている。この際、液体窒素の容器を減圧することにより、77 Kから55 Kくらいまで、温度を下げられるので、この温度範囲までの温度特性の測定は可能である。高温超伝導薄膜に対しては、十分に重要な情報が得られる冷却システムである。

## 6. 実験結果

単に高温超伝導薄膜の表面抵抗を測るだけなら、はしがきで述べたように他の優れた測定方法があるので、我々は高温超伝導薄膜の異方性の測定と非線形特性の測定に重点を置いている。現在まだ、異方性を持つ高温超伝導薄膜を入手していないので、薄膜に直流磁界を印加した時、表面抵抗に異方性が現れるかどうかを検証してみた。また、34 GHz帯で非線形特性の測定を行った。以下、これらの結果について述べる。

### 6.1 YBCO薄膜のマイクロ波表面損失に及ぼす面方向印加直流磁界の影響の測定

面方向に直流磁界を印加した状態で、YBCO薄膜のマイクロ波表面損失に異方性が現れるかどうかを確かめる実験を行った。実験は $H_0 // H_{rf}$ の場合と、 $H_0 \perp H_{rf}$ の2つの場合について行った。直流磁界としては最大300 Gaussまで印加して、共振器の $Q_L$ の値を測定した。図6に $H_0 \perp H_{rf}$ の場合の測定結果を示す。この測定結果を見ると、直流磁界の影響はないと判断される。 $H_0 // H_{rf}$ の場合も同様に、直流磁界の影響は認められなかった。なお、YBCO薄膜の膜厚は6,000 Åである。面方向直流磁界がマイクロ波表面損失に影響を及ぼさない理由については検討中である。

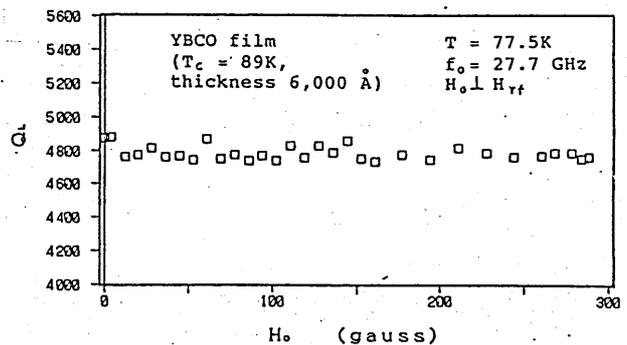


図6 YBCO薄膜に面方向直流磁界を印加した状態での共振器の $Q_L$

### 6.2 YBCO薄膜のミリ波・マイクロ波表面損失のrf磁界強度依存性(非線形特性)の測定

昨年、沖電気製高出力発振管ラダートロン34LV10を用いて、34 GHz帯でYBCO薄膜の表面損失の入射電力依存性(rf磁界強度依存性)の測定を行ったのに引き続き、今回は28 GHz帯で大電力進行波管28W46を用いて測定をする

ここに再び記載する。

ラダートロンは出力15Wくらいのcw発振管で、電子同調範囲は狭い。これを空洞電圧を掃引することにより、34GHz帯で40MHzくらい電子同調させて使用した。YBCO薄膜の加熱を抑えるため、デューティ1/500くらいのくり返しパルス発振をさせて、測定を行った。図7にその測定結果を示す。横軸のPの値は、前述したHE<sub>11n</sub>モードを構成するHE<sub>11</sub>モードの伝送電力で、試料面への入射電力を示す。 $|H_{t,max}|$ の値は試料面上の最大rf表面磁界で、図3の最大磁界に対応する。図7において、rf表面磁界の増加と共に相対表面損失はゆるやかに増加し、ある臨界磁界H<sub>rf,c</sub>を超えると、相対表面損失は急上昇し始める。これは、この臨界磁界の所で、試料薄膜にrf量子磁束が侵入し始めるものと考えられる。このrf量子磁束はrf磁界の交番に伴って試料薄膜に出入し、薄膜内にrf電界を誘起し、準粒子を加速させて表面損失を増大させる。また、同時に量子磁束の運動に伴う摩擦損失による表面損失の増大をもたらすものと考えられる。このことを確かめるため、同様なYBCO薄膜の面に垂直方向の第1臨界磁界をdc SQUIDを用いて測定した(測定は住友電工松浦 尚氏による)。その値と上記のrf臨界磁界の値を図8に比較して示す。両者は非常によく一致し、上記の推察が正しいことを裏付けている。

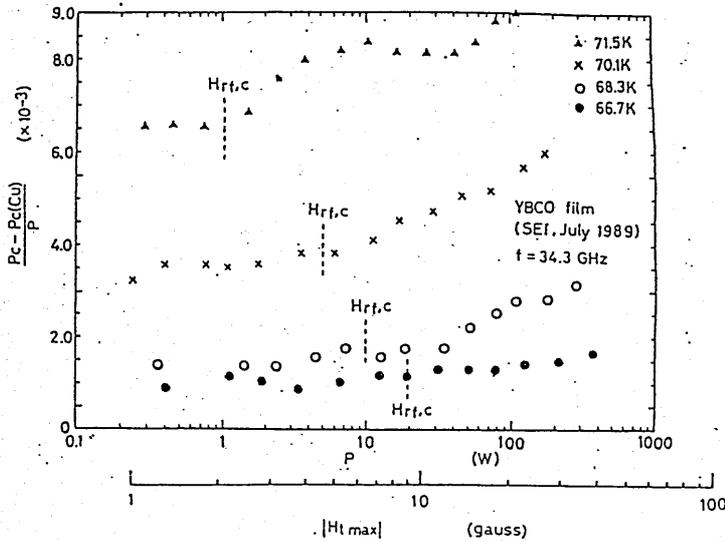


図7 YBCO薄膜の相対表面損失  
Pc/Pのrf表面磁界強度  
依存性

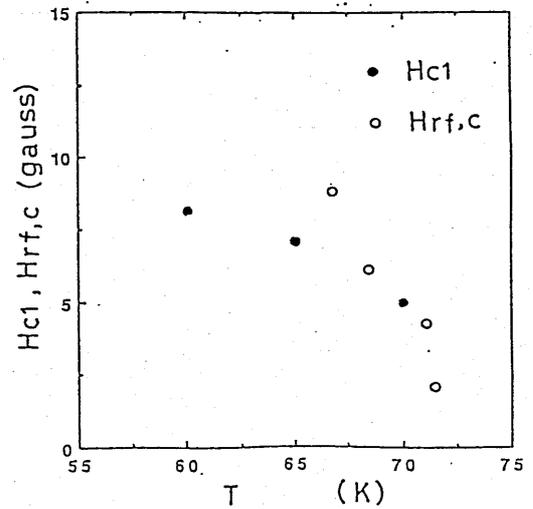


図8 図7のrf臨界磁界  
と薄膜面に垂直方向の  
第1臨界磁界Hc1

## 7. 検討とまとめ

これまで述べて来たように、誘電体管ファブリ・ペロー共振器は実際面で色々な技術的難問題をかかえている。共振器を構成する2枚の導体板の平行度が厳密に要求され、その平行度を確保するためには、端面の大きい誘電体管の使用が望まれる。しかし、誘電体管の管径が大きくなると、高次モードとHE<sub>11</sub>モードとの分離が悪くなる問題とか、誘電体損の増加などが生じる。最も望ましい誘電体材料は、 $\epsilon_r$ が10くらいで(管径を比較的大きくとれる)、低損失であり、かつあまり硬度が大きくない材料である。誘電体管と接する試料薄膜面が損傷を受ける場合もあるので、誘電体材料としてはあまり硬度の高いものは望ましくない。

上記のような技術的困難性があるにせよ、マイクロ波表面損失の異方性の測定が可能なことと、非線形特性の測定に適していることの長所があるので、今後もその技術的困難の除去あるいは軽減に努力して、高温超伝導薄膜のマイクロ波表面損失に関する有用な情報を提供したいと考えている。

## 謝辞

試料であるYBCO薄膜を提供された住友電工伊丹研究所糸崎秀夫、檜垣賢次郎の両氏、およびYBCO薄膜の第1臨界磁界の測定を行われた同研究所松浦尚氏に深く感謝致します。また、低損失のセラミックス管を提供された村田製作所西川敏夫、田村博の両氏に深く感謝致します。

## 文献

- (1) M. Klein et. al., Appl. Phys. Lett. 54, 757(1989).
- (2) D. E. Oates et. al., IEEE Trans. MTT, 39, 1522(1991)
- (3) K. Fujisawa, A. Yarai, T. Watanabe, 3rd Asia-Pacific Microwave Conf. Proc., 493(1990).
- (4) 藤澤、矢来、渡辺、松浦、檜垣、糸崎, 信学技報, 91, SCE91-8(1991).

輻射科学研究会資料

資料番号	RS 91 - 20
------	------------

同軸線路系における伝達問題の  
有限要素法解析

丸田章博 浦野広暁 松原正則

(大阪大学 工学部)

平成4年3月6日

# 同軸線路系における伝達問題の有限要素法解析

丸田章博 浦野広暁 松原正則  
(大阪大学 工学部)

## 1. まえがき

導波路と不連続部からなる系に存在する電磁界を解析することは、導波路伝達問題と呼ばれ、種々の数値解析法が提案されている。これらのうち、不連続部の電磁界には有限要素法を適用し、不連続部に接続される導波路の電磁界を固有モード関数によって表す解析法は、不均質媒質を含む任意形状の不連続部に対して適用が可能である [1]-[7]。ところで、この解析法の定式化を行う際、有限要素法で表された不連続部の電磁界と固有モード関数で表された導波路の電磁界とを不連続部と導波路との接続境界でいかに接続するかが問題となる。

J. P. Webb ら [1]、M. de Poureq [2] および G. M. Wilkins ら [3] は、導波路には基本モードのみが伝搬可能であるとして、接続境界を不連続部から十分離れた位置にとることにより、導波路の電磁界を基本モードの固有モード関数のみで表している。この方法では、導波路の高次モードの固有モード関数を求める必要はないが、有限要素法を適用する領域が大きくなり、解くべき行列方程式の次数がかなり大きくなる。

K. Ise ら [4],[5] および古谷ら [6] は、導波路の電磁界を高次モードの固有モード関数まで考慮してモード関数展開し、接続境界を不連続部の近傍まで接近させている。この方法は、導波路の高次モードが比較的容易に求まる場合には、前述の方法に比べてより有効な方法である。

ところで、K. Ise らおよび古谷らは、有限要素表示された不連続部の電磁界と固有モード関数で展開表示された導波路の電磁界とを接続境界において点整合法により接続している。点整合法による界の接続法では、選点以外の接続境界上の点における界の接続が評価されない。さらに、古谷らの方法では、接続境界での有限要素法による界の展開基底数と固有モード関数の数とを一致させる必要がある。

そこで、本報告では、導波路の固有モード関数を重み関数とするガレルキン法による界の接続法を提案する [7]。この方法では、接続境界上での有限要素法による界の展開基底数と固有モード展開法による界の展開モード数との間に特別の制約が生じない。また、解くべき行列方程式が対称であり、不連続部における散乱を表す行列を直接数値解析することができるという特徴を有している。

また、本報告で提案する解析法は、一般的な3次元不連続部を持つ電磁波導波路伝達問題に対して適用が可能であるが、本報告においては、3次元問題としては最も簡単な同軸線路系における軸対称な構造を有する不連続問題 [3],[8] を解析対象としている。

