2007年度

輻射科学研究会資料集

RS07-01～RS07-20

(May 2007～March 2008)

開催会場(月・日)

第1回:京都大学, 吉田キャンパス(5月24日)
RS07-01～RS07-04
第2回:近畿大学, 本部(東大阪)キャンパス(7月20日)
RS07-05～RS07-08
第3回:ニチコン草津株式会社(10月23日)
RS07-09～RS07-10
第4回:同志社大学, 京田辺キャンパス(12月12日)
RS07-11～RS07-14
第5回:京都大学, 桂キャンパス (3月27日)
RS07-015～RS07-18

2008年6月1日発行

2008 年度輻射科学研究会資料集目次

＜平成 19 年 5 月 24 日＞

RS07-01 服部一裕，中山純一、田村安彦（京都工芸繊維大学）
"ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングからの TE 平面波散乱"

RS07-02 塩見英久、中尾武志、岡村康行（大阪大学）
"独立成分分析によるアレイ信号処理の実験的検討"

RS07-03 金田昭男、船戸充、成川幸男*、向井孝志*、川上養一（京都大学）
(*日亜化学工業)
"窒化物半導体ナノ構造の近接場分光"

RS07-04 木寺正平、阪本卓也、佐藤 亨（京都大学）
"UWB パルスレーダのための高性能立体像推定手法"

＜平成 19 年 7 月 20 日＞

RS07-05 高野恵介、萩行正憲 （大阪大学）
"金属微細構造体のテラヘルツ応答"

RS07-06 浅居正充 （近畿大学）、山北次郎（岡山県立大学）
"伸縮を考慮した金属螺旋のクラスタ分布に対する
等価媒質特性について"

RS07-07 若林 秀昭、山北 次郎 （岡山県立大学）
"周期構造媒質における汎用的な一様近似式に関する検討"

RS07-08 中桐紘治*、蔡勇**、岸知慶*（*近畿大学、 **中国上海天文台）
"小型低温水素メーザの開発研究
－ マイクロ波共振器の低温化と周波数制御系の改善"

＜平成 19 年 10 月 23 日＞

RS07-09 徳地 明 （ニチコン草津株式会社）
"加速器用パルス電源"

RS07-10　森 均 （ニチコン草津株式会社）
"International Linear Collider 用長パルスクライストロン電源の開発"

＜平成 19 年 12 月 12 日＞
RS07-11 大森康平，出口博之，辻幹男（同志社大学工学部）
"円形カバレッジのための同軸キャビティ装荷
多モードホーンの広帯域化"

RS07-12 藤田容孝，出口博之，辻幹男（同志社大学工学部）
"多段型コプレーナフィルタのスプリアス抑制について"

RS07-13 張陽軍，粟井郁雄（龍谷大学理工学部）
"重なり積分による共振器結合係数の計算"

RS07-14 中村卓司（京都大学生存圏研究所）
"ラマンライダーによる温度・水蒸気量のリモートセンシング"

＜平成 19 年 3 月 27 日＞
RS07-15 中西俊博（京都大学大学院）
"メタマテリアルによる波動伝搬制御ー回路的アプローチ"

RS07-16 小西良弘（株式会社ケイラボラトリー）
"容量負荷形 VIP（縦形平面回路）を用いた方向性結合器"

RS07-17 表朝子、常明、中山純一（京都工芸繊維大学）
"パッシブソナーによる音源位置の推定"

RS07-18 小嶋浩嗣（京都大学生存圏研究所）
"宇宙空間におけるプラズマ波動観測"

輻射科学研究会資料

資料番号	RS 07-01

ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングからのTE平面波散乱

服部一裕[1]　中山純一[2]　田村安彦[3]

(京都工芸繊維大学大学院 工芸科学研究科)

1 kazuhirin@nifty.com
2 nakayama@kit.ac.jp
3 ytamura@kit.ac.jp

2007年5月24日（木）

輻射科学研究会

(於 京都大学吉田キャンパス 工学部3号館北棟2F セミナー室)

1　はじめに

エレクトロニクスの領域では，メモリーチップや LCD 電極のように矩形のラインを平行に配置した素子が数多くあり，製造工程での欠陥の発生が重大な問題となっている．このような素子に平行に配置されたラインは周期構造でモデル化できると考えられる．本研究では，平行な矩形ラインの欠陥を，周期構造に欠陥のあるモデルとして考え，図 1 に示しているような周期的に配置された方形溝グレーティングにランダムな欠陥がある表面を考える．そのような表面からの散乱解析は，欠陥の測定や検査の光学的方法を検討する上で重要である．

方形溝が一つある場合や方形溝が有限個ある場合，欠陥が無い周期的な方形溝グレーティングからの散乱や回折については多くの研究がされている [1–8]．筆者らは，グレーティングの既知の位置に欠陥がある場合の特別なケースとして，単一欠陥がある方形溝グレーティングからの平面波の散乱を検討した [9,10] が，欠陥の位置がランダムである場合については筆者らの知る限り報告例が無い．

本研究では，ランダムな欠陥を持つ一次元の方形溝グレーティングからの TE 平面波の散乱を扱う．表面は完全導体で，方形溝が周期的に配置されており，ランダムな欠陥の場所には溝が無い．欠陥の位置がランダムで，欠陥のある確率のみが既知である場合を考えている．ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングが定常 2 値確率系列から生成されるとし，表面を定常 2 値系列によって AM 変調されたパルス列として記述する．TE 平面波入射に対する溝の外部における波動場と溝の内部の波動場を，表面を生成する定常 2 値系列の汎関数として表現する．すなわち，溝の外部における波動場は定常 2 値系列の binary 直交多項式で binary 展開し [11]，溝の内部の波動場はモード展開法 [12] を用いて，溝の内部の波動場を，振幅を未知数とした導波モードで記述する．このように表現することにより，溝の外部における波動場は位相因子と周期定常過程の積となることを示す．この周期定常過程は定常確率系列でもある．また，溝の内部の波動場も位相因子と定常確率系列の積となる．

溝の開口部における波動場の連続性から溝の外部における波動場と溝の内部の波動場の満たす関係式を導く．binary 展開の 1 次までの binary 核を求め，散乱断面積と光学定理を計算しグラフに示している．

2　問題の定式化

2.1　ランダムな欠陥のある方形溝グレーティング

ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングとは，方形溝がある場所と溝が無いフラットな場所がランダムに現れる表面である．全ての場所に方形溝があるとき，完全に周期的なグレーティングとなる．このように，溝が「ある」か「無い」かどちらかの状態がつながった表面を考える場合，2 値系列から表面が生成されると考えることができる．

一次元のランダムな欠陥のある方形溝グレーティングを，1 あるいは -1 の値をとる定常な 2 値ランダム変数の系列 $\{\hat{b}_g(\omega)\}$ から生成される周期表面と考える (図 1)．このようなランダムな欠陥のある方形溝グレーティングを以下のように象徴的[1]に記述する．

$$z = f(x,\omega) = -d\sum_{g=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1-\hat{b}_g(\omega)}{2}\right)u(x-gL|w), \quad (-\infty < x < \infty), \tag{1}$$

$$= -d\left(\frac{1-\hat{b}_g(\omega)}{2}\right)u(x|w), \quad (-L/2 < x < L/2). \tag{2}$$

ここで，L は周期，w および d はそれぞれ溝の幅と深さである．ω は見本空間 Ω 内の見本点を表す確率パラメータである．$u(x|w)$ は 方形溝を表す関数で、以下のように定義される．

$$u(x|w) = \begin{cases} 1, & |x| \le w/2, \\ 0, & |x| > w/2. \end{cases} \tag{3}$$

[1]厳密には、$f(x,\omega)$ では方形溝の側壁を記述していない表現である．

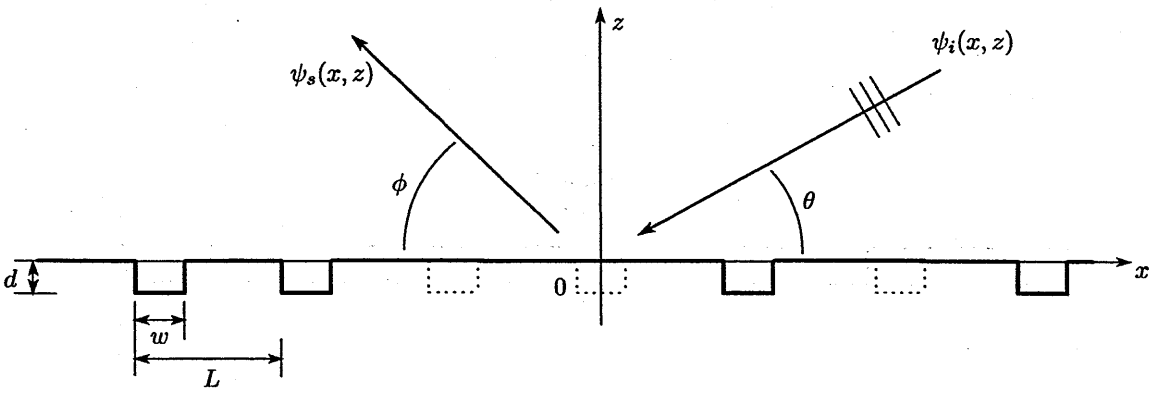


図 1　Geometry of the problem. L is period, w and d are width and depth of the groove, θ is the angle of incidence and ϕ is a scattering angle.

このような方形溝は直交性を持っている.

$$u(x-gL|w)u(x-g'L|w)=\delta_{gg'}u(x-gL|w),\quad (g,g'=0,\pm1,\pm2,\cdots). \tag{4}$$

ここで, $\delta_{gg'}$ は Kronecker のデルタである.

2 値ランダム変数 $\hat{b}_g(\omega)$ は以下のように 1 あるいは -1 をとる.

$$\hat{b}_g(\omega)=\begin{cases}1,\\-1,\end{cases} \tag{5}$$

$$P(\hat{b}_g(\omega)=1)=\frac{1+\mu}{2},\quad P(\hat{b}_g(\omega)=-1)=\frac{1-\mu}{2},\quad -1\le\mu\le1, \tag{6}$$

$$\langle\hat{b}_g(\omega)\rangle=\mu, \tag{7}$$

$$\langle(\hat{b}_g(\omega)-\mu)(\hat{b}_{g'}(\omega)-\mu)\rangle=(1-\mu^2)\delta_{g,g'} \tag{8}$$

ここで, $P(\cdot)$ は確率, $\langle\cdot\rangle$ は平均を表す. $\hat{b}_g(\omega)$ の平均値が μ, 相関関数が δ-相関, または独立ランダム系列の場合を考えている. 2 値ランダム変数 $\hat{b}_g(\omega)$ の重要な性質として, 自乗すると確定値 1 となる.

$$\hat{b}_g^2(\omega)=1 \tag{9}$$

仮に $\hat{b}_g(\omega)$ が Gauss ランダム変数であれば $\hat{b}_g^2(\omega)$ もランダムである. よって, (9) は 2 値ランダム変数の特別な性質であるといえる. この性質から, 表面のゆらぎが 2 値系列で与えられる場合の散乱波の統計量は Gauss ランダム系列の場合と本質的に異なることが導かれる.

(1)(7) より, ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングの平均と相関関数 $R_f(x,x')$ は以下のようになる.

$$\langle f(x,\omega)\rangle = -d\left(\frac{1-\mu}{2}\right)\sum_{g=-\infty}^{\infty}u(x-gL|w)=\langle f(x+gL,\omega)\rangle, \tag{10}$$

$$\begin{aligned}R_f(x,x') &= \langle f(x,\omega)f(x',\omega)\rangle=d^2\left(\frac{1-\mu}{2}\right)^2\sum_{g=-\infty}^{\infty}u(x-gL|w)u(x'-gL|w)\\ &= R_f(x+gL,x'+gL)\qquad (g=0,\pm1,\pm2,\cdots)\end{aligned} \tag{11}$$

(10)(11) は x に関して周期 L の周期関数である. よって, 表面 $f(x,\omega)$ は広義の周期定常過程であることがわかる.

見本空間 Ω 内の移動作用素 T を導入しよう. 見本空間 Ω は無限次元ユークリッド空間であるとし, 見本系列 ω を見本空間 Ω の中の無限次元ベクトルとみなす.

$$\omega=(\cdots,\omega_{-1},\omega_0,\omega_1,\cdots),\quad \omega_g=\hat{b}_g(\omega). \tag{12}$$

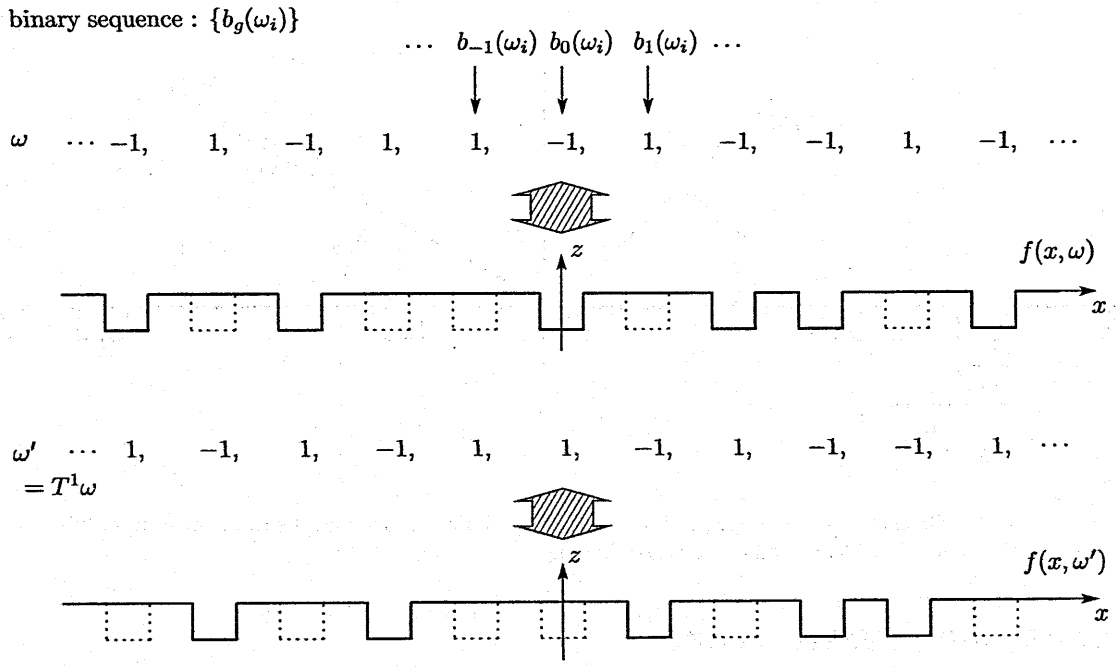


図 2　Generation of surface from binary sequence $\{\hat{b}_g(\omega)\}$. A groove is formed when $\hat{b}_g(\omega) = -1$, and not formed when $\hat{b}_g(\omega) = 1$. $\omega' = T^1\omega$ is obtained by shifting ω with T^1.

ここで，ω_g は ω の g 番目の要素である．見本系列 ω が n だけシフトを受ける，すなわち，$\hat{b}_g(\omega) \to \hat{b}_{g+n}(\omega)$ は，見本点 ω が見本空間 Ω 内の別の見本点 $\omega' = (\cdots, \omega_{n-1}, \omega_n, \omega_{n+1}, \cdots)$ に移動することに相当する．このような見本空間 Ω 内の移動変換を移動作用素 T を使って $\omega' = T^n\omega$ と表す．図 2 に 2 値系列からのランダムな欠陥のある方形溝グレーティングの生成と，2 値系列のシフトによる表面のシフトの例を示す．

$\{\hat{b}_g(\omega)\}$ が定常系列であるので，T^n による移動は保測変換となる．

$$P(\omega) = P(T^n\omega). \tag{13}$$

また，T^n は加法群をなす．すなわち，任意の整数 n，n' に関して次式が成り立つ．

$$\hat{b}_n(\omega) = \hat{b}_0(T^n\omega), \tag{14}$$

$$T^nT^{n'} = T^{n+n'},\ \ T^0 \equiv I\ \text{(Identity)}. \tag{15}$$

この移動変換 T の性質により，$f(x,\omega)$ は周期的移動不変性を持つ．すなわち，$(x,\omega) \to (x+gL, T^{-g}\omega)$ の移動に対して

$$f(x,\omega) = f(x+gL, T^{-g}\omega) \tag{16}$$

となる．また逆に，$f(x,\omega)$ が周期的移動不変性 (16) を持てば，移動作用素 T の保測性：$P(\omega) = P(T^n\omega)$ により，$f(x,\omega)$ は周期定常過程となる [11]．

一方で，このように表現されるランダムな欠陥のある方形溝グレーティングは，定常系列 $\{\hat{b}_g(\omega)\}$ で AM 変調されたパルス列と考えることができるので，g に関して定常確率系列でもある．

ここで，x，ω の任意の関数 $\Phi(x,\omega)$ に作用するオペレータ D^n を以下のように定義する．

$$D^n\Phi(x,\omega) = \Phi(x+nL, T^{-n}\omega), \quad (n = 0, \pm1, \pm2, \cdots). \tag{17}$$

$f(x,\omega)$ はこのようなオペレータ D^n に対して不変である．

$$D^n f(x,\omega) = f(x+nL, T^{-n}\omega) = f(x,\omega). \tag{18}$$

図1の座標系にTE平面波が入射する場合を考え，電界の y 成分 E_y を $\Psi(x,z,\omega)$ で表す．波動場 $\Psi(x,z,\omega)$ は自由空間において2次元Helmholtz方程式を満たす．

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right]\Psi(x,z,\omega) = 0. \tag{19}$$

ここで，$k = 2\pi/\lambda$ は自由空間の波数，λ は波長である．$\Psi(x,z,\omega)$ は完全導体の表面 $f(x,\omega)$ 上においてDirichlet条件を満たす．

$$\Psi(x,z,\omega)\Big|_{z=f(x,\omega)} = 0. \tag{20}$$

入射平面波 $\psi_i(x,z)$ を以下のように書く．

$$\psi_i(x,z) = e^{ipx}e^{-i\beta_0(p)z}, \quad p = -k\cos\theta, \tag{21}$$

$$\beta_q(\lambda) = \beta_0(\lambda + qk_L) = \sqrt{k^2 - (\lambda+qk_L)^2}, \quad k_L = 2\pi/L, \tag{22}$$

$$\mathbf{Im}[\beta_q(\lambda)] \geq 0, \quad (q = 0, \pm1, \pm2, \cdots). \tag{23}$$

ここで，θ は入射角，k_L は周期 L の空間角周波数，**Im** は複素数の虚部である．

$z \geq 0$ における波動場を $\Psi_1(x,z,\omega)$ と書く．$\Psi_1(x,z,\omega)$ は入射波 $\psi_i(x,z)$ とランダム表面による散乱波 $\psi_s(x,z,\omega)$ の和で書き表される．

$$\Psi_1(x,z,\omega) \;=\; \psi_i(x,z) + \psi_s(x,z,\omega) \tag{24}$$

一方、ランダムな方形溝の内部 $(z \leq 0)$ の波動場を $\Psi_2(x,z,\omega)$ と書く．散乱波 $\psi_s(x,z,\omega)$ および溝の内部の波動場 $\Psi_2(x,z,\omega)$ はランダム表面 $f(x,\omega)$ の形状が変わると変化する．すなわち，$f(x,\omega)$ を生成する定常2値系列 $\omega = \{\hat{b}_g(\omega)\}$ の汎関数である．

一方で，$z \geq 0$ の波動場 $\Psi_1(x,z,\omega)$ および $\mathrm{grad}\Psi_1(x,z,\omega)$ は x および z の連続関数である．(18) より，$f(x,\omega)$ はオペレータ D^n に対して不変であるので，もし $\psi_s(x,z,\omega)$ が波動方程式 (19) と境界条件 (20) の解であれば，$D^n\psi_s(x,z,\omega) = \psi_s(x+nL,z,T^{-n}\omega)$ は入射波 $D^n\psi_i(x,z) = e^{ipnL}e^{ipx}e^{-i\beta_0(p)z}$ に対する解となる．よって，

$$D^n\psi_s(x,z,\omega) = \psi_s(x+nL,z,T^{-n}\omega) = e^{ipnL}\psi_s(x,z,\omega) \tag{25}$$

を得る．$\psi_s(x,z,\omega)$ を

$$\psi_s(x,z,\omega) = e^{ipx}U_1(x,z,\omega) \tag{26}$$

と置くと，$U_1(x,z,\omega)$ は (25) から

$$\begin{aligned} D^nU_1(x,z,\omega) &= U_1(x+nL,z,T^{-n}\omega) \\ &= e^{-ipx}e^{-ipnL}\psi_s(x+nL,z,T^{-n}\omega) \\ &= e^{-ipx}\psi_s(x,z,\omega) = U_1(x,z,\omega). \end{aligned} \tag{27}$$

これは $U_1(x,z,\omega)$ が x に関する周期 L の周期定常過程であり、移動変換 D^n に対する移動不変性を持つことを表す。よって、散乱波 $\psi_s(x,z)$ は確率論的Floquetの形を持つ．すなわち，指数位相因子 e^{ipx} と定常2値系列の汎関数である周期定常過程 $U_1(x,z,\omega)$ の積になる [11,13]．$U_1(x,z,\omega)$ の平均は x に関して周期 L の周期関数となる．

$$\langle U_1(x+nL,z,\omega)\rangle = \langle U_1(x,z,T^n\omega)\rangle = \langle U_1(x,z,\omega)\rangle \tag{28}$$

(21)(24)(26) から $z \geq 0$ における波動場 $\Psi_1(x,z,\omega)$ も指数位相因子と周期定常過程の積で書くことができる．

$$\Psi_1(x,z,\omega) = e^{ipx}\left(e^{-i\beta_0(p)z} + U_1(x,z,\omega)\right) \tag{29}$$

(29) は回折格子に関するFloquetの解の拡張になっている．

2.2　波動場の表現 -周期定常過程と定常確率系列-

先ず，$z \geq 0$ の領域の散乱波動場 $\psi_s(x,z,\omega) = e^{ipx}U_1(x,z,\omega)$ を考える．

周期定常過程 $U_1(x,z,\omega)$ は定常 2 値系列 $\{\hat{b}_g(\omega)\}$ の確率汎関数であるので，binary 展開 (A.15) によって表現することができる．binary 展開 (A.15) を，$U_1(x,z,\omega) = U_1(x+mL,z,T^{-m}\omega)$ を満たし，かつ，$\psi_s(x,z,\omega) = e^{ipx}U_1(x,z,\omega)$ が波動方程式 (19) と $z \to +\infty$ における放射条件を満たすように調和分解表現 [11] で書くと，$z \geq 0$ における全波動場 $\Psi_1(x,z,\omega)$ は以下のように書ける．以下では，$\hat{B}_1[\cdot]$，$\hat{B}_2[\cdot]$ の $\hat{b}_g(\omega)$ に関して確率パラメータ ω を落として $\hat{b}_g$ と書いている．

$$\Psi_1(x,z,\omega) = e^{ipx}\left(e^{-i\beta_0(p)z} + U_1(x,z,\omega)\right) = e^{ipx}\left(e^{-i\beta_0(p)z} + \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{iqk_Lx}U_1^{(q)}(x,z,\omega)\right), \tag{30}$$

$$\begin{aligned} U_1^{(q)}(x,z,\omega) &= C_0^{(q)}(p)e^{i\beta_q(p)z} + \sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2} C_1^{(q)}(\lambda_s|p)e^{i\lambda_s(x-gL)+i\beta_q(p+\lambda_s)z}d\lambda_s \\ &\quad + \sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2} C_2^{(q)}(\lambda_1,\lambda_s-\lambda_1|p)e^{i(\lambda_s-\lambda_1)(x-gL)+i\lambda_1(x-g'L)+i\beta_q(p+\lambda_s)z}d\lambda_1 d\lambda_s + \cdots. \end{aligned} \tag{31}$$

ここで，$\hat{B}_n[\cdot]$ は付録 A で定義される binary 多項式，$C_0^{(q)}(p), C_1^{(q)}(\lambda_s|p), \cdots$ はバンド幅 k_L に分割された Fourier 積分表現の binary 核で確定値関数である．q は調和分解のオーダーを表している．この表現は物理的に外向きの平面波と表面波の和で書いている．また，周期定常過程 $U_1(x,z,\omega)$ は g に関しては定常確率系列となっている．

次に，溝の内部の波動場 $\Psi_2(x,z,\omega)$ を考える．モード展開法 [12] により，溝の内部の波動場を導波モードの和で書き表す．

$$\Psi_2(x,z,\omega) = \sum_{g=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1-\hat{b}_0(T^g\omega)}{2}\right)u(x-gL)e^{ipgL}\sum_{m=1}^{\infty} D_m^{(0)}(p,T^g\omega)\sin\left(mk_w(x+\frac{w}{2}-gL)\right)\frac{\sin(\gamma_m(z+d))}{\gamma_m} \tag{32}$$

ここで，$D_m^{(0)}(p,T^g\omega)$ は導波モードの振幅，γ_m は m 次の導波モードの伝搬定数である．TE 波入射の場合，導波モードの次数は $m=1$ から始まる．(32) のように表現することにより，(32) はオペレータ D^n に対して

$$D^n\Psi_2(x,z,\omega) = e^{ipnL}\Psi_2(x,z,\omega) \tag{33}$$

を満たしている．また，$D_m^{(0)}(p,T^g\omega)$ は g に関して定常確率系列となっているので，溝の内部の波動場 $\Psi_2(x,z,\omega)$ は，g に関して定常確率系列 $U_2(\omega)$ と位相因子 e^{ipgL} の積となっている．

2.3　種々の統計量

2.3.1　平均波動場

binary 多項式 $B_m[b_{i_1},\cdots,b_{i_m}]$ の平均値は (A.8) によって $n \geq 1$ のとき $\langle B_m[b_{i_1},\cdots,b_{i_m}]\rangle = 0$ であるので，(30)(31) から平均波動場は次のようになる．

$$\langle\Psi(x,z,\omega)\rangle = e^{ipx}\left[e^{-i\beta_0(p)z} + \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_0^{(q)}(p)e^{ik_Lqx}e^{i\beta_q(p)z}\right] \tag{34}$$

(34) は回折格子における Floquet の解そのものである．従って，コヒーレント散乱波に対しては，2 値系列から生成される周期的不規則表面は完全な周期構造として作用し，離散的な方向のみに回折される．

2.3.2　光学定理

光学定理は，周期的不規則表面からのコヒーレント回折波とインコヒーレント散乱波のエネルギー関係を与える．波動関数 $\Psi(x,z,\omega)$ は周期定常過程ではないが，$\Psi^*\mathrm{grad}\Psi$ は周期定常過程になる．さらに，その見本平均

$\langle\Psi^*\mathrm{grad}\Psi\rangle$ は周期 L の x に関する周期関数になる．よって，$\langle\mathbf{Im}[\Psi^*\mathrm{grad}\Psi]\rangle/k$ を一周期について空間平均をとることによって以下のように光学定理を得る．

$$\begin{aligned}\frac{\beta_0(p)}{k} &= \frac{1}{k}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\Bigg[\mathbf{Re}\left[\beta_q(p)\right]\left|C_0^{(q)}(p)\right|^2+1!k_L\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{Re}\left[\beta_q(p+\lambda_s)\right]\left|C_1^{(q)}(\lambda_s|p)\right|^2 d\lambda_s \\ &\quad +2!k_L^2\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{Re}\left[\beta_q(p+\lambda_s)\right]\left|C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)\right|^2 d\lambda_1 d\lambda_s \\ &\quad -2!k_L\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{Re}\left[\beta_q(p+\lambda_s)\right]\times\left|\int_{-k_L/2}^{k_L/2}C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1\right|^2 d\lambda_s+\cdots\Bigg] \qquad (35)\end{aligned}$$

Re は複素数の実部である．左辺は入射波のエネルギーを表し，右辺第一項はコヒーレント回折波のエネルギーを，第二項以下はインコヒーレント散乱波のエネルギーを表している．

コヒーレント回折波及び1次のインコヒーレント散乱波の項は，表面の高さの揺らぎが Gauss ランダム変数のときと類似であるが [13,14]，2値的な揺らぎを持つ場合は2次のインコヒーレント散乱波のエネルギーを表す項に '引く項' が含まれる[1]．(この '引く項' については 2.3.3 参照．)

2.3.3　散乱断面積

光学定理 (35) を入射角 θ と散乱角 ϕ を用いて書き表すと，

$$\sin\theta=\sum_{q=-\infty}^{\infty}\mathbf{Re}[\sin\phi_q(p)]\left|C_0^{(q)}(p)\right|^2+\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\sigma(\phi|\theta)d\phi \qquad (36)$$

となる．$\sigma(\phi|\theta)$ はインコヒーレント散乱の角度分布 (単位面積当たりの散乱断面積) で，入射角 θ に対して散乱角 ϕ 方向に散乱する単位角度当たりのインコヒーレント電力流である．$\sigma(\phi|\theta)$ は各オーダーの binary 核からの寄与の和で書ける．

$$\sigma(\phi|\theta)=\sigma_1(\phi|\theta)+\sigma_2(\phi|\theta)+\cdots \qquad (37)$$

1次と2次の散乱断面積 $\sigma_1(\phi|\theta),\sigma_2(\phi|\theta)$ は以下のようになる．

$$\sigma_1(\phi|\theta) = 2\pi k\sin^2\phi\sum_{q=-\infty}^{\infty}k_L\left|C_1^{(q)}(k\cos\phi-p-k_Lq|p)\right|^2 S(k\cos\phi-p-k_Lq), \qquad (38)$$

$$\begin{aligned}\sigma_2(\phi|\theta) &= 4\pi k\sin^2\phi\sum_{q=-\infty}^{\infty}\Bigg[k_L^2\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\left|C_2^{(q)}(\lambda_1,k\cos\phi-p-k_Lq-\lambda_1|p)\right|^2 S(k\cos\phi-p-k_Lq)d\lambda \\ &\quad -k_L\left|\int_{-k_L/2}^{k_L/2}C_2^{(q)}(\lambda_1,k\cos\phi-p-k_Lq-\lambda_1|p)S(k\cos\phi-p-k_Lq)d\lambda_1\right|^2\Bigg], \qquad (39)\end{aligned}$$

$$S(\lambda) = \begin{cases}1, & (|\lambda|\le k_L/2)\\ 0, & (|\lambda|>k_L/2)\end{cases} \qquad \sum_{l=-\infty}^{\infty}S(\lambda+k_Ll)\equiv 1. \qquad (40)$$

ここで，$S(\lambda)$ は gate 関数である．$\sigma_2(\phi|\theta)$ の第1項を2次の散乱断面積の主要部，第2項を対角項と呼ぶことにし，それぞれ $\sigma_{2m}(\phi|\theta),\sigma_{2d}(\phi|\theta)$ と書く．

対角項 $\sigma_{2d}(\phi|\theta)$ は，2値ランダム変数の自乗が確定値1となる性質 (9) に由来する．$\sigma_1(\phi|\theta)$ 及び $\sigma_{2m}(\phi|\theta)$ は，表面の高さのゆらぎが Gauss 系列で与えられる場合と表現が似ているが，対角項 $\sigma_{2d}(\phi|\theta)$ は表面のゆらぎが2値系列で与えられる場合に固有な項であり，Gauss 系列のときには存在しない．この対角項の存在によって，2次の散乱断面積はゆらぎが Gauss 系列の場合と大きく異なりうる [11].

[1] 3次以上についても '引く項' はでてくる．

2.4　階層方程式の導出と近似解

この節では，境界条件 (20) を満たす波動場を求める．方形溝の開口部および溝の外側の平面 $z=0$ における電界と磁界の連続性は次のように書ける．

$$(\Psi_1(x,z,\omega)-\Psi_2(x,z,\omega))\Big|_{z=0}=0, \tag{41}$$

$$\sum_{g=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial\Psi_1(x,z,\omega)}{\partial z}-\frac{\partial\Psi_2(x,z,\omega)}{\partial z}\right)\times\left(\frac{1-\hat{b}_g(\omega)}{2}\right)u(x-gL)\Big|_{z=0}=0. \tag{42}$$

これらの条件を周期定常過程 $U_1(x,z,\omega)$ および定常確率系列 $U_2(x,z,\omega)$ がノルム [11]

$$||\Phi(x,z,\omega)||=\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\langle|\Phi(x,z,\omega)|^2\rangle dx \tag{43}$$

の意味で満たしているとして，等号を $||\cdot||=0$ と解釈し，$|x|\le L/2$ の領域で解く．[1]よって，次の関係式を得る．

$$\begin{aligned}1+\sum_{q=-\infty}^{\infty}e^{iqk_Lx}\Bigg(C_0^{(q)}(p)+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}C_1^{(q)}(\lambda_s|p)e^{i\lambda_s(x-gL)}d\lambda_s\\ +\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)e^{i(\lambda_s-\lambda_1)(x-gL)+i\lambda_1(x-g'L)}d\lambda_1d\lambda_s+\cdots\Bigg)\\ -\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)u(x)\sum_{m=1}^{\infty}D_m^{(0)}(p,\omega)\sin\left(mk_w(x+\frac{w}{2})\right)\frac{\sin(\gamma_md)}{\gamma_m}=0,\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}\Bigg[-i\beta_0(p)+\sum_{q=-\infty}^{\infty}e^{iqk_Lx}\Bigg(i\beta_q(p)C_0^{(q)}(p)+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}i\beta_q(p+\lambda_s)C_1^{(q)}(\lambda_s|p)e^{i\lambda_s(x-gL)}d\lambda_s\\ +\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}i\beta_q(p+\lambda_s)C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)e^{i(\lambda_s-\lambda_1)(x-gL)+i\lambda_1(x-g'L)}d\lambda_1d\lambda_s+\cdots\Bigg)\\ -\sum_{m=1}^{\infty}D_m^{(0)}(p,\omega)\sin\left(mk_w(x+\frac{w}{2})\right)\cos(\gamma_md)\Bigg]\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)u(x)=0.\end{aligned} \tag{45}$$

(44)(45) は $|x|\le L/2$ の任意の x について成立しているので，これらの式中の x に関する因子を以下のように Fourier 級数展開する．

$$\begin{bmatrix}e^{iqk_Lx}e^{i\lambda x}\\ u(x)e^{iqk_Lx}e^{i\lambda x}\beta_q(p+\lambda)\\ u(x)\sin\left(mk_w(x+\frac{w}{2})\right)\cos(\gamma_md)\\ u(x)\sin\left(mk_w(x+\frac{w}{2})\right)\sin(\gamma_md)/\gamma_m\end{bmatrix}=\sum_{j=-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix}\epsilon_L[-\lambda+(j-q)k_L]\\ \epsilon_w[-p-\lambda+(j-q)k_L]\\ \gamma_w^c[mk_w|jk_L]\\ \gamma_w^s[mk_w|jk_L]\end{bmatrix}e^{ijk_Lx}. \tag{46}$$

よって，各次数 $j=0,\pm1,\pm2,\cdots$ に対する Fourier 係数についての関係式を得る．

$$\begin{aligned}\delta(q,0)\epsilon_L[jk_L]+\sum_{q=-\infty}^{\infty}\Bigg[\epsilon_L[(j-q)k_L]C_0^{(q)}(p)\\ +\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\epsilon_L[-\lambda_s+(j-q)k_L]C_1^{(q)}(\lambda_s|p)e^{-i\lambda_sgL}d\lambda_s\\ +\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}\epsilon_L[-\lambda_s+(j-q)k_L]C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1g'L}d\lambda_1d\lambda_s+\cdots\Bigg]\\ -\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\sum_{m=1}^{\infty}\gamma_w^s[mk_w|jk_L]D_m^{(0)}(p,\omega)=0,\end{aligned} \tag{47}$$

[1]これは，$\Psi_2(x,z,\omega)$ については $g=0$ の溝を含む領域で解くことになる．

$$\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\Bigg[-i\delta(q,0)\epsilon_w[-p+jk_L]+\sum_{q=-\infty}^{\infty}\Bigg[i\epsilon_w[-p+(j-q)k_L]C_0^{(q)}(p)$$
$$+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}i\epsilon_w[-p-\lambda_s+(j-q)k_L]C_1^{(q)}(\lambda_s|p)e^{-i\lambda_s gL}d\lambda_s$$
$$+\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}i\epsilon_w[-p-\lambda_s+(j-q)k_L]C_2^{(q)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1 g'L}d\lambda_1 d\lambda_s+\cdots\Bigg]$$
$$-\sum_{m=1}^{\infty}\gamma_w^c[mk_w|jk_L]D_m^{(0)}(p,\omega)\Bigg]=0. \tag{48}$$

これらの関係式を見やすい形で表現するため，無限次元のベクトル binary 核 $\mathbf{C}_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n)$，Fourier 係数行列 $\mathbf{E}^L(\lambda)$，$\mathbf{E}^w(\lambda)$，方形溝の内部のモードの係数 $\mathbf{D}^0(p)$ および励振ベクトル $\mathbf{I}^0$ を導入する．

$$\mathbf{E}^L(\lambda) = [E^L_{l,l'}(\lambda)], \qquad E^L_{l,l'}(\lambda)=\epsilon_L[\lambda+(l-l')k_L], \tag{49}$$
$$\mathbf{E}^w(\lambda) = [E^w_{l,l'}(\lambda)], \qquad E^w_{l,l'}(\lambda)=\epsilon_w[\lambda+(l-l')k_L], \tag{50}$$
$$\mathbf{\Gamma}^c = [\Gamma^c_{l,m}], \qquad \Gamma^c_{l,m}=\gamma_w^c[mk_w|lk_L], \tag{51}$$
$$\mathbf{\Gamma}^s = [\Gamma^s_{l,m}], \qquad \Gamma^s_{l,m}=\gamma_w^s[mk_w|lk_L], \tag{52}$$
$$\mathbf{C}_0(p) = [\cdots,C_0^{(-1)}(p),C_0^{(0)}(p),C_0^{(1)}(p),\cdots]^t, \tag{53}$$
$$\mathbf{C}_1(\lambda_s|p) = [\cdots,C_1^{(-1)}(\lambda_s|p),C_1^{(0)}(\lambda_s|p),C_1^{(1)}(\lambda_s|p),\cdots]^t, \tag{54}$$
$$\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p) = [\cdots,C_2^{(-1)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p),C_2^{(0)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p),C_2^{(1)}(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p),\cdots]^t, \tag{55}$$
$$\mathbf{D}^0(p,\omega) = [D_1^{(0)}(p,\omega),D_2^{(0)}(p,\omega),D_3^{(0)}(p,\omega),\cdots]^t, \tag{56}$$
$$\mathbf{I}^0 = [\cdots,0,1,0,\cdots]^t=[\delta(l,0)], \tag{57}$$

ここで，$[\cdot]^t$ は転置を表す．表記 (49)-(57) を用いて (47) (48) を行列方程式の形に書き表す．

$$\mathbf{E}^L(0)\mathbf{I}^0+\mathbf{E}^L(0)\mathbf{C}_0(p)+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s$$
$$+\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1 g'L}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s+\cdots\Bigg]$$
$$-\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\mathbf{\Gamma}^s\mathbf{D}^0(p,\omega)=0, \tag{58}$$

$$\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\Bigg[-i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{I}^0+i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{C}_0(p)+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]i\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s$$
$$+\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]i\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1 g'L}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s+\cdots\Bigg]$$
$$-\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\mathbf{\Gamma}^c\mathbf{D}^0(p,\omega)=0. \tag{59}$$

(58)(59) から次式を得る．

$$\left(\frac{1-\hat{b}_0(\omega)}{2}\right)\Bigg[-i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{I}^0+i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{C}_0(p)$$
$$+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]i\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s$$
$$+\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]i\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1 g'L}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s+\cdots\Bigg]$$

$$
\begin{aligned}
&-\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\Big[\mathbf{E}^L(0)\mathbf{I}^0+\mathbf{E}^L(0)\mathbf{C}_0(p)\\
&+\sum_{g=-\infty}^{\infty}\hat{B}_1[\hat{b}_g]\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s\\
&+\sum_{g,g'=-\infty}^{\infty}\hat{B}_2[\hat{b}_g,\hat{b}_{g'}]\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL-i\lambda_1 g'L}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s+\cdots\Big]=0. \quad (60)
\end{aligned}
$$

この関係式に binary 多項式の漸化式 (A.11)-(A.13) を適用することにより階層方程式を得る．本報告では，階層方程式の 0 次と 1 次の表現のみを示している．

(0 次)

$$
\begin{aligned}
&(1-\mu)\times\Big[-i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{I}^0+i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{C}_0(p)\Big]-2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\left(\mathbf{E}^L(0)\mathbf{I}^0+\mathbf{E}^L(0)\mathbf{C}_0(p)\right)\\
&\qquad-i(1-\mu^2)\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s=0, \quad (61)
\end{aligned}
$$

(1 次)　　$(g=0,\pm1,\pm2,\ldots)$

$$
\begin{aligned}
&\delta(g,0)\left(i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{I}^0-i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{C}_0(p)\right)+i(1-\mu)\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s\\
&+2i\mu\delta(g,0)\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s-2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\int_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_s gL}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s\\
&\qquad-i(1-\mu^2)\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i(\lambda_s-\lambda_1)gL}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s\\
&-i(1-\mu^2)\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}e^{-i\lambda_1 gL}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s\\
&\qquad+2i\delta(g,0)(1-\mu^2)\iint_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_2(\lambda_s-\lambda_1,\lambda_1|p)d\lambda_1 d\lambda_s=0 \quad (62)
\end{aligned}
$$

(62) で $\mathbf{C}_2=0$ とし，$e^{i\Lambda gL}$ を掛けて，g について和を取る．デルタ関数列に関する公式

$$
\sum_{g=-\infty}^{\infty}e^{igL(\Lambda-\lambda)}=k_L\sum_{l=-\infty}^{\infty}\delta(\Lambda-\lambda+lk_L), \quad (63)
$$

を用いると次式を得る．

$$
\begin{aligned}
&i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{I}^0-i\mathbf{E}^w(-p)\mathbf{C}_0(p)+i(1-\mu)k_L\mathbf{E}^w(-p-\Lambda_s)\mathbf{C}_1(\Lambda_s|p)\\
&\qquad-2k_L\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\mathbf{E}^L(-\Lambda_s)\mathbf{C}_1(\Lambda_s|p)+2i\mu\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\mathbf{C}_1(\lambda_s|p)d\lambda_s=0. \quad (64)
\end{aligned}
$$

$\hat{b}_g$ が等確率で 1 か -1 を取る場合，すなわち $\hat{b}_g$ の平均値 μ が 0 の場合については，

$$
\mathbf{C}_1(\Lambda_s|p)=\frac{i}{k_L}\Big[i\mathbf{E}^w(-p-\Lambda_s)-2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\mathbf{E}^L(-\Lambda_s)\Big]^{-1}\mathbf{E}^w(-p)(\mathbf{C}_0(p)-\mathbf{I}^0), \quad (65)
$$

となる．これを (61) に代入して，

$$
\begin{aligned}
\mathbf{C}_0(p)=&\Big[i\mathbf{E}^w(-p)+\mathbf{M}(p)\mathbf{E}^w(-p)-2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\mathbf{E}^L(0)\Big]^{-1}\\
&\cdot\Big(i\mathbf{E}^w(-p)+\mathbf{M}(p)\mathbf{E}^w(-p)+2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\mathbf{E}^L(0)\Big)\mathbf{I}^0. \quad (66)
\end{aligned}
$$

を得る．ここで，$\mathbf{M}(p)$ は Mass Operator 行列で以下のように表される．

$$
\mathbf{M}(p)=\frac{1}{k_L}\int_{-k_L/2}^{k_L/2}\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)\Big[i\mathbf{E}^w(-p-\lambda_s)-2\mathbf{\Gamma}^c[\mathbf{\Gamma}^s]^{-1}\mathbf{E}^L(-\lambda_s)\Big]^{-1}d\lambda_s. \quad (67)
$$

$\mathbf{M}(p)$ は 2 回散乱の効果を表現している．

3　数値計算例

ここでは周期 L が $L=2\lambda$ の場合についての数値計算結果を示す.

(65)(66)(67) は無限次元の未知のベクトル $\mathbf{C}_0(p)$ および $\mathbf{C}_1(\Lambda_s|p)$ に関する線型の行列方程式であるので，調和分解のオーダー q に対する適当な打ち切り次数により考慮する範囲を限定して解く．ここで，binary 核の調和分解のオーダー q に関する打ち切り次数 N_q，および溝の内部の導波モードの次数 m に関する打ち切り次数 N_m，Fourier 係数の次数 j に関する打ち切り次数 N_j を導入する．つまり，$C_0^{(q)}(p)$，$C_1^{(q)}(\Lambda_s|p)$，$D_m^{(0)}(p,\omega)$ を (65)(66)(67) の中で次のように置く.

$$\begin{array}{ll} C_0^{(q)}(p)=C_1^{(q)}(\Lambda_s|p)=0, & |q|>N_q, \\ D_m^{(0)}(p,\omega)\ =0, & m\ >N_m. \end{array} \tag{68}$$

また，Fourier 係数については

$$E_{j,q}^{L}(\lambda)=E_{j,q}^{w}(\lambda)=\Gamma_{j,m}^{c}=\Gamma_{j,m}^{s}=0,\ \ j>N_j. \tag{69}$$

本論文では，各打ち切り次数を次のように置いている.

$$N_q=12,\ \ N_m=25,\ \ \ N_j=12. \tag{70}$$

すなわち，$[C_0^{(q)}(p)]$，$[C_1^{(q)}(\Lambda_s|p)]$ は $(2N_q+1)=25$ 列のベクトル，$[D_m^{(0)}(p,\omega)]$ は $N_m=25$ 列のベクトル，そして $[E_{j,q}^{L}(\lambda)]$，$[E_{j,q}^{w}(\lambda)]$，$[\Gamma_{j,m}^{c}]$，$[\Gamma_{j,m}^{s}]$ は $(2N_j+1)\times(2N_j+1)=25\times25$ の行列として以下の数値計算を行っている．(65)(66)(67) から binary 核 $C_0^{(q)}(p)$，$C_1^{(q)}(\Lambda_s|p)$，を求め，1 次の散乱断面積 $\sigma_1(\phi|\theta)$ と光学定理を計算している.

図 3 は散乱断面積 $\sigma_1(\phi|\theta)$ を溝の幅 $w=0.7\lambda$, 1.0λ, 1.3λ,1.6λ について計算したものを示す．溝の深さは $d=0.1\lambda$，入射角は $\theta=90°$ である．溝の幅が 0.7λ では散乱角 ϕ に対して散乱断面積はゆるやかに変化しているが，溝の幅が大きくなるにつれて散乱角の変化に対して散乱断面積の変化が大きくなり，リップルが出ている．鏡面反射方向の散乱の強さは溝の幅が大きい $w=1.6\lambda$ のときが最も大きくなっている.

図 4 は散乱断面積 $\sigma_1(\phi|\theta)$ を入射角 $\theta=90°$, $60°$,$30°$ について計算したものを示す．溝の幅は $w=1.3\lambda$，深さは $d=0.1\lambda$ である．鏡面反射方向の散乱が強く，入射角 θ が変わることによって溝の幅が $w=1.3\lambda$ であることによるリップルの出現する散乱角が変化している.

図 5 に入射角 θ を変えたときの光学定理を示す．コヒーレント回折波の相対電力 P_c と 1 次のインコヒーレント散乱波の相対電力 P_{inc} を溝の幅 $w=1.3\lambda$，深さ 0.1λ について計算している．入射角 θ が鉛直方向に近付くにつれて散乱波の相対電力が大きくなっているが，溝の幅 $w=1.3\lambda$，深さ 0.1λ の場合 0.15 程度に留まっている．相対誤差 $Err^{opt}=|1-(P_c+P_{inc})|$ は概ね 0.03 以内であるが，入射角が水平に近い場合と鉛直に近い場合に相対誤差 Err^{opt} が小さくなっている.

4　むすび

ランダムな欠陥を持つ方形溝グレーティングからの TE 平面波の散乱を検討した．ランダムな欠陥のある方形溝グレーティングが定常 2 値確率系列から生成されるとし，表面を定常 2 値系列によって AM 変調されたパルス列として記述した．TE 平面波入射に対する溝の外部における波動場と溝の内部の波動場を，表面を生成する定常 2 値系列の汎関数として表現した．すなわち，溝の外部における波動場は定常 2 値系列の binary 直交多項式で binary 展開し，溝の内部の波動場は導波モードの和で記述した．溝の外部における波動場は位相因子と周期定常過程の積となる．この周期定常過程は定常確率系列でもある．また，溝の内部の波動場も位相因子と定常確率系列の積となる.

溝の開口部における波動場の連続性から溝の外部における波動場と溝の内部の波動場の満たす関係式を導いた．binary 展開の 1 次までの binary 核を求め，散乱断面積と光学定理を計算した.

溝の幅が大きくなると，散乱角に対する散乱断面積の変化が大きくなることがわかった．また，光学定理の計算から，入射角が鉛直方向に近づくにしたがってインコヒーレント散乱波の相対電力が大きくなり，コヒーレント回折波の相対電力が小さくなることがわかった．

今回の報告では1次の散乱波までしか求めていないが，2次以上の散乱波について今後検討していきたい．また，今回の議論はランダムな欠陥がある方形溝グレーティングに関して，溝のある場所と無い場所が等確率である特別な場合に限られているので，欠陥のある確率が不等確率であるモデルについても研究を進めて行きたい．

文献

[1] A.Hessel and A.A.Olinear, "A new theory of Wood's anomalies on optical gratings," Applied Optics, vol.4, no.10, pp1275-1297, 1965.

[2] P.Sheng, R.S.Stepleman and P.N.Sanda, "Exact eigenfunctions for square-wave gratings: Application to diffraction and surface-plasmon calculations," Physical Review B, vol.26, no.6, pp2907-2917, 1982.

[3] J.A.Sanhez-Gil and A.Maradudin, "Dynamic near-field calculations of surface-plasmon polariton pulses resonantly scattered at sub-micron metal defects," Optics Express, vol.12, no.5, pp883-894, 2004.

[4] R.Sato and H.Shirai, "Electromagnetic plane wave scattering by a loaded trough on a ground plane," IEICE Trans Electron., vol.E77-C, no.12, pp1983-1989, 1994.

[5] R.Sato and H.Shirai, "Electromagnetic plane wave scattering by a gap on a ground plane," IEICE Trans Electron., vol.J80-C-I, no.5, pp179-185, 1997 (in Japanese).

[6] R.A.Depine and D.C.Skigin, "Scattering from metallic surface having finite number of rectangular grooves," J.Opt. Soc. Am., vol.A11, no.11,pp2844-2850, 1994.

[7] N.Bruce, "Control of the backscattered intensity in random rectangular-groove surfaces with variations in the groove depth," Applied Optics, vol.44, no.5, pp784-791, 2005.

[8] H.Sekiguchi and H.Shirai, "Electromagnetic scattering analysis for crack depth estimation," IEICE Trans Electron., vol.E86-C, no.11, pp2224-2229, 2003.

[9] K.Hattori and J.Nakayama, "Scattering of TE plane wave from periodic grating with single defect", IEICE Trans Electron., vol.E90-C, no.2, pp312-319, 2007.

[10] K.Hattori and J.Nakayama, "Scattering of TM plane wave from periodic grating with single defect", PIERS2006, Tokyo, Japan.

[11] K.Hattori and J.Nakayama, "Wave scattering from a periodic random surface generated by a stationary binary sequence", Waves in Random Media 11, pp1-20, 2001.

[12] R.Petit, ed., Electromagnetic theory of gratings, Springer, Berlin, 1980.

[13] J.Nakayama, L.Gao and Y.Tamura, "Scattering of a plane wave from a periodic random surface: a probabilistic approach", Waves Random Media 7, pp65-78, 1997.

[14] L.Gao and J.Nakayama, "Scattering of a TM plane wave from periodic random surfaces", Waves Random Media 9, pp53-67, 1999.

[15] L.Gao and J.Nakayama, "Formulas on orthogonal functionals of stochastic binary sequence", IEICE Trans.Fundamentals, E80-A pp782-785, 1997.

付録A　binary多項式とbinary 展開

ここでは，binary 多項式とその直交汎関数展開である binary 展開に関する公式をまとめておく．数学的な詳細は文献 [15] を参照されたい．

A.1　binary多項式

ランダム変数 $\hat{b}_m(\omega)$ は (6) で示される確率で $+1$ または -1 をとる独立な定常2値確率系列であるとする．従って $\hat{b}_m(\omega)$ は (7) (8) で表される性質を持つ．

binary 多項式 $\hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\cdots,\hat{b}_{i_n}]$ は次式で定義される.

$$\hat{B}_0 = 1 \tag{A.1}$$

$$\hat{B}_1[\hat{b}_i] = \hat{b}_i - \mu \tag{A.2}$$

$$\hat{B}_2[\hat{b}_i,\hat{b}_j] = [1-\delta(i,j)](\hat{b}_i-\mu)(\hat{b}_j-\mu) \tag{A.3}$$

$$\hat{B}_3[\hat{b}_i,\hat{b}_j,\hat{b}_k] = [1-\delta(i,j)-\delta(i,k)-\delta(j,k)-2\delta(i,j)\delta(i,k)](\hat{b}_i-\mu)(\hat{b}_j-\mu)(\hat{b}_k-\mu) \tag{A.4}$$

$$\hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\cdots\hat{b}_{i_n}] = \Delta_n(i_1,i_2,\cdots,i_n)(\hat{b}_{i_1}-\mu)(\hat{b}_{i_2}-\mu)\cdots(\hat{b}_{i_n}-\mu) \tag{A.5}$$

ここで, (A.2)(A.3) (A.4) (A.5) 中の $\hat{b}_i(\omega)$ の ω は落して簡略化している. $\Delta_n(\cdot)$ は2値関数で以下のように定義される.

$$\Delta_n(i_1,i_2,\cdots,i_n) = \begin{cases} 1 & (i_1,i_2,\cdots,i_n \text{are all distinct}) \\ 0 & (\text{any other case}) \end{cases} \tag{A.6}$$

$$= \left[1-\sum_{k=1}^{n-1}\delta(i_n,i_k)\right]\left[1-\sum_{k=1}^{n-2}\delta(i_{n-1},i_k)\right] \times\cdots\times\left[1-\delta(i_3,i_2)-\delta(i_3,i_1)\right]\left[1-\delta(i_2,i_1)\right] \tag{A.7}$$

明らかに, $\hat{B}_n[\cdot]$ 及び $\Delta_n(\cdot)$ は $\hat{b}_{i_n}$, i_n に対して対称である. $\Delta_n(i_1,i_2,\cdots,i_n)$ は $i_1,i_2,\cdots,i_n$ がすべて異なるときには 1 で, その他の場合には 0 となる.

binary 多項式 $\hat{B}_n[\cdot]$ の平均は $n=1$ のとき 1, $n\neq 1$ のとき 0 である. また, 以下の直交性を持つ.

$$\left\langle \hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\cdots,\hat{b}_{i_n}] \right\rangle = \delta(n,0) \tag{A.8}$$

$$\left\langle \hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\cdots,\hat{b}_{i_n}]\hat{B}_m[\hat{b}_{j_1},\hat{b}_{j_2},\cdots,\hat{b}_{j_m}] \right\rangle = (1-\mu^2)^n\Delta_n(i_1,\cdots,i_n)\Delta_m(j_1,\cdots,j_m)\delta(m,n)\delta^{(n)}(i,j) \tag{A.9}$$

$$\delta^{(n)}(i,j) = \sum_{l_1=1}^{n}\delta(i_1,j_{l_1}) \times \sum_{\substack{l_2=1 \\ l_2\neq l_1}}^{n}\delta(i_2,j_{l_2}) \times\cdots\times \sum_{\substack{l_n=1 \\ l_n\neq l_1,..,l_{n-1}}}^{n}\delta(i_n,j_{l_n}) \tag{A.10}$$

ここで, 多重 Kronecker デルタ $\delta^{(n)}(i,j)$ は, $i=(i_1,i_2,\cdots,i_n)$ と $j=(j_1,j_2,\cdots,j_n)$ から 1 個づつ取り出した対 (i_u,j_v) に対して $\delta(i_u,j_v)$ を作り, この様な n 個の積を全ての組み合わせについて加えたもので, $n!$ 個の項を含む. (A.7) から $\hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\cdots\hat{b}_{i_n}]$ の漸化式が以下のように導かれる.

$$\hat{B}_1[\hat{b}_{i_1}]\hat{B}_1[\hat{b}_{i_2}] = \hat{B}_2[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2}] - 2\mu\hat{B}_1[\hat{b}_{i_1}]\delta(i_1,i_2) + (1-\mu^2)\delta(i_1,i_2) \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_2[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2}]\hat{B}_1[\hat{b}_{i_3}] = {} & \hat{B}_3[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\hat{b}_{i_3}] - 2\mu\hat{B}_2[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2}]\delta(i_3,i_1) - 2\mu\hat{B}_2[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2}]\delta(i_3,i_2) \\ & +(1-\mu^2)\hat{B}_1[\hat{b}_{i_2}]\delta(i_3,i_1) + (1-\mu^2)\hat{B}_1[\hat{b}_{i_1}]\delta(i_3,i_2) \\ & -(1-\mu^2)\hat{B}_1[\hat{b}_{i_2}]\delta(i_3,i_1)\delta(i_2,i_1) - (1-\mu^2)\hat{B}_1[\hat{b}_{i_1}]\delta(i_3,i_2)\delta(i_1,i_2)\end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}\hat{B}_{n-1}[\hat{b}_{i_1},\cdots,\hat{b}_{i_{n-1}}]\hat{B}_1[\hat{b}_{i_n}] = {} & \hat{B}_n[\hat{b}_{i_1},\hat{b}_{i_2},\cdots\hat{b}_{i_n}] - 2\mu\sum_{l=1}^{n-1}\hat{B}_{n-1}[\hat{b}_{i_1},\cdots,\hat{b}_{i_{n-1}}]\delta(i_n,i_l) \\ & + (1-\mu^2)\sum_{l=1}^{n-1}\hat{B}_{n-2}[\hat{b}_{i_1},\cdots,\hat{b}_{i_{l-1}},\hat{b}_{i_{l+1}},\cdots,\hat{b}_{i_{n-1}}]\delta(i_n,i_l) \\ & - (1-\mu^2)\sum_{l=1}^{n-1}\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq l}}^{n-1}\hat{B}_{n-2}[\hat{b}_{i_1},\cdots,\hat{b}_{i_{l-1}},\hat{b}_{i_{l+1}},\cdots,\hat{b}_{i_{n-1}}]\delta(i_n,i_l)\delta(i_k,i_l)\end{aligned} \tag{A.13}$$

A.2 binary 展開

ある定常2値系列の確率汎関数を $\Phi(\omega)$ とする. $\Phi(\omega)$ の自乗平均が有限であるとき,

$$\langle|\Phi(\omega)|^2\rangle < \infty \tag{A.14}$$

$\Phi(\omega)$ は2値系列によって生成される binary 多項式によって以下のように汎関数展開できる.

$$\Phi(\omega) = c_0 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_1(m)\hat{B}_1[\hat{b}_m] + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} c_2(m,n)\hat{B}_2[\hat{b}_m, \hat{b}_n] + \cdots \tag{A.15}$$

ここで, $c_n(i_1, \cdots, i_n)$ は確定値関数で, これを binary 核と呼ぶ. $c_n(i_1, \cdots, i_n)$ は引数 $i_1, \cdots, i_n$ に関して対称であると見なす. binary 多項式の直交性 (A.9) から $\Phi(\omega)$ の自乗平均は次のように書き直すことができる.

$$\langle|\Phi(\omega)|^2\rangle = |c_0|^2 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_1(m)|^2 + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |c_2(m,n) - \delta(m,n)c_2(m,n)|^2 + \cdots \tag{A.16}$$

(A.9) から, binary 核 $c_n(i_1, \ldots, i_n)$ は相互相関をとることによって以下のように求められる.

$$\langle\Phi(\omega) \cdot \hat{B}_n[\hat{b}_{i_1}, \hat{b}_{i_2}, \cdots, \hat{b}_{i_n}]\rangle = n!\Delta_n(i_1, i_2, \cdots, i_n)c_n(i_1, i_2, \cdots, i_n) \tag{A.17}$$

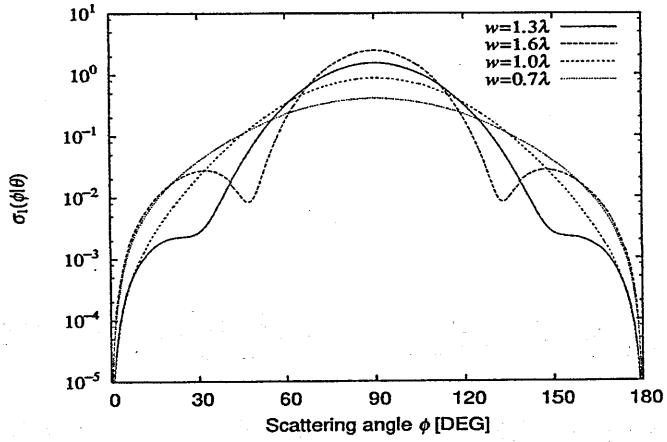


図 3 Scattering cross section $\sigma_1(\phi|\theta)$ for widths $w = 0.7\lambda$, 1.0λ, 1.3λ, 1.6λ with period $L = 2\lambda$, depth $d = 0.1\lambda$ and angle of incidence $\theta = 90°$, λ is wavelength.

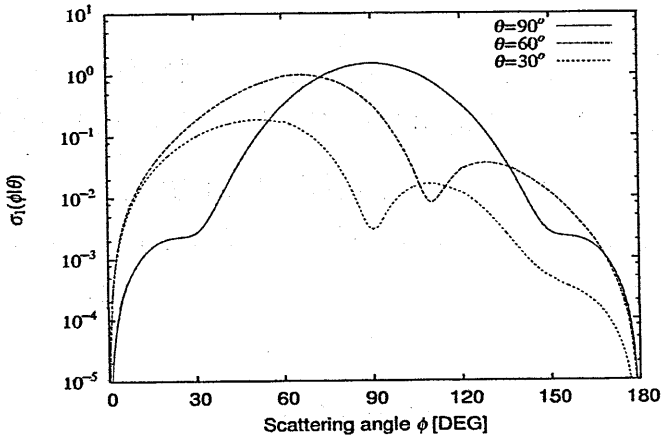


図 4 Scattering cross section $\sigma_1(\phi|\theta)$ for angles of incidence $\theta = 90°$, $60°$, $30°$ with period $L = 2\lambda$, width $w = 1.3\lambda$, depth $d = 0.1\lambda$, λ is wavelength.

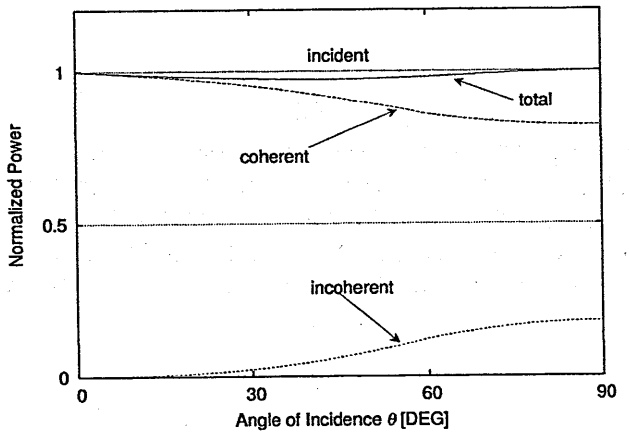


図 5 Optical theorem against the angle of incidence θ with period $L = 2\lambda$, width $w = 1.3\lambda$ and depth $d = 0.1\lambda$, λ is wavelength.

輻射科学研究会資料
RS07-02

独立成分分析を用いたアレイ信号処理の実験的検討

Experimental Study of Array Signal Processing using Independent Component Analysis

塩見英久　中尾武志　岡村康行
Hidehisa SHIOMI　Takeshi NAKAO　Yasuyuki OKAMURA
大阪大学 大学院基礎工学研究科
Osaka University Graduate School of Engineering Science

2007年5月24日
於 京都大学

概要

現代の無線通信において、適応アレイアンテナやダイバーシティ、ＭＩＭＯ通信などのアレイアンテナの制御技術は重要な位置を占めている。これらの制御において、「混合した複数の到来信号を少ない予備知識の元で分離する」という共通課題がある。本論文では、独立成分分析を用いたブラインド信号分離の実験結果を示す。２個のトランスポンダと２個の受信アンテナを用いた実験系を構築し混合信号を測定した。測定した信号を独立成分分析により源信号に復元することができた。このとき、復元に必要な条件を一部明らかにした。

1 はじめに

現代の無線通信においてアレイアンテナとその信号処理は重要な技術である。特に、信号対雑音電力比を向上するために、適応アレイアンテナやダイバーシティ、ＭＩＭＯなど様々なアレイ制御技術が研究開発されている。これらの制御技術には、「混合した複数の到来信号を少ない予備知識の元で分離する」という共通する課題がある。これらの課題のため、最小自乗規範や相関行列の直交性に基づく方法などが考案されてきたが、要求される予備知識が多く、信号の分離推定には様々な制約があった。独立成分分析は、従来の相関行列に基づく方法に加え、源信号の独立性という新しい制約を加える事で、要求される予備知識を軽減し、様々な条件で精度よく分離推定が可能になる。独立成分分析は、1986 年、Herault と Jutten により最初に提案され、1997 年、高速で安定した fast-ICA が Hyvärinen と Oja により提案され、様々な分野への応用が広がった。独立成分分析はしばしば音声信号処理や画像処理、脳神経イメージング、経済分析などの分野で広く用いられているが、無線通信 への応用はまだ少ない。[1, 2, 3, 4, 5]

我々の研究グループでは、2006 年に独立成分分析を適応アレイ信号処理に適用するシミュレーション検討を行った。本論文では、それらの検討をもとに実験的検討を行った結果を示す。

2 独立成分分析とブラインド信号分離

独立成分分析 (ICA) は、式 (1) のように、確率変数を統計的に独立な変数の線形結合に分解する手法である。[1, 2, 3]

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 s_1(t) + \mathbf{a}_2 s_2(t) + \cdots + \mathbf{a}_M s_M(t) \quad (1)$$

ここで、$\mathbf{x} = (x_1, x_2 \cdots x_N)^T$ は確率変数ベクトルを、s_j は独立変数を、$\mathbf{a}_j = (a_{1j}, a_{2j} \cdots a_{Mj})^T$ は結合係数ベクトルをそれぞれ示す。式 (1) を基本 ICA モデルと呼び、図 1 に図示した。

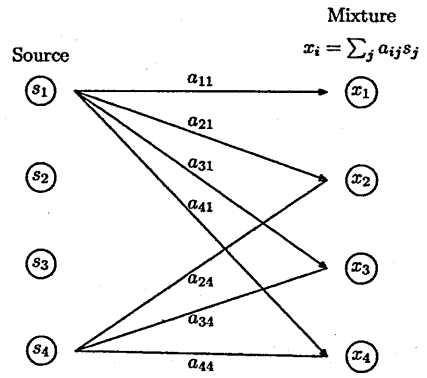
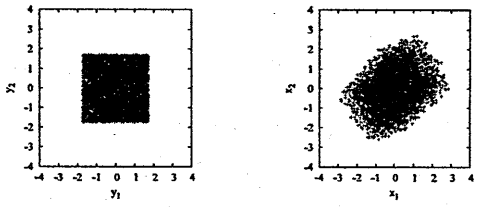


図 1 基本 ICA モデル



(a) $p(s_1, s_2)$ (b) $q(x_1, x_2)$

図 2 互いに独立・従属な変数の結合確率密度分布の例

統計的独立性は以下のように定義される。式 (2) のように、確率変数 s_j の結合確率密度関数 $p_{12\cdots M}$ が周辺確率密度関数 p_j の積で表わせるとき、確率変数 s_j は互いに独立である。

$$p(s_1, s_2 \cdots s_M) = p_1(s_1) p_2(s_2) \cdots p_M(s_M) \quad (2)$$

例えば、一様分布を示す 4 つの互いに独立な確率変数 s_1, s_2, s_3, s_4 と、これら s_j の線形結合で構成される 4 つの混合 x_1, x_2, x_3, x_4 を考える。図 2(a),(b) に結合確率密度分布 $p(s_1, s_2)$ と $p(x_1, x_2)$ をそれぞれ示す。このとき、s_1 と s_2 は互いに独立であり、x_1 と x_2 は独立成分 s_j の結合であるため、互いに従属である。横軸はそれぞれ s_1 、x_1 を、縦軸はそれぞれ s_2 、x_2 を示す。それぞれの変数は平均 0 ・分散 1 に正規化され、サンプル点数は 5000 ポイントである。図 2(a) の分布は、s_1 と s_2 が互いに独立であるため正方形状を示し、図 2(b) の分布は、x_1 と x_2 が互いに従属であるために非一様分布を示すことがわかる。

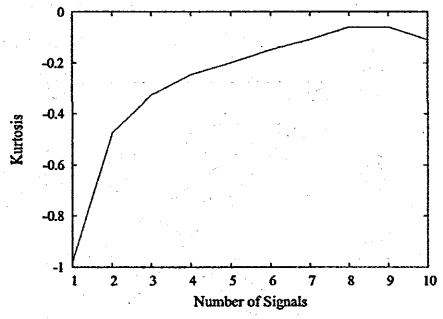


図3　多数の独立成分から成る線形混合が示す尖度

多くの ICA アルゴリズムは確率変数 x_i の線形結合 y_j を互いに最も独立にする結合係数 $\mathbf{w}_i$ を決定する。式 (3) に y_j を示す。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}_1 x_1(t) + \mathbf{w}_2 x_2(t) + \cdots + \mathbf{w}_N x_N(t) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{y} = (y_1, y_2 \cdots y_N)^T$ は推定ベクトルを、$\mathbf{w}_i = (w_{1i}, w_{2i} \cdots w_{Ni})^T$ は復元ベクトルをそれぞれ示す。得られた y_j は、その順序と分散を除いて s_j と一致する。これらの任意性を示す行列を $\mathbf{Q}$ とおくと、 $\mathbf{y} = \mathbf{Qs}$ の関係がある。

y_j の統計的独立性を最大にする操作には独立性を測る基準が必要である。統計理論の中心極限定理によれば、多数の独立成分の混合から成る確率変数の密度分布は、独立成分の数が増加するにつれてガウス分布に近づく。したがって、y_j の分布がガウス分布からどれだけ離れているかを判断する量が、独立性を測る基準に適していると考えられる。ある確率変数の分布がガウス分布からどれだけ離れているかを判断する基準として、 4 次の高次統計量と密接な関連のある尖度 (Kurtosis) がしばしば用いられる。式 (4) に複素確率変数の尖度を示す。

$$\mathrm{kurt} = \mathrm{E}\left\{|y|^4\right\} - 2 \quad (4)$$

確率変数の分布がガウス分布に十分近ければ尖度は零を示す。図 3 に異なる数の独立成分を混合した信号の尖度を示す。ここでは、独立成分の周辺確率密度分布は一様分布とし、混合係数はすべて 1 とした。横軸に独立成分の数、縦軸に尖度を示す。独立成分の数が増加するにつれて尖度が零に近づく事がわかる。図 3 では成分数が 8 までは尖度が一様に零に近づいている。成分数が 8 以上になると十分ガウス分布に近くなるが外れ値などの影響により尖度が完全に零になることはまれである。尖度は ICA の基礎的な独立基準であるが外れ値や密度分布により収束が遅くなったり発散する場合があるため、より安定な収束が得られる独立基準としてネゲントロピーなども提案されている。

多くの ICA アルゴリズムは独立基準をコスト関数とした勾配法や不動点法を用いて復元ベクトル $\mathbf{w}_j$ を決定する。本研究では、安定した無線信号の分離を行うため、ネゲントロピーを用いた複素数値 fastICA [2] を用いた。アルゴリズムを簡単に以下に示す。

1. 観測信号 $\mathbf{x}$ を白色化した $\mathbf{z}$ を計算する。
2. 復元行列 $\mathbf{W} = (\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2 \cdots \mathbf{w}_M)^T$ を乱数要素で初期化した後、直交化する。
3. 復元行列の変化である $\delta\mathbf{W}$ が十分小さくなるまで 4 ～ 5 番を繰り返す。
4. 以下の式で $\mathbf{W}$ を更新する。

$$\mathbf{W} \leftarrow \mathrm{E}\left\{\mathbf{z}\left(\mathbf{w}^H\mathbf{z}\right)^* g\left(\left|\mathbf{w}^H\mathbf{z}\right|^2\right)\right\} - \mathrm{E}\left\{g\left(\left|\mathbf{w}^H\mathbf{z}\right|^2\right) + \left|\mathbf{w}^H\mathbf{z}\right|^2 g'\left(\left|\mathbf{w}^H\mathbf{z}\right|^2\right)\right\}\mathbf{w}$$

5. 新しい $\mathbf{W}$ を正規化、直交化する。

推定ベクトル $\mathbf{y}$ は複素共役転置行列 $\mathbf{W}^H$ と白色化観測信号 $\mathbf{z}$ の行列積で式 (5) で表わせる。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}^H\mathbf{z}(t) \quad (5)$$

ブラインド信号分離は多数の信号源から発せられた信号 s_j が混合して到来する環境において、異なる混合係数で混合される複数の点で観測した結果 x_i のみから源信号を推定する問題である。源信号が互いに統計的に独立である場合、この問題は基本 ICA モデルに帰着されるため、観測信号を独立成分分析で処理することで源信号が推定できる。実際の環境では観測時に雑音が付加されることが多いが、信号電力と比較して雑音電力が十分小さい場合には雑音は無視できる。

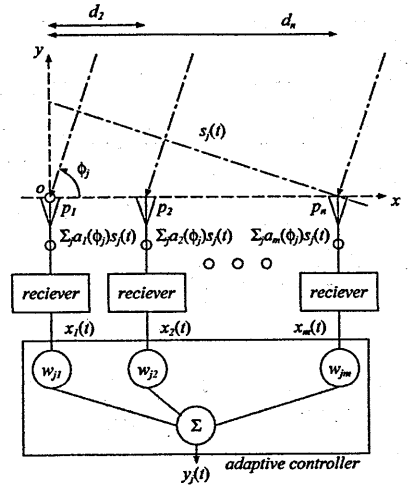


図4　M ケの異なる電波信号が到来する場合の N 素子線状アレイによるアダプティブアンテナの構成

3　ブラインド信号分離

適応アレイアンテナによるブラインド信号分離 は異なる位置に配置された複数の要素アンテナで観測した信号を信号処理して信号を分離する方式である。代表的な構成は、図 4 に示す線状アレイによるアダプティブアンテナ [6, 7, 9] である。i 番目の無指向性アンテナが位相中心 o から d_i の場所に配置されている。位相中心は第 1 要素に位置している。異なる方向から到来する電波信号 s_j が各々のアンテナに到達すると、異なる複素数値係数が積算されて受信機 x_i で受信される。第 j 信号 s_j は角度 θ_j の方向に位置する波源から到来する。

適切な荷重ベクトル $\mathbf{w}_j^H = (w_{j1}^*, w_{j2}^* \cdots w_{jN}^*)$ を選択し、受信信号 $\mathbf{x}$ と荷重ベクトル $\mathbf{w}_j^H$ の内積をとることで s_j に相当する復元信号 y_j を得る。

適切な荷重ベクトル $\mathbf{w}_j^H$ を得るために様々な手法が提案されており、参照信号を用いたトレーニングにより事前に荷重ベクトルを得る手法がしばしば用いられる。しかしながら、タグの存在自体を検出する事が目的の RFID ではトレーニングによる事前の荷重ベクトルの取得は現実的ではないため、観測信号から源信号をブラインド信号分離する必要がある。図 4 に示すアダプティブアレイアンテナは、典型的な基本 ICA モデルに雑音を付加したモデルで定式化できるため、独立成分分析によるブラインド信号分離が可能である。

3.1　シミュレーション

独立成分分析によるブラインド信号分離の方法とシミュレーション結果を示す。まず、図 4 に示すアダプティブアレイアンテナの受信信号は、式 (6) により計算できる。

$$x_i(t) = \sum_j a_i(\theta_j) s_j(t) + n_i(t) \qquad (6)$$

$$a_i(\theta_j) = \exp\left(j \frac{2\pi \xi_i}{\lambda} \cos\theta_j\right)$$

ここで、$a_i(\theta_j)$ は第 j 到来波に対する第 i 要素アンテナのアレイ応答ベクトルを、λ は搬送波の自由空間波長を、n_i は受信機が付加する雑音を示す。このシミュレーションでは、簡単のため要素アンテナ間の相互結合の影響を無視した。

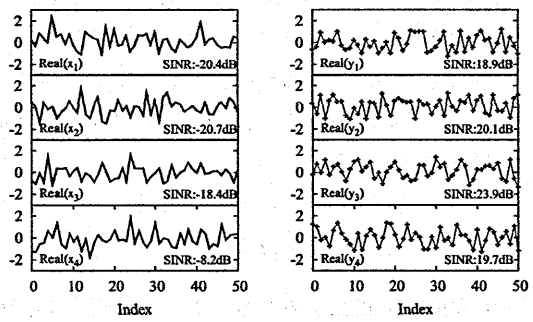
ブラインド信号分離の性能評価の指標として信号対干渉雑音電力比 (SINR) を用いた。第 i 到来波の SINR は式 (7) で計算した。

$$\mathrm{SINR}_i = 1 - \frac{\mathrm{E}\left[\mathrm{Re}\left(x_i x_i^*\right)\right] \mathrm{E}\left[\mathrm{Re}\left(s_i s_i^*\right)\right]}{\mathrm{E}\left[\mathrm{Re}\left(s_i s_i^*\right)\right]} - \frac{\mathrm{E}\left[\mathrm{Re}\left(x_i s_i^*\right)\right]^2}{\mathrm{E}\left[\mathrm{Re}\left(s_i s_i^*\right)\right]} \qquad (7)$$

独立成分分析によるブラインド信号分離では、所望の源信信号を直接推定できるが、アダプティブアレイアンテナの指向性パターンの計算・合成には荷重ベクトル $\tilde{\mathbf{w}}_j$ が必要である。荷重ベクトル $\tilde{\mathbf{w}}_j$ の計算には最小自乗誤差法を用いた。最小自乗誤差法により、条件式 (8) を満たす荷重行列 $\tilde{\mathbf{W}} = (\tilde{\mathbf{w}}_1, \tilde{\mathbf{w}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{w}}_N)^T$ を求める。

$$\min\left(\mathrm{E}\left\{\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{W}}\mathbf{x}\right\}\right) \qquad (8)$$

アレイアンテナの位相中心を第 1 要素アンテナの位置に合わせたので、計算した荷重ベクトル $\tilde{\mathbf{w}}_i$ を、$\tilde{\mathbf{w}}_i \leftarrow \tilde{\mathbf{w}}_i / |\tilde{w}_{1i}|$ のように正規化した。要素アンテナ



(a) 観測信号　　(b) 推定信号と源信号

図5　シミュレーションにより得られた信号の実数部

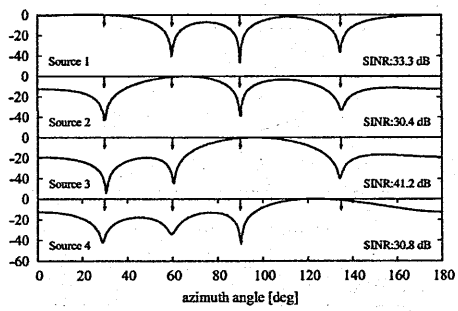


図7　シミュレーションにより得られた指向性パターン (SNR: 40 dB)

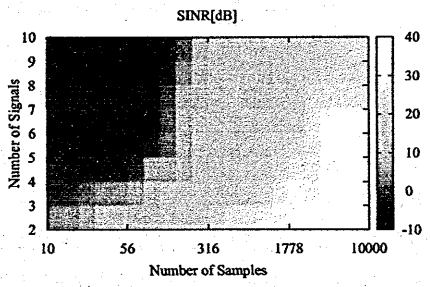


図6　サンプル点数と信号数を変化させた時の推定精度 (SNR: 40 dB)

を無指向性アンテナとした事を考えると、第 j 信号を受信するアレイアンテナの指向性パターン $F_i(\theta)$ は、式 (9) より計算できる。

$$F_i(\theta) = \left|\tilde{\mathbf{w}}_i^T \tilde{\mathbf{a}}(\theta)\right| \tag{9}$$

ここで、$\tilde{\mathbf{a}}(\theta)$ は θ 方向から到来した信号に対するアレイ応答ベクトルを示す。

次に、シミュレーション結果を示す。観測信号と源信号の数は共に 10 信号とした。源信号は互いに独立で一様分布の確率変数とした。要素アンテナは搬送波の半波長の等間隔に配置した。各信号の到来方向は乱数により決定した。

図 5 にシミュレーション結果を示す。図 5(a) は受信信号 x_i の実数部、(b) の実線は源信号 s_j、十字印は推定信号 y_j の実数部をそれぞれ示す。独立成分分析の順序と分散の不定性を省いて結果を評価し易くするために、シミュレーション結果をそれぞれ平均 0・分散 1 に正規化し、源信号と推定信号の順序を揃えた。受信信号は 10 信号のうち第 1 ～ 4 信号を、源信号・推定信号は 10 信号のうち第 1 ～ 2 信号を示した。横軸は信号のサンプル番号を、縦軸は信号の正規化した値をそれぞれ示す。このシミュレーションでは受信信号 x_i の信号対雑音比は 40 dB 、サンプル数は 1000 点とした。図 5 より、推定信号は源信号とよく一致した。残りの 8 つの推定信号も同様に源信号とよく一致し、18 dB 以上の SINR が得られた。独立成分分析により源信号とよく一致する推定信号が得られることを示した。

独立成分分析に必要なサンプル数を判断するため、サンプル点数と信号数を変化させたとき、推定信号の SINR の最悪値がどのように変化するかシミュレーションした結果を図 6 に示す。このシミュレーションでは SNR を 40 dB とした。横軸はサンプル点数を、縦軸は信号数を、濃淡は SINR を示す。図 6 より、 10 信号までの信号を SINR で 10 dB 以上の信号分離を得るためには 300 点程度のサンプルが必要であることがわかる。また、3 ～ 5 信号程度の信号分離であれば 100 点程度のサンプルが、2 信号であれば 20 ～ 30 点程度のサンプルがあれば SINR で 10 dB 以上の信号分離が可能である事がわかる。

図 7 に独立成分分析の結果を基に、式 9 により計算した指向性パターンを示す。SNR は 40 dB 、サンプル点数は 1000 点、源信号と観測信号の数は共に

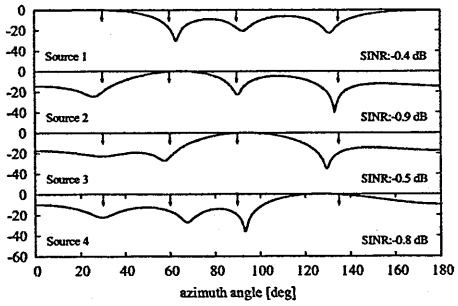


図 8　シミュレーションにより得られた指向性パターン (SNR: -6 dB)

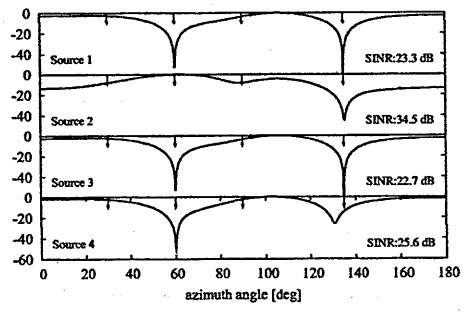


図 9　シミュレーションにより得られた指向性パターン ($s_1 = s_3$)

4 信号とした。源信号は (30, 60, 90, 135) 度からそれぞれ到来するものとした。図 7 では、それぞれの源信号を受信するためのパターンを縦に重ねて表示した。横軸は方位角を度で、縦軸は指向性をデシベルでそれぞれ示す。それぞれのパターンの上部に配置した矢印は源信号の到来方向を示す。シミュレーションでは、不要な干渉波が指向性のヌル点により抑圧され、30 dB 以上の SINR が得られた。独立成分分析により、観測信号だけを用いてアレイアンテナの指向性のヌル点を適応的に制御して信号分離が可能である事を示した。

独立成分分析に必要な信号対雑音電力比を明らかにするため、信号電力と比較して雑音電力が大きな状況 (SNR: -6 dB) におけるシミュレーション結果を示す。図 8 はシミュレーションにより得られた指向性パターンである。シミュレーション条件と書式は図 7 と同様とした。受信信号の SINR は 8 dB 未満であった。図 8 の場合も、指向性のヌル点を干渉波方向へ向けているが、図 7 の場合と異なり角度誤差が発生した。得られた SINR も SNR: 40 dB の場合と比較すると小さかったが、独立成分分析による信号分離によって、不十分ながらも SINR が 8 dB から 0 dB 程度に改善されたと言える。多くのブラインド信号分離アルゴリズムは雑音に対して弱く機能しない場合が多いのと比較して、独立成分分析によるブラインド信号分離は雑音が優勢な環境でも機能する点が優れている。

移動体無線通信におけるマルチパスフェージングにより相関性干渉波が到来した場合 ($s_1 = s_3$) のシミュレーション結果を示す。図 9 はシミュレーションにより得られた指向性パターンである。シミュレーション条件と書式は図 7 と同様とした。図 9 では、互いに独立な干渉波に対しては指向性のヌル点が向けられているが、相関性干渉波に対してはヌル点が向けられていない。しかしながら、推定信号 y_i の SINR が 22 dB 以上得られていることから、相関性干渉波は各々逆位相で打ち消し合うように合成され、これらが所望波となった場合には強め合うように合成されているものと考えられる。多くのブラインド信号分離アルゴリズムは相関性干渉波が存在すると機能しなくなるのと比較すると、独立成分分析によるブラインド信号分離は相関性干渉波が存在する環境でも通常と同様に機能する点が優れている。

4　実験系

図 10 に実験系を示す。使用する電波の周波数は 2.45GHz とした。電波吸収体で囲われた空間にトランスポンダを 2 個配置した。トランスポンダに用いたアンテナは反波長ダイポールアンテナで、給電位置にショットキーダイオードを装荷した。ショットキーダイオードのバイアス電圧を制御すると、トランスポンダの散乱断面積が変化する。バイアス電圧はマイコン制御のパルスパターンジェネレータにより供給した。

トランスポンダから r だけ離れた位置に受信ア

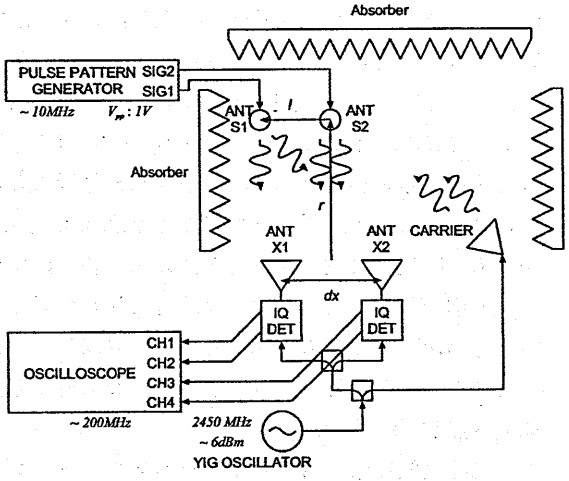


図 10　実験系

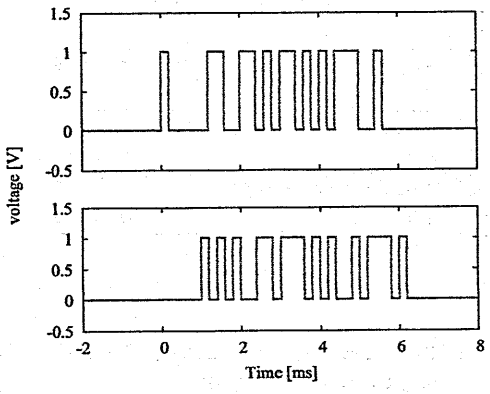


図 11　源信号

ンテナを 2 個配置した。本実験では、アンテナの間隔 dx=30cm、トランスポンダと受信アンテナの距離 r=40cm とした。2 つの受信アンテナの間に、トランスポンダへ搬送波を供給する送信アンテナを設けた。

送信アンテナから放射された電波は、トランスポンダで散乱、負荷変調され、受信アンテナへ入射し、ダイレクトコンバージョン方式で I Q 信号へ変換される。変換された信号を 4 チャネルサンプリングオシロスコープで測定した。

また、トランスポンダ l を、図 10 のように 1cm 間隔で 20cm まで移動して、それぞれについて信号を測定した。

5　測定信号

トランスポンダへ与えたパルスパターンを図 11 に、測定した信号（トランスポンダ間隔 l=10cm）を図 12、13 に、それぞれ示す。横軸は時間、縦軸は電圧である。時間原点は、変調を開始した瞬間であり、変調開始より-2ms 早く、変調終了より 1ms 長い時間、信号をサンプリングした。トランスポンダの散乱波が小さいため信号対雑音比が低いが、観測信号に源信号が混合している様子がわかる。

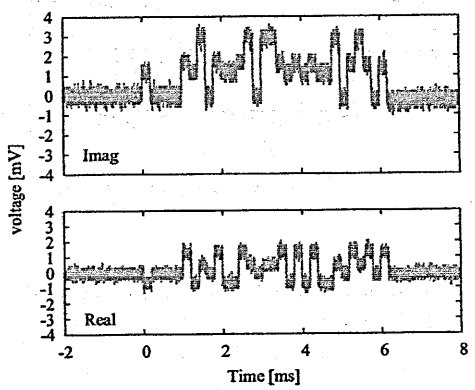


図 12　観測信号 (X_1)

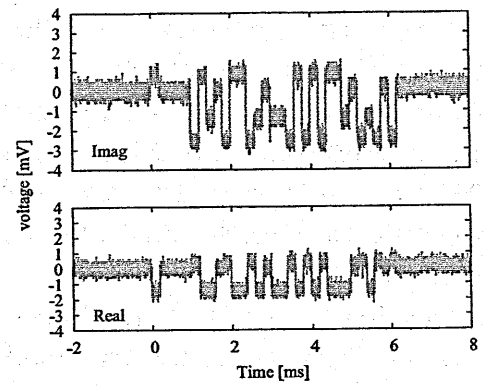


図 13　観測信号 (X_2)

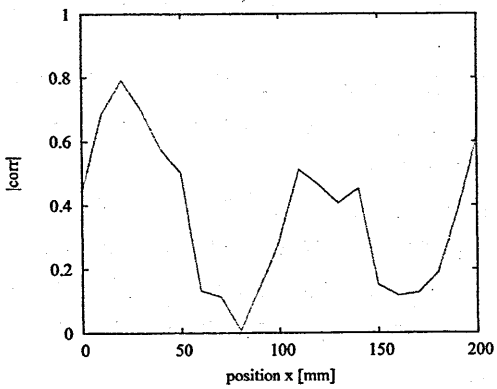


図 14　相関係数

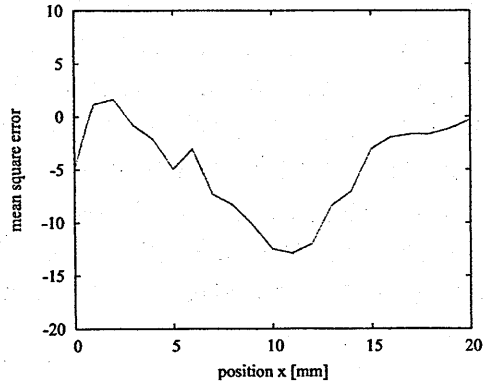


図 15　複素ＩＣＡ推定結果

6　相関係数

独立成分分析は、観測信号に復元行列を作用させて得られた復元信号が、互いにどれほど統計的独立であるかを基準として復元行列を決定する。復元信号が最も統計的独立であるとき、復元信号は源信号と等価となる。ただし、復元信号の分散と順序については不定である。独立成分分析の推定精度は、観測信号間の相関係数に影響されると考えられる。図 14 に、$x_1(t)$、$x_2(t)$ の相関係数を示す。横軸はトランスポンダの位置、縦軸は相関係数を示す。トランスポンダが接近しているときに相関が強いことがわかる。また、120mm、200mm 程度移動したときも、比較的相関が強いことがわかる。

7　推定結果

得られた測定信号から、独立成分分析により源信号の推定を行った。既知の源信号と復元信号との自乗残差を推定精度の評価基準とした。独立成分分析の手法のなかで、計算量、安定性に優れた複素 fastICA[2] により推定した。推定結果を図 15 に示す。トランスポンダの位置が l=6cm 程度から l=14cm 程度まで、-7dB 未満の比較的良好な推定結果が得られた。約-13dB の良好な推定結果得られた l=11cm の場合の復元波形を図 16 に示す。実線は源信号を分散 1、平均 0 に正規化したもの、十字点は

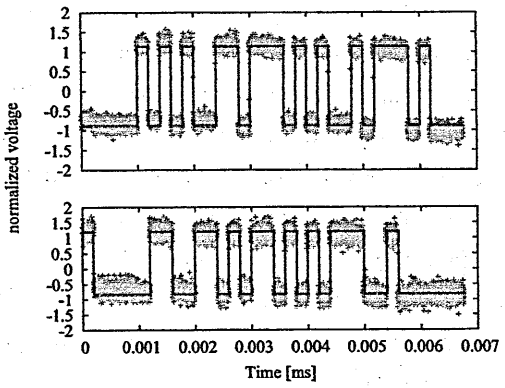


図 16　複素ＩＣＡ推定波形（実数部、x = 11 cm）

復元信号を同様に正規化したものである。虚数部の源信号は 0 であるため、実線を省略した。図からわかるとおり、源信号と同様の波形が推定できた。

図 14 と図 15 とを比較すると、その傾向がよく似ていることがわかる。相関が強い測定信号を用いたとき、独立成分分析でも信号推定精度が低下することがわかった。しかしながら、トランスポンダの位置が l=11cm 程度の場所では、相関が強いにも関わらず、良好な推定結果が得られている。この原因は今後詳しく検討したいと考えている。

8　まとめ

独立成分分析による適応アレイアンテナ制御の実証実験をおこなった。２個のトランスポンダと２個の受信アンテナを用いて混合信号を測定した。トラ

ンスポンダ間の相互結合や、伝送経路の類似により、トランスポンダの位置関係によって測定信号の相関の強弱が変化することを確認した。測定信号に独立成分分析を用いて源信号を推定した。測定信号の無信号部分を除去することで、複素 fastICA で信号を推定できることを確認した。相関が強い場合、推定精度が落ちるが、例外があることを実験的に見いだした。本研究の一部は、文科省科研費若手 B (324822) の援助を受けて実施した。

参考文献

[1] A.Hyvärinen, E.Oja, "A Fast Fixed-Point Algorithm for Independent Component Analysis," Neural Computation 9:1483-1492, 1997.