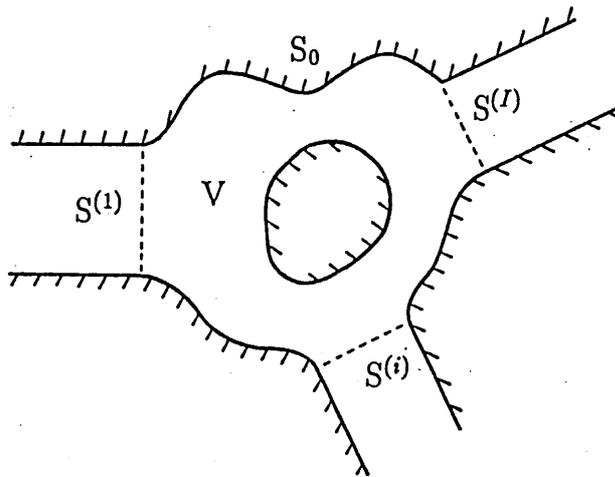


図1 導波路不連続部

## 2. 電磁波導波路伝達問題の定式化

図1に示すように  $I$  個の導波路が接続された不連続部の伝達問題を考える。境界  $S^{(i)}$ , ( $i = 1, 2, \dots, I$ ) は導波路  $i$  と不連続部との接続境界であり、導波路  $i$  の軸に垂直である。境界  $S_0$  は電気壁または磁気壁である。境界  $S_0$  および  $S^{(i)}$  で囲まれた不連続部を  $V$  とする。不連続部  $V$  における支配方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} + j\omega\mu\mathbf{H} = 0 \quad (1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - j\omega\epsilon\mathbf{E} = 0 \quad (1b)$$

である。ここで、 $\mathbf{E}$  および  $\mathbf{H}$  は電界および磁界であり、 $\omega$ 、 $\epsilon$  および  $\mu$  はそれぞれ角周波数、誘電率および透磁率である。また、 $j$  は虚数単位である。

次に、標準的な有限要素法の手法に従って領域  $V$  を有限個の要素に分割する。このとき、要素と要素との境界において境界条件

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = \text{連続} \quad (2a)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \text{連続} \quad (2b)$$

が成立する。ここで、 $\mathbf{n}$  は境界に立てた単位法線ベクトルである。また、要素と境界  $S_0$  との間の境界条件は、 $S_0$  が電気壁の場合には

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad (3a)$$

となり、 $S_0$  が磁気壁の場合には

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0 \quad (3b)$$

となる。

要素と導波路  $i$  との接続境界  $S^{(i)}$  においては次式に示す境界条件が成立する。

$$\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}|_{S^{(i)}} = \sum_{m=1}^{M^{(i)}} (a_m^{(i)} + b_m^{(i)}) (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}) \quad (4a)$$

$$\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{H}|_{S^{(i)}} = \sum_{m=1}^{M^{(i)}} (a_m^{(i)} - b_m^{(i)}) (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{H}_m^{(i)}) \quad (4b)$$

ここで、 $\mathbf{n}^{(i)}$  は接続境界  $S^{(i)}$  に垂直で導波路  $i$  の向きを向く単位法線ベクトルである。 $M^{(i)}$  は、導波路  $i$  において考慮するモード数であり、 $a_m^{(i)}$  および  $b_m^{(i)}$  は導波路  $i$  のモード  $m$  についての不連続部への入射波振幅および反射波振幅である。また、 $\mathbf{E}_m^{(i)}$  および  $\mathbf{H}_m^{(i)}$  はモード  $m$  の固有モード関数の電界および磁界である。

まず、次式に示す境界条件を満足するベクトル基底関数  $\mathbf{F}_n$ , ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) を導入する。但し、 $N$  は基底の総数である。

(1) 要素と要素との境界において

$$\mathbf{n} \times \mathbf{F}_n = \text{連続} \quad (5a)$$

(2) 要素と磁気壁との境界において

$$\mathbf{n} \times \mathbf{F}_n = 0 \quad (5b)$$

さて、境界条件 (5) を満たす基底  $\mathbf{F}_{n'}$  を式 (1a) にスカラ的に乗じて各要素について体積分し、すべての要素について加え合わせると

$$\sum_e \int_{V_e} \mathbf{F}_{n'} \cdot (\nabla \times \mathbf{E} + j\omega\mu\mathbf{H}) dv = 0$$

上式を部分積分して次式を得る。

$$\sum_e \int_{V_e} \{(\nabla \times \mathbf{F}_{n'}) \cdot \mathbf{E} + j\omega\mu \mathbf{F}_{n'} \cdot \mathbf{H}\} dv + \sum_e \oint_{S_e} \mathbf{F}_{n'} \cdot (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}) ds = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\sum_e$  はすべての要素についての和を、 $\int_{V_e} dv$  は各要素についての体積分を、 $\oint_{S_e} ds$  は各要素の閉じた境界にわたる面積分を表す。 $\mathbf{n}_0$  は要素の境界に立てた外向き単位法線ベクトルである。

式 (1b) および境界条件 (2a)、(3a)、(4a)、(5) を用いると式 (6) は次のようになる。

$$\int_V \left\{ \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla \times \mathbf{F}_{n'}) \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) + j\omega\mu \mathbf{F}_{n'} \cdot \mathbf{H} \right\} dv + \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^{M^{(i)}} (a_m^{(i)} + b_m^{(i)}) \int_{S^{(i)}} \mathbf{F}_{n'} \cdot (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}) ds = 0 \quad (7)$$

上式において  $\int_V dv$  は不連続部全体にわたる体積分であり、 $\int_{S^{(i)}} ds$  は境界  $S^{(i)}$  にわたる面積分である。

次に、磁界  $\mathbf{H}$  が基底  $\mathbf{F}_n$ , ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) を用いて次式で展開表示できるとしよう。

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^N c_n \mathbf{F}_n \quad (8)$$

ここで、 $c_n$  は展開係数である。このとき、境界条件 (2b) および (3b) は自動的に満足される。式 (8) を式 (7) に代入して、

$$\sum_{n=1}^N c_n \int_V \left\{ \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla \times \mathbf{F}_{n'}) \cdot (\nabla \times \mathbf{F}_n) + j\omega\mu \mathbf{F}_{n'} \cdot \mathbf{F}_n \right\} dv + \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^{M^{(i)}} (a_m^{(i)} + b_m^{(i)}) \int_{S^{(i)}} \mathbf{F}_{n'} \cdot (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}) ds = 0 \quad (9)$$

; for  $n' = 1, 2, \dots, N$

を得る。式 (9) を導くには境界条件 (4b) を除く他のすべての境界条件が考慮されている。境界条件 (4b) に式 (8) を代入すると、境界  $S^{(i)}$  において

$$\sum_{n=1}^N c_n (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{F}_n)|_{S^{(i)}} = \sum_{m=1}^{M^{(i)}} (a_m^{(i)} - b_m^{(i)}) (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{H}_m^{(i)}) \quad (10)$$

となる。式 (10) に  $-\mathbf{E}_{m'}^{(i)}$  をスカラ的に乗じて、境界  $S^{(i)}$  にわたって面積分し、導波路固有モードの直交関係を用いると

$$\sum_{n=1}^N c_n \int_{S^{(i)}} \mathbf{F}_n \cdot (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_{m'}^{(i)}) ds = (a_{m'}^{(i)} - b_{m'}^{(i)}) \frac{\beta_{m'}^{(i)}}{|\beta_{m'}^{(i)}|} \quad (11)$$

; for  $i = 1, 2, \dots, I$ ;  $m' = 1, 2, \dots, M^{(i)}$

となる。但し、固有モード関数  $\mathbf{E}_m^{(i)}$  および  $\mathbf{H}_m^{(i)}$  は、次式を満たすように規格化されている。

$$\int_{S^{(i)}} \mathbf{n}^{(i)} \cdot (\mathbf{E}_m^{(i)} \times \mathbf{H}_m^{(i)}) ds = \frac{\beta_m^{(i)}}{|\beta_m^{(i)}|} \quad (12)$$

ここで、 $\beta_m^{(i)}$  は導波路  $i$  のモード  $m$  の伝搬定数である。式 (9) および式 (11) が本報告で示す方法の基本式であり、両式をまとめて行列形式で示すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} P & Q \\ Q^t & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q \\ D \end{bmatrix} \{A\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} p_{nn'} &= \int_V \left\{ \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla \times \mathbf{F}_n) \cdot (\nabla \times \mathbf{F}_{n'}) + j\omega\mu \mathbf{F}_n \cdot \mathbf{F}_{n'} \right\} dv \\ q_{nm} &= \int_{S^{(i)}} \mathbf{F}_n \cdot (\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}) ds \\ d_m &= \frac{\beta_m^{(i)}}{|\beta_m^{(i)}|} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、添字  $t$  は転置することを意味する。 $[P]$  および  $[Q]$  は式 (14) に示す  $p_{nn'}$ , ( $n, n' = 1, 2, \dots, N$ ) および  $q_{nm}$ , ( $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $m = 1, 2, \dots, M^{(i)}$ ) を要素とする行列であり、 $[D]$  は 1

(導波モードの場合) または  $-j$  (エバネッセントモードの場合) を対角要素とする対角行列である。また、 $\{C\}$  は  $c_n, (n = 1, 2, \dots, N)$  を要素とする列ベクトルである。 $\{A\}$  および  $\{B\}$  はそれぞれ  $a_m^{(i)}, (i = 1, 2, \dots, I; m = 1, 2, \dots, M^{(i)})$  および  $b_m^{(i)}, (i = 1, 2, \dots, I; m = 1, 2, \dots, M^{(i)})$  を要素とする列ベクトルである。

行列方程式 (13) は対称であり容易に解くことができ、反射波振幅ベクトル  $\{B\}$  は入射波振幅ベクトル  $\{A\}$  を用いて次式で与えられる。

$$\{B\} = [S]\{A\} \quad (15)$$

式 (15) における  $[S]$  は不連続部における散乱を表す行列であり、不連続部は  $[S]$  によって完全に記述される。

以上が本報告で提案する接続法である。本接続法では固有モード展開で表示された境界条件 (4a) を支配方程式 (1a) の有限要素法解析に直接適用すると共に、固有モード関数で表示された境界条件 (4b) を導波路固有モード関数を重み関数とするガレルキン法により満足させるという方法を用いている。このような定式化を行うことにより、接続境界上での有限要素法による界の展開基底数と固有モード展開法による界の展開モード数との間に特別の制約は生じない。また、解くべき行列方程式 (13) は対称であり容易に解くことができ、不連続部における散乱を表す行列を直接数値解析することができる。

### 3. 同軸線路系への適用

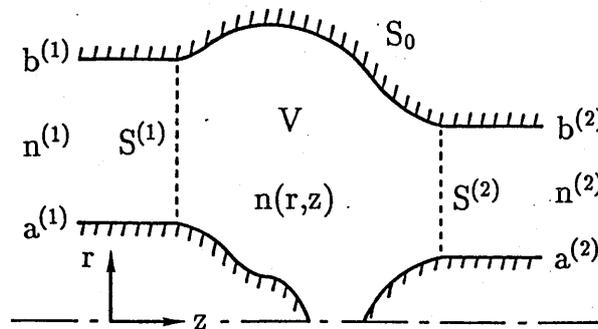


図2 同軸線路系における軸対称不連続部

図2に示す同軸線路系における軸対称不連続部の左方から同軸線路の基本モード (TEMモード) が入射したときの電磁界を数値解析することにする。図2において一点鎖線は回転対称軸である。 $S^{(1)}$  および  $S^{(2)}$  は接続面であり、 $S^{(1)}$  の左方および  $S^{(2)}$  の右方が同軸線路である。同軸線路  $i, (i = 1, 2)$  の内導体半径を  $a^{(i)}$ 、外導体半径を  $b^{(i)}$  とし、中空部には、屈折率  $n^{(i)}$  の誘電体が充填されているものとする。また、 $S_0$  は完全導体壁 (電気壁) である。 $S^{(1)}$ 、 $S^{(2)}$ 、 $S_0$  および回転対称軸で囲まれた領域  $V$  が不連続部である。