[2] E.Bingham and A.Hyvärinen, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex-valued signals," Int. J. of Neural Systems, 10(1):1-8, 2000.

[3] A. Hyvärinen, J. Karhunen and E. Oja, "Independent Component Analysis," John Wiley & Sons, 2001.

[4] E. Carlos and J. Takada, "ICA based blind source separation applied to radio survaillance," IEICE Trans. Commun., vol.E86-B, no.12, pp.3491-3497, Dec. 2003.

[5] K. Yokoi, N. Hamada, "ICA-Based Separation and DOA Estimation of Analog Modulated Signals in Multipath Environment," IEICE Trans. Commun., vol.E88-B, no.11, pp.4246-4249, Nov. 2005.

[6] B.Widrow, et.al., "Adaptive Antenna Systems," Proc. IEEE, 55(12):2143-2159, 1967.

[7] S.P.Applebaum, "Adaptive Arrays," IEEE Trans. Antennas and Propagation, 24(5):585-598, 1976.

[8] 菊間信良, "アダプティブアンテナ技術," オーム社, 2003.

[9] Van Trees and Harry L., "Optimum Array Processing. PartIV of Detection, Estimation, and Modulation Theory," John Wiley & Sons, Inc. 2002.

[10] 甘利俊一, 村田昇, "独立成分分析 多変量データ解析の新しい方法," SGC ライブラリ 18, サイエンス社, 2002.

[11] 伏見正則," 確率と確率過程," 講談社, 1987.

[12] 塩見英久, 中尾武志, 岡村康行, "独立成分分析を用いた適応アンテナに関する基礎検討" 電子情報通信学会技術報告, SPS2005-27, 2006 年 4 月.

輻射科学研究会資料
RS07-03

窒化物半導体ナノ構造の近接場分光法

Near-field spectroscopy of nano-structured nitride semiconductors

金田昭男、船戸充、川上養一
Akio KANETA, Mitsuru FUNATO, Yoichi KAWAKAMI
京都大学工学研究科電子工学専攻
Electronic Science and Engineering, Kyoto University

成川幸男、向井孝志
Yukio NARUKAWA, Takashi MUKAI
日亜化学工業株式会社 窒化物半導体研究所
Nitride Semiconductor Research Laboratory, Nichia Corporation

2007年5月24日 (木)

輻射科学研究会

京都大学 吉田キャンパス 工学部3号館北棟2F セミナー室

1. はじめに

III 族窒化物半導体 $Al_xGa_yIn_{1-x-y}N$ は、直接遷移型半導体であり、さらに深紫外(AlN:6.2eV)[1]から近赤外域(InN:0.7eV)[2]までの幅広い波長域における発光デバイス材料として期待されてきた(図 1)。近年、$In_xGa_{1-x}N$/GaN/$Al_yGa_{1-y}N$ 系半導体の発光デバイスの開発は進み、紫外、紫、青、緑、黄、白色発光ダイオード(Light emitting diode: LED)[3,4]、および紫外、紫、青色レーザダイオード(Laser diode: LD)が実現した[5,6]。GaN 系半導体は、格子整合する安価な基板がないため、格子定数の近いサファイア基板が用いられる。しかし、GaN とサファイアの間の格子不整合度は 15%と高く、さらに 1000 °C を超える高温で GaN を成長するため、GaN とサファイアの熱膨張係数差により、室温まで温度を下げる間に、GaN 中に非常に高い密度(10^8～10^{10} cm^{-2})で貫通転位(欠陥)が発生する。しかしながら、これまで発光デバイスを実現してきた GaAs 系半導体デバイスに比べ 5～6 桁も高い値を持つのにもかかわらず、InGaN 量子井戸を活性層とする LED は、波長 400～460 nm の紫外から青色領域において高い発光の外部量子効率(市販品の最高レベルで 30%, 研究の最高レベルで 60%)を実現している興味深い材料系である(図 2) [7]。今後、InGaN 系 LED の応用分野を一般照明用途へ広げていくためには、更なる高効率化・高出力化が必須である。たとえば、蛍光灯の効率を凌駕することが一つの目標であり、そのためには白色 LED の外部量子効率を 60%以上に引き上げることが挙げられる。

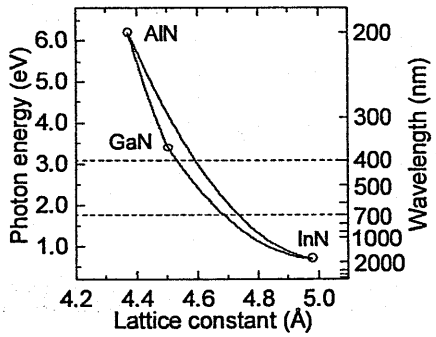


図1: III族窒化物半導体の発光エネルギー・波長と格子定数の関係

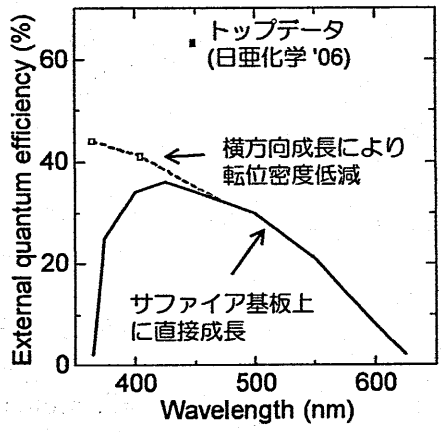


図2: InGaN発光ダイオードの発光波長と発光の外部量子効率との関係

このような観点から、現在までに、InGaN 量子井戸構造の光物性に関してマクロスコピックな視点から多くの研究が行われてきた。その結果、InGaN 量子井戸構造の発光機構は、図 3 に示すような GaN と InN の格子不整合から生じる InGaN 活性層の In 組成不均一に起因したエネルギー準位揺らぎに、キャリア・励起子が捕獲され再結合する局在化効果[8-10]や、GaN とサファイア基板の格子不整合による内部応力と GaN の結晶の非対称性によって生じる自発分極に起因した内部電界効果[11]など、さまざまな発光モデルが提唱されており、統一的な見解は未だに得られていない。この問題は、InGaN 活性層では、量子井戸面内全域において In 組成の均一な結晶が得られないのにもかかわらず、すべてを平均化してしまうマクロな光学測定によって発光機構を解明しようといている点にある。従って、InGaN 量子井戸構造の発光機構を理解するためには、この材料系特有の量子ナノ構造に起因したキャリア・励起子の輻射、非輻射過程を微視的視点に立ち、結晶の微細構造とそこから発するキャリアダイナミクスを詳細に解明することが必要である。

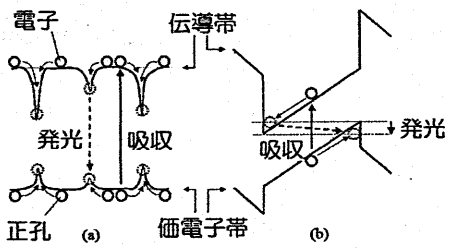


図3: InGaNにおける発光再結合モデル
(a)ポテンシャル揺らぎによる局在化効果(b)量子閉じ込めシュタルク効果

そのような観点に立ち、我々は、InGaN 単一量子井戸構造の量子井戸面内における発光の空間的な不均一性と発光ダイナミクスとの関わりを明らかにするために近接場光学顕微鏡(Scanning near-field Optical Microscope: SNOM) を用いた発光(Photoluminescence: PL)マッピング測定および時間分解発光(Time-resolved Photoluminescence: TRPL)測定を行ってきた[12-14]。本報告では、現在までに得られた結果について報告を行う。

2. 近接場分光システム

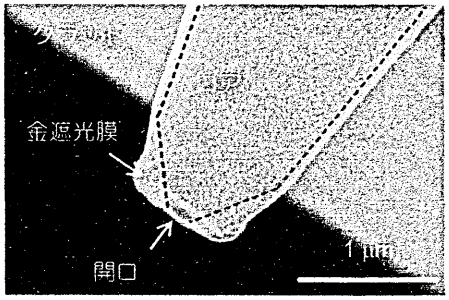


図4: 近接場プローブ先端のSEM像

SNOMは、プローブ顕微鏡の一種であり、本研究では、緩衝フッ酸溶液を用いた選択化学エッチング法によって、クラッド部を除去し、コア部のみを選択的に先鋭化した光ファイバをプローブとして用いた[15] (図4)。プローブの先鋭化したコア部の周囲に金属膜を蒸着することで光導波路を形成し、さらに最先端部に光の波長以下の開口部を形成することで、近接場光が効率良く発生するようになっている。SNOMの特徴として、プローブ先端の光の波長以下の開口に発生させた近接場光によって測定試料を観察するため、光の回折限界を超えた空間分解能が実現可能、さらに、光の特徴である測定対象物に特殊な条件を課さない、既存の分光測定技術との組み合わせが可能といった点があげられる。

近接場分光システムの概略図を図5に示す。試料ステージはクライオスタット内にあるため、4.2 Kから室温まで温度可変で測定を行うことができる。プローブと試料間の距離制御は、プローブが試料表面から受ける力を光学的に検出するシアフォース制御を用いた。励起光源は、測定に応じて波長可変ピコ秒モードロックチタンサファイアレーザの2倍高調波とInGaN LD(連続光、発振波長400 nm)とを使い分けた。また、励起光の波長はInGaN量子井戸活性層のみを選択励起する条件に設定した。検出系は、PL測定の場合、50 cmの分光器と液体窒素冷却CCDを使用し、TRPL測定の場合、25 cmの分光器とストリークカメラを使用した。

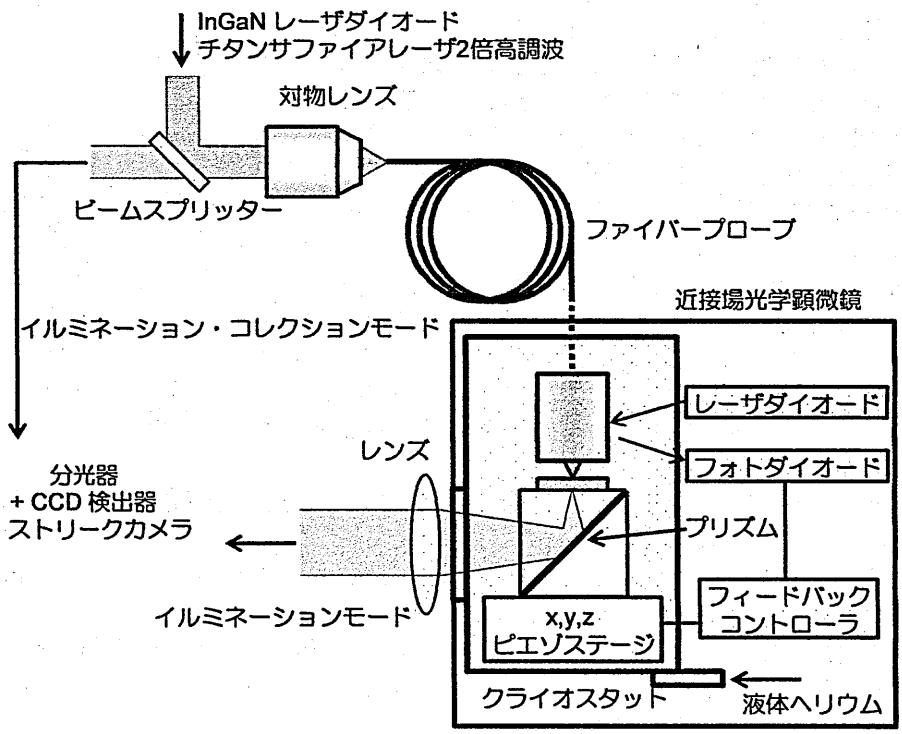


図5: 近接場分光システム外略図

3. InGaN 量子井戸構造における局在励起子発光の観測

3.1. InGaN 量子井戸構造の近接場発光マッピング測定と時間分解近接場発光測定

本測定では、キャリアの拡散による空間分解能の低減を避けるため、光励起と発光検出を同一のプローブで行う イルミネーション・コレクションモード(*I-C* mode)の配置で行った[16]。

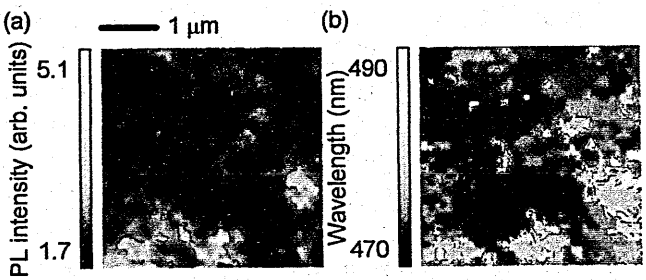


図6: 18 Kにおける(a)近接場発光強度の空間分布像と(b)発光ピーク波長の空間分布像

測定温度 18 K における、PL 強度マッピング像を図 6(a)に、PL ピーク波長マッピング像を同図(b)に示す。観測領域の大きさは 4 μm × 4 μm、測定間隔は 100 nm、測定に用いたプローブの開口径は 150 nm である。ここで得られた PL 強度像には相対強度で 1.7～5.1、横方向に数百 nm 程度の空間分布が存在した。また、発光ピーク波長には 470～490 nm の範囲で分布を持つことが分かった。この試料の貫通転位密度は、～10^8 cm^{-2} であるので、測定範囲内には 16 個程度の貫通転位が存在することになる。しかし、貫通転位と思われる非発光領域は観測されていない。一般的に、発光の内部量子効率(η_{int})は、以下の式で表される[17]。

$$\eta_{int} = \frac{1}{1-\tau_{rad}/\tau_{non-rad}} \qquad (1)$$

τ_{rad}、$\tau_{non-rad}$ はそれぞれ、発光再結合寿命、非発光再結合寿命である。この試料の PL 積分強度の温度特性は、100K 以下の温度ではほぼ一定値を持つ。このことから、この試料の発光の内部量子効率はほぼ 1 に近いと考えられ、さらに、低温では、貫通転位は非発光中心として発光機構にほとんど寄与していないことが予想される。また、PL 強度像と PL ピーク波長像、双方の空間分布図を比較したところ、図 7 のように PL 強度の強い場所は PL ピーク波長が長い場所対応しているという明確な相関関係があることが分かった。

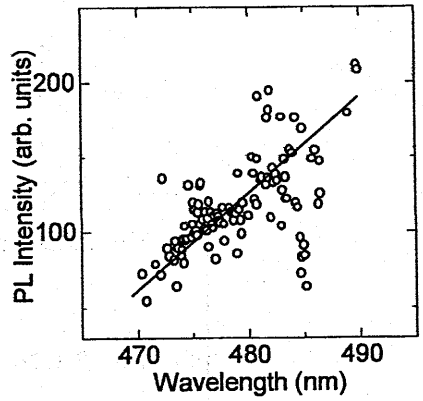


図7: 18 Kにおける発光強度と発光波長の関係

上記の PL 強度の面内分布や PL 強度と波長の関係が、量子井戸内における発光ダイナミクスとどのような結びつきがあるのかを解明するために、SNOM と超高速レーザシステムを組み合わせた時間分解近接場光学顕微鏡(SNOM-TRPL)システムを構築し、PL 強度の空間分布と発光再結合寿命の関係について調べた。

この測定系においても、キャリア・励起子の拡散による空間分解能の低減を避けるため、光励起と発光検出を同一のファイバープローブで行う *I-C* mode の配置で行った。また、プローブからの蛍光を防ぐため、純粋石英コアのプローブを使用した。プローブの開口径は 300 nm、測定温度は 18 K である。

図 8(a)に PL 強度像、(b)に同図(a)中の白線上における PL ピーク波長における発光再結合寿命を示す。PL 強度の強い領域の発光寿命は、隣接する弱い領域にくらべ、約 2 倍の値になっていた。発光再結合寿命は以下の式で表される。

$$\frac{1}{\tau_{PL}} = \frac{1}{\tau_{rad}} + \frac{1}{\tau_{non\text{-}rad}} + \frac{1}{\tau_{trans}} \qquad (2)$$

ここでτ_{trans}は、光励起キャリア・励起子が空間移動や低エネルギー側への緩和を通じて発光中心へ

拡散・局在する際の遷移寿命を表している。上で述べたように、今回の測定のような低温では、非発光再結合過程の影響はほぼないと考えられるため、(2)式の第2項は無視できる。したがって、PL寿命の違いは横方向への拡散寿命が影響していることが分かる。このことからも弱発光領域から隣接する強発光領域にキャリア・励起子が拡散しているものと考えられる。

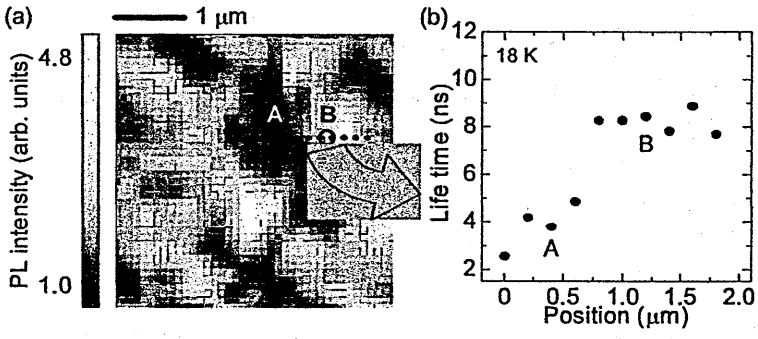


図8: 18 Kにおける(a)近接場発光強度像(b)(a)図中の白線上における発光ピーク波長における発光再結合寿命

以上のことから、低温において各測定場所においてPL強度が異なるのは、欠陥等に起因した非発光中心の面内分布よりも、生成されたキャリア・励起子がポテンシャルエネルギーの低い領域(長波長領域)に拡散し局在発光した結果を反映しているものと考えている。このようなポテンシャルエネルギー揺らぎによる光励起キャリアの近接場プローブの開口外への拡散過程と測定されるPL強度の関係の模式図を図9に示す。

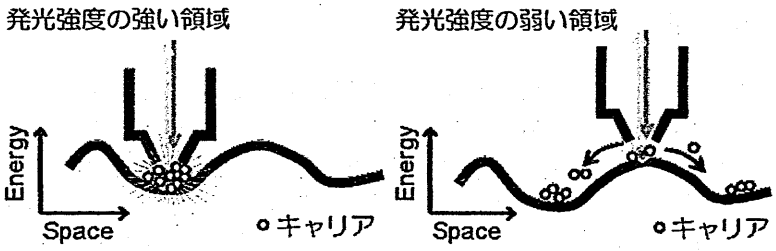


図9: 低温におけるInGaN量子井戸のキャリア・励起子の発光再結合モデル

3.2. 高空間分解近接場発光測定による局在中心の観測

SNOM-PLマッピング測定、およびSNOM-TRPL測定の結果、生成されたキャリア・励起子はポテンシャルエネルギーの低い領域へ拡散し、局在して発光することが分かった。これまで、マクロスコピックな測定によってキャリア・励起子が局在する領域は量子ドットあるいは量子ディスクのような非常な微小な領域であることが報告されているが、あくまでも予想であり検証した例はなかった。

そこで、本研究では、局在中心の起源を解明するために開口径が30 nmのプローブを用いて近接場PL測定を行った。マクロスコピックな測定によって得られた発光スペクトルと異なる4点において観測した近接場発光スペクトルを図10に示す。その結果、近接場発光スペクトルの形状は、マクロPLスペクトルとは大きく異なり、3〜4つにPLピークが分離し、さらに最小半値幅11.6 meVのPLスペクトルを観測することができた。この試料の弱光励起時のマクロ発光測定における発光スペクトルの半値幅は約80 meVであり、その値と比較しても今回の観測した値は約1/7になっている。このことから、InGaN量子井戸構造の発光は、複数の量子ドット的な微小な領域の発光中心から成り立っており、マクロスコピックな発光測定において観測される広い発光半値幅はポテンシャル揺らぎによる不均一幅の影響を大きく受けていることが分かる。

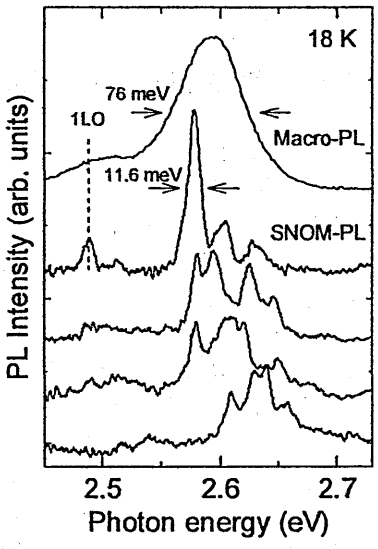


図10: マクロ発光スペクトルと開口径30 nmのプローブを用いて測定を行ったランダムに異なる4点における近接場発光スペクトル

図11には、開口径30nmのプローブを用いて、各発光エネルギー((a)2.560 eV、(b)2.597eV、(c)2.615 eV、(d)2.636 eV) にてモニターしたPL強度マッピング像を示す。実際に、最小で30 nm程度の

大きさの島構造（プローブ開口径により律速）が観測されている。また、モニターエネルギーが最も大きい(d)の場合、発光領域が広がり繋がる傾向にあり、非局在準位への移行を示しているものと考えられる。また各島構造は非常に近接しており、このため深い局在中心であってもトンネリングやホッピングなどによってキャリア・励起子が局在中心間を移動できるものと考えられる。

4. マルチモード近接場分光法による InGaN 量子井戸構造の転位と発光特性との相関関係の解明

4.1. 貫通転位の種類

貫通転位は 3 種類あり、図 12 に示すように転位線と結晶のすべり方向が平行なものをらせん転位、垂直なものを刃状転位、平行でも垂直でもないものを混合転位と呼ぶ。GaN では、転位線は結晶成長方向(GaN(0001))と並行であるため、表面に穴として現れる。また、らせん転位の場合、格子のずれが階段状の成長ステップを形成するため、ステップの端に現れる。一方、刃状転位は格子のずれが表面の構造には関係なく現れるため、成長ステップとの関係を見ることである程度転位の種類を判別することができる[18]。サファイア上 GaN の表面を原子間力顕微鏡(Atomic Force Microscope: AFM)を用いて実際に観察した結果を図 13 に示す。ステップの端にらせん転位による大きなピットを見ることができる。またステップとは関係なく図の中央と左下に刃状転位による小さなピットが観察できる。

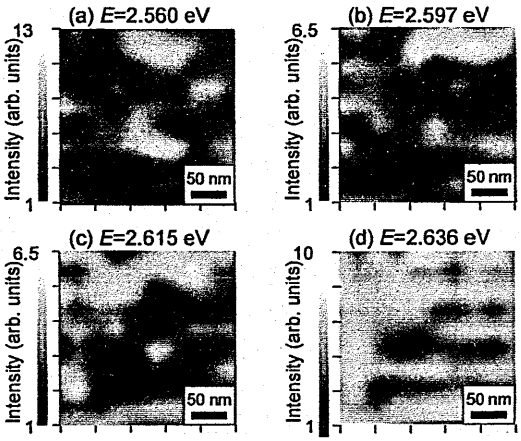


図11: 開口径30nmのプローブを用いて観測した各発光エネルギーにおける近接場発光強度マッピング像

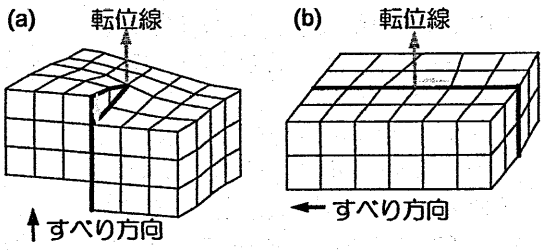


図12: 貫通転位の模式図(a)らせん転位(b)刃状転位

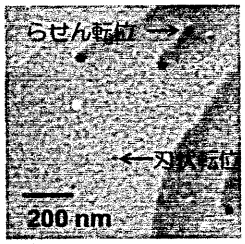


図13: GaN表面の表面モフォロジー

4.2. InGaN 量子井戸の転位と発光分布の関係

これまでは、極低温における InGaN 量子井戸の SNOM を用いた発光観察の結果について述べてきた。これにより、発光中心と非発光中心が量子井戸面内でクラスター状に分布していることとそのような領域へキャリア・励起子が拡散、局在、捕獲され発光・非発光しているダイナミックな特性を明らかにすることができた。しかし、実デバイスの観点からすると、室温において、どのような発光機構からなるのかを知ることが、デバイスの性能向上に結びつく。近年 GaN は、横方向選択成長(Epitaxially Laterally Overgrown: ELO)技術を取り入れることにより、結晶中の貫通転位密度を 10^8~10^{10} cm^{-2} から 10^6~10^7 cm^{-2} 以下に下げることに成功した[19]。この技術により、InGaN 系 LD では寿命 10,000 時間以上を達成し[20]、InGaN 系 LED では、紫外~紫色領域において外部量子効率が向上した。その一方で、LED の発光波長が青色よりも長くなると、ELO 技術を用いた場合でも、外部量子効率は従来までのサファイア基板上に成長させたものと同じであることが報告されている[21]。従って、発光デバイスの更なる高効率化を目指すためには非発光過程の観測とともに非発光中心の起源と構造との関係を明らかにしていくことが非常に重要である。

そこで、本研究では ELO-GaN 上 InGaN SQW の表面にマーカーを作製し、同一場所において原子間力顕微鏡による表面像の観察と SNOM による発光像の観察を行い、貫通転位の分布と発光分布

の関係について調べた。

紫色発光InGaN のAFM像を図14に示す。AFM像から、横方向成長(Wing)及び縦方向成長(Seed)それぞれの領域における貫通転位密度は、1.0×10^{7} cm^{-2}以下、2.3×10^{8} cm^{-2}であることが分かった。表面モフォロジーについて見ると、Wing 領域では階段状のステップフロー成長、Seed領域では渦巻状のスパイラル成長に近い成長モードであることが分かった。今回観測した成長ピットは、成長ステップの端か成長ステップに関連して現れているため、らせん及び混合転位と予想している[18]。刃状転位については、ピット径がAFMの探針の先端径よりも小さいために観測できていないと考えており、実際には、Wing領域で10^{8} cm^{-2}程度、Seed領域で10^{9} cm^{-2}程度存在していると予想している[22]。さらに、観測したInGaN SQWの貫通転位密度は、ELO-GaN における貫通転位密度とほぼ同じ値であることから、量子井戸作製による新たな転位発生の可能性は無いと考えている。

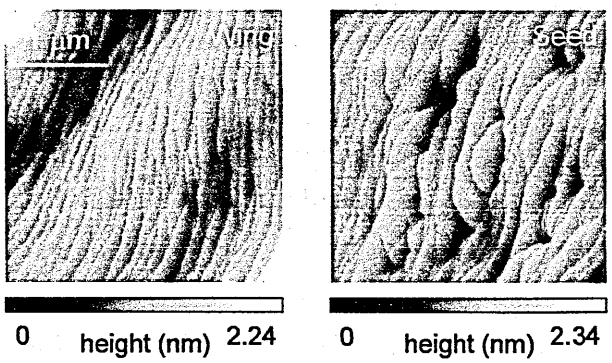


図14: ELO-GaN上紫色発光InGaN量子井戸表面の表面凹凸像

次に、AFM像とSNOM-PLマッピング像との比較を行った結果を図 15 に示す。図中の実丸はAFM像において観測したらせん及び混合転位の位置である。転位の分布と SNOM-PL マッピング像における弱発光領域の分布がほぼ 1 対 1 対応することが分かった。このことから、らせん及び混合転位は非発光中心として発光機構に大きく寄与していることが分かった。その一方で、横方向成長領域において、らせん及び混合転位が存在しないのにもかかわらず、発光強度の弱い領域が存在していることが分かる。このことは、らせん及び混合転位だけではなく、点欠陥などが非輻射中心として発光機構に関与しているものと考えられる。

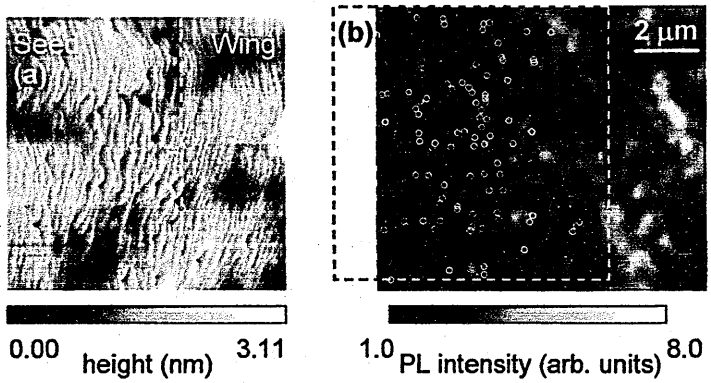


図15: (a)ELO-GaN上紫色発光InGaN量子井戸の表面凹凸像と(b)近接場発光強度像

同様な測定を青色発光InGaN SQWについて行った。図16にWing、Seedそれぞれの領域におけるAFM像を示す。AFMにより観測できたWing及びSeedそれぞれの領域における貫通転位密度は、2.8×10^{7} cm^{-2}、2.4×10^{8} cm^{-2}であることが分かった。貫通転位密度、表面モフォロジーともに、紫色発光InGaN SQWと同様であることが分かった。また、図17に同一場所のAFM像とSNOM-PLマッピング像とを比較した結果を示す。らせん及び混合転位の分布とSNOM-PLマッピング像とを比較すると、紫色発光InGaN SQWとは異なり、らせん及び混合転位と弱発光領域との間に対応関係がないことが分かった。この理由について、以下の様に説明することができる。紫色発光InGaN SQW では、ポテンシャル揺らぎが小さいため、キャリアの拡散長が長くなる。そのため、キャリ

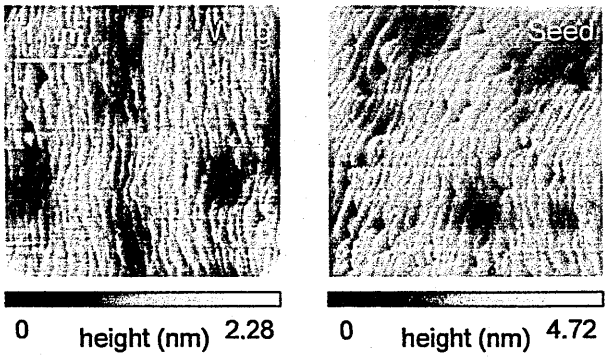


図16: (a)ELO-GaN上青色発光InGaN量子井戸表面の表面凹凸像。

アはらせん及び混合転位に捕まりやすくなり、非輻射再結合中心として発光機構に大きく寄与する。一方、青色発光 InGaN SQW では、量子井戸面内におけるポテンシャル揺らぎが大きいため、キャリアの拡散長が短くなる。従って、キャリアはらせん及び混合転位に捕まりづらくなり、その結果、非輻射再結合中心として作用するものの、発光機構にはほとんど影響しない。つまり、青色発光 InGaN SQW では、微小な発光領域からなっているため、らせん及び混合転位が非輻射再結合中心として作用しても、欠陥極近傍の領域が影響を受けるだけである。この点からもらせん及び混合転位は発光機構にほとんど影響しないと考えている。

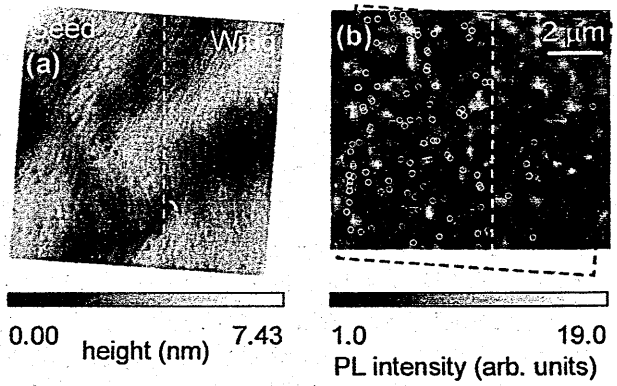


図17: (a)ELO-GaN上青色発光InGaN量子井戸の表面凹凸像と(b)近接場発光強度像

4.3. マルチモード近接場分光法によるキャリアダイナミクスの観測

I-C mode では同一のプローブで光励起と光検出を行うため、キャリアの拡散の影響を受けず、高空間分解能が実現できるという利点がある。その一方で、I-C mode で観測される弱発光領域は非輻射中心に起因して発光強度が弱いのか、それとも、プローブの開口の外側へキャリアが拡散してしまい発光に寄与する実効的なキャリア数が少なくなってしまったために発光強度が弱いのかの区別ができない。とくにデバイスの発光効率マッピング測定には、非輻射再結合過程が活性な室温での評価が必須となるため、この非発光過程と拡散過程の分離は大変重要な用件となる。

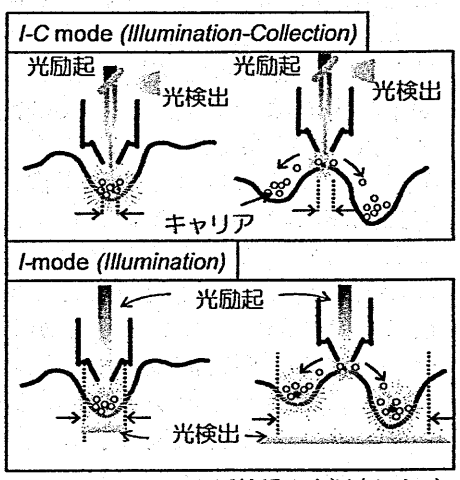


図18: マルチモード近接場発光測定におけるキャリアダイナミクスの概略図

一方、イルミネーションモード(I-mode)では、光励起は微小開口プローブにより行い，発光測定は通常のレンズを用いた遠視野から行うため、空間分解能は励起子・キャリアの拡散長に律速されているものの、測定される発光強度は、発光・非発光過程の割合（すなわち発光の内部量子効率）によって決定される。このことから、I-C mode と I-mode による近接場発光像は、異なる情報を有しており、これらを同時に測定することで、発光機構に関する詳細なデータが得られるものと考えられる(図 18 参照)。上記の考えに基づき、我々は、I-C mode と I-mode を同時に測定できるマルチモード近接場発光測定装置を開発し、InGaN 量子井戸面内における拡散、局在、発光および非発光過程のマッピングに成功した[13]。

そこで、本研究では、青色発光 InGaN 単一量子井戸構造の貫通転位が発光機構にほとんど影響しないという特異な現象を解明するために量子井戸面内における、マルチモード近接場発光測定を行い、貫通転位の分布とキャリアの局在、拡散過程などのダイナミクスとの関係を明らかにすることを目指した。

図 19(a)に室温における I-C mode の配置での近接場発光強度像、同(b)に I-mode の配置での近接場発光強度像の結果を示す。I-C mode と I-mode の発光強度像を比較すると、I-mode のキャリアの拡散による空間分解能の低下が見られる。さらに、矢印で示すように I-C mode では発光強度が弱いが I-mode では発光強度が強く観測された場所があった。これは、キャリアがプローブ直下から拡散してプローブ周辺の局在発光領域へ捕獲され発光していることを示している。また発光強度の強い領

域と弱い領域の境界部分(A, A')における発光スペクトルを見ると、I-C mode ではダブルピークを持つ発光スペクトルを観測したが、I-mode では I-C mode の発光スペクトルの低エネルギー側の発光ピークのみの発光スペクトルとなっている(図 20)。これは、局所的なエネルギーポテンシャルの揺らぎによってキャリアの拡散方向や拡散長が制限されていることを示しており、非発光中心に捕らえられる確率が下げることに効果的に働いているものと思われる。一方、B, B'で示すような I-C mode では発光強度が強く、I-mode で発酵強度の弱い場所の発光スペクトルを観測してみると I-C mode では発光ピークの位置が高エネルギー側で単一ピークのスペクトルを観測したが、I-mode では発光スペクトルを観測できなかった。これは、エネルギーポテンシャルが高いため、キャリアが拡散しやすく、周辺に存在する非発光中心へ捕獲されやすいことを示している。

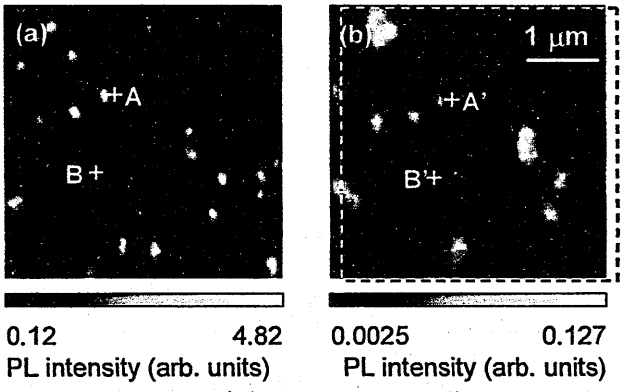


図19: ELO-GaN上青色発光InGaN量子井戸のマルチモード近接場発光強度像。(a)I-Cモード(b)Iモード

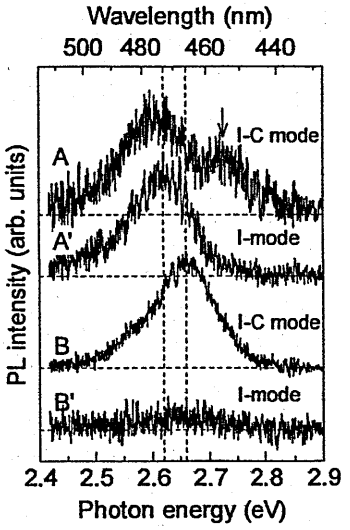


図20: 図19中に示した各点における近接場発光スペクトル

4.4. ポテンシャル揺らぎの起源に関する検討

上記のように量子井戸面内のポテンシャル揺らぎがキャリアの拡散に影響を及ぼし、発光機構に深く関わっていることが分かった。そこで、量子井戸面内に発生するポテンシャル揺らぎの起源について、井戸幅揺らぎと In 組成揺らぎの 2 つの要因に関して検討を行った。図 21 に、青色発光 InGaN 量子井戸のダブルピークを持つ発光スペクトルと試料表面の AFM 像を示す。ピーク間のエネルギー差は 130 meV であり、試料表面は、きれいな階段状の分子層ステップからなっていることが分かった。

量子井戸幅は試料作製時の設計値 3 nm、量子井戸の In 組成はマクロ発光ピーク波長から 20 %とした。量子井戸幅が 1 分子層変化した場合、エネルギー準位は 58 meV 変化することがわかった。また、測定値である 130 meV を満たすには、2.3 分子層変化することで満たすことが分かった。一方、この波長領域におけるエネルギー準位の変化が 130 meV になる In 組成揺らぎは 3%であり、その In 組成の違いによる格子定数の変化は 0.1 nm となった。この値は GaN の単分子層厚 0.25 nm よりも小さいため、表面形状に変化を与えない大きさであることが分かった。以上のことから、どちらの要因もエネルギー変化を説明するのに十分なことが分かった。今後、透過電子顕微鏡による構造評価を利用して、要因を明らかにしていく必要があることが分かった。

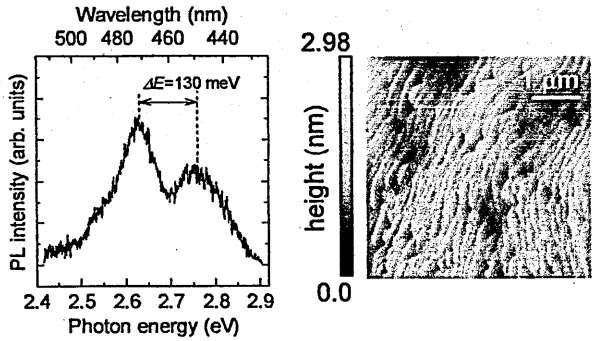


図21: 転位近傍における近接場発光スペクトルと青色発光InGaN SQWのAFM像

5. まとめ

近接場光学顕微鏡による発光マッピング測定によって、InGaN 系量子井戸からの発光ダイナミク

ス、結晶構造と発光・非発光機構について詳細な情報を得ることに成功した。また、本研究にて開発したマルチモード近接場発光測定法は、窒化物半導体の評価のみならずキャリアや励起子が空間的に拡散・局在して発光する低次元不均一構造の評価手段として大変有用であり、これをさらに発展させた評価法の開発についても継続して取り組んでいる。

文献

[1] W. M. Yim, E. J. Stofko, P. J. Zanzucchi, J. I. Pankove, M. Ettenberg, and S. L. Gilbert, J. Appl. Phys., **44**, 292 (1973).

[2] V. Yu. Davydov, A. A. Klochikhin, R. P. Seisyan, V. V. Emtsev, S. V. Ivanov, F. Bechstedt, J. Furthmuüller, H. Harima, A. V. Mudryi, J. Aderhold, O. Semchinova, and J. Graul, Phys. Stat. Sol. (b) **229**, R1 (2002).

[3] S. Nakamura, M. Senoh, N. Iwasa, S. Nagahama, T. Yamada, and T. Mukai: Jpn. J. Appl. Phys., Part2 **34**, L1332 (1995).

[4] T. Mukai, H. Narimatsu, and S. Nakamura, Jpn. J. Appl. Phys., Part2 **37**, L479 (1998).

[5] S. Nagahama, N. Iwasa, M. Senoh, T. Matsushita, Y. Sugimoto, H. Kiyoku, T. Kozaki, M. Sano, H. Matsumura, H. Umemoto, K. Chocho and T. Mukai, Jpn J. Appl. Phys., Part2 **39**, L647 (2000).

[6] Y. Nagahama, T. Yanamoto, M. Sano, and T. Mukai, Jpn. J. Appl. Phys., Part2 **40**, L785 (2001).

[7] Y. Narukawa, J. Narita, T. Sakamoto, K. Deguchi, T. Yamada, and T. Mukai, Jpn. J. Appl. Phys., **45**, L1084 (2006).

[8] S. Chichibu, T. Azuhatra, T. Sota, and S. Nakamura, Appl. Phys. Lett., **69**, 4188 (1996).

[9] Y. Narukawa, Y. Kawakami, M. Funato, Sz. Fujita, Sg. Fujita, and S. Nakamura, Appl. Phys. Lett., **70**, 981 (1997).

[10] Y. Narukawa, Y. Kawakami, Sz. Fujita, Sg. Fujita, and S. Nakamura, Phys. Rev. B**55**, R1938 (1997).

[11] T. Takeuchi, S. Sota, M. Katsuragawa, M. Komori, H. Takeuchi, H. Amano, and I. Akasaki, Jpn. J. Appl. Phys., Part2 **36**, L382 (1997).

[12] A. Kaneta, K. Okamoto, Y. Kawakami, Sg. Fujita, G. Marutsuki, Y. Narukawa, and T. Mukai, Appl. Phys. Lett., **81**, 4353 (2002).

[13] A. Kaneta, T. Mutoh, Y. Kawakami, Sg. Fujita, G. Marutsuki, Y. Narukawa, and T. Mukai, Appl. Phys. Lett., **83**, 3462 (2003).

[14] A. Kaneta, M. Funato, Y. Narukawa, T. Mukai, and Y. Kawakami, Phys. Stat. Sol. c**3**, 1897 (2006).

[15] T. Saiki, S. Mononobe, M. Ohtsu, N. Saito, and J. Kusano, Appl. Phys. Lett., **68**, 2612 (1996).

[16] T. Saiki, K. Nishi, and M. Ohtsu, Jpn. J. Appl. Phys., **37**, 1638 (1998).

[17] R. C. Miller, D. A. Kleinman, W. A. Nordland. Jr., and A. G. Gossard, Phys. Rev. B**22**, 863 (1980).

[18] D. Kapolnek, X. H. Wu, B. Heying, S. Keller, B. P. Keller, U. K. Mishra, S. P. DenBaars, and J. S. Speck, Appl. Phys. Lett., **67**, 1541 (1995).

[19] A. Usui, H. Sunakawa, A. Sakai, and A. A. Yamaguchi, Jpn. J. Appl. Phys., **36**, L899 (1997).

[20] S. Nakamura, M. Senoh, S. Nagahama, N. Iwasa, T. Yamada, T. Matsushita, H. Kiyoku, Y. Sugimoto, T. Kozaki, H. Umemoto, M. Sano, and K. Chocho, Jpn. J. Appl. Phys. **36**, L1568 (1997).

[21] T. Mukai and S. Nakamura, Jpn. J. Appl. Phys. **38**, 5735 (1999).

[22] T. Hino, S. Tomiya, T. Miyajima, K. Yanashima, S. Hashimoto, and M. Ikeda, Appl. Phys. Lett., **76**, 3421 (2000).

輻射科学研究会資料
RS07-04

UWBパルスレーダのための高性能立体像推定法

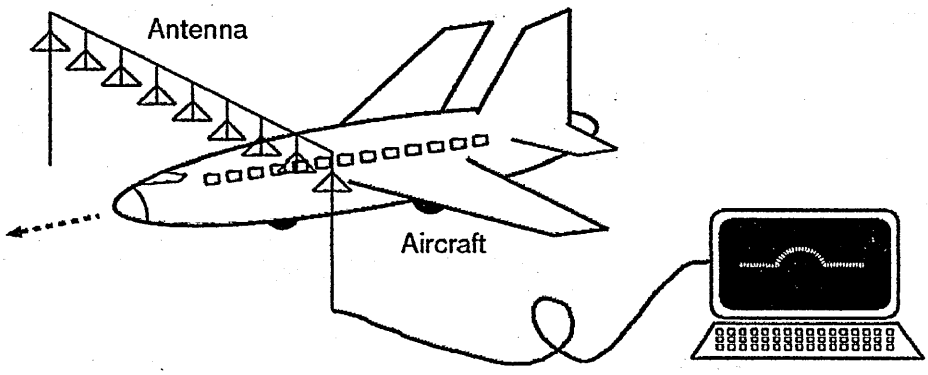
京都大学　情報学研究科
木寺正平　阪本卓也　佐藤 亨

輻射科学研究会

24th May, 2007

研究背景と目的

- 研究背景
  UWBパルスレーダ：高い距離分解能画像化を実現
  ・精密構造製品の非破壊精密計測（航空機・車両・アンテナ等）
  ・室内ロボット，自動車等の空間状況測定技術
- 研究目的
  上記用途に適する高性能立体像推定法の開発

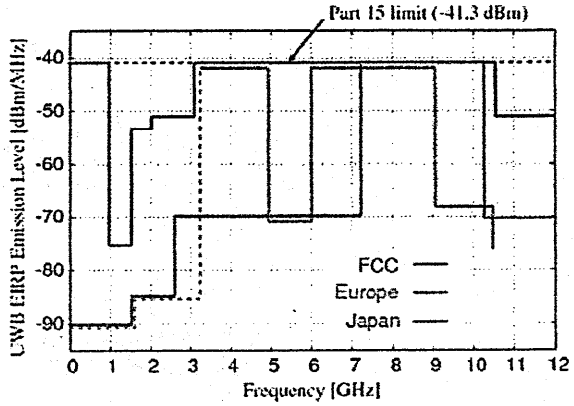


UWBパルスレーダ

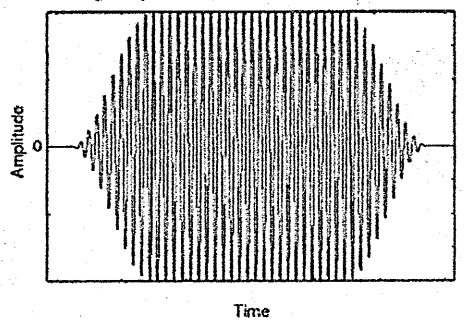
UWB信号の定義
- 比帯域幅: 25%以上
- 帯域幅(10dB): 500 MHz以上
  (2002, FCC)

UWBパルスレーダシステム:
近距離計測で高精度推定が可能

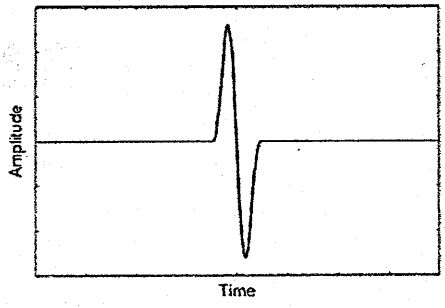
実効放射電力制限 vs. 周波数



従来のレーダパルス

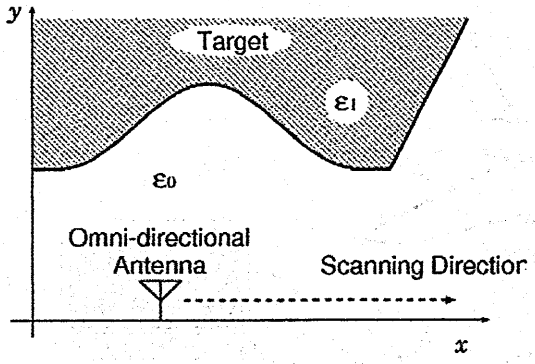


UWBパルス

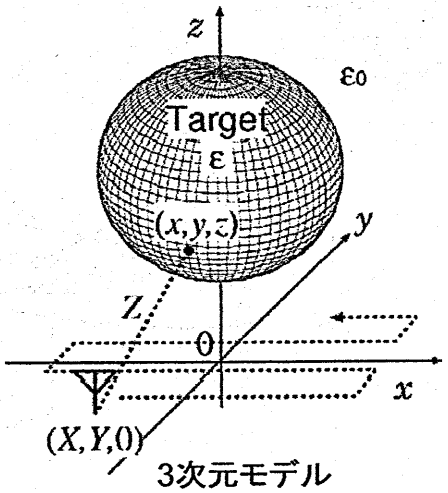


システムモデル

- 目標物体:明瞭な境界・任意形状
- モノスタティックレーダ(無指向性アンテナ)
- 伝搬速度:既知かつ一定
- 送信電流波形:モノサイクルパルス



2次元モデル

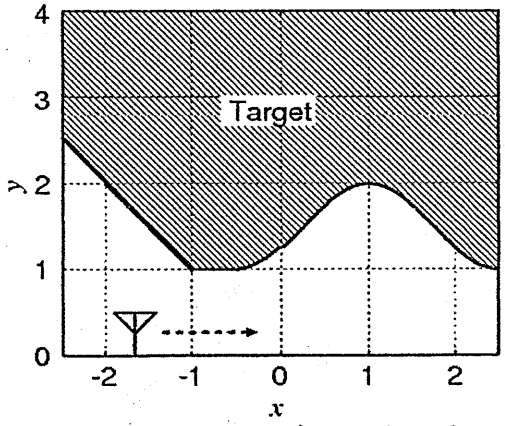


3次元モデル

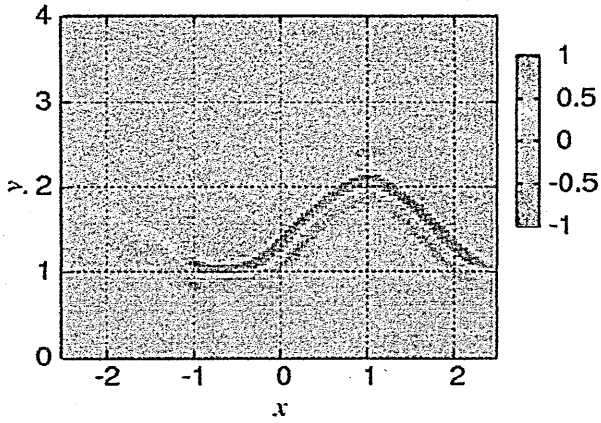
合成開口法での近傍界推定

合成開口レーダ：Synthetic Aperture Radar (SAR)
原理：受信信号を空間領域積分

システムモデル



推定像（SAR）



- エッジ付近において分解能が不十分
- 計算時間：約10秒（Xeon 3.2 GHz processor）
  ⇒実時間処理への適用が困難

SEABED法

SEABED法
観測可能な距離情報より
境界散乱変換(BST)を用いて
物体境界面を抽出

(X, Z) :(アンテナ位置，到来距離)

(x, z) :未知の物体境界面

BST（Boundary Scattering Transform）

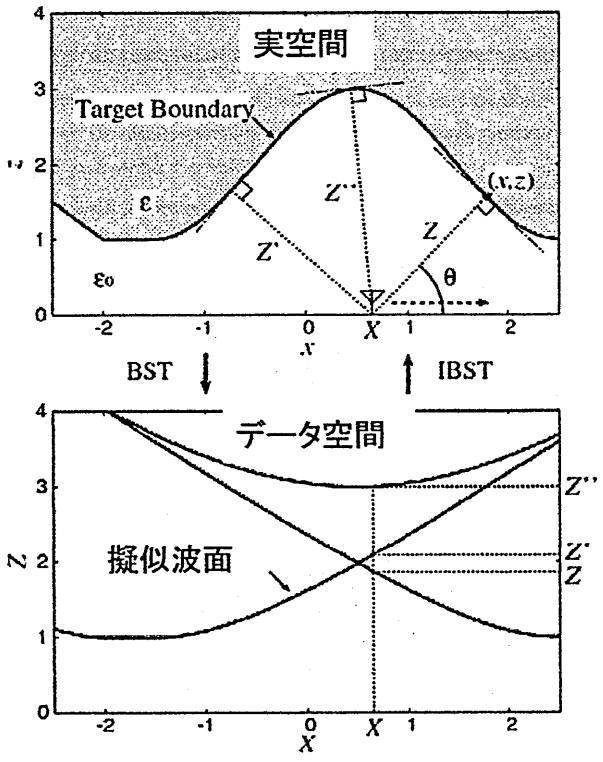
$$\begin{cases} X = x + z\partial z / \partial x \\ Z = z\sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2} \end{cases}$$

Reversible

IBST（Inverse BST）

$$\begin{cases} x = X - Z\partial Z / \partial X \\ z = Z\sqrt{1 - (\partial Z / \partial X)^2} \end{cases}$$

観測可能な (X, Z) より
直接的に物体境界 (x, z) を得る



SEABED法(3次元モデル)

BST(Boundary Scattering Transform)

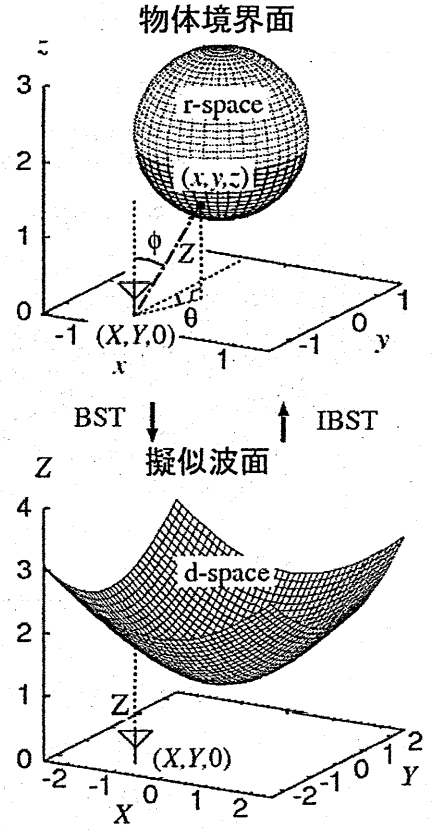
$$\left.\begin{aligned} X &= x + zz_x \\ Y &= y + zz_y \\ Z &= z\sqrt{1+z_x^2+z_y^2} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} z_x &= \partial z/\partial x \\ z_y &= \partial z/\partial y \end{aligned}$$

⇔ Reversible

IBST(Inverse BST)

$$\left.\begin{aligned} x &= X - ZZ_X \\ y &= Y - ZZ_Y \\ z &= Z\sqrt{1-Z_X^2-Z_Y^2} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} Z_X &= \partial Z/\partial X \\ Z_Y &= \partial Z/\partial Y \end{aligned}$$

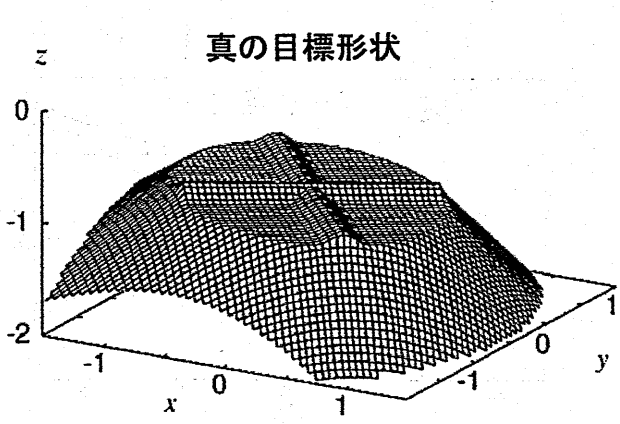
- IBSTにより高速な物体像推定を実現
- 処理時間:10 msec
  (Xeon 3.2 GHz Processor)
- 問題点:不安定性・解像度

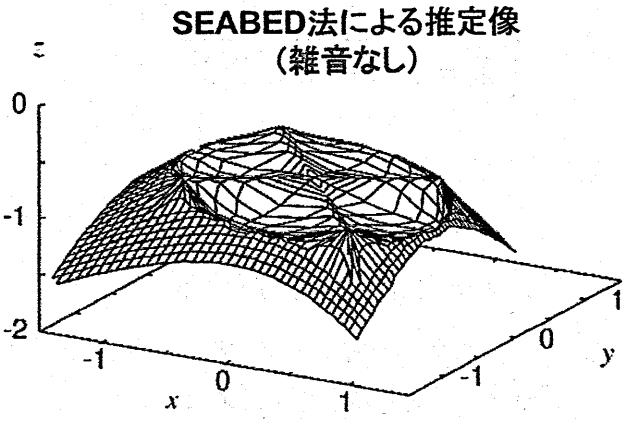


SEABED法の雑音不安定性

- SEABED法の問題点:
  到来波面の微分を用いることに起因する不安定性

⇒ 高速性と安定性を両立させる新たな形状推定法を開発

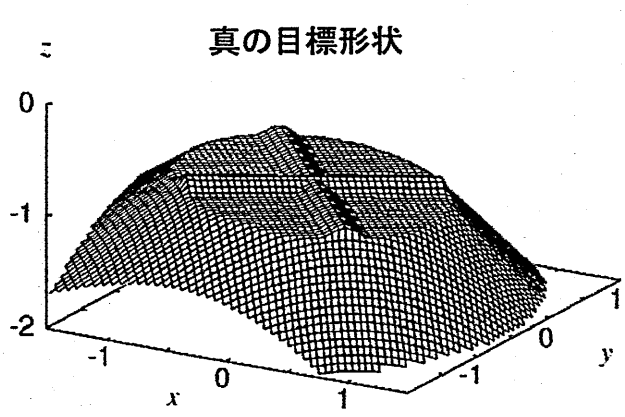


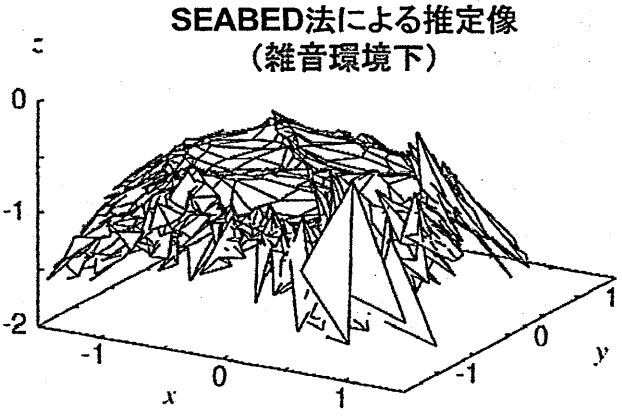


SEABED法の雑音不安定性

- **SEABED法の問題点：**
  到来波面の微分を用いることに起因する不安定性

⇨ 高速性と安定性を両立させる新たな形状推定法を開発



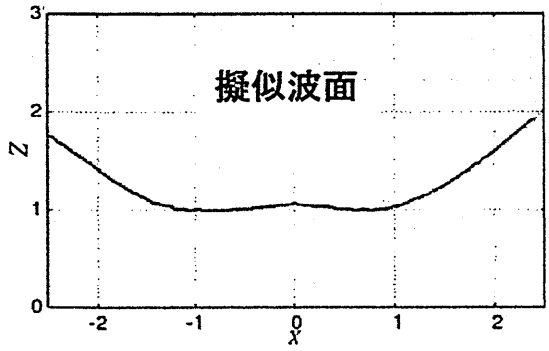


雑音成分微分による不安定性

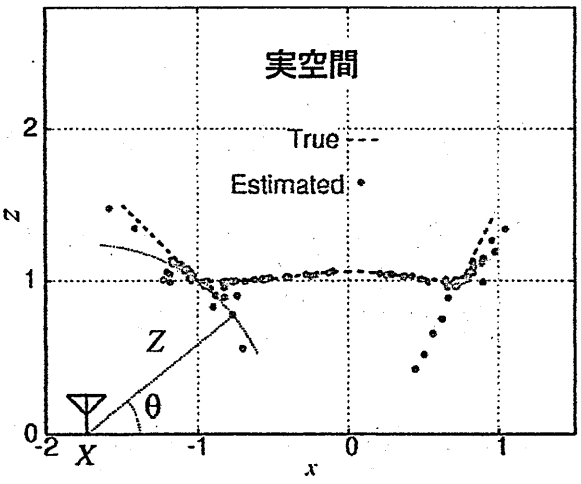
IBST

$$\left.\begin{aligned} x &= X + Z\cos\theta \\ z &= Z\sin\theta \end{aligned}\right\}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(-\partial Z / \partial X\right)$$



IBST ⇨



雑音成分の微分により
角度推定精度が容易に劣化

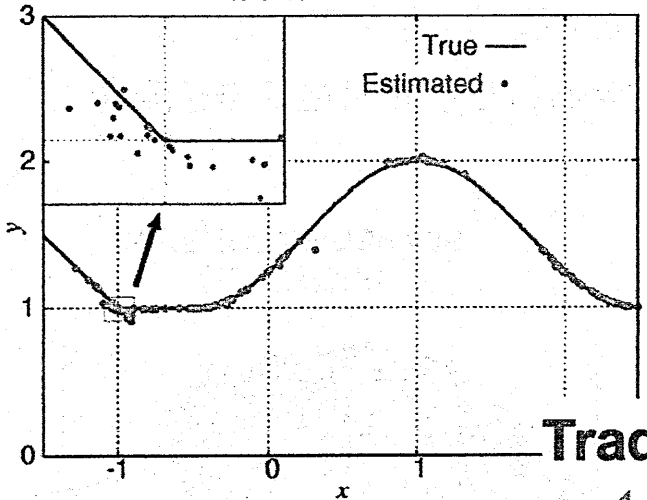
⇒ 擬似波面平滑化の適用

擬似波面平滑化でのトレードオフ

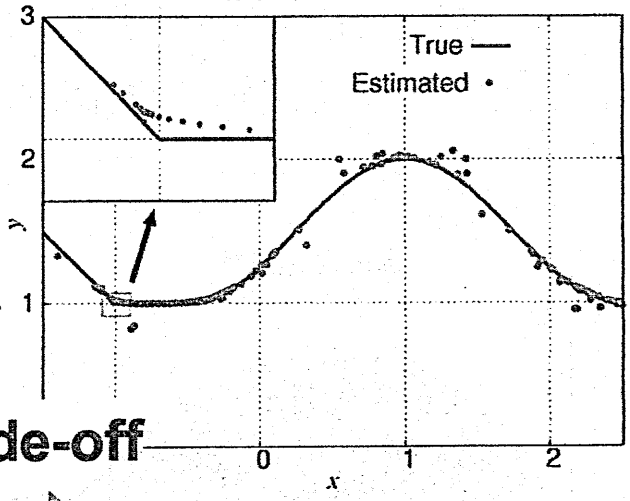
擬似波面平滑化フィルタ:ガウス関数

SN比:約28 dB

相関長: 0.05λ



相関長: 0.2λ



Trade-off

安定性 ⟺ **解像度**

⇒ 微分を用いない手法が必要

円群の外包絡線と物体境界面

各 (X,Z) に対し、円内点集合 $S_{(X,Z)}$ を定義

$$S_{(X,Z)} = \left\{ (x,z) \,|\, (x-X)^2 + z^2 < Z^2 \right\}$$

$$S_+ = \bigcup_{X \in \Gamma} S_{(X,Z)}$$

S_+ の境界点集合を $\partial S_+, (x \in \gamma)$ とする

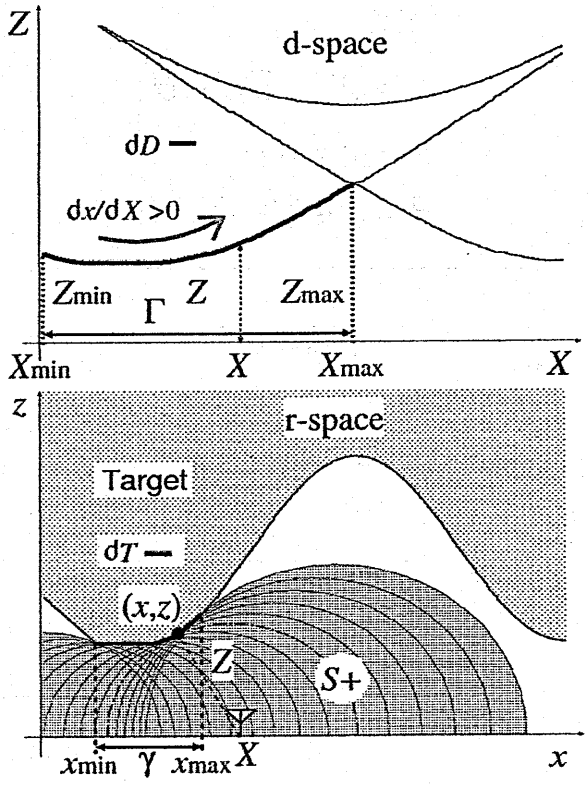
$\partial x / \partial X > 0$ **(円外接条件)のとき**

$\partial T = \partial S_+$ **が成立**

∂S_+ 上の点 (x,z) は次式を満たす

$$z = \max_{X \in \Gamma} \left\{ \sqrt{Z^2 - (x-X)^2} \right\}$$

物体境界は円群の外包絡面上に存在



円群の内包絡線と物体境界面

$$S_{\times} = \bigcap_{X \in \Gamma} S_{(X,Z)}$$

$S_{\times}$の境界点集合を $\partial S_{\times}, (x \in \gamma)$ とする

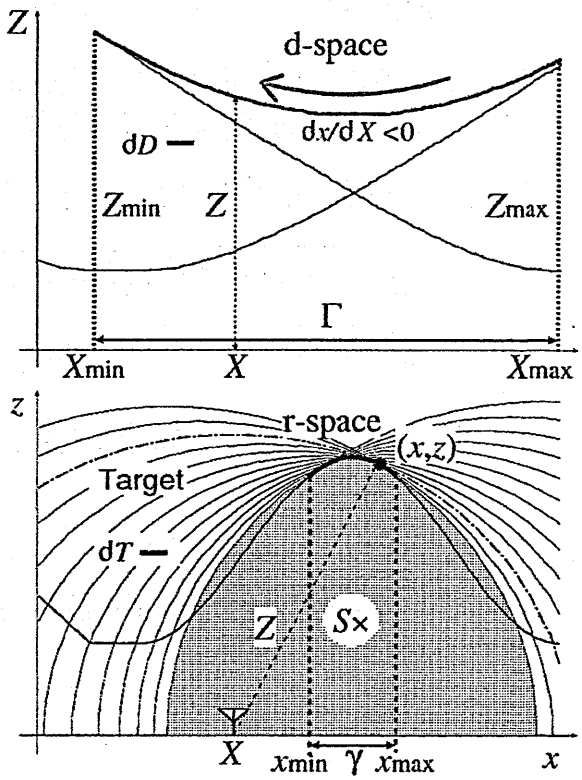
$\partial x / \partial X < 0$ (円内接条件)のとき

$\partial T = \partial S_{\times}$ が成立

$\partial S_{\times}$ 上の点 (x,z) は次式を満たす

$$z = \min_{X \in \Gamma} \left\{ \sqrt{Z^2 - (x - X)^2} \right\}$$

物体境界は円群の内包絡面上に存在



内外包絡面判別法

・$\partial x / \partial X$ 符号判定のための命題

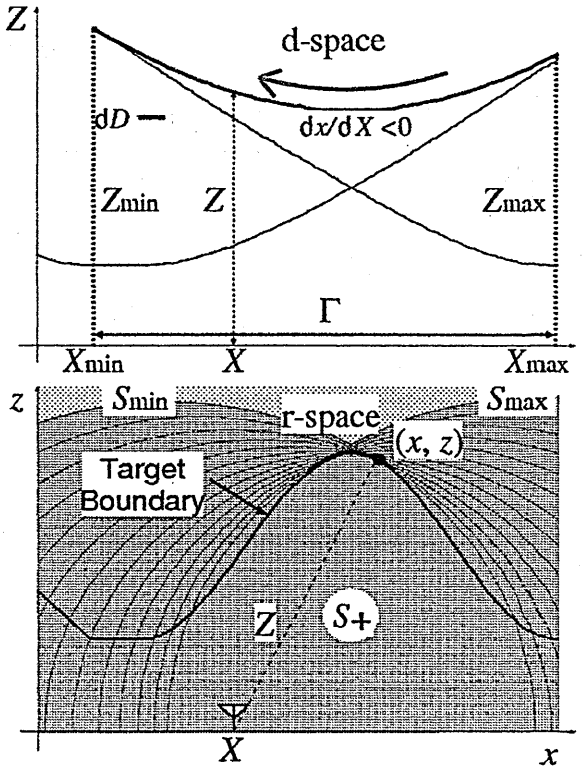
$\partial x / \partial X < 0$ の必要十分条件は

$\overline{S_+} = \overline{S_{\max} \cup S_{\min}}$ である

和集合の最小構成要素数で判定

⇩

微分を用いない符号判定が可能



Envelope法の実手順

1. 受信信号に整合フィルタを適用
2. フィルタ出力波形のピーク値抽出
   により擬似波面を抽出・分割
3. 以下の式より境界面 (x,z) を決定

$$z=\begin{cases}\min\limits_{X\in\Gamma}\sqrt{Z^2-(x-X)^2}\ , \left(\overline{S_+}=\overline{S_{\max}\cup S_{\min}}\right)\\ \max\limits_{X\in\Gamma}\sqrt{Z^2-(x-X)^2}\ , \ (\text{Otherwise})\end{cases}$$

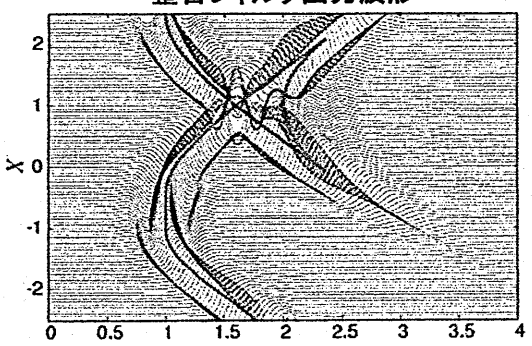
4. 両端円の交点から境界端点を決定

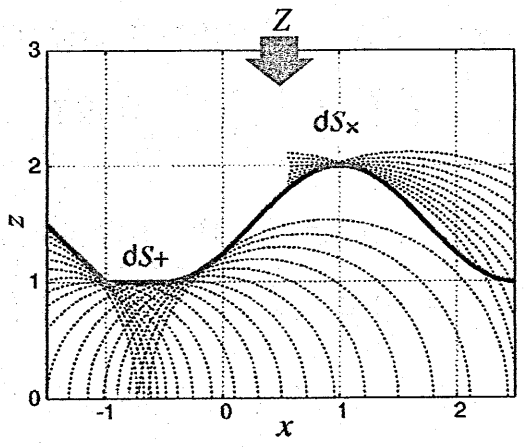
IBST：点から点への写像

Envelope：点群から点群への写像

微分に依らない形状推定が可能

整合フィルタ出力波形

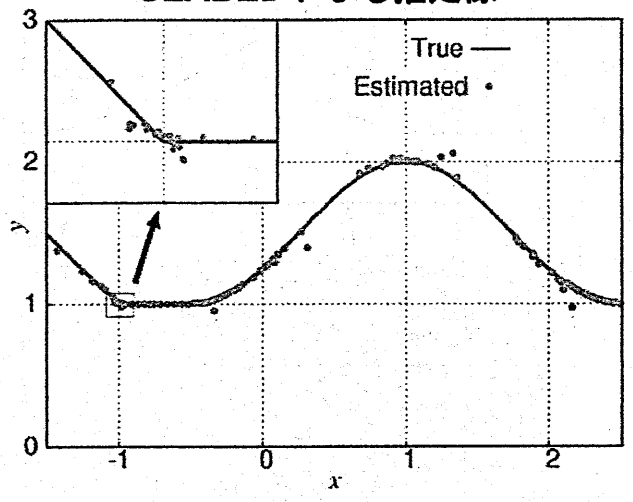




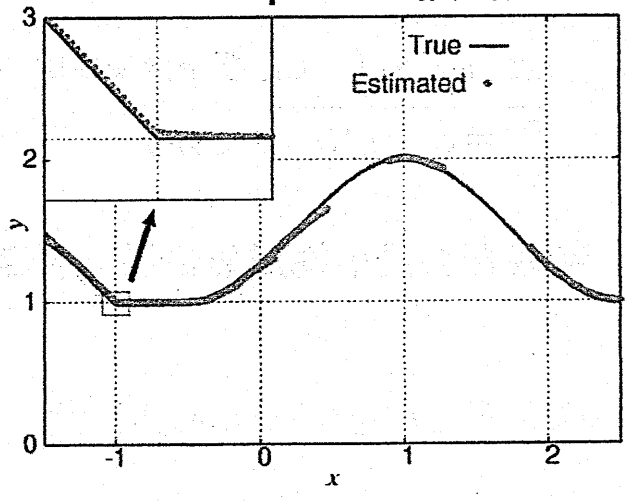
形状推定比較
擬似波面：既知

SN比：約28 dB

SEABED による推定像



Envelope による推定像

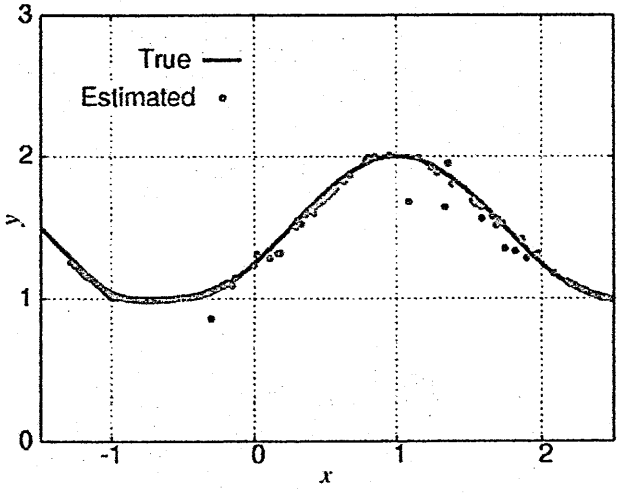


- 安定性と解像度を両立
- 平滑化手法でのトレードオフを解決

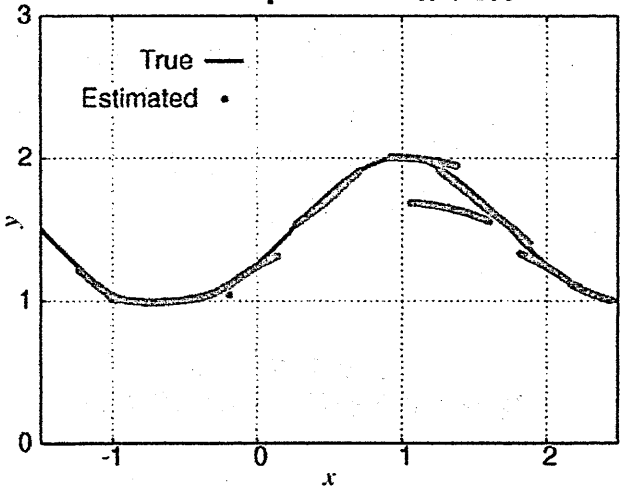
形状推定比較
擬似波面：未知（FDTD法）

SN比：約23 dB

SEABED による推定像



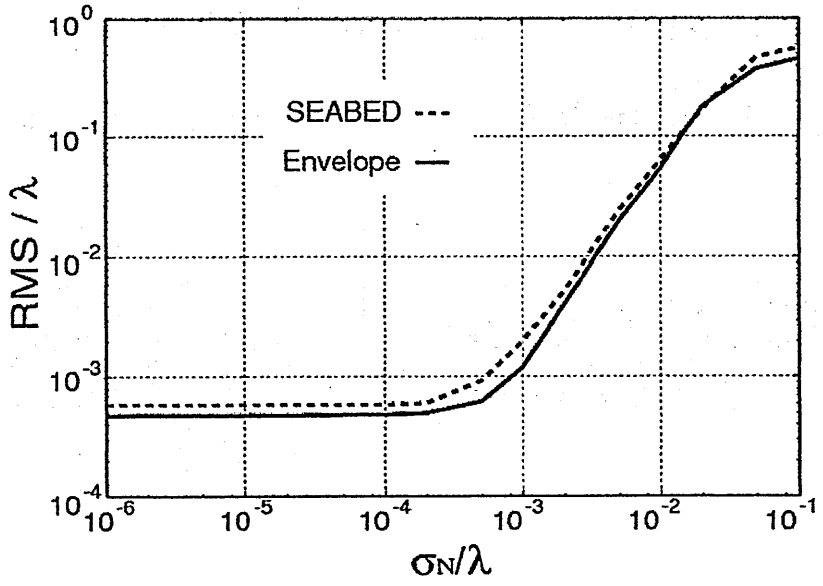
Envelope による推定像



▪エッジ付近の解像度劣化　⇒　波形歪み補正の必要性
▪多重散乱波▪干渉波に起因する虚像

雑音耐性評価

雑音強度に対するRMS値の推移



雑音強度に依らずSEABED法より有効

3次元モデル

物体境界面：球群の外・内包絡面

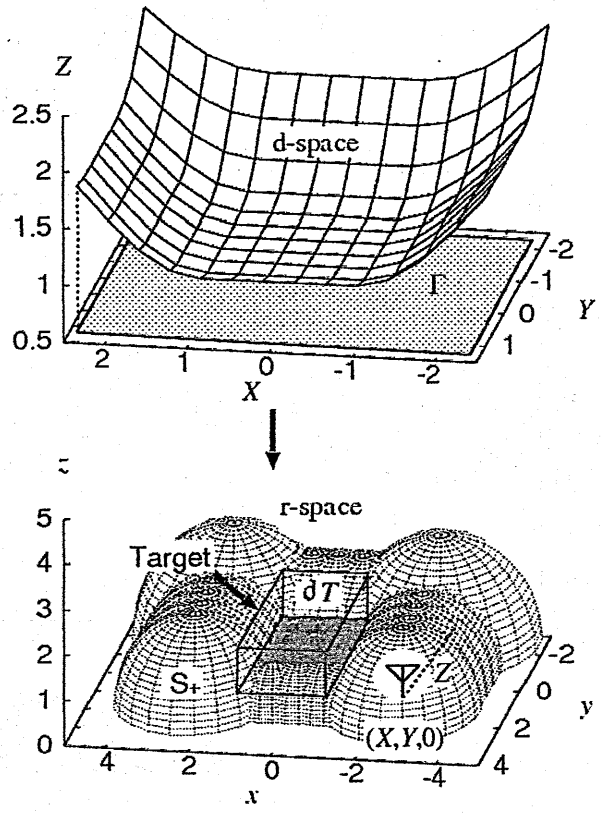
$$S_{(X,Y,Z)} = \left\{ \begin{array}{l} (x,y,z) \mid \\ (x-X)^2 + (y-Y)^2 + z^2 < Z^2 \end{array} \right\}$$

$$S_+ = \bigcup_{(X,Y)\in\Gamma} S_{(X,Y,Z)}$$

$$\partial T = \partial S_+$$

凸物体境界面は
球群の外包絡面により表現される

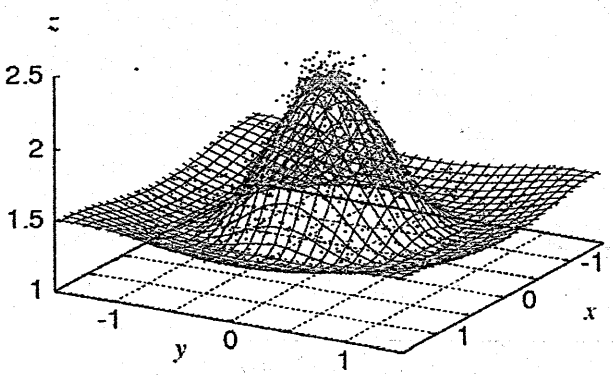
**球包絡面を用いることにより
微分を用いずに立体像推定が可能**



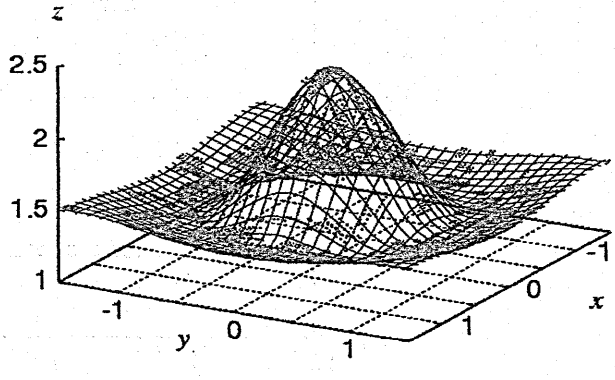
推定像比較（擬似波面：既知）

Gaussian Noise ($\sigma = 0.005\lambda$ S/N= 27 dB)

SEABED による推定像



Envelope による推定像



計算時間：0.2 秒 (Xeon 3.2GHz processor)

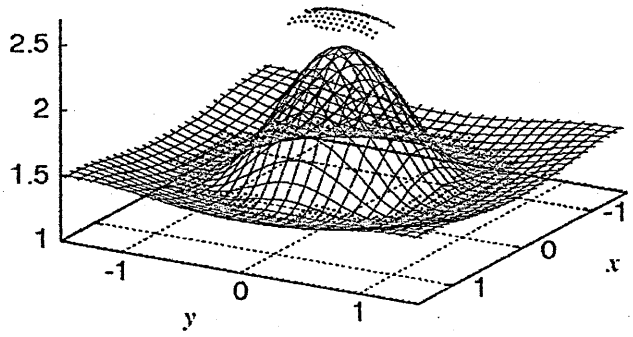
高速かつ安定な立体像推定を実現

実計算波形(FDTD法)での推定像

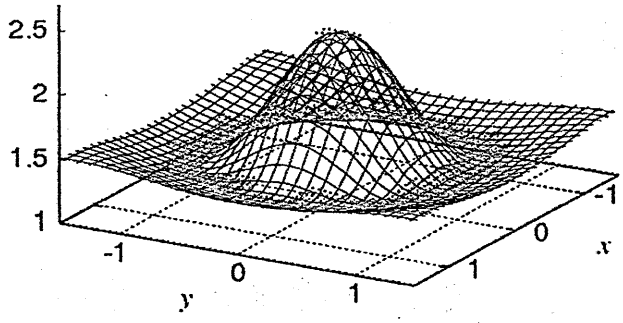
コースティック通過による位相回転

	$\partial y/\partial Y > 0$	$\partial y/\partial Y < 0$
$\partial x/\partial X > 0$	0	$\pi/2$
$\partial x/\partial X < 0$	$\pi/2$	π

Envelopeによる推定像
(位相補正なし)



Envelopeによる推定像
(位相補正あり)



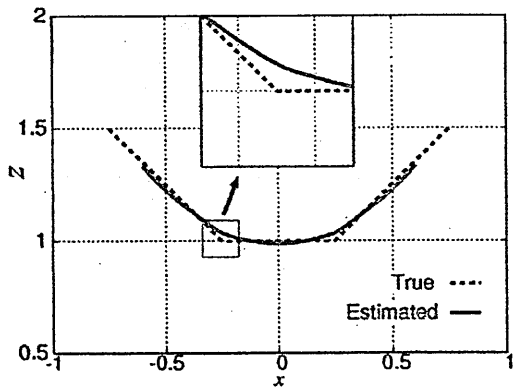
コースティック通過後の位相補正も可能

Envelope 法の問題点

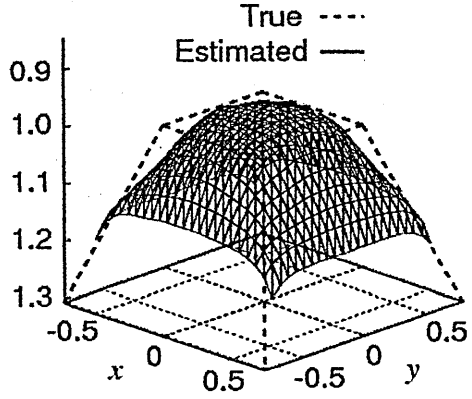
- SEABED法
  - 境界散乱変換を用いた超高速立体形状推定法
- **Envelope 法**
  - **高速性と安定性を保持する立体形状推定法**

上記従来手法の問題点
:送信波形と受信波形の相違による解像度劣化

Envelopeによる推定像(2次元)

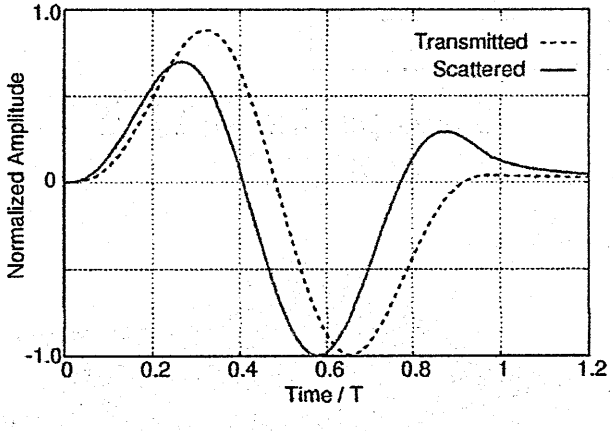


z Envelopeによる推定像(3次元)

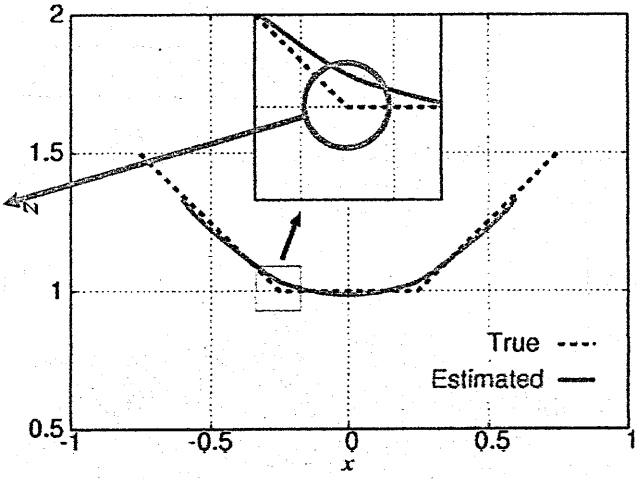


推定精度の形状依存性

送信波形と散乱波形



Envelope を用いた推定形状



送信波形と散乱波形の相違に起因する推定精度の劣化 ⇒ 散乱波形推定の必要性

グリーン関数積分を用いた高速波形推定法

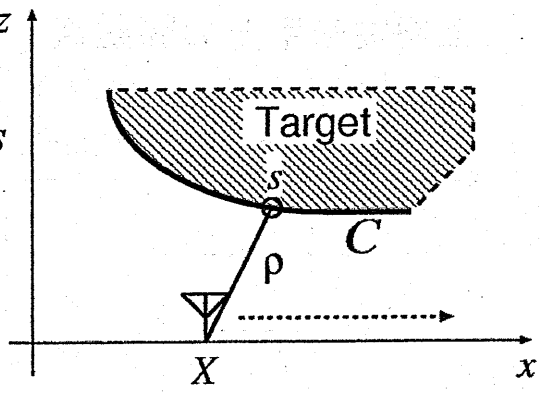
散乱に寄与する伝搬経路に沿ったグリーン関数積分

$$F(\omega, X) = \sqrt{\mathrm{j}k}E_0(\omega)\int_C g(2\rho)\,\mathrm{d}s$$

$$\mathrm{g}(\rho) = \frac{\mathrm{j}}{4}H_0^{(2)}(k\rho)$$

$E_0(\omega)$: 送信波形

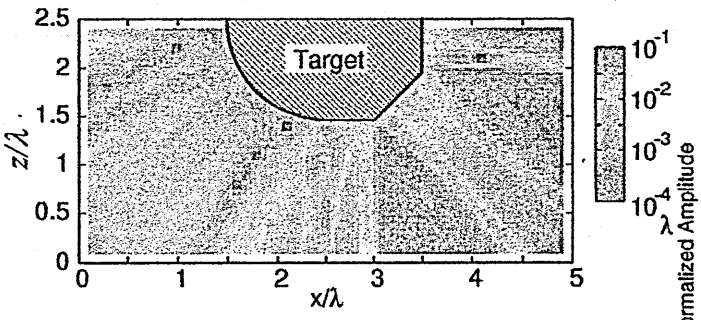
$F(\omega, X)$: 推定波形



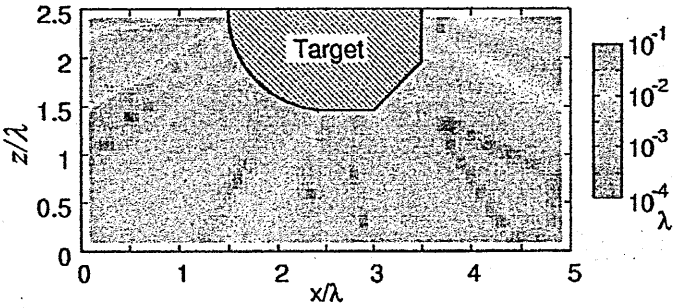
散乱に寄与する境界面

波形推定精度評価

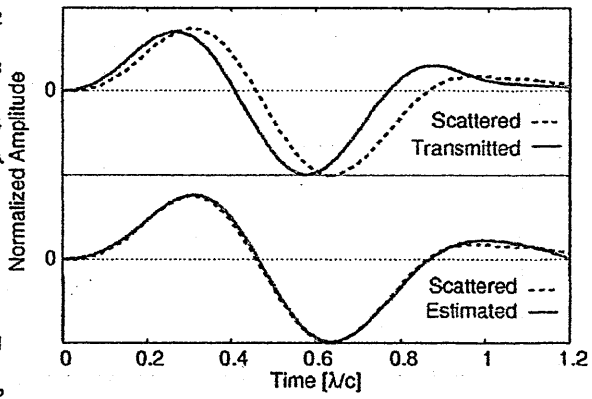
送信波形フィルタでの到来時間精度



推定波形フィルタでの到来時間精度



散乱波形推定の一例



到来時間推定精度：1/100 λ/c
各素子での計算時間：10 msec

Envelope+WE法の実手順

A. 従来手法による初期形状推定

B. 推定形状から散乱波形推定

C. 更新される整合フィルタより
擬似波面を抽出

D. 擬似波面に関する評価値

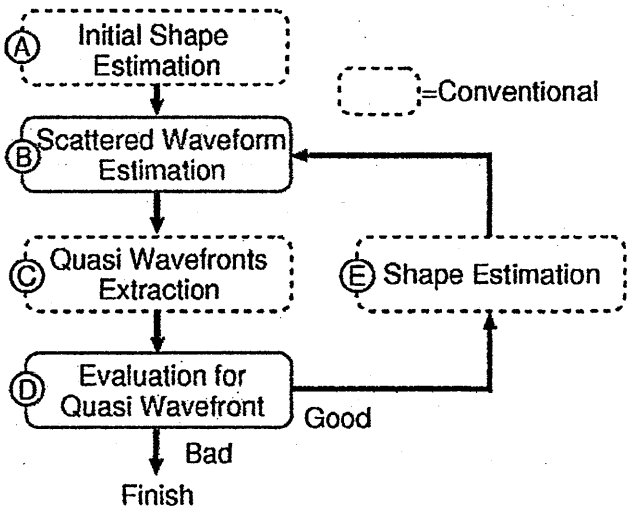
$$\Delta Q_i = \frac{\int_{X_{\min}}^{X_{\max}} |Y_i(X) - Y_{i-1}(X)| \, \mathrm{d}X}{X_{\max} - X_{\min}}$$

が $\Delta Q_i < \begin{cases} \varepsilon & (i=1) \\ \Delta Q_{i-1} & (i>1) \end{cases}$

を満たすとき、形状を更新してBへ戻る

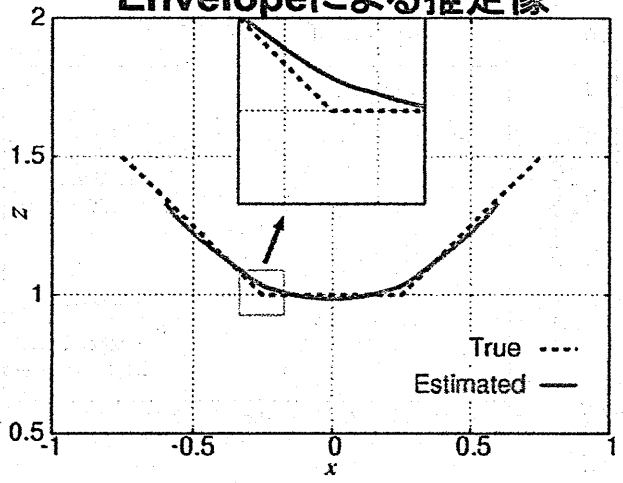
それ以外の場合、処理を打ち切る

提案手法の実手順

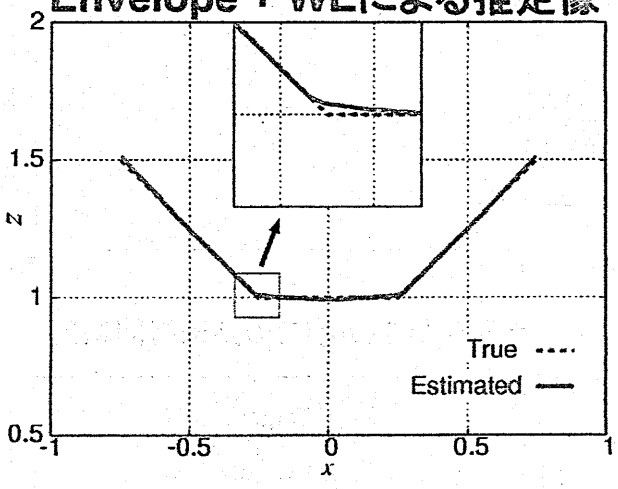


形状推定比較

Envelopeによる推定像



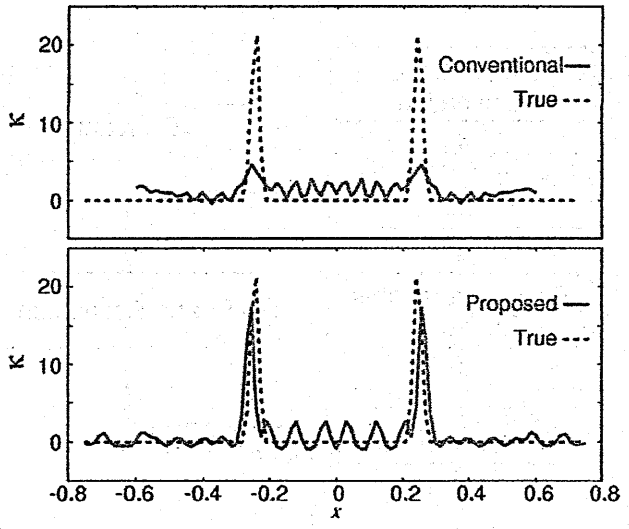
Envelope + WEによる推定像



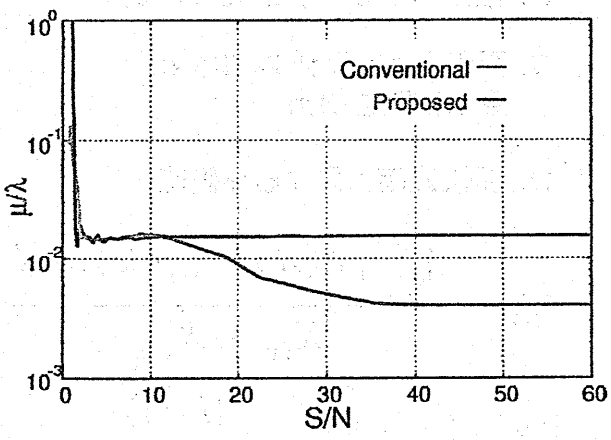
・エッジを含めた高解像度形状推定が可能
・エッジ位置推定精度: 1/100 波長以内

曲率及び雑音耐性評価

各手法での推定曲率



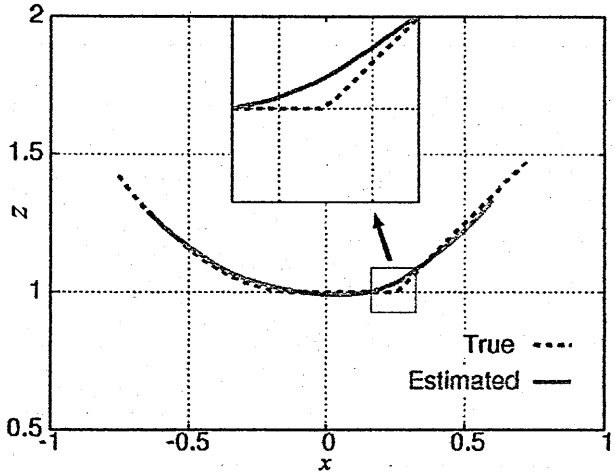
雑音に対する形状推定精度
(μ :RMS)



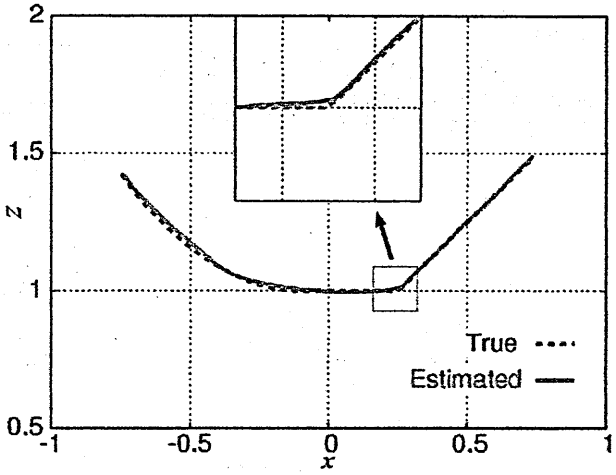
・目標物体の特徴点抽出に優れる
・S/Nが20 dB 以上: : 1/100波長以下のRMS値を保持

曲面とエッジを持つ形状推定例

Envelopeによる推定像



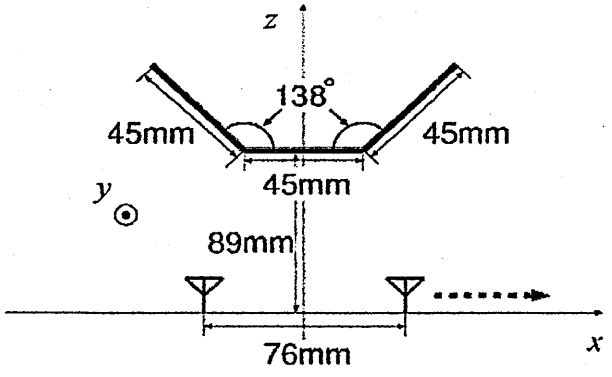
Envelope + WEによる推定像



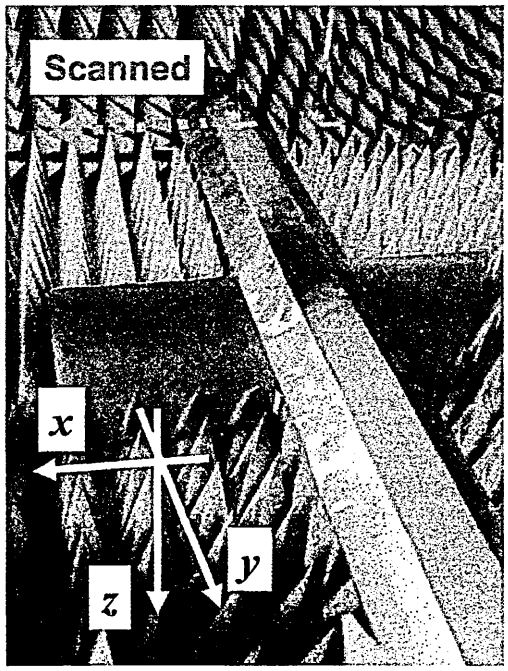
- 曲面とエッジの判別が可能
- 一般の凸境界面物体への拡張が可能

実環境下での特性評価

- 中心周波数：3.2 GHz
- 帯域幅：2.0 GHz
- アンテナビーム幅：90度
- 楕円偏波（長軸：y 軸方向）

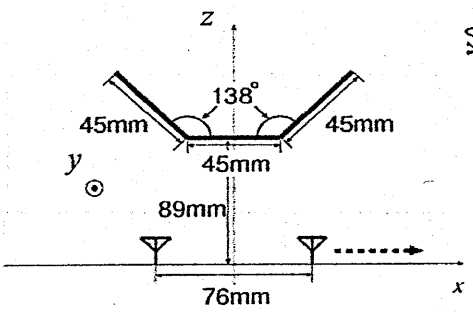


TE波作成：z 軸方向に送信素子を走査し、
固定受信素子で波形を積分



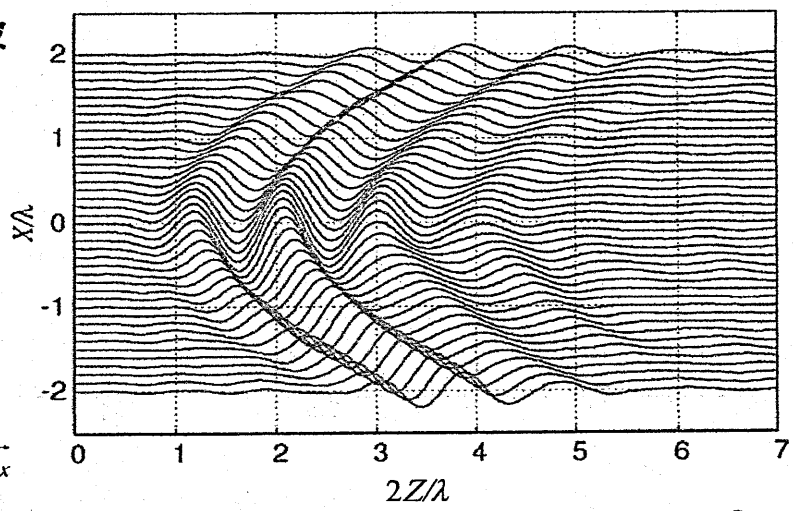
実験での実散乱波形

散乱波形:
物体を取り除いた背景受信波を参照として散乱波形を抽出



目標物体とアンテナ素子配置図

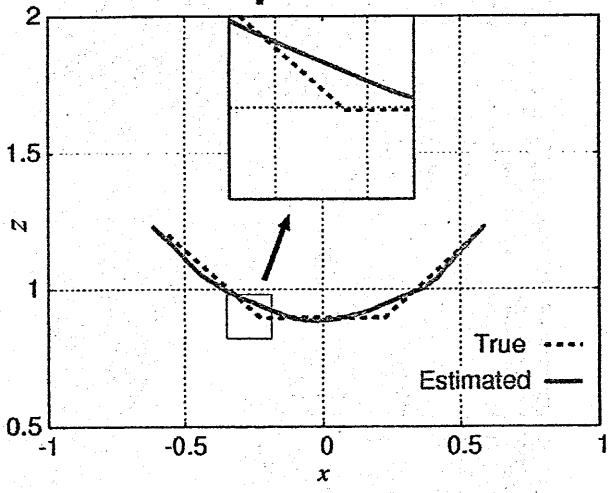
散乱波形(直接波除去後)



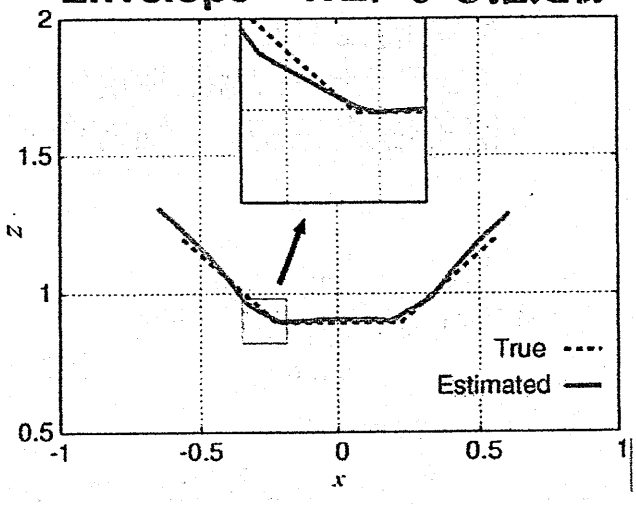
S/N: 35 dB

実データに基づく形状推定例

Envelopeによる推定像

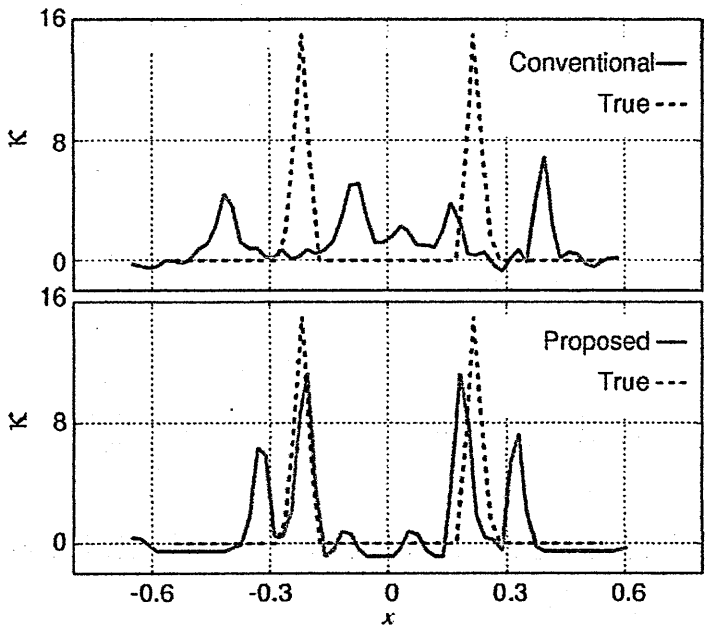


Envelope + WEによる推定像



- エッジ付近での推定精度の改善
- 計算時間:2.0 sec (Xeon 3.2 GHz Processor)

推定曲率比較(実験データ)



- ほぼ正確に曲率を推定可能
- 数値計算例からの劣化:不要干渉波・直接波除去の不完全性

まとめ

UWBパルスレーダによる高性能画像化手法

- 高速・安定物体像推定法を提案
  - 円群の包絡面を用いた安定形状推定法
  - 任意形状境界に対して高速・安定推定を実現
  - SEABED平滑化手法でのトレードオフを本質的に解決

- 高精度・安定物体像推定法を提案
  - 波形推定を併用し、形状を反復改良
  - 実験及び数値計算により有効性を確認
  - 波長の1/100程度の精度を実現

今後の課題

- 複雑形状・移動物体に適する手法への拡張

輻射科学研究会資料
RS07-05

金属微細構造体のテラヘルツ波応答

Terahertz Responses of Sub-wavelength Metallic Structures

高野 恵介，萩行 正憲
大阪大学レーザーエネルギー学研究センター

K. Takano, M. Hangyo
Institute of Laser Engineering, Osaka University

2007年7月20日
於　近畿大学

1．研究の背景と目的

近年の微細加工技術の進歩によって，光の波長程度の構造の加工が可能となってきた．それに伴い，微細加工を施した構造体が様々な光学特性を持ち得ることが示されてきた．人工的な構造によって，自然にはあり得ないような光学特性であっても自由に設計できる可能性があるとして注目を集めている．その中の一つであるフォトニック結晶[1]は，屈折率に波長程度の周期を施したもので，周期的なポテンシャル中で電子がバンドギャップを作るように，屈折率の周期的な分布によって電磁波が存在できない周波数領域（フォトニックバンドギャップ）を作ることが知られており，将来の光集積回路などへの応用が期待されている．特に材料に金属を用いたフォトニック結晶は，屈折率のコントラストが非常に大きくなり，誘電体フォトニック結晶では得られないいくつかの特徴的な性質を示す[2]．金属フォトニック結晶の電磁波特性は，金属内のプラズマ振動と電磁波の相互作用から特徴づけられることから，プラズモニック結晶とも呼ばれる．また，波長よりもさらに微細な構造を持たせたものを並べることで，より多様な電磁波特性を生むことができる．特に最近では，微細な金属構造を並べることで，有効的な透磁率と誘電率を設計できることが示されている[3]．このことを利用すれば負の屈折率媒質[4]を作製でき，また適切な屈折率分布を与えることで物質を見えなくすることなどが可能になるとされている[5, 6]．電波領域でのメタマテリアルでは広範囲指向性アンテナなどへの応用が実現に近いとされている[7]．微細構造体は構成要素の小ささから，電磁波に対して一様な媒質と見なすことが可能で，自然には得にくい電磁的性質を微細な加工によって設計した媒質，メタマテリアルと呼ばれる．これらの微細加工体によって材料の物性の制限を超えて電磁波特性の設計が可能となり，既存の結晶光学素子の置き換えや，新奇光学デバイスの提案などが期待される．

光領域のメタマテリアルやプラズモニック結晶を作製する場合，もっとも困難な課題は光の波長以下の微細加工である．そこでこれまで，波長以下の加工が比較的容易なマイクロ波帯などの電磁波領域で，様々な金属構造体の作製と電磁波特性の評価が行われてきた．金属の物性がマイクロ波等の長波長の領域と光領域では異なるが，マイクロ波などの長波長領域の金属構造体をスケールダウンすることで光領域でも長波長の領域と同様の特性を得られることが期待できる．波長 3 mm から 30 μm（周波数 0.1 THz～10 THz）のテラヘルツ領域もまた微細構造体の作製と電磁波特性の評価に適した領域である．テラヘルツ領域ではサブ波長の加工でもミクロンオーダーであり，全体のサイズも数センチ角で手頃な大きさとなる．さらに，テラヘルツ領域で特徴的な分光法であるテラヘルツ時間領域分光法[8]を用いれば，透過，反射強度スペクトルだけでなく，位相情報も同時に測定できるため，誘電率，透磁率の実部と虚部を直接測定することができる．また時間領域での測定であるので物理描像を得やすいという利点もある．

本研究の目的は，テラヘルツ領域において金属微細構造体による新奇な電磁波特性を探索し，その物理機構を解明することにある．本論文ではその中で特に電磁波の偏光特性に関する報告を行う。本論文ではまずテラヘルツ時間領域分光法について概略を述べる．そ

の後，テラヘルツ領域の２次元プラズモニック結晶の透過特性と，表面プラズモンを介した偏光変化現象について述べる．またカイラリティを持った金属ネジの配列による巨大な光学活性の発現について述べる．

２．テラヘルツ時間領域分光法

図 1 に本論文で用いたテラヘルツ時間領域分光法（Terahertz Time-Domain Spectroscopy, 以下 THz-TDS）の模式図を示した．モードロックチタンサファイアレーザーをテラヘルツ電磁波パルスの励起源とした．テラヘルツ電磁波パルスのエミッタ，ディテクタはともに，低温成長 GaAs 基板上に形成されたアンテナ（光伝導アンテナ）[9, 10] である．フェムト秒レーザーパルスはビームスプリッタでポンプパルスとプローブパルスに分けられる．ポンプパルスは，テラヘルツパルスのエミッタである光伝導アンテナのギャップ部分に入射し，光キャリアを励起する．アンテナギャップ部分にかけたバイアス電圧によって瞬時電流が流れ，0.05 THz から 3 THz 程度の周波数分布からなるテラヘルツ電磁波パルスが放射される．放射テラヘルツパルスは，軸外し放物面鏡によって集められ，平行光となってサンプルに入射する．サンプル透過後のテラヘルツパルスは別の軸外し放物面鏡によってディテクタの光伝導アンテナに集光される．テラヘルツ電磁波の電場がデ

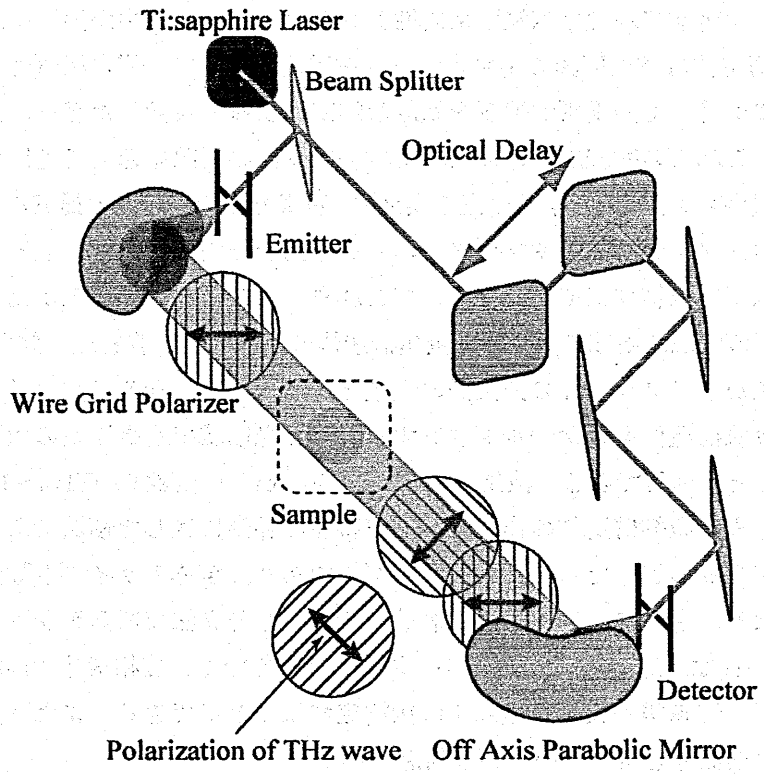


図１：テラヘルツ時間領域分光法の概略図．光伝導アンテナ裏面には，テラヘルツ電磁波の放射効率を上げ，ビーム径をϕ10 mm 程度にするため，シリコン超半球レンズを付けている．

ィテクタアンテナに入射したときに，プローブパルスがディテクタに入射すると，テラヘルツ電磁波の電場振幅に比例した微弱な電流が流れる．この電流値をエミッタに印加するバイアス電圧に変調をかけてロックイン検出を行うことで，テラヘルツ電磁波の振幅を得ることができる．テラヘルツ電磁波パルスの時間波形は，プローブパルスに光学遅延を与えることで得ることができ，時間波形をフーリエ変換することで振幅と位相スペクトルが得られる．

テラヘルツ電磁波の偏光状態を測定するためには，電場の直交する２方向の偏光成分の測定が必要である．ワイヤーグリッド偏光子を用いて互いに直交する偏光成分 E_1 と E_2 を測定すると，

$$\begin{pmatrix} E_L \\ E_R \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

によって，電磁波の進行方向からみた場合の左回り円偏光成分 E_L と右回り円偏光成分 E_R を求めることができる．これらを用いると，サンプル透過後のテラヘルツ電磁波の偏光状態，すなわち楕円率 $\tan\chi$ と偏光角 ϕ を

$$\tan\chi = \frac{|E_L| - |E_R|}{|E_L| + |E_R|} \tag{2}$$

$$\phi = \arg\frac{E_R}{E_L} \tag{3}$$

によって得ることができる[11].

３．金属開口配列のテラヘルツ波応答

1998 年 Ebbesen らによって光領域において金属開口配列が作製され，透過特性が測定された．金属薄膜に入射光の波長の 10 分の 1 程度の大きさの微小開口を周期的にあけて透過特性を調べたところ，透過ピーク周波数において 10 %程度の透過率が得られた．この値は従来の開口理論[12]から予想される値に比べて約 1000 倍高い値であった．彼らはこの透過現象を光の異常透過と呼んだ[13]．この透過メカニズムについては現在も議論が続いており，未解明な点も多いが[14, 15]，その透過メカニズムには表面プラズモンポラリトン(SPP)[16]が関与していると考えられている．なめらかな金属表面の SPP モードは真空中の光と結合することはないが，表面の周期構造によって光に表面方向の波数（逆格子ベクトル）が与えられ，波数保存則とエネルギー保存則が満たされる。この場合には SPP と光との結合が生じる．入射電磁波はまず入射面の SPP モードに変換され，開口を通じて裏面にしみ出し射出面の表面に局在する SPP モードとなる．そして今度は入射してきたときと同じように放射される．SPP モードが非常に強く表面の光強度を高めるために透過率が高くなると考えられている．

同様の開口配列における高い透過率はマイクロ波領域，テラヘルツ領域でも観測されている[17, 18]．図２（a）に厚さ 0.25 mm のアルミニウム板に周期 1.13 mm の三角格子状に直径 0.60 mm の円形開口を開けた試料（以下，金属開口配列または Metal Hole Array, MHA）の透過スペクトルをテラヘルツ時間領域分光法で測定した結果を示した．0.28 THz 付近に透過率 0.7 以上の値を示すバンドパスピークが現れ，金属板に対する開口の割合 0.3 に比べ２倍以上の値となっている．この値は開口以外に入射した電磁波でも開口に吸い込まれるように透過していくことを示しており，テラヘルツ波領域の異常透過現象を呼ぶことができる．しかし，テラヘルツ領域では金属の誘電率の実部が負の非常に大きな値で，金属はほぼ完全導体と見なされる[19]．このような条件の下では，表面プラズモンポラリトンの金属表面からの減衰長が非常に長く，SPP はもはや表面電流でしかない．SPP の存在がなくても高い透過率が得られることは，光領域での議論との矛盾が生じる．しかし，図２（b）は，FDTD シミュレーションによって透過ピーク周波数における電場強度分布を計算したものであるが，透過ピークの周波数では，MHA 表面に強く局在する SPP に似た電磁波モードが存在していることがわかる．このことに関して，材料が完全導体であったとしても表面に波長以下の開口や溝などの周期構造がある場合には，表面に局在する電磁波モード（SPP-like mode, spoof SPP などと呼ばれるが，以下では単に SPP と表記する）が存在しうることが理論的，実験的に証明され，マイクロ波や THz 領域の MHA における透過率増強効果に寄与していると考えられている[20-22]. MHA 表面に強く局在する電場を介した透過率増強現象は，金属に接する媒質の誘電率に大きく影響を受けることから，MHA

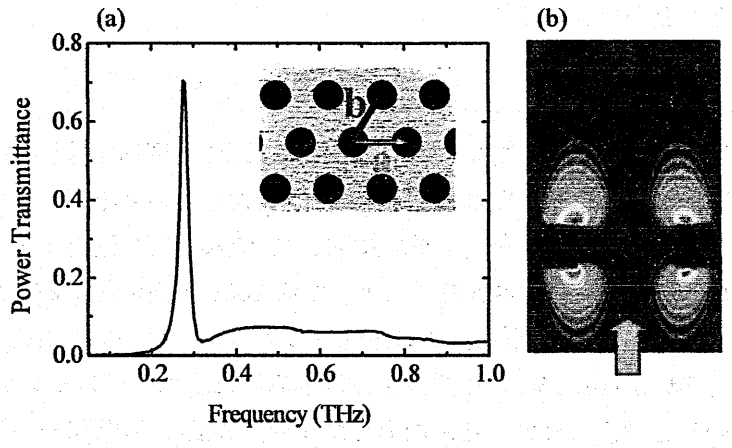


図２：(a)金属開口配列の透過スペクトル．試料は厚さ 0.25 mm のアルミニウム板に直径 0.6 mm の開口を周期 1.13 mm の三角格子状に並べたもの．挿入図は試料の写真．三角格子では基本格子ベクトル *a* と *b* は等価．(b)FDTD シミュレーションによる 0.28 THz のバンドパスピークにおける電場強度分布の計算結果．矢印方向からテラヘルツ電磁波が入射している．

をセンサーとして用いる研究もなされており[23]，表面に局在する電場を，表面の構造によって自由に設計できるということは応用上も重要である．この MHA は電磁波の偏光に対しても興味深い特性を示す．例えば，入射角度を垂直からわずかに傾けただけで，大きな偏光変化が生じる[24]．さらに，その透過特性および，偏光特性は開口形状にも強く依存し，これまで楕円開口などの透過特性が調べられてきたが[25, 26]，プラズモニック結晶の偏光特性に関する報告例はまだ多くない．MHA を 2 枚積層した系では，2 枚の相対位置によって非常に大きな複屈折と透過率の変調が生じる[27]．この変調効果は MHA の積層によって生じる新たな SPP モードによるものであり、相対位置を操作することで異方性のある SPP モードを作ることができれば、SPP モードを介して電磁波の偏光を変化させることができると考えられる．

4．積層金属開口配列のニアフィールドカップリングによる偏光変化

SPP と入射電磁波が周期構造中で結合するときには，SPP が電子の集団振動の縦波であるために，構造周期に対して平行に伝播する SPP に対して，入射電磁波が SPP の伝播方向と同じ方向をもつ電場成分を持つ必要がある．また SPP から放射される電磁波も周期構造に垂直な電場を持つ偏光となる．Sambles らは 1 次元金属グレーティング表面において，SPP 共鳴を介して p 偏光と s 偏光の変換が生じることを明らかにした[28]．1 次元金属グレーティングに入射した電磁波は，いったんグレーティングの溝に垂直な方向（周期構造のある方向）に伝播する SPP に変換された後，反射される．そのため反射波には，グレーティングの溝に垂直な電場を持つ偏光

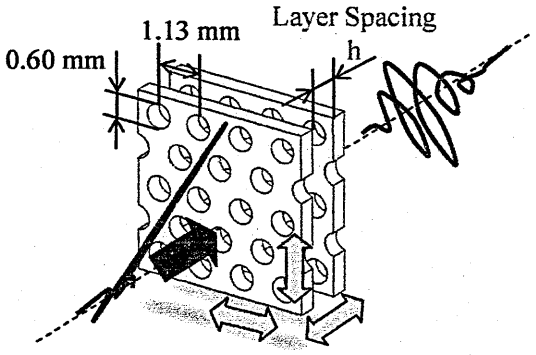


図 3：Double-layer metal hole array．2 層の間隔 h，相対位置はステッピングモータコントローラによって制御される．

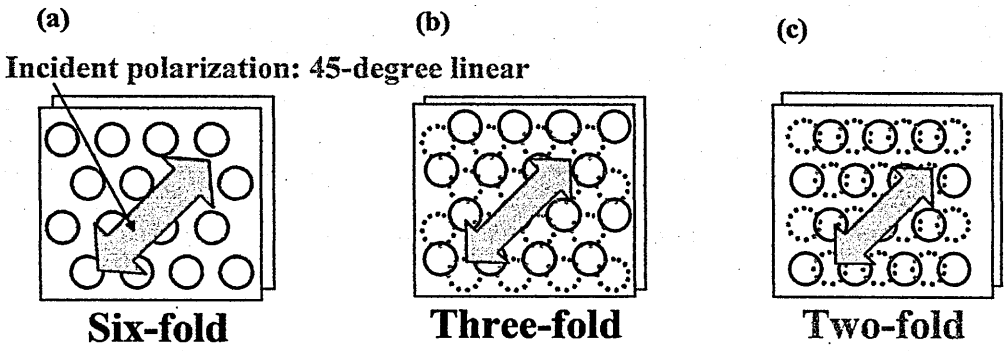


図 4：テラヘルツ波の入射方向からみた DL-MHA の開口配置の模式図．入射偏光は，水平方向から 45° 傾いた直線偏光．

成分が混ざることになる．MHA においても，表面に励振される SPP は周期構造の方向に伝播していることが実験的に確かめられている[29]．図２に示したように，三角格子状に開口が並んでいる場合，基本格子ベクトルを $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ とすると，入射電磁波 E_i は

$$\boldsymbol{E}_i = E_a\boldsymbol{a} + E_b\boldsymbol{b} \tag{4}$$

と分解される．ここで、E_a，E_b はそれぞれ入射電場の $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 方向成分である．三角格子の場合，$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の方向は等価であるため，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 方向各成分は透過率，位相変化ともに等しく透過する．このため，垂直入射の場合には MHA を透過することによって電磁波の偏光が変化することはない．しかし，２枚の MHA を積層することによって層間に新しい SPP モードが生じ，もしそのモードの対称性が低ければ，層間の SPP モードを介することで電磁波の偏光が変化することが期待される．図３に示した２枚の MHA を重ねたサンプル（Double-Layer Metal Hole Array, DL-MHA）についてはこれまでに，層間隔と２枚の MHA の開口の相対位置によって大きな透過スペクトルの変調を生じさせることができることが示され，層間に生じる新しい SPP モードが重要な役割を果たしていると報告されている[27]．本論文では，層間のモードに異方性を与え，透過電磁波の偏光を変化させることを目的とし，DL-MHA の層配置と透過スペクトルの関係を調べた結果を述べる．

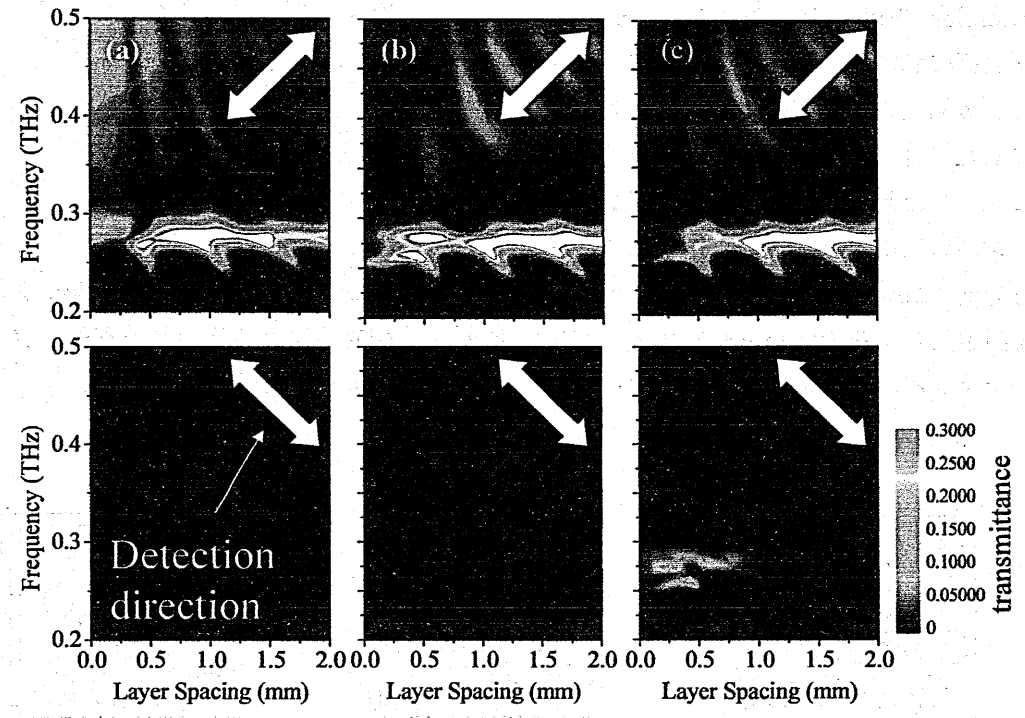


図５：(a)六回対称(b)三回対称(c)二回対称配置の DL-MHA の透過スペクトル．上段は入射直線偏光に対して平行な透過成分を表す．下段は入射偏光に対して垂直な透過成分であり、偏光変化成分を表す．

DL-MHA は図 2 に示した MHA を平行に 2 枚積層させたもので，ステッピングモータコントローラによって，その層間隔 h と 2 枚の開口位置を相対的に操作することができる．図 5 に今回調べた DL-MHA の 3 種類の開口配置を示した．1．2 枚の開口がテラヘルツ電磁波の入射面から見て重なり，六回対称の場合（図 5 (a)），2．2 枚の開口が互いの三角格子の重心にあり，三回対称である場合（図 5 (b)），3．一つの格子ベクトルの方向に半周期ずれて，二回対称となった場合（図 5 (c)）である．これら 3 種類の配置について，図 5 に示したように，水平方向から 45 度傾いた直線偏光テラヘルツパルスを入射し，層間隔を変えながら入射波に対して平行な方向と垂直な方向のテラヘルツ電磁波の電場振幅を検出した．

図 5 に結果をカラーマップでまとめた．図 4 (a)(b)(c)はそれぞれ六回対称，三回対称，二回対称の場合の透過スペクトルで，上段が 45 度の入射直線偏光に対し平行な偏光の透過率を表し，下段が入射波に対して垂直な偏光成分の透過率を示している．また縦軸を周波数，横軸を層間隔としている．3 種類の開口配置に共通してストライプラインがみられるが，これは 2 層の間のファブリペロー共鳴によるものである．ファブリペローによるストライプラインは入射偏光に平行な透過成分のみに現れており，ファブリペロー共鳴が偏光変化に寄与しないことがわかる．また，六回対称と三回対称の場合には入射光に垂直な透過成分は現れておらず，単層の MHA の場合と同じように，入射光偏光の電場成分は対称な基本格子ベクトルの方向に分けられるために，偏光変化が生じない．しかし一方で，開口配置が二回対称の場合には入射偏光に垂直な成分が現れ，偏光変化が生じている．図 6 に層間隔が 0.24 mm と 1 mm の場合の透過スペクトルの詳細を示した．層間隔が短い場合には，入射偏光に対して垂直な透過成分が大きく現れ，非常に大きな偏光変化が生じている．特に 0.27 THz 付近では，垂直な成分のみが現れており，DL-MHA が半波長板のように働いている．しかし，層間隔が離れ，1 mm となったときには偏光変化はほとんど生じない．

これらの結果，すなわち，偏光変化は SPP の共鳴周波数付近でしか生じないこと，かつ

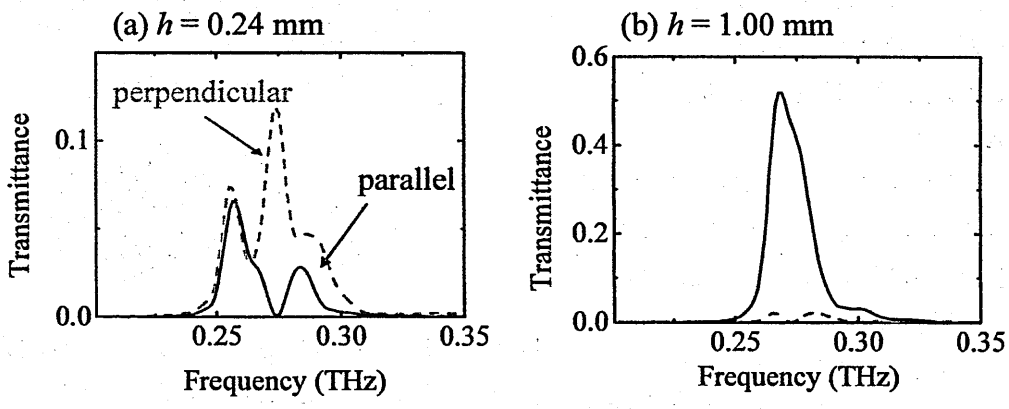


図 6：層間隔(a)h=0.24 mm，(b)h=1.00 mm の二回対称配置 DL-MHA の透過スペクトル．実線は入射直線偏光に平行な成分を表し，破線は入射職線偏光に垂直な成分を表す．

層間隔が 1 mm 以下の短い領域でのみ生じていることは，DL-MHA における偏光変化現象が層間の SPP 共鳴によってもたらされていることを示している．文献[27, 30]においては，MHA における SPP の減衰長を FDTD シミュレーションによって 0.8 mm 程度と見積もっている．この減衰長の長さは，層間隔が開いたところでは偏光変化が生じないという実験結果と一致しており，入射電磁波が DL-MHA 層間の SPP モードがニアフィールドに結合して新しく生じた異方性のある SPP モードに変換され，その後放射されることによって偏光変化が生じていると考えられる．複屈折結晶における偏光変化などとは異なる、異方性のある SPP モードの共鳴を介した偏光変換現象である．この偏光変化は、DL-MHA の配置によってチューニングすることができる．通信領域など短波長領域で DL-MHA を作製できれば MEMS 技術などと組み合わせることで，偏光変化および透過率を機械的に制御可能な素子が実現できる可能性がある。

4．金属ネジ配列による巨大光学活性

SPP 共鳴による透過率の増強効果，偏光特性は開口の格子だけでなく，開口の形状にも大きく依存する．これまで楕円開口などを並べた金属開口配列の透過特性が調べられ，開口形状によって，大きく透過特性が変わることや，偏光依存性が生まれることが観測されてきた[26, 27]．また SPP 共鳴によって，光学活性を生じさせた例もある．五神らは，誘電体基板上にカイラリティをもった数百ナノメートルサイズの金属構造を周期的に並べた構造を作製し，可視領域で透過特性を調べた[31]．その結果，SPP の共鳴周波数において 1° 程度の偏光の旋光性が生じることがわかった．この変化を通常の光学活性媒質を評価するように 1 mm でどれだけ偏光が回転すると規格化すると，構造の厚みが光の波長程度であることから，10^4 deg/mm もの巨大な偏光変化であることになる．このほかにも，マイクロ波領域でカイラル構造を作製し，大きな光学活性を得た報告もある[32]．

テラヘルツ領域の MHA においても開口にネジを切ると，非常に強い光学活性が生じることが報告され，その起源がネジ開口のキャビティとしての共鳴にあるのではないかという議論がなされた[33]．金属ネジ開口配列（Metallic Screw Hole Array, MSHA）の光学活性を生じさせる電

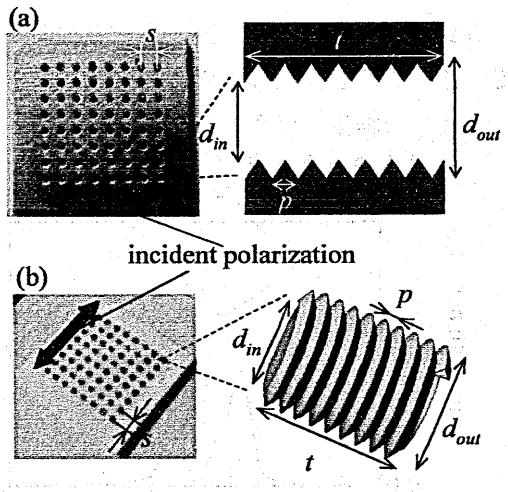


図 7：金属ネジ開口配列(a)と金属雄ネジ配列(b)の写真と模式図．それぞれ材料は厚さ t のアルミニウム，厚さ t のテフロン基板と鋼の雄ネジである．ネジは JIS 規格 M1 ネジで，d_{in}=0.73 mm，d_{out}=1 mm，p=0.25 mm.

磁波の共鳴は，開口周期による共鳴（表面モードの共鳴），金属板の共鳴（ネジ開口キャビティモードの共鳴），ネジのピッチによる共鳴（ネジ周期構造による共鳴）などが考えられる．これらがどのように偏光特性に影響を与えているかを明らかにするため，金属ネジ開口の透過特性および偏光特性と構造パラメータとの関係を調べた．また，金属ネジ開口に対して相補的な構造として，テフロン基板に金属雄ネジを埋め込んだ構造である金属雄ネジ配列（Metallic Male Screw Array, MMSA）を作製して光学活性を生じさせることを試みた．MMSA は開口のカットオフが存在しないため，より低周波で偏光変化を生じさせることができる可能性がある．

図 7 は，MHA の開口に左右のネジを切った右ネジ開口配列（Right Handed MSHA, RH-MSHA），左ネジ開口配列（Left Handed MSHA, LH-MSHA）と，右ネジをテフロン基板に周期的に埋め込んだ右雄ネジ配列（Right Handed MMSA, RH-MMSA）の写真と模式図である．MSHA は厚さ t のアルミ板を用いており，MMSA の金属ネジは鋼を用いた．ネジは JIS 規格のメートル並目 M1 ネジを用いており，各パラメータは格子定数 $s = 2$ mm, ネジピッチ $p = 0.25$ mm. ネジの外径，内径はそれぞれ d_{out}=1 mm, d_{in}=0.73 mm である．入射テラヘルツ波は，図 7 に示したような直線偏光になっている．

図 8(a)は，t=1，1.5，2 mm の左右ネジの MSHA 透過後のテラヘルツ波の偏光角の変化

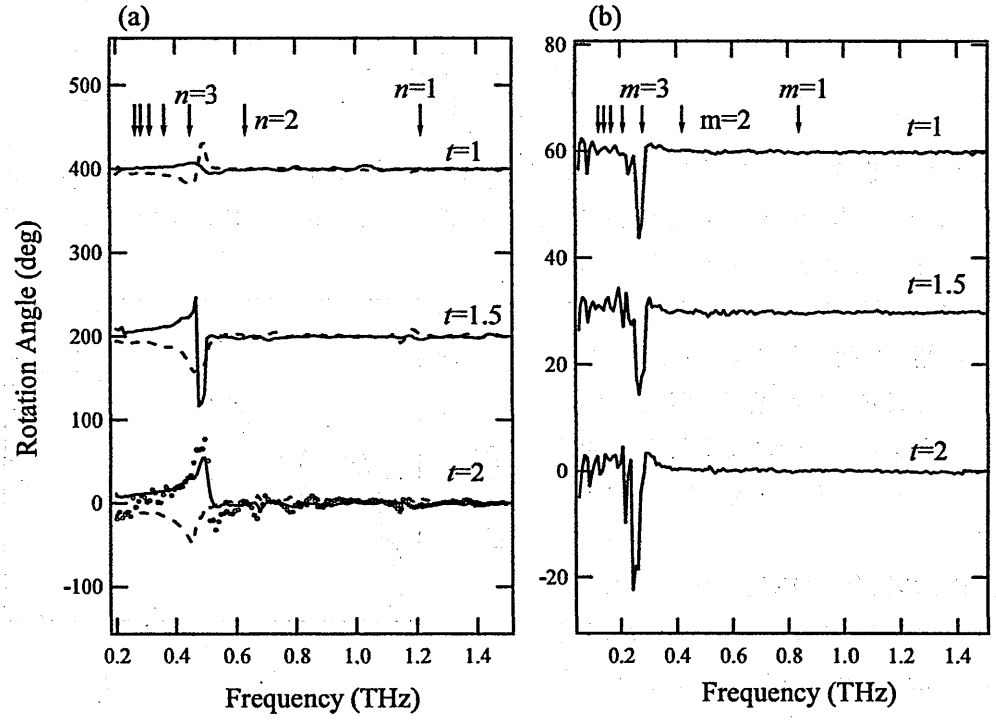


図 8：(a)左ネジ（実線）および右ネジ （破線）開口配列透過後のテラヘルツ電磁波の偏光回転角．白丸（○）は，金属右ネジ開口単体に対する偏光回転角を表す．(b)金属右雄ネジ配列に対する偏光回転角．矢印は電磁波の波長が，ネジのピッチの倍数になる条件を表す．

である．いくつかの周波数で偏光変化が生じ，左右のネジで逆の符号を示している．特に0.5 THzにおいては，～30 deg/mmに相当する偏光変化が生じている．同様にRH-MMHAでも偏光変化が生じ，その変化の符号はRH-MSHAと逆になっている（図 8(b)）．各スペクトルにおいて，板の厚みが変化しても偏光変化が生じる周波数に大きな変化はない．従って，光学活性は板の厚みに関するキャビティモードの共鳴からもたらされるものではないことがわかった．図 8(a)の白丸（○）は，右ネジ開口単体透過後のテラヘルツ波の偏光角変化を示している．単体の偏光変化も配列の場合もほぼ同じ偏光変化を示しており，ネジ開口の単純格子の周期構造による表面波の共鳴もまた偏光変化に対しては影響を与えていないことがわかった．

ネジのピッチと偏光変化が生じる周波数との関係を調べるため，ネジ開口内の電磁波の波長がネジピッチの倍数になる条件

$$\lambda_g = np \tag{5}$$

を満たす周波数をネジピッチの共鳴周波数として，図 8(a)に矢印で示した．ここで，nは正数，λ_gはネジ開口内における電磁波の管内波長である．管内波長は円形開口の場合には，円形開口のカットオフ波長λ_cと真空中の電磁波の波長λを用いて

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}} \tag{6}$$

であらわされる[34]．ネジ開口のカットオフ波長は円形開口の基本モードTE_{11}モードに対し，ネジ開口の平均径$(d_{out}+d_{in})/2$を用いて，λ_c=1.5 cm と見積もった．図 8(a)においては，n=3 に対応する周波数でもっとも大きな偏光変化が生じ，また n=1，2 においても小さな偏光変化が生じている．これらの結果は，MSHAの偏光変化が生じる周波数を，ネジのピッチによる共鳴条件が支配的に決めていることを示唆する結果である．

MMSAの場合，MSHAの場合のようにカットオフがないため，テフロン基板内には，TEMモードが存在できる．テフロンの屈折率およそ n_t=1.43 を用いて，テフロン基板内での電磁波の波長は $\lambda_t=\lambda/n_t$ とかける．MSHAと同様に，図 8(b)にMMSA内の電磁波の波長がネジのピッチの m 倍に等しくなる条件

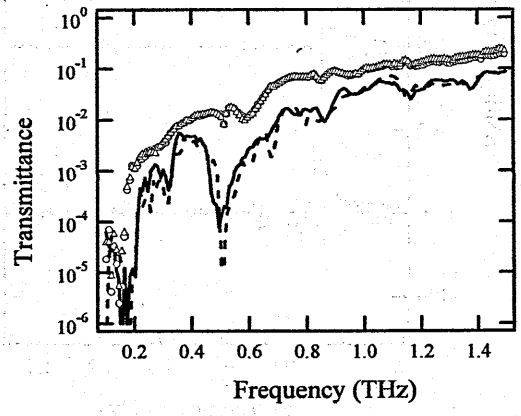


図 9：金属ネジ開口単体に対する右（実線）左（破線）円偏光の透過スペクトル．ネジを切っていない金属開口単体（ϕ1 mm）に対する右（○）左（△）円偏光の透過スペクトル．

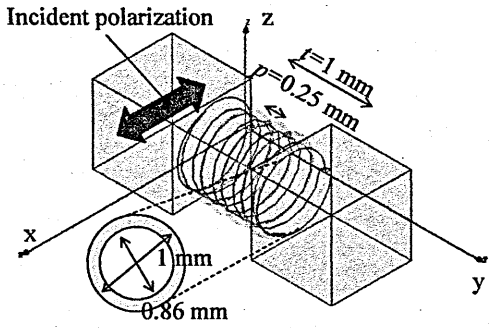


図 10：金属ネジ開口の HFSS シミュレーションモデル．金属部分は完全導体．中空部分は真空で定義されている．入射偏光は *x* 方向直線偏光である．

$$\lambda_g = mp \qquad (7)$$

を矢印で示した．図 8(b)では，0.27 THz においてもっとも大きな偏光変化が生じており，これは m=3 の条件と一致する．しかし，m=1（0.84 THz），m=2（0.42 THz）では偏光変化は観測できず，ネジのピッチによる共鳴以外にも，偏光変化が生じるための条件が必要であることがわかる．

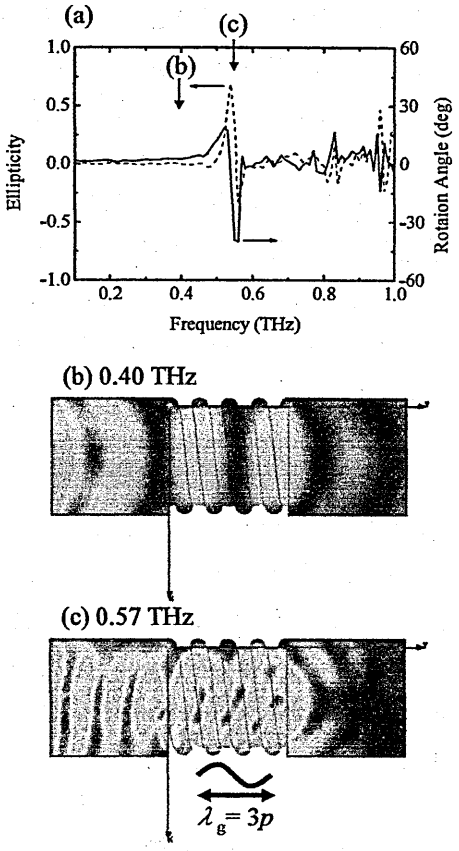


図 11：HFSS シミュレーション結果．(a) 金属開口配列透過後のテラヘルツ波の楕円率（破線）および，偏光角の変化（実線）．(b) 0.40 THz および(b)0.57 THz における *xy* 平面の電場強度分布．

MSHA のようにらせん構造を持つコレステリック液晶では，らせんの回転と一致する円偏光に対して，らせんのピッチと液晶内での電磁波の波長が等しくなる周波数を中心としてストップバンドが生じる[35]．同様の現象は，らせん構造を形成させたマイクロ波ファイバにおいても報告がある[36]．図 9 に厚さ t=2 mm の金属ネジ開口単体と，ネジを切っていない金属開口単体に対する左右円偏光の透過スペクトルを示した．左右円偏光の透過率は，直線偏光の入射に対して，(1)式によって算出した．もっとも大きな偏光変化が生じた 0.5 THz 付近において，明らかなストップバンドが生じていることがわかる．このことは MSHA の偏光変化現象もコレステリック液晶などと同じように，ネジのらせん周期構造からもたらされるものであることを示唆している．

最後に，ネジ開口単体の偏光特性を有限要素法（高周波電磁界解析ソフト，HIGH FREQUENCY STRUCTURE SIMULATOR, HFSS を使用）を用いて計算した結果を示す．シミュレーションモデルを図 10 に示した．モデルは直径 0.86 mm の中空円柱の周りに，外径が 1 mm となるように小円柱が右らせんを巻いて巻き付いている．金属部分は完全導体，開口内部は真空であると定義し，入射偏光は *x* 方向を向く直線偏光とした．

図11(a)は金属ネジ開口透過後のテラヘルツ電磁波の楕円率と偏光回転角の計算結果である．実験とは，モデルの違いからか偏光変化が生じる周波数に違いがあるものの，実験と同程度の偏光変化がいくつかの周波数で生じていることがわかる．また図11(b)(c)はそれぞれ，0.4 THz と大きな偏光変化が生じる周波数0.57 THzでのxy平面の電場強度分布を示している．偏光変化が生じない0.40 THzでは，電磁波はらせん構造をほとんど感じることなく透過していることがわかる．一方0.57 THzでは，電磁波はらせん構造によって非常に大きな変調を受けながら伝播していく．この電場強度分布からネジ開口内での電場分布を見積もると，図11(c)に示すようにネジのピッチの3倍程度となっており，実験を支持する計算結果となっている．

5．まとめ

本論文では．テラヘルツ領域における金属微細構造のテラヘルツ応答に関して報告を行った．その目的は、人工的な金属構造にどのような光学特性を持たせることができるかを探索し、そのメカニズムを理解することである。その中で特に本論文では偏光特性に関して、SPPモードを利用した偏光変換、らせん周期構造による光学活性の発現について以下の報告を行った。2次元プラズモニック結晶である金属開口配列の積層によって新しく生じるSPPモードの共鳴を介して，大きな偏光変化を生じさせることができることを実験的に示した．またカイラリティをもつ金属ネジの配列によって，光学活性を生じさせることができることを示した．構造と偏光特性の関係から金属ネジの配列の光学活性はネジのピッチの倍数と，電磁波の波長が等しくなる条件で生じることを明らかにした．

謝辞

本研究に関してご協力いただきました方々に御礼を申し上げます．HFSSの使用に際して，松下電器，瀧川真一様にご協力いただきました．村田製作所，藤井高志様には金属ネジ配列作製にご協力をいただきました．信州大学理学部助教，宮丸文章先生，大阪大学レーザーエネルギー学研究センター准教授　谷正彦先生，同助教　長島健先生には有益なご助言と議論をいただきました．

参考文献

[1] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).

[2] W. L. Barns, W. A. Murray, J. Dintinger, E. Dvaux and T. W. Ebbesen, Phys. Rev. Lett., **92**, 107401 (2004)

[3] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., Phys. Rev. Lett., **84**, 4184 (2000).

[4] V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968).

[5] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice et al. Science, **314**, 977 (2006).

[6] T. J. Yen, W. J. Padilla, N. Fang et al., Science, **303**, 1494 (2004).

[7] S. Lim, C. Caloz and T. Itoh, IEEE Trans. Mcrowave Theory Tech., **53**, 2678 (2004)
[8] M. Hangyo, M. Tani, and T. Nagashima, Int. J. Infrared and Millimeter Waves, **26**, 1661 (2005)
[9] D. H. Auston, K. P. Cheung, and P. R. Smith, Appl. Phys. Lett. **45**, 284 (1984).
[10] D. H. Auston and M. C. Nuss, IEEE J. Auantum Electron. **24**, 184 (1988).
[11] M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics* (Pergamon Press. 1974).
[12] H. A. Bethe, Phys. Rev. **66**, 163 (1944).
[13] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio, and P. A. Wolff, Nature (London) **391**, 667 (1998).
[14] H. J. Lezec and T. Thio, Opt. Exp. **12**,3629 (2004).
[15] G. Gay, O. Alloschery, B. Viaris de Lesegno et al., Phys. Rev. Lett. **96**, 213901 (2006).
[16] H.Raether, Surface Plasmons (Springer-Verlag, Berlin, 1988).
[17] C. Winnewisser, F. Lewen, J. Weinzierl and H. Helm, Appl. Opt., **38**, 3961 (1999)
[18] H. Cao and A. Nahata, Opt. Exp., **12**, 1004 (2004)
[19] C. Files, J. Dugdale, A. Myers, Electrical Resistivity, Thermoelectrical Power and Optical Properies, Springer-Verlag, 1985.
[20] J. B. Pendry, L. Matrin-Moreno and F. J. Garcia-Vidal, Science, **305**, 847 (2004).
[21] A. P. Hibbins, B. R. Evans and J. R. Sambles, Science, **308**, 670 (2005).
[22] A. P. Hibbins, M. J. Lockyear, I. R. Hooper and J. R. Sambles, Phys. Rev. Lett.,**96**, 073904 (2006).
[23] F. Miyamaru, C. Otani, K. Kawase, Y. Ogawa et al., Opt. Lett., **31**, 1118 (2006).
[24] F. Miyamaru and M. Hangyo, Appl. Phys. Lett., **84**, 2742 (2004).
[25] J. W. Lee, M. A. Seo, D. J. Park, D. S. Kim et al., Opt. Exp., **14**, 1257 (2006).
[26] R. Gordon, A.G. Brolo, A. McKinnon et al., Phys. Rev. Lett., **92**, 03740 (2004).
[27] F. Miyamaru and M. Hangyo, Phys. Rev. B, **71**, 165408 (2005).
[28] G. P. Bryan-Brown, J. R. Sambles, and M. C. Hutley, J. Mod. Opt., **37**, 1227 (1990).
[29] R. Rokitski, K. A. Tetz, and Y. Fainman, Phys. Rev. Lett., **95**, 177401 (2005).
[30] F. Miyamaru, M. Tanaka, and M. Hangyo, Phys. Rev. B, **74**, 153416 (2006).
[31] M. Kuwata-Gonokami, N. Saito, Y, Ino et al., Phys. Rev. Lett., **95**, 227401 (2005).
[32] A. V. Rogacheva, V. A. Fedotov, A. S. Schwanecke and N. I. Zheludev, Phys. Rev. Lett., **97**, 177401 (2006).
[33] F. Miyamaru and M. Hangyo, Appl. Phys. Lett., **89**, 211105 (2006).
[34] V. F. Fusco, *Microwave Circuits* ,Prentice-Hall International (UK) Ltd. (1987).
[35] S. Chandrasekhar, *Liquid Crystals*, Cambridge U. Press, Cambridge, England, (1977).
[36] V. I. Kopp and A. Z. Genack, Opt. Lett., **28**, 1876 (2003).

輻射科学研究会資料
RS07-06

伸縮を考慮した金属螺旋のクラスタ分布に対する等価媒質特性について

Characteristics of effective media structured by clustering helices with elasticity

浅居 正充
Masamitsu Asai
近畿大学生物理工学部
Kinki University

山北 次郎
Jiro Yamakita
岡山県立大学情報工学部
Okayama Prefecture University

2007年7月20日

於　近畿大学

1. Introduction

Artificial complex media for radio waves such as chiral media [1], double negative materials [2] etc. have attracted attentions in recent years. The effective medium parameters have been analyzed especially for chiral ones by the quasi-static Lorentz approach [1],[3]-[6], the method of multiple scattering [7], methods of inverse scattering [8] etc. considering the particles' structures and mixing manners. In the fields of carbon microcoils (CMC), helical structures such as chiral materials interacting with radio waves have been of interest because of the fine absorption properties of CMC at frequencies of tens through hundreds GHz [9]-[10], although the bulk of CMC is usually composed of racemic mixture of coils. Sometimes they are used in clustering forms embedded into acrylic beads or foams. Even if coils are scattered in a homogeneous host materials, possibility of forming clusters here and there is to be admitted. Investigations of complex media composed of clustering particles including these cases are significant. Effects of electromagnetic coupling between clustering helices have been investigated [6]. For such structures to be realistic, dispersion of dimensions of particles and clusters should also be taken into account. The non-cluster cases of helices with their frequency characteristics variously shifted according to several kinds of distributions have been reported [5].

In this work, distributions of randomly oriented clusters of perfectly conducting helices considering deviations of elastic structures in free space are analyzed by quasi-static Lorentz approach to determine the effective medium parameters. Currents on wires of clustering helices are calculated by the method of moments (MoM) with thin wire approximation utilizing Numerical Electromagnetics Code 2 (NEC2) [11] to obtain the polarizabilities. Sizes and spacings of clusters should be small compared to a wavelength for quasi-static approximation.

2. Description of the Problem

Only right or only left-handed N_{hlx} classes of perfectly-conducting wire helices in free space are considered in this work. The l th class of helices are assumed to be distributed with number density D_{nl} (helices/m^3) and have dimensional parameters of number of turns T_l, radius A_l, pitch P_l and radius and length of wire W_l and L_l respectively. The dimensions of the pitches are assumed to be deviated from the means P_l^M as $P_l = P_l^M + \delta_l$, $|\delta_l| \le \delta_{\max}$ where $D_{nl} \equiv D(\delta_l) = (1/\sigma\sqrt{2\pi})\exp(-\delta_l^2/2\sigma^2)$ ($l = 1,\cdots,N_{hlx}$), i.e. approximately obeying the Gaussian distributions with means P_l^M and standard deviations σ. The radius A_l varies with the pitch P_l on condition that wire length L_l is fixed. Media realized by homogeneous distributions of randomly oriented N_{cls} classes of clusters of different helices are considered. The number density of the k th class of clusters is D_{nk}^{cls} (clusters/m^3). Randomly sampled N_k helices form each of the k th class of clusters so that the external spherical regions of radius R_k are filld with N_k circumscribed spheres i.e. individual regions of helices to the utmost limit on condition that the distances between them are not shorter than the maximum wire gauge. They are rotated for random angles with respect to their axes which are also randomly oriented.

3. The Method of Analysis

Time harmonic depencence $e^{j\omega t}$ is assumed, and the permittivity and the permeability in free space are denoted by ε_0 and μ_0 respectively hereafter. The effective relative permittivity $\varepsilon_{eff} = \varepsilon'_{eff} + j\varepsilon''_{eff}$, the effective relative permeability $\mu_{eff} = \mu'_{eff} + j\mu''_{eff}$ and the effective chirality (Lindell-Sihvola notation) $\kappa_{eff} = \kappa'_{eff} + j\kappa''_{eff}$ are assumed for the effective medium realized by homogeneous distributions of randomly-oriented clusters of helices. They are defined in the macroscopic constitutive relations between the average electric and magnetic flux densities and the fields $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{E}$ and $\boldsymbol{H}$ respectively:

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon_{eff}\boldsymbol{E}-j\kappa_{eff}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\boldsymbol{H},\quad \boldsymbol{B}=\mu_0\mu_{eff}\boldsymbol{H}+j\kappa_{eff}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\boldsymbol{E} \tag{1}$$

where the effective medium is assumed to be reciprocal. Flux densities can be expressed by electric and magnetic polarizations $\boldsymbol{P}_{ee}$, $\boldsymbol{P}_{em}$, $\boldsymbol{P}_{me}$ and $\boldsymbol{P}_{mm}$:

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}_{ee}+\boldsymbol{P}_{em},\quad \boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H}+\boldsymbol{P}_{me}+\boldsymbol{P}_{mm},\quad \boldsymbol{P}_{ij}=\sum_{k=1}^{N_{cls}}D_{nk}^{cls}\boldsymbol{p}_{ijk}. \tag{2}$$

$\boldsymbol{P}_{ij}$ $(i,j=e \text{ or } m)$ denotes electric $(i=e)$ or magnetic $(i=m)$ polarization i.e. dipole moment density due to electric $(j=e)$ or magnetic $(j=m)$ field. $\boldsymbol{p}_{ijk}$ $(k=1,\cdots,N_{cls},\ i,j=e \text{ or } m)$ denotes dipole moment of the kth class of a single cluster and is related to the Lorentzian fields $\boldsymbol{E}_L$ or $\boldsymbol{H}_L$ by a polarizability tensor $\bar{\alpha}_{ijk}$:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{p}_{iek}=\bar{\alpha}_{iek}\boldsymbol{E}_L,\quad \boldsymbol{p}_{imk}=\bar{\alpha}_{imk}\boldsymbol{H}_L,\\ &\boldsymbol{E}_L=\boldsymbol{E}+(\boldsymbol{P}_{ee}+\boldsymbol{P}_{em})/3\varepsilon_0\ ,\quad \boldsymbol{H}_L=\boldsymbol{H}+(\boldsymbol{P}_{me}+\boldsymbol{P}_{mm})/3\mu_0.\end{aligned} \tag{3}$$

Dipole moments $\boldsymbol{p}_{ejk}$ and $\boldsymbol{p}_{mjk}$ of a cluster excited by $\boldsymbol{E}_L(j=e)$ and $\boldsymbol{H}_L(j=m)$ can be obtained from the currents $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})$ on the wires of helices :

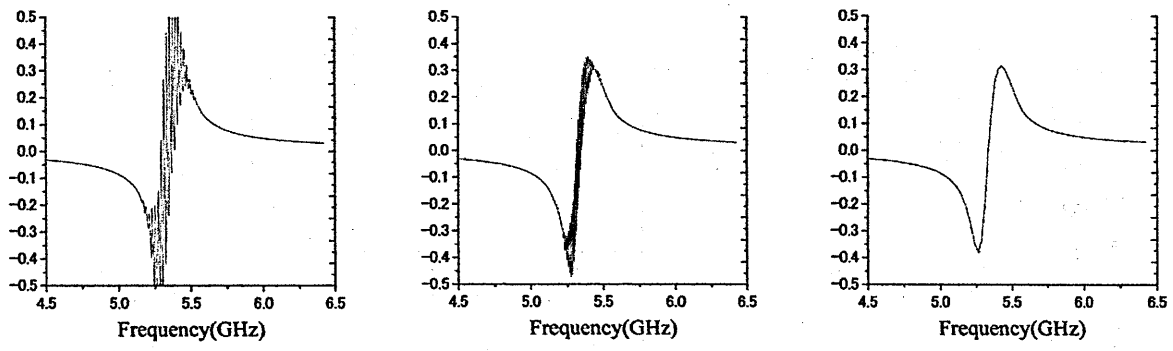
$$\boldsymbol{p}_{ejk}=\frac{1}{j\omega}\int_S\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})dS,\quad \boldsymbol{p}_{mjk}=\frac{1}{2}\int_S\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})dS \tag{4}$$

where $j=e$ or m and S in Eq.(4) implies integral on the wire surface . The elements of the 3×3 polarizability tensors can be obtained from Eq.(2) through Eq.(4). In this paper, scalar polarizabilities for isotropic media realized by randomly-oriented clusters are obtained by taking the averages of diagonal elements of the tensors, discarding the off-diagonal ones as in [4]. These polarizabilities are used to determine the effective medium parameters from the Lorentz-Lorentz formulae [1] derived from Eq.(1) through Eq.(3). Calculations of Eq.(4) in the Cartesian coordinate for the excitations of fields $\boldsymbol{E}_L=(E_x,E_y,E_z)$ and $\boldsymbol{H}_L=(H_x,H_y,H_z)$ are performed in the following procedure as in [3],[4]. The contribution of E_i in general is obtained by taking the average of the contributions of i-polarized waves propagating in $\pm j$ and $\pm k$ directions where i, j, k correspond to different characters of x, y and z. For the same meaning of i, j and k, the contribution of H_i is obtained by taking the average of half of the difference of the contributions of j-polarized waves propagating in $\pm k$ directions and that of k-polarized waves propagating in $\pm j$ directions. In this case, if (i,j,k) is either of (x,y,z), (y,z,x) and (z,x,y), the difference of the contributions of bilateral waves should be obtained by substracting those of positive directions from the negative ones, and otherwise vice versa. The size of a cluster should be less than around one tenth of a wavelength for a certain accuracy of solutions [3]. The currents on the wires of helices in Eq.(4) are calculated utilizing NEC2 code [11] where only axial components of currents on the wire surfaces are considered neglecting the circumferential variations for the thin-wire approximation in the moment method.

4. Numerical Study

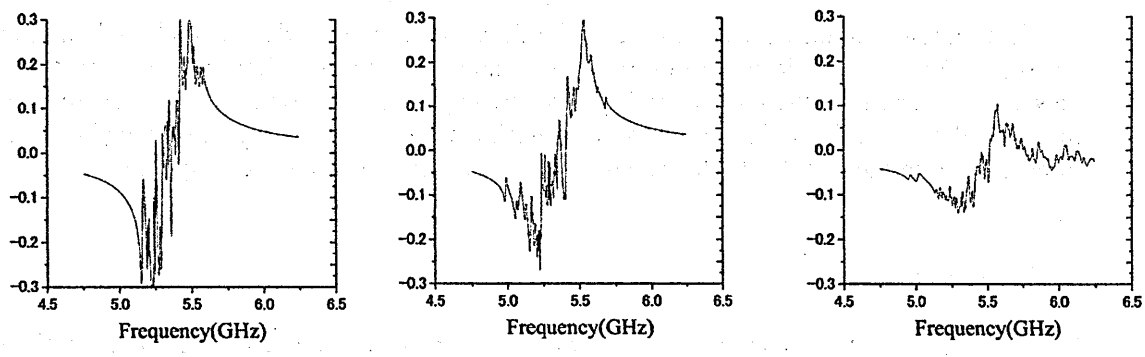
In the following calculations, left-handed helices with T_l =7, W_l =0.0675(mm) and L_l =28.667(mm) $(l=1,\cdots,N_{hlx})$ are assumed. Angles of rotations of helices with respect to their axes, orientations of the axes are given by the uniform quasi-random numbers. Twenty basis functions are used for one turn of a helix in MoM. Dimension of the pitch of the lth class of helices is assumed as P_l^M =0.303(mm), $\delta_{\max}$ =0.1 P_l^M and $\sigma=\delta_{\max}/3$ $(l=1,\cdots,N_{hlx})$. The number density of the lth class of helices $D_{nl}\cong D(\delta_l)$ is given by the quasi-random numbers by Gaussian distributions

with the exception of the non-cluster cases where the values of $D(\delta_l)=(1/\sigma\sqrt{2\pi})\exp(-\delta_l^2/2\sigma^2)$, $\delta_l=[2(l-1)/(N_{hlx}-1)-1]\delta_{\max}$, $l=1,\cdots,N_{hlx}$ are adopted. As for the number density of the k th class of clusters, an identical value $D_{nk}^{cls}=\left(\sum_{l=1}^{N_{hlx}}D_{nl}\right)/N_k$ $(k=1,\cdots,N_{cls})$ is assumed. Figures 1 through 4 show the real part of the effective chiral parameters for the cases of separate helices (non-cluster cases), 2 throuhg 4-helix clusters i.e. $N_k=N=1$, 2, 3 and 4 $(k=1,\cdots,N_{cls})$ respectively for different values of N_{cls} and $N_{hlx}=N\cdot N_{cls}$ where $\sum_{l=1}^{N_{hlx}}D_{nl}=5\times10^6$ (helices/m^3). Results for non-cluster cases (Figure 1) converge to the curve of the authentic Cotton's effect as N_{cls} (and $N_{hlx}=N\cdot N_{cls}$) increases. As for the clustering cases (Figures 2, 3 and 4), results gradually approach certain curves which could be superposition of effects of electromagnetic coupling between neighbouring helices [6] added on to the simple Cotton's effect. Calculations at the vicinity of or higher than resonant frequencies given by the lengths of wires of helices are less accurate than those at lower frequencies because of the limitation of the quasi-static approximation.



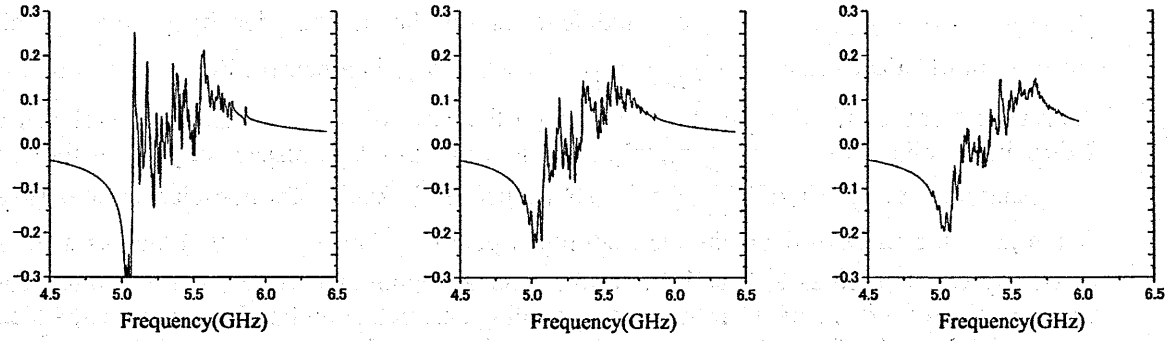
(a) (b) (c)

Figure 1: Real part of the effective chiral parameters for non-cluster cases ($N_{cls}=N_{hlx}$).
(a) N_{hlx}=20 (b) N_{hlx}=40 (c) N_{hlx}=100



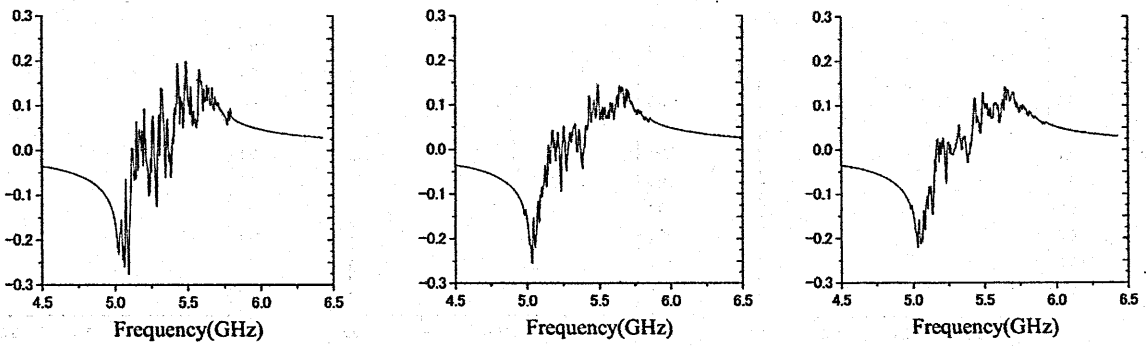
(a) (b) (c)

Figure 2: Real part of the effective chiral parameters for 2-helix cluster cases. R_k=2.88(mm) $(k=1,\cdots,N_{cls})$, (a) N_{cls}=40 (N_{hlx}=80), (b) N_{cls}=100 (N_{hlx}=200), (c) N_{cls}=360 (N_{hlx}=720)



(a) (b (c)

Figure 3: Real part of the effective chiral parameters for 3-helix cluster cases. R_k =3.15(mm) ($k=1,\cdots,N_{cls}$), (a) N_{cls}=40 (N_{hlx}=120), (b) N_{cls}=120 (N_{hlx}=360), (c) N_{cls}=240 (N_{hlx}=720)



(a) (b) (c)

Figure 4: Real part of the effective chiral parameters for 4-helix cluster cases. R_k =3.3(mm) ($k=1,\cdots,N_{cls}$), (a) N_{cls}=40 (N_{hlx}=160), (b) N_{cls}=120 (N_{hlx}=480), (c) N_{cls}=180 (N_{hlx}=720)

5. Conclusion

Calculations demonstrate that models with finer dispersions of deviations based on the increased classes of clusters enable us to observe the authentic Cotton's effect and to study the effects of clusters. Treatment of the models with greater variety woud contribute to the research on artificial media and the fields of biomimetics in material science. More rigorous analysis to avoid the dimensional limitations due to the quasi-static approximation is being considered.

References

[1] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov and A. J. Viitanen, "Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media", Artech House, pp. 1-18, 193-243, 1994.

[2] *IEEE Trans. Antennas Propag., Special Issue on Metamaterials*, Vol. 51, No. 10, 2003.

[3] A. Ishimaru, S. Lee, Y. Kuga and V. Jandhyala, "Generalized constitutive relations for metamaterials based on the quasi-static Lorentz theory", *IEEE Trans. Antennas Propag., Special Issue on Metamaterials*, Vol. 51, No. 10, pp. 2550-2557, 2003.

[4] C. R. Brewitt-Taylor, P. G. Lederer F. C. Smith and S. Haq, "Measurement and prediction of helix-loaded chiral composites", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 47, No. 4, pp. 692-699, 1999.

[5] J. Reinert, J. Psilopoulos and A. F. Jacob, "On a statistical assessment of realistic chiral materials", *Electromagnetics*, Vol. 23, pp. 637-646, 2003.
[6] M. Asai and J. Yamakita, "Numerical study on waves from particles composed of bunches of helices", Proc. PIERS2006, Vol. 1, 2006
[7] Y. Nanbu, T. Matsuoka and M. Tateiba, "The effective constitutive parameters of a random medium containing small chiral spheres", *IEEJ Trans. FM*, Vol. 123, No. 3, pp. 259-264, 2003.
[8] C. Y. Chung and K. W. Whites, *J. Electro. Waves and Applic.*, Vol. 10, pp. 1363-1388, 1996.
[9] S. Motojima, *Papers of Technical Meeting on E.M.T.*, Vol. EMT-03-83, pp.65-, 2003.
[10] M. Asai, J. Yamakita, K. Matsumoto and H. Wakabayashi, "On electromagnetic chirality of helix-loaded materials", *Materials Integration*, Vol. 17, No. 7, pp. 27-33, 2004.
[11] G. J. Burke and A. J. Poggio, "Numerical electromagnetics code (NEC)- Method of moments, Part I-III", *Lawrence Livermore National Laboratory, Report*, UCID-18834, 1981.

輻射科学研究会資料
資料番号	RS07-07

周期構造媒質における汎用的な一様近似式に関する検討

A Study of Uniform Approximation for Periodic Gratings

若林 秀昭† 山北 次郎
岡山県立大学 情報工学部
† waka@c.oka-pu.ac.jp

2007年7月20日 (金)
於 近畿大学 本部 (東大阪) キャンパス

1　まえがき

近年のリソグラフィーとエッチング製作技術の進歩に伴い，入射波長に比べて短い周期をもつ誘電体格子の製作が可能となってきた．入射光の波長に比べて十分短い周期をもつ矩形状レリーフ型誘電体格子は，構造性複屈折と呼ばれる等価異方性を示し，負の 1 軸異方性と同じ性質をもつことが知られている[1]．入射光の偏光方向 (電界の向き) が，格子に平行な場合は，一様な電界と不連続な電束密度の空間平均値との比から，格子と垂直な場合は，不連続な電界の空間平均値と一様な電束密度との比から，矩形状レリーフ型誘電体格子の等価的な誘電率は与えられる[1]．従って，偏光方向によって，これらの等価誘電率が異なるため，異方性媒質として振る舞い[2]，格子の溝を調節するだけで，人工的に異方性媒質の製作が可能となる．この複屈折を利用した回折光学素子は狭帯域フィルタ，光磁気ディスクヘッドの検光子，液晶ディスプレイの薄膜コーティングなどに利用されるため，波長に比べて十分短い周期をもつ誘電体格子の数値解析に関する検討が多数なされている[3]．また，等価誘電率を表す式は，一様近似式と呼ばれ，電波領域ではウェッジ型電波吸収体の設計に有効である[4]．誘電体格子は，表面に周期的な凹凸を設けたレリーフ型と，周期的に誘電率が変化する屈折率変調型に大別され[5]，屈折率変調型格子においても，波長に比べて格子の周期間隔が十分短い場合，等価異方性を示すことが推測され，その存在が確認されている[6]．しかしながら，様々な複素誘電率分布で表される変調型格子に対する等価誘電率は，筆者らの知る限り，明らかにされていないようである．

そこで，第 1 節では，周期が波長に比べて短い屈折率変調型格子の等価異方性を，等価誘電率を表す一様近似式により，調べる方法について述べる．まず，周期が波長に比べて短い矩形状表面レリーフ型及び屈折率変調型格子の等価誘電率を表す汎用的な一様近似式[7][8][9]を提案し，正弦波，三角波，非対称三角波及び非対称台形波の誘電率分布を有する屈折率変調型格子に適用し，偏光方向が格子に平行な場合，垂直な場合に対する等価誘電率をそれぞれ，導出する．次に，これらの等価誘電率と，屈折率変調型格子による回折問題の厳密な解析法によって求めた誘電率に相当する値の違いを調べることにより，一様近似式の有効性を示し，等価誘電率を用いて近似できる適用限界を検討する．また，等価誘電率と伝送線理論[4]を用いて近似的に解析した結果と，回折問題について厳密に解析した結果を比較し，一様近似式の有効性を確認する．屈折率変調型格子による回折問題の厳密な解析法として，周期的誘電率分布のフーリエ級数展開[5][10]と電磁界成分の空間高調波展開を行い，マクスウェルの方程式から得られる行列微分方程式の行列固有値問題に帰着させる方法を用いる．さらに，それぞれの偏光方向に対する等価誘電率を用いて，常波と異常波に相当する等価屈折率の異方性の度合を比較し，様々な誘電率分布を有する屈折率変調型格子の等価異方性を明らかにする．

一方，平板格子において，格子の周期間隔を波長に比べて十分小さくすることにより，所望の表面抵抗値を有する抵抗皮膜を等価的に得ることができる．例えば，1/4 波長型電波吸収体に使用される大面積の抵抗皮膜は，作製が容易ではないため，1 種類の帯状抵抗板を格子状に配列した構造が等価的な抵抗皮膜として使われることがある[11]．従って，周期間隔が波長に比べて十分小さい複数の帯状金属板を配列した構造においても，面積平均的な表面インピーダンスが等価的に与えられ，構造の方向性によって面内異方性を示すことが考えられるが，知られていないようである．さらに，表面インピーダンスが周期的に変化する金属平板においても，等価インピーダンスが推測される．しかしながら，これらの金属板列及び金属平板の等価インピーダンスを表す汎用的な一様近似式や，入射電磁波の偏波方向や波長に対する一様近似式の適用限界を明らかにした報告例も，筆者らの知る限り，無いようである．

そこで，第 2 節では，等価インピーダンスを表す汎用的な一様近似式[12][13]を提案し，表面インピーダンスを有する 2 種類の平板格子を交互に貼り合わせた金属板列と，表面インピーダンスが正弦波，三角波，非対称三角波状に変化する金属平板に適用することにより，偏波方向が格子に平行な場合，垂直な場合に対する等価インピーダンスを導出する．次に，2 種類の平板格子からなる金属板列について，等価インピーダンスと伝送線理論を用いて近似的に解析した結果と周期性を考慮し，厳密に解析した結果を比較することにより，金属板列における等価インピーダンスの適用範囲を明らかにする．簡単化のため，インピーダンスを抵抗分のみの場合とリアクタンス分のみの場合に分け，検討を行う．周期性を考慮した平板格子の計算手法には，任意の表面インピーダンスを境界面に平行な位置の関数として表し，電流展開関数の空間及びスペクトル領域展開を利用した混合形のインピーダンス境界条件式にスペクトル領域ガレルキン法[14]を適用する．

2　誘電体格子における一様近似式

2.1　誘電体格子の回折問題

y 軸方向に一様で z 軸方向に周期 Λ，位置 z の関数で表される比誘電率 $\varepsilon(z)$ を有する厚さ d の屈折率変調型格子の構造を図 1 に示す．この格子に波長 λ の光波が入射角 θ_i で入射する散乱問題を考える．領域 I，III は無損失媒質とし，比誘電率 ε_1，ε_3 とする．

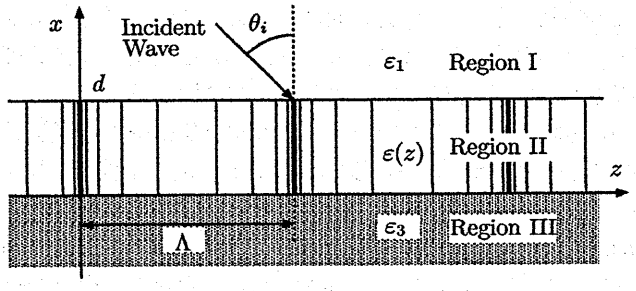


図 1　屈折率変調型格子

本論文では，正弦波，三角波，非対称三角波の比誘電率分布を有する変調型格子を考え，次式のように表す．

$$\varepsilon(z)=\bar{\varepsilon}\left\{1+\delta\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z\right)\right\} \qquad \text{(正弦波)} \tag{1}$$

$$\varepsilon(z)=\bar{\varepsilon}\left\{1+\delta\left(1-\frac{4}{\Lambda}|z|\right)\right\} \qquad \text{(三角波)} \tag{2}$$

$$\varepsilon(z)=\bar{\varepsilon}\left(1+\delta\frac{2}{\Lambda}z\right) \qquad \text{(非対称三角波)} \tag{3}$$

さらに複雑な誘電率変化として，レリーフ型と変調型の混合形 [15] の 1 つと見なすことができる非対称台形波の比誘電率分布を考え，次式のように示す．

$$\varepsilon(z)=\begin{cases}\bar{\varepsilon}\left\{1+\delta\left(1+\dfrac{4}{\Lambda}z\right)\right\} & \left(-\dfrac{\Lambda}{2}\le z<0\right)\\ \bar{\varepsilon}(1+\delta) & \left(0\le z\le\dfrac{\Lambda}{2}\right)\end{cases} \tag{4}$$

但し，$\bar{\varepsilon}$ は格子の比誘電率の最大と最小の中間値，δ は変調度である．

以下の理論において，空間座標 $(x,\ y,\ z)$ は全て波数 $k_0=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ によって，$k_0x\to x$，$k_0y\to y$，$k_0z\to z$ のように規格化して定式化を行う．規格化された空間座標に対するマクスウェルの方程式は

$$\overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}=-i\mu\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}\ ,\quad \overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}=i\varepsilon\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E} \tag{5}$$

のように表される．ここで，$Z_0=1/Y_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ であり，μ，ε はそれぞれ，比透磁率分布，比誘電率分布であり，テンソルで表される．$\overline{\mathrm{curl}}$ は k_0 で空間変数が規格化された回転 (rotation) を示している．

2.2　等価誘電率を表す一様近似式による解析法

光の入射波長 λ に比べて，周期間隔が十分短ければ，誘電体格子は負の 1 軸結晶と等価な性質をもち，入射電界が格子に平行な場合 (TE 波) には，屈折率変調型格子領域内の電界 $E_\ell(\ell=x,y)$ は一様となり，電束密度の平均値 D_ℓ は，

$$\varepsilon_{\mathrm{TE}}\,\varepsilon_0\,E_\ell=\left(\frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2}\varepsilon(z)\,\varepsilon_0\,dz\right)E_\ell \tag{6}$$

で与えられる．入射電界が格子に垂直な場合 (TM 波) には，格子内の電束密度 D_z は一様となり，電界の平均値 E_z は，

$$\frac{D_z}{\varepsilon_{\mathrm{TM}}\,\varepsilon_0} = \left(\frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2}\frac{1}{\varepsilon(z)\,\varepsilon_0}\,dz\right) D_z \tag{7}$$

で与えられる．従って，等価比誘電率は次式のように表され，本論文では，誘電体格子における汎用的な一様近似式として提案する．

$$\varepsilon_{\mathrm{TE}} = \frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2}\varepsilon(z)dz\,, \quad \frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{TM}}} = \frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2}\frac{1}{\varepsilon(z)}dz \tag{8}$$

矩形状表面レリーフ型誘電体格子の場合，媒質の比誘電率は，体積占有率を f とすると

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_a & (|z| \le f\Lambda/2) \\ \varepsilon_b & (f\Lambda/2 < |z| \le \Lambda/2) \end{cases} \tag{9}$$

のように表されるため，式 (9) を式 (8) に代入すれば，よく知られた一様近似式 [2][4] が導かれる．本論文で扱うそれぞれの変調型格子において，誘電率分布を表す式 (1) ～ (4) を式 (8) に代入することにより，次式のような等価比誘電率が求められる．

正弦波:

$$\varepsilon_{\mathrm{TE}} = \bar{\varepsilon}\,, \quad \varepsilon_{\mathrm{TM}} = \bar{\varepsilon}\sqrt{1-\delta^2} \tag{10}$$

三角波・非対称三角波:

$$\varepsilon_{\mathrm{TE}} = \bar{\varepsilon}\,, \quad \varepsilon_{\mathrm{TM}} = \frac{2\bar{\varepsilon}\delta}{\log\dfrac{1+\delta}{1-\delta}} \tag{11}$$

非対称台形波:

$$\varepsilon_{\mathrm{TE}} = \bar{\varepsilon}\left(1+\frac{\delta}{2}\right)\,, \quad \varepsilon_{\mathrm{TM}} = \frac{4\bar{\varepsilon}\,\delta(1+\delta)}{2\delta+(1+\delta)\log\dfrac{1+\delta}{1-\delta}} \tag{12}$$

TE 波入射の場合，格子の誘電率分布に関わらず，等価比誘電率は，平均値となり，非対称台形波の場合のみ変調度によって等価比誘電率が変化する．TM 波入射の場合，全ての誘電率分布について，変調度によって等価比誘電率が変化する．また，三角波と非対称三角波の場合，等価比誘電率が同じになっている．従って，入射波の偏光方向によって，等価的な誘電率が異なり，1 軸異方性を生じる．

比透磁率テンソル $\boldsymbol{\mu} = \mathrm{diag}[\mu_{xx}\ \mu_{yy}\ \mu_{zz}]$，比誘電率テンソル $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathrm{diag}[\varepsilon_{xx}\ \varepsilon_{yy}\ \varepsilon_{zz}]$ の対角テンソルを用いてマクスウェルの方程式 (5) を整理すると固有値は TE 波，TM 波に対して

$${}^{\mathrm{E}}\kappa^{\pm} = \mp\sqrt{\mu_{zz}(\varepsilon_{yy} - s_0^2/\mu_{xx})}\,, \quad {}^{\mathrm{M}}\kappa^{\pm} = \mp\sqrt{\varepsilon_{zz}(\mu_{yy} - s_0^2/\varepsilon_{xx})} \tag{13}$$

のように，固有インピーダンスは $Z_0\mu_{zz}/{}^{\mathrm{E}}\kappa$，$Z_0\,{}^{\mathrm{M}}\kappa/\varepsilon_{zz}$ のように，それぞれ与えられる．但し，$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\mathrm{TE}}$，$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\mathrm{TM}}$，$\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{zz} = 1$，入射波の z 軸方向の規格化伝搬定数 $s_0 = \sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\sin\theta_i$ である．ε_1，μ_1 はそれぞれ，入射波領域の比誘電率，比透磁率である．従って，TE 波と TM 波入射で固有値が異なることがわかる．固有値，固有インピーダンスを用いて伝送線理論により，散乱特性を解析する．あるいは，次節の回折問題の厳密な解析法において，空間高調波展開の打ち切り次数 $M = 0$ と設定することにより，散乱特性を解析でき，両者の数値計算結果が全く一致することを確認している．

2.3　周期性を考慮した厳密な解析法

屈折率変調型格子による回折問題の厳密な解析法に，周期的誘電率変化のフーリエ級数展開と電磁界成分の空間高調波展開を適用して得られる行列微分方程式の行列固有値計算に基づく計算法を用いる．

構造の周期性から，比誘電率 $\varepsilon(z)$，比透磁率 $\mu(z)$ はそれぞれ，展開係数 $\tilde{\varepsilon}_m$，$\tilde{\mu}_m$ を用い，打ち切り次数 N_f のフーリエ級数展開によって次式で表される．

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon(z) \\ \mu(z) \end{array} \right\} = \sum_{m=-N_f}^{N_f} \left\{ \begin{array}{c} \tilde{\varepsilon}_m \\ \tilde{\mu}_m \end{array} \right\} \exp\left\{ im\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right) z \right\} \tag{14}$$

なお，格子領域の比誘電率分布のフーリエ展開係数 $\tilde{\varepsilon}_m$ は，以下のように与えられる．

正弦波:

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}\,, \quad \tilde{\varepsilon}_{-1} = \tilde{\varepsilon}_1 = \frac{\bar{\varepsilon}\delta}{2}\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = 0 \ \ (m \neq 0, \pm 1) \tag{15}$$

三角波:

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = \frac{4\bar{\varepsilon}\delta}{m^2\pi^2} \ \ (m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots)\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = 0 \ \ (m = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \cdots) \tag{16}$$

非対称三角波:

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = \frac{\bar{\varepsilon}\delta}{im\pi} \ \ (m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots)\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = -\frac{\bar{\varepsilon}\delta}{im\pi} \ \ (m = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \cdots) \tag{17}$$

非対称台形波:

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \bar{\varepsilon}\left(1 + \frac{\delta}{2}\right)\,, \tag{18}$$

$$\tilde{\varepsilon}_m = \frac{2\bar{\varepsilon}\delta}{m^2\pi^2} + \frac{\bar{\varepsilon}\delta}{im\pi} \ \ (m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots)\,, \quad \tilde{\varepsilon}_m = -\frac{\bar{\varepsilon}\delta}{im\pi} \ \ (m = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \cdots) \tag{19}$$