図2に示すように考察する系が $z$ 軸に関して軸対称であり、かつ、入射波が同軸線路の基本モードであるので、基底 $F_n(r, \theta, z)$ および接続面における同軸線路固有モードの電界の接線成分 $\mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}(r, \theta)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} F_n(r, \theta, z) &= i_\theta f_n(r, z) \\ \mathbf{n}^{(i)} \times \mathbf{E}_m^{(i)}(r, \theta) &= i_\theta e_{rm}^{(i)}(r) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、添字 $\theta$ を持つベクトルは $\theta$ 方向を向くベクトルであり、 $e_{rm}^{(i)}$ は、導波路 $i$ のモード $m$ の固有モードの電界の $r$ 方向成分である。このとき、スカラ基底関数 $f_n(r, z)$ に対する境界条件は、式(5)より

(1) 要素と要素との境界において

$$f_n = \text{連続} \quad (17a)$$

(2) 要素と磁気壁との境界において

$$f_n = 0 \quad (17b)$$

となる。また、

(3) 要素と回転対称軸 $r=0$ との境界において

$$f_n = 0 \quad (17c)$$

となる[9]。

また、不連続部および同軸線路の透磁率は $\mu = \mu_0$ であるとし、誘電率を屈折率 $n$ を用いて、 $\epsilon = \epsilon_0 n^2$ と表わすことにする。ここで、 $\epsilon_0$ および $\mu_0$ は真空中の誘電率および透磁率である。式(14)に式(16)を代入して、 $\theta$ に関する積分を実行し、さらに、各要素を $j\omega\epsilon_0/2\pi$ 倍すると、次式となる。

$$\begin{aligned} p_{nn'} &= \int_S \left\{ \frac{1}{n^2} \left( \frac{\partial f_n}{\partial r} \frac{\partial f_{n'}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (f_n f_{n'}) \right) + \frac{\partial f_n}{\partial z} \frac{\partial f_{n'}}{\partial z} + \frac{1}{r^2} f_n f_{n'} \right\} - k_0^2 f_n f_{n'} \Big\} r dr dz \\ q_{nm} &= j \frac{k_0}{Z_0} \int_{a^{(i)}}^{b^{(i)}} f_n e_{rm}^{(i)} r dr \\ d_m &= j \frac{k_0}{2\pi Z_0} \frac{\beta_m^{(i)}}{|\beta_m^{(i)}|} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  および  $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$  は真空中の波数および波動インピーダンスである。また、 $S$  は不連続部 $V$ の $\theta = \text{一定}$ としたときの一断面である。

さて、この不連続部 $V$ の一断面 $S$ を三角形要素に分割し、有限要素法を適用する[10]。ところが、式(18)に示す $p_{nn'}$ の被積分関数に $r$ の分数関数が含まれており、有限要素法で用いられる一次形状関数 $N_i(r, z)$ をそのまま用いて基底 $f_n$ を構成した場合には、 $p_{nn'}$ の積分を解析的に行うことはできない。そこで、本報告では、基底関数 $f_n(r, z)$ を次式に示す形状関数を用いて構成している。

$$\sqrt{\frac{r}{r_i}} N_i(r, z) \quad (19)$$

ここで、 $r_i$  は一次形状関数  $N_i(r, z)$  が 1 となる  $r$  座標である。式 (19) に示す形状関数を用いて構成した基底関数を用いることにより、式 (17) の境界条件を容易に満たすことができ、また、 $p_{nn'}$  の積分を解析的に行うことができる。

次に、式 (12) を満たすように  $e_{rm}^{(i)}$  を規格化すると

$$e_{rm}^{(i)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{Z_0}{2\pi n^{(i)} \log(b^{(i)}/a^{(i)})}} \frac{1}{r} & (m=1) \\ \frac{\beta_m^{(i)} \sigma_m^{(i)}}{2n^{(i)}} \sqrt{\frac{\pi Z_0 J_0^2(\sigma_m^{(i)} b)}{k_0 |\beta_m^{(i)}| \{J_0^2(\sigma_m^{(i)} a) - J_0^2(\sigma_m^{(i)} b)\}}} \{N_0(\sigma_m^{(i)} a) J_1(\sigma_m^{(i)} r) - J_0(\sigma_m^{(i)} a) N_1(\sigma_m^{(i)} r)\} & (m=2, 3, \dots) \end{cases} \quad (20)$$

となる。ここで、 $J_n(\cdot)$  および  $N_n(\cdot)$  は  $n$  次のベッセル関数およびノイマン関数であり、 $\sigma_m^{(i)} = \sqrt{k_0^2 (n^{(i)})^2 - (\beta_m^{(i)})^2}$  である。また、 $\beta_1^{(i)} = k_0 n^{(i)}$  であり、 $\beta_m^{(i)}$ , ( $m=2, 3, \dots$ ) は、分散関係式

$$J_0(\sigma_m^{(i)} a) N_0(\sigma_m^{(i)} b) - J_0(\sigma_m^{(i)} b) N_0(\sigma_m^{(i)} a) = 0 \quad (21)$$

を解いて得られる。

#### 4. 数値計算例

図 3 に示す同軸線路用コネクタの左方に接続された同軸線路 1 から TEM モードが入射した場合の反射特性を数値解析することにする。図 3(a) は同軸線路の外部導体径が等しく、内部導体径および絶縁物が異なる場合のコネクタの一例である。数値計算に用いたパラメータは、 $a^{(1)} = 3.0(mm)$ 、 $n^{(1)} = 1$  (空気)、 $a^{(2)} = 2.104(mm)$ 、 $n^{(2)} = 1.425$  (PTFE; テフロン)、 $b^{(1)} = b^{(2)} = 6.9(mm)$  である。このとき、同軸線路の特性インピーダンスはともに  $50(\Omega)$  である。また、図 3(b) は同軸線路の内部導体径、外部導体径、絶縁物のいずれも異なる場合のコネクタの一例である。数値計算に用いたパラメータは、 $a^{(1)} = 1.520(mm)$ 、 $b^{(1)} = 3.5(mm)$ 、 $n^{(1)} = 1$ 、 $a^{(2)} = 2.130(mm)$ 、 $b^{(2)} = 7.0(mm)$ 、 $n^{(1)} = 1.425$  である。この場合にも、同軸線路の特性インピーダンスはともに  $50(\Omega)$  である。動作周波数をパラメータとして、不連続部の長さ  $d$  を変化させた場合の同軸線路 1 への TEM モードの振幅反射係数  $|\Gamma|$  の変化を図 4(a) および図 4(b) に示す。これらの解析結果は、G. M. Wilkins ら<sup>[3]</sup>の解析結果によく一致しており本方法の妥当性および有効性が示された。ちなみに、このとき要素分割数は 500 であり、各同軸線路においては 6 個のモードを考慮している。

#### 5. むすび

導波路伝達問題を解析する方法として、有限要素法で表された不連続部の電磁界と固有モード関数展開法で表された導波路の電磁界とを接続境界で導波路固有モード関数を重み関数とするガレルキン法を用いて接続する方法を提案している。具体的には、同軸線路系における軸対称な構造を有する不連続問題への適用例として、同軸線路用コネクタを数値解析し、本報告で提案する方法の妥当性を検証した。本方法は

(1) 不連続部と導波路との接続境界を不連続部の近傍にとることができ、有限要素法を適用する領域が小さく、解くべき行列方程式の次数が小さくてすむ。

(2) 不連続部と導波路との接続境界において、有限要素法による界の展開基底数と固有モード展開法による界の展開モード数との間に制約がない。

(3) 解くべき行列方程式が対称となる。

(4) 不連続部における散乱を表す行列を直接数値解析することができる。

などの特徴を有している。今後は、一般的な3次元不連続部を持つ電磁波導波路伝達問題への適用および散乱・放射問題への応用等を行う予定である。

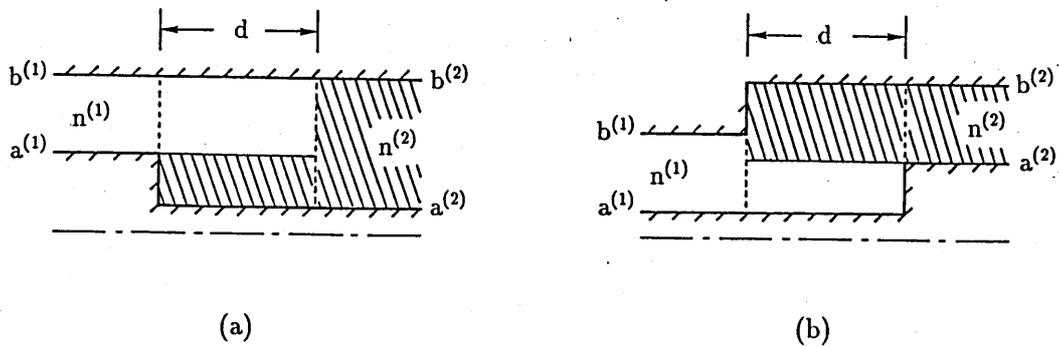


図3 同軸線路用コネクタ

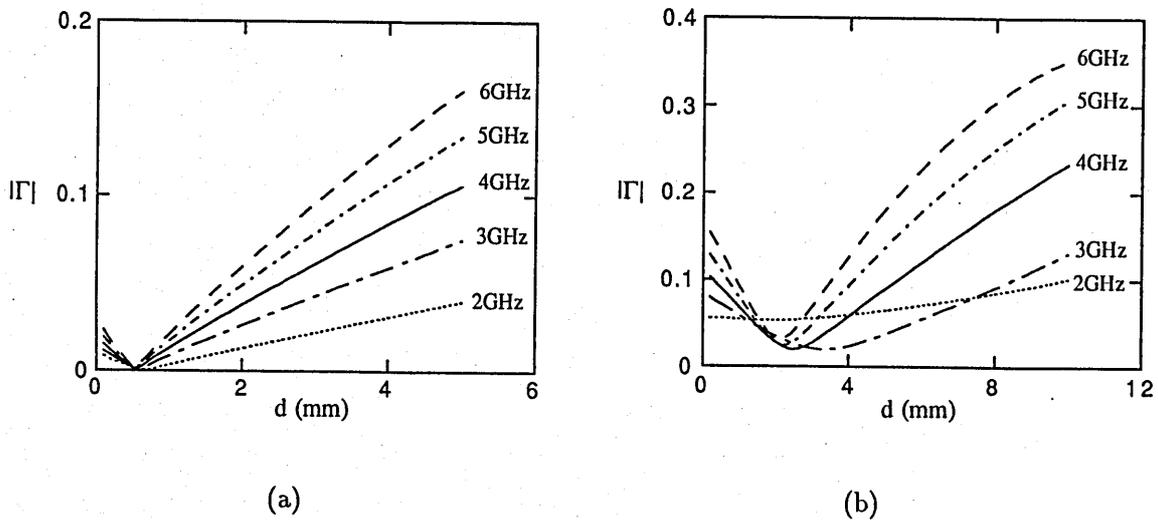


図4 同軸線路用コネクタの反射特性

## 文献

- [1] J. P. Webb, G. L. Maile and R. L. Ferrari : " Finite-element solution of three-dimensional electromagnetic problems ", *Proc. Inst. Elec. Eng.*, pt. H., **130**, 2, pp.153-158 (March 1983).
- [2] M. de Pourcq : " New power-density calculation method by three-dimensional finite elements ", *Proc. Inst. Elec. Eng.*, pt. H., **131**, 6, pp.411-419 (Dec. 1984).
- [3] G. M. Wilkins, J. F. Lee and R. Mittra : " Numerical Modeling of Axisymmetric Coaxial Waveguide Discontinuities ", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-39**, 8, pp.1323-1328 (Aug. 1991).
- [4] K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba : " Three-Dimensional Finite-Element Solution of Dielectric Scattering Obstacles in a Rectangular Waveguide ", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-38**, 9, pp.1352-1359 (Sept. 1990).
- [5] K. Ise, K. Inoue and M. Koshiba : " Three-Dimensional Finite-Element Method with Edge Elements for Electromagnetic Waveguide Discontinuities ", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-39**, 8, pp.1289-1295 (Aug. 1991).
- [6] 古谷, 鼻本, 羽野, 粟井: " マイクロ波伝達問題の3次元有限要素法解析のための定式化 ", 1991 信学春季全大, **C-117**, (平 3-03).
- [7] 丸田, 松原: " 伝達問題の有限要素法解析 - ガレルキン法による界の接続 - ", 信学論 (C-I), **J72-C-I**, 10, pp.577-582 (平成元-10).
- [8] W.K. Gwarek : " Computer-Aided Analysis of Arbitrarily Shaped Coaxial Discontinuities ", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-36**, 2, pp.337-342 (Feb. 1988).
- [9] 松原, 五嶋: " 回転対称形共振器の有限要素法解析 ", 信学論 (C-I), **J72-C-I**, 7, pp.409-413 (平成元-07).
- [10] O.C. ジェンキェヴィッチ, K. モーガン (伊理正夫, 伊理由美訳): " 有限要素と近似 ", 啓学出版, (昭 59).