但し，$\delta = 1$ のとき，TM 波における波動方程式は，$\varepsilon(z) = 0$ となる点で特異点となる．従って，厳密解を求める場合には注意が必要であることが報告されており [16]，フーリエ級数展開法においては，例えば，山崎らが提案している誘電率に損失を付加する外挿法 [17] を適用すれば，精度良く解析できると考えられる．しかしながら，適用できない $\delta = 1$ の場合を強調することは，本論文の主旨から外れるため，変調度の範囲を $0 \leq \delta < 1$ とする．$\sqrt{Y_0}E_\ell$，$\sqrt{Z_0}H_\ell$ は $e_{\ell m}(x)$，$h_{\ell m}(x)$ を展開係数とする打ち切り次数 M の空間高調波によって，

$$\left\{ \begin{array}{c} \sqrt{Y_0}E_\ell(x,z) \\ \sqrt{Z_0}H_\ell(x,z) \end{array} \right\} = \sum_{m=-M}^{M} \left\{ \begin{array}{c} e_{\ell m}(x) \\ h_{\ell m}(x) \end{array} \right\} \exp(-is_m z) \tag{20}$$

のように展開表示される．但し，z 軸方向の規格化伝搬定数 s_m は，$s_m = s_0 + ms$，$s = \lambda/\Lambda$ である．マクスウェルの方程式 (5) の比透磁率分布 $\boldsymbol{\mu}$，比誘電率分布 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はそれぞれ，$\mu(z)$，$\varepsilon(z)$ と表され，電磁界の接線成分 y，z 成分に関して整理すれば，次式のような微分方程式が得られる．

TE-waves:

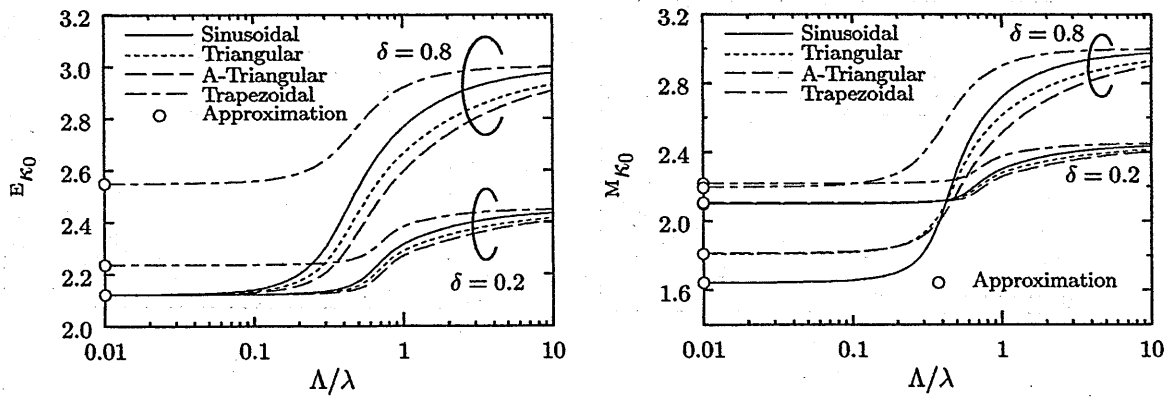
$$\frac{d}{dx}\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{e}_y \\ \boldsymbol{h}_z \end{array} \right] = i[C]\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{e}_y \\ \boldsymbol{h}_z \end{array} \right]\,, \quad [C] = \left[\begin{array}{cc} [0] & -[\mu] \\ -[\varepsilon] + [s][\mu]^{-1}[s] & [0] \end{array} \right] \tag{21}$$

TM-waves:

$$\frac{d}{dx}\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{e}_z \\ \boldsymbol{h}_y \end{array} \right] = i[C]\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{e}_z \\ \boldsymbol{h}_y \end{array} \right]\,, \quad [C] = \left[\begin{array}{cc} [0] & [\mu] - [s][\varepsilon]^{-1}[s] \\ [\varepsilon] & [0] \end{array} \right] \tag{22}$$

但し，電磁界成分 $\boldsymbol{e}_\ell$，$\boldsymbol{h}_\ell$ $(\ell = y, z)$ は，$(2M+1)$ 元の列ベクトルであり，係数行列 $[C]$ を構成する小行列は m 行 n 列の要素表現を用いて，$[\varepsilon] = [\tilde{\varepsilon}_{n-m}]$，$[\mu] = [\tilde{\mu}_{n-m}]$，$[s] = [s_m\delta_{mn}]$ のように表される．$[0]$ は零行列，$[\varepsilon]^{-1}$ は $[\varepsilon]$ の逆行列，$[\mu]^{-1}$ は $[\mu]$ の逆行列，δ_{mn} はクロネッカデルタである．微分方程式を係数行列 $[C]$ の固有値問題に帰着させて解くために，$2(2M+1)$ 元の列ベクトル $\boldsymbol{a}(x)$ を導入して，電磁界の接線成分 y，z 成分を $\boldsymbol{F}(x)$ として，

$$\boldsymbol{F}(x) = [T]\boldsymbol{a}(x) \tag{23}$$



(a) TE-wave　　(b) TM-wave

図 2　0 次の固有値 ${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa_0$ の比較　($\theta_i = 45\,^\circ$, $\bar{\varepsilon} = 5$)

のように対角化行列 $[T]$ を用いて変換すれば，$\boldsymbol{F}(x)$ は次式のように求められる．

$$\boldsymbol{F}(x) = [T] \begin{bmatrix} [U(\kappa^+, x - x_0)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa^-, x - x_0)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}^+(x_0) \\ \boldsymbol{a}^-(x_0) \end{bmatrix} \tag{24}$$

但し，$[U(\kappa^{\pm}, x)] = [\delta_{mn} \exp(i\kappa_m^{\pm} x)]$ であり，x_0 は位相基準点である．κ_m は汎用プログラムを用いて数値的に求める．領域 I，III の均質媒質では，行列 $[C]$ の固有値 κ_m と対角化行列 $[T_1]$，$[T_3]$ は解析的に求められる．各境界面上に電磁流源が存在しなければ，電磁界成分 $\boldsymbol{e}_\ell$，$\boldsymbol{h}_\ell$ $(\ell = y, z)$ は連続となるから，境界条件より，未知数である領域 I，III の複素振幅 $\boldsymbol{a}_1^+(d)$，$\boldsymbol{a}_3^-(0)$ を決定できる．m 次反射回折効率，透過回折効率はそれぞれ次式で表される．

$$\eta_m^r = \frac{|Re\{\kappa_{1m}^+\}||a_{1m}^+(d)|^2}{|Re\{\kappa_{10}^-\}|}, \quad \eta_m^t = \frac{|Re\{\kappa_{3m}^-\}||a_{3m}^-(0)|^2}{|Re\{\kappa_{10}^-\}|} \tag{25}$$

2.4　数値計算及び検討

本節では，誘電率分布が正弦波，三角波，非対称三角波，非対称台形波分布をもつ屈折率変調型格子について，格子周期が入射波長に比べて十分短い場合に，入射波の偏光方向によって，式 (10) ~ (12) の等価比誘電率 $(\varepsilon_{\mathrm{TE}}, \varepsilon_{\mathrm{TM}})$ で表される等価異方性を示すことを明らかにする．計算パラメータは，全ての領域の比透磁率を $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$，領域 I の比誘電率を $\varepsilon_1 = 1$ に設定した．周期性を考慮した厳密な解析法では，解の収束と計算時間の関係から，以下の計算では，空間高調波の展開項数を TE 波入射の場合は，$2M + 1 = 81$ とし，TM 波入射の場合は，正弦波，三角波分布において 81，非対称三角波分布において 151，非対称台形波分布において 301 として計算を行っている．

まず，式 (13) の等価比誘電率を用いて求めた固有値 ${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa$ と式 (24) の数値的に求めた 0 次の固有値 ${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa_0$ の比較を図 2 に示す．図 (a) (b) はそれぞれ，TE 波，TM 波入射の場合である．固有値 ${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa_0$ は，変調型格子の複素比誘電率の中間値 $\bar{\varepsilon}$，変調度 δ，入射角 θ_i のみに依存することを確認している．TE 波入射の場合，正弦波，三角波，非対称三角波分布では，変調度に関わらず等価比誘電率が同じになるため，同じ値の固有値に近づく．非対称台形波分布では，変調度に応じて等価比誘電率が変わるため，異なる固有値に近づいている様子がわかる．TM 波入射の場合，変調度に応じて等価比誘電率が変わるため，異なる固有値に近づいている様子がわかる．TE 波，TM 波入射の場合共に，誘電率分布に関わらず，変調度 δ が大きくなると，両者の固有値がほぼ一致する格子周期は短くなる傾向にある．格子周期が十分短いとき，数値的に求めた 0 次の固有値は，等価比誘電率を用いて求めた固有値に十分一致し，一様近似が有効になる様子がわかる．従って，${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa_0^{\pm}$ を式 (13) の ${}^{\mathrm{E(M)}}\kappa^{\pm}$ に代入すれば，屈折率変調型格子の比誘電率に相当する値 $\varepsilon_{\mathrm{g,TE}}$，$\varepsilon_{\mathrm{g,TM}}$ は，次式を用い

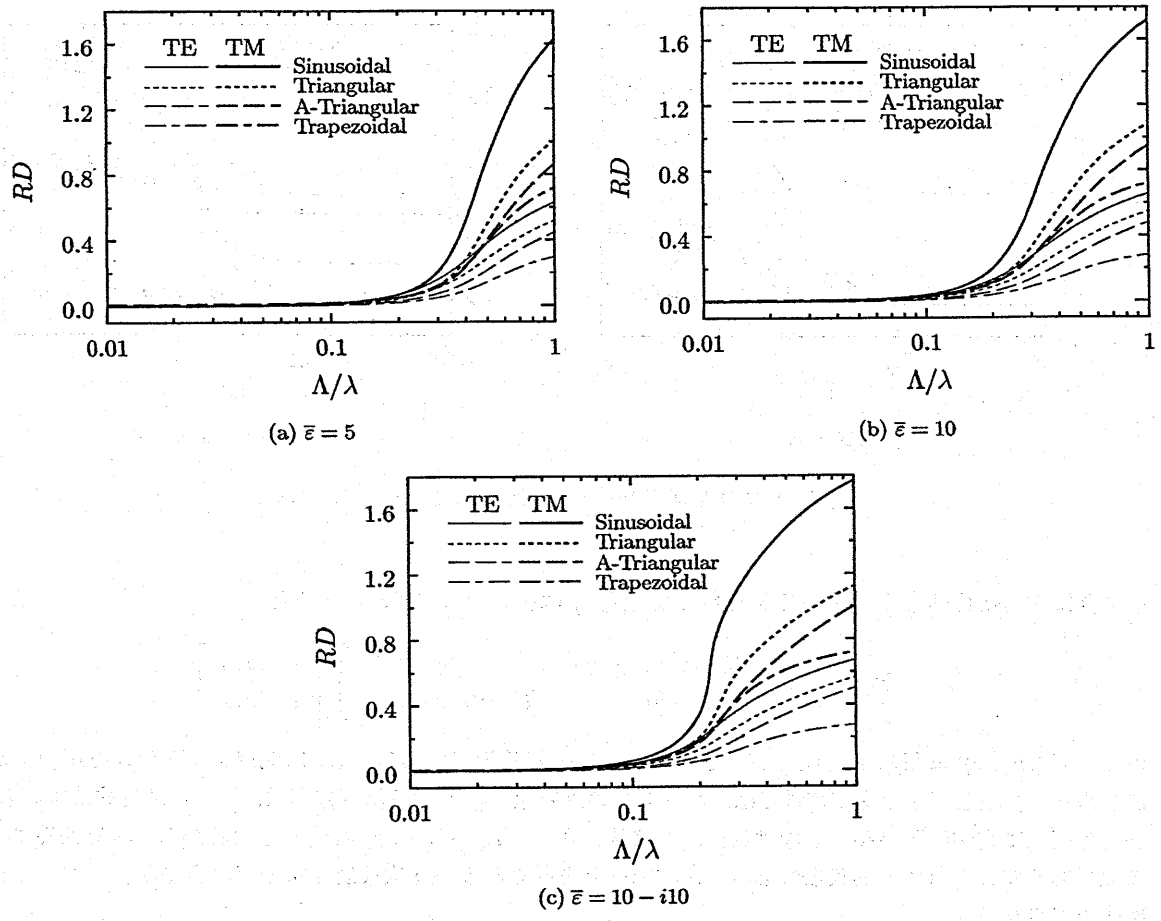


図 3　等価比誘電率を基準とした相対値 RD の変化 ($\delta=0.8$, $\theta_i=45\,^\circ$)

て求められる.

$$\varepsilon_{\mathrm{g,TE}}=\left({}^{\mathrm{E}}\kappa_0^{\pm}\right)^2+s_0^2\,,\quad \varepsilon_{\mathrm{g,TM}}=\frac{\left({}^{\mathrm{M}}\kappa_0^{\pm}\right)^2}{1-\dfrac{s_0^2}{\varepsilon_{\mathrm{g,TE}}}} \tag{26}$$

この比誘電率に相当する値と式 (8) で求められる等価比誘電率 $\varepsilon_{\mathrm{TE}}$, $\varepsilon_{\mathrm{TM}}$ の違いを調べれば, 等価誘電率の有効性が明らかになる. そこで, 等価比誘電率を基準とした相対値として, 次式を定義する.

$$RD=\left|\frac{\varepsilon_{\mathrm{g,TE(TM)}}-\varepsilon_{\mathrm{TE(TM)}}}{\varepsilon_{\mathrm{TE(TM)}}}\right| \tag{27}$$

$\bar{\varepsilon}$ の影響を調べるために, $\bar{\varepsilon}=5$, 10, $10-i10$ の場合の規格化周期に対する RD の変化について, 図 3 に示す. 比較のため, 非対称台形波分布では, 他の分布と同じ平均誘電率となるように, $\bar{\varepsilon}/\left(1+\dfrac{\delta}{2}\right)$ を $\bar{\varepsilon}$ に設定した. 変調度が比較的大きい $\delta=0.8$ とし, 入射角度を $\theta_i=45\,^\circ$ とした. これらの図から, 誘電率分布に関わらず, 格子周期が短くなるにつれて, 比誘電率に相当する値は, 等価比誘電率に近づいている様子がわかる. 等価比誘電率に近づく格子周期は, $\bar{\varepsilon}$ の実部, 虚部の大きさに依存しており, 正弦波分布の場合に, RD が最も大きく, 等価比誘電率にほぼ一致する格子周期が最も短いことがわかる. 例えば, RD が 0.01 以下を一様近似が成立する目安とすると, 図 (c) の正弦波分布の場合, 格子周期 Λ/λ が, TE 波, TM 波入射に対して, それぞれ, 0.046, 0.042 より短ければ, 有効である. また, $\bar{\varepsilon}=10-i10$ について, 入射角度 $\theta_i=80\,^\circ$ のときの正弦波分布の数値計算を行い, 同様に, RD が 0.01 以下となる格子周期 Λ/λ を求めた結果, TE 波, TM 波入射に対して, それぞれ, 0.046, 0.043 となり, 入射角度 θ_i の影響は小さいことがわかった.

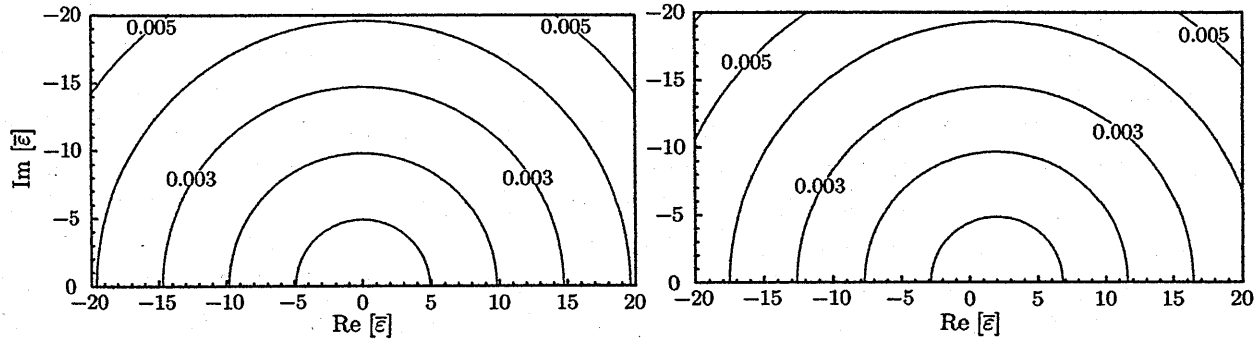


図 4　正弦波分布の場合の相対値 RD の等値線図（$\delta = 0.2$, $\Lambda/\lambda = 0.1$, $\theta_i = 45\,°$）

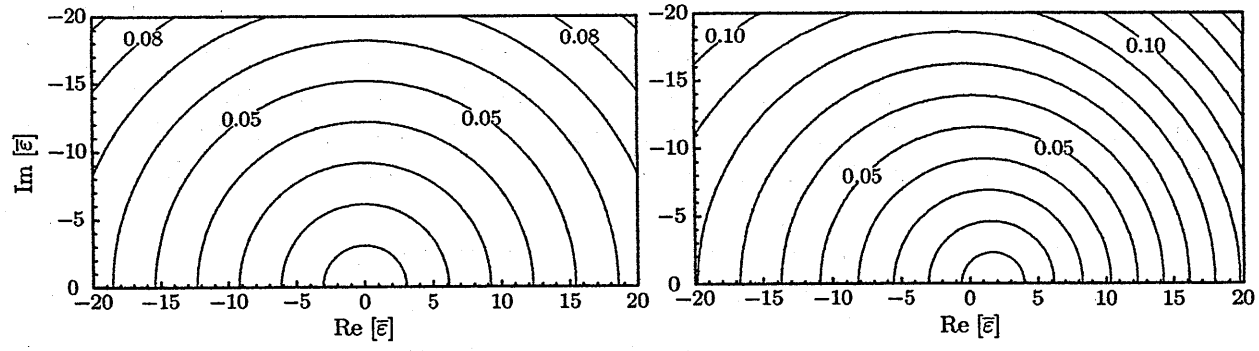


図 5　正弦波分布の場合の相対値 RD の等値線図（$\delta = 0.8$, $\Lambda/\lambda = 0.1$, $\theta_i = 45\,°$）

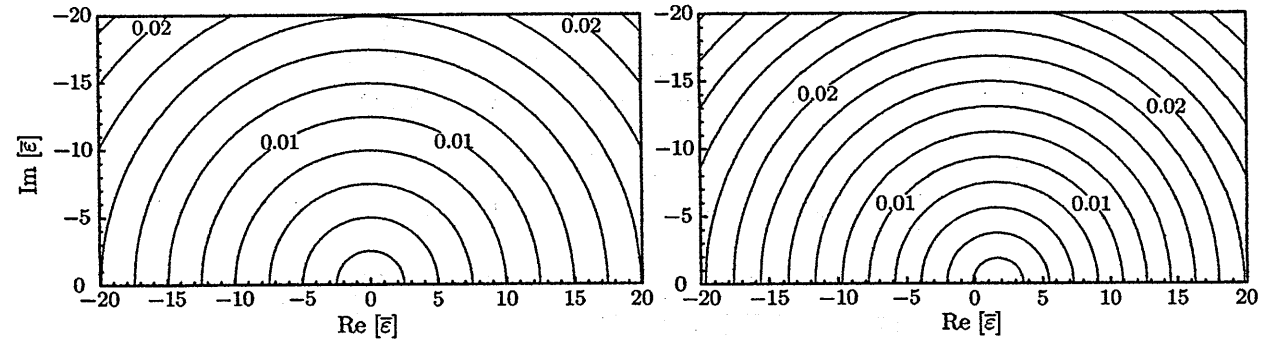


図 6　正弦波分布の場合の相対値 RD の等値線図（$\delta = 0.8$, $\Lambda/\lambda = 0.05$, $\theta_i = 45\,°$）

次に，RD が最も大きい正弦波の誘電率分布の変調型格子について，横軸に $\bar{\varepsilon}$ の実部 $\mathrm{Re}[\bar{\varepsilon}]$，縦軸に虚部 $\mathrm{Im}[\bar{\varepsilon}]$ をとったときの RD の等値線図を 図 4 ～ 6 に示す．図 4, 5 は，格子周期 $\Lambda/\lambda = 0.1$ であり，変調度はそれぞれ，$\delta = 0.2$, 0.8 の場合である．図 6 はさらに格子周期が短い $\Lambda/\lambda = 0.05$ であり，$\delta = 0.8$ の場合である．これらの図から，変調型格子の複素比誘電率の中間値 $\bar{\varepsilon}$ によって，変調型格子の比誘電率に相当する値 $\varepsilon_{\mathrm{g,TE(TM)}}$ が等価比誘電率 $\varepsilon_{\mathrm{TE(TM)}}$ に対して，どの程度，異なっているかを知ることができる．RD の等値線は，格子周期に関わらず，半円状になっており，$\bar{\varepsilon}$ が大きくなるにつれて，等価比誘電率に対する違いが大きくなっている．TE 波入射では，ほぼ $\mathrm{Re}[\bar{\varepsilon}] = \mathrm{Im}[\bar{\varepsilon}] = 0$ を中心とする同心半円状になっている様子がわかる．図 4 から，$\delta = 0.2$ の場合には，$\Lambda/\lambda = 0.1$ で，RD が小さく，広範囲にわたって，1 % 以下で一様近似が成立することがわかる．$\delta = 0.8$ の場合には，格子周期 $\Lambda/\lambda = 0.1$, 0.05 のとき，図 5(b), 6(b) から，例えば，

$\bar{\varepsilon} = (0.14 - i4.44)^2 = -19.69 - i1.24$ (銀に相当，$\lambda = 688$ nm) 付近で，8 %，3 % 程度の違いが，それぞれ現れている様子がわかる．複素誘電率の実部が負になりうる光波領域における金属と考えられる屈折率変調型格子においても，格子周期が短いとき，一様近似が有効である様子がわかる．

さらに，正弦波の誘電率分布をもつ屈折率変調型格子の規格化周期 Λ/λ に対する 0 次の振幅反射率 $\sqrt{\eta_0^r}$ の変化を図 7 に示す．格子の比誘電率の中間値を $\bar{\varepsilon} = 5$，厚さを $d/\lambda = 2.0$，領域 III の比誘電率を $\varepsilon_3 = 2.5$ とした．格子周期が短くなると，変調度に関わらず，TE 波では同じ振幅反射率に，TM 波では異なる振幅反射率に近づき，一様近似による手法が有効になる様子がわかる．図 4，5 から，$\Lambda/\lambda = 0.1$ のとき，$\bar{\varepsilon} = 5$ における RD の値が小さいことがわかる．従って，厳密に計算した振幅反射率は，等価誘電率と伝送線理論を用いて近似的に計算した振幅反射率に，$\Lambda/\lambda = 0.1$ 付近でほぼ一致している様子がわかる．格子周期が長くなるにつれて，TE 波，TM 波共に高次のモードが発生するため，振幅反射率が変化している．$\Lambda/\lambda = 0.437$，0.586 付近で，-1 次の透過，反射の回折波が発生することを確認している．

最後に，屈折率変調型格子の等価異方性を明らかにするために，正弦波，三角波，非対称台形波の誘電率分布の屈折率変調型格子について，偏光方向によって異なる等価誘電率から，変調度に対する常波と異常波に相当する屈折率の差 $(\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{TE}}} - \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{TM}}})/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{TE}}}$ を求めて，図 8 に示す．比較のため，レリーフ型としてもみなせる矩形波分布の場合を式 (9) において，$\varepsilon_a = \bar{\varepsilon}(1+\delta)$，$\varepsilon_b = \bar{\varepsilon}(1-\delta)$，$f = 0.5$ として計算した．同図より，異方性の度合が誘電率分布及び変調度によって大きく変化し，屈折率変調型格子が等価異方性を示すことがわかる．矩形波分布を除けば，正弦波分布の等価異方性の度合いが大きくなっていることがわかる．

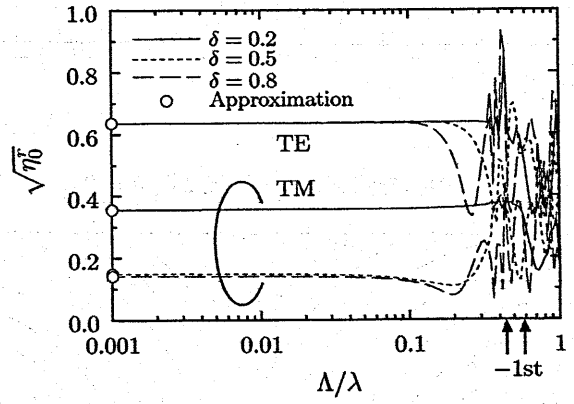


図 7　正弦波分布の場合の 0 次振幅反射率．($\varepsilon_1 = 1$，$\varepsilon_3 = 2.5$，$\bar{\varepsilon} = 5$，$d/\lambda = 2.0$)

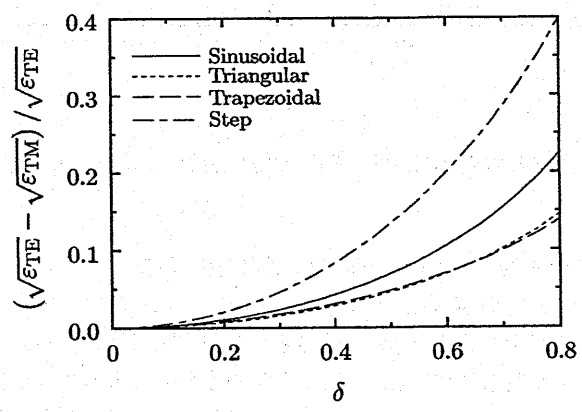


図 8　変調度に対する常波と異常波に相当する屈折率の差

3　平板格子における一様近似式

3.1　平板格子の回折問題

本節で扱う構造を図 9 に示す．平面波が入射角 θ_i で入射する散乱問題について考える．誘電体格子がレリーフ型と変調型に分類されるのと同様に，平板格子は，同じ大きさの金属素子を一定の間隔で周期的，平面的に配列したものと，表面抵抗が周期的に変化する金属平板に分類される．前者はよく知られ，平板格子と単に呼ばれることが多い．一方，後者はあまり知られていないようである．

図 (a) に，z 軸方向の周期間隔 Λ，y 軸方向に一様な波長に比べて十分厚さの薄い 2 種類の平板格子が交互に配列された金属板列を示す．2 種類の平板格子 (以下，平板格子 #1，#2 とする) の表面インピーダンスをそれぞれ，Z_{s1}，Z_{s2} [Ω 口] とし，面積占有率をそれぞれ，f，$(1-f)$ とすれば，表面インピーダンスは次式のように与えられる．

$$Z_s(z) = \begin{cases} Z_{s1} & (|z| \le f\Lambda/2) \\ Z_{s2} & (f\Lambda/2 < |z| \le \Lambda/2) \end{cases} \tag{28}$$

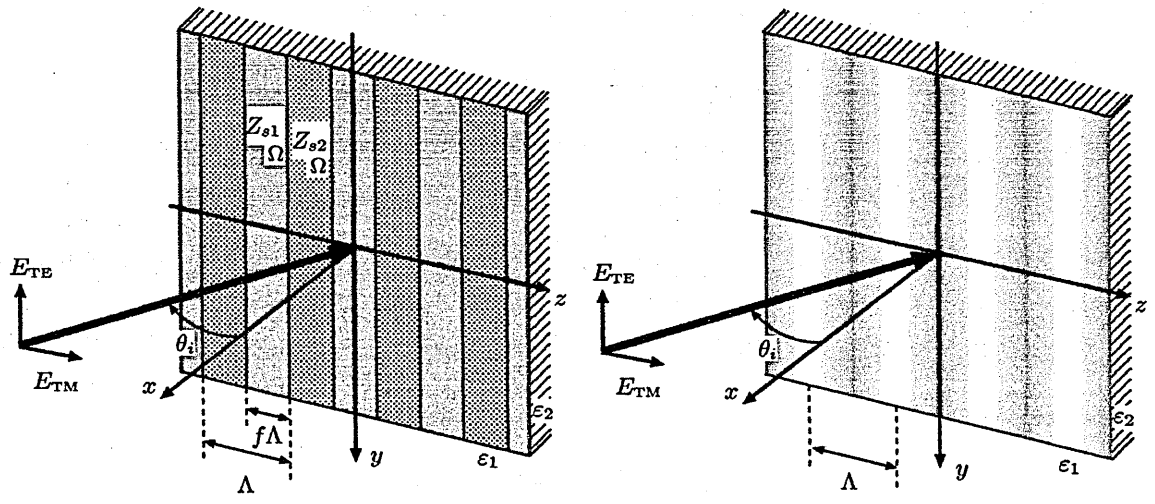
図 (b) に，z 軸方向の周期 Λ で表面インピーダンスが変化する金属平板を示す．周期的に変化する表面インピーダンスは境界面に平行な位置 z の関数 $Z_s(z)$ で与えられるものとし，本論文では，正弦波，三角波，非対称三角波の表面インピーダンス分布を有する金属平板を考え，表面インピーダンスを変調度 δ を用いて，次式のように表す．

$$Z_s(z) = \overline{Z}_s \left\{ 1 + \delta \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z \right) \right\} \qquad \text{(正弦波)} \tag{29}$$

$$Z_s(z) = \overline{Z}_s \left\{ 1 + \delta \left(1 - \frac{4}{\Lambda} |z| \right) \right\} \qquad \text{(三角波)} \tag{30}$$

$$Z_s(z) = \overline{Z}_s \left(1 + \delta \frac{2}{\Lambda} z \right) \qquad \text{(非対称三角波)} \tag{31}$$

但し，$\overline{Z}_s$ は格子の表面インピーダンスの最大と最小の中間値である．領域 I，II の比誘電率は，ε_1，ε_2 で表し，無損失媒質とする．



(a) 金属板列　　(b) 表面インピーダンスが変化する金属平板

図 9　平板格子

3.2　等価インピーダンスを表す一様近似式による解析法

平面電磁波が平板格子に入射する場合，波長 λ に比べて周期間隔 Λ が十分小さければ，面積平均的な等価インピーダンスを考慮することができる．電界が格子に平行な場合 (TE 波)，周期間隔が十分小さければ，電界の y 成分 E_y は連続となるため，平均電流 $\overline{J}_y$ は平均インピーダンス $Z_{\rm TE}$ を用いて次式で与えられる [1]．

$$\overline{J}_y = \frac{E_y}{Z_{\rm TE}} = \left(\frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \frac{1}{Z_s(z)}\, dz \right) E_y \tag{32}$$

また，電界が格子に垂直な場合 (TM 波)，電流の z 成分 J_z は連続となるため，平均電界 $\overline{E}_z$ は平均インピーダンス $Z_{\rm TM}$ を用いて次式で与えられる [1]．

$$\overline{E}_z = Z_{\rm TM} J_z = \left(\frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} Z_s(z)\, dz \right) J_z \tag{33}$$

従って，等価インピーダンスは，次式のように表され，本論文では，平板格子における汎用的な一様近似式と呼ぶことにする．

$$\frac{1}{Z_{\rm TE}} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \frac{1}{Z_s(z)}\, dz\,, \quad Z_{\rm TM} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} Z_s(z)\, dz \tag{34}$$

また，この平板格子の一様近似式は，誘電体格子の一様近似式 (8) から推測できる．一般に，電波領域では，金属の複素比誘電率は，虚数部が実数部に比べてかなり大きく，表面抵抗 R を用いて，次式のように表すことができる [18][19]．

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 1 - i\frac{1}{(R/Z_0)\ k_0 d} \approx -i\frac{1}{(R/Z_0)\ k_0 d} \tag{35}$$

表面抵抗が境界面に平行な位置 z の関数で $R_s(z)$ のように変化する金属平板の複素誘電率は，

$$\varepsilon(z) \approx -i\frac{1}{(R_s(z)/Z_0)\ k_0 d} \tag{36}$$

のように表すことができる．式 (35) (36) を式 (8) に代入し，リアクタンス分を考慮すれば，平板格子における一様近似式 (34) が導出できることがわかる．まず，図 9 (a) の 2 種類の平板格子からなる金属板列を考える．式 (28) を式 (34) に代入すると，平均的な表面インピーダンスは

$$\frac{1}{Z_{\rm TE}} = \frac{f}{Z_{s1}} + \frac{1-f}{Z_{s2}}\,, \qquad Z_{\rm TM} = f\, Z_{s1} + (1-f)\, Z_{s2} \tag{37}$$

で与えられる．ここで，電波吸収体として一般に用いられる抵抗皮膜 [20] の場合を考える．一方の平板格子 #2 が無いとき，格子間隙 ($f\Lambda/2 < |\, z\, | \le \Lambda/2$) における導電率は $\sigma_2 = 0$ であり，表面抵抗は $R_{s2} \to \infty$ である．従って，面積平均的な表面抵抗はそれぞれ，$R_{\rm TE} = R_{s1}/f$，$R_{\rm TM} \to \infty$ で与えられ，z 方向については，平板格子 #1 が無い構造と等価であると考えることができる．また，平板格子 #2 が完全導体のとき，$R_{s2} = 0$ であり，平均的な表面抵抗は，$R_{\rm TE} = 0$，$R_{\rm TM} = f\, R_{s1}$ で与えられる．次に，図 9 (b) の表面インピーダンスが周期的に変化する金属平板を考える．式 (29) ~ (31) を式 (34) に代入すると，平均的な表面インピーダンスは

正弦波:

$$Z_{\rm TE} = \overline{Z}_s \sqrt{1-\delta^2}\,, \quad Z_{\rm TM} = \overline{Z}_s \tag{38}$$

三角波・非対称三角波:

$$Z_{\rm TE} = \frac{2\overline{Z}_s \delta}{\log \dfrac{1+\delta}{1-\delta}}\,, \quad Z_{\rm TM} = \overline{Z}_s \tag{39}$$

[1] インピーダンスの単位を [Ω □]，表面電流の単位を [A/m] とすれば，電界の単位は [V/m] となっている．

のように求められる．TE 波入射の場合，変調度によって等価インピーダンスが変化し，TM 波入射の場合，表面インピーダンス分布に関わらず，等価インピーダンスは平均値となっている．また，三角波と非対称三角波の場合，等価インピーダンスが同じになっている．これらは，誘電体格子の一様近似式 (8) と平板格子の一様近似式 (34) の関係からも，推測できる．

以上のように，構造の方向性によって面内異方性を等価的に生る．従って，等価インピーダンス $(Z_{\mathrm{TE}}, Z_{\mathrm{TM}})$ を用いて，平面波に対する電力反射，透過係数を求めることができる．一様近似による等価的なインピーダンス平板の特性は，伝送線理論 [4] により，あるいは，次節のガレルキン法において，空間高調波の打ち切り次数を $M=0$ と設定することにより，散乱特性を解析でき，両者の数値計算結果が全く一致することを確認している．

3.3 周期性を考慮した厳密な解析法

周期性を考慮した平板格子の特性はスペクトル領域ガレルキン法よって厳密に解析できる [14]．平板格子の表面インピーダンスが境界面に平行な位置の関数として任意に表される場合を扱うために，本論文では，表面インピーダンスを $Z_s(z)$ と表し，電流展開関数の空間領域及びスペクトル領域展開を用いて，スペクトル領域ガレルキン法を適用する．

インピーダンス境界条件式は，境界面 $x=0$ における平板格子上の電界の接線成分 $E_{\tan}(z)$，表面インピーダンス $Z_s(z)$，面電流密度 $J(z)$ を用いて，

$$\sqrt{Y_0}E_{\tan}(z) - (Z_s(z)/Z_0)\sqrt{Z_0}J(z) = 0 \tag{40}$$

のように表される．$E_{\tan}(z)$ は 1 次界と 2 次界の和で表され，2 次界は十分大きな展開項数に対する空間高調波展開によって近似できるものとすれば，

$$\sqrt{Y_0}E_{\tan}(z) = \sqrt{Y_0}\left\{E^{1st}_{\tan}(z) + E^{2nd}_{\tan}(z)\right\} = e_0\exp(-is_0z) + \sum_{m=-M}^{M} g_m(0)\, j_m \exp(-is_mz) \tag{41}$$

となる．ここで，$g_m(x)$ は m 次のスペクトル領域グリーン関数，s_0 は z 軸方向の入射波の規格化伝搬定数，s_m は z 軸方向の規格化伝搬定数である．j_m は空間高調波の展開係数であり，

$$\sqrt{Z_0}J(z) = \sum_{m=-M}^{M} j_m \exp(-is_mz) \tag{42}$$

によって表される．表面電流 $J(z)$，j_{pm} は K 項の既知関数 $\Phi_p(z)$，ϕ_{pm} を用いて，空間，スペクトル領域において，

$$\sqrt{Z_0}J(z) = \sum_{p=1}^{K} I_p\, \Phi_p(z)\,, \qquad j_m = \sum_{p=1}^{K} I_p\, \phi_{pm} \tag{43}$$

のようにそれぞれ，展開できるとすれば，スペクトル領域ガレルキン法により，空間及びペクトル領域における基底関数の表現式 $\Phi_p(z)$，ϕ_{pm} の混合形表現を用いて線形代数方程式が次式のように得られる．

$$\sum_{p=1}^{K} Z_{pp'} I_p = V_{p'} \qquad (p' = 1, 2, \cdots, K) \tag{44}$$

$$Z_{pp'} = \sum_{m=-M}^{M} \phi^*_{p'm}\, g_m(0)\, \phi_{pm} - \frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \Phi^*_{p'}(z)\, \frac{Z_s(z)}{Z_0}\, \Phi_p(z)\, dz\,, \qquad V_{p'} = -\, e_0\, \phi^*_{p'0} \tag{45}$$

ここで，I_p を求めることにより，表面電流が式 (43) より，決定される．従って，m 次の反射及び透過回折効率が次式のように与えられる．

$$\eta^r_m = \frac{\left|Re\left\{\kappa^+_{1m}\right\}\right| \left|g^+_{1m}(0)\, j_m + g^+_{10}(0)\, \delta_{0m}\right|^2}{\left|Re\{\kappa^-_{10}\}\right|}\,, \quad \eta^t_m = \frac{\left|Re\left\{\kappa^-_{2m}\right\}\right| \left|g^-_{2m}(0)\, j_m + g^-_{20}(0)\, \delta_{0m}\right|^2}{\left|Re\{\kappa^-_{10}\}\right|} \tag{46}$$

表 1　電力反射係数の比較

(a) TE-wave

	Resistive grating $R_{s1}/Z_0 = 0.1$		Reactive grating $X_{s1}/Z_0 = 0.1$	
	K=10	K=100	K=10	K=100
Eq.(45)	0.50277066	0.50277716	0.49071226	0.49309978
Eq.(48)	0.50563610	0.50311857	0.49397859	0.49358052

(b) TM-wave

	Resistive grating $R_{s1}/Z_0 = 0.1$		Reactive grating $X_{s1}/Z_0 = 0.1$	
	K=10	K=100	K=10	K=100
Eq.(45)	0.14241263	0.14374131	0.12418707	0.12737457
Eq.(48)	0.14250322	0.14374276	0.12431367	0.12737679

($f = 0.5$, $\Lambda/\lambda = 0.5$, $\theta_i = 45\,^\circ$)

ここで，グリーン関数 $g_m(x)$ は第 2 節の固有値を用いた誘電体格子の計算法により，数値的に求められる．κ_m は固有値であり，$-e_{ym}h^*_{xm} = \pm\xi_m$ (TE 波)，$e_{zm}h^*_{ym} = \pm\xi_m$ (TM 波)，$\kappa_m^{\pm} = \mp\xi_m$ のように規格化している．また，電力反射及び透過係数は，それぞれ次式のように与えられる．

$$r_p = \sum_{m=-M}^{M} \eta^r_m\,, \qquad t_p = \sum_{m=-M}^{M} \eta^t_m \tag{47}$$

3.4　数値計算及び検討

インピーダンス平板格子において，一様近似式 (34) が成立する周期の限界を一様近似による計算結果とスペクトル領域ガレルキン法による平板格子の計算結果の比較により，調べる．また，平板格子のガレルキン法による数値計算では，式 (45) において，$Z_s(z)$ が任意で表されることを前提としているため，電流展開に用いる基底関数としてステップ関数を用い，空間高調波の打ち切り次数と電流展開項数の関係を $M = 3K$ に設定した．簡単化のため，全ての数値計算において，インピーダンス格子を抵抗格子の場合とリアクタンス格子の場合に分けて検討する．TE 波入射では，誘導リアクタンス (iX_s) として，TM 波入射では，容量リアクタンス ($-iX_s$) として考える [21].

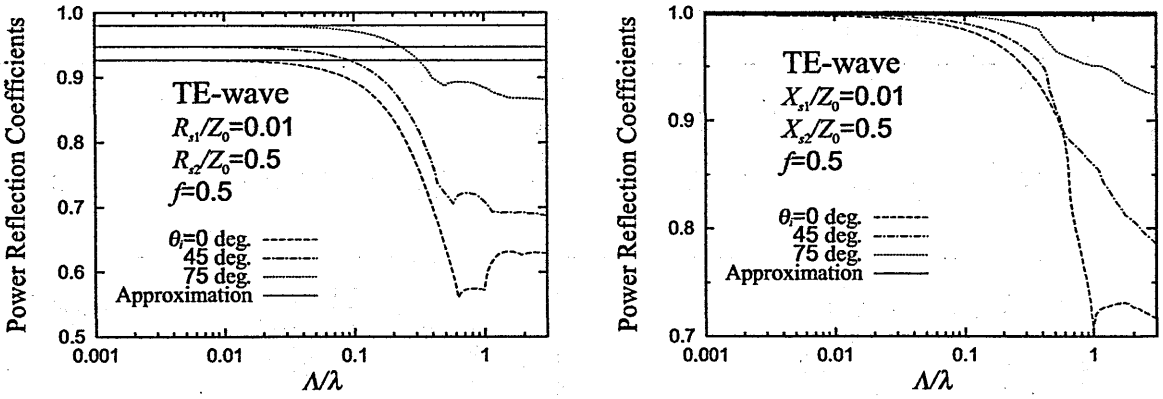
まず，電流展開関数の空間及びスペクトル領域展開を利用した混合形によるガレルキン法の妥当性を検討する．図 9 (a) の金属板列において，平板格子 #2 が無い場合，$Z_s(z) = Z_{s1}$ のように定数で表されるため，式 (45) は展開関数のスペクトル領域表示のみを用いた単独形で

$$Z_{pp'} = \sum_{m=-M}^{M} \phi^*_{p'm} \left(g_m(0) - \frac{Z_{s1}}{Z_0} \right) \phi_{pm} \tag{48}$$

のように表すことも可能である．式 (45) の展開関数の混合形表現による計算結果と式 (48) の単独形表現による計算結果を比較し，抵抗格子，リアクタンス格子について表 1 に示す．但し，計算に用いたパラメータは $\Lambda/\lambda = 0.5$, $f = 0.5$, $\theta_i = 45\,^\circ$ である．この表から，TE 波，TM 波入射いずれの場合も，両者の電力反射係数は展開項数 K の大きさに関わらず，十分一致していると見なすことができ，混合形表現の $Z_{pp'}$ を用いて数値計算を行って良いことがわかる．従って，平板格子の厳密な解析法による計算では，展開関数の空間及びスペクトル領域展開を利用した混合形表現によるガレルキン法を用いる．計算機の処理能力と解の収束性の関係から，展開項数を $K = 100$ に設定した．本節では，表面インピーダンス $Z_s(z)$ が式 (28) で表される 図 9 (a) の 2 種類の平板格子からなる金属板列のみを扱う．金属板列は半無限誘電体上に配置されており，比透磁率を $\mu = 1$，比誘電率を $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 2.5$ とする．

TE 波解析 本節では，TE 波入射の場合について検討する．まず，2 種類の平板格子の表面抵抗，または表面リアクタンスの値が大きく異なる場合を考え，電磁波の入射角度 $\theta_i = 0$，45，75 ° のときの規格化周期に対する電力反射係数の変化を図 10 に示す．抵抗格子 ($R_{s1}/Z_0 = 0.01$，$f = 0.5$，$R_{s2}/Z_0 = 0.5$) の場合を図 (a) に，リアクタンス格子 ($X_{s1}/Z_0 = 0.01$，$f = 0.5$，$X_{s2}/Z_0 = 0.5$) の場合を図 (b) に示す．これらの図から，入射角度に関わらず，周期が小さくなるにつれて，厳密に計算した結果は一様近似を用いて計算した結果に近づく様子がわかる．例えば，両者の電力反射係数の差が入射電力に対して 1 % 以下を一様近似の適用限界の目安と考えると，これらの図から，Λ/λ が 0.0759 以下であれば，一様近似が成立すると言える．

次に，2 種類の格子について，表面抵抗値の違いが小さい場合 ($R_{s1}/Z_0 = 0.01$，$f = 0.5$，$R_{s2}/Z_0 = 0.05$) について，図 11 に示す．周期が小さくなるにつれて，厳密に計算した結果は一様近似を用いて計算した結果に近づく様子がわかる．また，2 種類の格子の表面抵抗値が大きく異なる場合 (図 10(a)) に比べて，広い周期範囲で両者の電力反射係数の差が小さいことがわかる．



(a) Resistive gratings　　(b) Reactive gratings

図 10　周期に対する電力反射係数

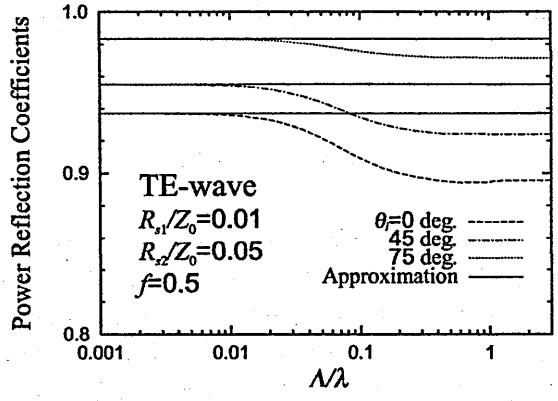


図 11　抵抗格子の周期に対する電力反射係数

さらに，面積占有率の影響を調べるために，平板格子 #1 の面積占有率を $f = 0.2$，0.8 として，抵抗格子の表面抵抗 R_{s2}/Z_0 に対する電力反射係数を図 12 に，リアクタンス格子の表面リアクタンス X_{s2}/Z_0 に対する電力反射係数を図 13 に示す．なお，一方の格子について，抵抗格子の場合は $R_{s1}/Z_0 = 0.1$，リアクタンス格子の場合は $X_{s1}/Z_0 = 0.1$ とし，入射角度を $\theta_i = 0$ ° とした．抵抗格子，リアクタンス格子の場合共に，面積占有率に関わらず，周期が小さいとき，厳密に計算した結果は一様近似を用いて計算した結果に一致している．図 12 において，表面抵抗を R_{s1}/Z_0=0.1，R_{s2}/Z_0=5.0 としたときの抵抗格子上の電界分布を図 14 に示す．

周期が小さくなるにつれて，厳密な電界分布は一様近似による電界分布に近づいている様子がわかり，式 (34) が成立することが言える．$f = 0.2$ の場合は，式 (40) から，格子 #2 上の電界量が大きいため，一様近似による電界分布に対して違いが大きいことがわかる．従って，図 12 の電力反射係数の場合に，$R_{s2}/Z_0 = 5.0$ 付近では，一様近似に対して違いが大きくなっている．

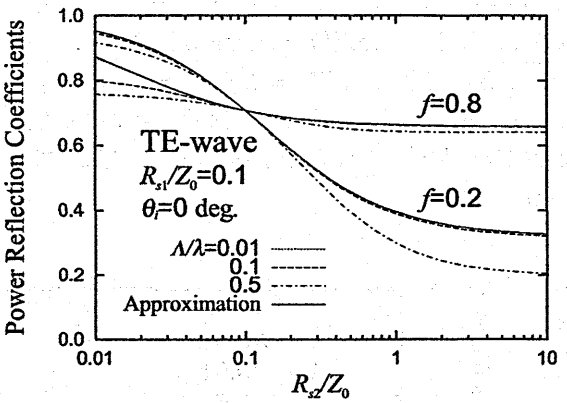


図 12 表面抵抗に対する電力反射係数

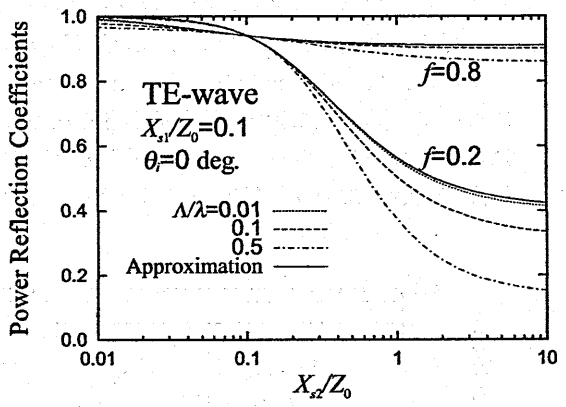
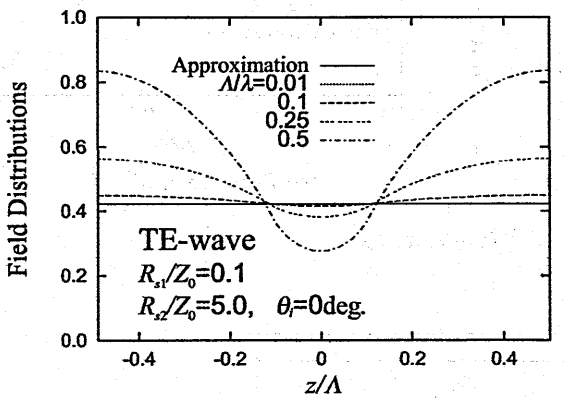
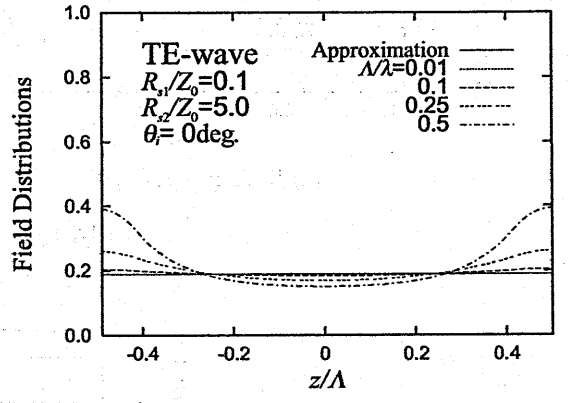


図 13 表面リアクタンスに対する電力反射係数



(a) f=0.2



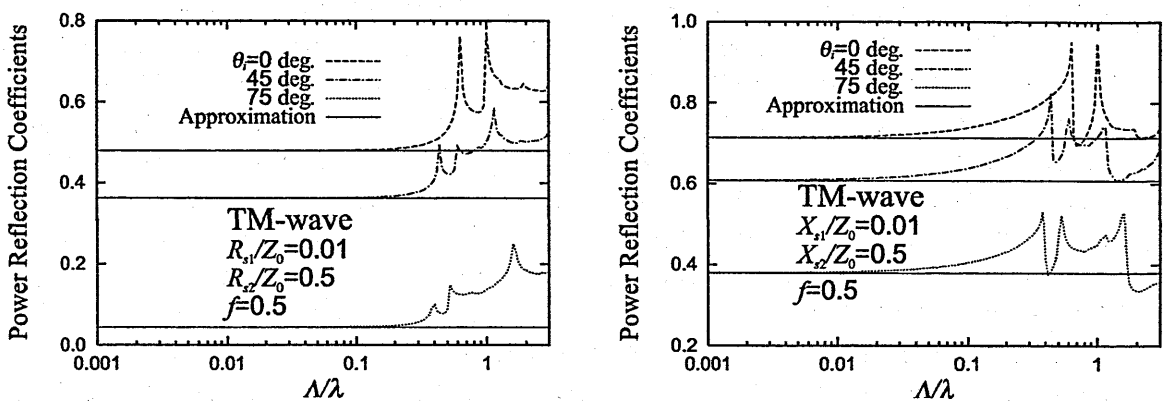
(b) f=0.8

図 14 抵抗格子の電界分布

TM 波解析 本節では，TM 波入射の場合について検討する．電磁波の入射角度 $\theta_i = 0$，45，75 ° のときの規格化周期に対する電力反射係数の変化を図 15 に示す．抵抗格子 ($R_{s1}/Z_0 = 0.01$，$f = 0.5$，$R_{s2}/Z_0 = 0.5$) の場合を図 (a) に，リアクタンス格子 ($X_{s1}/Z_0 = 0.01$，$f = 0.5$，$X_{s2}/Z_0 = 0.5$) の場合を図 (b) に示す．これらの図から，入射角度に関わらず，周期が小さくなるにつれて，厳密に計算した結果は一様近似を用いて計算した結果に近づく様子がわかる．例えば，両者の電力反射係数の差が入射電力に対して 1 % 以下を一様近似の適用限界の目安とすると，Λ/λ が 0.0316 以下であれば，一様近似が成立すると言える．

次に，面積占有率の影響を調べるために，平板格子 #1 の面積占有率を $f = 0.2$，0.8 とし，抵抗格子の表面抵抗 R_{s2}/Z_0 に対する電力反射係数を図 16 に，リアクタンス格子の表面リアクタンス X_{s2}/Z_0 に対する電力反射係数を図 17 に示す．なお，一方の格子について，抵抗格子の場合は $R_{s1}/Z_0 = 0.1$，リアクタンス格子の場合は $X_{s1}/Z_0 = 0.1$ とし，入射角度を $\theta_i = 0$ ° とした．これらの図から，面積占有率や表面抵抗，表面リアクタンスの値に関わらず，周期が小さいとき，厳密に計算した結果は一様近似を用いて計算した結果に一致している．図 16 において，表面抵抗を R_{s1}/Z_0=0.1，R_{s2}/Z_0=5.0 としたときの抵抗格子上の電流分布を図 18 に示す．周期が小さくなるにつれて，厳密な電流分布は一様近似による電流分布に近づいている様子がわかり，式 (34) が成立することが言える．$f = 0.8$ の場合は，格子 #1 に誘起される電流量が大きいため，一様近似に

よる電流分布に対して違いが大きい．従って，図 16 の電力反射係数の場合に，$R_{s2}/Z_0 = 5.0$ 付近では，一様近似に対して違いが大きくなっている．



(a) Resistive gratings　　(b) Reactive gratings

図 15　周期に対する電力反射係数

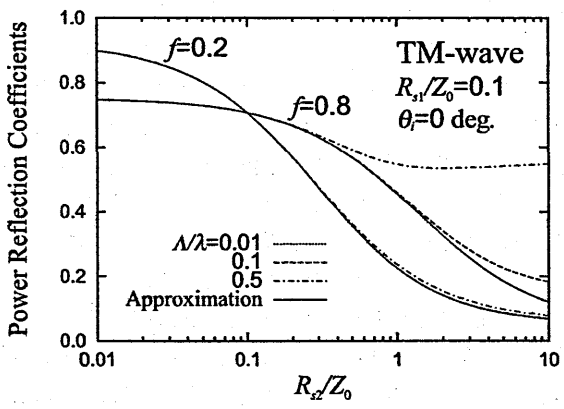


図 16　表面抵抗に対する電力反射係数

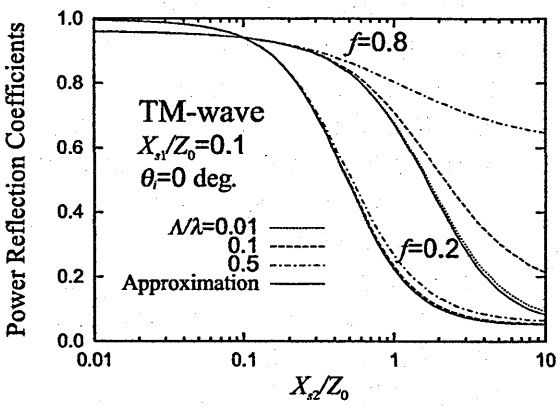
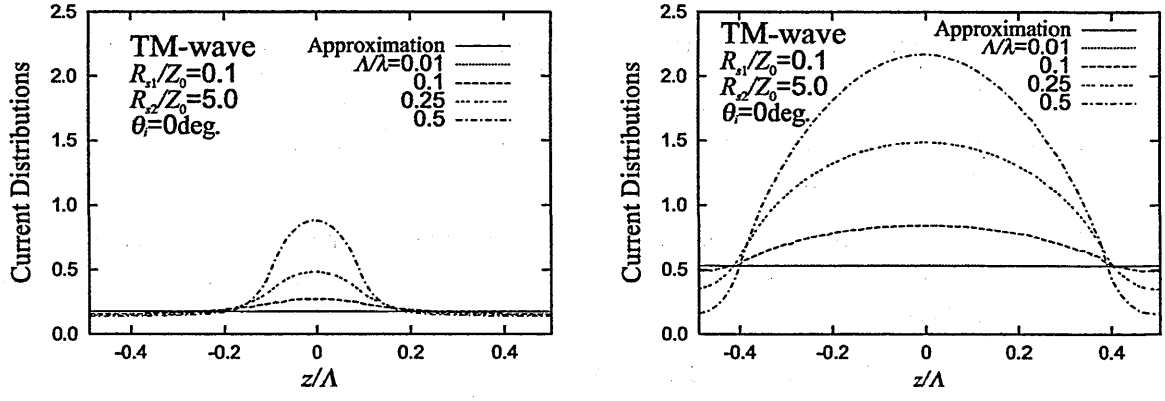


図 17　表面リアクタンスに対する電力反射係数



(a) $f = 0.2$　　(b) $f = 0.8$

図 18　抵抗格子の電流分布

4　むすび

本論文では，電波，光波領域の周期構造媒質である誘電体格子，電波領域の周期構造媒質である平板格子において成立する汎用的な一様近似式を，それぞれ提案し，その有効性を示した．

まず，誘電体格子について，等価誘電率を表す汎用的な一様近似式を提案し，その有効性を示すと共に，周期が波長に比べて短い屈折率変調型格子の等価異方性を明らかにした．汎用的な一様近似式を用いて，正弦波，三角波，非対称三角波および非対称台形波の誘電率分布を有する屈折率変調型格子の等価比誘電率を求めた．TE 波入射においては，誘電率分布に関わらず，等価誘電率が誘電率分布の平均値となり，TM 波入射においては，平均値にならず，変調度に応じて変化することを明らかにした．屈折率変調型格子の比誘電率に相当する値の等価比誘電率に対する違いは，格子の誘電率の中間値の実部と虚部に関して，半円状になっており，格子周期が短くなると，違いも小さく，等価誘電率が有効であることを明らかにした．格子周期 $\Lambda/\lambda = 0.1$，変調度 $\delta = 0.2$ の屈折率変調型格子では，複素比誘電率の中間値 $-20 \leq \mathrm{Re}[\varepsilon] \leq 20$，$-20 \leq \mathrm{Im}[\varepsilon] \leq 0$ の範囲において，1 % 以下で一様近似が成立することがわかった．また，等価誘電率と伝送線理論による解析結果と屈折率変調型格子の回折問題の厳密な解析結果を比較することにより，格子周期が波長に比べて短いとき，一様近似が有効であることを確認した．等価誘電率を用いて異方性の度合いを比較し，矩形波分布を除けば正弦波分布の場合が最も等価異方性が強いことがわかった．

次に，平板格子について，面積平均的な等価インピーダンスを表す汎用的な一様近似式を提案し，2 種類の平板格子を交互に貼り合わせた金属板列，表面インピーダンスが正弦波，三角波，非対称三角波状に周期的変化する金属平板に適用し，等価インピーダンスを求めた．TE 波入射の場合，変調度によって等価インピーダンスが変化し，TM 波入射の場合，表面インピーダンス分布に関わらず，等価インピーダンスは平均値となることを明らかにした．金属板列について，一様近似を用いて計算した結果と周期性を考慮した平板格子の厳密な計算結果の比較により，1/4 波長よりも周期が十分小さいときに一様近似が成立することを示した．この一様近似式を用いることにより，電波吸収体用の所望する抵抗を有する抵抗皮膜の作製が期待される．また，問題の明確化のため，抵抗金属板列，リアクタンス金属板列に分けて検討したが，抵抗分とリアクタンス分を共に含むインピーダンス金属板列の場合も，一様近似が成立することを数値計算により，確認している．

今後の課題は，等価誘電率を表す一様近似式及び等価インピーダンスを表す一様近似式について，入射面が格子と直交しないコニカルマウントにおける 3 次元散乱問題を調べること，平板格子における一様近似式について，直接的な評価を検討すること，さらに，正弦波，三角波，非対称三角波の表面インピーダンス分布を有する金属平板について，一様近似式から導出した等価インピーダンスの有効性を示すために，数値計算を行うことである．

参考文献

（1） M. Born and E. Wolf, Principles of optics, 6th edition, Pergamon press, New York, pp. 705–708, 1980.

（2） 応用物理学会・日本光学会・光設計研究グループ監修，増補改訂版 回折光学素子入門，第 4 部，オプトロニクス社，2006.

（3） V. Halte, A. Benabbles and J. -Y. Bigot, “Optical response of periodically modulated nanostructures near the interband transition threshold of noble metals”, Optical Express, Vol. 14, No. 7, pp. 2909–2920, 2006.

（4） 橋本修，電波吸収体入門，森北出版，1997.

（5） 山崎恒樹，日向隆，細野俊夫，稲川譲二，“誘電率変調型グレーティングの伝搬特性”，電気学会研究会資料，電磁界理論，EMT-87-54，pp. 137–146，1987.

(6) 山北次郎, 六島克, "屈折率変調型格子による等価異方性効果", 電子情報通信学会論文誌 (C-I), Vol. J73-C-I, No. 9, pp. 605–608, 1990.

(7) 若林秀昭, 山北次郎, 小松実, 稲井寛, "誘電率変調型格子における等価異方性の解析", 電気学会研究会資料, 電磁界理論, EMT-04-93, pp. 17–22, 2004.

(8) 若林秀昭, 山北次郎, 稲井寛, "誘電率変調型格子における等価誘電率を表す一様近似式に関する検討", 電気学会研究会資料, 電磁界理論, EMT-05-92, pp. 53–58, 2005.

(9) 菅野翔太, 若林秀昭, 稲井寛, "屈折率変調型格子の等価誘電率近似に関する検討", 電気学会論文誌, 基礎・材料・共通 (A) 部門誌, Vol. 127, No. 8, 2007 (掲載予定).

(10) M. Komatsu, H. Wakabayashi and J. Yamakita, "Computational methods for surface relief gratings using electric and magnetic flux expansions", IEICE Transactions on Electronics, Vol. E88-C, No. 12, pp. 2192–2198, 2005.

(11) 最新 電磁波の吸収と遮蔽, pp. 90–95, 日経技術図書, 1999.

(12) 若林秀昭, 山北次郎, 浅居正充, 稲井寛, "平板格子における等価抵抗膜に関する検討", 電気学会研究会資料, 電磁界理論, EMT-02-46, pp. 1–6, 2002.

(13) 住谷和美, 若林秀昭, 稲井寛, "帯状金属板列における等価インピーダンスを表す一様近似式の有効性", 電気学会論文誌, 電子・情報・システム (C) 部門誌, Vol. 123, No. 11, pp. 1930–1953, 2003.

(14) R. C. Hall, R. Mittra and K. M. Mitzer, "Analysis of multilayered periodic structures using generalized scattering matrix theory", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 4, pp. 511–517, 1988.

(15) 西原浩, 春名正光, 栖原敏明, 光集積回路 (改訂増補版), 第 7 章, オーム社, 1994.

(16) 山口詔二, 細野敏夫, "不均質媒質中の電磁界解析法について", 電子通信学会論文誌 (B), Vol. J65-A, No. 5, pp. 614–621, 1982.

(17) T. Yamasaki, K. Isono and T. Hinata, "Analysis of electromagnetic fields in inhomogeneous media by Fourier series expansion methods – The case of a dielectric constant mixed a positive and negative regions –", IEICE Transactions on Electronics, Vol. E88-C, No. 12, pp. 2216–2222, 2005.

(18) H. Wakabayashi, M. Komatsu, J. Yamakita and M. Asai, "Improved convergence in the analysis of thin metallic gratings with thickness profiles", American Geophysical Union, Radio Science, Vol. 38, No. 6, pp. 8-1–8-10, 2003.

(19) H. Wakabayashi, J. Yamakita, M. Asai and H. Inai, "Availability of resistive boundary condition for thin metallic gratings placed in conical mounting", IEICE Transactions on Electronics, Vol. E87-C, No. 9, pp. 1560–1567, 2004.

(20) 清水康敬, 杉浦行, 電磁妨害波の基本と対策, 第 5 章, 電子情報通信学会, 1995.

(21) Ben A. Munk, Frequency selective surfaces theory and design, Chapter 1, John Wiley & Sonc, Inc., 2000.

輻射研究会資料　RS07-08

小型低温水素メーザの開発研究—マイクロ波共振器の低温化と周波数制御系の改善

Studies on Development of a Small Size and Low Temperature Hydrogen Masers -a Cold Microwave Resonance Cavity and Improvement on the Frequency tuning

中桐 紘治*、 蔡　勇**, 岸　知慶*

*近畿大学, **中国上海天文台

K. Nakagiri*, Y. Cai**, Y. Kishi*

*Kinki University, **Shanghai Astronomical Observatory

2007年7月20日

於いて　近畿大学

要旨

我々は，従来より約１桁の周波数安定度改善と小型化による使い易さを目指して、小型低温水素メーザ周波数標準実験器の開発を行っている。この実験器では、従来より寸法が約半分の TE_{111} モードのマイクロ波共振器を採用して、これを液体窒素による低温化して水素ビームの速度を低速化してメーザ発振線幅を狭くし，共振器での熱雑音を抑制し、更に水素ビームの効率化による信号増大を図る構造にした。技術開発要素である低温化方法には，最内層シールドの外側のアルミ円筒状恒温槽を真空装置上部に配置したドーナツ状液体窒素タンクからの熱伝導で冷却する方式にした。マイクロ波共振器の周波数制御には，高速周波数同調法である搬送波抑圧位相連続矩形波周波数変調を採用して，水素メーザ発振線を汚さない方式で好結果を得ている。

１．はじめに

水素メーザは、最も周波数安定度が優れている原子周波数標準器として、時間周波数標準器の基準、時計、同期に利用されるばかりでなく、他の種々の用途：超長基線電波干渉計、深宇宙通信その他精密計測に用いられている。これは、水素原子がマイクロ波標準に利用するのに都合の良いエネルギー構造，物性をもつことによる。水素原子をマイクロ波共振器の中にて約１秒間閉じ込めて、マイクロ波誘導発振を起こす際のマイクロ波との相互作用時間を長くし、それから得られる発振スペクトル線幅を狭くできるのが大きな特長である。

水素原子では，陽子の自転による角運動量 I と電子の自転による角運動量 J が合わされ１つの角運動量 F となり，I と J はこの F の周りを一緒に首振り回転運動をする。この回転周波数は約 1420 MHz(１秒間に 1.42×10^9 回の回転数)であり，これが水素メーザ時計の出力（遷移）周波数に関係する。

図１のように外部から磁場を原子に掛けない場合角運動量 F の大きさは $F=1, 0$ の上下２つの状態であるが，磁場が掛かると上の状態は磁場方向の成分を表わす $m_F=1,\ 0,\ -1$ の３つの状態に分かれ，磁場を増やすと４つの状態は大きさを図のように連続的に変わる。４つの状態の中で外部の磁場の変化を受けることが他に比べて極端に少ないエネルギー状態が上下に１つずつあるので上の状態から下の状態にその差に相当するエネルギーを周波数 1420 MHz の電波として取り出して原子時計を製作する。これを磁気の回転首振り運動のベクトルモデルで示すと図２のようになる。

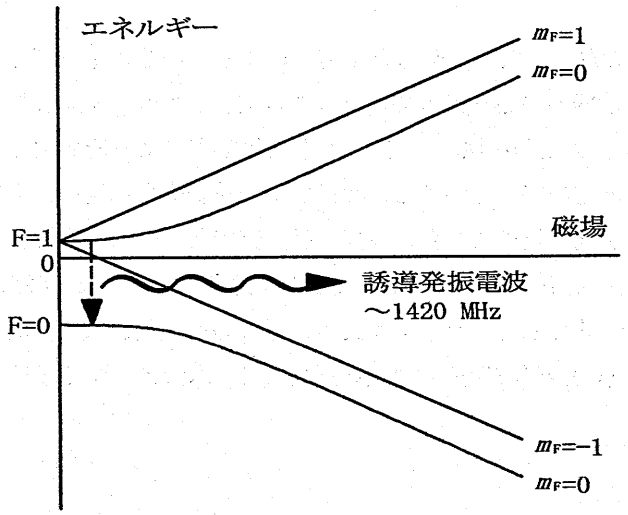


図 1 水素原子の静磁場でのエネルギー状態

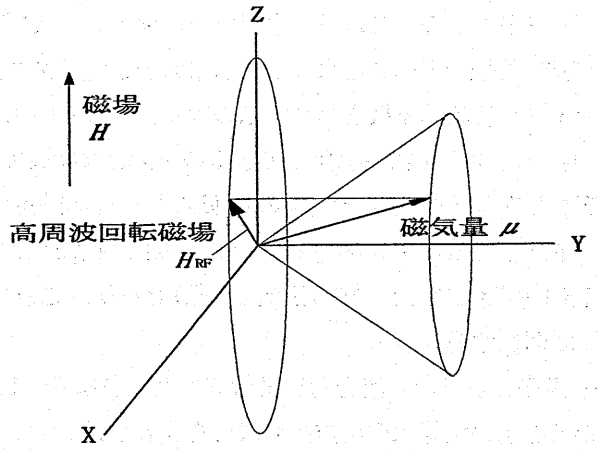


図 2 回転首振り模型による水素原子のエネルギー状態の移り変わり

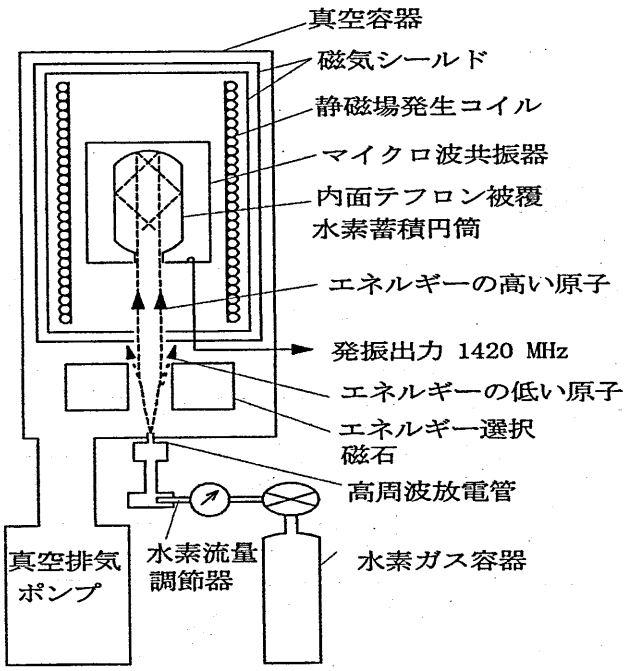


図 3 水素メーザ原子時計の基本構成

図 3 は，現用で最も精度の高い原子時計として利用されている水素メーザ原子時計の基本的な仕組みである。水素分子を原子に分離する放電管の先に取り付けた 1 mm 位の穴から水素原子を 1 時間に 3 c.c.位をビームとして真空中に出して，中心軸での磁界ゼロで外側が強くなる磁界レンズを作っている磁石の中を通して中心軸に（後に説明する）エネルギー状態が高い水素原子だけを集束させて水素蓄積球の中に導いている。水素蓄積球に入った原子は前に入った原子が出した電波の振動にあわせた電波を出します（誘導発振と呼ぶ)。これを持続させてマイクロ波共振器中の電波の一部（1 から 2 割），10^{-13} W 位を取り出す。この電波の信号は微小であるが，雑音はこの信号の 10 万分の 1 位と小さいので，精度の高い原子時計の発信源となります。

原子時計として実用に供しているものには，セシウム原子，ルビジウム原子を利用したものがあります。原子の性質に応じて方式，作りかたが違い，結果としての周波数安定度等の利用が異なります。図 4 に周波数安定度の大体を示している。

原子時計は，時刻の維持・供給、通信ネットワークの同期、移動無線（携帯電話を含む)・ラジオ・テレビ・の時刻・周波数基準、ＧＰＳ（世界測位システム)、レーダによる位置や時刻の決定、大陸間超長基線電波干渉計（VLBI)， 電波天文観測による宇宙の構造、仕組みの解明、計量標準（時間、周波数、長さ、電圧等）の標準値決定、深宇宙探査船の軌道決

定などに利用されます。

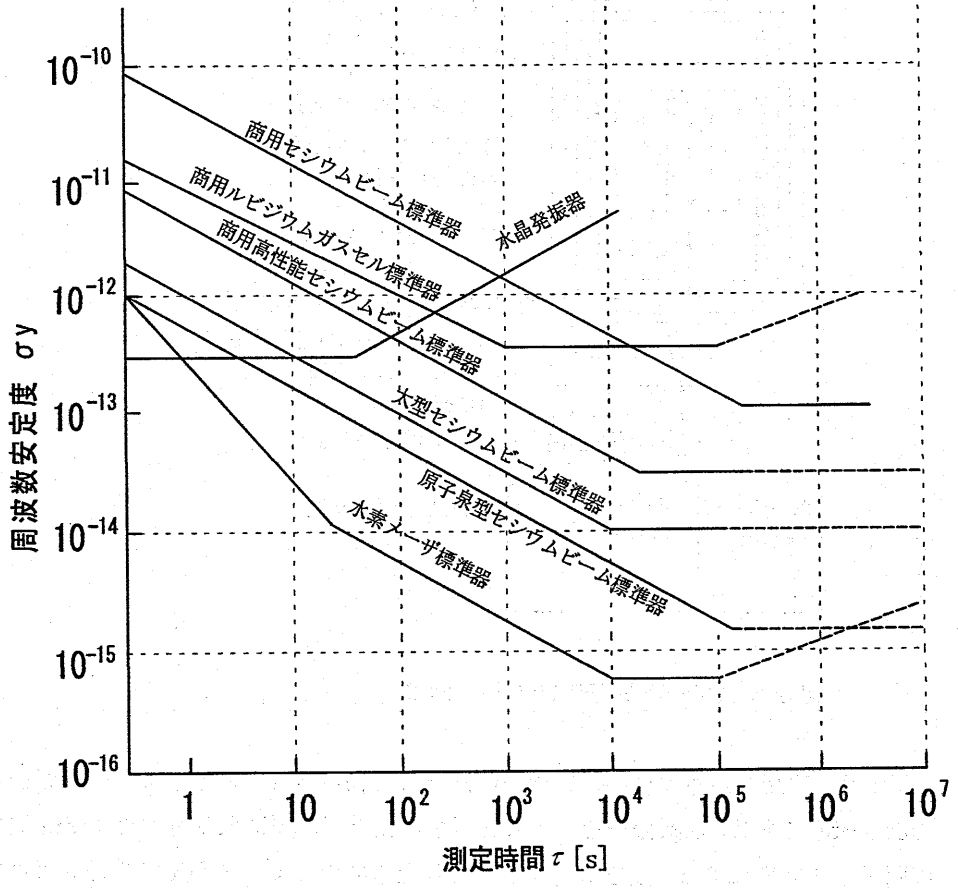


図 4 各種原子時計の安定度（水晶発振器安定度を比較のため含む）

図 4 に示されているように，水素原子時計は水素メーザ（英語では Maser で Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation の頭文字をとったもの。Microwave を Light で置き換えると Laser になり，日本語のレーザに対応する）とも呼ばれ，原子時計では一番安定度が高い。これは，水素蓄積器内壁のテフロン膜により周波数が僅かであるがシフトするので、周波数の絶対値はセシウム標準器に劣るが、水素蓄積器内でマイクロ波との相互作用時間を約 1 秒と長くとれるので発振周波数の鋭さ（発振周波数を発振周波数強度の半分の値の周波数幅で割ったものでQで表わす）がよく、100 秒から 1000 秒で安定度が特に高い基準標準器として利用されます。時刻の維持，周波数基準，超長基線干渉計（VLBI とも呼ばれるがこれは Very Long Baseline Interferometer の頭文字），深宇宙探査船の軌道決定などに利用されます。超長基線干渉計は，遠く離れた星からの電波を遠く離れた（例えば数千 km）2 箇所以上で受信して取得されたデータを同時性を確保して相関をとり，高分

解能（1ｍ秒角以下）に天体を観測するもので，大陸間の移動特性も測定でき時刻同期（0.1 10^{-9}秒とか），位置決定（1 cmとか）もできる。

近年水素メーザを利用する関連分野で水素メーザの周波数安定度、使いやすさに対する要望が高まってきている[1][2]。水素メーザに対する周波数安定度要求がもう1桁になると水素メーザの現在の最高安定度が 6×10^{-16}程度なので、これに応える技術革新、改良が必要になる。また、光周波数の通信、計測での利用技術が進み光周波数標準器の高精度化も間近となり、光とマイクロ波を結びつける技術も発展している。この点からも使い易く、高精度なマイクロ波標準としての水素メーザの改良、製作が一層望まれている。

我々は，水素メーザ時計の周波数安定度の限界を破り，約1桁の改善を目指してマイクロ波共振器部を液体窒素で冷やして水素原子とマイクロ波と相互作用時間を長くして，発振周波数幅を鋭くするとともに，マイクロ波共振器からの熱雑音を低くする技術を目指して「垂直型小形低温マイクロ波共振器水素メーザ実験器」の開発をしている。また，水素メーザ原子時計の長期安定度はマイクロ波共振器周波数と水素メーザ発振周波数のずれから生ずるのでこれの高速精密周波数制御法についても研究している。

本文では、このマイクロ波共振器の低温化と周波数制御系の改善について述べる。

2．マイクロ波共振器の低温化

(1)試作中の小型化水素メーザの構造[3]

我々は，共振器の円筒の径を半分に小さくでき、しかも水素原子を多く蓄えられる TE_{111} モード共振器内に置く石英円筒を円筒軸に沿って2分割する水素蓄積円筒で低温化する方式を採用[3],[4]して、一層の安定化、小形化を図ることにした。この第1歩として、重さが347 gと比較的軽く丈夫な水素蓄積石英円筒製作に成功している。図5に、この共振器部をソレノイドコイル部とともに示す。共振器の内直径は 14.0 cm、円筒軸方向高さの調整範囲は 12～19 cmとした。石英円筒の内面を銀ペースト，或いは真空中での銅蒸着による被覆で共振器のQを22000位を達成するつもりであるが，石英円筒の内面に厚さ0.1 mmの銅箔ではQ7000位を得ている。水素蓄積円筒の共振器内への挿入によるQの劣化は少しであったので，円筒内面の被覆を上記の方法で試みる予定である。

図6に開発を進めている「垂直型小形低温マイクロ波共振器水素メーザ実験器」の真空容器と内部の構成品の断面図を示す。寸法の単位はcmである。共振器の外側は、径の違ったソレノイドコイル計2組、最内層磁気シールド、温度低温化恒温層、中層磁気シールド、外層磁気シールドの順になっている。

外層磁気シールドの上に液体窒素ドーナツ状容器が置かれ恒温層と4本のアルミ棒で連結されている。外層磁気シールドの下は、水素ビーム源真空槽への隔壁を隔ててエネルギー選択ビーム収束用電磁石、マヨラナ遷移利用不要エネルギー準位（$F=1, m_F=1$）除去コイル

磁石、エネルギー選択６極永久磁石、原子ビーム発生放電管などを配置する。

TE_{111} 方式には、共振器内全域に水素蓄積円筒を置き発振動作を起こすため、径方向も含め全域にわたって静磁場が一様でなければならない。これを実現するため、長くて径の大きい、もう１つのソレノイドコイルを用意した。

(2)　共振器の低温化と温度制御方法

真空槽内の共振器上部の容器に液体窒素を蓄えて、これと接続されている恒温槽を冷却する。

温度制御については共振器両端に磁場を発生しないホルマール線をバイファイラー巻きにしたリング状のヒータを製作した。これにより共振器を直接制御できるため温度安定化改善ができる。

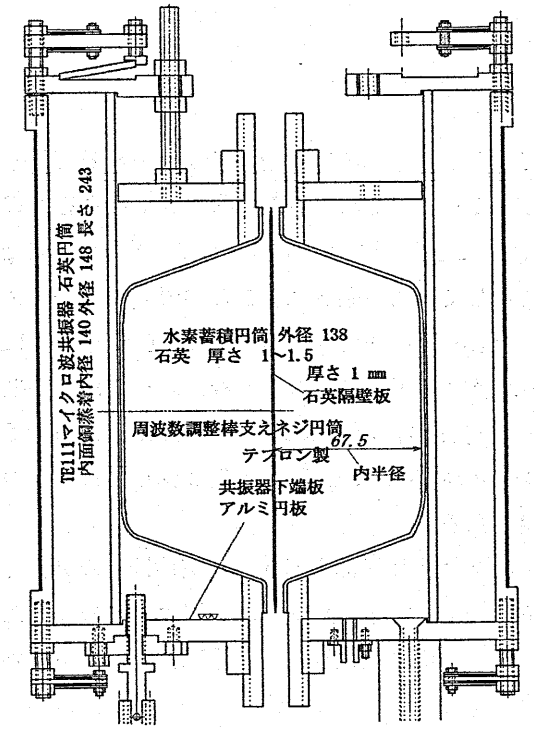


図５ 実験器の TE_{111} モード共振器部構造

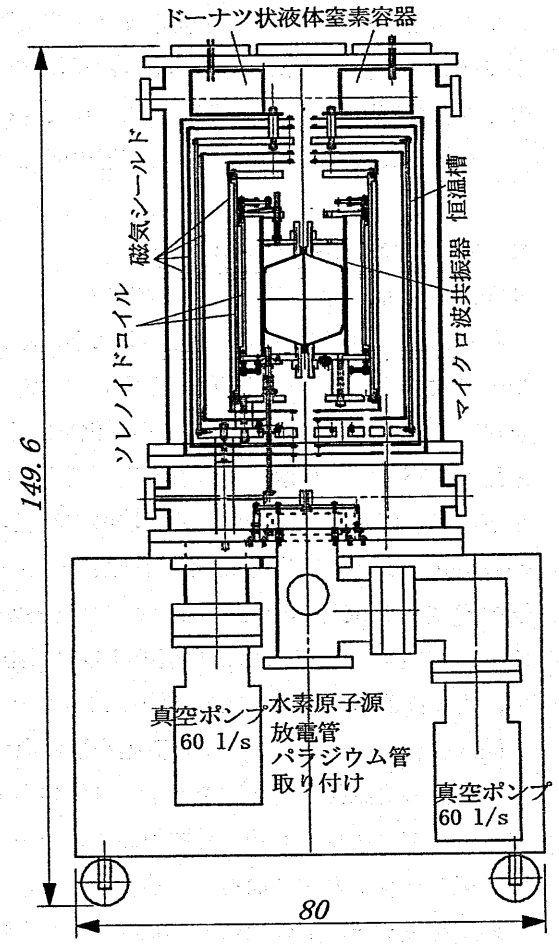


図６ 垂直型小型低温水素メーザ実験器本体

(3) 低温化とビーム効率向上による周波数安定度改善[3]

液体窒素を使っての制御温度は、テフロンの第2ガラス転移温度-97℃の12度手前の温度-85℃をまず試みることにした。この温度でのマイクロ波雑音低下効果による周波数安定度は、実験室での共振器設定温度50℃に比べて，発振電力を現状の2倍に改善できるとして、短期安定度は0.54倍、中期安定度は0.31倍と改善が期待できる。これを図7に示した。図中には次の目標としての90 Kの場合も示している。

図7での安定度は、2標本分散の平方根をσ_yとする式

$$\sigma_y{}^2 = \frac{3kTf_B}{2\pi(f_m\tau)^2 P_0}\left\{1+\frac{F(1+\beta)}{4\beta}\right\}+\frac{kT}{2}\cdot\frac{1}{P_0 Q_l{}^2}\cdot\frac{1}{\tau} \qquad (1)$$

によって計算した[6]。ただし、kはボルツマン定数、f_Bは受信回路系の帯域幅、Tは共振器絶対温度、P_0はメーザ発振電力、Fは受信回路系のNF（雑音指数）、βは共振器結合係数、f_mはメーザ発振周波数、τは測定時間(平均化時間)、Q_lは原子発振スペクトルのQ値(メーザ発振周波数をスペクトルの半値全幅で割算したもの)。である。使用データは、$P_0 = 10^{-13}$ W, $\beta = 0.21$, $f_B = 1.0$ Hz, $F = 1.0$, である。

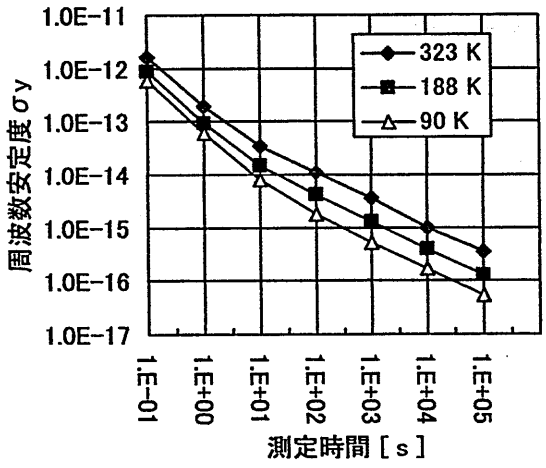


図7 低温化による周波数安定度の改善予測

(4)低温化実験

図6に示されているドーナツ状の容器に空気中から液体窒素を供給して共振器の温度を-85℃に設定する実験をしている。予備実験では,15時間で最内層磁気シールドの温度が38℃下がり，共振器の周波数が22 kHz下がり，冷却時間を充分長くすることにより目標の-85℃の実現性を示した。

3． 共振器周波数制御系の改善

(1) 矩形波周波数変調法

水素原子の固有共鳴周波数と共振器周波数との間に差があると、メーザ発振周波数はCavity Pullingの現象により次のように変化する。

$$f_m - f_0 = (f_c - f_0)Q_c / Q_l$$

ここで、Q_c は 共振器負荷Q値，Q_l は原子共鳴スペクトルのQ値である。この式から、をQ_c を50000、Q_l を2×10 9として、周波数安定度を1×10-15とするためには、共振器の周波数変動は0.063 Hz以内となる。このときの共振器の温度変化は84 μ K以下の安定度が要求され、温度制御だけで共振器周波数を一定に保つのは現実的でなく、共振器周波数を自動的に同調することが必要となる。

我々は，図8に示す矩形波周波数変調法を採用[5],[6]した。この変調法において，変調周波数 f_M で $f = f_C \pm f_W$ の矩形波周波数変調を行ったときの n 次のスペクトルの大きさは，変調指数 $m = f_W / f_M$ として，

$$B_n(m) = \frac{2m}{\pi(m^2 - n^2)}(-1)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(m+n)\right)$$

となる。メーザ発振周波数でのこのnが0の変調スペクトル B_0(m)は，変調指数mが偶数のとき零となり，メーザ発振を妨げない。このため，**キャリアフリー共振器周波数矩形波変調周波数制御法ともよばれ高速な制御が可能となる。**

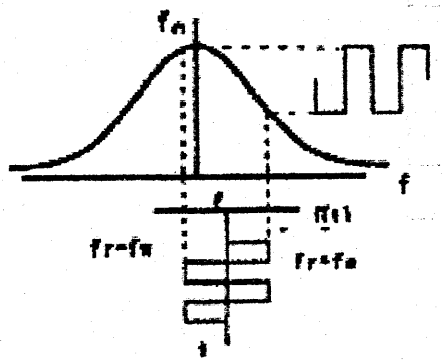


図8 マイクロ波共振器の矩形波周波数変調応答

(2) 共振器周波数制御実験

図９は，試作したキャリアフリー共振器周波数矩形波変調周波数制御系を示す。変調周波数 7.5 kHz で変調幅は±15 kHz にして位相連続で行っている。共振器へのこの変調電波の入力は，方向性結合器によって行い，その反射電波を方向性結合器へ出力している。共振器の周波数可変は，共振器内に置いているループアンテナに取り付けている可変容量ダイオードへの電圧供給によって行っている。このループアンテナの面積は，0.5 cm^2 位で通常の受信アンテナ面積程度である。電圧 10 V の変化でで約 1 kHz の特性が得られている。中間周波数 20.405 MHz で帯域幅約 2 kHz の水晶フィルターを 2 個使用して，中間周波数の後で行われている水晶発振器の位相制御を妨げないよう変調信号を取り除いている。

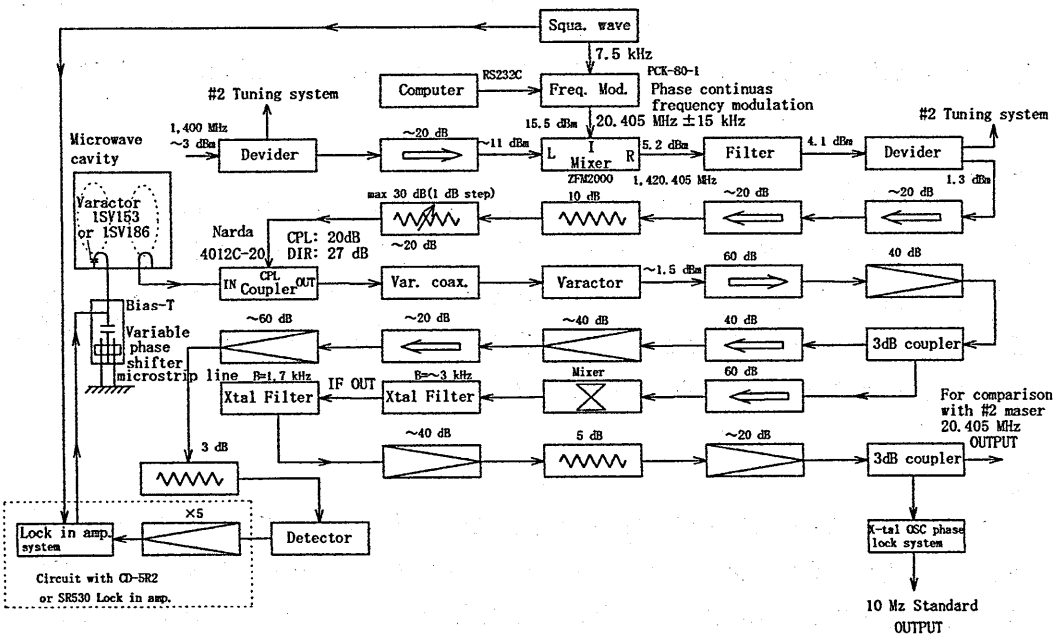


図９ キャリアフリー共振器周波数矩形波変調周波数制御系

水素メーザ発振電力よりも 10 から 100 倍程度の制御に充分な変調電力[6]の共振器内への供給で，マイクロ波共振器へ供給する段階でマイクロ波の搬送波抑圧度は 70 dB 以上が得られていて、図１０に示すように，水素メーザ発振電波による水晶発振器制御用の中間周波数 20.405 MHz の段階では発振電力の約 40 dB が得られている。水晶発振器位相制御状況を示す 405.757 kH のリサージュへの影響が出ていない。このことは，共振器周波数制御によって水素メーザ周波数標準器の長期周波数安定度を大きく改善できることを示している。

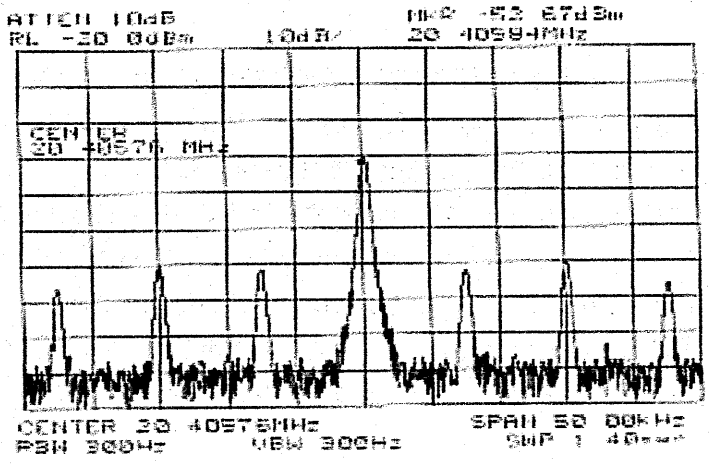


図１０　中間周波数 20. 405757 MHz での水素メーザ発振出力と共振器変調信号出力例

結論

周波数安定度を１桁弱改善することを目標に低温水素メーザの実験装置を組立て，共振器低温化実験をして，目標の-85℃への予備実験を行いその可能性を示す実験結果を得た。

共振器周波数制御実験では，中間周波数の水晶フィルタ後での変調スペクトル強度は，発振スペクトルよりも-40 dB 程度の好結果が得られた。今後は，制御装置２組目を製作し，２台の水素メーザ周波数相互安定度の評価実験を行う。

謝辞

本研究費用の殆どは文部科学省知的基盤整備振興調整プロジェクト「量子標準の高度化」経済産業省委託研究に支えられたことを付記し、関係の方々に感謝します。また、本研究に多大の技術協力をして頂いた通信総合研究所の関係の方々、近畿大学で実験に協力して頂いた諸氏、低温小型共振器系の製作に高度な技術で協力していただいたアリオス KK の方々に記して感謝します。

参考文献

(1) 松本弘一(2003)（特集：進展する量子標準）“総括：量子標準の意義と発展”，光アライアンス，9, Vol.14, No.9 , pp.33-34.

(2) 津田正宏，中桐紘治(2003)（特集：進展する量子標準）水素メーザの開発，光アライアンス, 9, Vol.14 , No.9 , pp.48-53.

(3)中桐紘治，張　為群，「小型低温水素メーザ周波数標準実験器の構造と静磁場分布，ビーム軌道計算」，Mem. School. B. O. S. T. Kinki University No. 14:63～75(2004).