# ライトシフトを用いた 光の非吸収測定

渋木俊一、渋谷哲郎、北野正雄、高橋信行、小倉久直

(京都大学 工学部)

1992年3月6日

輻射科学研究会  
(於 大阪産業大学)

# ライトシフトを用いた光の非吸収測定

渋木俊一、渋谷哲郎、北野正雄、高橋信行、小倉久直  
(京都大学 工学部)

## 1 まえがき

通信の性能は、多くの場合まだ測定系の雑音で決まってしまうが、コヒーレント光通信やフォトンカウンティング光通信など最先端の光通信技術では、その性能は、不確定性原理で決められる量子限界に到達しようとしている [1]。

量子限界をこえるためには、光を量子的にとらえ、その不確定性を制御する必要がある。測定における不確定性を制御することにより、被測定量に変化を与えない測定が可能であり、これを量子非破壊測定とよぶ。なかでも、図 1(a) のように光子を破壊せずに測定する光子数の量子非破壊測定は、光子数スクイズド状態の研究と関連してさかんに研究がおこなわれている。

本研究は、仮想遷移によるライトシフトを用いた光強度の非吸収測定系を提案し、実験によってその可能性を検討するものである。この測定系は量子非破壊測定条件を満たし、原理的には光子数量子非破壊測定が可能なるものである。

レーザー光は、その光子数の分布がポアソン分布に従うが、光子数の量子非破壊測定が実現すれば、測定した情報をもとに、その分布を制御し、サブポアソン光を発生することができる。光子数分布の広がりが小さいほど量子雑音も小さいので、これは量子限界をこえる 1 つの手段となる。また、通信や計算機内での無損失分岐が可能となる。さらに、情報を繰り返し読むことにより、測定誤差を小さくできる。

本研究の感度は、光の量子性を検出するまでには至っていない。したがって、感度のよい測

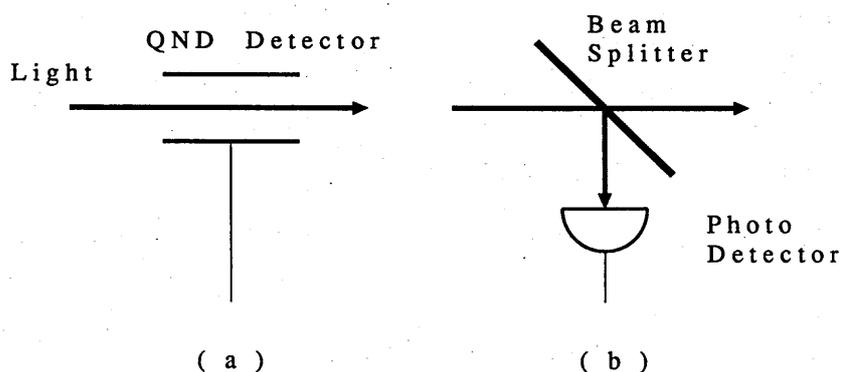


図 1: 光子の検出

定器を用いてビームスプリッタの透過率を大きくすれば、図 1(b) の測定系で、本研究の測定系と全く等価なものを実現できる。しかし、本研究は、感度の向上により量子限界をこえることができる。測定器には光子 1 個を測定できるほど感度のよいものもあるが、しかし、測定器の感度をいくらよくしても、図 1(b) の測定系で、量子限界をこえることは不可能である。本研究は、量子非破壊測定の前段階ともいべきものであり、感度の向上により量子非破壊測定を実現しうる点で、図 1(b) の測定系とは、まったく異なるものといえる。

実験の原理を簡単に説明する。原子の遷移周波数から離調した被測定光を、気体の Rb 原子に入射すると、仮想遷移がおこり、光強度に比例してライトシフト [2] と呼ばれるエネルギー準位の変化が生じる。被測定光が円偏光の場合は、この変化は光の伝搬方向に磁場が加わった時のゼーマン効果によるエネルギー準位の変化と等価である。この際被測定光は、原子の遷移周波数から離調しているため、原子に仮想遷移を起こすだけで全く吸収されない。そこで、この準位の変化量を光ポンピング [3] を応用した磁力計 [4] を用いて読みとることによって、被測定光を全く吸収せずに、その光強度を測定することができる。

## 2 原理

### 2.1 量子非破壊測定

光の非破壊測定とは、ハイゼンベルグの不確定性原理を人工的に制御することにより、測定する物理量に何の変化も与えずに測定をするものである。この章では、量子非破壊測定の場合と、量子非破壊測定条件について述べる [1, 5]。

**量子非破壊測定** 光を測定する際には、不確定性原理の要請から、次式が成立しなければならない。

$$\langle (\Delta A_s)^2 \rangle_{\text{meas}} \langle (\Delta B_s)^2 \rangle_{\text{back action}} \geq \frac{1}{4} | \langle [A_s, B_s] \rangle |^2 \quad (1)$$

この式は、ある観測量  $A_s$  の測定精度  $\langle (\Delta A_s)^2 \rangle_{\text{meas}}$  と、その共役な観測量  $B_s$  に対する反作用雑音  $\langle (\Delta B_s)^2 \rangle_{\text{back action}}$  の積が、ある最小値以上でなければならないということを要請するだけで、測定精度そのものには何の規制も与えていない。そこで、ある種の観測量とある種の測定器を組み合わせ、測定の反作用を共役な観測量だけに押し込めることができれば、測定精度をいくらでもよくすることができ、測定を何回繰り返し行っても、不確定性原理に触れることなく、その観測量の情報を保存することができるはずである。これが QND 測定の場合である。

**量子非破壊測定条件** QND 測定のために、観測量及び測定系に課せられる条件について考察する。

まず、観測量に課せられる条件について考察する。ある観測量  $A_s$  の時間発展は、系のハミルトニアンを  $H_s$  とすると、ハイゼンベルグの運動方程式

$$-i\hbar \frac{d}{dt} A_s = [H_s, A_s] \quad (2)$$

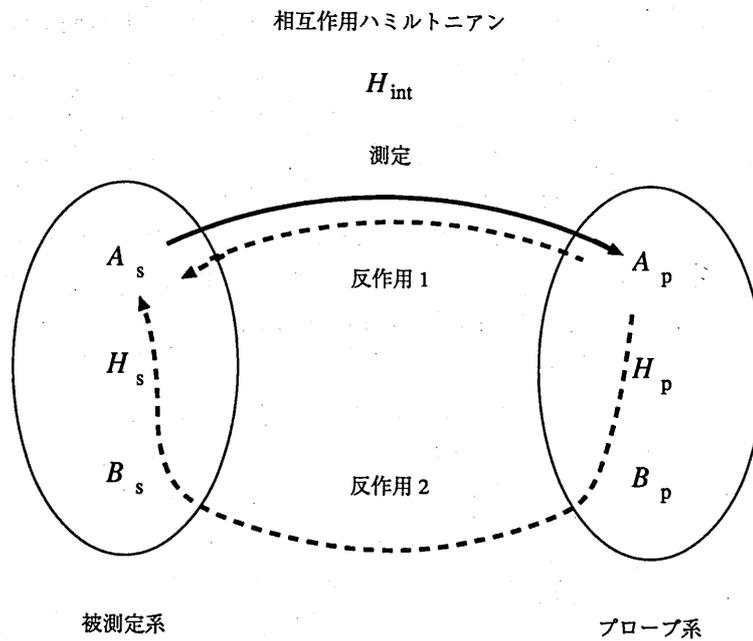


図 2: QND 測定モデル

によって記述される。従って、

$$[H_s, A_s] = 0 \quad (3)$$

を満たす観測量は、時間によって変化せず、QND 測定が可能であるといえる。

次に、測定系に課せられる条件について考察する。一般に、ある信号系の観測量  $A_s$  を測定しようとする場合、プローブ系の観測量  $A_p$  を  $A_s$  に一定時間結合、相互作用させ、 $A_p$  の変化を通して  $A_s$  に関する情報を読み出すことが行われる。この場合、信号系、プローブ系とも相互作用している間は量子系にあり、そのうちプローブ系だけが相互作用の後、巨視的な古典系に結合して、確定した測定結果を出力する。この様子を模式的に表わしたものが図 2 である。

信号系、プローブ系の非摂動ハミルトニアンをそれぞれ、 $H_s$ ,  $H_p$  とし、相互作用ハミルトニアンを  $H_{int}$  とすると、 $A_s$  と  $A_p$  の時間発展は、次のようなハイゼンベルグの運動方程式で記述される。

$$-i\hbar \frac{d}{dt} A_s = [H_s, A_s] + [H_{int}, A_s] \quad (4)$$

$$-i\hbar \frac{d}{dt} A_p = [H_p, A_p] + [H_{int}, A_p] \quad (5)$$

$A_s$  の情報が  $A_p$  に乗り移るためには、

$$[H_{int}, A_p] \neq 0 \quad (6)$$

かつ、 $H_{int}$  は  $A_s$  の関数であることが、必要である。

また、測定による  $A_s$  への反作用雑音の及び方には、二つの経路がある。一つは、(4) 式の右辺第2項で表されるもので、相互作用ハミルトニアン  $H_{int}$  による直接的な  $A_s$  の変化である。この経路による反作用雑音は、 $H_{int}$  が、

$$[H_{int}, A_s] = 0 \quad (7)$$

なる条件を満たしているとなれば、抑圧することができる。

もう一つは、(4) 式の右辺第1項で表されるもので、非摂動のハミルトニアン  $H_s$  が  $A_s$  に共役な観測量  $B_s$  の関数である場合、その  $B_s$  を介して及ぶ間接的な  $A_s$  の変化である。この経路による反作用雑音は、 $H_s$  が  $A_s$  の共役観測量を含まなければ、抑圧することができる。このとき次の条件が成立する。

$$[A_s(0), A_s(t)] = 0 \quad (8)$$

この条件は、実は前述の観測量に対する条件、(3) 式を一般化したものである。

以上より、(7) 及び (8) 式の条件を満たす測定が QND 測定である。(7) 式の条件を満たす相互作用ハミルトニアン  $H_{int}$  を反作用除去 (back action evading) タイプといい、(8) 式の条件を満たす観測量  $A_s$  を量子非破壊観測量 (QND observable) という。

ライトシフトを用いた光強度の測定系がこれらを満たしていることを確かめよう。光強度を測定するということは、すなわち、 $A_s = H_s$  であるから、式 (8) が成立する。また、ライトシフトは、原子とその遷移周波数から離調した光との相互作用であるから原子の遷移は起こらず、ハイゼンベルグ表示における実効相互作用ハミルトニアン  $H_{int}$  の非対角成分は0である。 $H_s$  も対角成分しか持たないので、 $H_{int}$  と  $H_s$  すなわち  $A_s$  は交換する。よって、式 (7) が成り立つ。従って、ライトシフトを測定することにより、光の強度を非吸収で測定することが可能である。