(4)) Edward M. Mattison *et al.* (1976) A STUDY OF HYDROGEN MASER RESONATORS AND STORAGE BULBS FOR USE IN GROUND ANDAND SATELLITE MASER", Proc. 7th Precise Time and Time Interval Applications and Planning Meeting, pp.243-263.

(5) J. Vanier and Audoin (1989) The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards. pp.1121, 1130, Adam Hilger, Bristl and Philadelphia.

(6) C. Audoin, "Fast cavity auto-tuning system for hydrogen masers", Revue Phys. Appl, 16(1981) 125-130.

nichicon

加速器用パルス電源

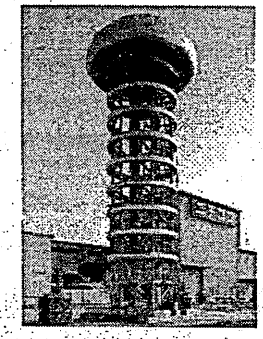
徳地　明、川崎敦志（ニチコン草津株式会社）

輻射科学研究会
平成19年10月23日
ニチコン草津株式会社にて
（RS07－09）

応用機器製品

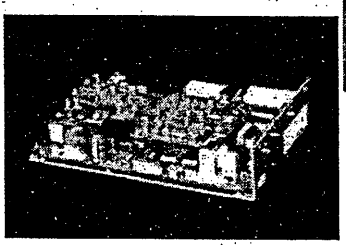
大電力クライストロン電源

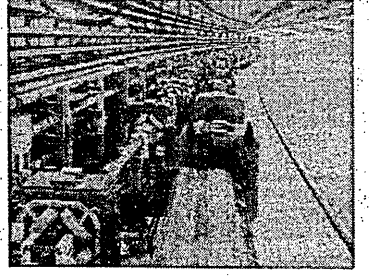
直流高圧発生装置



spring8

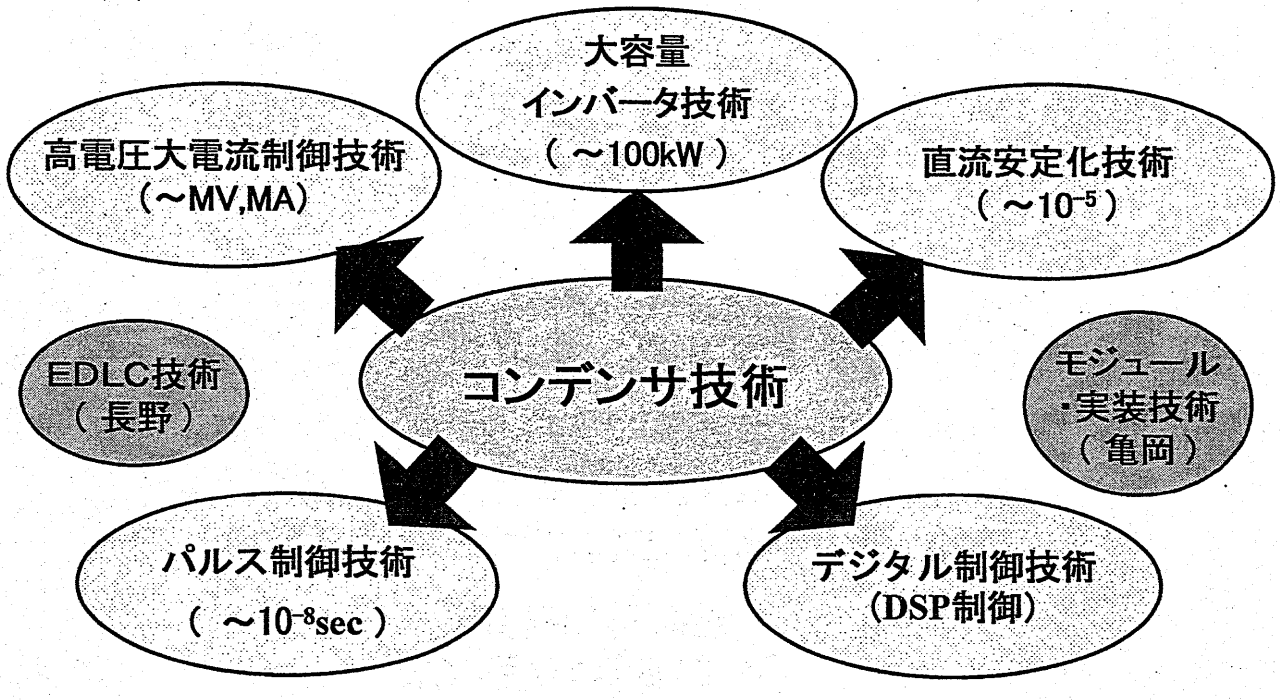
医療機器電源





加速器用電磁石電源

応用機器製品



国家基幹技術:X線自由電子レーザ(SCSS)プロジェクトへの参画

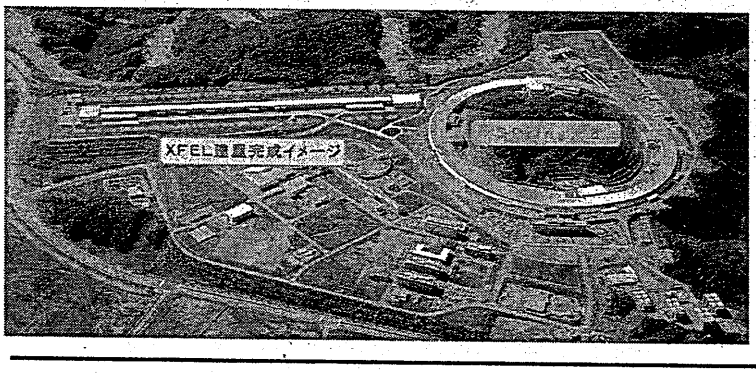
SCSS:SPring-8 Compact SASE Sourceは、

国家基幹技術として、大型放射光施設Spring-8の敷地内に全長約1kmの施設をつくり、次世代光源 X線自由電子レーザー(XFEL)の実用化をする計画であり、産業界、研究界に多大な貢献が期待されている。

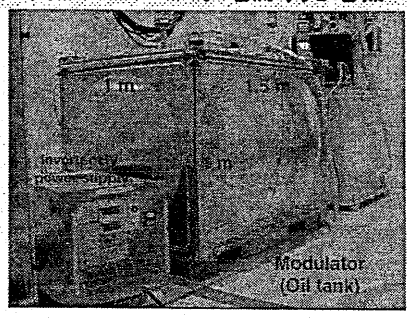
建設期間:2006年～2010年

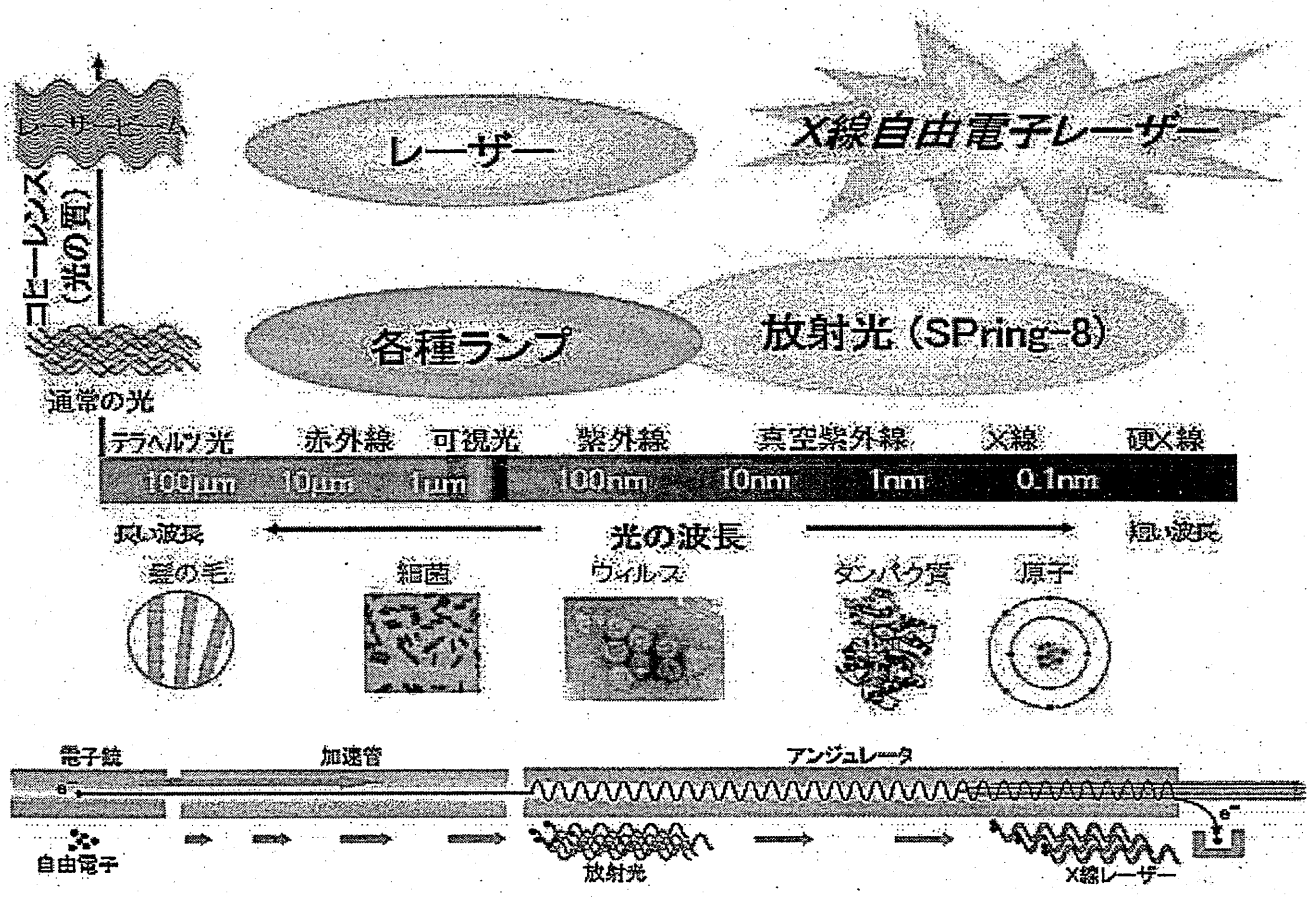
モジュレータ電源では当社の高電圧,高精度パルス技術が活かされており、従来比1／5の小型化が図れており、更に小型化、高信頼性の量産器の開発中。

インバータ充電器も世界最高0．01%の超高精度(従来比10分の1)を達成。



当社製 モジュレータ電源、充電器





SCSS@SP

C-band R&D

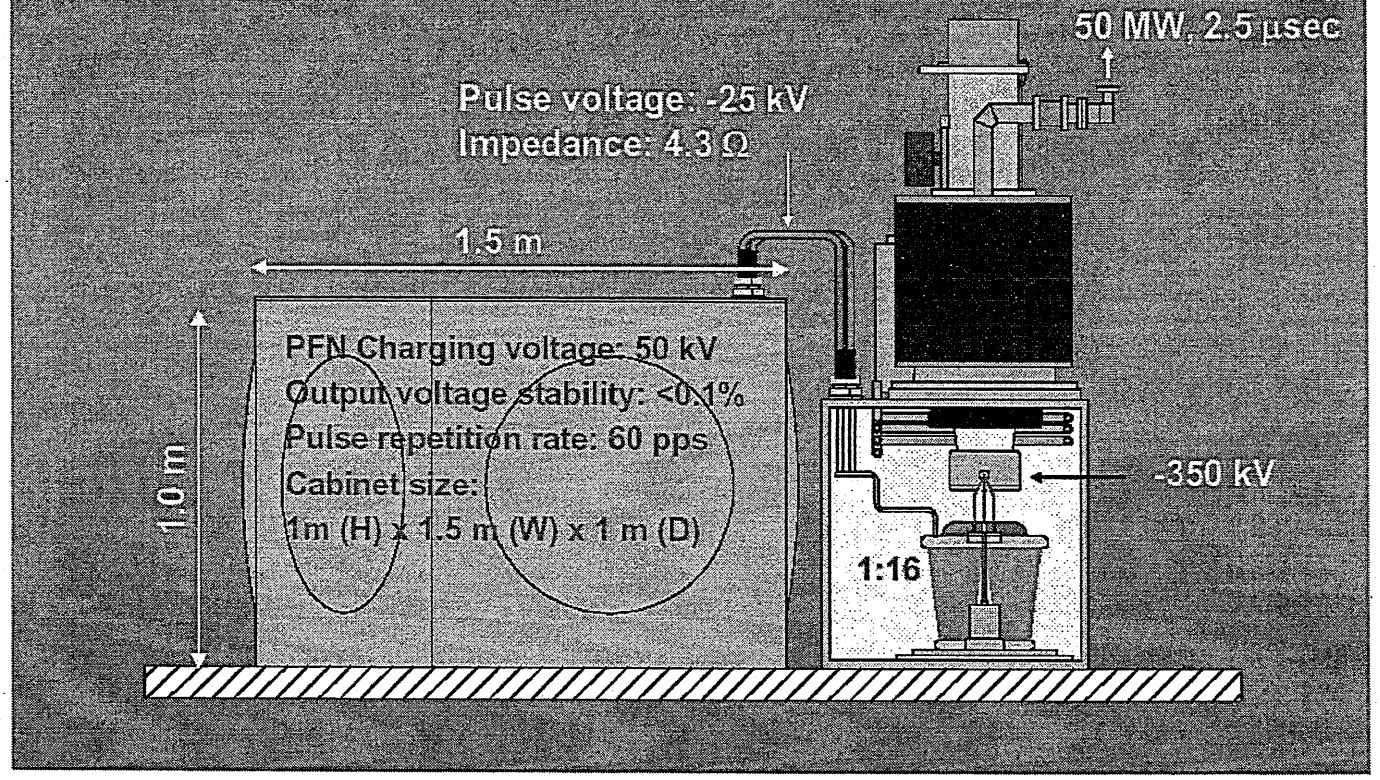
Main Parameters of Modulator

Peak output power	111 MW
Average output power	27 kW
PFN Charging voltage	50 kV (max.)
Pulse repetition rate	60 pps (max.)
PFN impedance	4.3 Ω
Stored energy in PFN	475 Jules
Output voltage stability	<0.1%
Pulse transformer	1:16

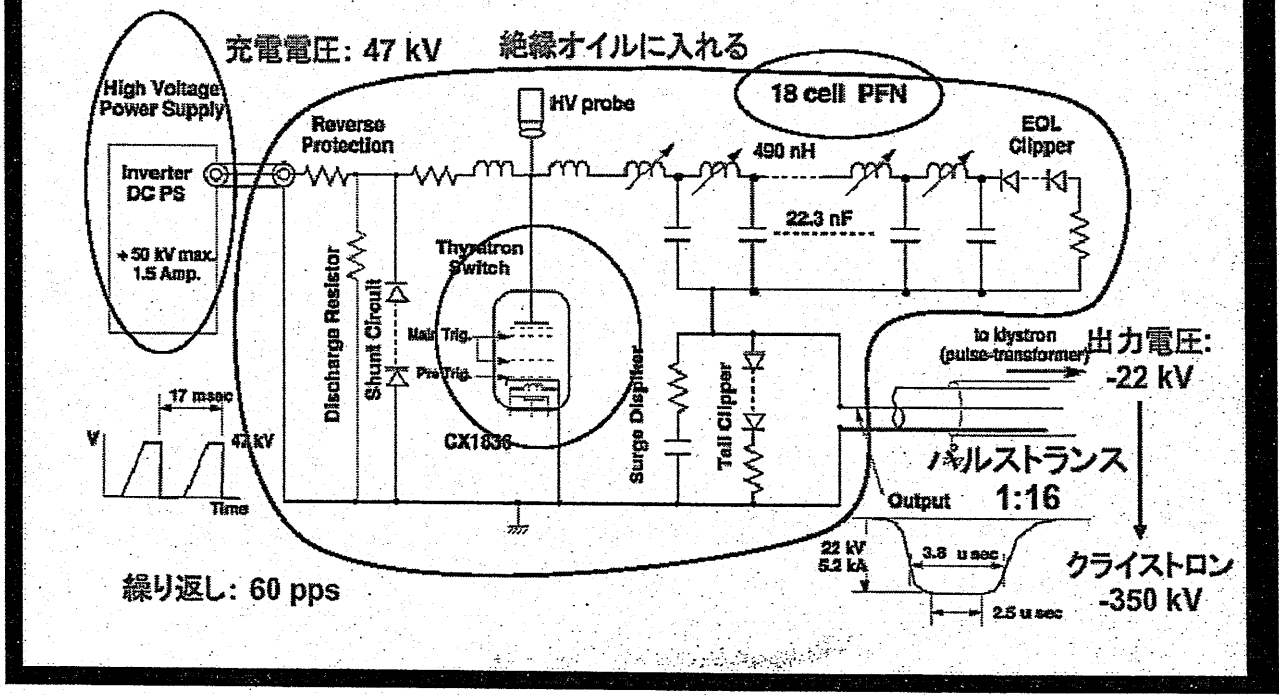
SCSS@SP

C-band R&D

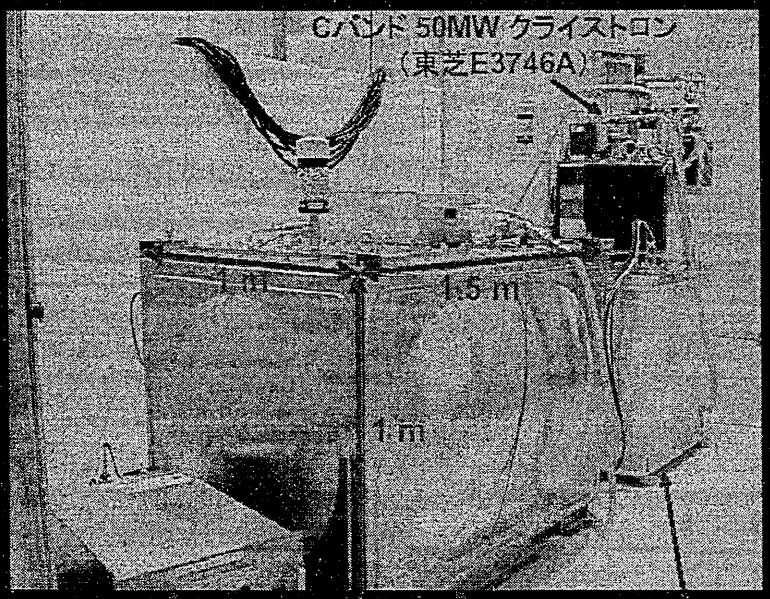
Compact Closed-Type Modulator



回路構成



コンパクト密閉型変調器電源



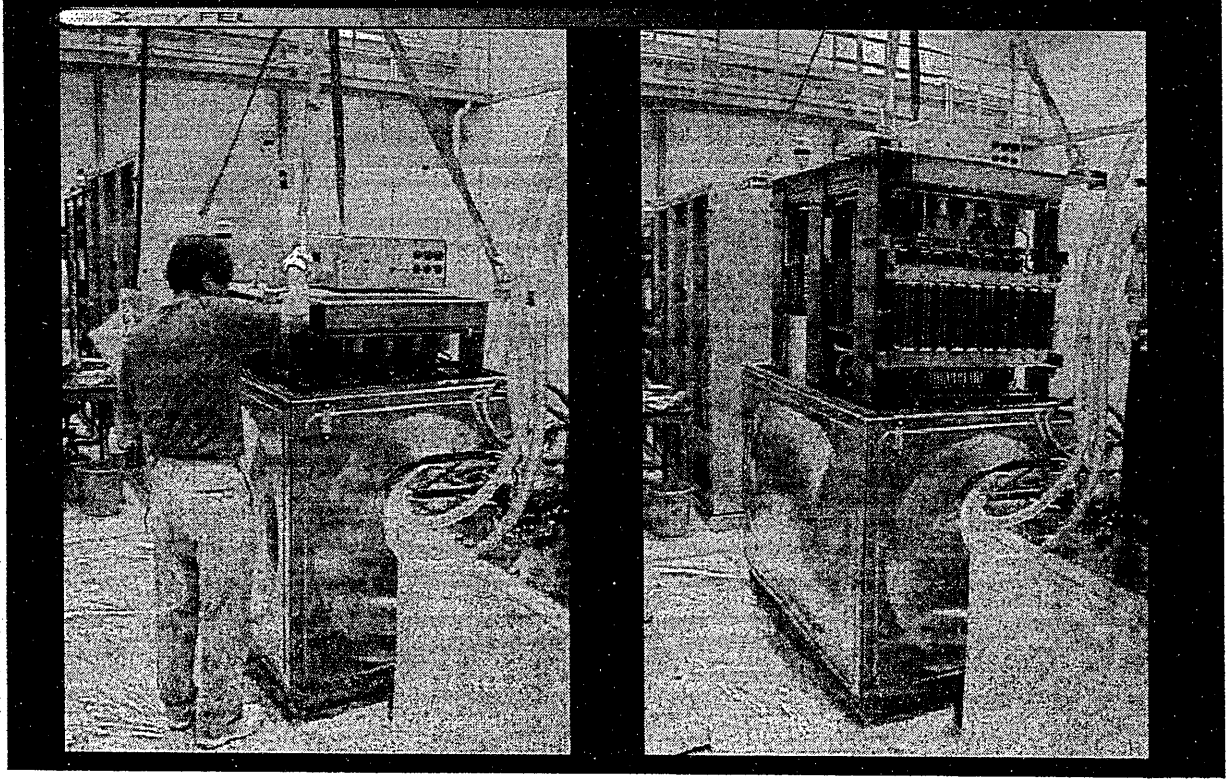
特長

絶縁オイル密閉型
- 絶縁距離短い
- 外気の影響受けず
- 湿度100%でもOK

ステンレスタンク
- ノイズを遮断
- 移動設置が容易

製作: ニチコン㈱
2003年3月 完成

メンテナンス時には、内容物をフレームごと吊り上げる



PFNの調整

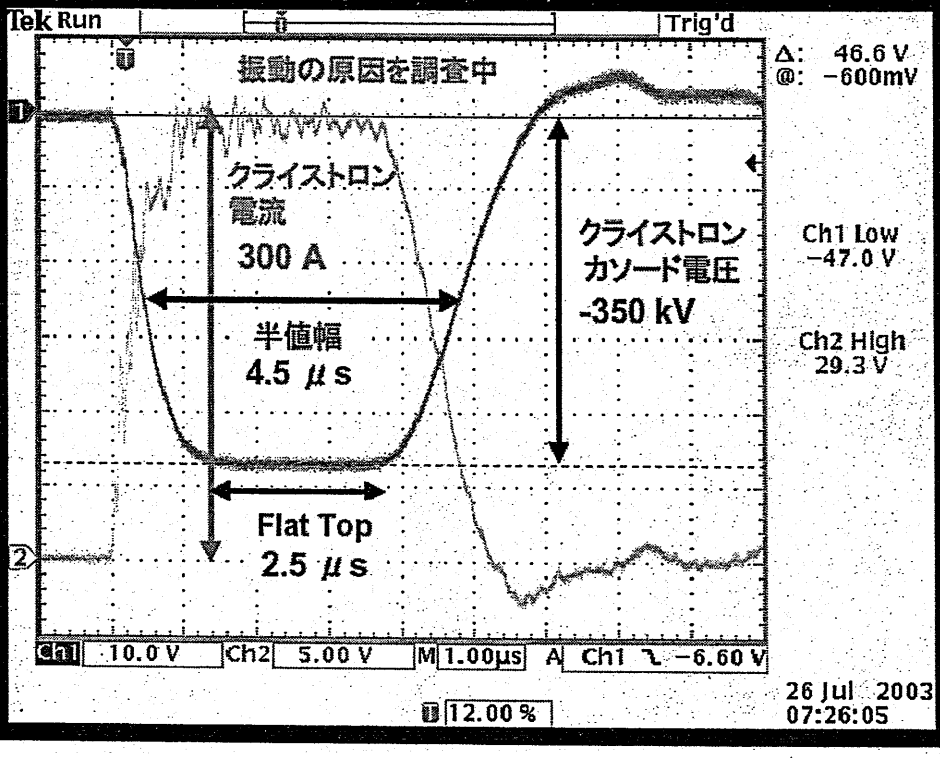
絶縁ロッドを出し入れする

作業者との間は、GND電位となるパンチング板で保護

↓

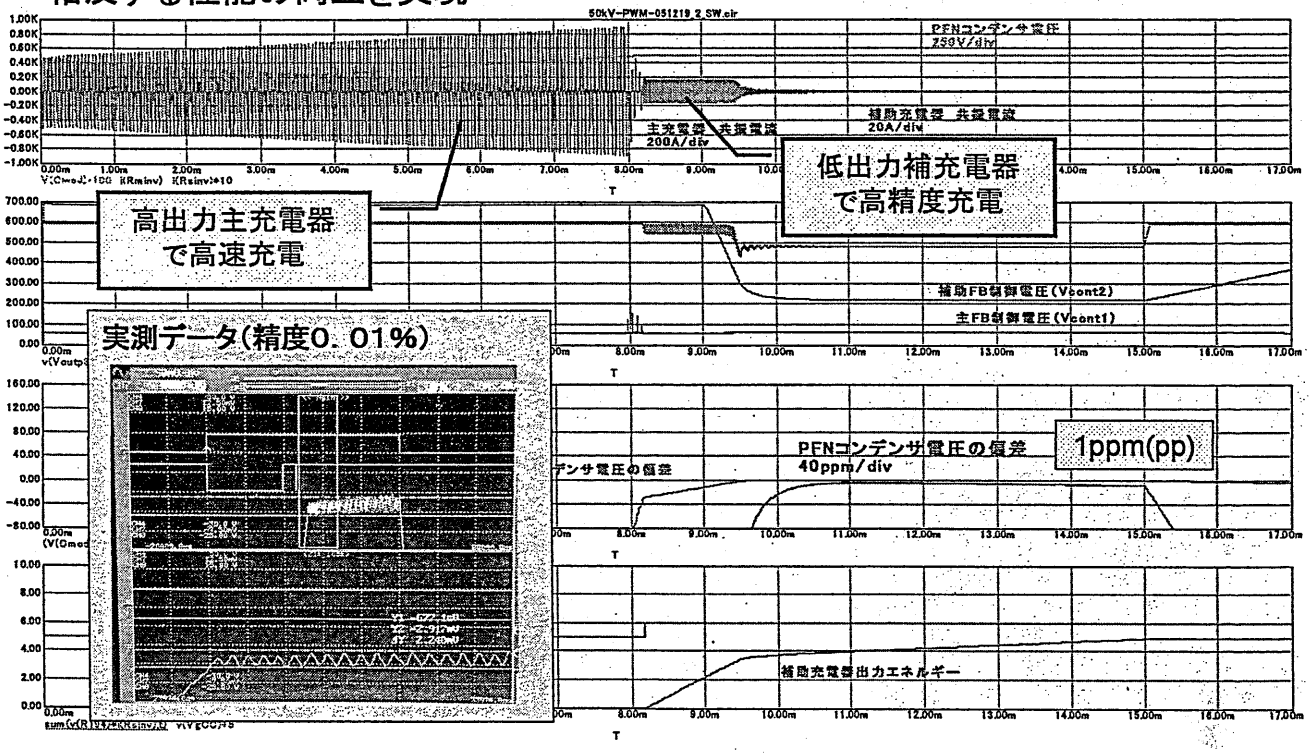
高電圧をかけて運転しながら調整可能。

高電圧パルス　出力波形



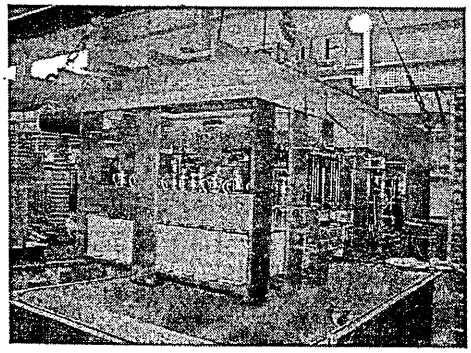
超高精度インバータ充電器：シミュレーション結果と実測値

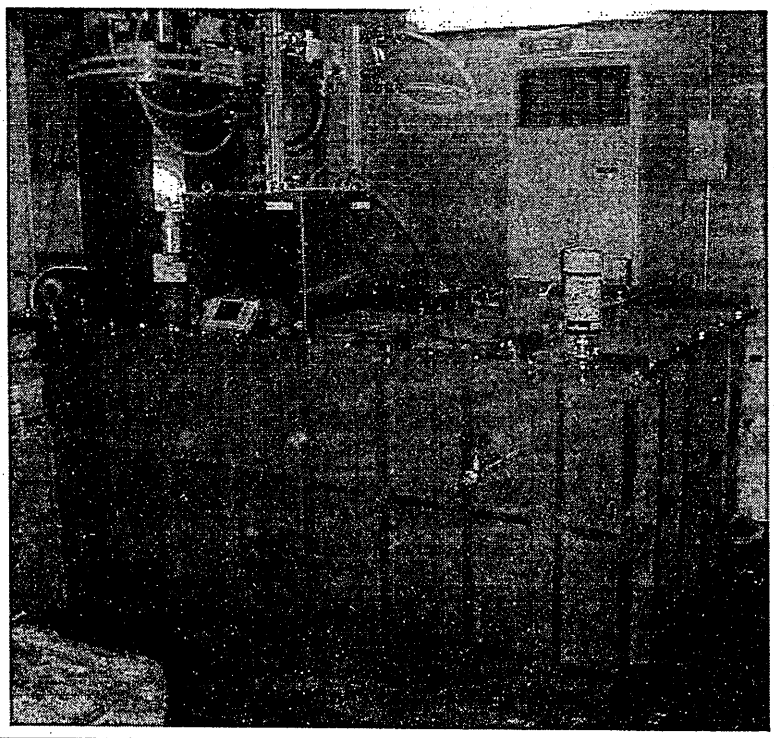
主充電器と補充電器をシームレスに切り替える事により、高速充電と高精度の相反する性能の両立を実現



一体密閉型モジュレータ電源

①Low Noise: (ノイズの原因になる、高電圧、大電 流、高周波回路を全て金属密閉容器内に収納)
②High Reliability: (絶縁劣化の原因になる、高電 圧回路を全て油容器内に収納。吸湿せず、外気の 影響を受けない)
③Compact: (高電圧回路を油容器内に収納。短い 絶縁距離)

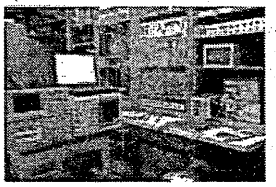




KEK(高エネルギー加速器研究機構)のPS(陽子加速器)
加速器複合体＆誘導加速システム(超高速高電圧電源の開発応用)

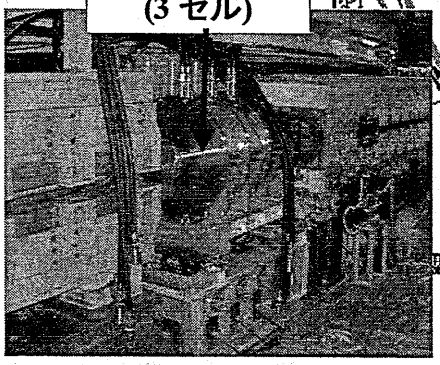
KEKと共同開発で従来比2桁アップの
出力電圧パルス(±2.5kV,1MHz,50kW)
電源として**世界一の性能を達成！**
この電源を KEKの加速器にマウントし、
新しい加速方式を世界で初めて実証した。
海外の研究機関から大きな注目を浴びた。
2006年度 文部科学大臣表彰受賞。

当社製作
インバータ部



中央制御室

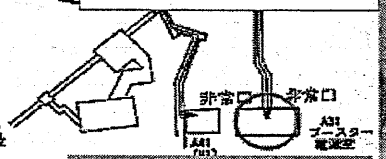
誘導加速空洞
(3 セル)

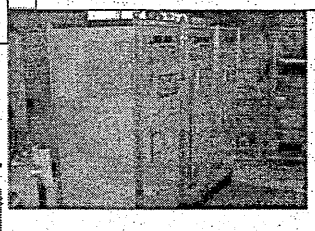


12GeV PS

40MeV 線形加速器

500MeV ブースター



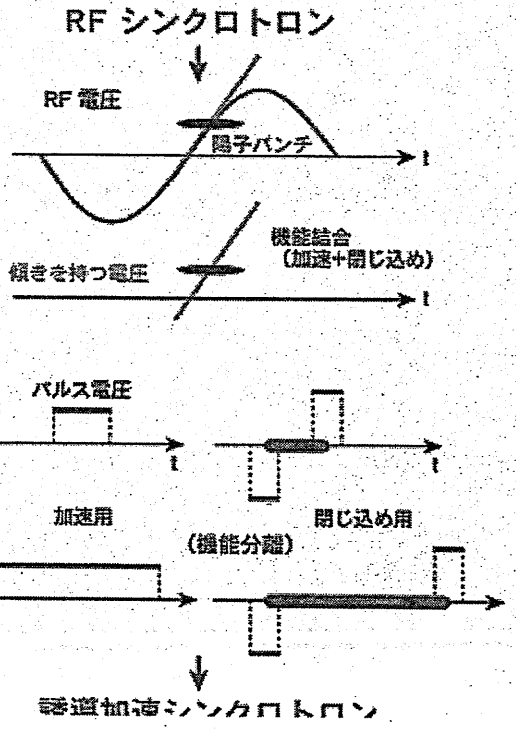


当社製作直流電源

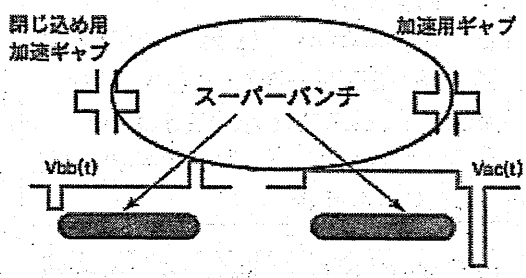
2004.09.23誘導加速シンクロトロンG.

誘導加速シンクロトロンの概念

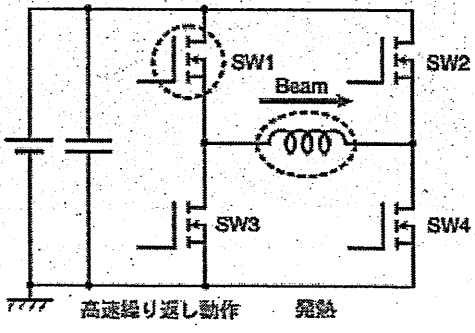
原　理



イメージ

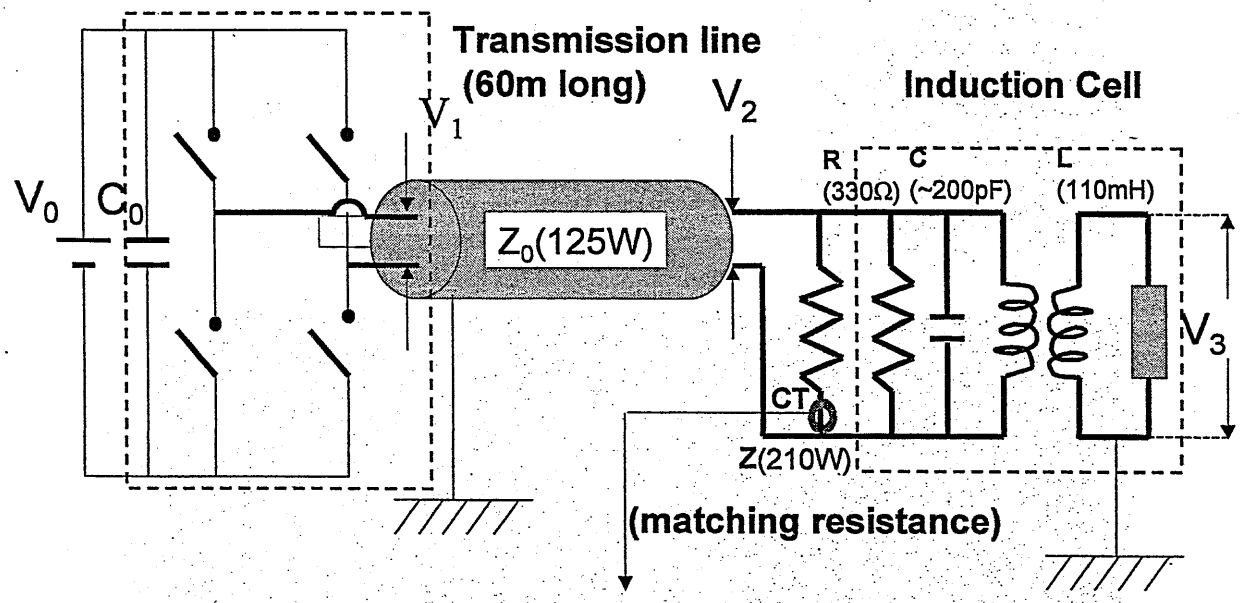


モジュレーター回路



Equivalent Circuit for 2.5kV Induction Accelerating System

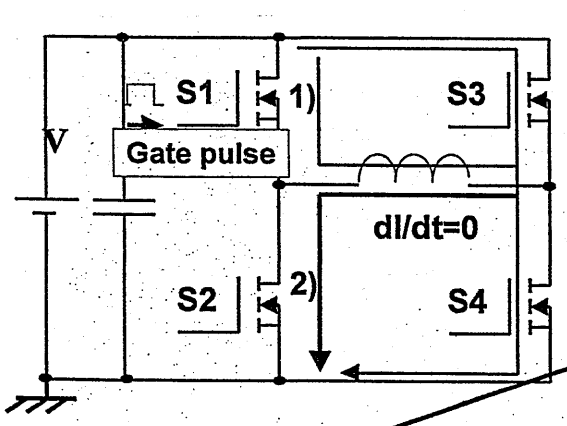
DC P.S. **Switching P.S.**



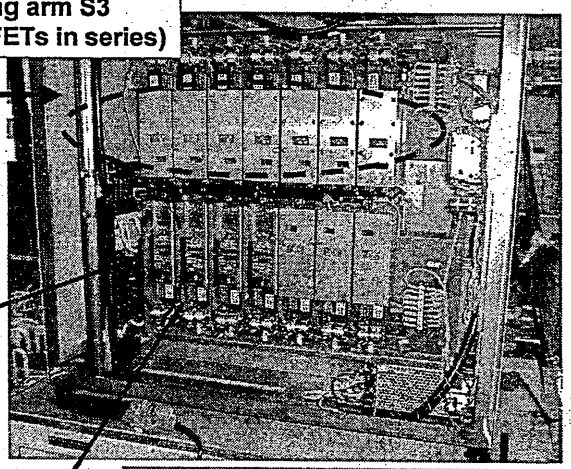
$V_0 \sim V_2 = V_3 \sim ZI_Z$ (calibrated)

I_Z (always monitored)

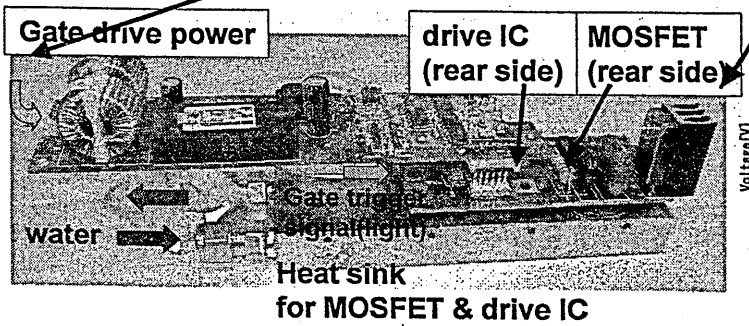
Switching Power Supply: switching sequence, output pulse



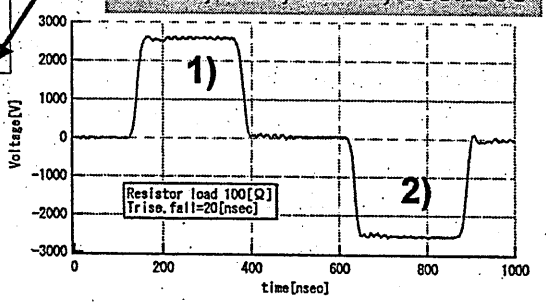
Switching arm S3
(7 MOSFETs in series)



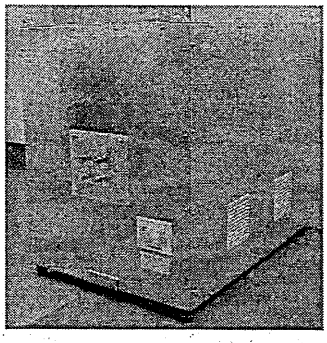
MOSFET board



2.5kV, 20A, 1MHz, 500nsec

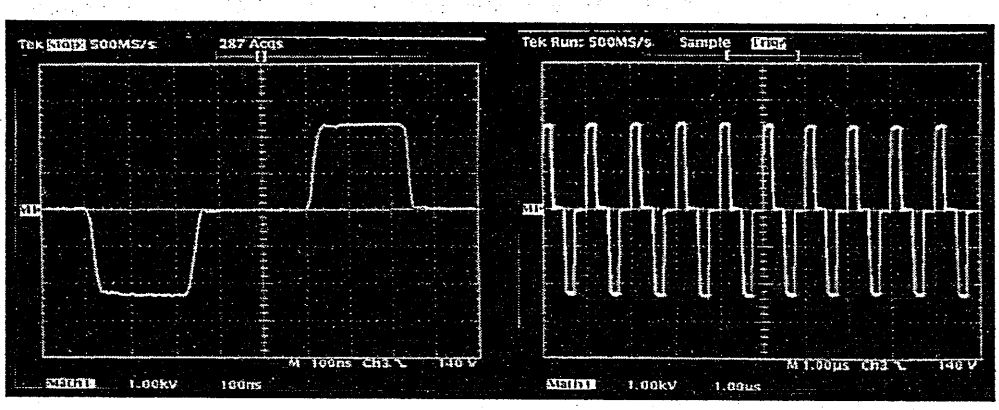


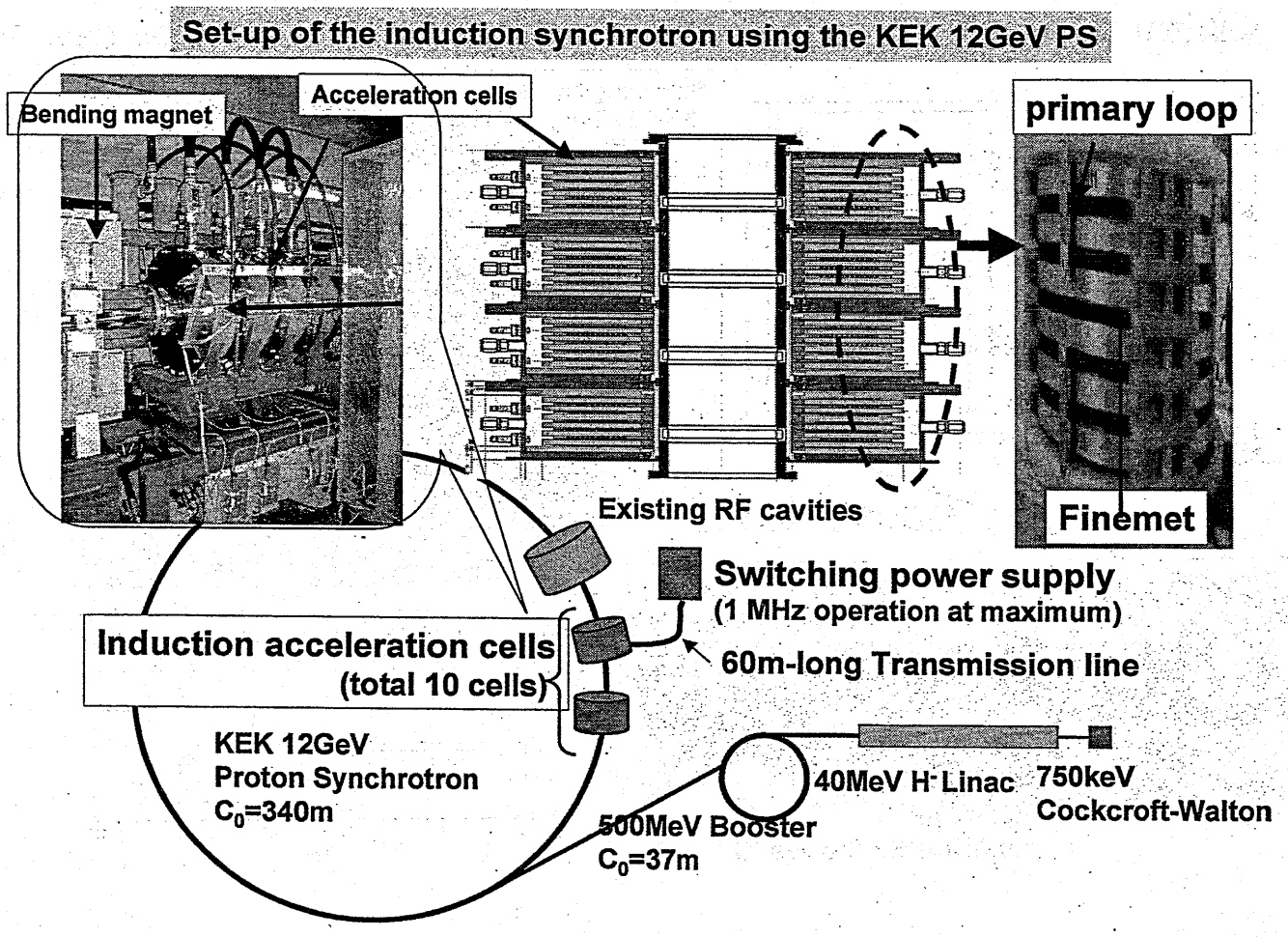
インダクションシンクロトロン電源



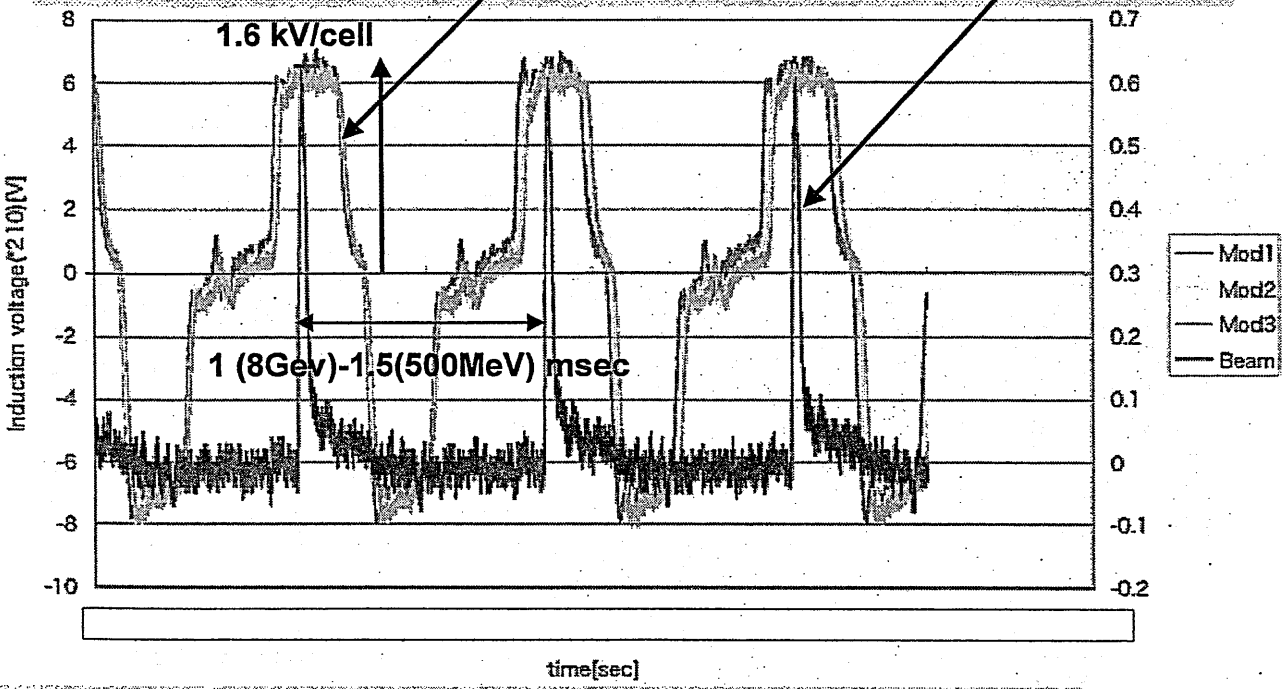
出力波形例

出力電圧　±2．2kV
出力電流　±22A
パルス幅　250ns(＋)
　　250ns(－)
繰返し　　1MHz



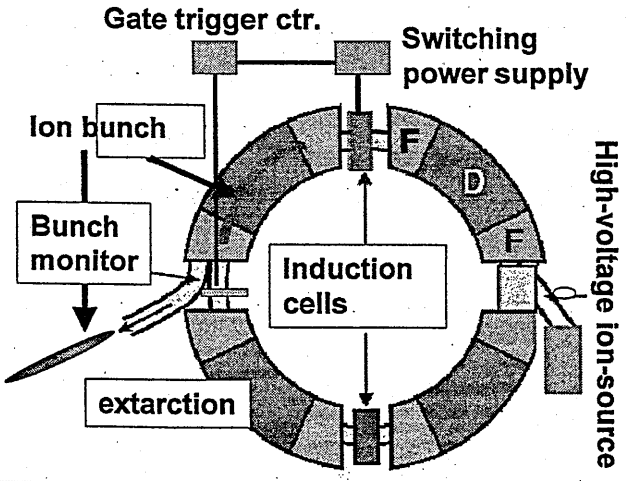


Monitored signals of induction voltage and an RF bunch signal in the step 1 experiment

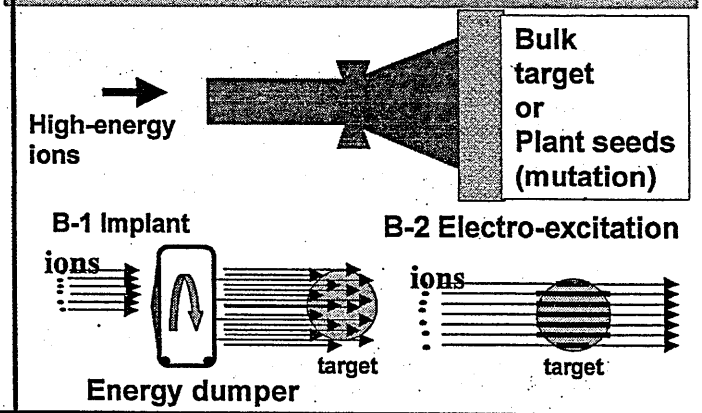


- Synchronization between two signals has been confirmed through an entire acceleration.

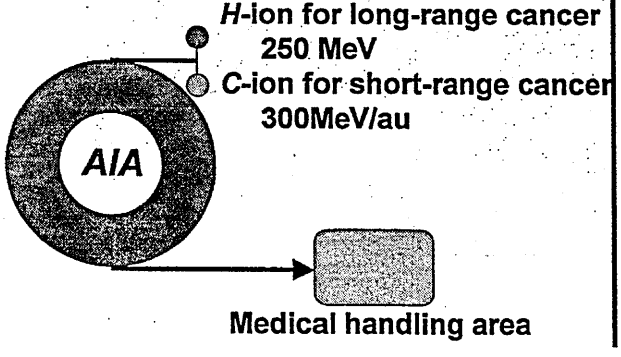
All-ion Accelerator (Injector-free synchrotron) & its Applications



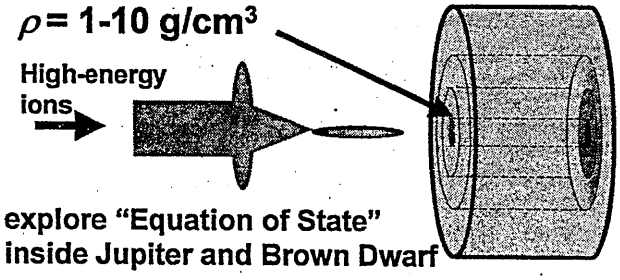
B. Material Science and selective breeding: Irradiation on bulk materials



A. Hybrid Cancer Therapy



C. Warm Dense Matter Science



国際先端素粒子研究プロジェクトへの参画

ILC：International Linear Coliderは、超高エネルギーで電子と陽電子を衝突させ宇宙の始まり「ビッグバン」の状態を再現できる実験装置です。

ニチコンは加速エネルギー源であるｸﾗｲｽﾄﾛﾝ用ﾊﾟﾙｽ電源のR&Dに参画しています

日・米・欧国際協力による計画では、総延長40kmの加速管に沿って総数750台のクライストロン用パルス電源が配置 される予定です。
当社はR&D機受注し、完成しました。

ｸﾗｲｽﾄﾛﾝ用ﾊﾟﾙｽ電源の仕様

充電電圧:10kV
コンデンサバンク静電容量:2000μF
一次側放電電流:2100Ap方形波
ﾊﾟﾙｽ幅:1.7ms
二次側最大出力電圧:136kV
二次側最大出力電流:140A

大学共同利用機関法人 高エネルギー加速器研究機構
リニアコライダー計画推進室発行の「ILC通信」記載の図および記事を元に再構成いたしました。

オーストラリア シンクロトロンプロジェクトへの参画

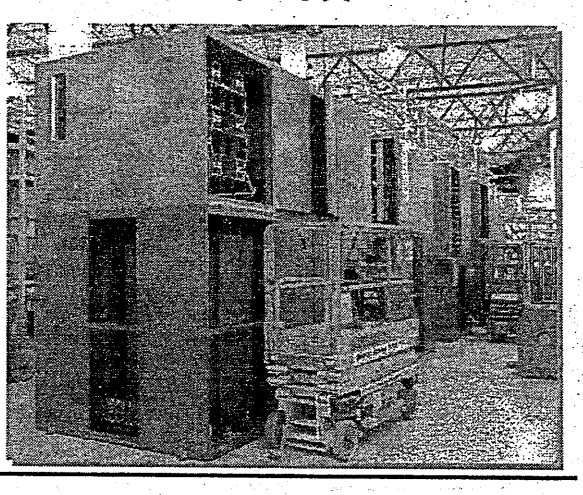
ASP：Australian Synchrotron Project は、

オーストラリア政府が進めている放射光施設建設計画で、加速用高周波源を東芝が受注し、その電源部を一括でニチコンが受注した。このような大電力高電圧の加速器用電源を海外から受注したのは初めてです。

仕様

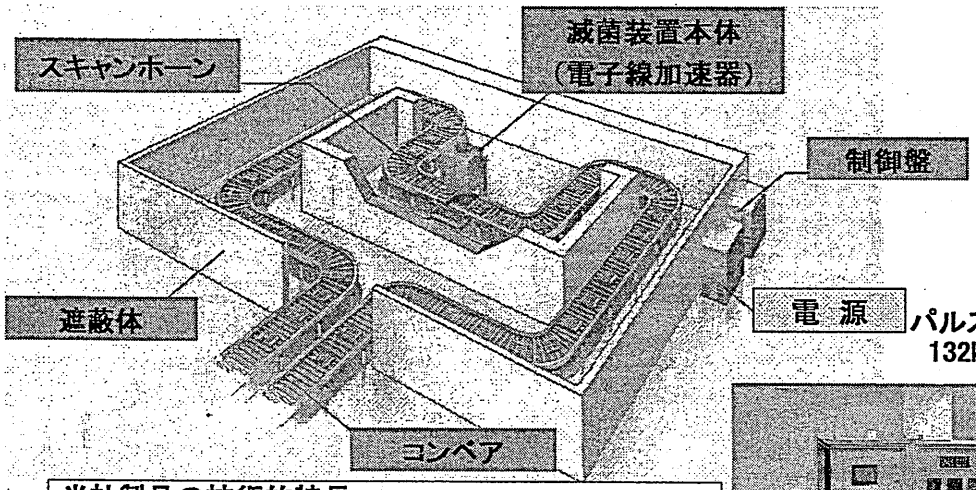
カソード電圧　DC42kV　電流　7A
負荷短絡時はIGBT直列スイッチで
高速遮断し、負荷を保護する。
ヒータ電源,アノード電源,集束電源付帯
乾式トランスを使用し、密閉構造により。
高圧露出部のない安全設計
台数　4台
納入　2005年納入、稼動中

現地組立中の写真

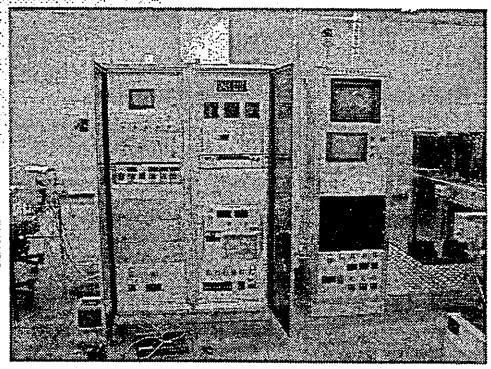


電子線滅菌用電源

現行：医療用具
近未来：医薬品、生薬、食品



パルスクライストロン用電源
132kV,91A,13μs,480pps



当社製品の技術的特長
・半導体スイッチ(IGBT直列接続)+パルストランス(乾式)でパルス回路を構成
・主スイッチに半導体を使用しているためメンテナンスフリー、長寿命

輻射科学研究会
平成１９年１０月２３日
（ＲＳ０７－１０）

DEVELOPMENTS OF LONG-PULSE KLYSTRON MODULATOR FOR INTERNATIONAL LINEAR COLLIDER

Hitoshi Mori, Katsuhiko Furuya, NICHICON (KUSATSU) Corporation

Abstract

NICHICON (KUSATSU) CORPORATION and KEK have developed a novel long-pulse klystron modulator for both of single-beam tube (136kVp*100A) and multi-beam tube (120kVp*140A).

The main features are; - crowberless system with optimized IGBT snubber circuit, - compact and highly reliable Self-Healing capacitors, - HV & LV twin pulse transformers of laminated steel core for reduced tank volume.

INTRODUCTION

KEK had constructed first Long Pulse Klystron modulator for ILC SC (super-conducting) RF cavity, and now RF experiments are performed. [1] The authors have developed the second modulator, newly designed, aiming economical efficiency for future mass production. Figure 1 shows the side view, and figure 2 shows typical waveform of primary voltage and current.

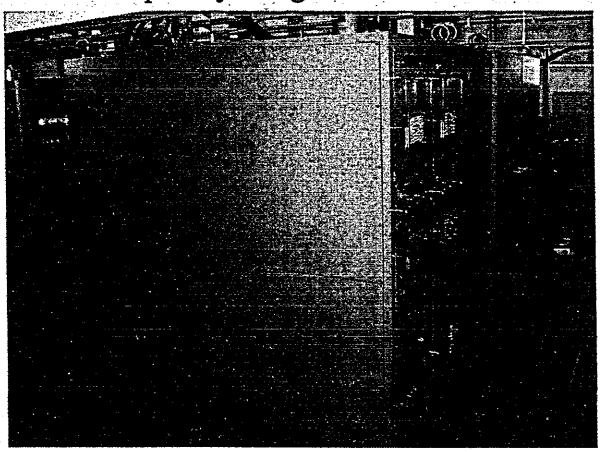


Figure 1: Side view of the modulator.

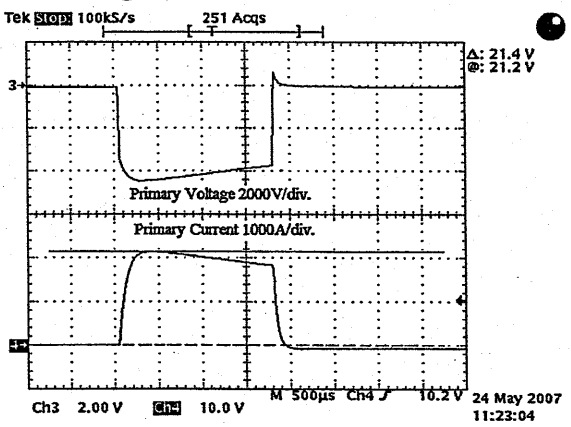


Figure 2: Typical Output Waveform.

CROWBER-LESS SYSTEM BY HIGHLY RELIABLE IGBT SWITCH

The modulator main switch is composed of IGBT switch units; those are stacked into one row of 20 elements in series and 4 rows in parallel. Similar IGBT switch system has experienced long-term performance in nuclear fusion experiments in Japan. Figure3 and Figure4 show the both side views of the IGBT switch plate, where 2 IGBT elements in series are installed.

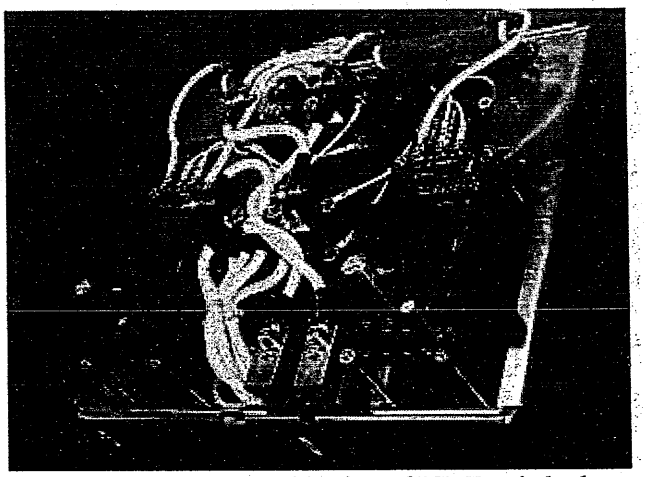


Figure 3: IGBT element side view of IGBT switch plate.

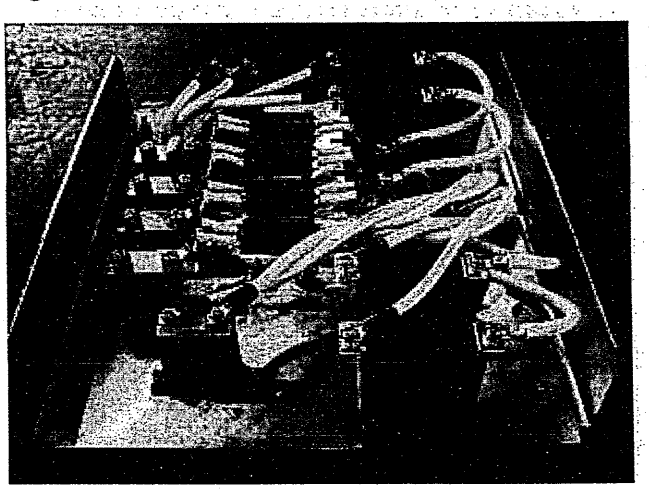


Figure 4: snubber side view of IGBT switch plate.

Optimal Snubber design

When the IGBTs are turned off; a spike voltage appears across the collector and the emitter electrodes. If the spike voltage is not appropriately treated, it rises beyond the IGBT's maximum rating voltage, then it damages to the IGBTs.

The authors selected specific values of the snubber

resistance and capacitance in the following manner,
-At first, the main current is commutated from the IGBT to the snubber. The voltage is approximately the product of the current and the snubber resistance. The resistance value was determined so that the spike voltage would not rise beyond about half of the maximum rating voltage of the IGBT elements.
-After the commutation, stored energy in residual inductance of the primary circuit is absorbed into the snubber resistors and capacitors. Therefore we determined the capacitance value using numerical simulation. Here, the leakage inductance of output pulse transformer is short cut by tail clipper circuit.

As the result, the optimized snubber design allows moderate value of residual inductance in the primary discharge loop, approximately 5 micro H.

IGBT driver power feeding

The power into the IGBT driver electronics is fed from the main circuit; while the IGBTs are OFF the power inlet part of the electronics, composed of resistors and constant current circuit, functions as a voltage balancer.

Semi-double control and fault detection

The IGBT driver electronics receives two optical control signals to turn on/off the IGBT elements, and the transmitting circuits are composed as semi-double configuration; two logic circuits and driver circuits, and single power supply and timing control.

One optical signal is transmitted from each IGBT driver electronics, while the power is fed. The control logic detects failure if one of the signals turned off; it indicates the failure of the IGBT element or the driver electronics.

COMPACT AND HIGHLY RELIABLE SELF-HEALING CAPACITORS

NICHICON supplies various types of customized capacitors especially for high voltage and high current discharge application. The current waveform and repetition rate for the Klystron modulator is not so severe, that Self-Healing type capacitors made of metalized plastic film are applicable, with smaller size and higher energy density. The specification is shown in table 1.

Table 1: Specification of main capacitor

Specification	Unit	Value
Capacitance	micro F	440
Number of Capacitor units	-	4
Rated dc Voltage	kV	11
Energy Storage	kJ	26.6
Weight	kg	140
Volume/100kJ	m^3	0.415
Weight/kJ	kg	5.3
Lifetime	hour	90000

MASS-PRODUCTION ORIENTED TRANSFORMER DESIGN

In order to minimize the tank volume, the step-up pulse-transformer is divided into two transformers; one is for full withstanding voltage and the other is for half.

Because the size of wound magnetic steel core is limited by winding machine, the authors has preferred laminated core, suitable to mass-production. The transparent diagram is shown in Figure5.

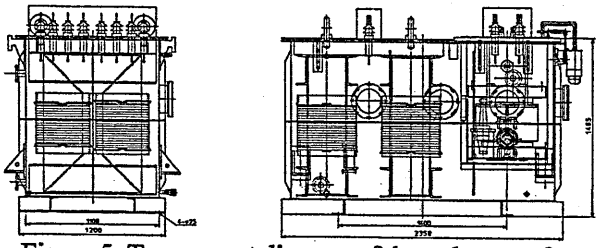


Figure 5: Transparent diagram of the pulse transformer.

SUMMARY

The second klystron modulator for SCRF KEK has shown its economical efficiency. They has started the aging and high power tests of multi-beam klystrons under development.

REFERENCE

[1] S. Fukuda et al., "Status of RF Sources in Super-Conducting RF Test Facility (STF) at KEK", Proc. L INAC06, Knoxville, TN, USA, pp.613-615, 2006.

輻射科学研究会資料
RS 07-11

円形カバレッジのための同軸キャビティ装荷多モードホーンの広帯域化

大森　康平　小林　貴志　出口 博之　辻 幹男
(同志社大学　工学部)

2007年12月12日

1　はじめに

コルゲートホーン [1-3] や複モードホーン [4-6] は低交差偏波特性をもつホーンであり、特にコルゲートホーンはサイドローブ特性も優れたホーンであることは良く知られているが、主としてペンシルビームを形成するもので、反射鏡アンテナやアレーアンテナのようにビーム成形する目的では使用されていない。一方、筆者らが提案してきた曲線フレア構造を有する多モードホーンアンテナ [7] では、フレア角を変化させた構造によって、低交差偏波な特性が得られ、しかも複モードホーンに比べて広範囲に高次モードを制御できることから、ペンシルビームのほかに、円形カバレッジ内での最低利得をできるだけ高くしたビーム成形も可能となる [8]。

円形カバレッジホーンにおいては、所定のサイドローブレベルを実現し、ある方向での利得を最大とするために、二次計画法によりホーン開口面の励振モード係数が決定できる [8]。ホーンのフレア角を変化させたテーパ構造に加えて、一部、軸対称な別の形の不連続を設けても高次モードの制御が行なえることから、先に同軸キャビティを装荷した構造でホーンの小型化 [9] について検討してきた。しかし、モードの位相差によって狭帯域になる問題点があり、特性改善が望まれていた。

そこで本稿では、ビーム成形、ホーンの広帯域化および小型化を同時に実現する低交差偏波多モードホーンとして、喉元から開口面までの軸方向に役割の異なる複数の同軸キャビティを装荷した構造を検討している。すなわち、喉元側の同軸キャビティによって中心開口を所定の大きさまで広げながら、低交差偏波特性を有する回転対称なテーパ分布を合成し、開口面側での同軸キャビティでは、逆相励振によって sinc 関数状の分布を実現しようとするものである。最適化設計においては、まず、喉元側の同軸キャビティの形状を広帯域な特性が得られるように決定していく。次に、開口面側の同軸キャビティを含む全体形状を所定の励振モード係数が得られるように最適化を行なう。その際、あらかじめ理想の励振モード係数を二次計画法によって求めることにする。そして、得られたホーンの形状を初期値として放射パターンを含む評価関数を定義して、広帯域なホーンの最終形状を決定すれば設計は完了する。本法によって Ku 帯で同軸キャビティを装荷した多モードホーンを設計し、放射特性の数値的評価および実験によって提案する方法の有効性を確認している。

2　多モードホーンの動作原理

2.1　従来の複モードホーン

複モードホーンアンテナは、基本 TE_{11} モードと高次 TM_{11} モードとを適当な割合で合成することにより、低交差偏波特性を実現している。図 1 および図 2 に円筒導波管 TE_{11} モード、TM_{11} モードを、各々単位電力で励振したときの放射パターンを示す。図 2(a) より、TM_{11} モードの主偏波パターンは H 面およびボアサイトで零となり、E 面に放射電力を持っている。それゆえ、TE_{11} モードと共に TM_{11} モードを励振することにより、回転対称に近いパターンを得ることができる。また図 1(b) と図 2(b) に示す交差偏波特性を比較すると、ほぼ同じ角度にピークが現れており、主偏波だけでなく交差偏波成分の低減も可能となることが分かる。

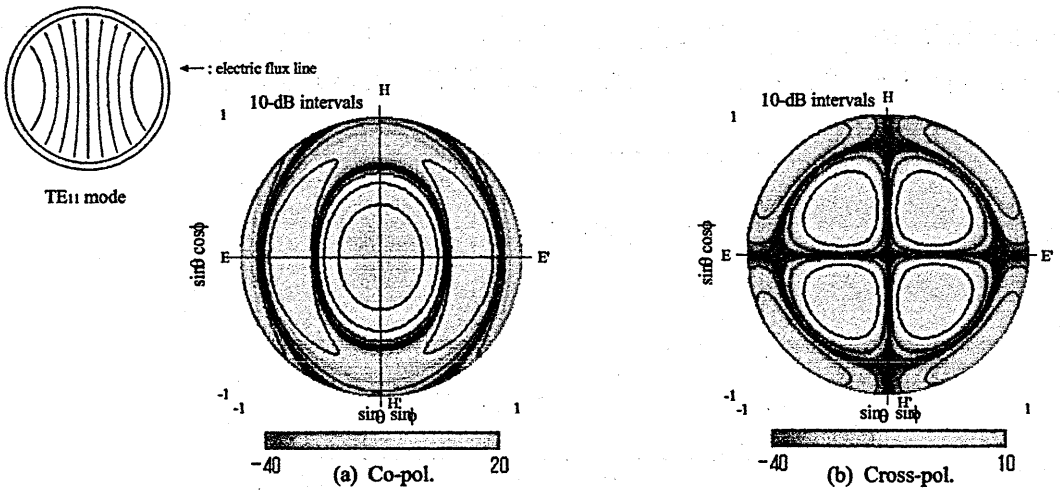


図 1　TE_{11} モードによる放射パターンの等高線図

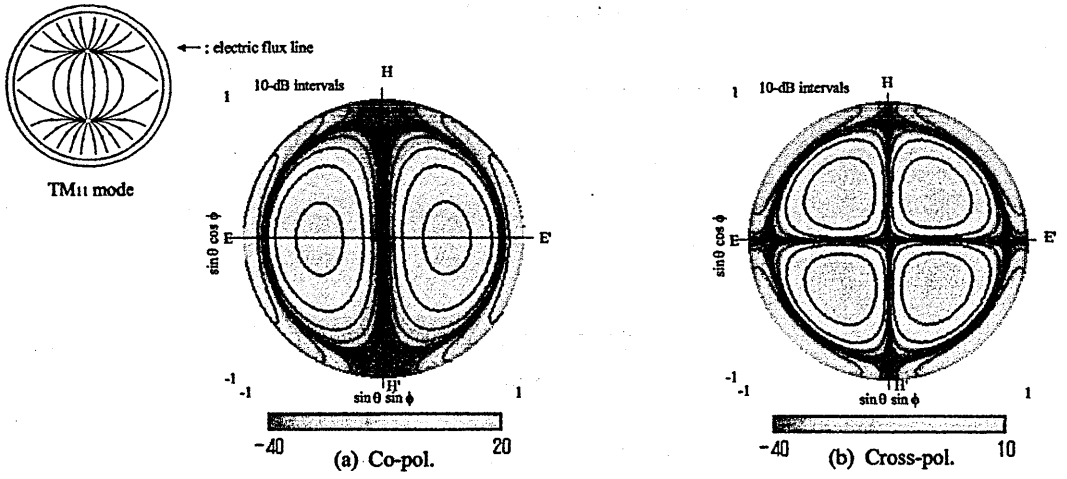
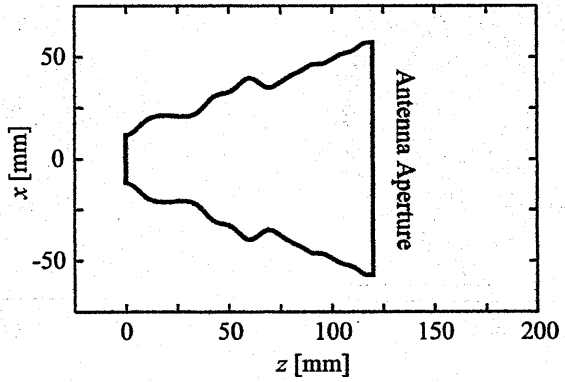


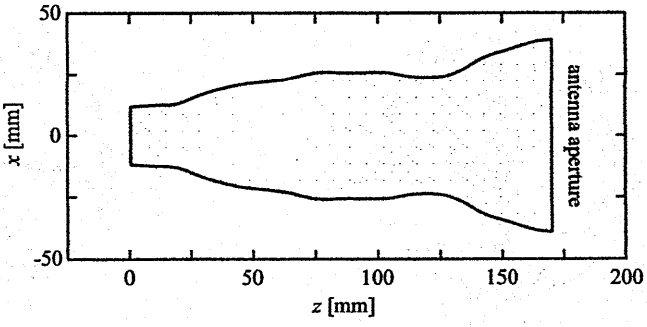
図 2　TM_{11} モードによる放射パターンの等高線図

2.2 従来の曲線テーパ多モードホーン

従来の高次モード発生機構はホーンアンテナの一部分のみを使うものであり、原理的にもホーンアンテナの全長を短くすることは困難であった。これに対し、曲線テーパ形状は、フレア角が負になるという構造も可能であることから、従来の形状よりも自由度が高く、ホーンの構造全体を使って広範囲にわたって高次モードの制御が可能となり、モード数を限定せずに開口面における伝搬モードを全て使って所望の遠方界が実現できるという特長がある。図3(a)は、周波数帯域5%で、交差偏波のピーク値−30dB以下の多モードホーンの形状を示したものである[7]。この種のホーンでは、アンテナ軸方向の離散点における直径D_i（i=1,2,⋯,N）を3次スプライン関数で内挿した軸対称なテーパ形状からなり、直径D_iを変えることでTE_{1n}モードおよびTM_{1n}モードの発生および伝搬を制御している。一方、図3(b)は周波数帯域30%で、交差偏波レベル−30dB以下、VSWR1.065以下となるように設計したホーンを示したものである[10]。図3(a)は小型であるが、狭帯域である問題点があり、一方、図3(b)においては、帯域30%と広帯域であるが、軸長が長いという問題があった。そこで、それぞれの問題点の改善が求められていた。



(a) 小型低交差偏波ホーン



(b) 広帯域低交差偏波ホーン

図3 曲線テーパを用いた多モードホーン

2.3 従来の円形カバレッジビーム多モードホーン

図3に示す多モードホーンアンテナのフレア形状をうまく選べば、所定のサービスエリア内における最低利得をできるだけ高くするといった円形カバレッジ（照射領域）ビームが実現できる。以前に設計された円形カバレッジ多モードホーン[8]の形状を図4に示す。図4は曲線フレア形状を用いたホーンである。しかし、ホーンの軸長が長くなる傾向やモード毎の位相差によって狭帯域となる問題があった。

ホーンの軸長に対しては、モード発生機構として同軸キャビティを導入すると改善され、図5は3段の同軸キャビティを装荷したホーンの設計例を示している。しかしながら、図4に示したホーンと同様に、比帯域は狭いという問題点が残されている。なお、同軸キャビティの構造ならびに設計については、次章で詳しく述べる。

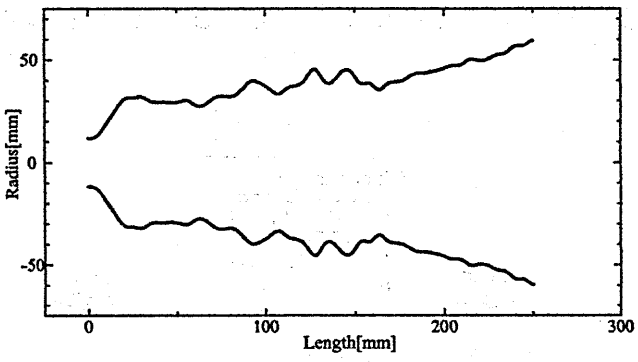


図4 曲線テーパ多モードホーン

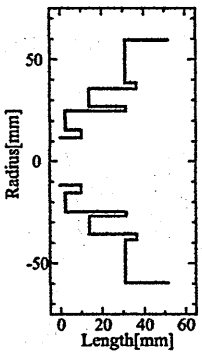


図5 同軸キャビティ装荷多モードホーン

3　設計法および解析法

3.1　設計法の概要

図6にホーンの設計パラメータを示す。構造としては導体のみからなる軸対称ホーンに同軸キャビティを多段に装荷している。溝深さ d_i、溝の幅 w_i、円筒部の長さ l_i、厚み t_i $(i = 1, 2, \cdots, N)$ を変化させることで、高次モードの発生および伝搬を制御していく。このような構造における不連続部の影響は、例えば最小二乗法的モード整合法 (付録A参照) によって解析でき、ホーンの放射パターンは、散乱行列の縦続接続によって得られるホーン開口面における励振モード係数から開口面法により求めることができる (付録B参照)。図7に円形導波管の TE_{11} と TM_{11} モードを合成して得られるモードの電気力線と、同軸導波管のモードを合成した結果を示す。これより、交差偏波成分の少ない分布が得られることがわかる。所望の放射特性を実現するホーンの設計においては、予め求めた励振モード係数を用いて非線形最適化によって同軸キャビティの径を決定すればよい。そして、放射パターンを含めた評価関数を定義して最適化することで最終的なホーン形状が決まり、設計が完了する。

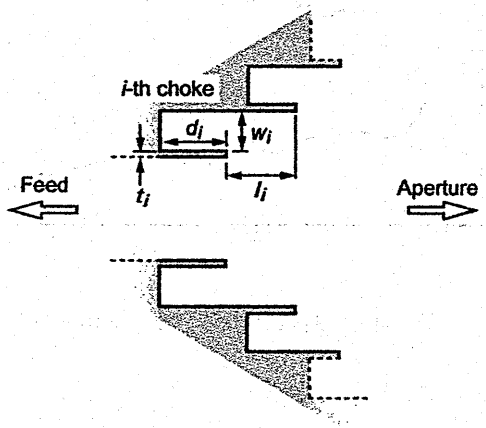


図6　多モードホーンの構造および座標系の定義

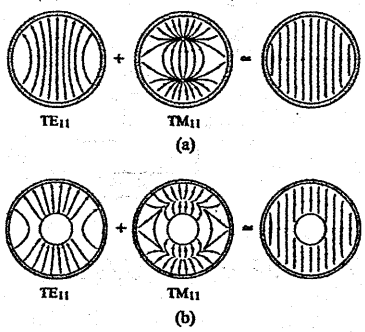


図7　モードの電気力線 (a) 円形導波管モード (b) 同軸導波管モード

3.2 設計のための評価関数

前節で述べたようにアンテナの目標性能を実現できる各モードの励振モード係数が予め求まることから、これらの励振係数と一致するようにホーンの形状を最適化により決定する。このとき評価関数は、次の3つの物理量と各々の所望の値との差の二乗和をとり、対象となる周波数帯全域でそれらの総和をとることで定義している。

1. 励振モード係数の振幅　[dB]
2. 励振モード係数の位相　[deg]
3. ホーンの喉元におけるリターンロス　[dB]

$$\varepsilon(\boldsymbol{D}) = \sum_f \left\{ \sum_{i=1}^{N} w_{m_i} \varepsilon_{m_i}(\boldsymbol{D}) + \sum_{i=1}^{N} w_{\phi_i} \varepsilon_{\phi_i}(\boldsymbol{D}) + w_{vs} \varepsilon_{vs}(\boldsymbol{D}) \right\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_m(\boldsymbol{D}) &= |A_{d_i} - A_{c_i}(\boldsymbol{D})|^2 \qquad (i = 1, 2, \cdots, N) \\ \varepsilon_\phi(\boldsymbol{D}) &= |P_{d_i} - P_{c_i}(\boldsymbol{D})|^2 \qquad (i = 1, 2, \cdots, N) \\ \varepsilon_{vs}(\boldsymbol{D}) &= \left|S_{11,[1][1]}(\boldsymbol{D})\right|^2 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

ここで、A_{c_i}、P_{c_i} はそれぞれホーンの励振係数の振幅および位相、A_{d_i}、P_{d_i} はそれぞれ励振係数の振幅および位相の所望の値を表す。よって、ε_m、ε_ϕ は理想の励振モード係数に近づけることを意味する。$S_{11,[1][1]}$ は TE_{11} モードが入射したときの TE_{11} モードの反射係数であり、ε_{vs} は $S_{11,[1][1]}$ を零に近づけようとするものである。しかし、二次計画法で理想のモード係数を求める際、モードの位相を同相と仮定しているが、周波数特性から見ると必ずしもそれが最適値であるとはいえない。そこで、対象となる周波数帯域において最適な値を得るために遠方界を評価関数に用いて最終形状を決定する。

遠方界を評価関数とした場合、評価関数は、

1. 主ビームパターン　[dB]
2. 交差偏波　[dB]
3. サイドローブ　[dB]
4. ホーンの喉元におけるリターンロス　[dB]

を考慮して、次式で定義する。

$$\varepsilon(\boldsymbol{D}) = \sum_f \left\{ \sum_{i=1}^{N_{co}} w_{co-i} \varepsilon_{co-i}(\boldsymbol{D}) + \sum_{i=1}^{N_{xp}} w_{xp-i} \varepsilon_{xp-i} + \sum_{i=1}^{N_{sl}} w_{sl-i} \varepsilon_{sl-i} + w_{vs} \varepsilon_{vs} \right\} \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_{co-i}(\boldsymbol{D}) &= |E_{de-\theta_i} - E_{ce-\theta_i}(\boldsymbol{D})|^2 + |E_{dh-\theta_i} - E_{ch-\theta_i}(\boldsymbol{D})|^2 \quad (i = 1, 2, \cdots, N_{co}) \\
\varepsilon_{xp-i}(\boldsymbol{D}) &= |E_{xp-\theta_i}(\boldsymbol{D})|^2 \quad (i = 1, 2, \cdots, N_{xp}) \\
\varepsilon_{sl-i}(\boldsymbol{D}) &= |E_{sl-\theta_i}(\boldsymbol{D})|^2 \quad (i = 1, 2, \cdots, N_{sl}) \\
\varepsilon_{vs}(\boldsymbol{D}) &= \left|S_{11,[1][1]}(\boldsymbol{D})\right|^2
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

ここで、$E_{ce-\theta_i}(E_{ch-\theta_i})$、$E_{de-\theta_i}(E_{dh-\theta_i})$ はそれぞれ θ_i 方向での E 面 (H 面) の放射電力の設計値および所望の値を示す。よって、ε_{co-i} は主偏波を所望の値に近づけることを意味する。$E_{xp-\theta_i}$、$E_{sl-\theta_i}$ は、それぞれ θ_i 方向の交差偏波とサイドローブの電力を示し、ε_{xpi}、ε_{vs} はそれぞれの特性を低く抑えるというものである。

3.3 提案する設計法

先に開発した同軸キャビティ装荷多モードホーン (図5参照) では、同軸キャビティの形状を最適化手法によって決定しているが、帯域5％ (9.75～10.25GHz) という狭帯域なものである。図8にこのホーンの帯域内の放射パターンを示す。このように狭帯域になる原因を調べるため、ホーン喉元側の同軸キャビティ二段までの形状における開口面分布を求めたものが、図9である。同図より、交差偏波レベルの上昇などが見られる。また、図10は、ホーン全体の形状における開口面分布を求めたもので、帯域内であっても十分な特性が得られていないことが分かる。

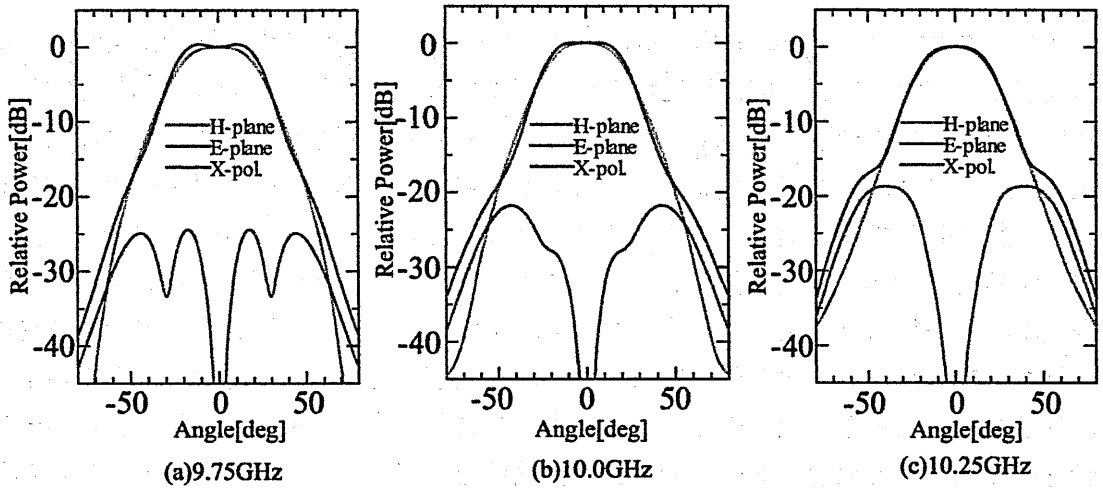


図8　全体形状での放射パターン

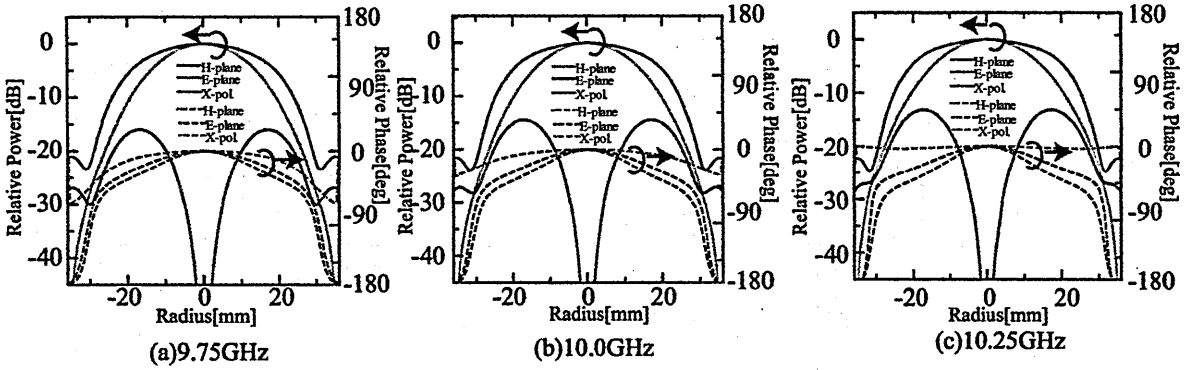


図9　二段での開口面分布

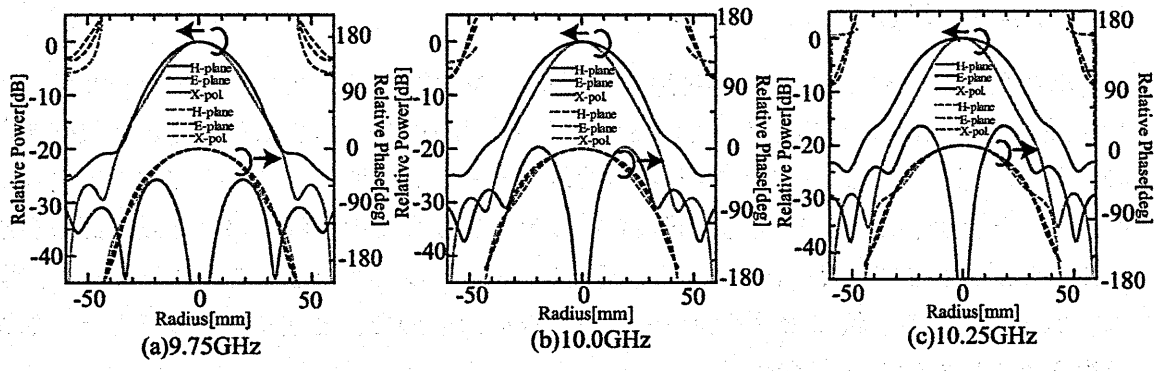


図 10　全体形状での開口面分布

そこで本稿では、ビーム成形、ホーンの広帯域化および小型化を同時に実現する低交差偏波多モードホーンとして、喉元から開口面までの軸方向に役割の異なる複数の同軸キャビティを装荷した構造を検討している。すなわち、喉元側の同軸キャビティによって中心開口を所定の大きさまで広げながら、低交差偏波特性を有する回転対称なテーパ分布を合成し、開口面側での同軸キャビティでは、逆相励振によって sinc 関数状の分布を実現しようとするものである。最適化設計においては、まず、喉元側の同軸キャビティの形状を広帯域な特性が得られるように決定していく。次に、開口面側の同軸キャビティを含む全体形状を所定の励振モード係数が得られるように最適化を行なう。その際、あらかじめ理想の励振モード係数を二次計画法によって求めることにする。そして、得られたホーンの形状を初期値として放射パターンを含む評価関数を定義して、広帯域なホーンの最終形状を決定すれば設計は完了する。この方法によって段毎で目的に合った特性を実現することができ、小型で広帯域な特性をもつホーン形状を最適化により求めることができる。

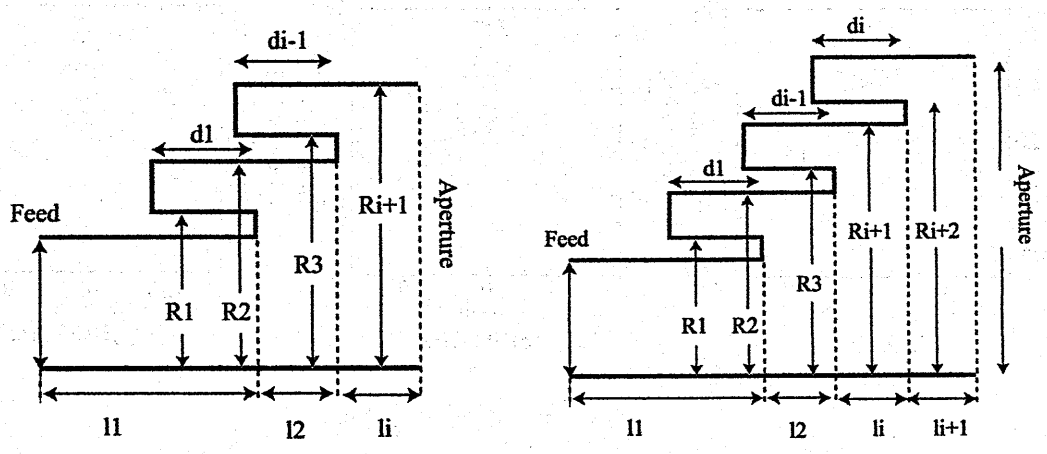


図 11　設計パラメータ

4 設計例

アンテナから視直径約40°の円形領域（カバレッジ）を照射する場合を想定し、サービスエリア内の最低利得をできるだけ高くするような円形カバレッジビームホーンの設計を行う。

表1 二段目での理想のモード係数

	TE_{11} mode	TM_{11} mode	TE_{12} mode	TM_{12} mode
Amp [dB]	−1.2	−6.6	−15.3	−39.8
phase [deg]	0	0	0	0

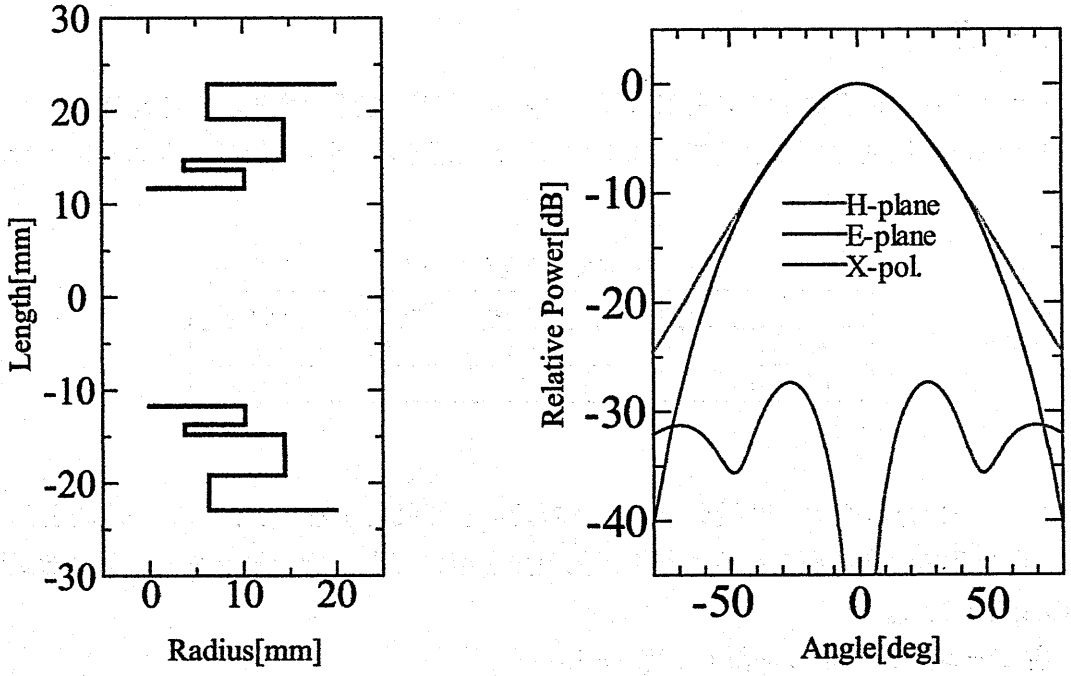
まず、ホーンを構成する同軸キャビティの段数を3段とする。次に、第一段階として以下のような目標性能が得られるよう最適化手法を用いて喉元側の同軸キャビティ形状段数2段の設計を行う。