## 2.2 光と原子の相互作用によるライトシフト

ライトシフトとは光と原子の相互作用により原子のエネルギー準位がシフトすることである。この反作用として光は位相のみが変化する。この相互作用は、古典論的には光の作る振動電場  $E$  と原子の双極子モーメント  $p$  の相互作用と考えられる。量子力学的には、この相互作用によるエネルギーを摂動とみなして固有値方程式を解くことにより、エネルギー準位を計算することができる。ここでは、このライトシフトによる原子のエネルギー準位の変化について、単純化されたモデルを用いて量子力学的に考察する [2]。

共振器内に原子が存在する場合を考えるが、場の周波数が原子の基底状態から第一励起状態への遷移周波数と、さほど大きくは離れていないとすると、これよりエネルギーの高い状態への遷移は無視できるので、原子に関しては基底状態と第一励起状態の2つの状態のみを持つ2準位原子を考える。

原子の非摂動のハミルトニアンを  $H_a$ 、その固有値  $\hbar\omega_\phi$  に属する固有ケットを  $|\phi\rangle$  と表わすと、

$$H_a = \hbar\omega_\phi |\phi\rangle \langle \phi| \quad (\phi = g, e) \quad (9)$$

である。ただし、添え字  $g, e$  はそれぞれ基底状態と励起状態を表わす。

また、場の非摂動のハミルトニアン  $H_f$  は、光の周波数を  $\omega_f$  とすると、消滅演算子  $a$  と生成演算子  $a^\dagger$ 、あるいは個数演算子  $n = a^\dagger a$  を用いて

$$H_f = \hbar\omega_f \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega_f \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

と表わされる。 $|n\rangle$  は、 $H_f$  と  $n$  の同時固有ケットであり、

$$H_f |n\rangle = \hbar\omega_f \left( n + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = \hbar\omega_n |n\rangle \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (11)$$

である。ここで、系全体の非摂動のハミルトニアン  $H_0$  を

$$H_0 \equiv H_a + H_f \quad (12)$$

と定義すると、ケット  $|\phi, n\rangle^{(0)} = |\phi\rangle |n\rangle$  は、

$$H_0 |\phi, n\rangle^{(0)} = \hbar(\omega_\phi + \omega_n) |\phi, n\rangle^{(0)} \quad (13)$$

をみताす。摂動のハミルトニアン、つまり場と原子の相互作用を表わすハミルトニアンは、電気双極子近似のもとでは、原子の双極子モーメント演算子  $\mathbf{p}$  と次式によって定義される電場演算子

$$\mathbf{E} = \mathcal{E}(a + a^\dagger) \quad (14)$$

(ここに  $\mathcal{E}$  は電場の次元をもち、光子1個の電場に対応する。) を用いて、

$$H_i = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} = -p\mathcal{E}(a + a^\dagger) \quad (15)$$

と表わされる。

これを用いて、系全体のハミルトニアンを

$$H \equiv H_0 + H_i \quad (16)$$

と定義し、

$$H |\phi, n\rangle = \hbar\omega_{\phi, n} |\phi, n\rangle \quad (17)$$

を満たす固有値  $\hbar\omega_{\phi, n}$  及び固有ケット  $|\phi, n\rangle$  を時間に依存しない摂動論を用いて求める。第2次の摂動より、固有値および固有ケットは

$$|g, n\rangle = |g, n\rangle^{(0)} - \frac{\sqrt{n} p_{eg} \mathcal{E}}{\hbar(\omega_f - \omega_0)} |e, n-1\rangle^{(0)} \quad (18)$$

$$|e, n\rangle = |e, n\rangle^{(0)} + \frac{\sqrt{n+1} p_{eg}^* \mathcal{E}}{\hbar(\omega_f - \omega_0)} |g, n+1\rangle^{(0)} \quad (19)$$

$$\hbar\omega_{g, n} = \hbar(\omega_g + \omega_n) - \frac{n |p_{eg}|^2 \mathcal{E}^2}{\hbar(\omega_f - \omega_0)} \quad (20)$$

$$\hbar\omega_{e, n} = \hbar(\omega_e + \omega_n) + \frac{(n+1) |p_{eg}|^2 \mathcal{E}^2}{\hbar(\omega_f - \omega_0)} \quad (21)$$

となる。ただし、

$$\omega_0 \equiv \omega_e - \omega_g \quad (22)$$

$$p_{\phi'\phi} \equiv \langle \phi' | p | \phi \rangle \quad (23)$$

であり、 $\omega_f \simeq \omega_0$  であるから、 $(\omega_f - \omega_0)^{-1}$  の項に比べて  $(\omega_f + \omega_0)^{-1}$  の項は小さいものとして無視した。これは、原子が基底状態から励起状態に励起され、場の光子数も1つ増えるというような明らかにエネルギーを保存しないような遷移に関する項を無視したことになり、回転波近似と等価である。

(20)式は、基底状態のエネルギーが、 $\omega_f < \omega_0$  のときは上に、 $\omega_f > \omega_0$  のときは下に、場の光子数  $n$  に比例してシフトする事を表わしており、(21)式は、励起状態のエネルギーが、 $\omega_f < \omega_0$  のときは下に、 $\omega_f > \omega_0$  のときは上に、 $n+1$  に比例してシフトする事を表わしている。従って、真空状態においては基底状態のエネルギーは変化せず、励起状態のエネルギーのみが変化することになる。また、これらの式では、 $\omega_f = \omega_0$  のときエネルギーが発散してしまうが、これは励起状態の寿命を考慮にいれていないためである。次に、これらの式の物理的な意味を、原子が基底状態にあり、場の光子数が  $n$  である状態を例にとって考える。 $\omega_f > \omega_0$  のとき、非摂動の状態のエネルギー準位は図3に実線で示すようになる。このとき、 $|g, n \rangle^{(0)}$  から  $|e, n-1 \rangle^{(0)}$  への遷移は、定常的にはエネルギーが保存されないので起こり得ない。しかし、エネルギーと時間の間には、

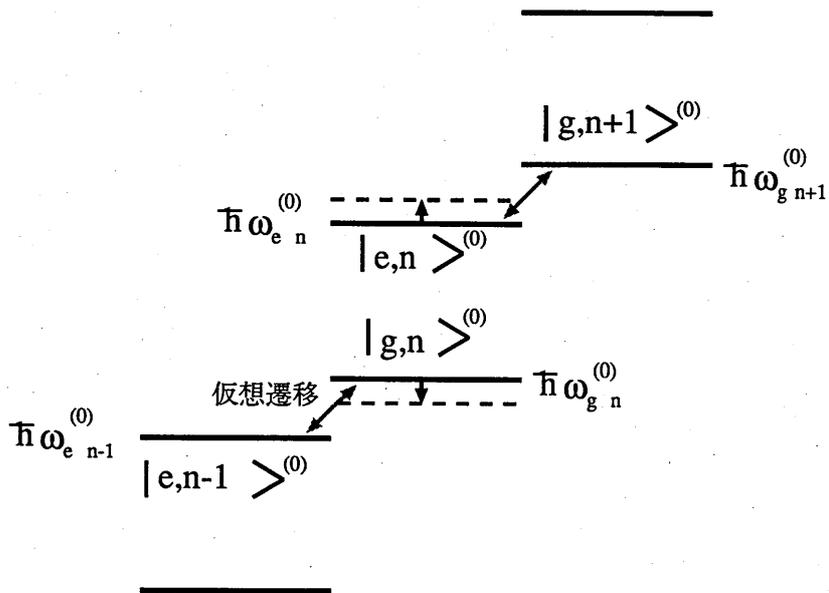
$$\Delta t \Delta E \geq \hbar \quad (24)$$

なる不確定関係が成り立っているので、短い時間内であれば、図中に破線の矢印で示すように、 $|g, n \rangle^{(0)}$  から  $|e, n-1 \rangle^{(0)}$  へ移り、また戻るような遷移が仮想的に可能となる。このような仮想遷移の影響で、状態は  $|g, n \rangle^{(0)}$  と  $|e, n-1 \rangle^{(0)}$  の重ね合わせとなり、摂動をも含めたエネルギー準位は図中に破線で示すようにシフトするのである。また、このような仮想遷移においては、光子はいったん吸収されるが、必ず、すぐに放出されるので、ライトシフトを非吸収測定に利用することができる。

### 2.3 ライトシフトを用いた測定の原理

実験の原理を簡単に説明する。被測定光を気体のアルカリ金属原子 (Rb) に入射すると、アルカリ金属原子に仮想遷移が起こり、ライトシフトにより光強度に比例してエネルギー準位が変化するが、被測定光が円偏光の場合は、この変化は光の伝搬方向に磁場が加わった時のゼーマン効果によるエネルギー準位の変化と等価である。そこで、この準位の変化量を光ポンピングを応用した磁力計を用いて読みとることによって、被測定光の光強度を測定することができる。

ライトシフトによるエネルギー準位の変化は数100Hz以下である。吸収線を用いて励起状態と基底状態間の遷移周波数のずれで読みとろうとしても励起状態の寿命が有限であることに起因する吸収線の幅が数10MHzであるから、これは不可能である。しかし、基底状態の寿命は原理的には無限大であり線幅は0である。従って、ライトシフトは、基底状態間のゼーマン準位間の遷移周波数のずれとして測定することができる。実際には基底状態の線幅は、原子とセルの壁



————— 電磁場と原子の相互作用のない場合のエネルギー準位

----- 電磁場と原子の相互作用のある場合のエネルギー準位

図 3: ライトシフトによるエネルギー準位の変化

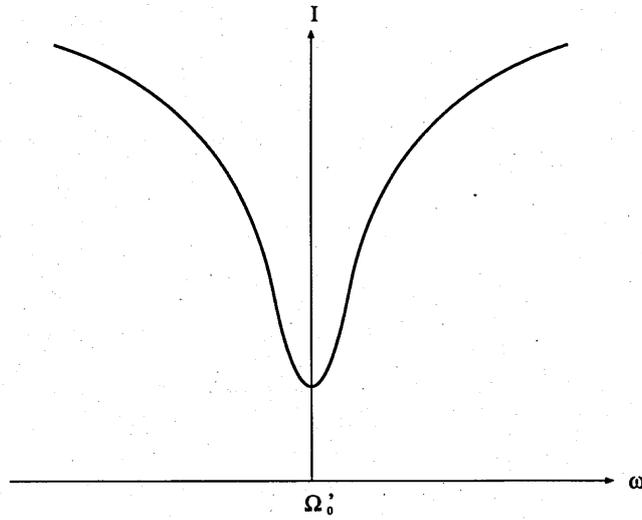


図 4: 回転磁場の角周波数に対する透過光強度の変化

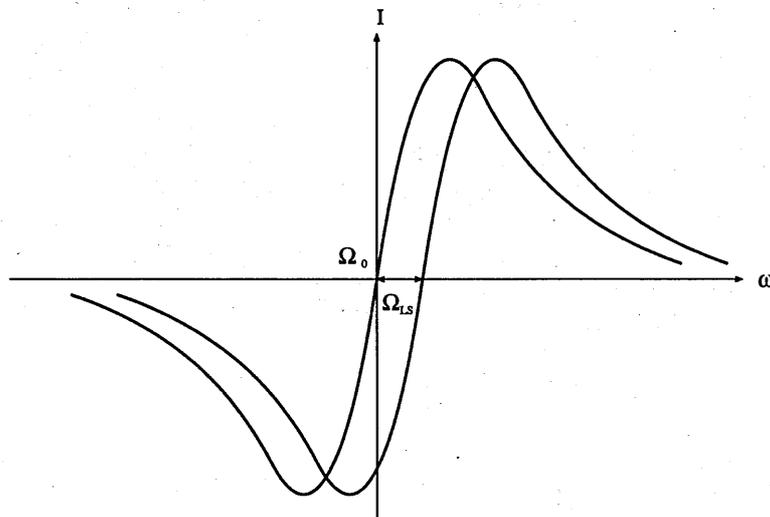


図 5: 回転磁場の角周波数を周波数変調した場合の透過光強度の変調周波数成分の変化と信号光によるライトシフト

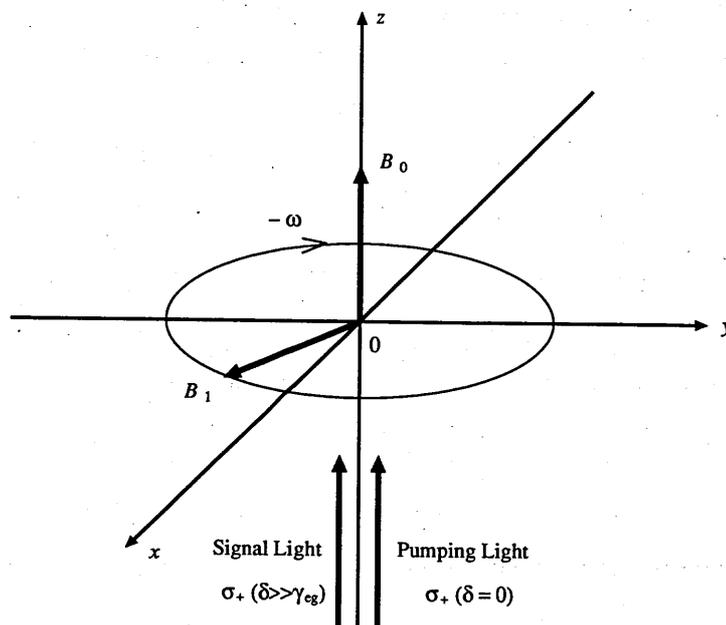


図 6: 実験原理の説明

との衝突などによって状態が壊れることにより数 kHz 程度になるが、この程度であれば測定は可能である。

まず、簡単のために Rb 原子が  $J = 1/2 \rightarrow 1/2$  の遷移をする 4 準位原子であると仮定し、実験の原理を定性的かつ模式的に説明する。

この原子に図 6 に示すように原子の遷移周波数に同調した右回り円偏光  $\sigma_+$  の光と離調した右回り円偏光  $\sigma_+$  の光を入射する。光の伝搬方向を  $z$  軸、紙面に垂直上向きを  $y$  軸とし、 $x, y, z$  軸で右手系を作るよう  $x$  軸を決める。また  $z$  軸方向に静磁場  $B_0$  と角周波数  $\omega$  で  $x-y$  平面を回転する回転磁場  $B_1$  を印加する。4 準位原子のエネルギーダイアグラムを図 7 に示す。

Rb 原子のエネルギー準位は磁場が存在しないときは、図 7 (a) に示すように基底状態及び励起状態は縮退している。光軸方向に 1G 程度の一様な静磁場  $B_0$  を印加したとする。静磁場をかけると、ゼーマン効果によって縮退が解け、図 7 (b) のように基底状態、励起状態ともにそれぞれ  $m_z = \pm 1/2$  の二つの状態、従って合計 4 つの状態に分離する。これをそれぞれ  $|g_+\rangle$ ,  $|g_-\rangle$ ,  $|e_+\rangle$ ,  $|e_-\rangle$  と表す。

ここで、原子の遷移周波数  $\omega_0$  に同調したすなわち  $(\delta = \omega_0 - \omega = 0)$  となる周波数  $\omega$  を持つ  $\sigma_+$  の光 (ポンピング光) を入射すると、選択則によって、 $|g_-\rangle$  と  $|e_+\rangle$  の間でのみ遷移が起きる。このとき  $|e_+\rangle$  から二つの基底状態への緩和は、ほぼ同じ割合で起きるが、 $|g_-\rangle$  へ落ちた原子は再び  $|e_+\rangle$  へ励起され、 $|g_+\rangle$  へ落ちた原子はもはや励起されることはないので、図 7 (c) に示すように全ての原子が  $|g_+\rangle$  の状態に落ち着く。これは、光ポンピングと呼ばれる。理想な場合は、もはや励起するべき原子が存在しなくなるので、ポンピング光は吸収されること

e: 励起状態      +: スピンz方向  
 g: 基底状態      -: スピン-z方向

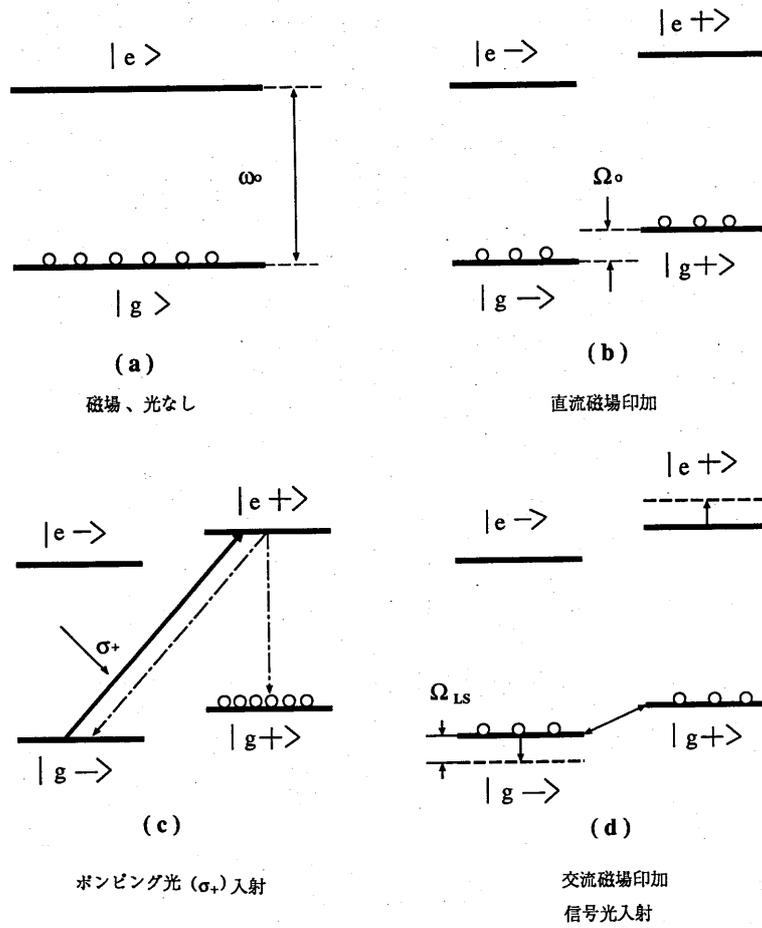


図 7: 4 準位原子モデルを用いた実験原理の説明

なく透過する。実際は様々な要因により基底状態の寿命は無限大とは見なせないため励起すべき原子が無くなることはないが、この場合、透過率はポンピングが起こっていない時に比べて増加する。

この状態で図6に示すように外部から回転磁場を印加すると、その周波数がゼーマン効果によって分離した二つの基底状態のエネルギー準位の差に等しいときには、図7(d)に示すように、 $|g+\rangle$  と  $|g-\rangle$  の間で遷移が起こる。すると光は再び原子を励起するようになるので吸収され、透過光の強度は小さくなる。回転磁場の周波数に対する透過光強度の変化は図4ようになる。

従って、透過光の強度を最小にするような回転磁場の周波数は静磁場に比例する。回転磁場の周波数を変調信号でFM変調しながら一定の速度で掃引し、太陽電池で測定した透過ポンピング光強度を、ロックインアンプに通すことにより図5のように、振動磁場-透過光強度曲線の微分を測定することができる。この微分曲線の零点は透過光強度の最小値を与えるので、この周波数を測ることによりz軸方向の磁場を測定することができる。この原理は磁力計として既に利用されている[4]。

ここでさらに、原子の遷移周波数からわずかに離調した $\sigma_+$ の光(シグナル光)を入射すると、ライトシフトにより $|g-\rangle$  と  $|e+\rangle$  のエネルギー準位がシフトする。これはz軸方向に静磁場をかけたことと等価であるので、透過するプローブ光の強度を最小にするような振動磁場の周波数は、シグナル光の強度に応じて変化する。従って、この周波数を測定することによって、シグナル光強度を知ることができる。このときシグナル光は原子の遷移周波数から離調しており、非吸収である。

## 2.4 Rb 原子のスペクトル構造

実験にはRbのD<sub>1</sub>線(5S<sub>1/2</sub> → 5P<sub>1/2</sub>, 794.8 nm)を用いた。Rbには質量数が85と87の二つの同位体が存在し、その存在比はそれぞれ、72.15%, 27.85%である。核スピンIは、<sup>85</sup>Rbが5/2、<sup>87</sup>Rbが3/2であり、電子の角運動量Jは、基底状態、励起状態ともに1/2である。したがって、原子全体の角運動量Fは、<sup>85</sup>Rbでは基底準位、励起準位ともに2,3の二つの値をとり、<sup>87</sup>Rbでは基底準位、励起準位ともに1,2の二つの値をとる。従って、各々の準位は二つの超微細構造に分離する。その様子を図8に示す。Fに関する遷移の選択則は、Fの変化を $\Delta F$ とすると、

$$\Delta F = 0, \pm 1 \quad (25)$$

と表わされる。従って、<sup>85</sup>Rbでは図8のC,D,E,F、<sup>87</sup>Rbではc,d,e,fのそれぞれ4つの遷移が許される。これらの超微細構造による各々の吸収線の相対位置及び相対強度を図9に示す。

さらに、Rb原子を磁場内におくとゼーマン効果によってFの方向量子化が起こる。角運動量の場の方向に対する量子数 $m_F$ は、

$$m_F = F, F-1, \dots, -F \quad (26)$$

となり、それぞれの超微細構造はこの $m_F$ に対応した $2F+1$ 個の準位に分裂する。

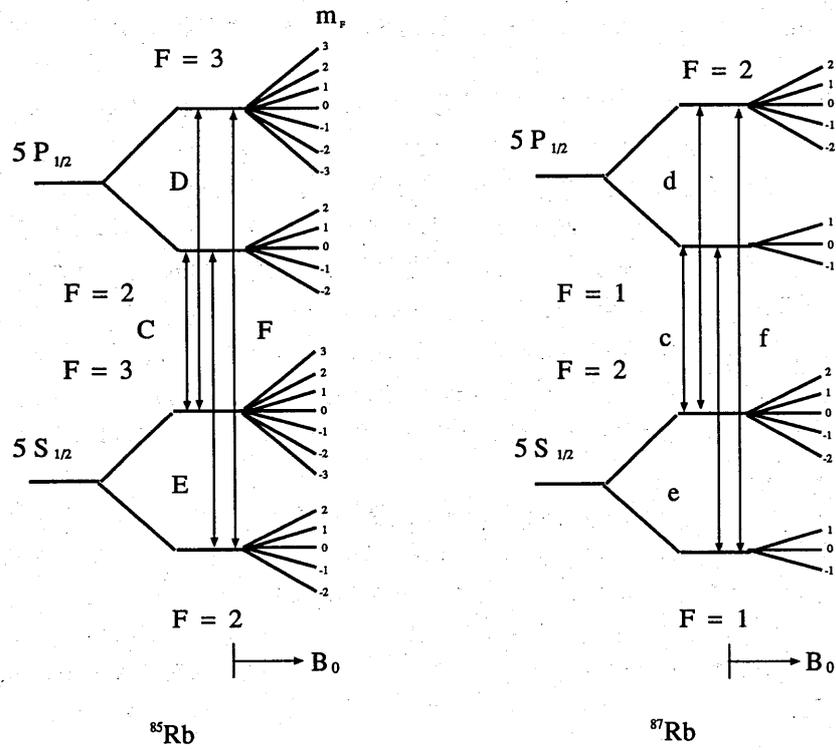


図 8: Rb-D<sub>1</sub>線のエネルギーダイアグラム

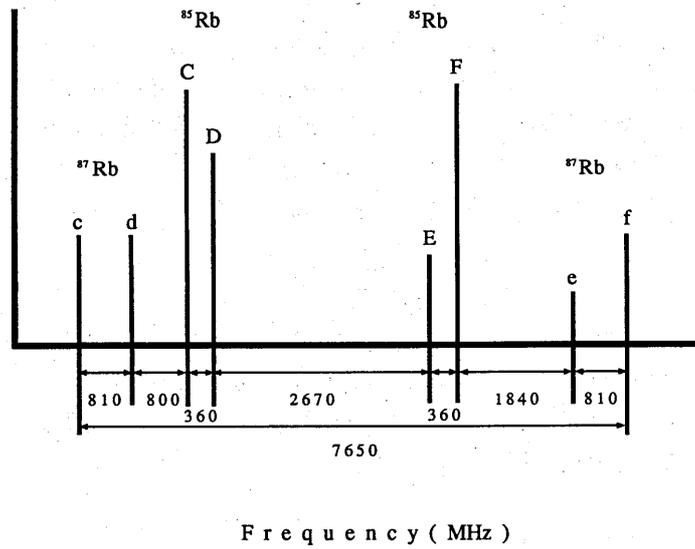


図 9: Rb-D<sub>1</sub>線の相対位置及び相対強度

本実験では、このゼーマン準位間のエネルギー差、つまり遷移周波数を RF コイルの振動磁場の周波数で計測する。 $m_F$ が一つだけ異なるような準位間の遷移周波数 $\nu$ は、外部磁場がそれほど強くない場合はほぼ等しく、外部磁場の磁束密度の大きさを  $B_0$  とすると次式で表わされる [4]。