- 主ビームパターン 理想値 ($N_{co} = 10$)
- 交差偏波ピーク値 < -20dB ($N_{xp} = 16$)
- サイドローブレベル ($N_{sl} = 10$)
- VSWR 最小
- 中心周波数14.5GHz、周波数帯域 $13.0 - 16.0$GHz (20%)
- サンプル周波数 31点

また、設計条件を以下のように設定する。

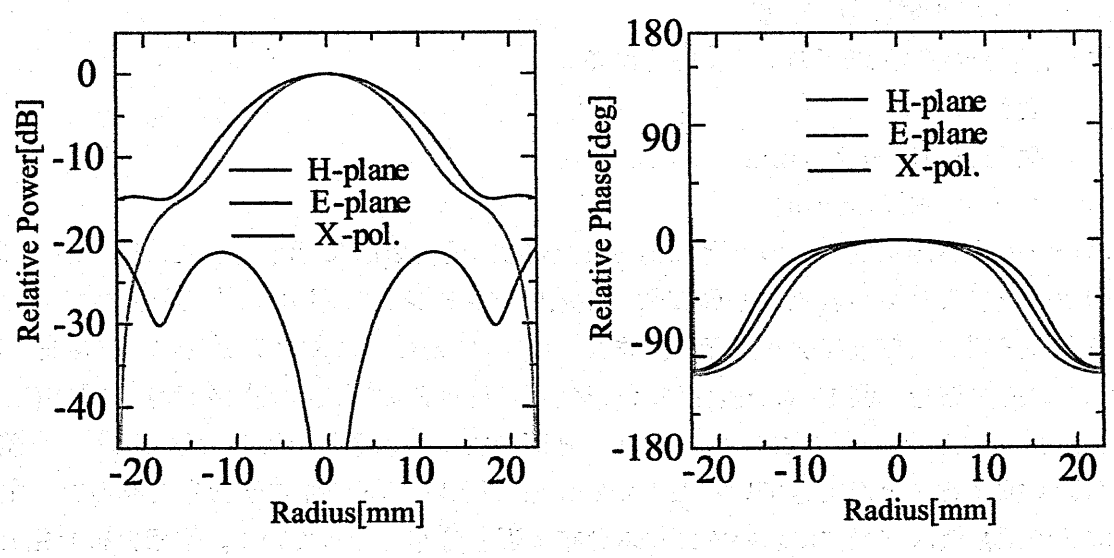
- 変数 $N = 9$
- 喉元径 $D_w = 23.4$mm ($\simeq 1.13\lambda$)
- ホーン軸長の最小化

ホーンの長さが19.9mmのときに得られた形状を図12(a)に示す。また、図12(b)に、このホーンにより得られた中心周波数での放射パターンを、図13に中心周波数での開口面分布の振幅および位相分布を示す。また、図14に帯域内における放射パターンを、図15に開口面分布を、図16に交差偏波ピーク値とVSWRの周波数特性を示す。図12(b)および図14を見ると、帯域内においてE面、H面の主ビーム形状が回転対称であり、交差偏波も低く抑えることができていることがわかる。図13、15の開口面分布を見ると、主偏波成分の振幅値は帯域内においてガウス分布に近い分布となっている。位相分布を見てみると、波面が球面になっているが、これはホーンが広帯域で動作するためだと考えられる。



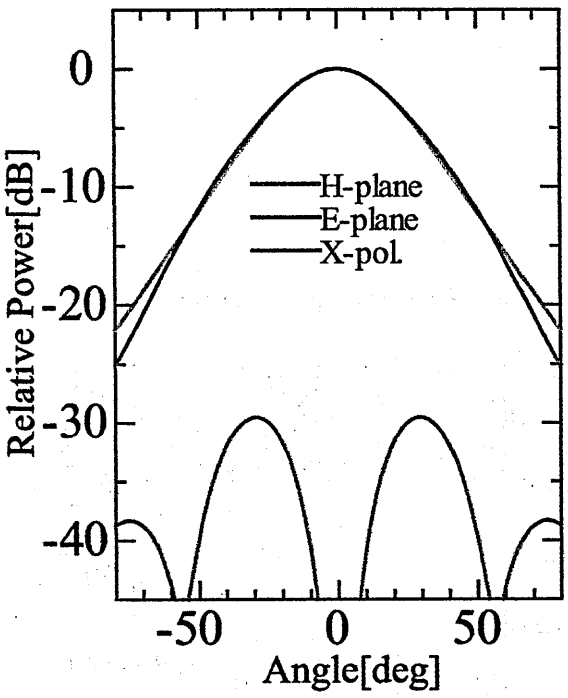
(a) ホーン形状　　(b) 中心周波数での放射パターン

図 12　喉元側の同軸キャビティ形状および放射パターン

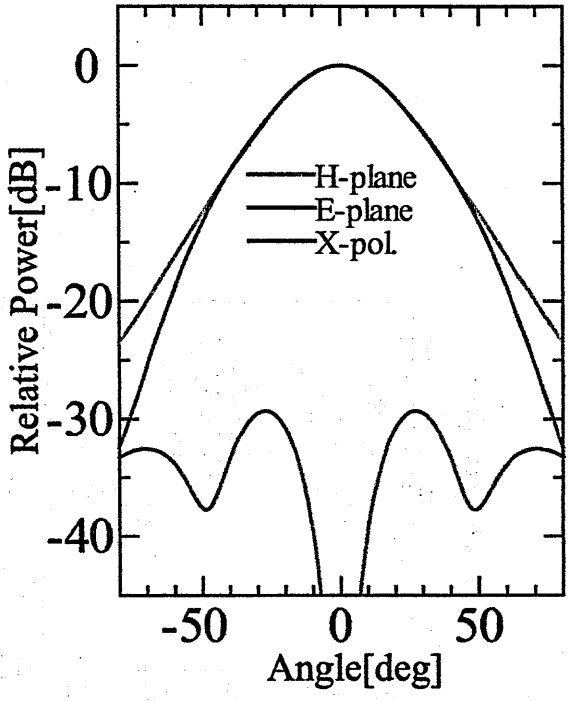


(a) 振幅分布　　(b) 位相分布

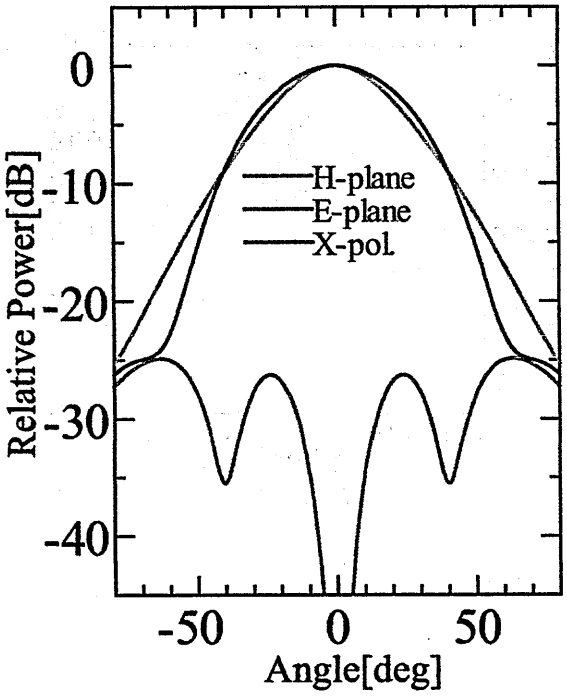
図 13　中心周波数での開口面分布



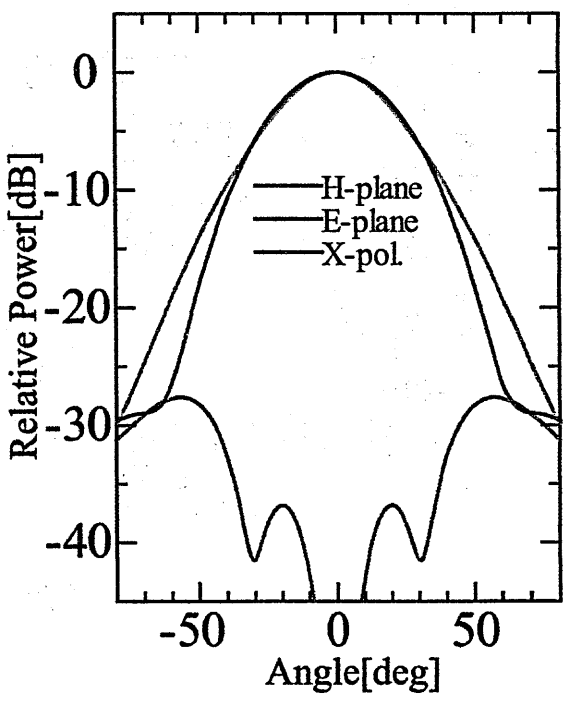
(a)13.0GHz



(b)14.0GHz



(c)15.0GHz



(d)16.0GHz

図 14　帯域内における放射パターン

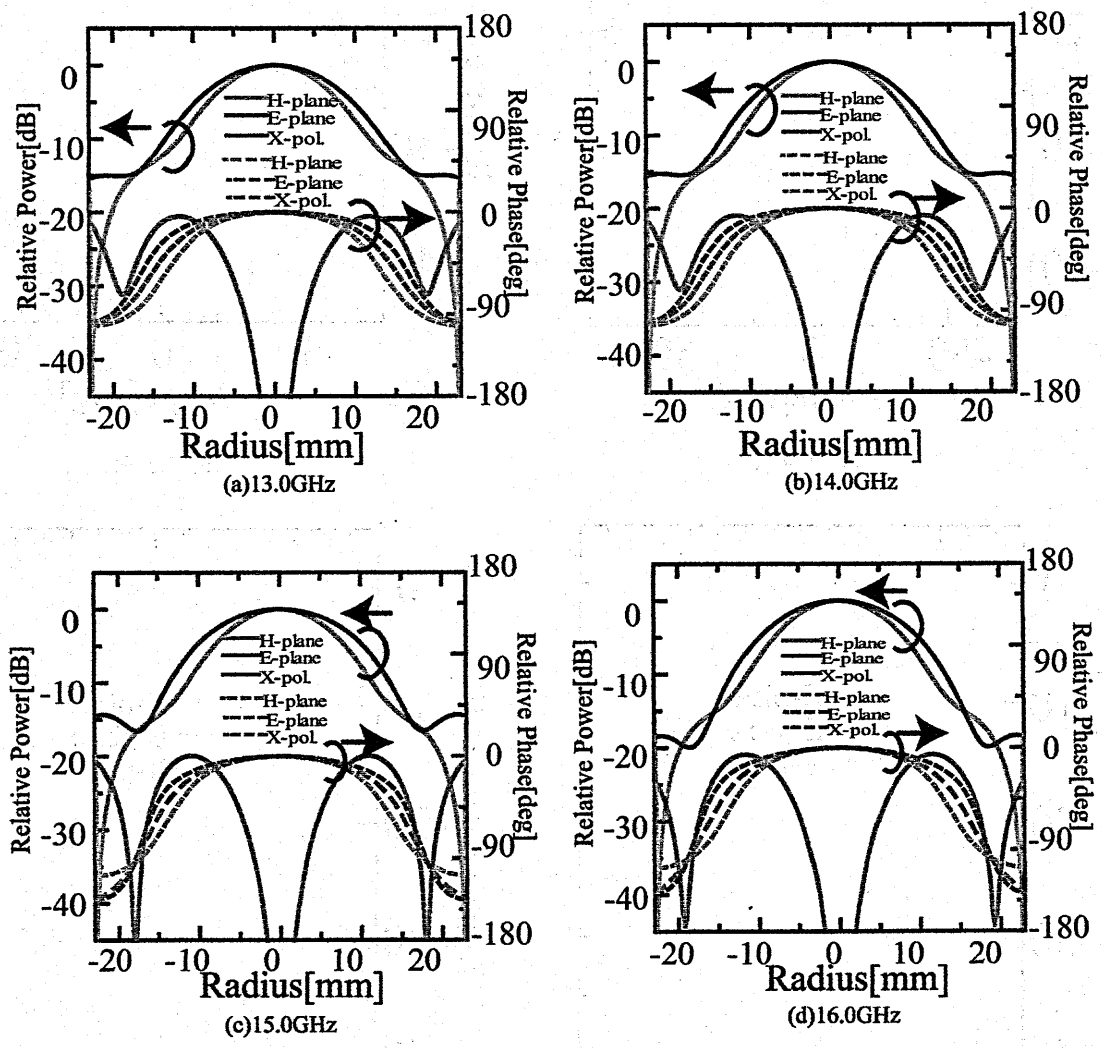
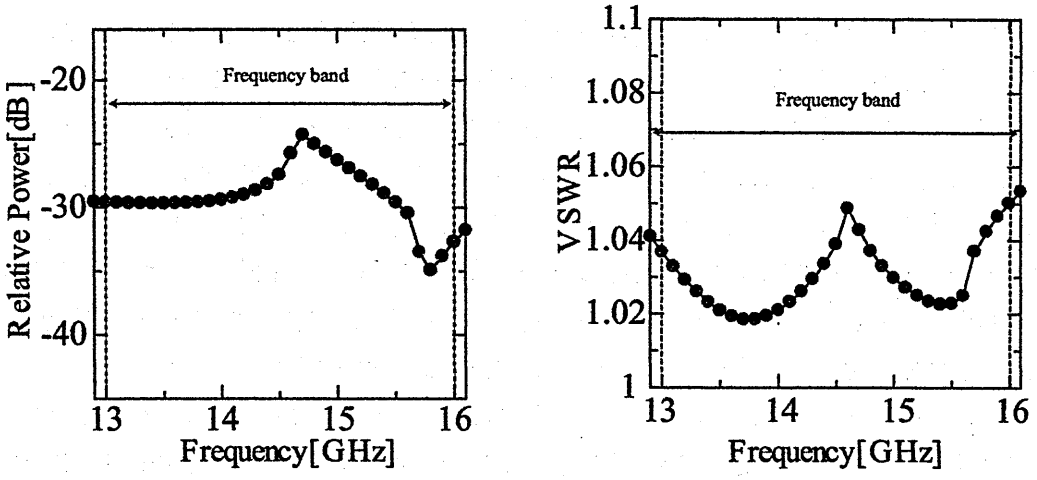


図 15　帯域内における開口面分布



(a) 交差偏波ピーク値　　(b) VSWR

図 16　周波数特性

表 2　全体形状での理想のモード係数

	TE_{11} mode	TM_{11} mode	TE_{12} mode	TM_{12} mode	TE_{13} mode	TM_{13} mode
Amp [dB]	−5.8	−4.1	−5.4	−12.4	−30.0	−33.7
phase [deg]	0	0	0	0	0	180

第二段階として、以下のような目標性能が得られるよう最適化手法を用いて同軸キャビティ全体での形状を設計する。

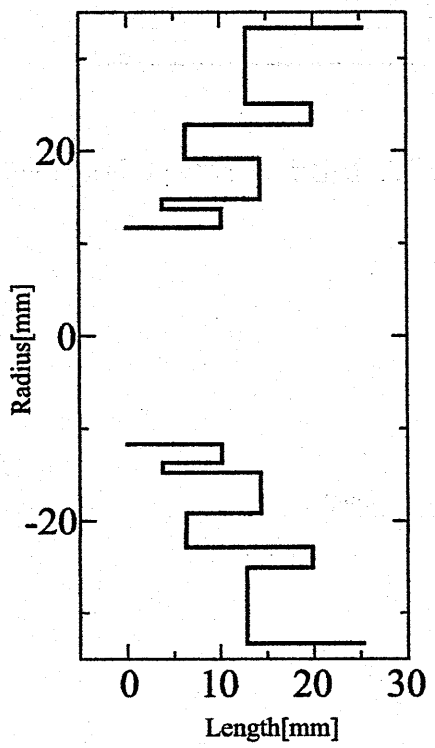
- 照射領域　視直径 40° の円
- 主ビームパターン　理想値　($N_{co} = 10$)
- 交差偏波ピーク値 < -20dB　($N_{xp} = 16$)
- サイドローブレベル ($N_{sl} = 10$)
- VSWR　最小
- 中心周波数 14.5GHz、周波数帯域　$13.0 - 16.0$GHz　(20%)
- サンプル周波数　31 点

また、設計条件を以下のように設定する。

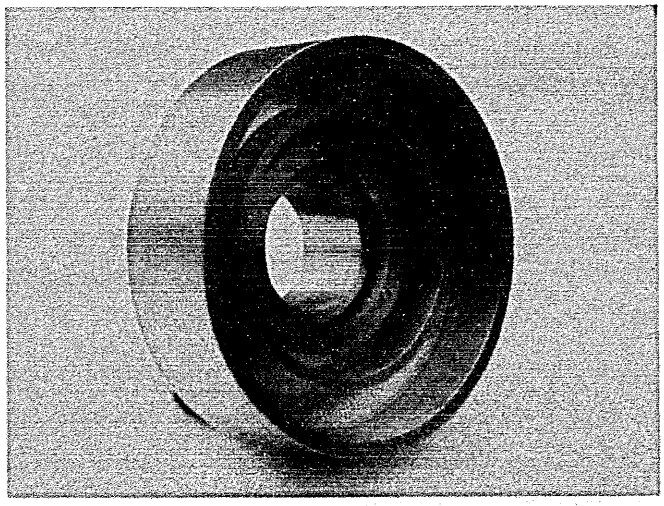
- 変数　$N = 11$
- 喉元径　$D_w = 23.4$mm　($\simeq 1.13\lambda$)
- 開口径 $D = 66.6$mm　($\simeq 3.22\lambda$)
- ホーン軸長の最小化

ホーンの長さが 25.3mm のときに得られた形状を図 17(a) に、図 17(b) に実際に試作したホーンの外観を示す。また、図 18 に試作したホーンにより得られた中心周波数での放射パターンの計算値と測定値を、図 19 に中心周波数での開口面分布の振幅および位相分布を示す。また、図 20 に帯域内における放射パターンの計算値と測定値を、図 21 に開口面

分布を示す。図18および図20を見ると、帯域内において、E面、H面において回転対称な放射パターンとなっており、交差偏波成分も低く抑えることできている。広角パターンに多少のずれがあるものの、主偏波成分、交差偏波成分ともに計算値と測定値はよく一致している。また、図19、図21を見ると、三段目の同軸キャビティにおいて位相反転がおこり、sinc関数に近い分布になっていることがわかる。さらに、図22に開口面におけるモード係数（振幅・位相）の周波数特性を示す。図22を見ると、TE_{11}、TM_{11}、TE_{12}、TM_{12}の四つのモードが広帯域において理想のモード係数に近い値を維持しており、それらのモードがほぼ同相であることも確認している。また、図23に交差偏波ピーク値とVSWRの周波数特性を、図24にビーム幅、利得およびサイドローブの周波数特性を示す。図23より、交差偏波ピーク値およびVSWRも十分に低いレベルに抑えることができている。図24(b)より、いずれの周波数においてもカバレッジ端の利得(EOC gain)を基準にとると、この値から−30dBに近い低サイドローブ特性が得られている。設計したホーンは、軸長25.3mmという非常に小型なものである。これらのことから、本法を用いれば、ホーンの小型化、広帯域化、ビーム成形をともに達成することが可能である。



(a) ホーンの形状



(b) ホーンの外観

図17　ホーンの設計例

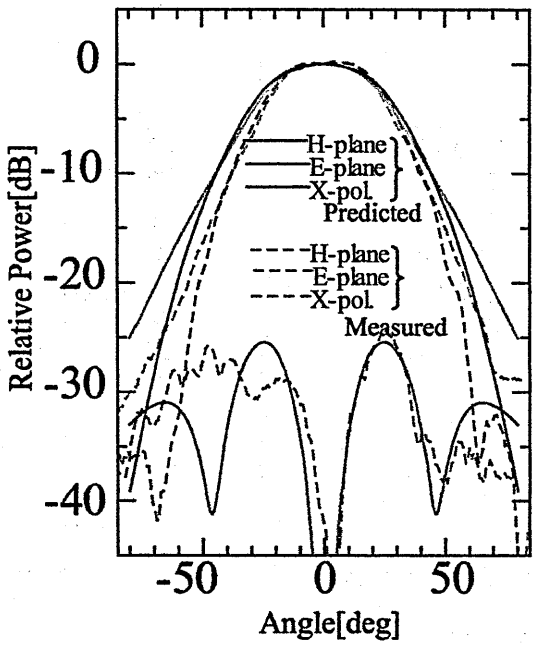
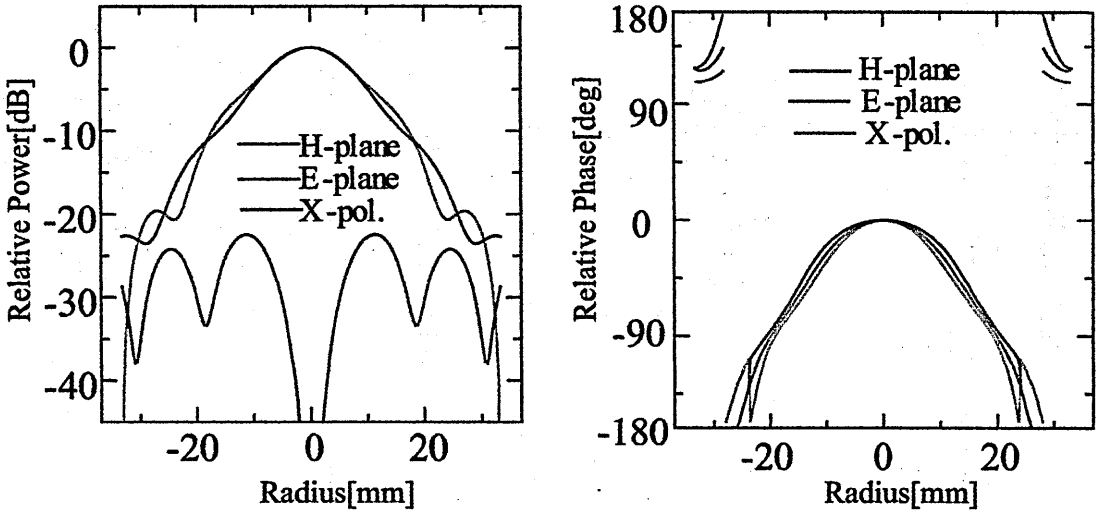


図 18　中心周波数での放射パターン



(a) 振幅分布　　(b) 位相分布

図 19　中心周波数での開口面分布

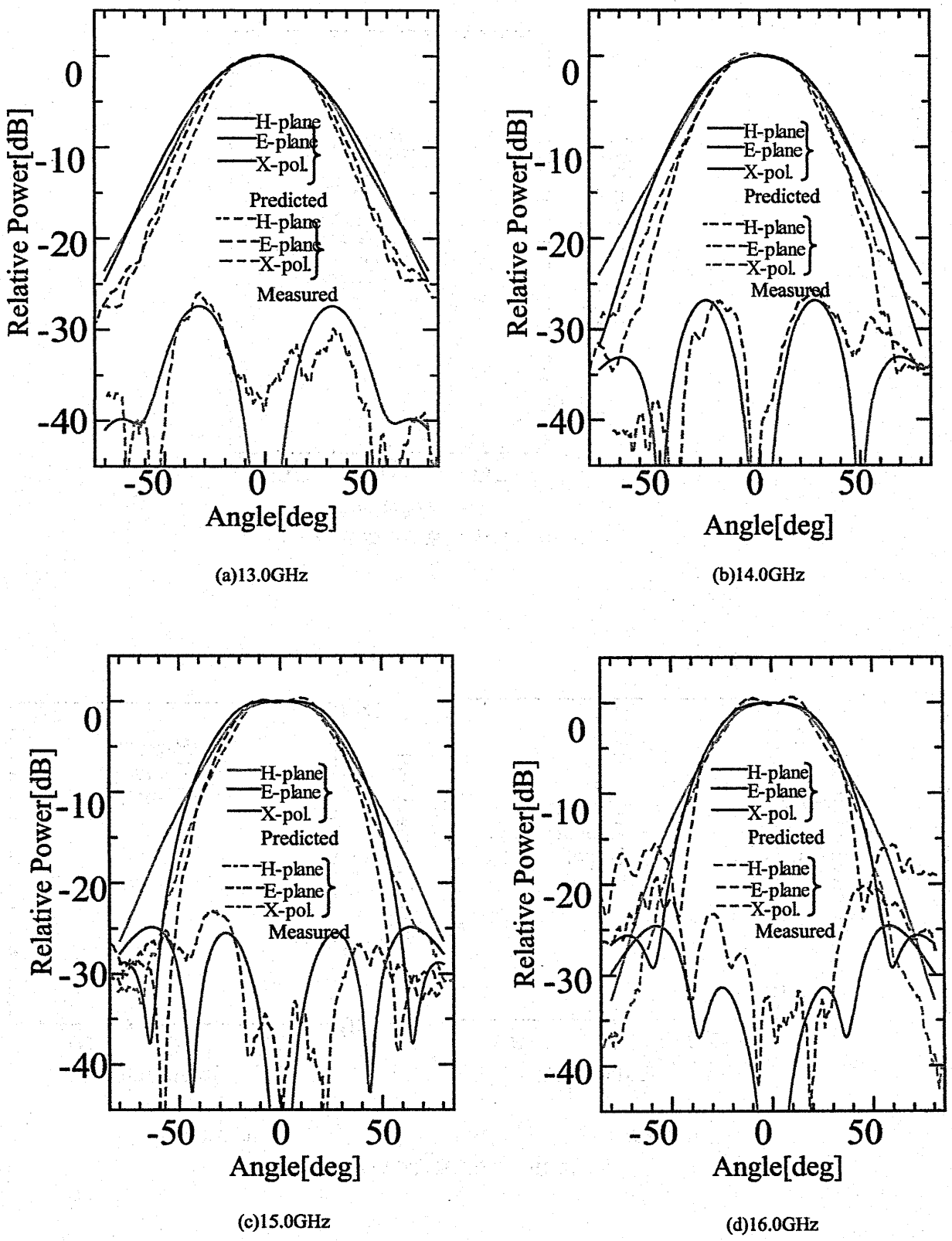


図 20　設計したホーンの放射パターンの測定値と計算値との比較

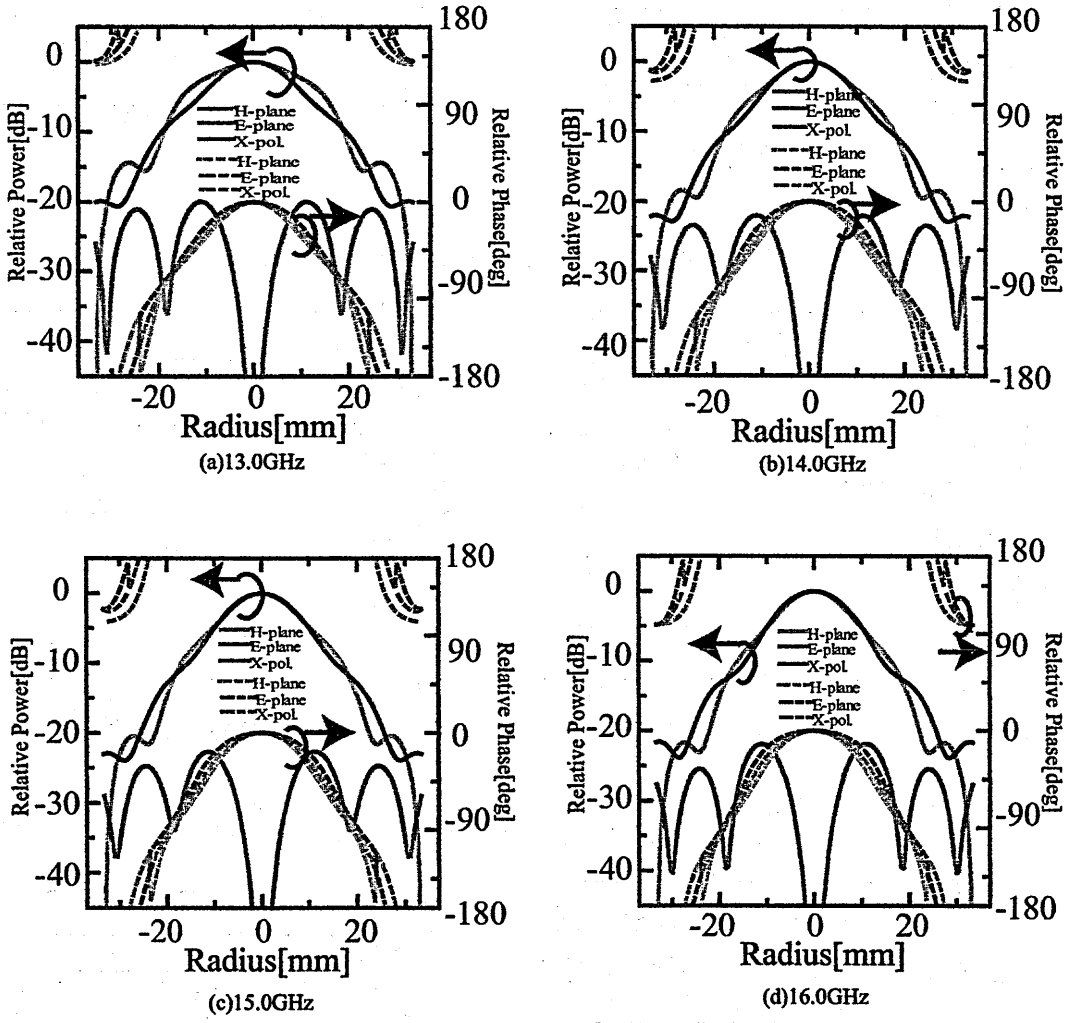
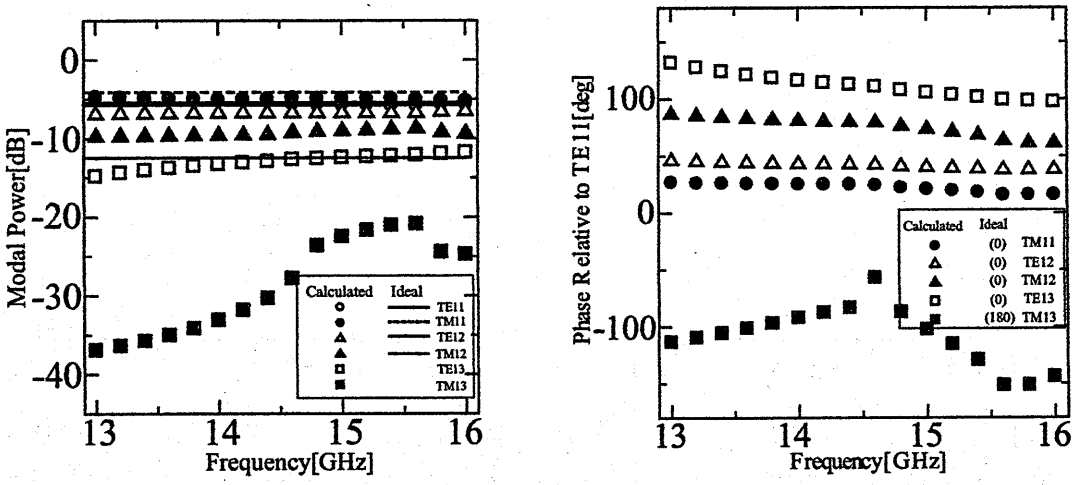


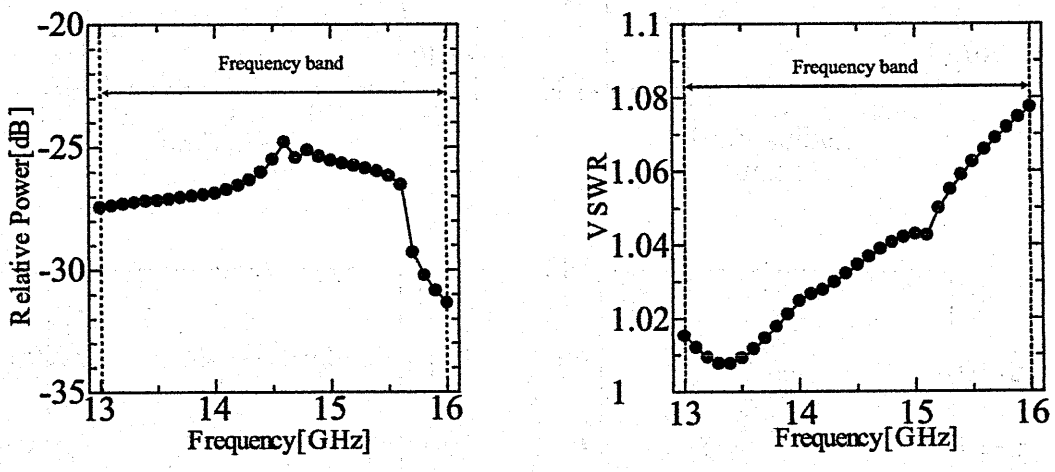
図 21　設計したホーンの開口面分布



(a) Magunitude.

(b) Phase.

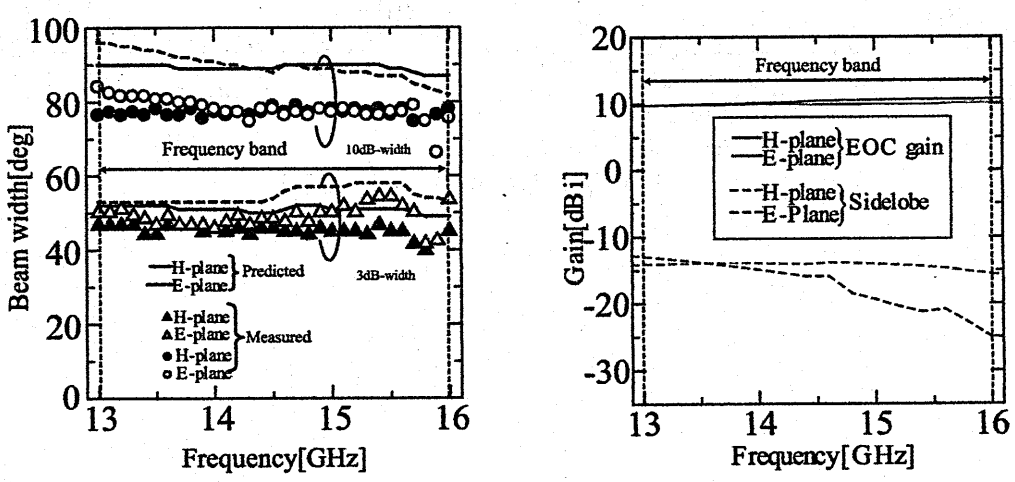
図 22　開口面におけるモード係数の周波数特性



(a) 交差偏波ピーク値

(b) VSWR

図 23　交差偏頗ピーク値および VSWR の周波数特性



(a) ビーム幅

(b) 利得およびサイドローブ

図 24　ビーム幅、利得およびサイドローブの周波数特性

5　むすび

従来の多モードホーンアンテナで実現困難であった、ホーンの小型化、広帯域化、ビーム成形の特性全てを改善する方法について一つの提案を行なった。本法では、第一段階と第二段階に分けて設計を行うことで、それぞれの同軸キャビティにおいて所望の特性を用意に達成することができ得るものであり、同軸キャビティ装荷多モードホーンの特性向上に汎用的に応用できる方法である。設計した同軸キャビティ装荷多モードホーンアンテナの数値計算結果ならびに実験より、短い軸長において広帯域化を図り、なおかつ、所望の放射特性が実現できることを示した。

なお、本研究の一部は、財団法人テレコムエンジニアリングセンターの研究助成（TELEC 第1088号）にて行った。

付 録A　最小二乗法的モード整合法

図1に示すような半径aの中空円形導波管、その周囲に半径b,cの同軸導波管そして半径cの中空円形導波管から構成される同軸キャビティにおいて、接続面$z=0$での不連続部分の取り扱いについて述べる。

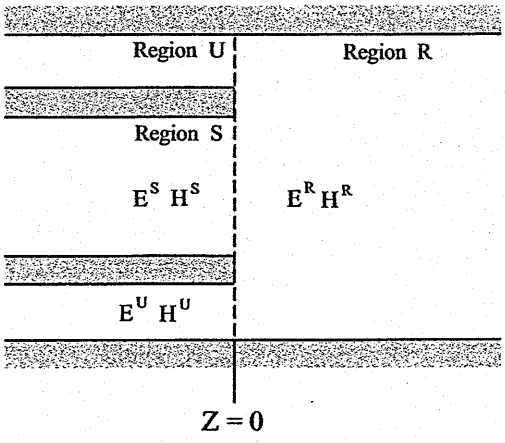


図1　チョークにおける不連続面

それぞれの領域で、電磁界の断面分布は、円筒導波管のモード関数の和で表される。領域Sの左側からTE_{1k}モードまたはTM_{1k}モードが入射したとき、不連続部の両側における電磁界の断面成分$\boldsymbol{E}^U$、$\boldsymbol{E}^S$、$\boldsymbol{E}^R$、$\boldsymbol{H}^U$、$\boldsymbol{H}^S$、$\boldsymbol{H}^R$は次のように表される。

$$\boldsymbol{E}^U = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Z_n} B_{nk}^U \boldsymbol{e}_n^U \tag{A.1}$$

$$\boldsymbol{H}^U = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Y_n} B_{nk}^U \boldsymbol{h}_n^U \tag{A.2}$$

$$\boldsymbol{E}^S = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Z_n} (\delta_{nk} + B_{nk}^S) \boldsymbol{e}_n^S \tag{A.3}$$

$$\boldsymbol{H}^S = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Y_n} (\delta_{nk} - B_{nk}^S) \boldsymbol{h}_n^S \tag{A.4}$$

$$\boldsymbol{E}^R = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Z_n} B_{nk}^R \boldsymbol{e}_n^R \tag{A.5}$$

$$\boldsymbol{H}^R = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{Y_n} B_{nk}^R \boldsymbol{h}_n^R \tag{A.6}$$

ここで、$\boldsymbol{e}_n^U$、$\boldsymbol{e}_n^S$、$\boldsymbol{e}_n^R$、$\boldsymbol{h}_n^U$、$\boldsymbol{h}_n^S$、$\boldsymbol{h}_n^R$は領域U,S,Rにおけるn次モード(周方向の次数は1)の電界および磁界のモード関数である。

$z=0$の断面における境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}^U = \boldsymbol{E}^R \ , \ \boldsymbol{H}^U = \boldsymbol{H}^R & (b \le r \le c) \\ \boldsymbol{E}^R = 0 & (a < r < b) \\ \boldsymbol{E}^S = \boldsymbol{E}^R \ , \ \boldsymbol{H}^S = \boldsymbol{H}^R & (0 \le r \le a) \end{cases} \tag{A.7}$$

したがって、境界条件式(A.7)を電磁界の接線成分の式(A.1)〜(A.6)に適用することにより、各モードの反射係数および透過係数を求めることができ、散乱行列の要素が求まる。しかしながら、実際には計算機を用いて解くため、モードの展開項数を無限大にとることはできず、有限で打ち切る必要がある。そこで、有限の展開モード数N_mで打ち切ったときの電磁界の断面成分$\boldsymbol{E}'^U$、$\boldsymbol{E}'^S$、$\boldsymbol{E}'^R$、$\boldsymbol{H}'^U$、$\boldsymbol{H}'^S$、$\boldsymbol{H}'^R$を用いて、次のような相対2乗平均誤差ε_rを定義し、これを最小2乗法的に満足させることを考える。

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2}\left(\frac{C_E}{c_e} + \frac{C_H}{c_h}\right) \tag{A.8}$$

ただし、

$$\begin{cases} C_E = \displaystyle\int_0^{2\pi}\left[\int_0^a |\boldsymbol{E}'^S - \boldsymbol{E}'^R|^2 \, rdr + \int_a^b |\boldsymbol{E}'^R|^2 \, rdr + \int_b^c |\boldsymbol{E}'^U - \boldsymbol{E}'^R|^2 \, rdr\right] d\phi \\ c_e = \displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^a |\boldsymbol{e}_k^S|^2 \, rdrd\phi \\ C_H = \displaystyle\int_0^{2\pi}\left[\int_0^a |\boldsymbol{H}'^S - \boldsymbol{H}'^R|^2 \, rdr + \int_b^c |\boldsymbol{H}'^U - \boldsymbol{H}'^R|^2\right] d\phi \\ c_h = \displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^a |\boldsymbol{h}_k^S|^2 \, rdrd\phi \end{cases} \tag{A.9}$$

(A.10)

各モードの反射係数B_{rk}^Sおよび透過係数B_{tk}^U、B_{tk}^Rは、相対2乗平均誤差ε_rがこれらのいずれの係数についても最小となるように決定すればよいから、

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial B_{tk}^{U*}} = 0 \quad (t = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.11}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial B_{rk}^{S*}} = 0 \quad (r = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.12}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial B_{tk}^{R*}} = 0 \quad (t = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.13}$$

となり、$3N_m$元連立一次方程式を解くことにより求めることができる。これらの係数を用いて、不連続部は、遮断モードをも一つの独立端子とする散乱行列として表すことができる。この散乱行列のK列目の要素は、反射係数B_{rk}^Sおよび透過係数B_{tk}^U、B_{tk}^Rを用いて次のようになる。

$$S_{12,\langle r\rangle\langle k\rangle} = B_{tk}^U \quad (r = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.14}$$

$$S_{22,\langle t\rangle\langle k\rangle} = B_{rk}^S \quad (t = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.15}$$

$$S_{32,\langle t\rangle\langle k\rangle} = B_{tk}^R \quad (t = 1, 2, \cdots, N_m) \tag{A.16}$$

一方、領域 U、R より TE_{1k} または TM_{1k} モードが入射したときも同様にして求めることにより、不連続部を表す散乱行列のすべての要素を決定することができる。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{b}_U \\ \boldsymbol{b}_S \\ \boldsymbol{b}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12} & \boldsymbol{S}_{13} \\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22} & \boldsymbol{S}_{23} \\ \boldsymbol{S}_{31} & \boldsymbol{S}_{32} & \boldsymbol{S}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_U \\ \boldsymbol{a}_S \\ \boldsymbol{a}_R \end{pmatrix} \tag{A.17}$$

ただし、a、b は散乱行列における各領域での進行波、後退波に対応している列ベクトルである。次にチョーク中の短絡した位置での境界条件より、列ベクトル $\boldsymbol{a}_U$、$\boldsymbol{b}_U$ の要素を a_U、b_U と置くと次のようになる。

$$b_U = -a_U e^{j2\beta_{U,n}l} \tag{A.18}$$

よって、列ベクトル $\boldsymbol{a}_U$、$\boldsymbol{b}_U$ の関係は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{b}_U &= -\boldsymbol{S}_U \boldsymbol{a}_U \\ \boldsymbol{S}_U &= \begin{pmatrix} e^{j2\beta_{U,1}l} & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & e^{j2\beta_{U,n}l} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A.19}$$

ただし、$\boldsymbol{S}_U$ はダイアゴナル行列、l はチョークの深さ、$\beta_{U,n}$ は領域 U での n 次モードの位相定数であり、式 (A.17)、(A.19) により長さ l で短絡したチョークの不連続部の散乱行列 $\boldsymbol{S}_c$ が次のように求まる。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{b}_S \\ \boldsymbol{b}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{S}_{11,c} & \boldsymbol{S}_{12,c} \\ \boldsymbol{S}_{21,c} & \boldsymbol{S}_{22,c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_S \\ \boldsymbol{a}_R \end{pmatrix} \tag{A.20}$$

$$\boldsymbol{S}_{11,c} = -\boldsymbol{S}_{21}(\boldsymbol{S}_U + \boldsymbol{S}_{11})^{-1}\boldsymbol{S}_{12} + \boldsymbol{S}_{22} \tag{A.21}$$

$$\boldsymbol{S}_{12,c} = -\boldsymbol{S}_{21}(\boldsymbol{S}_U + \boldsymbol{S}_{11})^{-1}\boldsymbol{S}_{13} + \boldsymbol{S}_{23} \tag{A.22}$$

$$\boldsymbol{S}_{21,c} = -\boldsymbol{S}_{31}(\boldsymbol{S}_U + \boldsymbol{S}_{11})^{-1}\boldsymbol{S}_{12} + \boldsymbol{S}_{32} \tag{A.23}$$

$$\boldsymbol{S}_{22,c} = -\boldsymbol{S}_{31}(\boldsymbol{S}_U + \boldsymbol{S}_{11})^{-1}\boldsymbol{S}_{13} + \boldsymbol{S}_{33} \tag{A.24}$$

ただし、各要素は行列で表される。展開モード数については、定義した相対二乗平均誤差や複素電力の保存則に関わる関わる誤差を十分小さくなるように選んで解析を行なっている。

付 録B　モード係数

ホーンを設計するにあたって、まず二次計画法を適用することによって所定のサイドローブレベルを実現し、ある方向の利得を最大にする励振モード係数を決定する。いま、ホーンの開口面分布を導波管モードで展開すると、開口径が十分大きい場合、利得（主偏波成分）$g_1(u)$ は次のようになる。

$$g_1(u) = \frac{4\pi|F_1(u)|^2}{P_t} \tag{B.1}$$

ここで、

$$F_1(u) = \sum_j c_j f_{1,j}(u) \tag{B.2}$$

ただし、$f_{1,j}(u)$ は円筒導波管モード j による遠方領域のユニバーサル放射パターン（主偏波成分）のルート電力、c_j はモード j の係数、P_t はトータル電力を示す。簡単のため、円偏波を考えると回転対称な放射パターンとなるので、放射パターンは u の関数として扱えばよい。そこで、円形カバレッジの範囲を $0 < u < u_e$ とすると、このような範囲で最適な利得を得るためには、図1に示すように $F_1(u)$ をカバレッジ端 $u = u_e$ で例えば1に固定して、カバレッジ内では1以上となるようにモード係数 c_j を変化させ、利得 g_1 が最も大きくなるように c_j の最適値を求めればよい。そこで、制約等号式を

$$F_1(u_e) = 1 \tag{B.3}$$

制約不等号式を

$$F_1(u) \geq 1 \quad (0 < u < u_e) \tag{B.4}$$

で定義して、$g_1(u_e)$ が最大となるよう最適化により c_j を決定する。さらに、主ビーム特性だけでなく、与えられたサイドローブレベル $R(<0)$ を同時に達成するため、次のような制約不等号式を付け加えることにする。

$$-R \leq F_1(u) \leq R \quad (u_0 < u < u_s) \tag{B.5}$$

ただし、$u_0(> u_e)$、u_s は考慮するサイドローブ領域の上限と下限の u の値である。一方、交差偏波のユニバーサル放射パターンを $f_{2,j}(u)$ とおくと、モード合成した交差偏波成分は、次のようになる。

$$F_2(u) = \sum_j c_j f_{2,j}(u) \tag{B.6}$$

したがって、与えられた交差偏波レベル$X(>)$も同時に実現するためには、次のような制約不等号式をさらに考えればよい。

$$-X \leq F_2(u) \leq X \qquad (u_0 < u < u_x) \tag{B.7}$$

ただし、u_xは交差偏波成分を考慮するuの上限値を示す。
さて、最大にする関数$g_1(u_e)$は、

$$g_1(u_e) \;=\; \frac{4\pi}{P_t} \tag{B.8}$$

で表されるので、これはP_tを最小にする最適化問題となる。このとき、モード係数c_jを実数とすると、トータル電力P_tは次のようになる。

$$P_t \;=\; \sum_j c_j^2 \tag{B.9}$$

いま、図のような軸対称ホーンに基本TE_{11}モードを喉元から入射した場合を考え、発生するモード数をMとおき、また主ビーム、サイドローブ、および交差偏波成分を求める放射パターンの各々サンプル点数をN_c、N_sおよびN_xとすると、次のような行列表示によって制約条件式を表すことができる。

$$\left(F_e \right)^T \left(c \right) \;=\; 1 \tag{B.10}$$

$$\begin{pmatrix} F_c \\ F_s \\ -F_s \\ F_x \\ -F_x \end{pmatrix} \left(c \right) \leq \begin{pmatrix} 1 \\ R \\ -R \\ X \\ -X \end{pmatrix} \tag{B.11}$$

ただし、肩添字Tは転置、$\mathbf{F}_e$は成分jが$f_{1,j}(u_e)$となるM行の列ベクトル、$\mathbf{F}_c$は成分(i,j)が$f_{1,j}(u_i^{(c)})$ $(i=1,2,\cdots,N_c)$となるN_c行M列の行列$(0 \leq u_i^{(c)} < u_e)$、$\mathbf{F}_s$は成分(i,j)が$f_{1,j}(u_i^{(s)})$ $(i=1,2,\cdots,N_s)$となるN_s行M列の行列$(0 \leq u_i^{(s)} < u_s)$、$\mathbf{F}_x$は成分(i,j)が$f_{2,j}(u_i^{(x)})$ $(i=1,2,\cdots,N_x)$となるN_x行M列の行列$(0 \leq u_i^{(x)} < u_x)$、$\mathbf{c}$はモードの係数$c_j(j=1,2,\cdots,M)$を要素とするM行の列ベクトル、$\mathbf{1}$は全ての要素が1のN_c行の列ベクトル、$\mathbf{R}$は全ての要素がRのN_s行の列ベクトル、$\mathbf{X}$は全ての要素がXのN_x行の列ベクトルである。このように制約条件となる等号および不等号式がいずれも線形かつ実数となり、最小にする評価関数P_tが実数の二次形式で表されることから二次計画法が適用でき、数値計算によって一義的に解を決定できることになる。最終的に、多モードホーンを単位電力で励振したときのモード係数C_jは、

$$C_j \;=\; \frac{c_j}{P_t} \quad (j=1,2,\cdots,M) \tag{B.12}$$

によって得られる。

図2(a)および(b)は二次計画法によって求めた円筒導波管のTE_1nおよびTM_1nモードの励振係数の振幅値をパラメータ$u_e = \frac{D}{\lambda}\sin\theta_e$を変化させてまとめたものである。同図中の細い線が主ビームの形状のみを制約条件とした場合、太い線がサイドローブレベル−30dB以下、交差偏波成分のピーク値−40dBの条件をさらに加えた場合を示している。

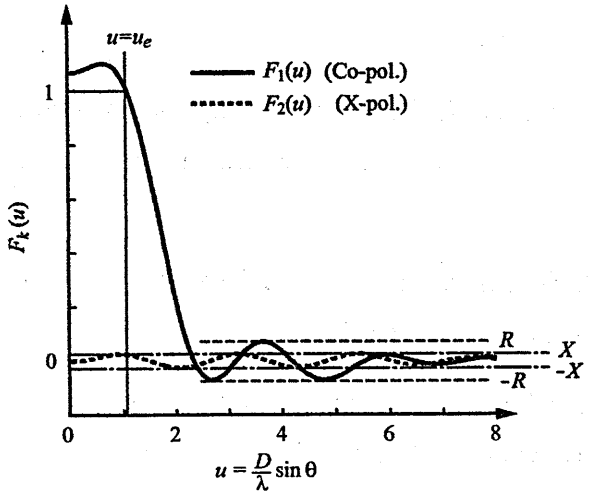
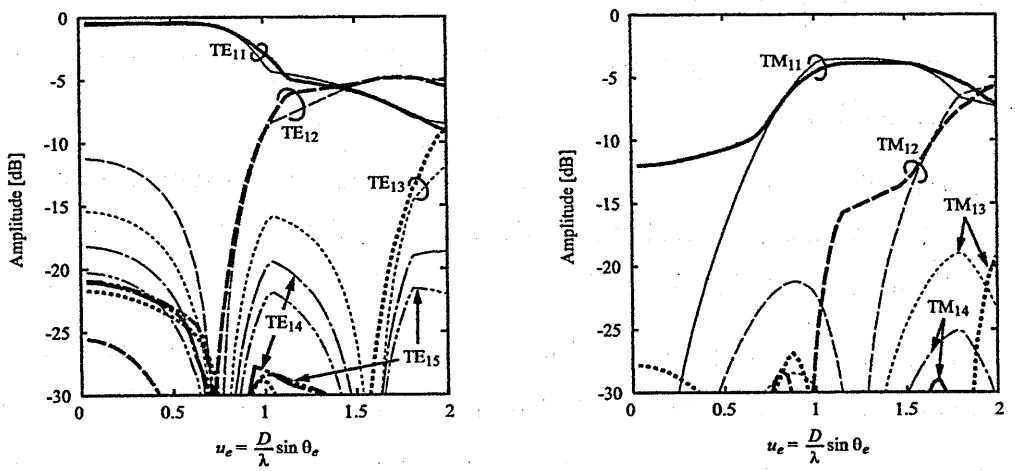


図1　二次計画法のためのパラメータの定義



(a) *TEmodes*　　(b) *TMmodes*

図2　多モードホーンの励振モード係数

参 考 文 献

[1] P. J. B. Clarricoats and A. D. Over,*Crrugated Horns for Microwave Antennas*, Peter Peregrinus, London, 1984.

[2] C. Granet, T. S. Bird, and G. L. James,"Compact multimode horn with sidelobes for global earth coverage ," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.48, no.7, pp.1125-1133, 2000.

[3] A. D. Over, P. J. B. Clarricoats, A. A Kishk and L. Shafai,*Microwave Horns and Feeds*. IEEE Press, New York, 1994.

[4] P. D. Potter, "A new horn antenna with suppressed sidelobes and equal beam widths," Microwave Journal, vol.6, no.6, pp.71-78, 1961

[5] S. B. Cohn, "Flare angle changes in a horn as a means of pattern contorol," Microwave Journal, vol.13, no.10, pp.41-46 1970.

[6] T. Kitsuregawa, *Advanced Technology in Satellite Communication Antennas*, Artech House, London, 1990.

[7] H. Deguchi, M. Tsuji, and H. Shigesawa,"Compact low-cross-polarization horn antennas with serpentine-shaped taper," IEEE Transaction on Antennas and Propagation, vol.52, no.10, pp.2510-2516, 2004.

[8] H. Deguchi, H. Watanabe, M. Tsuji, "Low-sidelobe Multimode Horn for Covering a Circular Area," IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, pp.3165-3168, 2006.

[9] H. Deguchi, H. Watanabe, M. Tsuji, "Coaxial-Cavity Loaded Multimode Horn for Circular Coverage," IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, pp.5676-5679, 2007.

[10] H. Deguchi, T. Goto, M. Tsuji, H. Shigesawa,:"Novel Wall Configuration For Wide-Band Multimode-Horn Antenna With Low Cross Polarization," Asia-Pacific Microwave Conference, vol.01, pp.25-28,2003.

輻射科学研究会資料
RS 07-12

多段型コプレーナフィルタのスプリアス抑制について

藤田　容孝　出口 博之　辻 幹男
(同志社大学　工学部)

2007年12月12日

1 はじめに

近年，移動体通信システムのデジタル化に伴い，端末内の平面回路線路で構成された帯域通過フィルタに対する仕様としては，不要波除去のため周波数選択性の向上が求められている。つまり，通過域特性の低損失化以外にも，高次モード共振による通過域が阻止域に現れる，いわゆるスプリアス応答の抑制が要求されている．

その抑制方法には線路インピーダンスにステップ状の変化をもたせた共振器 Stepped Impedance Resonator(SIR) [1]，あるいはキャパシタを装荷した共振器 [2] を用いることによってスプリアス共振周波数を広域側にシフトさせる方法，帯域通過フィルタに低域通過フィルタを従属接続させる方法 [3]，平面回路線路が有する漏洩現象による低域通過特性を利用する方法 [4]，さらには共振器の高次モードと外部回路の結合量を小さくする方法 [5, 6, 7] などがある．しかし，スプリアス共振周波数を広域側にシフトさせる方法 [1, 2] については，スプリアス共振は必ず存在することから阻止域の広帯域化には限界があり，また，他の方法 [3, 4, 5, 6, 7] も，回路構成を多段化する必要がある．筆者らが提案したヘアピンスロット共振器を互いにはめあわせた構造を用いる方法 [5] は，高次共振モードの電磁界分布を共振器間で 90° ずらせるような空間配置を適切に選ぶだけで，結合量を小さくしてスプリアスを抑制できるという特徴をもつことに加えて，遮蔽導体の無い開放型においてもコプレーナ共振器からの放射が抑制できるという利点がある．しかし，このフィルタを直接多段化するにはマイクロストリップ線路をフィルタ間に挿入する必要があり，これが放射抑制を劣化させるという欠点があった．

そこで，本稿ではマイクロストリップ線路を用いることなく多段化した回路構成を基に，放射抑制が可能で，なおかつ偶数次のスプリアス抑制が可能な共振器形状を提案する．本フィルタはこれらの特徴に加えて，筆者らが提案してきた共振器の空間配置による奇数次スプリアス抑制法を適用することが可能な構造を有していることから，6 次の高次共振まで抑圧した広帯域な阻止特性をもつ 3 段帯域通過フィルタの設計を行い，そのフィルタの有用性を数値計算および測定により明らかにする．

2 コプレーナフィルタの動作原理

本章では，マイクロストリップ線路の背面から給電したコプレーナ線路共振器による帯域通過フィルタについて述べた後，本稿の目的である放射損失の抑制を実現する共振器構造を用いた帯域通過フィルタの動作原理を説明する．

2.1 従来の遮蔽型帯域通過フィルタ

コプレーナ線路共振器の基本形として図 1 に 3 つの例をあげる．同図 (a) は両端開放型，(b) は両端短絡型の半波長共振器であり，(c) は片方開放，片方短絡の 1/4 波長共振器である．(b) の両端短絡に関しては，2 本のスロットからなる 2 段の共振器とも見なせる．

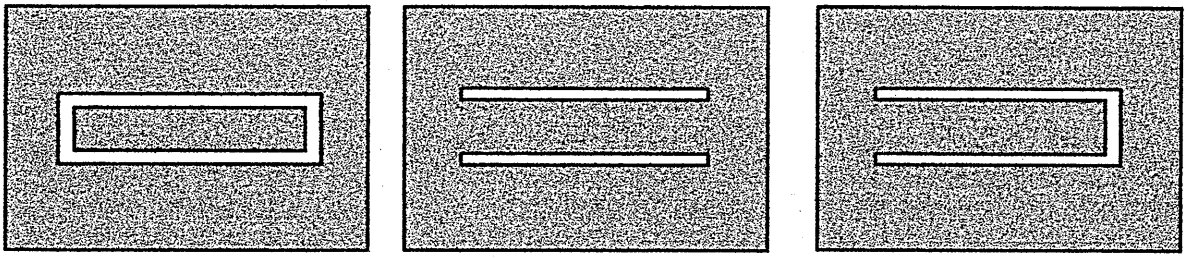


図 1　コプレーナ線路

ここで入出力線路にマイクロストリップ線路，共振器に図 1(b) のコプレーナ線路を用いて帯域通過フィルタを構成した場合，図 2(a) に示すような構造をとる．この構造は共振器の中央に入出力線路を配置したことで，スプリアスとなる偶数次の共振モードを抑制した帯域通過フィルタとなっているが，このフィルタでは共振器からの放射を抑制するために同図 (b) に示すように遮蔽導体で全体を囲う必要がある．

図 3 において遮蔽導体がある場合 (破線) とない場合 (実線) の伝送特性の比較を行う．なお，図の特性は FDTD 法を用いて計算したもので，誘電体基板には比誘電率 $\varepsilon_r = 3.2$，厚み $t = 1$ mm のものを用いており，各構造パラメータは図中に示すとおりである．

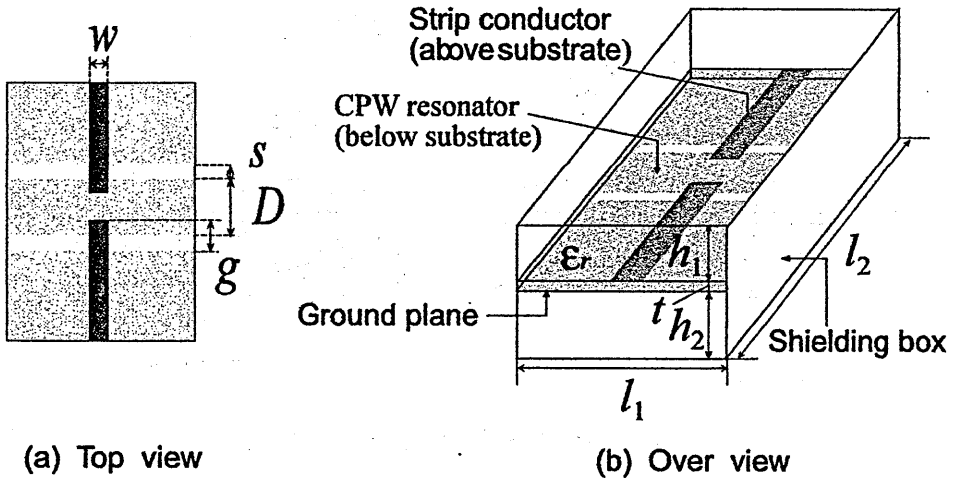
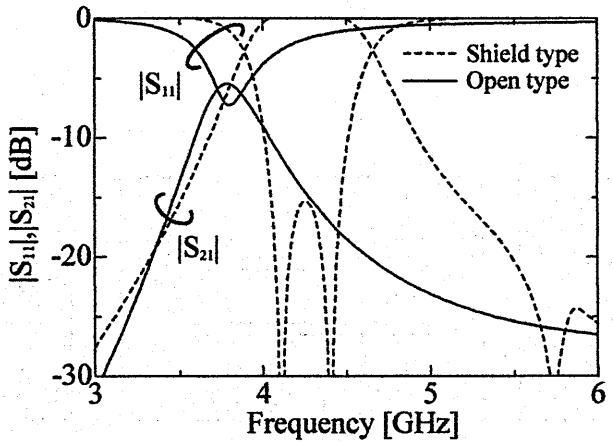


図 2　従来の遮蔽型帯域通過フィルタの構成



(D=5.6, g=2.0, s=1.0, w=2.4, h_1=h_2=10.0, l_1=24.0, l_2=75.0, t=1.0, unit:mm)

図 3　従来の遮蔽型帯域通過フィルタの伝送特性

図から明らかなように遮蔽導体が存在する場合には，偶，奇両モードにより通過域が挿入損失なく構成されているが，遮蔽導体のない場合には奇モードによる放射損失の影響が大きく，通過が構成されているとは言い難い．それゆえ，この共振器形状を用いる限り遮蔽導体が必ず必要となる．一般にコプレーナ共振器には図 4 に示すようにスロット上の電界ベクトルが互いに逆向きとなる偶モードと同じ向きになる奇モードが存在し，通常，奇モードはスロットからの放射電界が打ち消し合う偶モードと異なり，共振時に放射を伴うことになる．

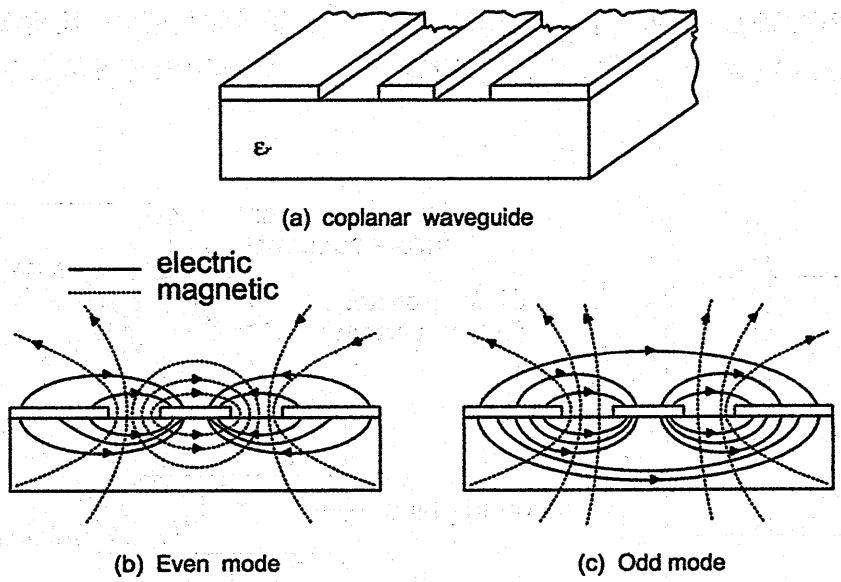


図 4　コプレーナ共振器上の電磁界分布

このためコプレーナ共振器を用いてフィルタを構成する場合，奇モードによる放射を抑制し，通過域での挿入損失を小さくすることが重要となる．この抑制のために，従来よりエアブリッジを用いて奇モードが全く発生しないようにする方法[8]や，前述したようにフィルタ全体を遮蔽することにより奇モードによる放射を抑える方法[9, 10]が取られてきた．前者の方法は遮蔽導体を用いない有利さはあるものの，本来存在する奇モードをフィルタ特性に利用しないことが欠点として挙げられ，高次のフィルタ特性を得るには共振器を多数必要とすることになる．また，遮蔽導体を用いる後者の方法は奇モードもフィルタ特性に利用はできるものの，フィルタ構造は遮蔽導体を使用することから大掛りとなる．

2.2 従来の開放型帯域通過フィルタ

前節のコプレーナ線路帯域通過フィルタの問題を解決する手法として，図5のように，コプレーナ共振器の2つスロット部分を“コ”の字型に折り曲げたヘアピンスロット共振器を互いにはめ合わせた構造が報告されている．

この形状は，図1(c)に示す1/4波長コプレーナ共振器が鎖状に配置された形状とも見ることができるものである．共振器からの放射は，先に述べたように2つのスロット上の電界ベクトルがすべて同相になると大きくなるから，ここで提案する構造では奇モード偶モードにかかわらず，各スロット部の電界ベクトルは平行線路の部分において逆方向を向くように配置しており，放射の低減が期待できる．

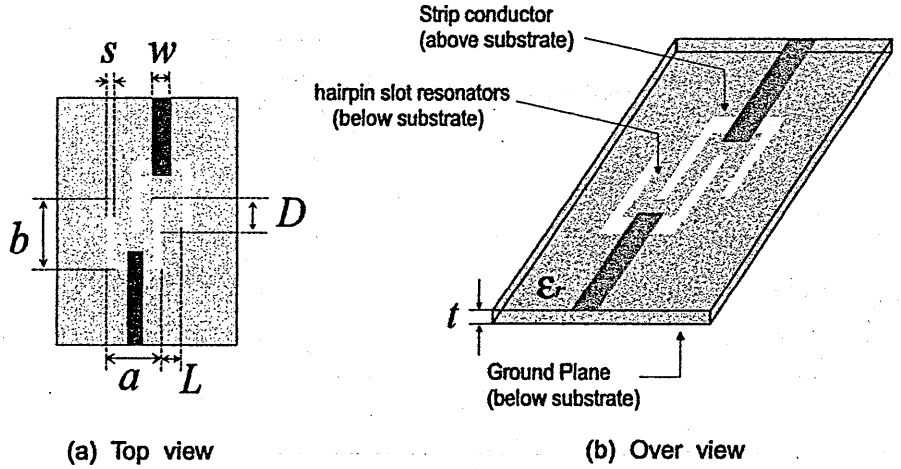
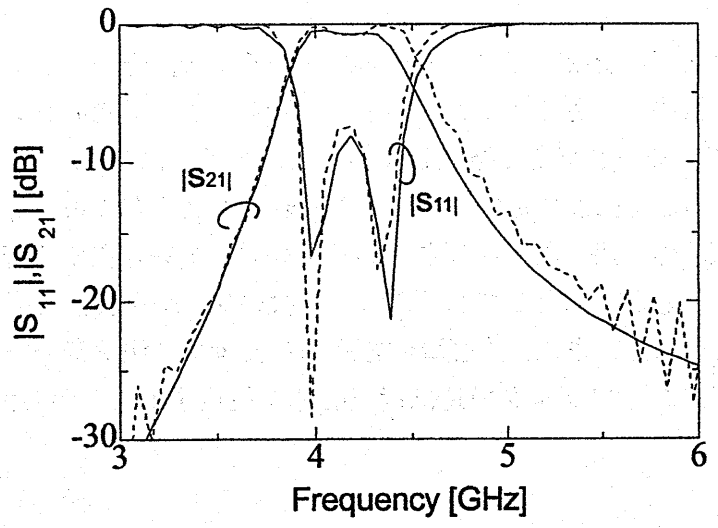


図5　従来の開放型帯域通過フィルタの構成



(D=6.0, a=4.0, b=10.0, s=0.4, w=2.4, l_1=22.8, l_2=75.0, unit:mm)

図 6　従来の開放型帯域通過フィルタの伝送特性

前節同様，図 6 において開放形 (実線) と遮蔽形 (破線) の比較を行う．両者の通過域の特性はわずかな違いはあるものの，直線型共振器の場合とは異なり通過域で 2 共振が確認でき，遮蔽導体の影響は少ないことがわかる．これは，ヘアピン形状の場合には遮蔽導体のない開放型においても奇モードの放射が抑えられていることを示すものである．次に，開放時における放射損失を調べるために，直線形状およびヘアピン形状の開放時の放射損失の比較を行っているのが図 7 である．

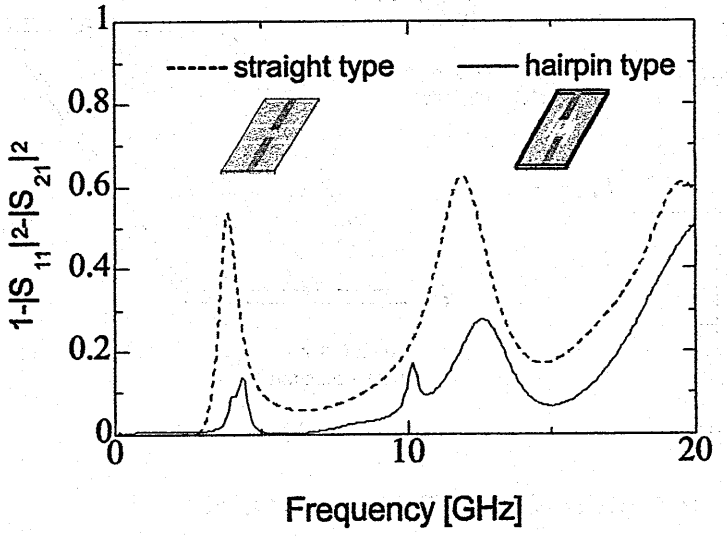


図 7　放射損失値の比較

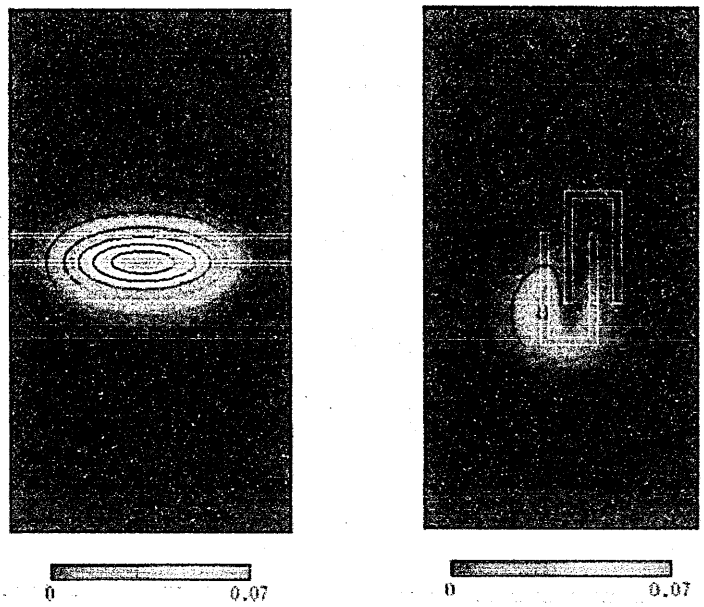
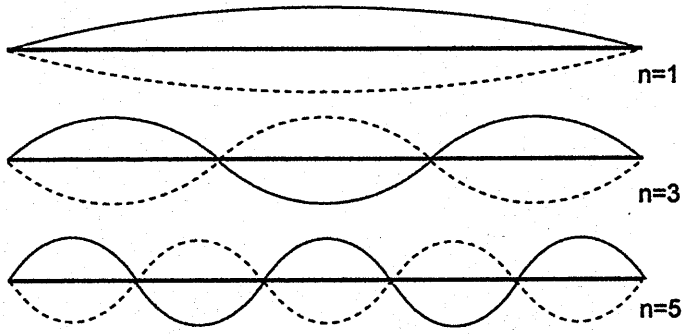


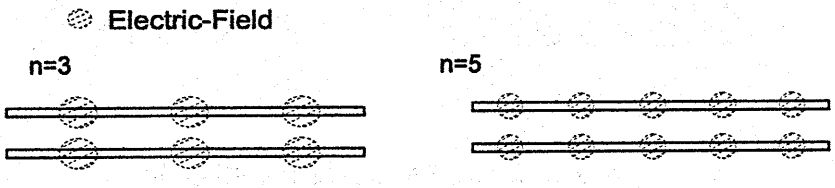
図 8　導体基板下 5 mm における電界分布

ここでの放射損失は入射電力から透過電力と反射電力の和を差し引くことから求めている．図から明らかなように，直線形状の場合，共振点で非常に大きな放射が生じているのに対し，ヘアピン形状の場合には低次共振点では放射がほとんど生じていないことがわかる．このことは電界の強度分布を示した図 8 からも確かめられる．図 8 は，FDTD 法によって求めた通過帯域内の周波数である 4.3 GHz における導体基板下 5 mm における電界強度分布である．図中では，共振器の位置を白線で示している．直線形状の場合には放射による影響で共振器直下空間における電界強度が大きくなっているが，ヘアピン形状の場合には従来の構造に比べて放射が少ないため，電界は非常に弱くなっている．

また，この共振器形状には適切な空間配置を選ぶことでスプリアスとなる高次の共振モードを抑制できるという特徴もある．図 9(a) に分布定数線路で構成された両端短絡形共振器における基本共振，3 次共振，5 次共振の電圧定在波分布を示し，これを図 2，図 5 の共振器にあてはめた場合の電圧定在波分布を (b)(c) に示すが，図 9(c) のようにヘアピンスロット共振器を対向させて組み込むことで，高次共振モードの電界分布を共振器間で空間的に 90° ずらすことが可能となる．これより高次共振の結合量を小さくして，奇数次のスプリアスも抑制が可能となる．



(a) Distributed constant-line resonator

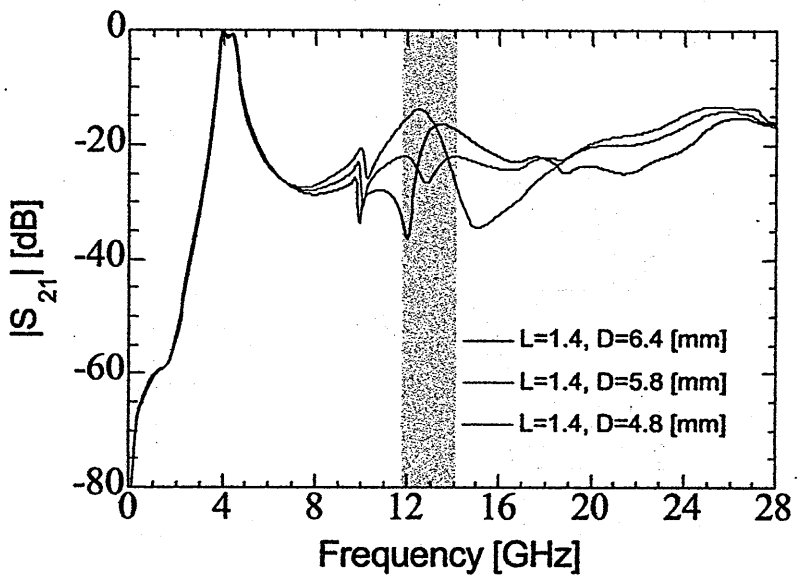


(b) Straight type

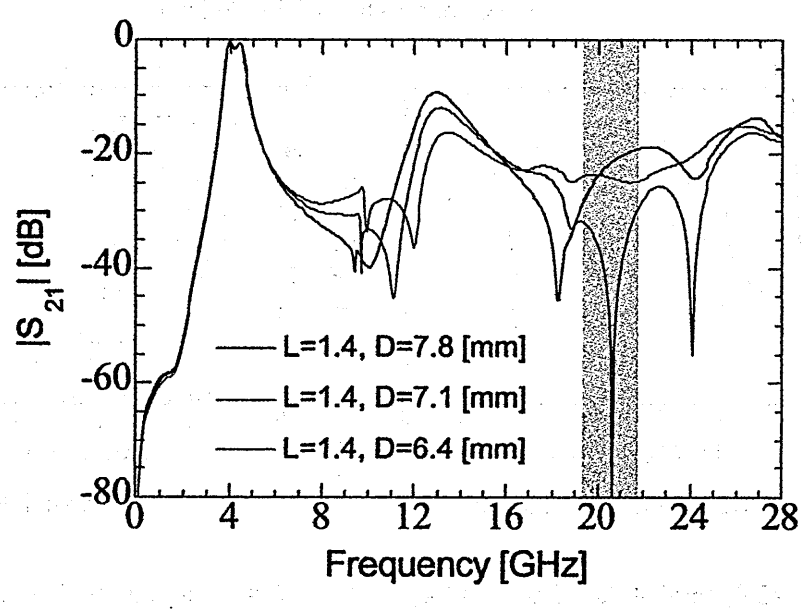
(c) Hairpin type

図 9　共振器上の電圧定在波分布

図 5 の形状において $L = 1.4$[mm]，D をパラメータとしたとき，伝送特性の変化を図 10 に示す．$D = 5.8$[mm] において 3 次，$D = 7.1$[mm] において 5 次のスプリアスが抑圧されている．



(a) 3rd-spurious response

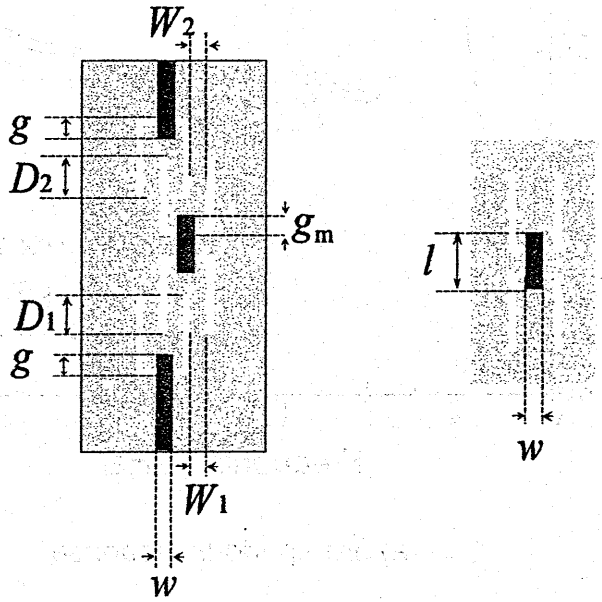


(b) 5th-spurious response

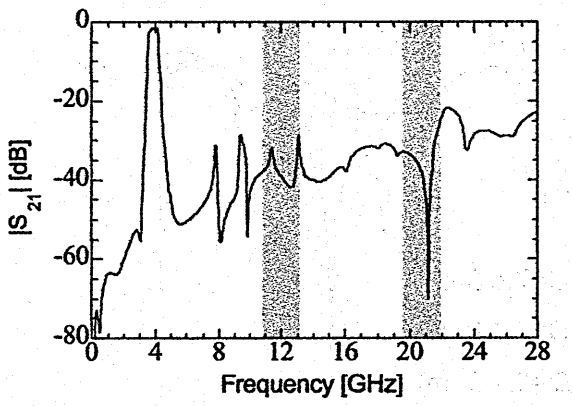
図 10　共振器距離 D に対する伝送特性の変化

2.3　開放型帯域通過フィルタの多段化

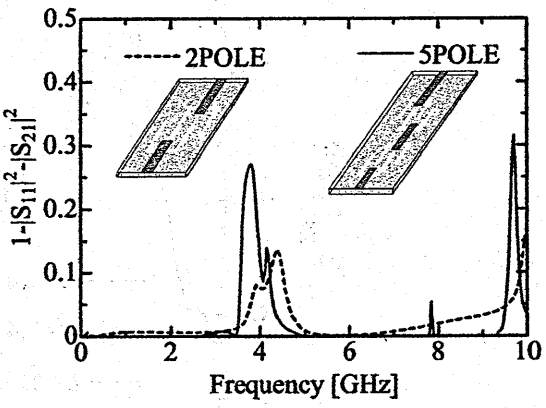
図 11(a) に示すように前節で述べた 3 次と 5 次のスプリアスを抑制する共振器を，マイクロストリップ線路を介して接続することで 2 次から 6 次までのスプリアスを抑制可能な帯域通過フィルタが構成される．



(a) Configuration of 5-pole filter



(b) Transmission response



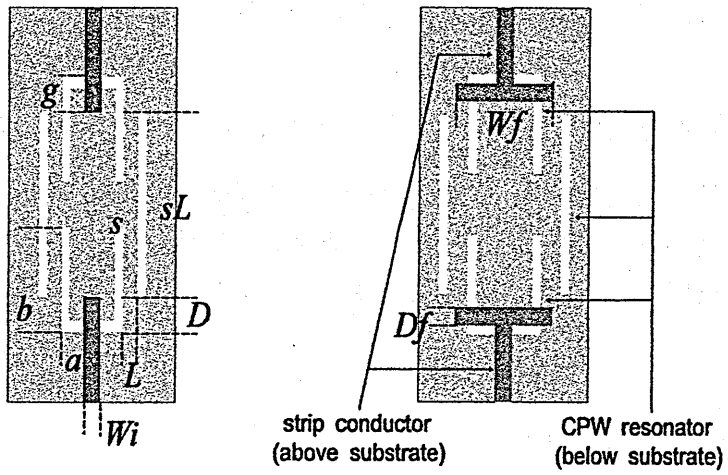
(c) Radiation loss

(g=3.0, gm=2.4, D1=5.8, W1=1.4, D2=6.8, W2=1.5, l=16.0, w=2.4, unit:mm)

図 11　5 段帯域通過フィルタ

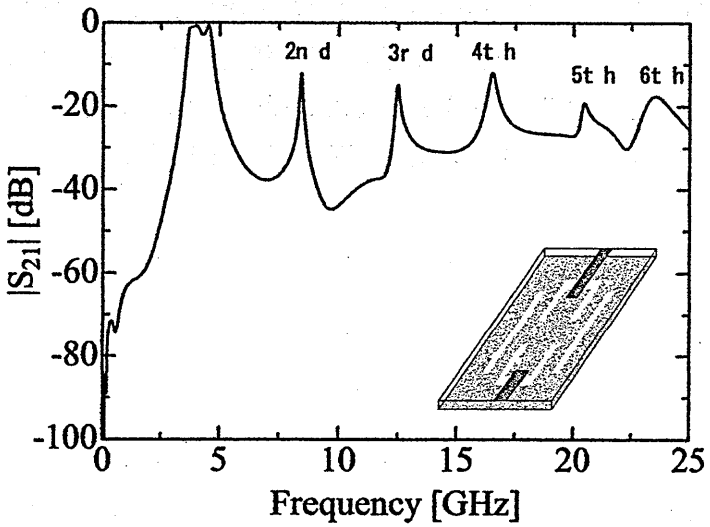
同図 (b),(c) より，広帯域な阻止域が実現されているのがわかるが，共振器として用いるマイクロストリップ線路での放射が考慮されていないために，多段化前に比べて低次共振点における放射損失が増大してしまっている．

本稿では，共振器としてマイクロストリップ線路を使わないように，前節で述べた2段形状に新たな両端短絡の半波長コプレーナ共振器を加えた3段形状 (図 12(a)) を基に，図 12(b) に示す入出力マイクロストリップ線路を分岐させたフィルタ形状を提案する．



(a) 3-pole filter (MSL not separated)　(b) 3-pole filter MS separated)

図 12　3段帯域通過フィルタ



(a=4.0, b=10.0, s=0.4, Wi=2.4, sL=23.6, D=4.0, L=1.8, unit:mm)

図 13　3段帯域通過フィルタ (基本形状) の伝送特性

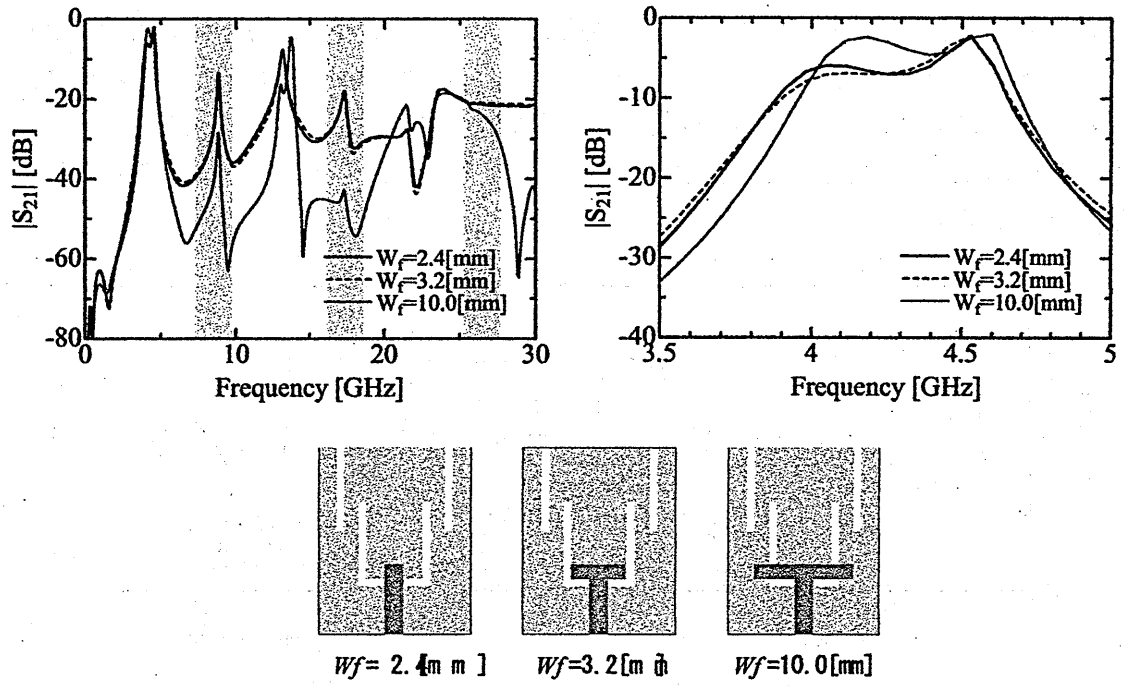
図12(a)のフィルタは対称構造となることから比較的放射損失は抑制されるが，図13に示すように偶数次のスプリアスが抑制されない．これは2段目の共振器を加えることでヘアピンスロット共振器と入出力マイクロストリップ線路が一体化してしまい，本来ヘアピンスロットが持つ偶数次非励振の共振器としての働きが薄れてしまったからであると考えられる．そこで偶数次共振におけるスロット上の電界分布がスロット中央に関して左右反対称であることに着目し，同振幅・同位相の電磁波が入射されるように入出力線を左右対称に分岐させ，偶数次のスプリアスの抑制を図る．

3　偶数次非励振の多段型コプレーナフィルタの特性解析

本章では図12(b)に示すコプレーナ線路帯域通過フィルタのスプリアスを抑圧した共振器形状の有用性をFDTD法による特性解析により示し，分岐線路を用いるとともに適切な共振器の空間配置を行うことで2次から6次までのスプリアスが抑制可能なことを明らかにする．

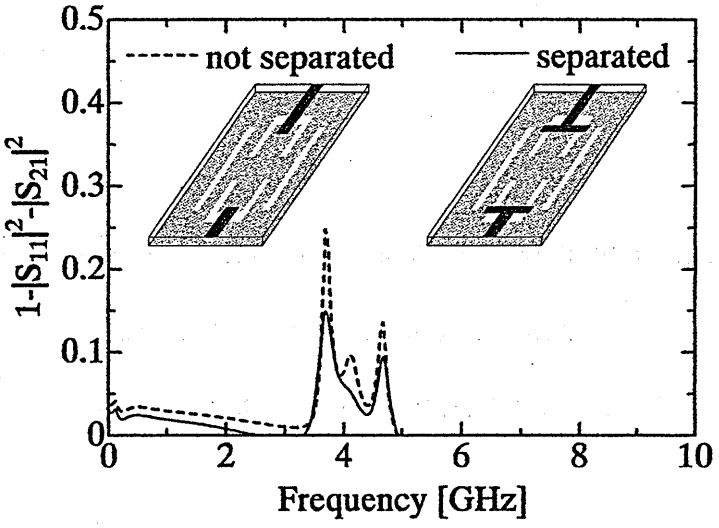
3.1　線路分岐前後の比較

本稿で提案する偶数次のスプリアスを抑制するための図12(b)のフィルタについて，その伝送特性をFDTD法により計算して図14に示す．分岐線路幅$D_f = 2.3$[mm]に固定し，分岐線路長W_fを変化させている．図より分岐線路が並行スロット部と交差するまでは特性に変化はほとんど見られないが，交差する場合には偶数次のスプリアスが-20dB以下に抑制されている．また，分岐線路の有無による放射損失の比較を図15において行う．ただし，分岐後(実線)と分岐前(破線)の共振器の構造パラメータは同じものとする．図より線路を分岐したことによる放射損失の増大は無いと考えられる．以上のことから，本共振器形状は偶数次のスプリアスの抑制に有効であると言える．



(a=4.0, b=10.0, s=0.4, sL=23.4, D=8.0, L=2.0, Df=2.3, unit:mm)

図 14　3 段帯域通過フィルタ (線路分岐形状) の伝送特性



(a=4.0, b=10.0, s=0.4, sL=23.6, D=2.2, L=1.8, g=2.0, Df=2.4, Wf=7.6, unit:mm)

図 15　線路分岐前後の放射損失の比較

3.2 奇数次のスプリアス抑制

前章の 2.2 で述べた，高次共振モードの電磁界分布の位相を空間的に共振器間で 90° ずらせることで，結合量を小さくするというスプリアス抑制法を図 12(b) のフィルタに応用することで，偶数次以外の高次共振モードも抑制可能なことを明らかにする．そこで図 12(b) の形状において $L = 2.0$[mm]，D をパラメータとしたとき，伝送特性の変化を図 16(a)，(b) に示す．

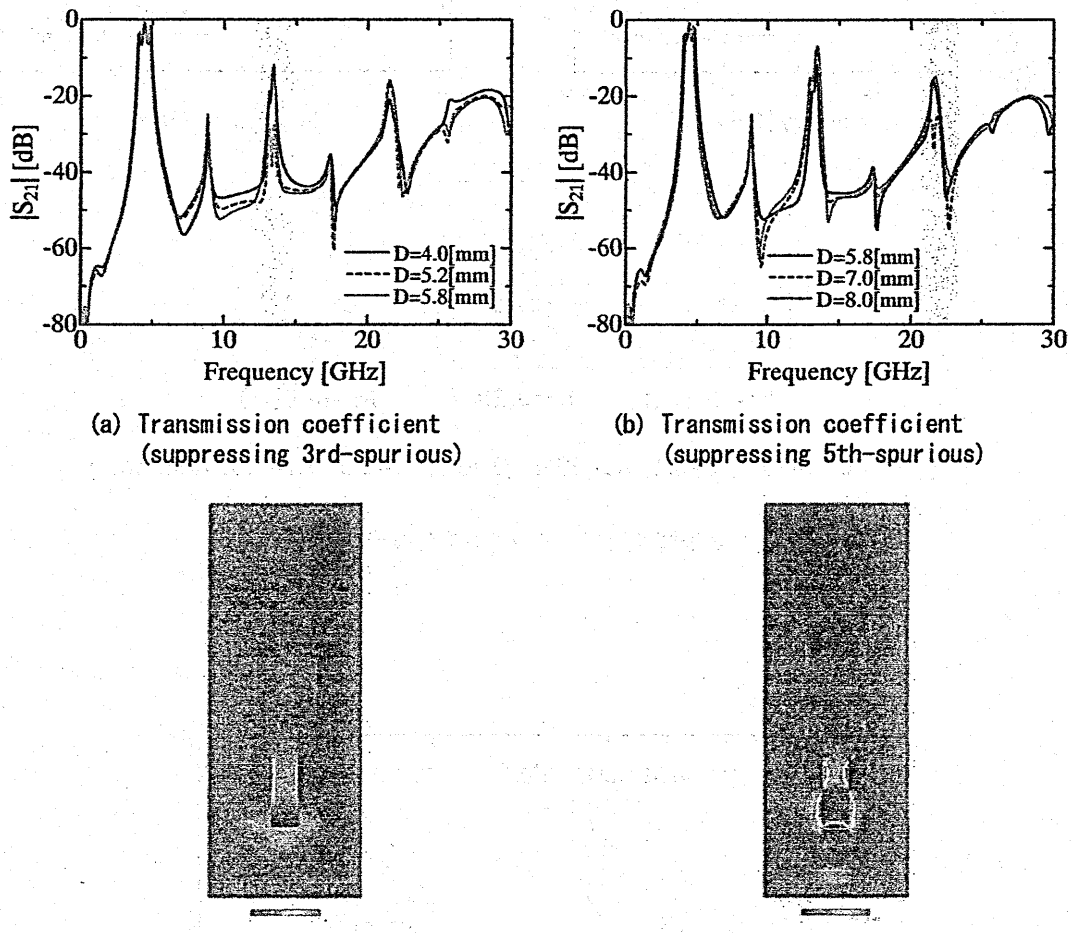


図 16　3 段帯域通過フィルタの奇数次スプリアス抑制

共振器の共振周波数は4.4GHzとなっており，13.2GHz付近に3次，22.0GHz付近に5次のスプリアスが発生するが，$D = 5.2$[mm]において3次が抑圧され，$D = 7.0$[mm]において5次が抑圧されている．ここで$D = 5.2$[mm]において周波数13.2GHz，$D = 7.0$[mm]において22.0GHzの正弦波励振を行うと，それぞれ図16(c)，(b)に示すような電界分布で共振器上に定在し，1段目と2段目および2段目と3段目の共振器間の電界分布の位相がちょうど90°ずれる位置に各々の共振器が配置されていることがわかる．このように，提案する共振器形状を用いれば共振器間の距離Dを調整することで奇数次のスプリアスモードを抑制することが可能となる．それゆえ，Dを一定に保ったままで基本モードに対する共振器間の結合係数が調整できれば有用なフィルタを構成できる．

3.3 結合量の調整

1段目と2段目の共振器間の距離D，および間隔Lに対する基本共振モードの結合係数の特性変化をFDTD法から求め，図17に示す．これより結合量は距離Dの変位よりも間隔Lの変位に大きく依存することがわかる．次にLをパラメータにとり，3次もしくは5次のスプリアスを抑制したまま結合量を変えたときの伝送特性を図18(a)，(b)に示す．若干のDの補正が必要だが，$D = 5.2$[mm]，$D = 7.0$[mm]付近でそれぞれ3次，5次のスプリアスを抑制しつつ，Lを変化させることで所望の結合係数を得ることが可能なことがわかる．

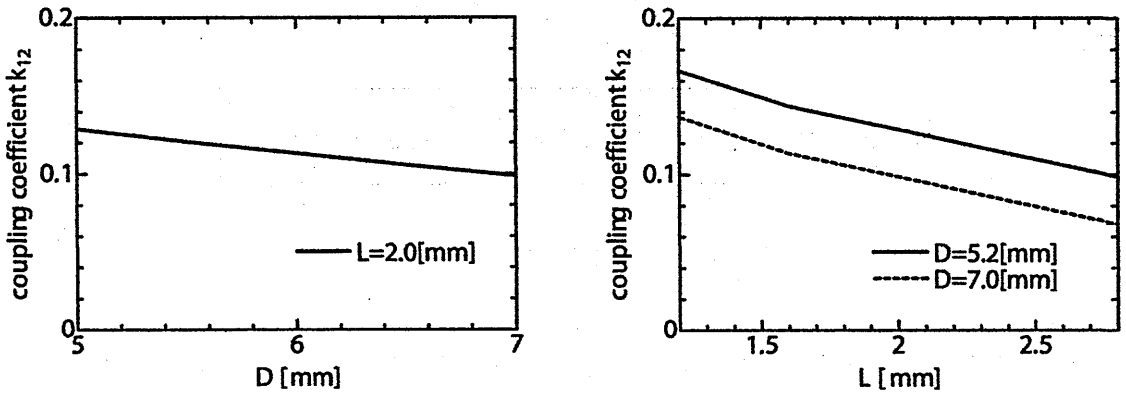
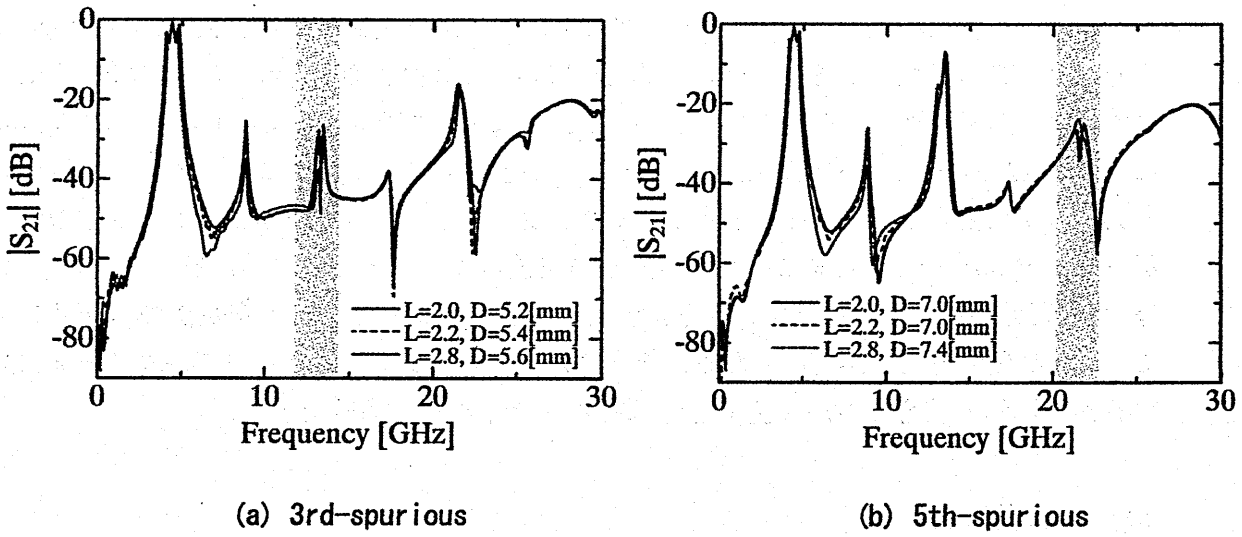


図17　結合係数の変化



(a) 3rd-spurious　　(b) 5th-spurious

図 18　結合量の調整

4　帯域通過フィルタの設計

4.1　外部 Q 値，結合係数の導出

フィルタの等価回路は結合係数 $k_{i,i+1}(i = 1, 2, 3)$ および外部 Q 値 Q_{ea}，Q_{eb}を用いて図 19 のように表すことができる．これらの値を満足する共振器形状を設計仕様に応じて決定すれば，所望の帯域通過フィルタが設計できることになる．

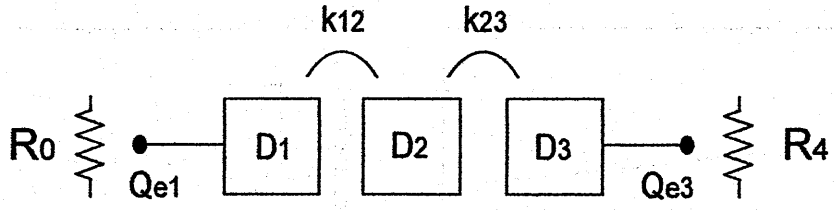


図 19　3 段帯域通過フィルタの等価回路

まず，共振器間の結合係数を求める方法について述べる．1 段目と 2 段目および，2 段目と 3 段目の共振器間の結合については，図 20 に示すように，外部回路を疎にした場合の偶奇モードの共振周波数から求めることができる．

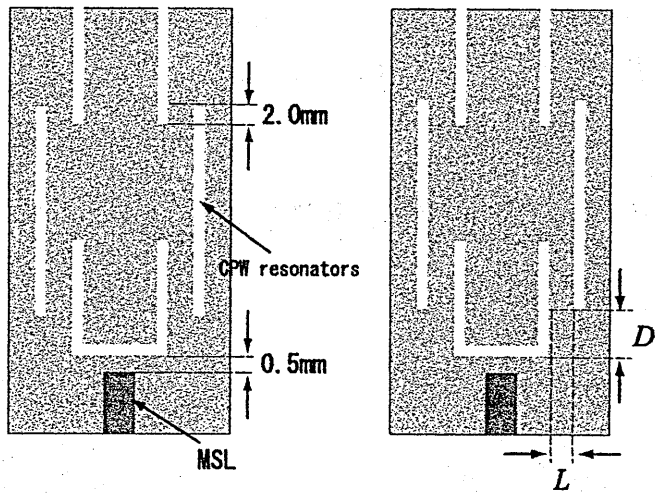


図 20　結合係数 k_{12} の導出

一般に，共振器が単独で存在しているときの共振周波数が f_{01}，f_{02} となる 2 つの共振器が互いに近づくと，結合共振を起こす．その共振周波数を f_{r1}，f_{r2} とすると，共振器間の結合係数は次式から求めることができる．

$$k = \frac{1}{2}\left(\frac{f_{02}}{f_{01}} + \frac{f_{01}}{f_{02}}\right)\sqrt{\left(\frac{f_{r2}^2 - f_{r1}^2}{f_{r2}^2 + f_{r1}^2}\right)^2 - \left(\frac{f_{02}^2 - f_{01}^2}{f_{02}^2 + f_{01}^2}\right)^2} \tag{1}$$

また，共振周波数 f_{01}，f_{02} が等しいときは式 (1) より次式になる．

$$k = \frac{f_{r2}^2 - f_{r1}^2}{f_{r2}^2 + f_{r1}^2} \tag{2}$$

ここで，4 つの共振周波数は FDTD 法を用いて求める．これより導出した結合係数と構造パラメータの関係が前章で示した図 17 である．外部 Q 値については図 21 に示すように，出力側の外部回路のみを大きく離して疎結合とした回路形状を用いる．分岐線路幅 D_f を固定して分岐線路長 W_f を変化させた場合の伝送特性を同図 (a) に示し，W_f を固定して D_f を変化させた場合の伝送特性を同図 (b) に示す．従来のフィルタ設計において外部 Q 値を求める際，マイクロストリップ線路とスロットとの交差量を変化させると共振器の電気長の変化により共振周波数のずれが生じていたが，図 21 より D_f を変化させることで外部 Q 値を保ったまま電気長を調整でき，W_f を変化させることで電気長を保ったまま外部 Q 値を調整できるということがわかる．

今，共振周波数が4.4GHzとなるように$D_f = 0.8[mm]$とし，W_fをパラメータとして以下の式から外部Q値を求め，図22に示す．ただし，Δfを3dBの帯域幅とする．

$$Q_e = \frac{f_0}{\Delta f} \tag{3}$$

これらより，構造パラメータと結合係数，外部Q値の関係式を導出した結果を用いてフィルタ設計を行う．

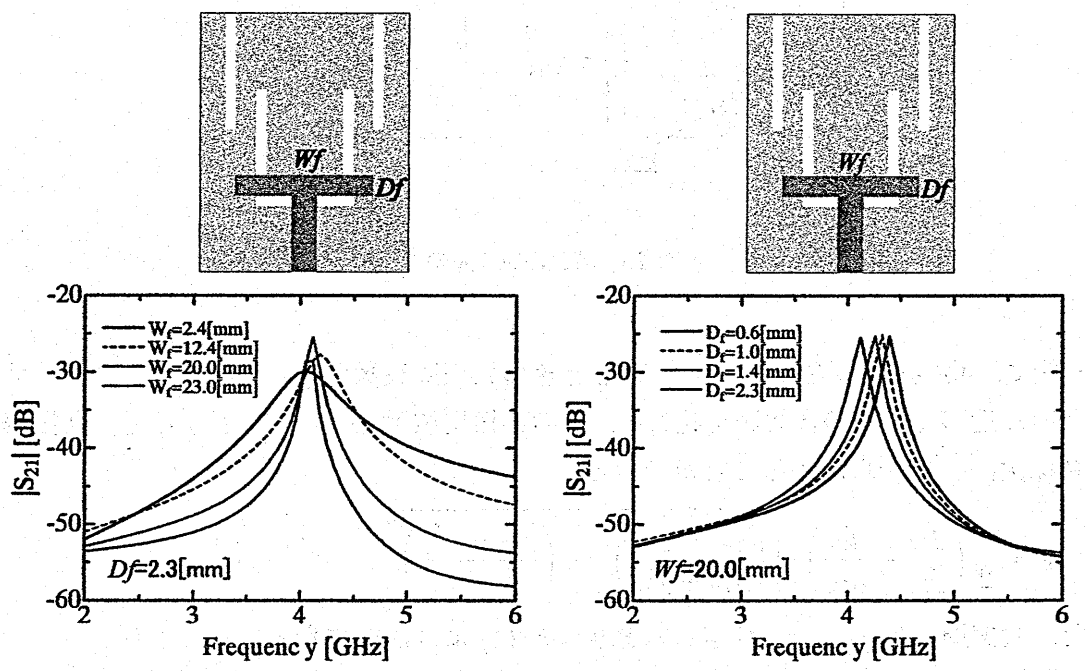


図 21　外部Q値の導出

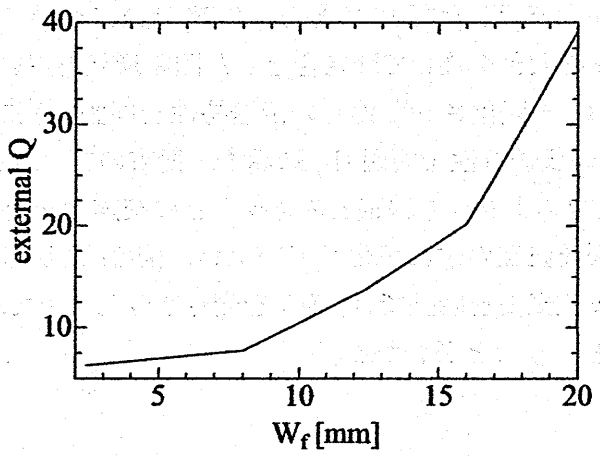


図 22　外部Q値の変化

4.2 設計例

図12(b)の3段帯域通過フィルタの設計を行う．1段目と2段目の共振器間で3次のスプリアスを抑制して結合させ，2段目と3段目の共振器で5次のスプリアスを抑制する．これより，2次から6次までのスプリアス応答を抑制する帯域通過フィルタを構成する．

通過域：

3段チェビシェフ特性

中心周波数 $f_0 = 4.4$ [GHz]

帯域幅 $f_w = 400$ [MHz]

リップル率 $L_{Ar} = 0.1$[dB]

阻止域：

2次〜6次のスプリアス抑制

なお，基板には前章と同様に比誘電率 $\varepsilon_r = 3.2$，厚み $t = 1.0$[mm] の誘電体を用いる．また，共振周波数をまず，構造パラメータの初期値について前節より求める．図12(b)は共振器3段の帯域通過フィルタなので，$n = 3$ としたときの図1(a)に示す回路定数は，

$$\begin{aligned} g_0 = g_4 &= 1.0000 \\ g_1 = g_3 &= 1.0315 \\ g_2 &= 1.1474 \end{aligned} \tag{4}$$

となる．また，式(A.10)，式(A.12)，式(A.14)より，外部Q値，結合係数kはそれぞれ，

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_3 &= 10.302 \\ k_{12} = k_{23} &= 0.0920 \end{aligned} \tag{5}$$

となる．ここで図17，図22より，設計に必要な外部Q値や共振器間の結合係数を導くと，それぞれ構造パラメータは，$D_f = 0.8$[mm],$W_f = 7.2$[mm],$D_1 = 5.2$[mm],$L = 2.6$[mm],$D_2 = 7.0$[mm] となる．さらに，共振周波数を4.4GHzにするために，ヘアピンスロット共振器の構造パラメータを $a = 4.0$[mm],$b = 10.0$[mm],$s = 0.4$[mm] とし，2段目の半波長共振器長を $sL = 23.4$[mm] と決定した．また入出力線路のマイクロストリップ線路幅については $W_i = 2.4$[mm] とする．これらの設計データを用いてFDTD法により解析した伝送特性の結果(実線)を図23に示す．

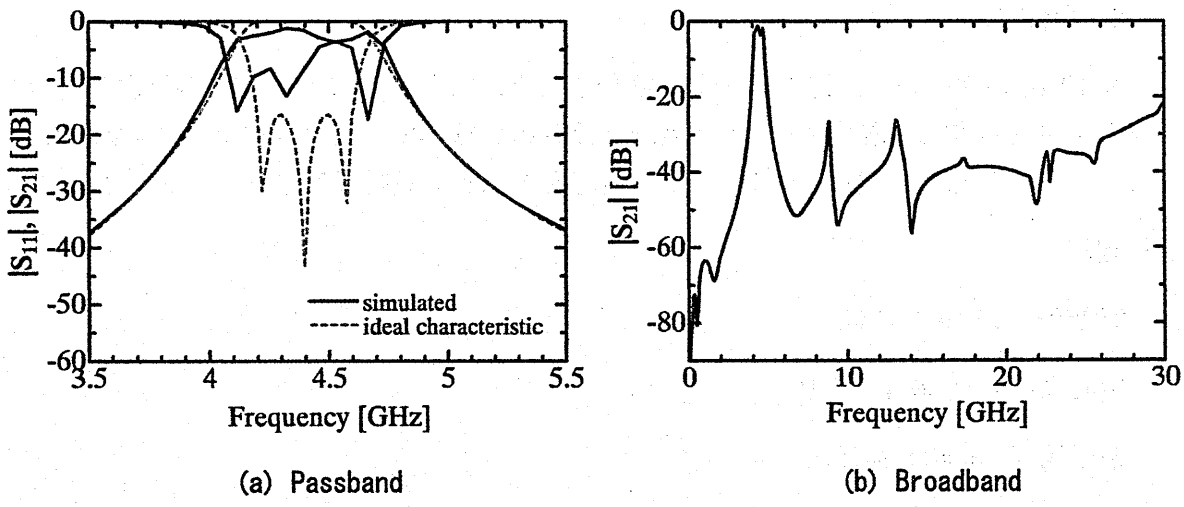


図 23　挿入損および反射損の周波数特性

チェビシェフ等価回路から得られた理論値 (破線) と比較すると全体的なフィルタ特性はおおよそ設計仕様を満たしているが，通過域に関しては 3.0dB もの挿入損が見られ，反射損失も大きくなっている．今後，最適化を行うことで通過域特性の改善を行っていく予定である．しかし，阻止域に関しては 30GHz まで −20dB 以下となっていることが確認でき，本稿で提案するスプリアス抑制法の妥当性が確認できる．

4.3　実験的検討

提案形状の有用性を実験的に検証するために，エッチングによって試作したフィルタの写真を図 24 に示す．

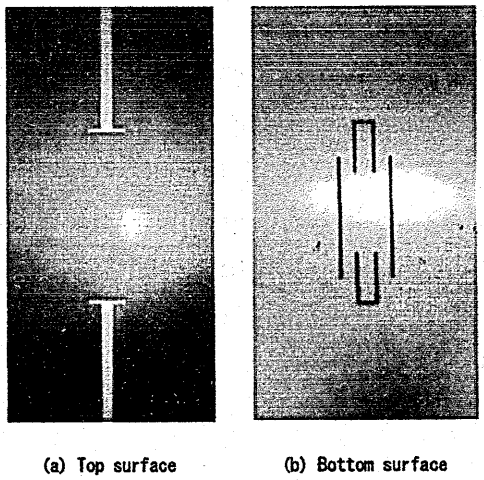
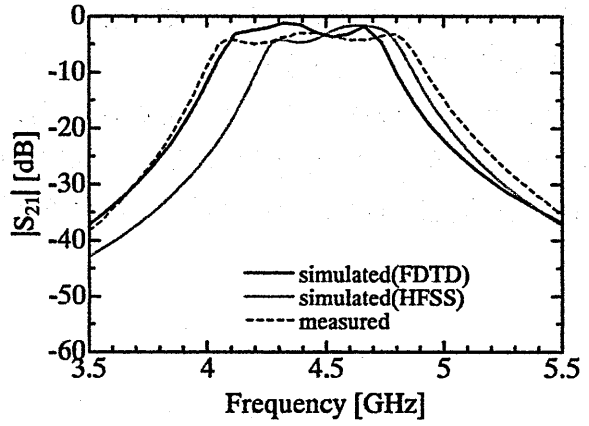
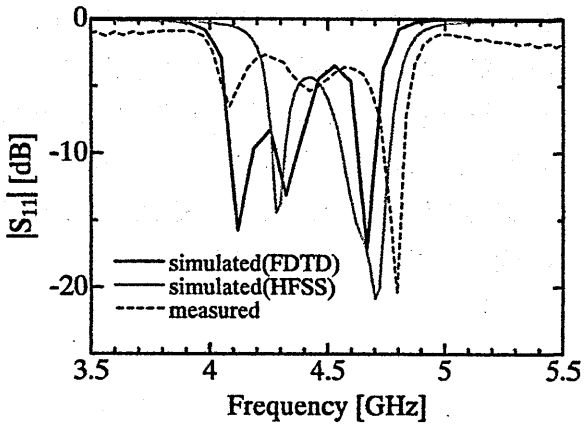


図 24　試作したフィルタの写真

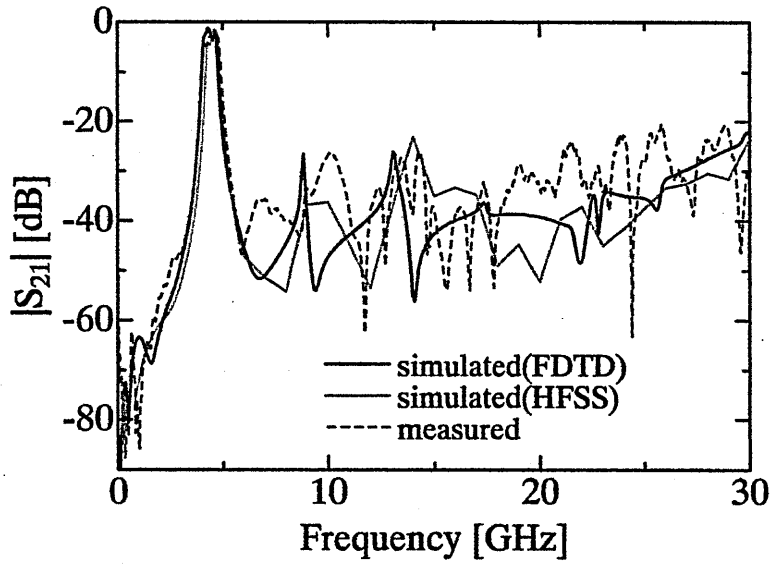
その伝送特性を測定し，解析値と比較しているのが図 25 である．フィルタの製作誤差などにより中心周波数のわずかなずれや帯域幅の広がりが見られるが，両者ともに広帯域にわたってスプリアスが −20dB 以下に抑制されているのがわかる．よって実験的にも本稿で提案するスプリアス抑制法の有効性が確かめられた．



(a) The passband charasteristics (transmission coefficient)



(b) The passband charasteristics (reflection coefficient)



(c) The broadband charasteristics

図 25　本フィルタの解析値と測定値の比較

5　むすび

偶数次のスプリアスを抑制するために，マイクロストリップ分岐線路を用いてコプレーナ共振器のスロット上に反対称な分布が定在しないようなフィルタ構造を提案した．本フィルタの有効性を確認するために，FDTD 法を用いて伝送特性の計算を行ったところ，分岐線路の有無に関わらず放射損を抑え，偶数次のスプリアスが抑圧できていることを確認した．また，共振器の空間配置による奇数次スプリアス抑制法を適用することで広帯域な阻止特性を持つ 3 段帯域通過フィルタの設計を行い，そのフィルタ特性を数値計算により明らかにした．さらに，本フィルタ形状を実際に試作し，測定を行い解析値と同様の特性が得られたことからも，実験によりその有効性を検証できた．今後は最適化による特性の改善を試みる予定である．

参 考 文 献

[1] 和田 光司, 粟井 郁雄, 高山 信輝, "インピーダンスステップを有するコプレーナ線路共振器を用いた帯域通過フィルタ", 信学技法 MW97-20,pp21-26,1997-5.

[2] K.Wada,I Awai,and Y.Iwamoto, "CPW/Slotline Bandpass Filter with a Low Spurious Response", 26th European Microwave Conference Procedeeding,B5.3,pp422-426,Sep.1996.

[3] U.Karacaoglu and D.Sanchez-Hernandez, "Harmonic Suppression In Microstrip Dual-Mode Ring-resnator Bandpass Filters" 1996 IEEE MTT-S Intern'l Microwave Symp. Digest,pp.1635-1638.

[4] 土田 和, 辻 幹男, 繁沢 宏, "低域通過特性を有するマイクロストリップ線路の一構成法," 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT97-113,1997.

[5] 村井 亮, 出口 博之, 辻 幹男, "放射抑制とスプリアス抑制の特徴を併せ持つコプレーナ共振器の一検討," 電子情報通信学会総合大会 C-2-71, Mar.2006.

[6] M. Tsuji and H. Shigesawa, "Spurious responses supression in broadband and introduction of attenuation poles as goard bands in printed-circuit filters," in Proc. of European Mircrowave Conf., vol.3, pp.44–47, Oct. 2000.

[7] M. Tsuji and H. Shigesawa, "A novel filter structure for suppressing spurious responses and producing attenuation poles," in Proc. of Asia-Pacific Mircrowave Conf., vol.2, pp.525–528, Dec. 2000.

[8] 和田光司, 粟井郁雄, 森吉 健, "一端設置形コプレーナ線路共振器帯域通過フィルタの小型化," 信学技報, MW98-112, pp.7–12, Nov. 1998.

[9] 鈴木秀行, 馬 哲旺, 小林禧夫, 佐藤 圭, 楢橋祥一, 野島俊雄 "5GHz 帯コプレーナ形 λ/4 共振器を用いた帯域通過フィルタの設計," 信学技報, MW2000-103, pp.29–34, Sep. 2000.

[10] H. Suzuki, Z. Ma, Y. Kobayashi, K. Satoh, and T. Nojima, "A low-loss 5 GHz bandpass filter using HTS quarter-wavelength coplanar waveguide resonators," IEICE Trans. Electron., vol.E85-C, no.3, Mar. 2002.

付 録A　帯域通過フィルタの設計法

図1(a)に集中定数回路で構成された低域通過フィルタを示す．各素子の値$g_i(i=0,1,\cdots n)$は電源の抵抗で規格化されており，周波数もカットオフ周波数が1であるように規格化されているものとする．図においてインダクタンスを直列共振器で，またキャパシタンスを並列共振回路で置き換えると帯域通過フィルタが構成できる．低域通過フィルタの各素子の値g_iから帯域通過フィルタの各素子の値をもとめるには，次式で定義する周波数変換を用いる．

$$\Omega = \frac{\omega_c}{FBW}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right) \tag{A.1}$$

$$FBW = \frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_0} \tag{A.2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} \tag{A.3}$$

ここで，Ωは規格化された低域通過フィルタにおける角周波数，Ω_cはカットオフ周波数，FBWは比帯域幅（Fractional Band Width）である．式(A.1)を用いて周波数変換をおこない，図1(b)に示すk番目の直列インダクタンスL_{sk}，直列キャパシタンスC_{sk}，また，並列インダクタンスL_{pk}，並列キャパシタンスC_{pk}を求めると，

$$L_{sk}=\frac{\Omega_c}{FBW\omega_0}\cdot R_0 g_k \quad , \quad C_{sk}=\frac{FBW}{\omega_0\Omega_c}\cdot\frac{1}{R_0 g_k} \tag{A.4}$$

$$L_{pk}=\frac{FBW}{\omega_0\Omega_c}\cdot\frac{R_0}{g_k} \quad , \quad C_{pk}=\frac{\Omega_c}{FBW\omega_0}\cdot\frac{g_k}{R_0} \tag{A.5}$$

が得られる．

次に，この集中定数回路を図1(c)に示す影像パラメータに基づくインピーダンス・インバータ回路と半波長回路の直列共振回路からなる等価回路に置き換える．中心周波数近傍では半波長線路はリアクタンスXで近似できることから，等価回路は図1(c)のように表すことができる．このとき，所望の通過域特性を実現できるインバータパラメータ$K_{i,i+1}(i=0,1,\cdots,n)$は次式より決定できる．

$$K_{0,1}=\sqrt{\frac{R_0 FBW x_1}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad , \quad K_{i,i+1}=\frac{FBW}{\Omega_c}\sqrt{\frac{x_i x_{i+1}}{g_i g_{i+1}}} \tag{A.6}$$

$$K_{n,n+1}=\sqrt{\frac{FBW x_n R_{n+1}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}} \tag{A.7}$$

$$x_i = \frac{\omega_0}{2} \cdot \left. \frac{dX_i(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \tag{A.8}$$

ここで，x_i はスロープパラメータである．また，図 1(b)，(c) の回路は図 1(d) のように $D_1, D_2, \cdots D_n$ の n 個の共振系が結合係数 $k_{i,i+1}(i = 1, \cdots, n-1)$ を介して順次電磁結合した回路に変形することができる．図中の D_1 端子と入力端子，D_n 端子と出力端子もやはり D_1 の外部 Q 値である Q_{e1} および，D_n の外部 Q 値である Q_{en} を介してやはり電磁結合している．

$$R_0 = R_{n+1} \quad , \quad \omega_c = 1 \tag{A.9}$$

として，式 (A.6)，式 (A.8) より結合係数 $k_{i,i+1}(i = 1, \cdots, n-1)$ は次式のように求められる．

$$k_{i,i+1} = \frac{K_{i,i+1}}{\sqrt{x_i, x_{i+1}}} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \tag{A.10}$$

また，図 1(b) の回路における外部 Q 値である Q_{e1} および Q_{en} は図 1(d) の回路から次式のように求められる．

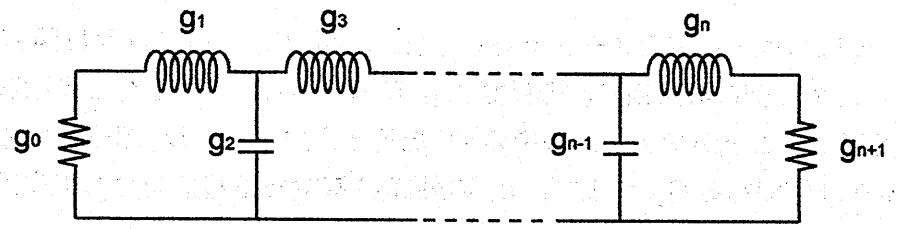
$$Q_{e1} = \frac{\omega L_{s1}}{R_0} \tag{A.11}$$

$$= \frac{g_1}{FBW} \tag{A.12}$$

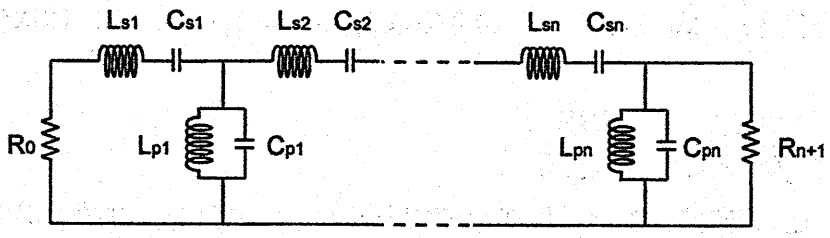
$$Q_{en} = \omega C_n R_{n+1} \tag{A.13}$$

$$= \frac{g_n}{FBW} \tag{A.14}$$

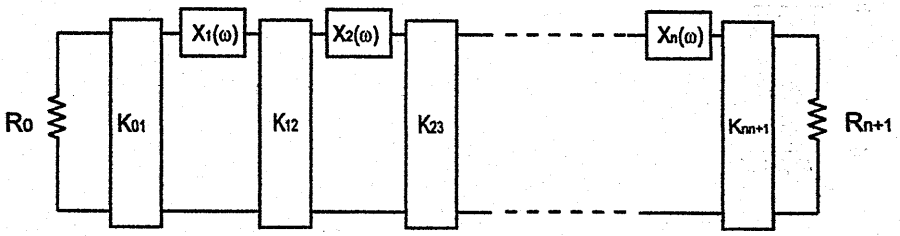
従って，フィルタ特性を設定すれば，設計に必要な結合係数および外部 Q 値が求まり，これらの値をもつフィルタ構成をすればよいことになる．



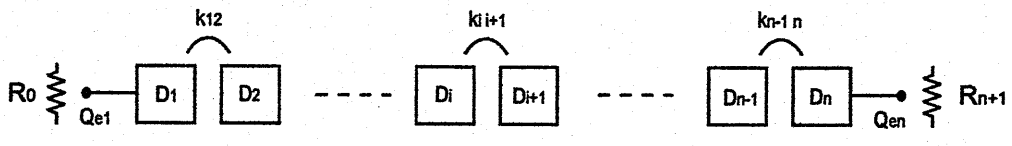
(a) Lowpass prototype filter



(b) Bandpass filter



(c) Generalezed bandpass filter using immittance inverters



(d) The bandpass filter which n resonators combined

図 1　等価回路

輻射科学研究会資料
RS07-13

重なり積分による共振器結合係数の計算

張　陽軍　　栗井　郁雄

龍谷大学理工学部電子情報学科

2007年12月12日

於　同志社大学

あらまし　著者らが提案した結合係数の重なり積分法を用いた誘電体共振器、マイクロストリップ共振器の結合係数の計算結果を示した。マイクロストリップ共振器において、分離できた磁気成分と電気成分に基づいて、結合の物理的な意味を説明した。また、重なり積分方法による計算結果を著者の一人が提案した摂動法による磁気成分と電気成分の分離結果との比較を行った。
キーワード　結合モード理論，共振器，結合係数，重なり積分，摂動法

1．まえがき

共振器間の結合係数はマイクロ波バンドパスフィルター(BPF)の設計において重要なパラメータである。従来、この結合係数は、共振器が結合することにより二つに分かれた共振周波数から求められている。従来の周波数法は簡明でかつどのような共振器にも使えるという利点があり、標準的方法としての地位を確立しているが物理的根拠が明確でないという問題点がある。

我々は近年、結合モード理論を用いることにより、新しい結合係数の表現として重なり積分法を導出した［1］［2］。重なり積分法は古くから用いられている結合モード理論を利用し、最終的に共振器の無摂動電磁界の重なり積分によって結合係数を表現するものであり、結合の物理的意味が把握しやすい。

本報告では重なり積分法を用いて誘電体共振器、各種のマイクロストリップ共振器の結合係数の計算結果を示す。マイクロストリップ共振器に対して、分離できた磁気成分と電気成分に基づいて、結合の物理的な意味を説明している．また、重なり積分方法による計算結果を著者の一人が提案した摂動法[3]による磁気成分と電気成分の分離結果との比較も行った。

2．結合モード理論によるモード方程式の導出

２つの結合した共振器中の電磁界がもとの各々の共振器の固有モード電磁界の一次結合で表わされるという仮定から出発するのが結合モード理論である。

$$\boldsymbol{E}=\sum_{i}^{2} a_i \boldsymbol{E}_i \tag{1. a}$$

$$\boldsymbol{H}=\sum_{i}^{2} b_i \boldsymbol{H}_i \tag{1. b}$$

これらの固有モードはマクスウェル方程式を満たしている。

$$\nabla\times\boldsymbol{H}_i=\mathrm{j}\omega_i\varepsilon_i\boldsymbol{E}_i \tag{2. a}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}_i=-\mathrm{j}\omega_i\mu_i\boldsymbol{H}_i \tag{2. b}$$

ここでε_i、μ_iは空間的に変化して良い。$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$は互いに直交しており、$\boldsymbol{H}_1$、$\boldsymbol{H}_2$も同様である。マクスウェル方程式の回転部分をこれらの固有関数で表すと

$$\begin{aligned}\nabla\times\boldsymbol{E}&=-\sum_{i}^{2}\mathrm{j}\omega_i\mu_i a_i\boldsymbol{H}_i\\ \nabla\times\boldsymbol{H}&=\sum_{i}^{2}\mathrm{j}\omega_i\varepsilon_i b_i\boldsymbol{E}_i-\sum_{i}^{2}\varsigma_i\varepsilon_i\boldsymbol{E}_i\left(\sum_{j}^{2}b_j f_{ij}\right)\end{aligned} \tag{3}$$

なる表現が得られる[1]．ここに

$$\varsigma_i=\frac{1}{\int_v \varepsilon_i|\boldsymbol{E}_i|^2\,\mathrm{d}v} \tag{4}$$

$$f_{ij}=\int_S \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{E}_i^*\times\boldsymbol{H}_j)\mathrm{d}S \tag{5}$$

である。

次に結合系に対して

$$\nabla\times\boldsymbol{H}-\varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}=0 \tag{6.a}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}+\mu\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}=0 \tag{6.b}$$

なるマクスウェル方程式が成り立つものとすれば（1)、(3) を代入して

$$\sum_i^2 \mathrm{j}\omega_i\varepsilon_i b_i E_i-\sum_i^2\varepsilon_i\varsigma_i E_i\left(\sum_j^2 b_j f_{ij}\right)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon\sum a_i E_i=0 \tag{7.a}$$

$$\sum \mathrm{j}\omega_i\mu_i a_i H_i-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mu\sum_i^2 b_i H_i=0 \tag{7.b}$$

ここで（7.a)、(7.b) に E_i または H_i を乗じて積分することにより、係数 a_i , b_i に関する方程式を導出する

$$\frac{\mathrm{d}a_1}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{j}}{|g|}\left[\left\{\omega_1\left(c_{11}g_{22}-c_{21}g_{12}\right)+\mathrm{j}\sum_j^2\left(c_{1j}g_{22}-c_{2j}g_{12}\right)\varsigma_1 f_{j1}\right\}b_1\right.$$
$$\left.+\left\{\omega_2\left(c_{12}g_{22}-c_{22}g_{12}\right)+\mathrm{j}\sum_j^2\left(c_{1j}g_{22}-c_{2j}g_{12}\right)\varsigma_2 f_{j2}\right\}b_2\right] \tag{8a}$$

$$\frac{\mathrm{d}a_2}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{j}}{|g|}\left[\left\{\omega_1\left(c_{21}g_{11}-c_{11}g_{21}\right)+\mathrm{j}\sum_j^2\left(c_{2j}g_{11}-c_{1j}g_{21}\right)\varsigma_1 f_{j1}\right\}b_1\right.$$
$$\left.+\left\{\omega_2\left(c_{22}g_{11}-c_{12}g_{21}\right)+\mathrm{j}\sum_j^2\left(c_{2j}g_{11}-c_{1j}g_{21}\right)\varsigma_2 f_{j2}\right\}b_2\right] \tag{8b}$$

$$\frac{\mathrm{d}b_1}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{j}}{|h|}\left[\omega_1\left(d_{11}h_{22}-d_{21}h_{12}\right)a_1+\omega_2\left(d_{12}h_{22}-d_{22}h_{12}\right)a_2\right]$$
$$\frac{\mathrm{d}b_2}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{j}}{|h|}\left[\omega_1\left(d_{21}h_{11}-d_{11}h_{21}\right)a_1+\omega_2\left(d_{22}h_{11}-d_{12}h_{21}\right)a_2\right] \tag{9}$$

ここに

$$g_{11}=\int_V\varepsilon|E_1|^2\,\mathrm{d}v,\ g_{12}=\int_V\varepsilon E_1^*\cdot E_2\,\mathrm{d}v$$
$$g_{21}=\int_V\varepsilon E_1\cdot E_2^*\,\mathrm{d}v,\ g_{22}=\int_V\varepsilon|E_2|^2\,\mathrm{d}v$$
$$c_{11}=\int_V\varepsilon_1|E_1|^2\,\mathrm{d}v,\ c_{12}=\int_V\varepsilon_2 E_1^*\cdot E_2\,\mathrm{d}v \tag{10}$$
$$c_{21}=\int_V\varepsilon_1 E_1\cdot E_2^*\,\mathrm{d}v,\ c_{22}=\int_V\varepsilon_2|E_2|^2\,\mathrm{d}v$$
$$h_{11}=\int_V\mu|H_1|^2\,\mathrm{d}v,\ h_{12}=\int_V\mu H_1^*\cdot H_2\,\mathrm{d}v$$
$$h_{21}=\int_V\mu H_1\cdot H_2^*\,\mathrm{d}v,\ h_{22}=\int_V\mu|H_2|^2\,\mathrm{d}v \tag{11}$$
$$d_{11}=\int_V\mu_1|H_1|^2\,\mathrm{d}v,\ d_{12}=\int_V\mu_2 H_1^*\cdot H_2\,\mathrm{d}v$$
$$d_{21}=\int_V\mu_1 H_1\cdot H_2^*\,\mathrm{d}v,\ d_{22}=\int_V\mu_2|H_2|^2\,\mathrm{d}v$$
$$|g|=g_{11}g_{22}-g_{12}g_{21}$$
$$|h|=h_{11}h_{22}-h_{12}h_{21} \tag{12}$$

なる置き換えを行った。なお以前に定義した ς_i は $1/c_{11}$ または $1/c_{22}$ に等しい。式(8), (9)は結合モード方程式である。磁性体を用いた共振器は極めて特殊な目的にしか用いられないのでここでは考えない事にすると、式(11)において $\mu=\mu_1=\mu_2=\mu_0$ であり

$$h_{ij} = d_{ij} \tag{13}$$

となって式(9)は極めて簡単化され

$$\begin{aligned} \frac{db_1}{dt} &= j\omega_1 a_1 \\ \frac{db_2}{dt} &= j\omega_2 a_2 \end{aligned} \tag{14}$$

が得られる。

ここで電磁波共振器は図１、図２に示すようにエネルギーの閉じ込めを支配する主体が何であるかによって誘電体共振器と金属共振器に分類することができる．例えば誘電体ディスク共振器は金属シールドケースに収められるがそれがなくともエネルギー閉じ込めが可能なので誘電体共振器に分類される。図１のようにディスク状誘電体共振器を並べた場合や、ディスク状誘電体共振器のモードを小さな切り込みが与える摂動によって結合させる場合が該当する。マイクロストリップ共振器は誘電体基板を含んでいるが誘電体がなくともエネルギー閉じ込めが行われるため金属共振器に分類される．図２に示すようにあらゆるプレーナ導体共振器、同軸共振器、または縮退した導体共振器に切り欠きや凸起を設ける場合がこれに当たる。

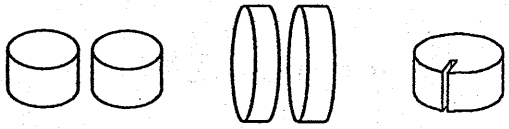


図１．誘電体共振器の結合

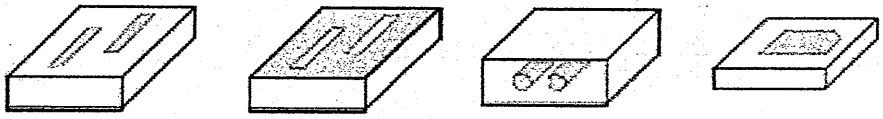


図2. 導体共振器の結合

３． 誘電体共振器

誘電体共振器は通常導体ケースに収納されているが、結合の前後でケースは変化しないものとすれば式（5）において

$$f_{ij} = 0 \tag{15}$$

となり、式（8）から

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= \frac{j}{g_{11}g_{22}}\left[\omega_1 c_{11}g_{22}b_1 + \omega_2\left(c_{12}g_{22} - c_{22}g_{12}\right)b_2\right] \\ \frac{da_2}{dt} &= \frac{j}{g_{11}g_{22}}\left[\omega_1\left(c_{21}g_{11} - c_{11}g_{21}\right)b_1 + \omega_1 c_{22}g_{11}b_2\right] \end{aligned} \tag{16}$$

なる関係が得られる。ここで２次以上の微小量は省略している。図１のように２つの共振器または共振モードの電磁界分布が同じであるならば

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$$
$$c_{11} = c_{22} = c, c_{12} = c_{21} = c' \tag{17}$$
$$g_{11} = g_{22} = g, g_{12} = g_{21} = g'$$

とする事ができるので式(14)を式(16)の時間微分したものに代入して

$$\frac{d^2a_1}{dt^2} + \frac{c}{g}\omega_0^2 a_1 + \frac{c}{g}\omega_0^2\left(\frac{c'}{c} - \frac{g'}{g}\right)a_2 = 0$$
$$\frac{d^2a_2}{dt^2} + \frac{c}{g}\omega_0^2\left(\frac{c'}{c} - \frac{g'}{g}\right)a_1 + \frac{c}{g}\omega_0^2 a_2 = 0 \tag{18}$$

なる関係が得られる．結合係数は上式において a_1 と a_2 の係数の比で与えられ〔3〕，

$$k = \frac{c'}{c} - \frac{g'}{g} \tag{19}$$

となる。

ここで (19) 式各項の意味を説明すると図３のようになるが、各積分で注意すべき点はεとε_1の違いである．εは結合系の誘電率分布を表し，ε_1は非結合系のそれであることが図３に示されている．

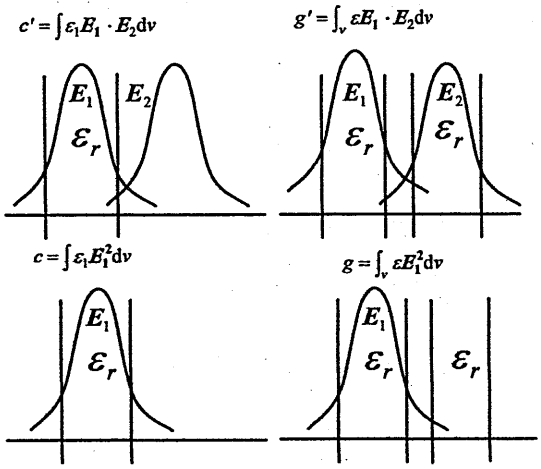


図３　式 19 の重なり積分の計算方法

重なり積分法を用いて解析的に結合係数を求める。図４は導波管の中に入れた方形誘電体共振器を示している。共振器の距離を変えた場合に求めた $TE_{10\delta}$ モード、$TM_{11\delta}$ モードの結合係数の計算結果を図５に示し、従来法である周波数法の結果と比較している。

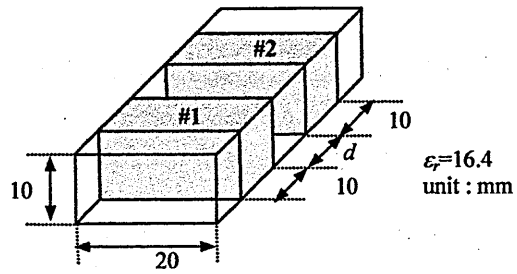


図４　導波管に挿入した方形誘電体共振器

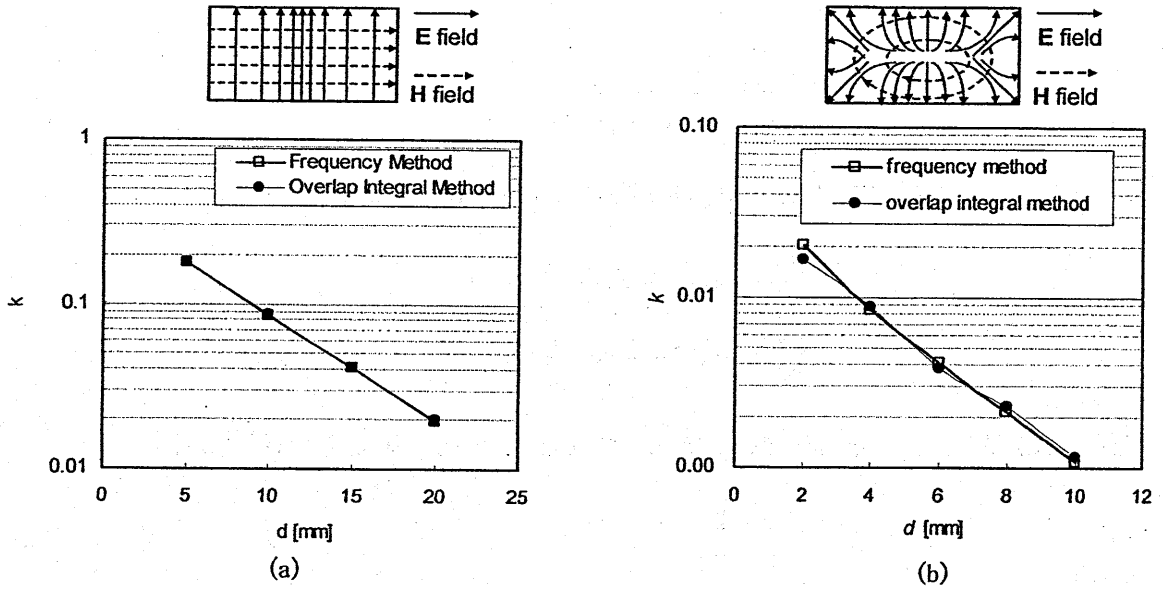


図５　方形誘電体共振器における結合係数の計算結果　(a) $TE_{10\delta}$、(b) $TM_{11\delta}$ モード

４．導体共振器

共振器又は共振モードの結合に際して誘電体部分が変化しないとすれば

$$c_{ij} = g_{ij} \tag{20}$$

とする事ができるので式 (8) は

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= j(\omega_1 + j\varsigma_1 f_{11})b_1 - \varsigma_2 f_{12} b_2 \\ \frac{da_2}{dt} &= -\varsigma_1 f_{21} b_1 + j(\omega_2 + j\varsigma_2 f_{22})b_2 \end{aligned} \tag{21}$$

と簡単化される。更に２つの共振器又は共振モードの電磁界分布が等しければ

$$\begin{aligned} &\omega_1 = \omega_2 = \omega_0, \varsigma_1 = \varsigma_2 = \varsigma \\ &f_{11} = f_{22} = f, f_{12} = f_{21} = f' \end{aligned} \tag{22}$$

とする事ができるので式(14)を(21)の微分したものに代入し

$$\begin{aligned} &\frac{d^2 a_1}{dt^2} + \omega_0(\omega_0 + j\varsigma f)a_1 + j\omega_0 \varsigma f' a_2 = 0 \\ &\frac{d^2 a_2}{dt^2} + j\omega_0 \varsigma f' a_1 + \omega_0(\omega_0 + j\varsigma f)a_2 = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

を得る．前節同様に結合係数を式(23)の a_1 と a_2 の係数の比で計算すると

$$k = \frac{j\varsigma f'}{\omega_0 + j\varsigma f} \tag{24}$$

を得る。ここで f, f' は普通純虚数であるため k は実数となる。

縮退モードの結合ではなく２つの導体共振器の結合については式 (24) に求められた結合係数に対し

てもう少し考察を進めることができる。f,f'を式（5）の定義に従って表面積分で表現すると

$$f = f_{11} = \int_S \boldsymbol{n}\cdot\left(\boldsymbol{E}_1^* \times \boldsymbol{H}_1\right)\mathrm{d}S$$
$$f' = f_{12} = \int_S \boldsymbol{n}\cdot\left(\boldsymbol{E}_1^* \times \boldsymbol{H}_2\right)\mathrm{d}S \tag{25}$$

となるがベクトル関係式

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B}\cdot\nabla\times\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}\cdot\nabla\times\boldsymbol{B}$$

及びマクスウェルの方程式

$$\nabla\times\boldsymbol{E}_1^* = \mathrm{j}\omega\mu_1\boldsymbol{H}_1^*, \nabla\times\boldsymbol{H}_i = \mathrm{j}\omega\varepsilon_i\boldsymbol{E}_i \tag{26}$$

によって

$$\begin{aligned}
&\int_S \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{E}_1^*\times\boldsymbol{H}_1)\mathrm{d}S = \int_V \nabla\cdot(\boldsymbol{E}_1^*\times\boldsymbol{H}_1)\mathrm{d}V = \int_V (\boldsymbol{H}_1\cdot\nabla\times\boldsymbol{E}_1^* - \boldsymbol{E}_1^*\cdot\nabla\times\boldsymbol{H}_1)\mathrm{d}V = \\
&= \mathrm{j}\omega\left[\int_V \mu_1|\boldsymbol{H}_1|^2\mathrm{d}v - \int_V \varepsilon_1|\boldsymbol{E}_1|^2\mathrm{d}v\right] = 0 \\
&\int_S \boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{E}_1^*\times\boldsymbol{H}_2)\mathrm{d}S = \int_V \nabla\cdot(\boldsymbol{E}_1^*\times\boldsymbol{H}_2)\mathrm{d}V = \int_V (\boldsymbol{H}_2\cdot\nabla\times\boldsymbol{E}_1^* - \boldsymbol{E}_1^*\cdot\nabla\times\boldsymbol{H}_2)\mathrm{d}V = \\
&= \mathrm{j}\omega\left[\int_V \mu_1\boldsymbol{H}_1^*\cdot\boldsymbol{H}_2\mathrm{d}v - \int_V \varepsilon_1\boldsymbol{E}_1^*\cdot\boldsymbol{E}_2\mathrm{d}v\right] = \mathrm{j}\omega(h' - g')
\end{aligned} \tag{27}$$

なる関係が得られる。μ_1、ε_1は導体共振器の結合に際しては変わらないのでそれぞれ、μ、εと書き直して良い。その結果と式(4)(24)を用いて

$$k = \frac{h'}{h} - \frac{g'}{g} = \frac{\int_V \mu\boldsymbol{H}_1^*\cdot\boldsymbol{H}_2\mathrm{d}v - \int_V \varepsilon\boldsymbol{E}_1^*\cdot\boldsymbol{E}_2\mathrm{d}v}{\int_V \varepsilon|\boldsymbol{E}|^2\mathrm{d}v} \tag{28}$$

となる。ここに得られた結合係数の表現は磁界及び電界の重なり積分の差に比例するというかねてより探し求められてきた式となっている。図６には（28）式の計算方法を示している。

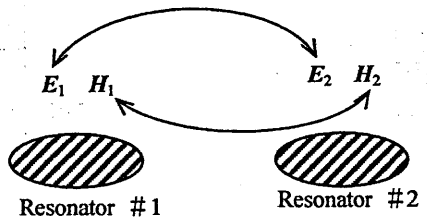
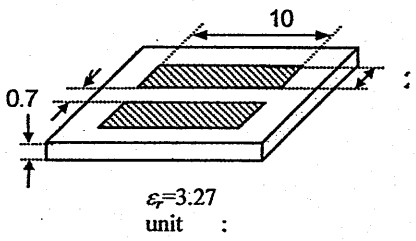
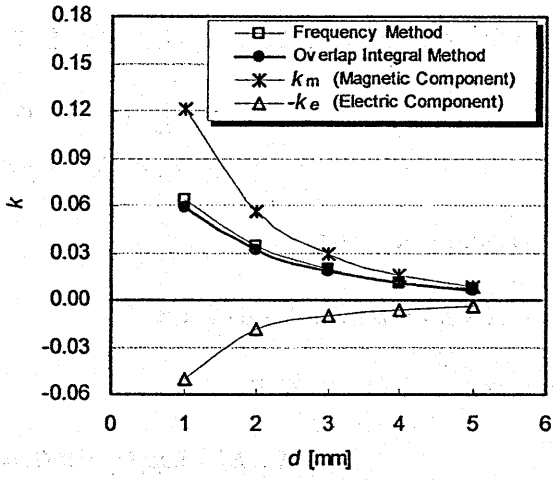


図６　式(28)の重なり積分の計算方法

図７(a)に示した横方向に並べたマイクロストリップ共振器の結合係数を計算した。電界と磁界の寄与は図７(b)に示したように磁界の成分が電界に比べて大きくなり、共振器の距離が近づくにつれ電界による結合の比例が増加することが分かる。

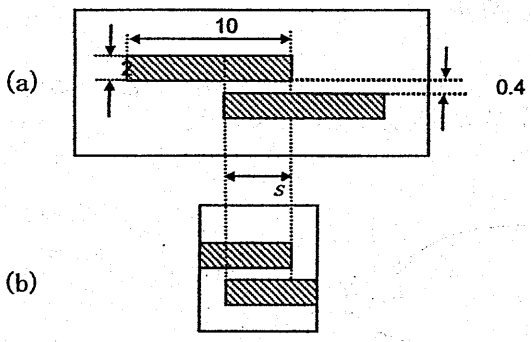




(a) (b)

図7 横方向に並べたマイクロストリップ共振器

両端開放1/2波長共振器を図8(a)のように平行移動していくと重なり部分の変化に従って磁気／電気結合の割合が変化し、図9のように全結合係数が複雑に変動する。個々の磁気、電気結合の変化を見ると、重なり部分 s が小さい間は、2 つの共振器の端が近いので電気結合の寄与が大きい。重なり部分 s が大きくにつれ磁界による結合が増加することが分かる。次に図8(b)のようなインターディジタル配置の1／4波長共振器について考えると，その電磁界分布は図8(a)の1／2波長共振器と同じである。そうであれば重なり積分もほぼ同じであるがその内部エネルギーは半分である。この時式(28)を用いれば結合係数は1／2波長共振器の 2 倍となる事が予想され，図 9 のシミュレーション結果もそれを支持している。



基板厚さ 0.7㎜,
比誘電率 3.27

図8 両端開放1/2波長共振器とそれに対応するインターディジタル1/4波長共振器

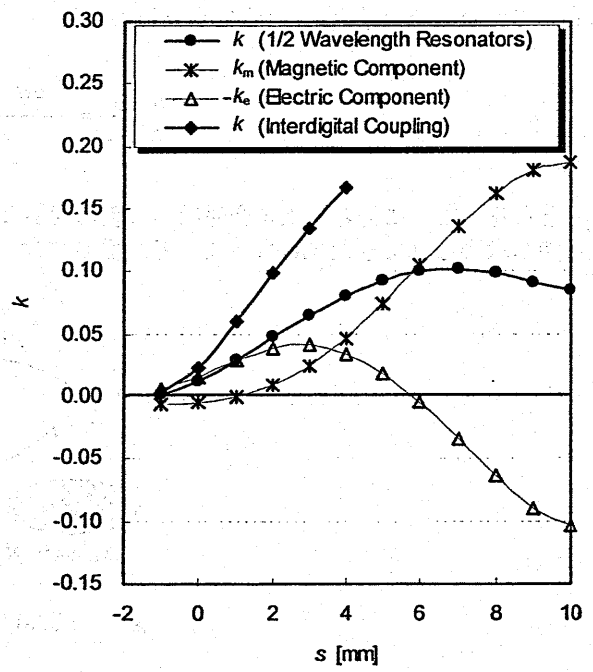


図9 共振器重なりに対する結合係数の変化

オープンリング共振器はブロードサイド結合によって極めて大きな結合係数が得られる [4]。そのためこの構造を超広帯域フィルタに利用しようという提案がなされている [5]。ここではブロードサイド結合した共振器をお互いに回転させる事によって結合係数が大幅に変化する様子を示そう。

図 10 にギャップ位置がお互いになす角の関数としてブロードサイド結合円形オープンリング共振器の結合係数を示す、磁気および電気結合の変化、とりわけ電気結合の大きな変化によって全結合係数が数倍にわたって変化する様子が見られる。この共振器は本質的に半波長共振器であり両端で電流は 0 となるが途中でその向きが変わる事はない。そのために磁気結合の大きさは 2 つの共振器の相互回転によってあまり変わらない事になる。それに反して電界は両端で符号が逆で中央においてその符号が反転するため、回転角によって電気結合は大きさ符号ともに大きく変化する。

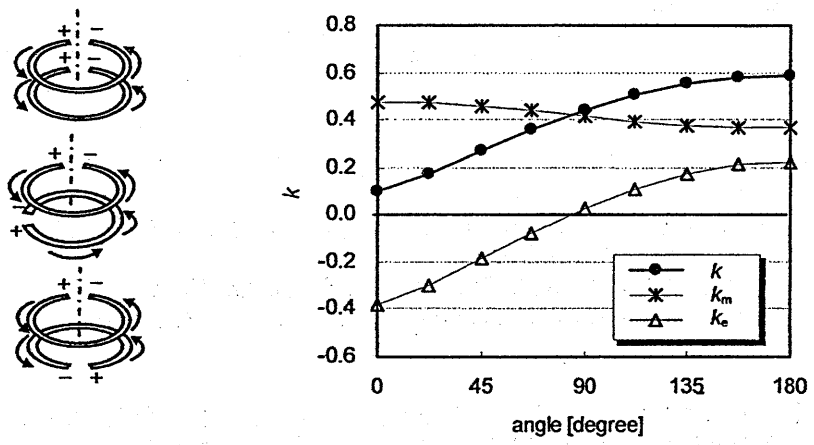


図 10　回転したオープンリング共振器の結合係数
(共振器長さ=28.2mm、幅=1mm、ギャップ=0.1mm、共振器は真空中に置かれている)

5．摂動法との比較

著者の一人は重なり積分法のほか、結合係数の磁界成分と電界成分を分離できる摂動法を提案した[3]。電気壁・磁気壁を導入して摂動を与えることによって、結合係数は

$$k=\frac{\int_{V_2}\mu|H_1|^2\,dv-\int_{V_2}\varepsilon|E_1|^2\,dv}{\int\varepsilon|E_1|^2\,dv} \tag{29}$$

表すことができる。この式より結合係数は二つの領域の電磁界のエネルギーから求めることができることがわかる。(29) 式の計算方法は図 11 に示している。ここで V2 は共振器 2 の領域であり、E_1、H_1 は共振器 1 のエバネセント電磁界である。

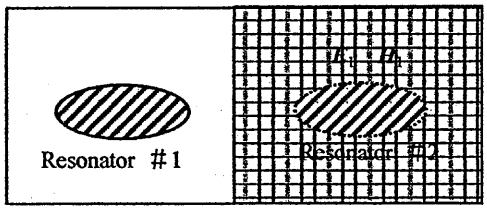
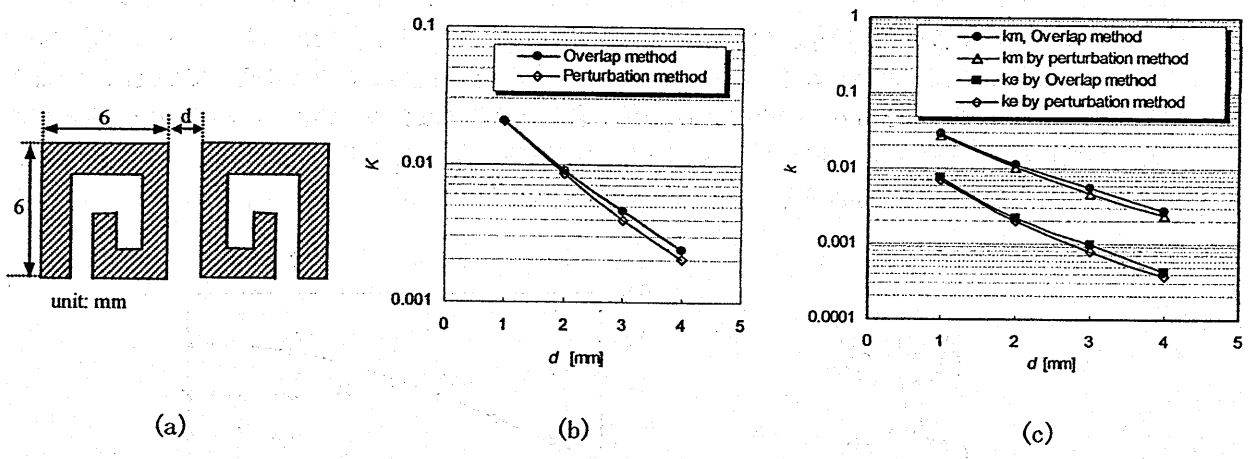


図 11　式(29)の計算方法

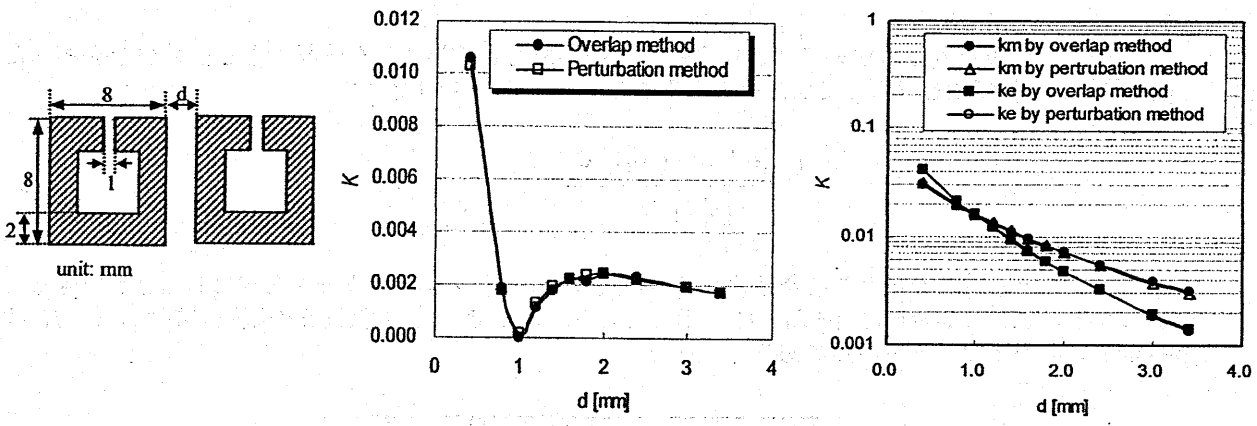
ここで、図 12(a)に示したようにスパイラル共振器の結合係数を、重なり積分法および摂動法を用いて計算した。その結果を図 12 の（b)、(c）に示し、結合係数 k、結合の磁気成分 k_m、結合の電気成分 k_e の値が近い値となっていることが分かる。



(a) (b) (c)

図 12　スパイラル共振器の結合係数の計算および電気及び磁気的成分への分離
(a) スパイラル共振器の配置図
(b) 重なり積分法および摂動法による結合係数の計算結果
(c) 重なり積分法および摂動法による電気及び磁気的成分への分離

次に図 13 (a) のようなオープンリングのギャップ部分を上に向けた配置について、共振器間隔 d の変化に対して、重なり積分法および摂動法を用いて結合係数の計算を行った。その結果を図 13(b)、(c) に示す。図 13 の結果から、重なり積分法と摂動法による結合係数 k、結合の磁気成分 k_m、結合の電気成分 k_e の値はほぼ一致した。また d=1.0mm のとき電気結合、磁気結合が同じで打ち消しあい全結合係数 k はほぼ 0 の値になっている。



(a) (b) (c)

図 13　オーブンリング共振器の結合係数の計算および電気及び磁気的成分への分離
(a) オーブンリング共振器の配置図
(b) 重なり積分法および摂動法による結合係数の計算結果
(c) 重なり積分法および摂動法による電気及び磁気的成分への分離

以上の結果から、重なり積分法による電気成分と磁気成分の分離結果、摂動法とのほぼ一致していることが分かった。全く異なった原理に基づく 2 つの結果が一致するのは当然ともいえるが不思議でもある。

6．あとがき

本報告では重なり積分法を用いて誘電体共振器、各種のマイクロストリップ共振器の結合係数の計算結果を示した。マイクロストリップ共振器に対して、分離できた磁気成分と電気成分に基づいて、結合

の物理的な意味を説明した．また、重なり積分方法による計算結果を摂動法による磁気成分と電気成分の分離結果との比較も行い、ほぼ一致する結果を得た。

参考文献

1. I. Awai, “New Expressions for Coupling Coefficient between Resonators”, IEICE Trans. Electron., E88C, No.12, pp.2295-2301, Dec. 2005.
2. I. Awai, Y. Zhang, “New Expression of Coupling Coefficient between Resonators Based on Overlap Integral of EM Field”, 2005 Asia-Pacific Microwave Conference, pp.2184-2187, Dec. 2005.
3. 粟井郁雄、岩村慎太郎、久保洋、真田篤志、“共振器結合係数の電気及び磁気的成分への分離”、信学論誌C, Vol.J88-C, No.12, pp.1033-1039, 2005年 12月.
4. 山本卓史、粟井郁雄、真田篤志、久保洋、”プリント基板両面に作製された二重共振器とその応用“、信学論誌C, Vol.J87-C, No.12, pp1045-1052, 2004年。
5. I. Awai and A. K. Saha, “Open Ring Resonators Applicable to Wide-band BPF”,

輻射科学研究会資料
RS07-14

ラマンライダーによる温度・水蒸気量のリモートセンシング

Remote-sensing of temperature and water vapor using Raman lidar technique

中村　卓司
京都大学・生存圏研究所

T. Nakamura
RISH, Kyoto University

2007年12月12日
於　同志社大学

1．はじめに

レーザー光を上空に送信し、大気からの散乱信号を望遠鏡で受信して散乱体である大気の物理情報を得るアクティブ・リモートセンシングである。散乱体は大気分子やエアロゾル、雲粒子などで、ミー散乱、レイリー散乱、ラマン散乱などが受信される。往復のレーザー光伝搬中の大気微量成分による吸収量を計測して大気微量成分の密度を計測する差分吸収ライダー(DIAL:Difference Absorption Lidar)もある。京都大学・生存圏研究所（旧：超高層電波研究センター、2000年より旧：宙空電波科学研究センター）は、1984年より滋賀県甲賀市信楽町(元：滋賀県甲賀郡信楽町)の信楽MU観測所で、全国共同利用施設MUレーダー(中層・超高層大気観測用大型レーダー)による高度2kmから500-700kmまでの大気の主に運動の観測を行なってきた。2000年には新たに大型のレイリー・ラマン・ライダーを導入して高度90kmまでの温度観測と高度10kmまでの対流圏の水蒸気量の観測を行なってきた。本論文では、同ライダーに導入した回転ラマン散乱による温度プロファイル計測と、その後開発した小型可搬の水蒸気ラマンライダーについて述べる。これらは、高層気象観測で観測される気象力学的物理量、温度、風速および水蒸気量のうちに、温度と水蒸気の観測を行なう装置である。

2．大気からの散乱信号

図1に532nmのレーザーを送信したときの大気からの散乱信号を示す。ここで、水蒸気混合比は1%としている。送信波と同一波長の弾性散乱すなわち、レイリー散乱とミー散乱の信号に対し、10^{-3}以下の強度のラマン散乱信号が種々の波長で見られる。これは、大気分子からの散乱で散乱前後で振動準位、および回転準位が異なる振動-回転ラマン散乱によるものである。532nmの弾性散乱の周辺約10nmには、回転準位だけがことなる純回転ラマン散乱信号が見られる。振動-回転ラマン散乱は、分子により振動準位が大きくことなることから、波長毎に異なる大気組成からの散乱を受信することができる。たとえば、窒素分子(N2)からは607nm, 酸素分子(O2)からは580nm, 水蒸気からは660nmの散乱が得られる。純回転ラマン散乱信号の拡がりは温度依存性を示すため、散乱強度スペクトル分布を計測することで大気温度の計測が可能である。また、振動ラマン散乱を受信することで、たとえば、水蒸気ラマン散乱信号と窒素ラマン散乱信号の比を取ることによって、窒素と水蒸気の組成比から、大気中の水蒸気混合比、すなわち湿度がわかる。ただし、純回転ラマン散乱は、近接波長にある弾性散乱光の抑圧を確保することが難しく注意が必要であり、また振動ラマン散乱による微量成分の計測は、たとえば水蒸気であれば弾性散乱信号と波長は離れているものの、信号強度比が10^{-6}～10^{-9}と非常に弱いため、弾性散乱信号の迷光やブロッキングに注意が必要である。

2．レイリーライダーによる温度観測

信楽MU観測所の大型レイリー・ラマンライダーの構成図を図2に示す。レーザーは、

Qスイッチパルス Nd:YAG レーザーの２倍高調波 532.11nm 出力を用い、出力は 600mJ x 50Hz (30W)である。ビームは鉛直上方に送信される。受信は、82cm, 焦点距離 8m のカセグレン式望遠鏡で、ダイクロイックミラーと干渉フィルターにより分光され、532mn(低感度、高感度)、531.1nm、528.8 nm、660nm の５つのチャンネルの信号に分けられる。それらの信号は、光電子増倍管（PMT）により光子計数される。光子計数の距離分解能は、最大 9m である。通常、72m 分解能、 １分積算でデータを取得するが、MU レーダーの周波数領域イメージング観測など高分解能観測との同時観測のときには高度時間分解能を最大９m、15 秒まで上げてデータを取得している。

４．大気温度の計測

弾性散乱信号にエアロゾルのミー散乱信号が含まれず、大気分子からのレイリー散乱のみとみなせる高度 30km 以上では、大気の主成分の組成（窒素と酸素の組成比）は一定であり、平均分子量は一定とみなせるので、受信信号強度が大気の密度に比例して高度（距離）の２乗に反比例することになる。したがって、ライダーの信号強度プロファイルから直接大気密度プロファイルを求めることができる。一方、密度プロファイルが分かれば、静水圧平衡(大気の圧力の高度変化が大気にかかる重力による状態)と気体の状態方程式を用いて、ある高度の大気温度が、その高度以上の密度プロファイルと上方の一点の温度（通常大気モデルを用いる）とを用いて求めることができる。基準となった上方の点でのモデルの誤差が問題となるが、この基準点の誤差の影響は、誤差伝搬により下方の高度ほど小さくなるため、１０－２０ｋm程度より下方になると良好な温度プロファイルを与える。このやり方を「レイリー積分温度(Rayleigh Integral Temerature)」といい、レイリーライダー観測で 70 年代より用いられてきた(Hauchecorne and Channin, 1981)。とくにライダー自体にキャリブレーションも必要ないことから、「較正不要」な温度観測として大気温度のトレンドなどの観測にも用いられる重要な観測である。

ところで、高度 30km 以下のエアロゾルからの散乱が無視できない高度ではレイリー積分温度は求められない。このような高度の温度を求める方法としては、「窒素や酸素分子の振動ラマン散乱」がエアロゾルからの散乱の影響を受けないで密度を求める方法として利用されることもある。ラマン散乱強度が大気密度に比例するとみなして、レイリー積分温度と同様に温度プロファイルを求めることができる。なお、振動ラマン散乱はレイリー散乱に比べて３桁ほど散乱係数、すなわち信号強度が小さいが、高度 30km 以下の大気密度の大きな高度では可能である。ところが、このようなラマン散乱による「積分温度」も高度１０－１５ｋm以下の対流圏では、今度はエアロゾルによる光の散乱でおこる光の「消散」が無視できなくなるため、すなわち大気の透過率（正確には地面から当該高度までの光学的厚さ）が一定とみなせなくなり、信号強度から大気密度を求められなくなる。

そこで注目されるのが、信号強度プロファイル以外の温度計測法である、回転ラマン散乱を用いた温度計測である（Cooney and Pina, 1976)。回転ラマン散乱光のスペクトル

が温度依存性を持つことを利用し、弾性散乱信号からわずかに離れた２波長を中心とする帯域通過フィルターの信号強度の比を取ることで、大気の温度を計測することができる。この方法の優れたところは、エアロゾルだけでなく少々の雲があるところでも受信信号のSNR がある程度あれば温度が求まるところであり、雲の内部や生成消滅過程などを捉えることもできる。

信楽観測所の大型レイリー・ラマンライダーは、当初のシステム構成は弾性散乱と窒素と水蒸気のラマン散乱を受信する仕様であり、大気温度はレイリー散乱によるレイリー積分温度と窒素振動ラマン散乱による積分温度を求めていた。高度範囲は、高度１０－１５ｋｍから９０ｋｍとなっていた。２００１年以降、ドイツ GKSS 研究所の協力もあり、純回転ラマン散乱を受信するための特殊な干渉フィルター１式をライダーに導入した(Behrendt et al., 2002)。このフィルターは、干渉フィルター４枚を光軸上で数度傾けることにより反射と透過の特性を利用して、弾性散乱信号と２帯域の純回転ラマン信号を切り分けるようになっている。同ライダーで求めた回転ラマン散乱による温度とレイリー積分法による温度のラジオゾンデおよびモデル大気との比較を図 3 に示した。信楽のレイリーラマンライダーシステムでは、高度１－２ｋｍから３０－４０ｋｍまでの温度が回転ラマン散乱で、３０－９０ｋｍの温度がレイリー散乱で観測できるが、このような高高度範囲の観測ができるライダーサイトは世界的にも限られている。

５．水蒸気量の観測

気体の水である水蒸気は，降雨などの気象現象に関わるだけでなく，潜熱輸送により大気の熱エネルギー収支に深く関わる重要な成分である．その大部分は対流圏内でも地表近くの境界層内にあるが時間空間変化が激しいため詳細な時空間分布の観測は限られてきた。近年は温室効果ガスとしての役割も注目されており、そのリモートセンシングは極めて重要である。

我々は、信楽MU観測所のレイリー・ラマンライダーで水蒸気の振動ラマン散乱を受信し、窒素分子の振動ラマン散乱(あるいは大部分が窒素と酸素の散乱である回転ラマン散乱)を比べることで水蒸気混合比の高度分布を計測してきた(e.g. Imura et al., 2007)。しかしながら対流圏内の水蒸気量は中層大気などにくらべてはるかに地域的な変化、すなわち空間変化が激しいため、移動式のラマンライダーの要求が高まってきた。また、大気レーダー（ウィンドプロファイラー）の音波電波併用レーダー(RASS)による温度プロファイルの機能にさらにレーダー散乱電波強度の解析から湿度のプロファイルを求める方法が開発され(Tsuda et al., 2001)てきたが、この方法ではレーダーで観測可能ないずれかの高度の水蒸気量を境界条件とするために、一定高度の水蒸気量のモニターが必要となる。これらの要求に応えるために、高度範囲は限定されるものの小型で可搬型のラマンライダーを開発してきた。

開発した観測装置は、図４に示すような構成である。波長532nm，30mJ，20Hz 出力

のQ スイッチパルスNd:YAG レーザーを送信に用い、532nm (弾性散乱), 607nm (N2 振動ラマン散乱), および660nm (H2O 振動ラマン散乱) の3波長を35.5cm 径のシュミットカセグレンを用いて受信する構成になっている。このシステムでは絞りを絞って0.25-0.5mradの視野とすることで昼夜の連続観測が可能になり、３０分積分で昼間においても高度４００－５００m付近までの水蒸気の観測が可能である(Nakamura et al., 2006)。また夜間に限定して絞りを開くと、高度４－５ｋｍまでの水蒸気が観測可能になる。システムは信楽MU観測所の観測棟内に設置して試験観測を行なったあと、後述の火山観測や水蒸気の水平分布観測などの実験を行なった。2006 年4 月から独立行政法人情報通信研究機構 (NICT) 沖縄亜熱帯計測技術センターで夜間観測モードで試験観測を開始し (仰角60 度で射出), 2006 年9 月に400MHzのウィンドプロファイラーレーダーなどのある同センターの大宜味大気観測施設に移設し観測を行っている (仰角45 度で射出)。自動観測はPC 制御で行なわれており、ネットワークを経由してデータが転送されている。30 分の積分時間で高度4km 程度まで水蒸気のプロファイルが取得できる他, 後方散乱比も観測している。その観測結果は、http://www.rish.kyoto-u.ac.jp/geoss/lidar/okinawa に掲載している。

これまでの観測で夏季に水蒸気が多く，冬季に少ない季節変化（図５）や夜間の水蒸気変動，日々変化などが後方散乱比による雲・エアロゾルの消長とともに観測されている．GPS 衛星による掩蔽観測データとの比較は，高度6km 以下で衛星観測のフットプリントとライダー観測点の距離が100km 以下の例が，2006 年9 月以降2007 年6 月まで11 例観測されている．この例ごとに，那覇で行なわれている気象庁のラジオゾンデ観測とも比較してその差異を検証している．基本的にはライダー観測とＧＰＳ掩蔽観測データはよい一致を示しているが，ライダー観測で時間変化が顕著に観測されるときほど掩蔽観測とライダー観測の差が見られるように思われる．そこで，ライダー観測と那覇のラジオゾンデ観測から水蒸気の時間変化と空間変化の相関をみることにした。図６をみると，時間変化と空間変化には正の相関が見られることがわかる．掩蔽観測とライダー観測のデータを比較する場合，その日の水蒸気の変化の度合いを考慮する必要があることがわかる．

６．さらに可搬性を高めた水蒸気ラマンライダーと火山噴気・森林大気の観測

前述の小型ライダーは移動観測可能なものの総重量は１５０ｋｇ程度でワンボックスのワゴンでの移動がやっとであった。移動にも３－４人の人員が必要であった。それでも、移動観測により、阿蘇山中岳の火口での噴気の観測、また信楽MU観測所での水蒸気水平分布と変動の観測など新たな観測対象を開発してきた。

火山から放出される噴気ガスの90%以上は水蒸気である。この水蒸気による潜熱輸送は、火山から放出される熱エネルギーのほとんどを占める。とりわけ、非噴火時にはほぼ定常的な熱輸送の媒体として重要である。そのため、火山噴気中の水蒸気濃度やそのフラックスを知ることは極めて意義が大きい。また、H_2O の含有量はマグマの爆発性を決定づける重要な要素である。噴気中の全H_2O を測定することは，マグマ起源のH_2O量を精度

よく推定するためにも欠かせない。しかし，これまで噴気中のH_2O をリモートセンシングで測定することは困難であった。すなわち、これまでは噴気の組成のリモートセンシングには主にDOAS(差分吸収分光)やＦＴＩＲ（フーリエ変換型赤外分光計）などの受動的な光学観測が用いられてきたが、水蒸気は大気中にも多量に存在するため，噴気中のH_2O だけを区別することが困難だったからである．ライダーは，アクティブなリモートセンシングで、視線方向の濃度分布が測定できるため、火山噴気内外の水蒸気分布を精密に測定することが期待できる。

また森林大気も近年急速にクローズアップされてきた観測対象である。とりわけ、森林内や上部におけるCO_2のフラックスの計測は、グローバルな炭素循環や森林のCO_2固定能力の評価などと直接絡む重要な観測で各地でタワーによるCO_2の観測が行われてきた。しかしながら、その結果の評価には水平一様な森林を仮定したモデル計算が使われるなど不確定な部分があり、森林内や森林上空の大気構造やその時空間変化を測定することは極めて重要である。本研究で開発したライダーは、CO_2などの炭素循環関係の微量成分は感度が充分でなく計測困難であるが、１００倍程度混合比の大きい水蒸気の分布やその変動は充分観測が可能である。よって、森林などアクセスが容易でないサイトでの運用も可能な移動式ラマンライダーの開発が課題となってきた。

これらの背景を受けて、さらに小型のラマンライダーを開発した。レーザーは同じく532nm，0.6Wのパルス Nd:YAGレーザーを用いて、可動性を高めるために高感度のPMT(GaAsP)検出器とさらに小型の望遠鏡（直径20.3cm）を組み合わせることで、感度を損なうことなくシステムを小型に改良した(図７)。ただし、昼間の観測はあきらめて夜間の観測に限定される。システムは装置を三脚に載せることが可能になり大幅に可搬性が向上した。2007年6月4日には阿蘇山中岳において日没後に火口南縁から水平２方向にビームを交互送出して(図８)水蒸気分布と後方散乱比を計測した。計測は約10分の測定を噴気方向は３回、噴気なし方向は２回繰り替えて行なった。その結果、距離400m 付近の噴気中央の水蒸気混合比(比湿) が、周囲の大気に比べ6g/kg 程度大きいことが観測された。噴気の上昇速度(2.2m/s) とライダー観測による直径(150m) を考慮すると23kg/s 程度の水蒸気フラックスを有することが見積もられた。この値は、plume-rise 法と呼ばれる種々の仮定のもとに噴気の形状変化から見積もられる数値等と矛盾のない値となった。このようなライダー観測の火山噴気水蒸気計測への応用はこれまで例を見ないものである。システムは現在軽量化と完全バッテリー駆動化の改良中で今後種々の火山やその他のフィールドでの応用観測を予定している。

７．まとめ

以上、本論文では、大気力学の重要な物理量である大気温度と水蒸気量のリモートセンシングにラマンライダーを応用したシステムとその応用例を紹介した。ラマンライダーそのものの歴史は長いが近年は性能のよい干渉フィルターが入手容易になったため実用的

な回転ラマンライダー、水蒸気ラマンライダーの開発が可能になり応用範囲が広がった。このようなライダーシステムを用いて、レーダーとの複合観測や種々のフィールド観測を現在展開中である。

引用文献

Behrendt, A., T. Nakamura, M. Onishi, R. Baumgart, and T. Tsuda, Combined Raman lidar for the measurement of atmospheric temperature, water vapor, particle extinction coefficient and particle backscatter coefficient, Applied Optics, 41, 7657-7666, 2002.

Behrendt, A., T. Nakamura, T. Tsuda,, Combined Raman lidar for the measurement of atmospheric temperature, water vapor, particle extinction coefficient, and particle backscatter coefficient:System upgrades, Appl. Optics, 43(14), 2930-2939, 2004.

Cooney, J. and Pina, M., Laser radar measurements of atmospheric temperature profiles by use of Raman rotational backscatter, Appl. Opt., 15, 602-603, 1976.

Hauchecorne, A., and M.-L. Channin, Density and Temperature profiles obtained with lidar between 30 and 70 km, Geophys. Res. Lett., 7, 565-568, 1981.

Imura, S., J. Furumoto, T. Tsuda and T. Nakamura, Estimation of humidity profiles by combinig co-located VHF and UHF wind-profiling radar observation, J. Meteor. Soc. Japan, 85, 301-319, 2007.

Nakamura, T., N. Sugimoto, T. Tsuda, M. Abo, T. Hashimoto, A. Terada, Observation of water vapor with a portable Raman lidar –continuous monitoring and field experiments over the forest and at the volcano--, Proceedings of 23rd International Laser Radar Conference, 24-28 July 2006, Nara, Japan, 2006.

Tsuda, T., M. Miyamoto, and J. Furumoto, Estimation of a humidity profile using turbulence echo characteristics, J. Atmos. Oceanic. Tech., 18, 1214-1222, 2001.

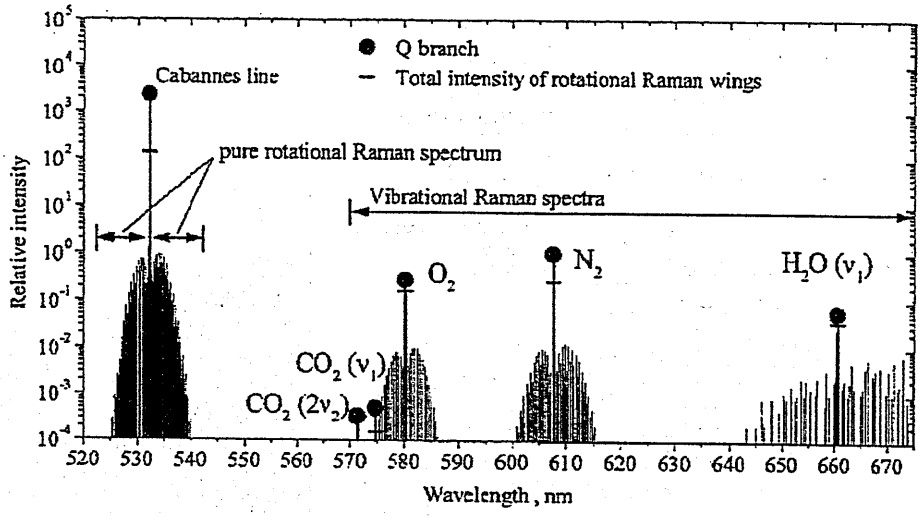


図１　532nm のレーザー光に対する大気(温度 300K)の散乱信号のスペクトル。
振動回転スペクトルの中央の Q ブランチの下の横線は Q ブランチ以外の成分の総和。
(Behrendt et al., 2002)。

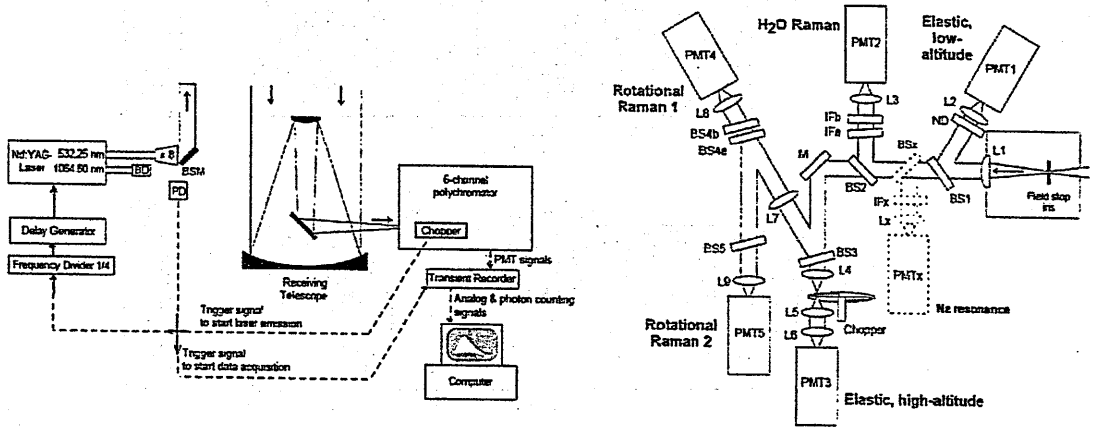


図２　信楽 MU 観測所のレイリー・ラマンライダーの構成　(Behrendt et al., 2004)

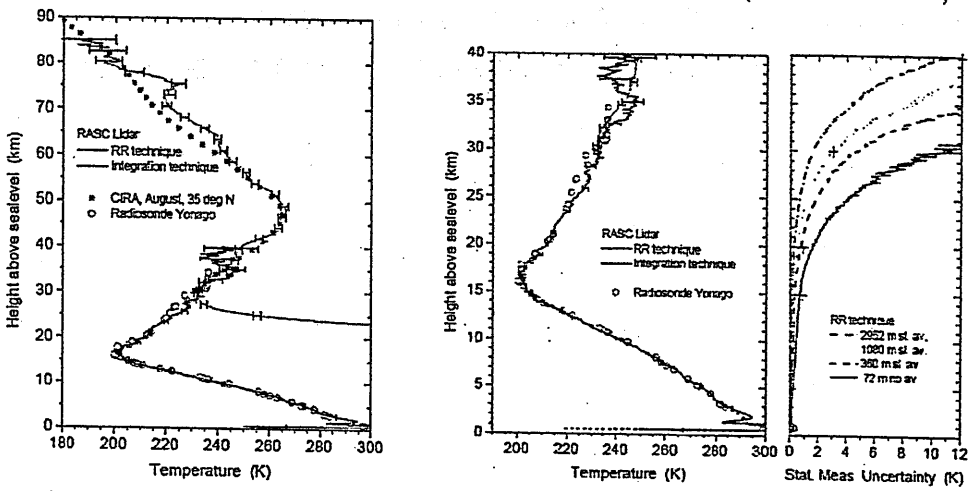


図３　信楽のレイリー・ラマンライダーによる温度観測の例。(左) CIRA モデル大気(●)およびラジオゾンデ（○）との比較。(右) 回転ラマン温度と温度誤差標準偏差。観測は２００２年８月９－１０日 23:15－00:27 JST。(Behrendt et al., 2004)。

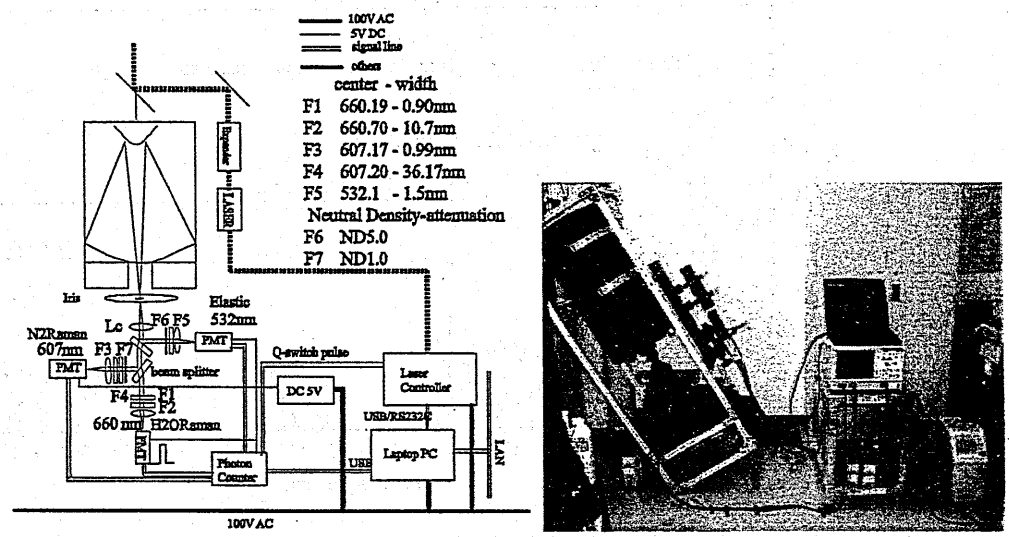


図４　小型水蒸気ラマンライダーの構成

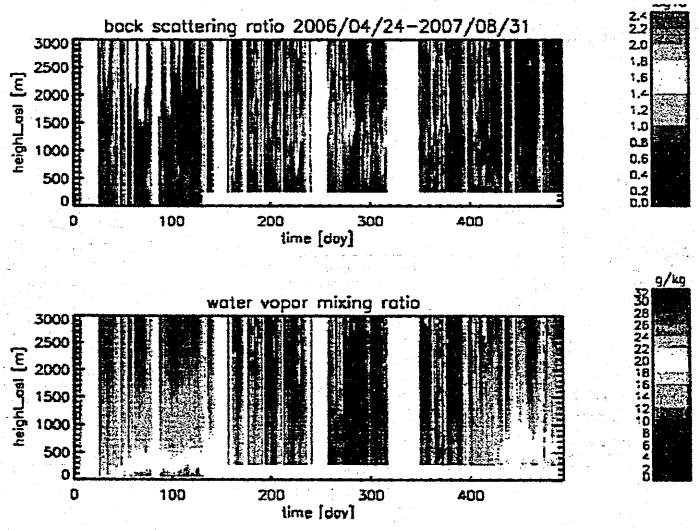


図５　小型水蒸気ラマンライダーによる沖縄での水蒸気混合比（下）および後方散乱比（上）の夜間平均値の季節変化。日数は2006年4月24日を基準にしている。2007年8月31日までの観測。2006年9月2日までは恩納村、それ以降は大宜味村での観測。

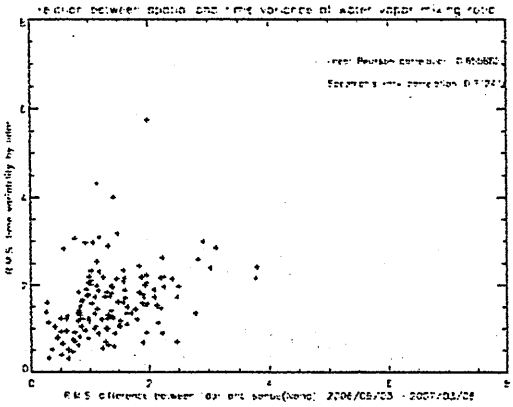


図６ 水蒸気量の水平空間差（横軸）時間変動の大きさ（縦軸）との相関図。横軸は那覇のラジオゾンデ観測と大宜味待機観測所でのライダー観測の水蒸気量の差。１２時 UT の値。縦軸はライダーによる夜間の水蒸気量の時間変化の大きさ。高度 2-3km での値。

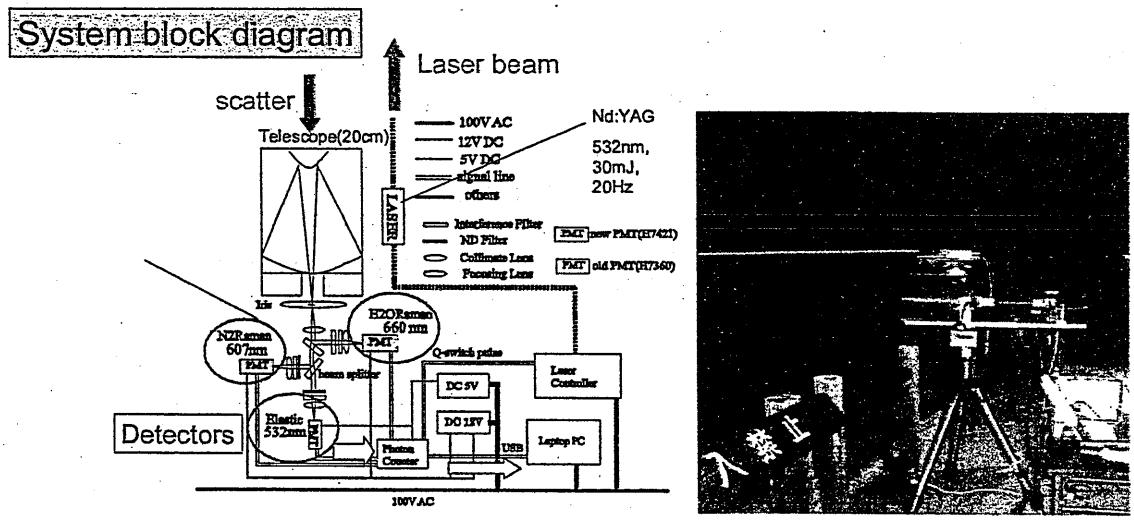


図７ フィールド観測用水蒸気ラマンライダーの構成。右は阿蘇山での観測の様子。

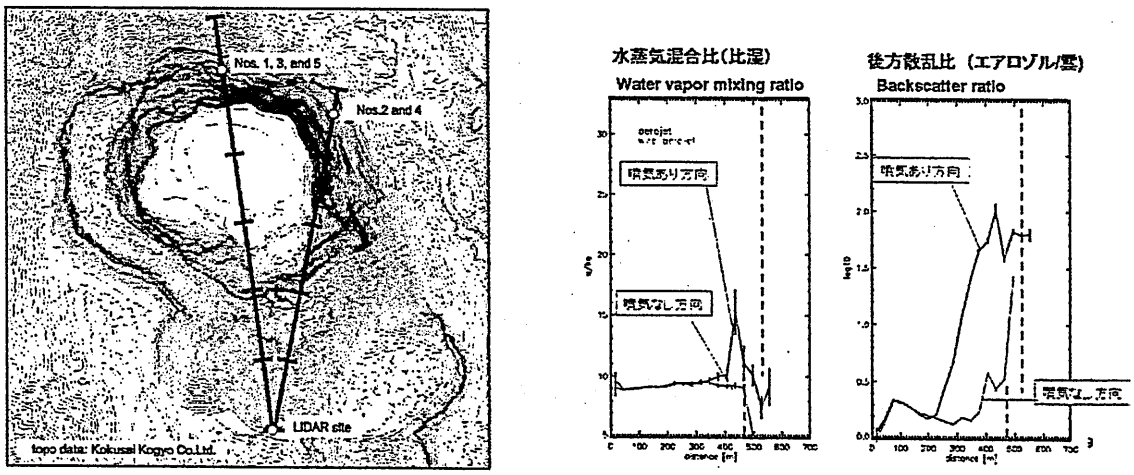


図８ 阿蘇山中岳で観測した水蒸気の水平分布。（左）観測方向。左が噴気あり、右が噴気なし方向。距離の目盛りは１００m。（中）水蒸気混合比。（右）後方散乱比。噴気ありの方向は１０分の観測３回の平均。噴気無し方向は１０分の観測２回の平均。2007 年 6 月 4 日。

輻射科学研究会資料
RS07-15

メタマテリアルによる波動伝搬制御
– 回路的アプローチ

中西俊博
京都大学大学院工学研究科, CREST

平成20年3月27日
於 京都大学桂キャンパス

1 はじめに

電磁波の波長が構造体のサイズや間隔に比べて十分大きい場合, その集合体は電磁的な連続媒質と見なすことができる. 近年, 金属や誘電体による構造体を周期的あるいはランダムに配置したメタマテリアルに関する研究が盛んに行われている. メタマテリアルは従来の電磁媒質では実現不可能な波動伝搬を可能にする. 典型的な例は, 負屈折率を実現するメタマテリアルで, この媒質内で電磁波はエネルギーの流れと逆方向に位相が流れる. このように, メタマテリアルを用いることで, 波動伝搬の性質を大きく変えることができる.