$$\nu = \frac{\mu_B g_J B_0}{h(2I + 1)} \quad (27)$$

ここに、 $\mu_B$ ,  $g_J$  はそれぞれ、ボーア磁子と電子のランデの因子である。(27) 式に、 $\mu_B = 0.9274 \times 10^{-23} \text{J/T}$ ,  $g_J = 2.002$ ,  $h = 6.626 \times 10^{-27} \text{J/sec}$  を代入すると  $1\text{G}(=10^{-4}\text{T})$  あたり周波数は、 $^{85}\text{Rb}$  では  $467\text{kHz}$ 、 $^{87}\text{Rb}$  では  $701\text{kHz}$  となる。

### 3 実験

#### 3.1 実験系

**光学系** 図 10 に実験の光学系の構成を示す。座標系は、水平で光軸と平行な方向を  $z$  軸、水平で光軸と直角な方向を  $x$  軸、鉛直方向を  $y$  軸とする。

光源としては、半導体レーザーを用いる。被測定光は紙面に水平な直線偏光となっており、偏光ビームスプリッターを通過してポンピング光と重ねられ、 $\lambda/4$  板で円偏光にされた後、Rb 原子を封入したセルに入射される。そしてここで Rb 原子にライトシフトをおこさせる。その後、再び  $\lambda/4$  板により直線偏光にもどされ、偏光ビームスプリッターを通過してポンピング光と分離される。

ポンピング光は紙面に垂直な直線偏光となっており、ビームスプリッターを用いて 2 つに分けられる。一方のポンピング光は、偏光ビームスプリッターで  $90^\circ$  曲げられて被測定光と重ねられ、 $\lambda/4$  板で円偏光にされた後ライトシフトをおこした Rb 原子に入射する。その後、再び  $\lambda/4$  板により直線偏光にもどされ、偏光ビームスプリッターで  $90^\circ$  曲げられて被測定光と分けられた後、太陽電池に入射される (ポンピング光 A)。一方は  $\lambda/4$  板で円偏光にされた後、Rb セルに入射され、再び  $\lambda/4$  板により直線偏光にもどされ太陽電池に入射される (ポンピング光 B)。これは、純粋にライトシフトによる準位のずれだけを観測するために、被測定光と重ねたものとの差動をとるためである。Rb 原子のエネルギー準位は周囲の磁場により変動するためその影響を打ち消す働きをする。

**信号系** 図 11 に信号系の図を示す。Rb セルを取り囲むように、3 組みの大型のヘルムホルツコイルを配置する。これは、Rb セル内の地球磁場などの外部磁場を打ち消し光軸方向に  $1\text{G}$  程度の一様な静磁場を発生するもので、OP アンプを用いた簡単な定電流回路を用いて電流を制御してある。図 11 では複雑になるのを避けるため、 $z$  軸方向のみを示した。

そして、セルを囲んで光軸と垂直な  $x$  軸方向の 1 組みの小型の円形ヘルムホルツを配置する。周波数シンセサイザーを用いてこのコイルに交流電流を流すことによりセル付近に一様な

図 10: 実験の光学系

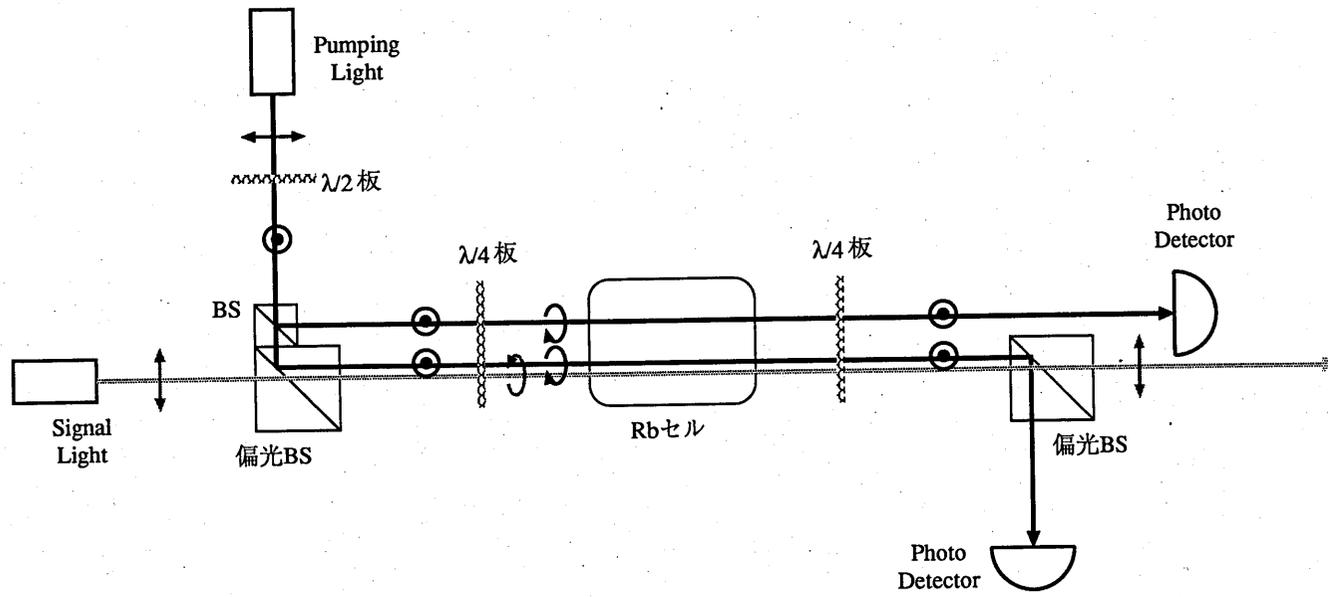
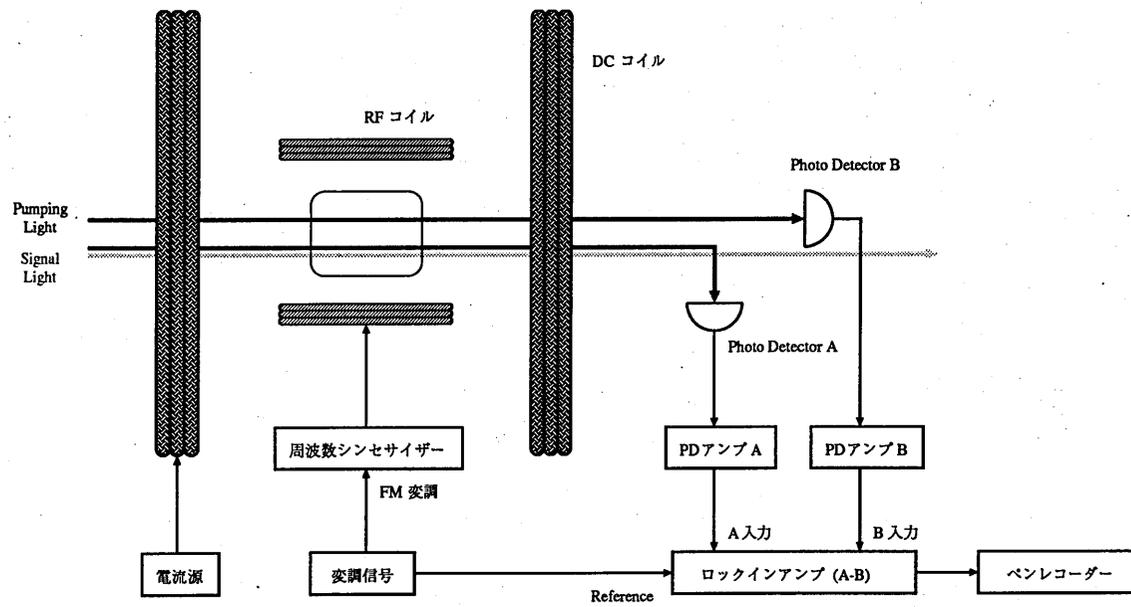


図 11: 実験の信号系



交流磁場を発生することができる。これは回転磁場と同じ働きをする。

また、この周波数シンセサイザーの発振周波数を変調信号を用いてFM変調し、太陽電池に入射した透過ポンピング光強度をロックインアンプを通すことにより交流磁場周波数-ポンピング光透過率の微分を測定できる。

ロックインアンプの出力はペンレコーダーにより記録できる。

### 3.2 実験

**ポンピングの観測** シグナル光は off にしておく。ポンピング光をセルに入射し、レーザードライバにより電流と温度を調整し  $^{85}\text{Rb}$  の  $D_1$  線のうち図 9 の C, D に同調させる。これは、波長の短い方から 3 本目の吸収線で、CCD カメラを通して見ると、かなり明るい蛍光が見られる。

実験の前に、3 軸の直流ヘルムホルツコイルによって地球磁場等の外部磁場を除去する必要がある。このため、直流磁場を調整して Rb の蛍光が最も明るくなる点を探す。外部からの磁場が無い状態では、ゼーマン準位の分離がないため、ポンピングが起こらないので、Rb の蛍光は最も明るい。この点で  $x, y, z$  軸にコイルに流す電流は、それぞれ、0A, 0A, 0.04A であった。 $x, y$  方向に電流を流さなかったのは、装置の  $z$  軸が地球磁場とほぼ平行になっていることが理由であるが、蛍光を CCD カメラを通して目で見ていたので最も明るい場所を正確に決めることが出来なかったことも原因と考えられる。 $z$  軸コイルに流す 0.04A の電流は約 0.15G の磁場に相当する。

この状態で  $z$  軸コイルにさらに電流を流して 0.31A にすると、 $z$  方向に約 1G の磁場が発生する。この時、蛍光は暗くなるが、これはポンピングが起こって吸収が減少したためである。さらに RF コイルに流す電流を、周波数シンセサイザーを用いて 450kHz-480kHz まで 300 秒で掃引しながら、ロックインアンプを通った信号をとり出しペンレコーダーで記録すると、前節で述べた吸収曲線の微分曲線を測定したものが得られる。これを図 12 に示す。正確に同調させるために、1 度曲線を書いた後 RF コイルの周波数を曲線の山に合わせ、山が最大になるように再びレーザーを同調しなおしてから測定を行なった。

この結果より、ポンピングされた原子のゼーマン準位間に相当する周波数の RF 磁場をかけると、ポンピングが壊れて吸収率が増加することがわかる。また、この周波数は曲線の零点の周波数であり、図 12 から約 100Hz の精度で読みとることができる。図から、ゼーマン準位の差は 456.6kHz であることがわかる。計算から 1G に対するゼーマン準位の差は 467kHz であるから、 $z$  軸方向に 0.978G の磁場が出来ていることがわかる。

#### シグナル光によるライトシフトの観測

**(強度特性)** 2 本に分けたポンピング光を両方とも用いて、ポンピング光を原子の遷移周波数に完全に同調させ、RF コイルの周波数を調整して、先に述べた微分曲線の零点になるように合わせる。

この状態でポンピング光の一方に原子の遷移周波数から離調したシグナル光を入れると、ライトシフトが起こり、2 つのポンピング光に対する零点がずれるため出力が変化する。この変化

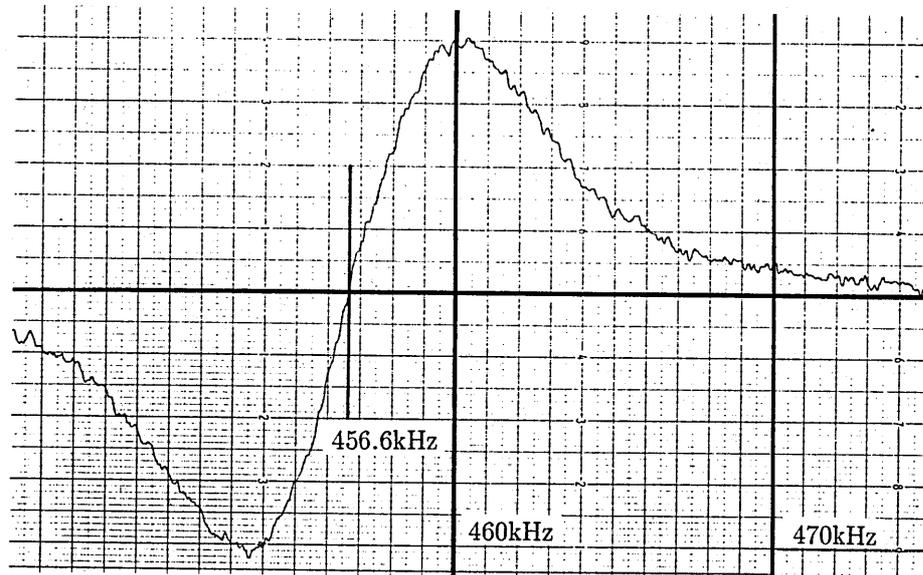


図 12: 回転磁場の角周波数を周波数変調した場合の透過光強度変調周波数成分の変化(微分曲線)

量はライトシフトの大きさに比例する。入射するシグナル光の強さを on(1.2mW), off, 1/4, 1/8 と強度変化させながら、これを測定したものが図 13 である。図の下の文字は、シグナル光 1.2mW から何分の一にしたかをしめした。すなわち、F は on, 4 は 1/4, 8 は 1/8 である。また、文字の無い所は off である。この時シグナル光の原子の遷移周波数からのずれはライトシフトが出来るだけ大きく起こる位置に決めた。そのずれは正確にはわからないが、レーザーに流す電流や原子の蛍光の明るさから、約 100-200MHz 程度であると思われる。原子の吸収線のドップラー幅は約 500MHz 程度であるから、この離調度ではまだわずかながら吸収がある。

図 13 より、信号光強度が 1.2mW, 0.3mW, 0.15mW の時ライトシフトはそれぞれ約 570Hz, 140Hz, 70Hz であり、約 10Hz の精度でライトシフトが観測できる。従って、約 0.02mW のシグナル光の on-off まで確認できる。シグナル光の強さが強いほどライトシフトの大きさも大きく、ほぼ比例すると言える。信号光を十分離調させず、まだ蛍光が見られる点に合わせた場合、シグナル光強度が 1.2mW の時の出力が 0.3mW と 0.15mW の 2 つから予想させるよりも小さくなることもある。信号光はポンピング光と逆向きの円偏光を使っているが、信号光が強いとポンピングを壊してしまうことがこの原因と考えられる。十分に離調させたシグナル光を用いれば正確に比例する結果が得られるはずであるが、そうするとライトシフトの大きさが小さくなってしまいノイズに埋もれて観測することが困難になる。従って、当面の課題は測定系のノイズを減らし測定のス/N 比を上げることである。

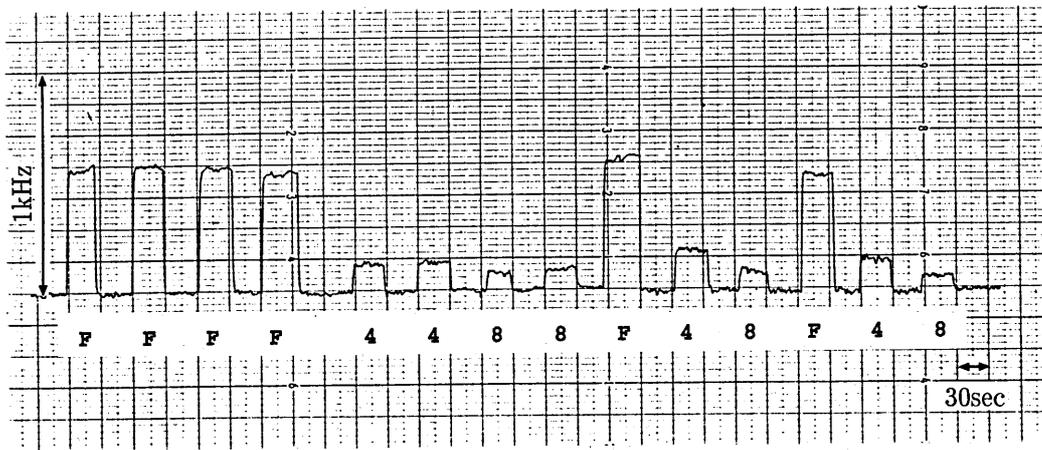


図 13: シグナル光によるライトシフト (強度特性)

(周波数特性) レーザー周波数とライトシフトの関係を知るため、シグナル光の周波数を 4 本の吸収線にわたって少しずつ増やしながら、周波数とライトシフトの大きさとの関係を測定した。この結果を図 14 に示す。同時に 4 本の吸収線の位置を示した。この図は周波数の高い側が左になっている。1, 2, 3, 4 はそれぞれ図 9 の (e,f), (E,F), (C,D), (c,d) に対応する。

これから、ライトシフトは吸収線 3 の最も蛍光が明るい所から少し周波数の低い側で、最大値約 510Hz をとり、離調が大きいくほどだらかに減衰する。また吸収線 3 の両側で正負が逆になることが確認される。吸収線 3 の付近で出力が乱れライトシフトが観測されないのは、シグナル光の円偏光がポンピング光と逆向きのためにポンピングを壊すためである。周波数の高い側の吸収線 2 の付近で出力が乱れるのは、吸収によるハイパーファインポンピングの影響であると思われる。また、吸収線 2 と 3 の間や、4 より低い周波数の、ほとんど蛍光が見られずシグナル光の吸収はないとみなされる所でも、ライトシフトが起こっていることが確認できる。この点でのライトシフトを使った測定をすれば吸収を無視することができる。

#### 4 まとめ

本研究では、光強度を非吸収測定できる系として、仮想遷移によるライトシフトを用いた測定系を提案し、その実験装置を製作し測定を行なった。

非吸収測定は、量子非破壊測定の前段階といえる概念であることを説明し、量子非破壊測定の概念を解説した。そして、我々の提案する測定系は、量子非破壊条件をみたし、原理的に光子

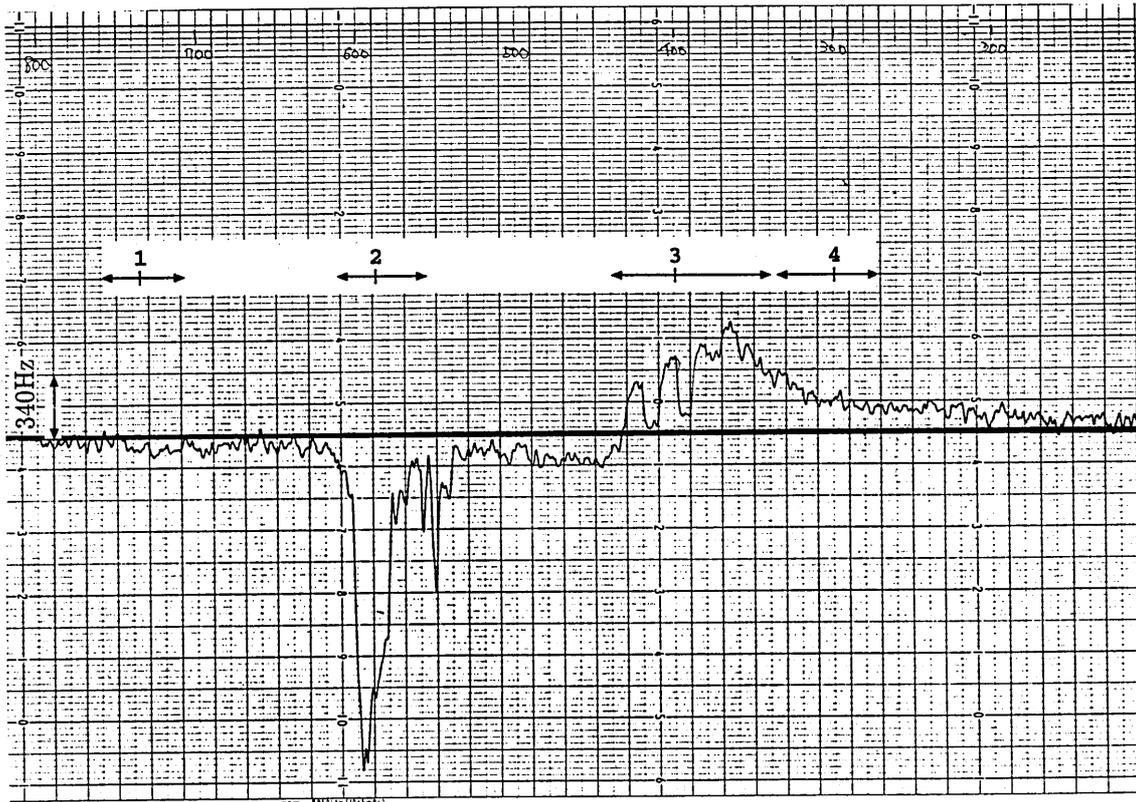


図 14: シグナル光によるライトシフト (周波数特性)

数の非破壊測定が可能であることを確認した。

また、光ポンピングを応用した磁力計を用いて、基底状態のゼーマン準位間のエネルギーに相当する周波数を測定することにより、ライトシフトの大きさが測定可能であることを示した。

そして、実際に測定を行ない、約 10Hz の精度でライトシフトを測定することができた。シグナル光強度とライトシフトの関係を測定し、それが比例することを確認した。20 $\mu$ W の精度でシグナル光強度を測定することができた。また、シグナル光周波数とライトシフトの関係を測定し、吸収の無い所でもライトシフトが起こることを確認した。

実験結果より、吸収が無視できるためには、原子の遷移周波数から十分に離調させたシグナル光を用いれば良いことがわかった。その際、ライトシフトが小さくなるので、測定系の S/N 比の改善が必要である。また、量子雑音を検出するためには、S/N 比の改善とともに、時間応答の改善も必要である。そして、この 2 点の改善により、光強度の非吸収測定を用いて、量子限界の壁を破ることが可能となる。

## 参考文献

- [1] 山本喜久, 上田正仁 電子情報通信学会誌, **72**, No.6, 669 (1989)
- [2] M. Mizushima, "Theory of resonance frequency shift due to radiation field", *Phys. Rev.*, **133**, A414 (1964).
- [3] M. Kitano, "Spin-related optical bistability and tristability", Doctoral dissertation, Kyoto university (1984).
- [4] W. Farr and E. W. Otten, "A Rb-magnetometer for a wide range and high sensitivity", *Appl. Phys.*, **3**, 367 (1974).
- [5] N. Imoto, H. A. Haus and Y. Yamamoto, "Quantum nondemolition measurement of photon number via the optical Kerr effect", *Phys. Rev. A* **32**, 2287 (1985).