このメタマテリアルの概念を低周波の領域に適用すると, 簡単な電子回路で様々な波動伝搬のシミュレーションができるようになる. 電子回路による波動伝搬のシミュレーションは, 実現が比較的容易であることに加え, 波動伝搬の物理的本質を掴むのによいモデルとなっている [1–5]. それは単純な電子回路を用いていても, 波動伝搬現象とその回路モデルの間に深いレベルでのアナロジーが成立しているからである. 本論文では, 電子回路を用いた, シュレディンガー方程式のシミュレーションと光の群速度制御のシミュレーションの2点について紹介する.

2 電子回路によるシュレディンガー方程式のシミュレーション

シュレディンガー方程式は, 波動関数と呼ばれる複素関数 $\psi(x,t)$ に関する偏微分方程式である. この $\psi(x,t)$ や確率密度関数 $|\psi(x,t)|^2$ などは抽象的でわかりにくく, シュレディンガー方程式自体が量子的なものであると間違って理解されることがある. しかし, シュレディンガー方程式自体は単なる波動方程式で特に量子的なところはない. したがって, 電子回路のような古典系においてもシミュレートすることは可能である [6].

2.1 結合共振回路

ここでは, 図1に示すようなインダクタ K で結合された並列 LC 共振回路がシュレディンガー方程式を表現していることを示す. n 番目の共振器の電圧を v_n, L に流れる電流を i_n とおく. このとき, キルヒホッフの法則により以下のような式が成り立つ

$$
\begin{aligned}
L\frac{\mathrm{d}i_n}{\mathrm{d}t} &= v_n \\
C\frac{\mathrm{d}v_n}{\mathrm{d}t} &= -i_n + \frac{1}{K}\int (v_{n-1}-v_n)\,\mathrm{d}t + \frac{1}{K}\int (v_{n+1}-v_n)\,\mathrm{d}t
\end{aligned}
\tag{1}
$$

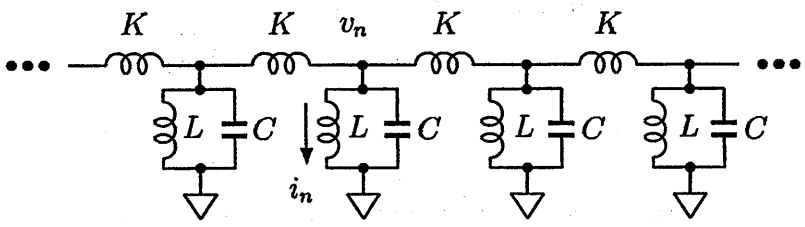


図 1: 結合共振回路.

ここで, K が十分大きいと仮定し[1], $1/K$ を含む項をいったん無視する. また, 回路内のエネルギーも, インダクタ K にはほとんど蓄えられていないと仮定し, 全エネルギーが

$$U = \frac{1}{2}\sum_n (Cv_n^2 + Li_n^2) \tag{2}$$

であり一定であるとする. ここで, 次のような複素の変数

$$u_n = \sqrt{\frac{C}{2U}}v_n + \mathrm{i}\sqrt{\frac{L}{2U}}i_n \tag{3}$$

を導入する. この変数を用いることで式 (1) の解は次のようになる.

$$u_n(t) = u_n(0)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t} \tag{4}$$

したがって, 電圧 v_n, 電流 i_n は

$$\begin{aligned} v_n &= \sqrt{\frac{U}{2C}}(u_n(t) + u_n^*(t)) = \sqrt{\frac{U}{2C}}(u_n(0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t} + \text{c.c.}) \\ i_n &= \mathrm{i}\sqrt{\frac{L}{2C}}(u_n(t) - u_n^*(t)) = \mathrm{i}\sqrt{\frac{L}{2C}}(u_n(0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t} - \text{c.c.}) \end{aligned} \tag{5}$$

のように表される. 結合項を再び考慮に入れると, u_n の方程式は,

$$\frac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}\omega_0 u_n + \frac{1}{\sqrt{2CU}}\frac{L}{K}(i_{n-1} - 2i_n + i_{n+1}) \tag{6}$$

となる. ただし, $\int v_n\,\mathrm{d}t \sim Li_n$ を利用した. 結合項を考慮に入れるときには, $u_n(0)$ はもはや定数ではなくなり, (共振による回転 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}$ より) ゆっくり変化する時間関数となる. 式 (6) の右辺の結合項を共鳴の外力と考えると, $u_n(t)$ に関する項は共鳴するが, $u_n^*(t)$ に関する項は共鳴しないので無視して,

$$\frac{\mathrm{d}u_n}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}\omega_0 u_n + \frac{\mathrm{i}\omega_0}{2}\frac{L}{K}(u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}) \tag{7}$$

と近似できる.

次に, 回路を分割することで, 分布定数回路のように扱うことを目指す. 共振器の電圧 v_n は分割によっても変わらないが, 電流は半分 $i_n/2$ になる. そして, 結合コイルの電圧は半分になる. したがって, 長さ Δx を回路要素で置き換えるとき,

$$C = \gamma\Delta x, \quad L = \lambda/\Delta x, \quad K = \kappa\Delta x \tag{8}$$

$$v_n = v_n, \quad i_n = j_n\Delta x, \quad u_n = \psi_n\sqrt{\Delta x} \tag{9}$$

とスケールさせるべきであることがわかる. これを, 式 (7) に代入することにより,

$$\frac{\mathrm{d}\psi_n}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}\omega_0\psi_n + \frac{\mathrm{i}\omega_0}{2}\frac{\lambda}{\kappa(\Delta x)^2}(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) \tag{10}$$

---

[1] 結合が十分小さいことを意味する

をえる. ここで, $\Delta x \to 0$ の極限を考えることで,

$$\frac{\partial \psi(x)}{\partial t} = -\mathrm{i}\omega_0 \psi(x) + \frac{\mathrm{i}\omega_0}{2}\frac{\lambda}{\kappa}\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \tag{11}$$

となる. これに, $\mathrm{i}\hbar$ をかけることで, 次式のようなシュレディンガー方程式の形に変形できる.

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial \psi(x)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V\psi(x) \tag{12}$$

ただし,

$$m = \hbar\frac{\kappa}{\omega_0 \lambda} = \frac{\hbar}{(\Delta x)^2}\frac{K}{\omega_0 L}, \quad V = \hbar\omega_0 \tag{13}$$

とおいた.

このように, ポテンシャル V は共振周波数 ω_0 に対応し, 質量 m は結合のためのインダクタンス K に比例していることがわかる[2]. 回路とシュレディンガー方程式の対応の一覧を表 1 に与える. 表のように, シュレディンガー方程式の物理量が明確な回路パラメータに置き換えられていることがわかる.

表 1: シュレディンガー方程式と回路の対応

シュレディンガー方程式		回路表現	
$\mathrm{Re}(\psi)$	波動関数の実部	v_n	コンデンサの電圧
$\mathrm{Im}(\psi)$	波動関数の虚部	i_n	インダクタの電流
$\lvert\psi\rvert^2$	確率分布	$Cv_n^2/2 + Li_n^2/2$	共振器の蓄積エネルギー
m	質量	$\frac{\hbar}{(\Delta x)^2}\frac{K}{\omega_0 L}$	共振器間の結合
V	ポテンシャルエネルギー	ω_0	共振周波数

2.2 分散関係のアナロジー: 基本行列からのアプローチ

図 2(a) のような四端子回路があるとき基本行列 M は次のように定義される.

$$\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ i_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_n \\ i_n \end{pmatrix} = M\begin{pmatrix} v_n \\ i_n \end{pmatrix} \tag{14}$$

相反定理が成り立ち $\det(M) = 1$ であるとする. この固有方程式は

$$\lambda^2 - (A+D)\lambda + 1 = 0 \tag{15}$$

となり, その解は

$$\lambda = \cos\theta \pm \mathrm{i}\sin\theta = \mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}\theta} \tag{16}$$

$$\cos\theta \equiv \left(\frac{A+D}{2}\right) \tag{17}$$

[2] $1/K$ が結合の大きさを与えていることからしても理にかなっている.

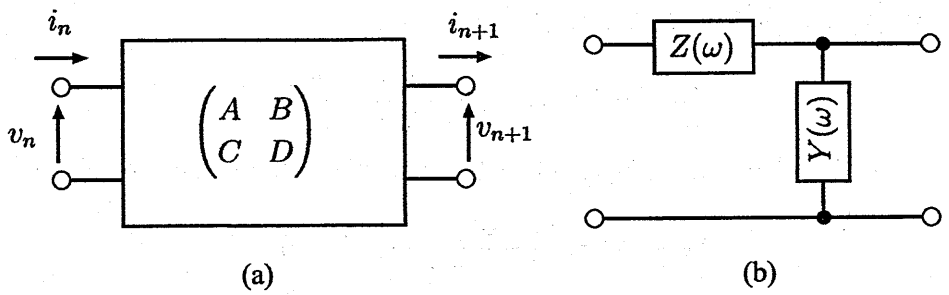


図 2: (a) 基本行列. (b) 回路網の例

である. ただし, θ は実数とは限らず, 一般に複素数である.

図 2(b) のような回路の場合, 基本行列は

$$M = \begin{pmatrix} 1 & Z(\omega) \\ Y(\omega) & 1 + Y(\omega)Z(\omega) \end{pmatrix} \tag{18}$$

となり, 図 1 のような回路の場合は, $Z(\omega) = \mathrm{i}\omega K$, $Y(\omega) = \mathrm{i}\omega C + 1/\mathrm{i}\omega L$ である. これを, 式 (17) に代入することによって,

$$\cos\theta = 1 + \frac{K}{2L}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \tag{19}$$

をえる. $\omega \sim \omega_0$ と仮定すると,

$$\cos\theta = 1 + \frac{K}{L}\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \tag{20}$$

と変形できる. θ は $\omega > \omega_0$ の場合に実数解をもつ. このとき, 固有値 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ に対応した固有ベクトル (v_n, i_n) が入射されると, 位相 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ が回路一段ごとに付加される. 回路 1 段あたり Δx の長さの伝送線路に対応させると,

$$\theta = k\Delta x \tag{21}$$

で決まる伝搬定数 k で波動が伝搬していることになる. ちなみに, θ が複素数になる $\omega < \omega_0$ の条件下では, 伝搬波が存在しないカットオフの領域となる.

回路一段あたりの位相回転 θ が十分小さいとして, $\cos\theta = 1 - \theta^2/2$ を用いると, 式 (20) より,

$$\omega = \omega_0 + \frac{\omega_0 L}{2K}\theta^2 \tag{22}$$

をえる. シュレディンガー方程式を平面波解 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx - \mathrm{i}\omega t}$ を仮定して, 式 (12) から分散関係を導くと,

$$\hbar\omega = V + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \tag{23}$$

となるが, シュレディンガー方程式と回路定数の関係式 (13) と伝搬定数 k に関する関係式 (21) を当てはめると, 式 (22) と式 (23) は一致していることがわかる. 回路の θ と ω の関係を

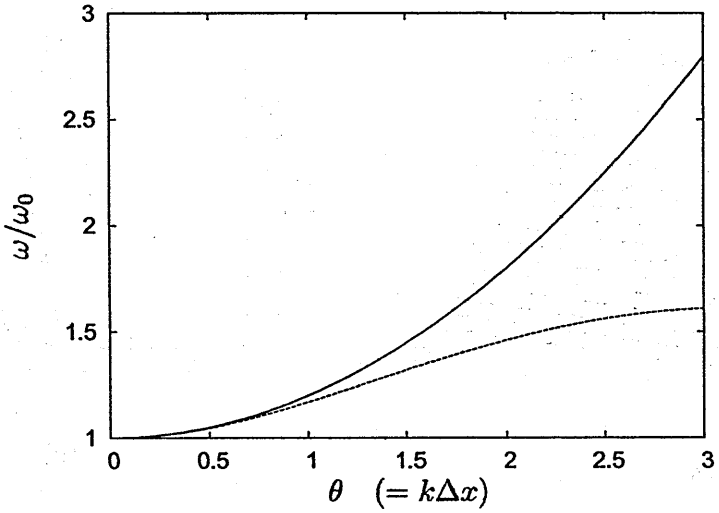


図 3: $L/K = 0.4$ のときの回路の θ-ω 関係. 実線がシュレディンガー方程式から導かれるもの. 点線が回路から近似なしで導いたもの.

図 3 に示す. 実線が式 (22) から導いたもので, シュレディンガー方程式の分散関係と完全に対応する. 点線が近似を用いない式 (19) から導いたものである. $\theta < 1$ 程度までは, 回路がシュレディンガー方程式をよく近似していることがわかる.

このように, シュレディンガー方程式の分散関係を回路の固有値から導く方法は, 他の一般の波動方程式に応用可能である. 回路から θ が求まると, θ-ω 関係がわかるが, それが伝搬の分散関係 (k-ω) と対応する. 実際に, 負の屈折媒質をシミュレートする回路モデルはこのような考えを用いて設計されている [8].

2.3 回路シミュレーションの方法

シミュレーションはどのようなものを用いてもよいが, 本研究では汎用の回路シミュレーションソフト LTSpice を用いた. この回路シミュレータは, スクリプトベースの回路シミュレータ Spice に GUI のインターフェースを追加したものである. CAD の機能も有するので, マウスを用いて回路を描くこともできる. しかし今回のような, 繰り返し要素が多い回路を手で描くのは大変なので, Perl スクリプトを用いて自動生成することにした.

次節から, 様々なポテンシャルにおけるシュレディンガー方程式のシミュレーションを示す. シミュレーション結果は断りのない限り, 共振器に蓄えられたエネルギー u_n に関するグラフになっている. また, 縦軸の絶対値には大きな意味はないので目盛り及び単位は省略している.

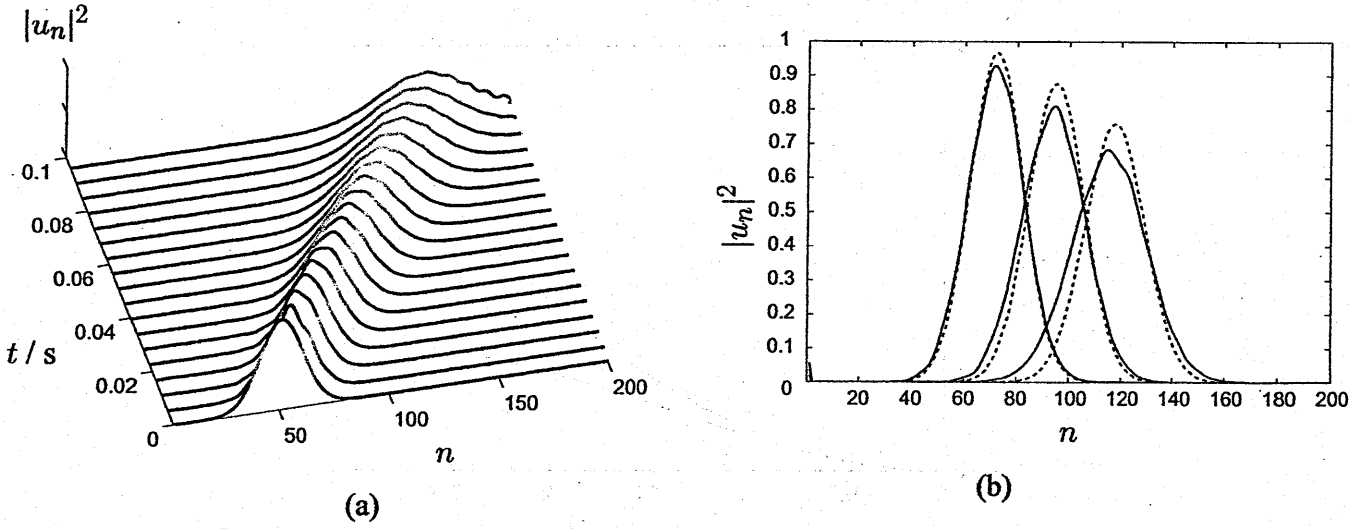


図 4: (a) 自由伝搬のシミュレーション. (b) 解析解との比較. 実線がシミュレーション, 点線が解析解. 左からそれぞれ $t = 19\,\mathrm{ms}, 38\,\mathrm{ms}, 56\,\mathrm{ms}$ のときの結果.

2.4 伝搬現象のシミュレーション

2.4.1 自由伝搬のシミュレーション

自由伝搬現象をシミュレートするために, 定ポテンシャルに相当する, 定共振周波数の結合共振回路を解析する. 回路パラメータは, $K = 25\,\mathrm{mH}$, $L = 10\,\mathrm{mH}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$ とし回路の総数 N は 200 とした. 伝搬させる波束は解析が容易なガウス波形とした. 伝搬波の生成には 2 つの方法が考えられる. 1 つは, 結合共振回路の端に電圧源をつなぐ方法である. もう 1 つは, コンデンサ C の両端に初期電圧 $v_n^{(0)}$, インダクタ L に初期電流 $i_n^{(0)}$ を与えておく方法である. ここでは, 後者の方法を用いた例を示す. 与えるべき初期状態は以下のようになる.

$$v_n^{(0)} = v_0 \exp\left\{-\left(\frac{n-n_0}{\Delta n}\right)^2\right\}\cos(n\theta_0) \tag{24}$$

$$i_n^{(0)} = i_0 \exp\left\{-\left(\frac{n-n_0}{\Delta n}\right)^2\right\}\sin(n\theta_0) \tag{25}$$

ただし, $Cv_0^2 = Li_0^2$ が成り立つ必要がある. n_0 が波束の中心, Δn が波束の幅, そして θ_0 が LC 回路 1 段あたりの位相の回転量であり, シュレディンガー方程式における波数の初期値に対応する.

$n_0 = 50$, $v_0 = 1\,\mathrm{V}$, $\Delta n = 20$, $\theta_0 = 0.3$ として, シミュレーションを行った結果を図 4(a) に示す. 波束が広がりながら伝搬していることがわかる. これは, シュレディンガー方程式が分散性の方程式であるために群速度分散の影響を受けているからである. ガウス波束の自由伝搬は厳密に解くことができるので, 解析解と比較することができる. $t = 19\,\mathrm{ms}, 38\,\mathrm{ms}, 56\,\mathrm{ms}$ の 3 つの時間でのシミュレーション結果と解析解の比較を図 4(b) に示す. $t = 19\,\mathrm{ms}$ のときは, 解析解とよく一致しているが, $t = 38\,\mathrm{ms}, 56\,\mathrm{ms}$ のときには, 波形の歪みとともに, 波形が後ろに伸びていることがわかる. これは, シュレディンガー方程式を空間について離散化したことの影響といえる. 波束の中心の運動や, 外形だけに注目する限りにおいてはよ

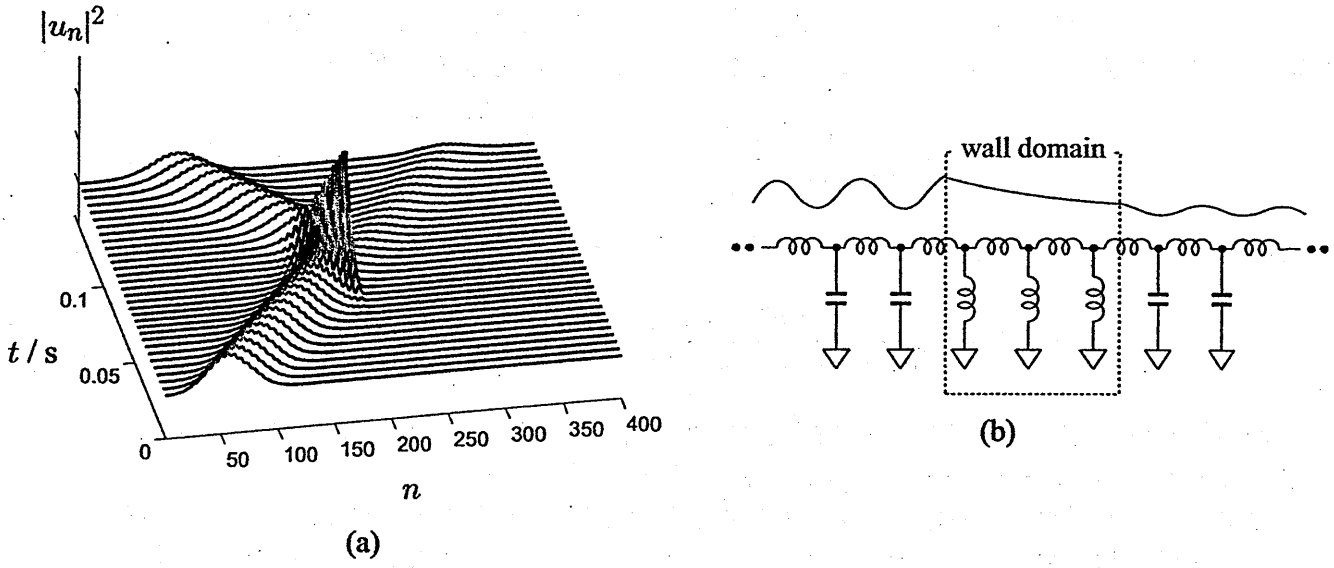


図 5: (a) トンネル効果のシミュレーション. (b) トンネル効果の回路での説明.

いシミュレーションになっているといえる. 波形の歪みは, 回路数を多くすることで改善できる. また, 初期電流 i_n の位相を反転させると逆方向に伝搬する.

2.4.2 トンネル効果のシミュレーション

トンネル効果のシミュレーションでは, 各共振器でパラメータを変化させる必要がある. 全回路数 N は 400 とし, ポテンシャル障壁を $n = 201$ から $n = 205$ の領域に設けるとする. 全領域で結合インダクタ K は同じであり $K = 25\,\mathrm{mH}$ とする. ポテンシャル障壁以外の部分の共振器のキャパシタ C_0, インダクタ L_0, 共振周波数 $\omega_0 = 1/\sqrt{L_0C_0}$ は前節と同じ $K = 25\,\mathrm{mH}$, $L_0 = 10\,\mathrm{mH}$, $C_0 = 1\,\mu\mathrm{F}$, $\omega_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ とする. ポテンシャル障壁に相当する共振回路のキャパシタとインダクタの値をそれぞれ C_w, L_w とし, 共振周波数を $\omega_\mathrm{w} = 1/\sqrt{L_\mathrm{w}C_\mathrm{w}}$ とする. 壁の部分のポテンシャル周波数を $\omega_\mathrm{w} = 1.06\omega_0$ に設定する. それに応じて C_w, L_w の値も変化させる必要があるが, C_w, L_w も同じ比率で変化させることで, 質量 m に相当する結合係数には変化がなくなる. 以上をまとめると, 以下のようにパラメータを定めた.

$$K = 25.0\,\mathrm{mH} \quad \text{for all } n \tag{26}$$

$$\begin{cases} L_0 = 10.0\,\mathrm{mH}, C_0 = 1.00\,\mu\mathrm{F}\ (\omega_0 = 10.0\,\mathrm{kHz}) & 1 \le n \le 200, 206 \le n \le 400 \\ L_\mathrm{w} = 9.43\,\mathrm{mH}, C_\mathrm{w} = 0.943\,\mu\mathrm{F}\ (\omega_\mathrm{w} = 10.6\,\mathrm{kHz}) & 201 \le n \le 205 \end{cases} \tag{27}$$

そして, 今回は, 結合共振器網の端に電圧源をつなぎ, そこから搬送波の周波数が $\omega = 1.05\omega_0$ のガウス波形 (スペクトル帯域 $\Delta\omega = 0.005\omega_0$) を入力した. 入力信号の周波数 $\omega = 1.05\omega_0$ がポテンシャル障壁 $\omega_\mathrm{w} = 1.06\omega_0$ より小さいので, 古典的には通り抜けできない条件になっている.

シミュレーション結果は図 5(a) の通りである. 波形はやや波打っているが, 信号の入力端で反射が起こっているものと考えられる. ポテンシャル障壁に波束が入射したとき, 反射が起こり干渉が起こっていることがわかる. そして, 一部の波束がポテンシャル障壁を透過し

ていることがわかる. シミュレーション結果から読み取ると透過率は24%であった. 粒子のエネルギーがE, ポテンシャル障壁の高さがV_0, 厚さがaのときの透過率は,

$$T = \left\{1 + \frac{V_0^2 \sin^2 k'a}{4E(E-V_0)}\right\}^{-1} \left(k' = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}\right) \tag{28}$$

で与えられるので [9], 回路パラメータに置き換えると,

$$T = \left\{1 + \frac{(\omega_w - \omega_0)^2 \sin^2(\theta' \Delta n)}{4(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_w)}\right\}^{-1} \left(\theta' = \sqrt{\frac{2K}{L_0}\frac{\omega - \omega_w}{\omega_0}}\right) \tag{29}$$

となる[3]. ただし, Δnはポテンシャル障壁に相当する回路の段数. この式より, 透過率を求めると23%であり, シミュレーション値24%とほぼ一致する.

このトンネル効果は, 回路モデルで考えると理解しやすい. 励振信号の周波数ωは, ポテンシャル障壁以外の部分のポテンシャルω_0より大きく, そのような領域では並列共振器はキャパシタンス成分が支配的になる. 一方, ポテンシャル障壁の領域では$\omega < \omega_w$であるので, インダクタンス成分が支配的になる. この様子を模式的に表したものが, 図5(b)である. 左から入射してきた波はLC伝送線路を伝搬してくるが, ポテンシャル障壁の部分ですべての要素がインダクタンスになり, そのインダクタによって分圧された信号だけが右側に伝わるのである.

2.4.3 ラムザウアー・タウンゼント効果

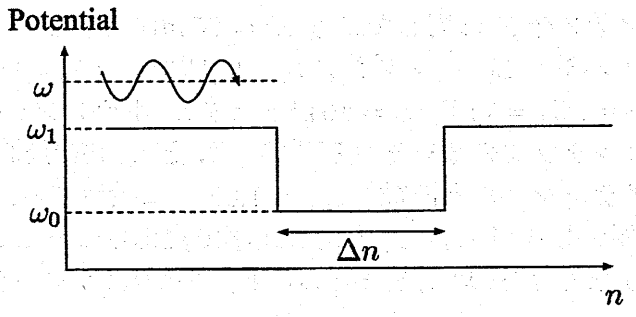


図 6: 矩形ポテンシャル.

ポテンシャルが変化すると反射が起こるのが一般的であるが, 干渉の結果反射が打ち消されて, すべて透過することがある. 例えば, ポテンシャルに図6のような矩形の溝があるとき, このポテンシャルの溝に定在波が立つときに左からの波の反射がなくなること知られている [10]. これは, ラムザウアー・タウンゼント効果の一番簡単な説明としてよく用いられる.

全回路数をNとし, 全領域で結合インダクタは$K = 25\,\mathrm{mH}$とする. ポテンシャルの溝の部分では, 共振周波数を$\omega_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ ($L = 10\,\mathrm{mH}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$) とし, それ以外の部分では$\omega_1 = 11\,\mathrm{kHz}$ ($L = 9.09\,\mathrm{mH}$, $C = 0.909\,\mu\mathrm{F}$) とする. 励振信号の与え方は前節と同じく回路端

[3] θ'の定義が, 式(22)と矛盾しないことと, 純虚数になる点に注意する.

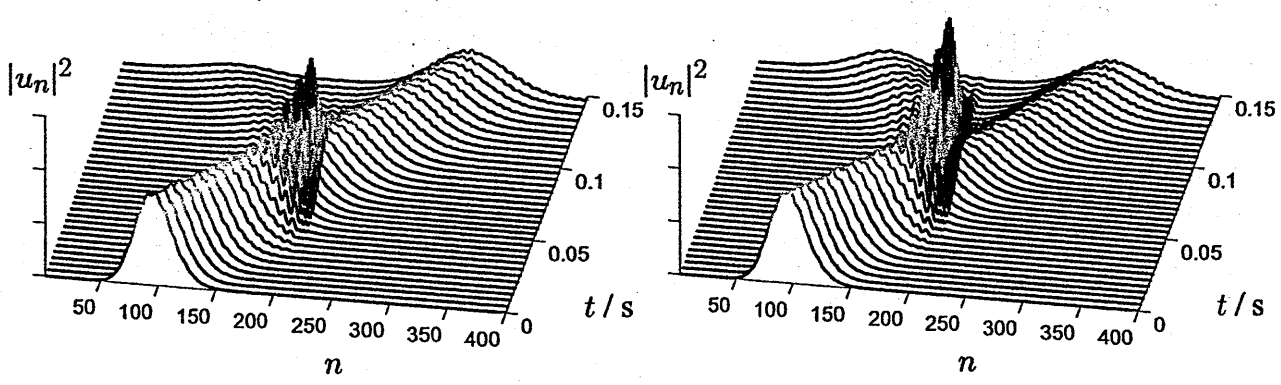


図 7: ラムザウアー・タウンゼント効果. (a) $\Delta n = 8$ のとき. (b) $\Delta n = 10$ のとき.

から与えることし, その周波数 ω は 11.23 kHz のガウス波束 (帯域は 5Hz) とする. このようなパラメータにおいて, ポテンシャルの溝の部分での回路 1 段あたりの位相回転量は式 (22) より,

$$\theta = \sqrt{\frac{2K}{L}\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}} = 0.784 \sim \frac{\pi}{4} \tag{30}$$

であるので, m は正の整数としたとき, ポテンシャルの溝に相当する回路の段数が $\Delta n = 4m$ のときに, $\theta \Delta n = m\pi$ となり定在波条件を満たす.

図 7(a) に $\Delta n = 8$ の場合, 図 7(a) に $\Delta n = 10$ の場合示した. $\Delta n = 8$ の場合に完全ではないが反射波が低減していることがわかる. 伝送線路において, インピーダンスが異なる要素を配線したときに, 定在波が立つ条件で反射がなくなることはよく知られており, インピーダンスマッチングの方法として利用されている.

2.5 束縛状態のシミュレーション

2.5.1 井戸型ポテンシャル

井戸型ポテンシャルの固有状態も回路として簡単に表現できる. 回路の総数は $N = 21$ とし, すべての回路で結合インダクタは $K = 5\,\mathrm{mH}$ とした. $n = 1$ 段目と $n = 21$ 段目に壁として, 非常に小さな C と L の共振器を配置した. このとき井戸の幅 Δn は 20 であり, 井戸の中のポテンシャルに相当する回路のパラメータは $L = 10\,\mathrm{mH}$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$ ($\omega_0 = 10\,\mathrm{kHz}$) とした. 初期状態として, 共振器のキャパシタ C の間に次のような初期電圧を与えた.

$$v_n = \begin{cases} v_0 \cos\left\{\frac{\pi m(n-n_{1/2})}{\Delta n}\right\} (m : \mathrm{odd}) \\ v_0 \sin\left\{\frac{\pi m(n-n_{1/2})}{\Delta n}\right\} (m : \mathrm{even}) \end{cases} \tag{31}$$

ただし, $n_{1/2} = \Delta n/2 + 1 = 11$ とする. m は固有状態の次数を表している.

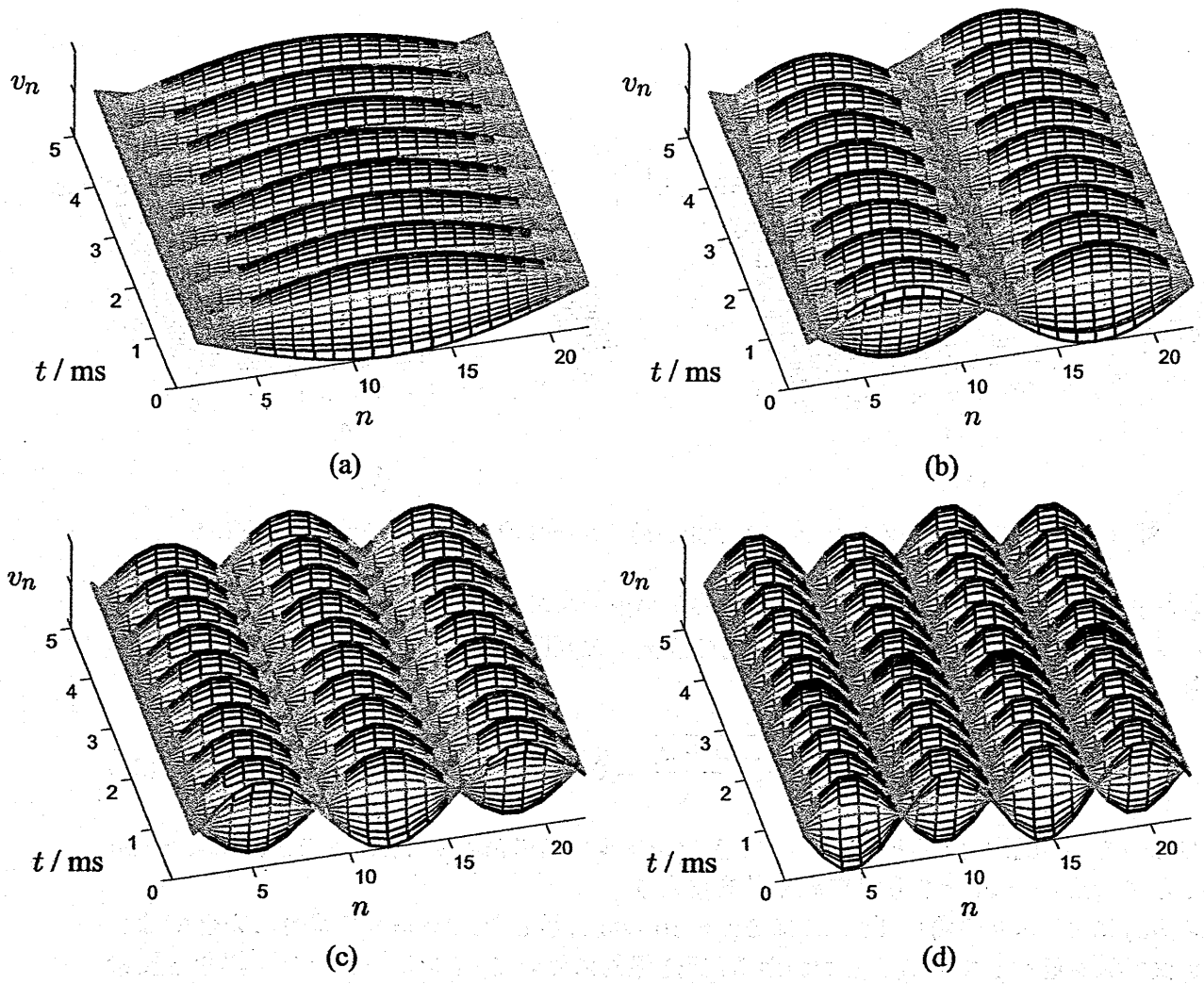


図 8: 井戸型ポテンシャルにおける固有振動. (a) $m = 1$, (b) $m = 2$, (c) $m = 3$, (d) $m = 4$

シミュレーションの結果を図 8 に示す. ただし, ここでは振動の様子がわかるようにコンデンサの両端の電圧 v_n をグラフにしている. 振動の次数が上がるにつれて振動が速くなっていることがわかる. 井戸型ポテンシャルの固有振動数 ω_m をこの回路のパラメータで表現すると

$$\frac{\omega_m}{\omega_0} = 1 + \frac{\pi^2 m^2}{2(\Delta n)^2} \frac{L}{K} \tag{32}$$

となる. シミュレーション結果を高速フーリエ変換して求めた固有振動数と, 上式から導かれる理論値とを比較した表を表 2 に示す. 次数が大きくなるほどやや誤差が大きくなるがそれでも 10%程度の誤差であり, 十分よくシミュレーションされているといえる.

表 2: 井戸型ポテンシャルの固有振動数のシミュレーションと理論の比較

次数 m	シミュレーション	理論値
1	10.2 kHz	10.2 kHz
2	10.8 kHz	11.0 kHz
3	11.9 kHz	12.2 kHz
4	13.2 kHz	13.9 kHz

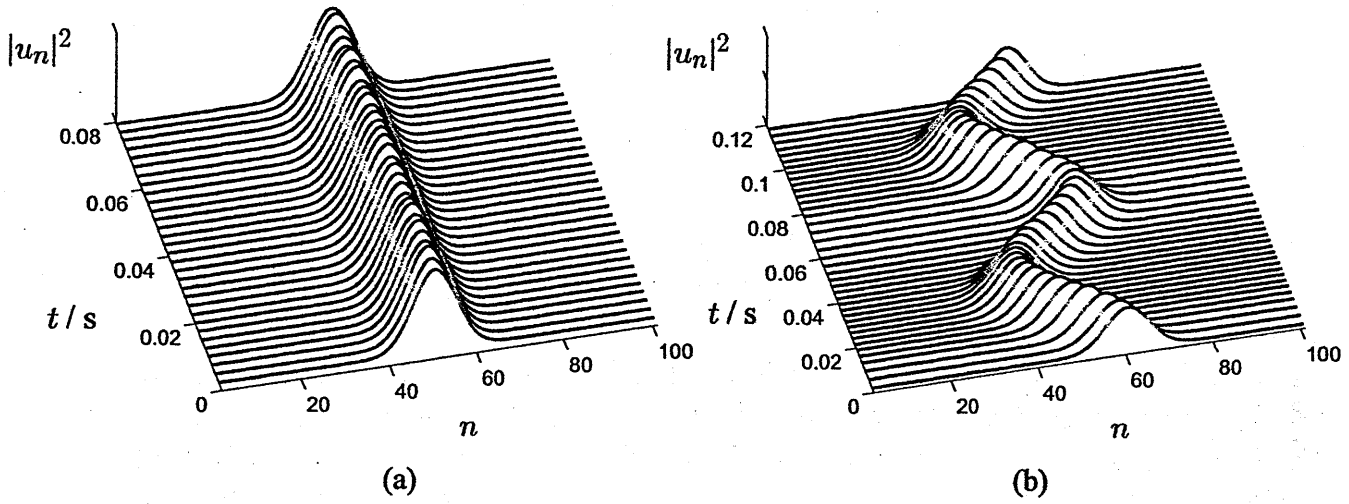


図 9: 調和ポテンシャル内の運動. (a) 第 1 固有状態 (b) 調和振動.

2.5.2 調和ポテンシャル

調和ポテンシャル $V(x) = m\omega'^2 x^2/2$ (ω' は調和振動の振動周波数) も回路で表現できる. 回路の中心を $n = n_{1/2}$ として, n 段目の回路の共振周波数 ω_n を

$$\frac{\omega_n}{\omega_0} = 1 + \frac{(n - n_{1/2})^2}{2} \frac{\omega'^2}{\omega_0^2} \frac{K}{L} \tag{33}$$

とすればよい. ただし, $n = n_{1/2}$ のときに, $\omega_n = \omega_0$ (キャパシタ $C = C_0$, インダクタ $L = L_0$) とする. この共振周波数 ω_n を m を変えずに実現するため, n 段目の回路の C および L をそれぞれ C_0, L_0 の $\sqrt{\omega_0/\omega_n}$ 倍する. そして固有関数はエルミート関数 $H_m(\xi)$ で与えられる. ただし,

$$\xi(n) = \sqrt{\frac{\omega'}{\omega_0} \frac{K}{L}} n \tag{34}$$

である.

シミュレーションは, 100 段の回路, $n_{1/2} = 50$, $K = 20\,\mathrm{mH}$, $\omega_0 = 10\,\mathrm{kHz}$ ($L_0 = 10\,\mathrm{mH}$, $C_0 = 1\,\mu\mathrm{F}$), そして調和振動の振動数は $\omega' = 0.01\omega_0 = 100\,\mathrm{Hz}$ として行った. コンデンサに第 1 次の固有関数であるガウス関数を初期状態として与えた場合のシミュレーション結果を図 9(a) に示す. 固有状態であるので時間発展していない. 次に, 同じガウス関数を 10 段分

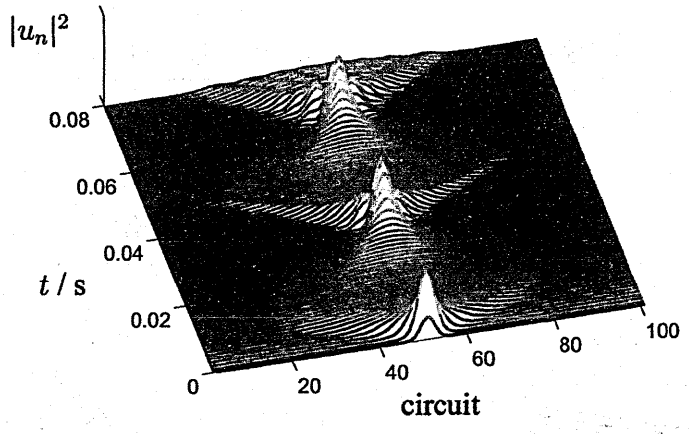


図 10: Quantum revival 現象

変位させたものを初期値として与えた結果を図 9(b) に示す. ポテンシャル内をおよそ 97 Hz の周期で調和振動する様子が観察された. 設定振動数が $\omega' = 100$ Hz であるので, 十分近い値が得られた.

最後に, 固有モードより幅の狭いガウス関数を初期値として与えた結果を図 10 に示す. この関数は, 奇数次の固有関数の重ね合わせで成り立っているので, 時間が経過すると互いに弱めあって, 小さい振幅になってしまうが, 固有振動数の間隔, この場合 $2\omega' = 200$ Hz, の逆数時間 31 ms ごとに, 再び強め合いが起こり波形が復活する. これは, 量子光学で Quantum Revival と呼ばれる現象と物理的に同じ現象である.

3 光の群速度制御を電子回路でシミュレートする

近年, 量子光学的な技術によって群速度を制御して, 光パルスを媒質中で真空中より速く伝搬させたり [14,15], 真空中より何桁も減速し, さらにその遅いパルスを媒質内で完全に静止させることができるようになってきた. 前者は群速度が光速 c を越えることはないという根拠のない主張を実験によって退けるものである. 一方, 電磁誘導透明化 (Electromagnetically Induced Transparency, EIT) [16] を用いて, 光の群速度を $10^{-7}c$ 程度まで遅くしたり [17], 光を完全に停止 (正確には断熱過程で光の状態を原子の集団スピンの状態に転写) させる方法が考案され [18,19], 実験が行われている [20,21]. 光パルスの包絡線だけでなく, 量子状態をも媒質中のスピン状態として保存することができる上, 必要なときに再度光として取り出せる [22,23]. このような技術は光メモリーや量子メモリーへの応用が期待されている.

このような, 光の異常伝搬は電子回路で考えると本質がわかりやすい. 以下では, 電子回路を用いた光の群速度制御のシミュレーションについて方法と実験結果を解説する.

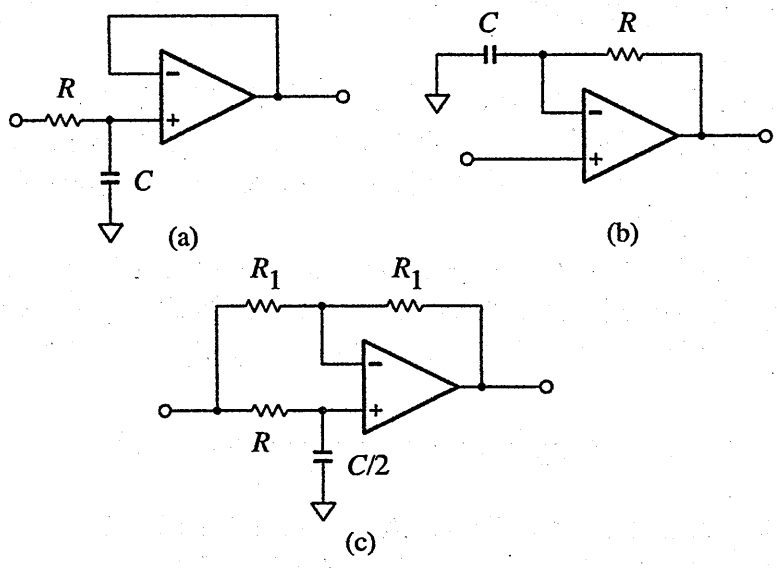


図 11: 波動の群速度制御のシミュレーションのための基本回路; (a) ローパスフィルタ $H_{\rm L}(\omega)$, (b) 負遅延回路 $H_{\rm N}(\omega)$, (c) オールパスフィルタ $H_{\rm A}(\omega)$.

3.1 基本回路

ここでは, 次のような波動の包絡線に関する 1 次の偏微分方程式を考える.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v_{\rm g}\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \tag{35}$$

$v_{\rm g}$ が群速度をあたえる[4]. $v_{\rm g}$ が定数の場合, 式 (35) の解が $f(t - x/v_{\rm g})$ であることは容易に確かめることができる. これは, 包絡線が形を変えずに速度 $v_{\rm g}$ で伝搬していることを表す.

この方程式を, 空間方向 (x 方向) に離散化し, 回路で置き換えることを考える. 離散化幅を Δx としたとき, 回路一段あたり $\Delta x/v_{\rm g}$ だけの時間の遅延を実現する回路が必要となる. 理想的な遅延系の入力 $v_{\rm in}(t)$ と出力 $v_{\rm out}(t)$ の関係は

$$v_{\rm out}(t) = (h_{\rm D} * v_{\rm in})(t) = v_{\rm in}(t - t_{\rm d}), \tag{36}$$

と表すことができる [3]. $h_{\rm D}(t) = \delta(t - t_{\rm d})$ は系のインパルス応答でデルタ関数を遅延時間 $t_{\rm d}$ だけずらしたものである. "$*$" は畳込み積分を表す. 関係 (36) をフーリエ変換すると $\tilde{V}_{\rm out}(\omega) = H_{\rm D}(\omega)\tilde{V}_{\rm in}(\omega)$, が得られる. ここで

$$H_{\rm D}(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} {\rm d}t\, h_{\rm D}(t){\rm e}^{-{\rm j}\omega t} = \exp(-{\rm j}t_{\rm d}\omega). \tag{37}$$

は系の周波数応答関数である. 虚数単位 ${\rm j} = -{\rm i}$ を導入した. これによって, 回路理論の ${\rm e}^{{\rm j}\omega t}$ と波動論の ${\rm e}^{-{\rm i}(\omega t - kx)}$ が時間的に同じように振舞うことになる.

正の遅延 $t_{\rm d} > 0$ に対してインパルス応答 $h_{\rm D}(t)$ は因果的, すなわち $t < 0$ に対してゼロである. 正の遅延は適当な長さの空間 ($L = ct_{\rm d}$) があれば容易に実現することができる. しか

[4]式 (35) の方程式は媒質中の波動方程式に包絡線近似を用いることで得られる [4].

し,負の遅延のインパルス応答は非因果的であり,任意の信号にたいして負の遅延をあたえる系をつくることはできない.

正の遅延は分布定数系 ($L \neq 0$) では容易に実現できるが,集中定数系 ($L = 0$) で完全に実現することはできない.負の遅延はどちらの系においても不可能である.しかし,入力の波形に一定の制約を課すことを許せば,集中定数系において近似的な (正あるいは負の) 遅延を実現することが可能となる.

理想遅延の周波数応答 (37) は $|H_{\rm D}(\omega)| = 1, \arg H_{\rm D}(\omega) = -t_{\rm d}\omega$ を満たし,振幅特性が周波数によらず一定,位相特性が周波数に比例している.この比例係数 $t_{\rm d}$ が遅延量を与える.

この特徴を近似的に満たすものとして,単一の極 ($z_{\rm p} = {\rm j}/T$) をもつ応答関数

$$H_{\rm L}(\omega) = \frac{1}{1 + {\rm j}\omega T} \sim \left[1 - \frac{(\omega T)^2}{2}\right] \exp(-{\rm j}\phi) \tag{38}$$

を考えると,ゼロ周波数付近 $|\omega| < 1/|T|$ で理想特性 (37) を近似していることが分かる.ここで,$\phi = \tan^{-1}\omega T \sim T\omega$ である.したがって,スペクトル帯域が制限された信号に対して遅延 $t_{\rm d} = T$ を与えることができる.

線形系が安定であるためには,応答関数のすべての極が上半面 (j の係数が正) に含まれる必要がある.したがって,この系が安定であるためには $T > 0$ でなければならない.すなわち,この方法では正の遅延しか実現することができない.この応答関数を実現する回路例を図 11(a) に示す ($T = CR$).これは通常ローパスフィルタと呼ばれているものである [24].

応答関数の別の候補として

$$H_{\rm N}(\omega) = 1 + {\rm j}\omega T \sim \left[1 + \frac{(\omega T)^2}{2}\right] \exp({\rm j}\phi) \tag{39}$$

を考えよう.これは零点を 1 つもつ関数 ($z_{\rm z} = {\rm j}/T$) であり,やはり原点付近で遅延を近似している.零点の位置すなわち T の符号に関しては制約がないので,正負どちらの遅延も実現できる.$T > 0$ の回路例を図 11(b) にしめす.これは負遅延 $t_{\rm d} = -T\ (< 0)$ を (近似的に) 実現する最も簡単な回路である.有効な帯域は $|\omega| < 1/T$ である.この回路の問題点は帯域外で利得 ($|\omega| > 1/T$) が大きくなることである.

もう 1 つの興味深い応答関数は

$$H_{\rm A}(\omega) = \frac{1 - {\rm j}\omega T/2}{1 + {\rm j}\omega T/2} \sim \exp(-{\rm j}\phi), \tag{40}$$

である.1 つの極と 1 つの零点を持っている.これを回路で実現した例を図 11(c) に示す.この回路はオールパス (all-pass) フィルタと呼ばれているものである [24].位相特性は低域フィルタのそれと同じであるが,振幅特性は一定であり理想遅延のものと同じである.安定条件は $T > 0$ なので,正の遅延のみに使える.この回路は 3.3 節において遅い光のシミュレーションに用いられる.

$H_{\rm L}(\omega)$, $H_{\rm A}(\omega)$ と $H_{\rm N}(\omega)$ における T の符号に関する制約の差違を考えると,集中定数系で遅延を近似する場合においても,正と負の遅延は対等でないことが分かる.

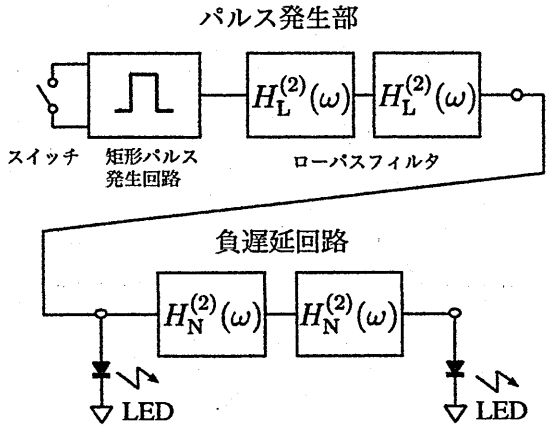


図 12: 負遅延の実験回路. スイッチを押すと, 出力の LED が入力の LED より先に点灯する.

3.2 負遅延回路: 速い光のシミュレーション

3.2.1 入力パルスの整形

集中定数回路を用いて, 近似的な遅延 (正または負) が実現できることが分かった. ここではまず図 11(b) を利用して, 超光速伝搬に対応する負遅延回路を作り, その出力波形が入力波形より時間的に先行することを実証する [2,3].

先にのべたように, $H_{\mathrm{N}}(\omega) = 1 + \mathrm{j}\omega T$ が負遅延回路として動作するには, 入力波形のスペクトルが制限されて $|\omega| < 1/T$ の範囲に収まっていることが必要である. 電子回路では矩形パルスを作るのが最も容易であるが, そのスペクトルは高周波に長い裾 $\sim 1/|\omega|$ を持っているため, ローパスフィルタを通すことで高周波数成分を抑制する必要がある. フィルタのカットオフ周波数 $1/T_{\mathrm{L}}$ は $1/T$ より低くなければならない. フィルタ 1 段では十分ではなく, 多段 (m) 接続する必要がある. ここではより性能のよいローパスフィルタとしてベッセルフィルタ [24] を用いた.

3.2.2 負遅延の実験

図 12 に実験回路のブロック図を示す. 具体的な回路図は [2] を参照されたい. パルス生成部は矩形パルス発生回路と 2 次のローパスフィルタ $H_{\mathrm{L}}^{(2)}(\omega)$ 2 段 ($m = 4$) で構成されている. スイッチを押すと, パルス発生器が幅 1.5 s の矩形パルスを発生する. ローパスフィルタのカットオフ周波数は $0.35/T$ である. 先行量を大きくするため, 負遅延回路 $H_{\mathrm{N}}(\omega)$ を 2 段用いている ($n = 2$). パルスを視覚で確認できるように, 入力端子と出力端子にはそれぞれ発光ダイオード (LED) が接続されている. LED は電圧が約 1.1V を超えると点灯する.

実験結果を図 13 に示す. 入力と出力をデジタルオシロスコープで記録したものである. 時間の原点 ($t = 0$) は矩形パルスの立上り, すなわちスイッチを押した瞬間である. 出力パルスが入力パルスに比べて 0.45 s 程度 (パルス幅の 20%程度) 先行している. これは設計値 $2T = 2CR = 0.44\,\mathrm{s}$ とよく一致している. 出力波形はやや歪んでいるが, これは理想的な遅延特性 (37) からのずれのためである.

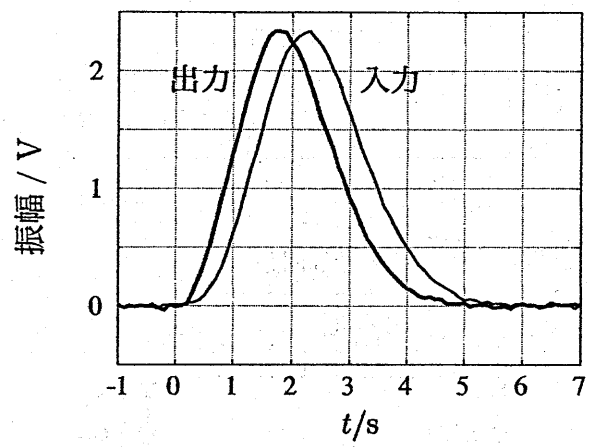


図 13: 負遅延の実験結果. 入力と出力の波形をオシロスコープで記録した. 入力が出力より 0.45 s 先行している. $t = 0$ はスイッチを押した時刻である.

3.3 遅い光と止まった光のシミュレーション

3.3.1 群速度の制御

遅い光や止まった光を考える場合には v_g を空間的, 時間的に変化させる必要がある. 真空から媒質にパルスが入射するときのように, 群速度が場所の関数 $v_g(x)$ である場合の解は, ある地点 x_0 での電場の時間変化 $v(x_0, t) \equiv \phi(t)$ を境界条件として

$$v(x,t) = \phi\left(t - \int_{x_0}^{x} v_g(x')^{-1} \mathrm{d}x'\right), \tag{41}$$

のように与えることができる. 解の形から, どの地点においてもパルスの時間波形が保存されながら伝搬することが分かる. 一方, ある時刻でのパルスの空間波形は $v_g(x)$ の空間分布の影響をうける. $v_g(x)$ が小さい区間においてはパルスの空間分布は圧縮され, $v_g(x)$ が大きい区間においてはパルスの空間分布は伸張される.

媒質の特性を時間的に変化させて群速度を時間の関数 $v_g(t)$ とした場合の解はある時刻 t_0 のパルスの空間分布 $v(x, t_0) \equiv \psi(x)$ の関数として,

$$v(t,x) = \psi\Big(x - \int_{t_0}^{t} v_g(t')\,\mathrm{d}t'\Big), \tag{42}$$

のように表される. この場合は, パルスの空間分布が保存されたまま伝搬することが分かる. 一方, ある地点に着目して包絡線の時間変化をとらえたときには, $v_g(t)$ が小さい時間帯では包絡線の時間変化は緩やかになり, $v_g(t)$ が大きい時間帯では速くなる. パルスの周波数スペクトルもそれに応じて変化することに注意する.

3.3.2 正の群遅延を実現する回路

前述の通り, 図 11(a) のようなローパスフィルタや図 11(c) のようなオールパスフィルタを用いて, 正の群遅延を実現することができる. いずれの場合も, 入力する信号の周波数ス

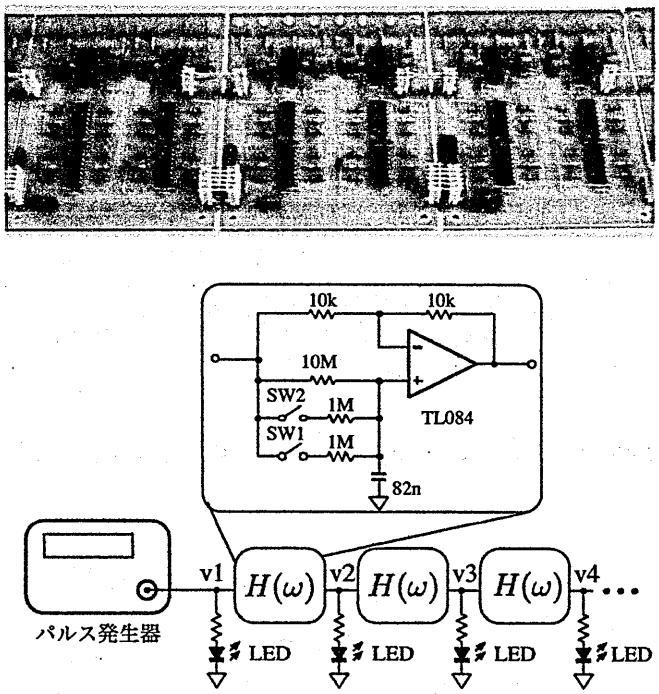


図 14: 群速度制御シミュレーションの実験装置.

ペクトル帯域 $\delta\omega$ が

$$\delta\omega/\nu_{\rm d} = (\delta\omega)T \ll 1 \quad (\nu_{\rm d} \equiv 1/T) \tag{43}$$

の関係を満たすように帯域制限されている必要があり, そのとき出力には $T = RC$ の遅延をもって同じ波形が出力される. したがって, Δx の長さの媒質を $T = \Delta x/v_{\rm g}$ の正遅延回路 [図 11(a) か図 11(c)] に置き換えることで, 波動伝搬をシミュレートできる. このとき $\nu_{\rm d} \equiv 1/T$ が元々の波動方程式 (35) の群速度 $v_{\rm g}$ に対応するパラメータになっている. $\nu_{\rm d}$ の次元は時間の逆数で, 通常の速度の次元とは異なるが, 時間あたりにパルスが通過する回路の数に相当するので, 便宜的に "速度" と呼ぶことにする.

3.3.3 低群速度の実験

図 14 に示すように, 遅延回路 (オールパスフィルタ) 40 段を縦続接続した. 回路のパラメータは図中の小囲みの中に示している. すべての出力端子には発光ダイオード (LED) が接続されていて, パルスの伝搬が電光掲示板のような光の流れとして目視できる. 各段の速度 $\nu_{\rm d} = 1/RC$ は抵抗につながっている 2 つのアナログスイッチ (DG441) SW1, SW2 を利用して, $\nu_1 = 13\,{\rm s}^{-1}$, $\nu_2 = 6.7\,{\rm s}^{-1}$, $\nu_3 = 0.62\,{\rm s}^{-1}$ の 3 段階 (約 1 : 1/2 : 1/20) に電子的に変化できるようになっている. 入力信号は振幅 1 V, パルス幅 $\tau = 1.0\,{\rm s}$ の滑らかな波形を用いた. 入力パルスのスペクトル幅は $\delta\omega \sim 4/\delta\tau = 4.0\,{\rm Hz}$ と見積もられる. 各段の出力電圧をデジタルオシロスコープで記録した.

まず $\nu_{\rm d}$ が場所 n に依存する場合を調べるために, 40 段の回路を 2 つの領域: $n < 25$ (領域 I) と $n \geq 25$ (領域 II) に分けて, それぞれの領域での速度を $\nu_1 = 13\,{\rm s}^{-1}$, $\nu_2 = 6.7\,{\rm s}^{-1} (\sim \nu_1/2)$

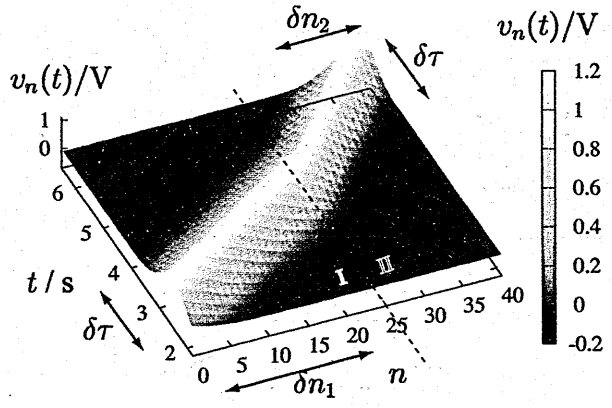


図 15: パルスの減速とパルス圧縮. 速度 $\nu_1 = 13/\mathrm{s}$ $(n < 25)$ が $n \geq 25$ で速度 $\nu_2 = 6.7\,\mathrm{s}^{-1}$ に減速している.

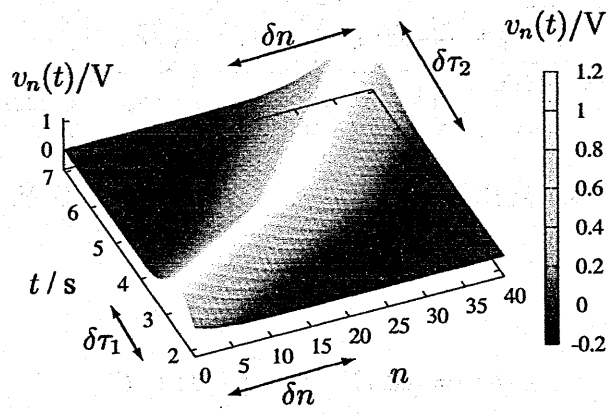


図 16: 速度を時間的に変えた場合. パルスは $t = 4\,\mathrm{s}$ で速度 $\nu_1 = 13/\mathrm{s}$ から $\nu_2 = 6.7/\mathrm{s}$ に減速する.

と設定した. 図 15 は波形を出力の位置 (回路の段数) n と時間 t の関数として 3 次元で表現したものである. 領域 I を真空, 領域 II を EIT による低群速度領域を考えれば, この設定は遅い光の実験を回路でシミュレートするものといえる.

領域 I では, ガウス形のパルスが 1 秒あたり 13 段の速さで形を変えずに回路を通過していることが分かる. この場合, $\delta\omega/\nu_1 \sim 0.31$ なのでスペクトル条件 (43) を満たしているので, パルス波形の変形は見られない. 領域の境界 $n = 25$ でパルスの伝搬速度が約半分になっていることが分かる. 24 段目と 25 段目の回路の境界でパルスは時間的に連続的につながっていなければならないので, パルス幅 (時間幅) $\delta\tau$ はどちらの領域でも変わらない. スペクトル条件を両領域で計算すると, $\delta\omega/\nu_1 = 0.31 < 1$, $\delta\omega/\nu_2 = 0.60 < 1$ となり, 領域 II でも条件 (43) を満たしており, 波形が崩れることはない. パルス幅 δn は領域 I で $\delta n_1 = \nu_1\delta\tau \sim 13$ 段, 領域 II で $\delta n_2 = \nu_2\delta\tau \sim 6.7$ 段のようになっており, 領域 II でパルス幅が空間的に 1/2 に圧縮されている.

つぎに ν_d が時間に依存する場合を調べるために, 伝搬の途中で, 速度 ν_d を変えてみる. 時刻 $t = 4\,\mathrm{s}$ で速度を $\nu_1 = 13\,\mathrm{s}^{-1}$ から $\nu_2 = 6.7\,\mathrm{s}^{-1}$ に変えたときの実験結果は図 16 のようになった. 時刻 $t = 4\,\mathrm{s}$ にパルス全体の速度が 1/2 に減速されている. その結果, パルス長 (空間

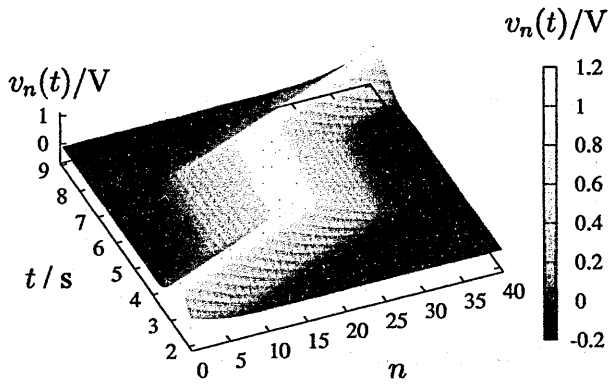


図 17: パルスの凍結. 時刻 $t = 4\,\mathrm{s}$ から $t = 7\,\mathrm{s}$ までの間パルスは凍結しており, その後伝搬を再開している.

的) δn は変わらないが, パルス幅 (時間的) $\delta\tau$ は倍になっている. 速度 ν_d が 1/2 になっても, それに伴って, パルスのスペクトル幅 $\delta\omega$ も 1/2 になるので, $\delta\omega/\nu_\mathrm{d}$ は一定であり, スペクトル条件 (43) は満たされ続ける. このような状況は, 光の群速度制御の実験では, EIT 媒質中にパルス全体が入ってから群速度を変えることに相当する.

このように, 時間的に速度 ν_d を変えることで, スペクトル条件を保持し続けることが可能となる. したがって, さらに遅い伝搬, そしてパルスを止めることさえ可能となる. 実験条件を少し変え, $\nu_1 = 13\,\mathrm{s}^{-1}$ だった速度を時刻 $t = 4\,\mathrm{s}$ で $\nu_3 = 0.62\,\mathrm{s}^{-1}$ に変え, 時刻 $t = 7\,\mathrm{s}$ で再び $\nu_1 = 13\,\mathrm{s}^{-1}$ のように戻した結果を図 17 に示す. 速度が極端に遅くなる $t = 4\,\mathrm{s}$ から $t = 7\,\mathrm{s}$ の間でパルスがほぼ止まっていることが分かる. 止まっていたパルスは再び $t = 7\,\mathrm{s}$ で伝搬を再開する. 前述の通り, どの時刻でも $\delta\omega/\nu_i$ は一定であるのでスペクトル条件は保たれている. それゆえ, このような時変系においてパルスの形を保ったまま, パルスの凍結および再生が可能となる.

EIT におけるパルス凍結では, 光そのものが静止しているのではなく, 媒質の状態 (準位間コヒーレンス) として蓄えられていることに注意する. 電子回路においては, パルスはコンデンサの電荷の形で凍結されており, よい対応が成り立っている.

4 まとめ

本稿では, 電子回路によって波動伝搬をシミュレーションする方法を紹介した. 1 つは, 結合共振器列を用いてシュレディンガー方程式をシミュレーションする方法であった. この方法は, シミュレーションを精度よく行うには回路の段数が非常に多くなるという困難はあるものの, 回路における物理量と量子力学における物理量の対応が明瞭で, 抽象的な概念を理解するのに大いに役に立つモデルである. もう 1 つは, 回路のもつ位相特性をうまく利用することで, 負の遅延や正の遅延を実現し, 超光速光伝搬や, 超低速光伝搬並びに光凍結をシミュレートするものであった. これは, 群速度制御の本質を正確に抽出したモデルで, 実験的実現も容易である.

このように, 電子回路を用いることで波動伝搬の本質を理解することができることがわかった. また, 電子回路の側から, 特異な波動伝搬現象の発見なども期待できると考えている.

参考文献

[1] M.W. Mitchell and R.Y. Chiao: Am. J. Phys. **66** (1998) 14.

[2] T. Nakanishi, K. Sugiyama, and M. Kitano: Am. J. Phys. **70** (2002) 117.

[3] M. Kitano, T. Nakanishi, and K. Sugiyama: IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, **9** (2003) 43.

[4] T. Nakanishi, K. Sugiyama, and M. Kitano: Am. J. Phys. **73** (2005) 323.

[5] 北野 正雄, 中西 俊博: 応用物理 **72** (2003) 556.

[6] G. Kron: Phys. Rev., **15** (1945) 39.

[7] J. J. Sakurai, 「現代の量子力学 (上)」(吉岡書店, 1989)

[8] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh: "Composite right/left-handed transmission line metamaterials," IEEE Microwave Magazine, September, (2004) 34.

[9] 原康夫,「量子力学」(岩波書店, 1994)

[10] R. W. Robinett, "Quantum Mechanics," (Oxford, 2006)

[11] L. Brillouin: *Wave Propagation and Group Velocity* (Academic Press, 1960).

[12] J.A. Stratton: *Electromagnetic Theory* (McGraw-Hill, 1941).

[13] S. Chu and S. Wong: Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 738.

[14] L.J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu: Nature **406** (2000) 277.

[15] M.D. Stenner, D.J. Gauthie, and M.A. Neifeld: Nature **425** (2003) 695.

[16] S. Harris: Physics Today **50** (1997) 36.

[17] L. Hau, S. Harris, Z. Dutton and C. Behroozi: Nature **397** (1999) 594.

[18] M. Fleischhauer and M. Lukin: Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 5094.

[19] M. Fleischhauer and M. Lukin: Phys. Rev. A **65**, (2002) 022314.

[20] D. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, and R. Walsworth: Phys. Rev. Lett **86** (2001) 783.

[21] C. Liu, Z. Dutton, C. Behroozi, and L. Hau: Nature **409** (2001) 490.

[22] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov and M. D. Lukin: Nature **438** (2005) 837.

[23] T. Chaneliére, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S. Y. Lan, T. A. B. Kennedy and A. Kuzmich: Nature **438** (2005) 833.

[24] U. Tietze and Ch. Schenk, *Electronic Circuits, Design and Applications* (Springer-Verlag, 1991).

[25] `http://www-lab15.kuee.kyoto-u.ac.jp/wave/`

輻射科学研究会資料
RS07-16

容量負荷形 VIP(縦形平面回路) を用いた 方向性結合器

Directional Coupler using VIP (Vertically Installed Planar Circuit with Loaded Capacitors)

工学博士 小西 良弘
(株) ケイラボラトリー

Yoshihiro Konishi Dr.
K Laboratory Co., LTD

〒228-0802 神奈川県相模原市上鶴間 1-29-4
1-29-4 Kamitsuruma Sagamihara-shi, Kanaagwa, JAPAN

於、京都大学

容量負荷形 VIP(縦形平面回路) を用いた方向性結合器

工学博士 小西良弘

(株) ケイラボラトリー
〒228-0802 相模原市上鶴間 1-29-4

概要 VIP 回路を用いた結合線路は底面の誘電体基板上に，両面にマイクロストリップ線路を持つ他の誘電体基板を配したもので，密結合方向性結合器を作ることができる．本論文ではこの線路の両端に発生するエバネセントな E 波に基く並列容量を考慮して，方向性結合器を実現するためには，少なくとも 1 ヶの容量を線路の中央に付加する必要があることを述べ，更にこれにより，底面基板の比誘電率を両端の容量がない時に設計したものより小さな値にしなければならない事を示している．これらを考慮した結果，挿入損失 0.2dB 以下でアイソレーション及び入力 S_{11} が 25dB 以下の 3dB 方向性結合器の試作結果を得ている．

キーワード: 方向性結合器，結合線路，縦型平面回路

1 はしがき

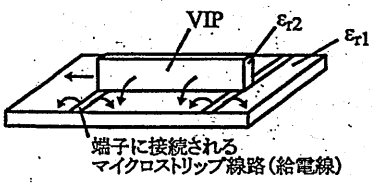
分布定数回路を用いた密結合方向性結合器には，対向面結合 (Broadside coupled) ストリップ線路形，さらに結合線路を両面プリント基板上に作成し，偶モード位相速度を遅くするために誘電体装荷したもの，誘電体の代わりにストリップ線路に容量性窓を装荷したものなどが筆者により提案されている [付録 I] [1]．これらは何れも上下対称であるため遮蔽箱に取り付けられた同軸端子を開孔とする．一方マイクロストリップ線路を開孔とする場合には、誘電体基板上につくられた平行結合マイクロストリップ線路の上にさらに薄い誘電体基板をおいて横モードの結合を強くするための他の導体を配するオーバーレイ構造や [2], 逆に他の導体を下に配するリエントラント形 [3] と呼ばれるものが用いられたが [1] [4]，これらは何れも両基板の厚みが数百倍異なるという点で製作が困難である．そこでこれらを解決するために筆者などにより考案されたのが VIP を用いた方向性結合器である [5] [6] [7] [8]．またこれらは製作容易なため筆者らはプリント基板上にほかの回路の一部として月産 10000 台以上の多量生産をした経験がある。これらの設計は単なる無限の均一線路の場合の偶及び奇モードの速度並びにインピーダンスを方向性結合器の必要とするものになるように 2 次元問題として求めたものであり [8], 共振端子間のアイソレーションや入力 S_{11}[dB] が $-25 \sim -30$ [dB] 以下に広帯域になるように保つには，①結合線路に発生する E 波に基づく等価容量の影響をも考慮して設計しなければならない。そこで本論文では、この等価容量を測定しそれらの影響を広帯域にわたってなくす方法を提案し、試作結果を報告するものである。更に通常は形状シミュレーションで設計を行わねばならないものを簡単にするため，②物理的な概念から簡単な公式を誘導し，更に精度を上げるために形状シミュレーションと一致させるための補正係数を誘導した。以上の 2 点が本論文の目的である。

2 有限長 VIP 線路の等価回路とその定数測定

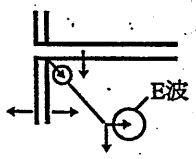
VIP を用いて中心周波数 f_0 の方向性結合器を試作した場合，常に $2f_0$ の周波数で共軛端子間のアイソレーションと入力照合が S パラメーターで -20dB 付近以下に抑える事が困難な事を筆者は経験した．一般の分布定数線路において f_0 で $\pi/2$ 線路であれば，$2f_0$ では π 線路となり完全整合する筈である．そこでもし端子に等価的な集中定数素子があれば f_0 で整合が劣化し，$2f_0$ ではそれらによる反射が打ち消す筈である．このよう

な思考過程で図2のような等価回路が考えられる．

さて，有限長線路の両端で給電線 (マイクロストリップ線路) に接続する所は，図1(a) のような構造になるので，同図 (a) 及び (b) のように電界の VIP 線路方向に向う E 波が発生し，これはエバネセント波であるため，電界エネルギーが支配的な等価容量を発生する [9]．しかもこの容量を通して流れる変位電流は接地に向うので，線路両端に並列に挿入されることになる．従って，有限長 VIP 線路の等価回路は図2のように線路の両端に C の等価容量が挿入されることになり，図2の等価線路になる．この C の測定には，種々の方法が考えられるが，以上の理由から整合周波数に関連して測定することにする．もし $C=0$ であるならば，$2f_0$ は線路の共振周波数に等しい筈である．いま偶モードの場合，2本の結合線路を図3の如く並列にして，1本の特性インピーダンス $Z_c = Z_{ev}/2$ を持つ分布定数線路として図2の右端子に整合負荷 R_0 を接続したとき，左端子が整合する周波数 f_2 を求め，次に図2の共振周波数 f_1 を求める．そして $f_2/f_1 = n$ とすると，

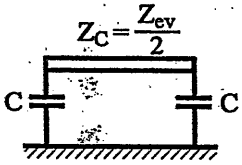


(a) VIP から旧電線に移り変る所の電界の分布



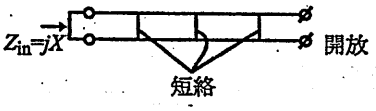
(b) 線路の端の電界分布 (上から見た図)

図1 VIP 線路を給電線のストリップ線路に接続する場所の電界分布



(a) 線路の端の電界分布 (上から見た図)

図2 有限長 VIP 線路の等価回路



(a) 線路の端の電界分布 (上から見た図)

図3 結合線路の偶モードインピーダンスを測定する時の結合線路の構造

$$
\left.
\begin{aligned}
n &= \frac{\pi + \tan^{-1}\dfrac{2nA_oZ'_{ev}}{n^2{A_o}^2{Z_{ev}}^2 - 1 + \frac{{Z_{ev}}^2}{4}}}{\pi + \tan^{-1}\dfrac{2A_o{Z_{ev}}^2 - 1}{{A_o}^2{Z'_{ev}}^2 - 1}} \\
A_o &= 2\pi f_1 C R_o \\
Z'_{ev} &= \frac{Z_{ev}}{R_o} \geq 2
\end{aligned}
\right\} \qquad (1)
$$

が得られる．従って，Z_{ev}(偶モードインピーダンス) と R_0(開孔インピーダンス) とが与えれられ，n が測定できると (1) 式から C が求まる．(1) 式をグラフから求めるために，その関係を Z_{ev} の値をパラメーターにして図4に示した．

そこで，Z_{ev} を測定する必要があり，これは図3の如く結合線路の途中をスルーホールなどで短絡し，測定時に奇モード成分の発生を防ぐ状態にして，片側の両線路を開放にし，ほかの端を並列接続した状態での入力インピーダンスを測定する．いま，そのインピーダンスが零付近の周波数領域で周波数を Δf 変化させたときのリアクタンス変化 Δx を測定し，(2) 式で Z_{ev} を求めることが出来る [註1]．

$$
Z_{ev} = \frac{4}{\pi}\frac{\Delta X}{\Delta f}\cdot f_r \qquad [f_r\text{は周波数変化した時の真ん中の周波数}] \qquad (2)
$$

以上の方法で3種類の VIP について測定した結果を表1に示す．

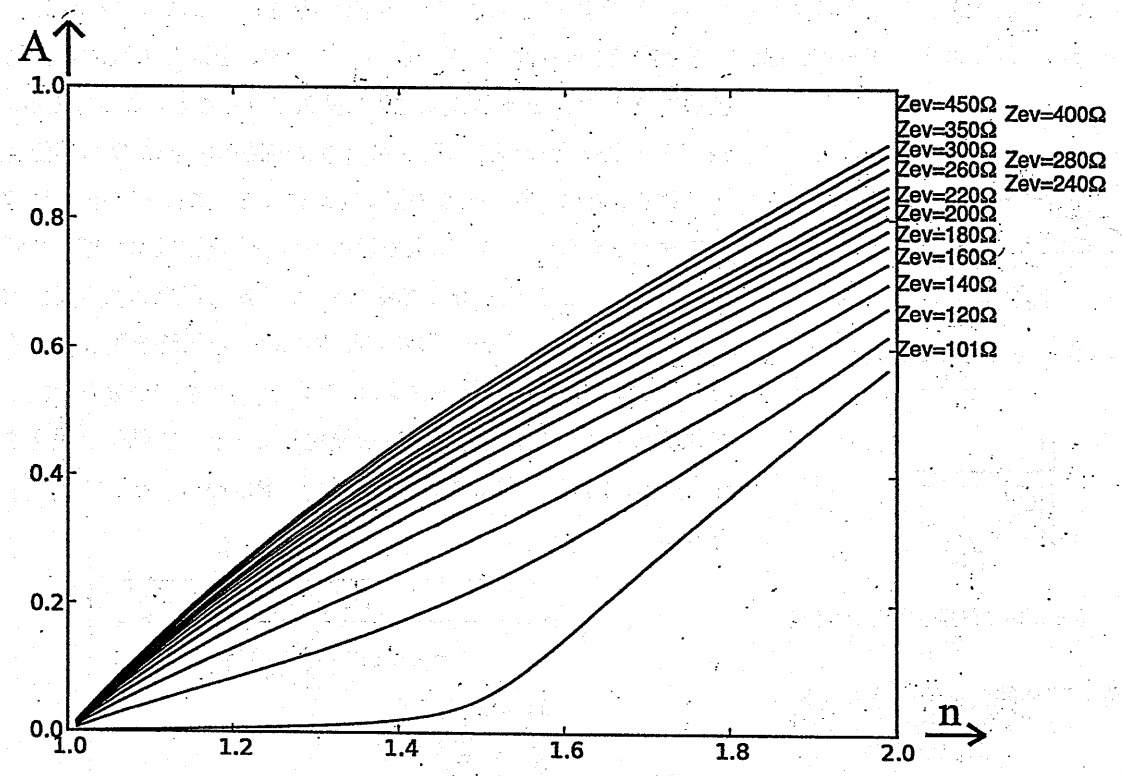
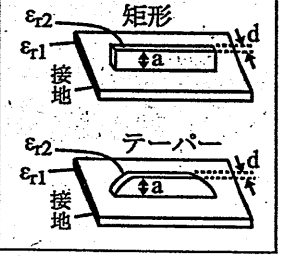


図4 (1) 式の A と n との関係

表1 C の測定データ $[\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2.17, n = 1.5\text{mm}]$

d[mm]	a[mm]	形状	f_1	f_2	n	A	C[pF]	$Z_{ev}[\Omega]$	備考
0.8	2.4	矩形	2.40	2.91	1.215	0.23	0.14	220	
		テーパー	2.65	2.88	1.09	0.13	0.07		
0.8	3.3	矩形	2.38	3.166	1.33	0.295	0.20	190	
		テーパー	2.54	3.102	1.22	0.215	0.14		
0.8	4.5	矩形	2.38	3.30	1.39	0.32	0.32	173	
		テーパー	2.51	3.084	1.23	0.21	0.15		

[註 1] 容量負荷分布定数線路の特性インピーダンスの測定法

いま図 N1-1(a) の右側の C は本註の図 N1-1(b) の如く特性インピーダンス Z_C で電気角 θ' の分布定数線路に置き換えうる．ここで θ' は (3) 式の値をもつ．

$$\left.\begin{array}{ll} \omega C' = Y_C \tan\theta' & \theta = \tan^{-1}\omega C' Z_C = \tan^{-1} A' \\ & [\text{但し}\quad A' = \omega C' Z_C] \end{array}\right\} \tag{3}$$

いま $l+\Delta l = l'$ とすると，$(2\pi/\lambda)l' = \pi/2$ では線路の左端より右を見たリアクタンス X は零となる．従って図 6 の左端から右を見たインピーダンスは $1/\omega C \gg X$ の範囲ではほとんど X の値に C の影響はない．

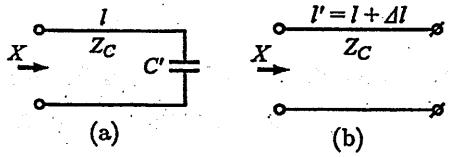


図 N1-1 C' 負荷線路を先端開放 (π 路) に置き換えた図

いま (3) 式右の $\tan^{-1} A$ は

$$\tan^{-1} A' = A' - \frac{A^3}{3} + \frac{A^5}{5}\cdots \tag{4}$$

に展開できるから (4) 式より $A'^2/3 \ll 1$ の時には

$$\tan^{-1} A' \simeq A'$$

となる．後述の表 3(a) の実際例でわかるように，VIP 線路の両端部分にテーパーをつけた場合には $A' \leq 0.15$ であるので

$$\tan^{-1} A' = \tan^{-1} 0.15 = 0.0075 \ll 0.3$$

となる．従って，

$$\Delta l = \lambda \frac{A'}{2\pi} \tag{5}$$

の長さを加えた $l' = l + \Delta l$ の線路の右端を開放したものに置き換えられ，これを示したのが図 N-1(b) である．

一方，Z_C の測定は片側開孔を開放した長さ $l' \simeq \lambda/4$ の線路の他の開放から見たリアクタンスを測定し，その付近での周波数変化 Δf に対するリアクタンス変化 ΔX から，

$$Z_C = \frac{4}{\pi}\frac{\Delta X}{\Delta f}\cdot f_r \tag{6}$$

により測定することができる．ここで f_r は周波数変化したときの真ん中の周波数である [9].

3 下基板の比誘電率 ϵ_{r1}' が必要な実効比誘電率 $\epsilon_{r,eff}$ を得るための値 ϵ_{r1} よりも小さな時，VIP の種直基板に容量 C_{ad} を負荷して調整できる．

比誘電率 $\epsilon_{r,eff}$ の媒質で満たされた特性インピーダンス ϵ_{ev} の長さ l[m] の線路の容量，$C_{r,eff}$[F] は，

$$C_{r,eff} = \frac{l\cdot\sqrt{\epsilon_{r,eff}}}{Z_{ev}\cdot v_o}\ [\text{F}]\ , \quad v_o : \text{光速} \tag{7}$$

である．従って，同じ断面構造で $\epsilon'_{r1,eff}$ の媒質で満たされた線路容量 $C'_{r1,eff}$ は，

$$C'_{r,eff} = \frac{l\cdot\sqrt{\epsilon'_{r,eff}}}{Z_{ev}\sqrt{\frac{\epsilon_{r,eff}}{\epsilon'_{r,eff}}}\cdot v_o}\ [\text{F}] \tag{8}$$

となる，故に

$$C_{ad} = C_{r,eff} - C'_{r,eff} = \frac{l\cdot\sqrt{\epsilon_{r,eff}}}{Z_{ev}v_o}\left(1 - \frac{\epsilon'_{r,eff}}{\epsilon_{r,eff}}\right)\ [\text{F}] \tag{9}$$

となる．C_{ad} を線路に分散するには，両端の容量を両端以外の 1/2 にすることが広帯域特性をうるのに必要である．これは線路を C-L-Cπ 回路の縦続接続に置き換えうる近似ができることから容易に理解でき，またシミュレーションでも確認できる．従って，分散数が 3 の場合には，両端には $C_{ad}/4$，真ん中には $C_{ad}/2$ の容量を装荷すればよい．後述の VIP 方向性結合器の設計でわかるように，$C=-3$[dB] の方向性を VIP で構成するには，両端に入る容量 C を考えない時，つまり $C=0$ の時には下基板の高さ $h=1.5$[mm] を用いた時その比誘電率 $\epsilon_{r1}=4.5$ で縦基板には比誘電率 $\epsilon_{r,2}=2.17$ で厚さ 0.37[mm] のものを高さ $a=3.675$[mm] が必要となる [5]．この時，$\epsilon_{r,eff}=2.17$ となる．いま下基板に $\epsilon_{r,1}=2.17$ を用いると後述の (22) 式から $\epsilon'_{r,eff,ev}=1.45(<\epsilon_{r,ef}=2.17)$ となるので，いま $l=0.05$[m] のものを考えると，(9) 式より

$$C_{ad}\ [\mathrm{pF}]=\frac{0.05\sqrt{2.17}}{120.914\times 3\times 10^8}\left(1-\frac{1.45}{2.17}\right)\times 10^{12}\ \ [\mathrm{pF}]$$
$$=0.674\ \ [\mathrm{pF}]$$

となる．故に両端の負荷容量 C は $C_{ad}/4=0.18$ [pF] で，真ん中の負荷容量は $2C=0.337$[PF] となる．いま表 1 からわかるように，両端の容量 C 有限長 VIP 線路の入出力にもともと E 波に基づいて存在するものが流用でき，微細調整は同表からわかるように入出力のテーパーで 0.14 ～ 0.32 [pF] の間を調整できる．従って，両端に更に負荷する容量は不必要で，真ん中の負荷容量のみを水平基板の中央に接続すればよい．この構造図を図 10 に，また写真を写真 1(a) 及び (b) に示す．

4 VIP 方向性結合器の設計に必要な定数の近似値

本論文では物理的な意味から近似式を作り，更に形状シミュレーションで求めた結果と比較し，補正するための公式を誘導した．これはシミュレーションのみに頼ると設計時間を要するので，物理的意味を考えながらできるだけ近い値を求め，それを初期値としてシミュレーションをするために行ったものである．

(a) 偶モードインピーダンス Z_{ev} と奇モードインピーダンス Z_{od}

図 5 に示した VIP 結合線路の断面図において，$\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=1$ としたものを図 6(a) に示す．そしてこの偶モードインピーダンスを Z^a_{ev} とする．これを求めるには，偶モードの場合，両結合線路間に電界が存在しないから，図 6(b) の如くなり，これは同図 (c) の如く円形の棒に近似的に変換できる [10] [11] [12]．次に接地に対するイメージを取って，同図 (d) のようなレッヘル線に変換する．その特性インピーダンス Z_c より，$Z^a_{ev}=Z_c$ の関係で，Z^a_{ev} が得られる [13]．従って，(10)(11) 式の関係が得られる．

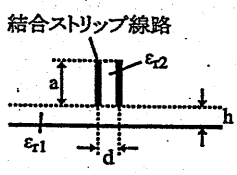


図 5 VIP 結合線路の断面図

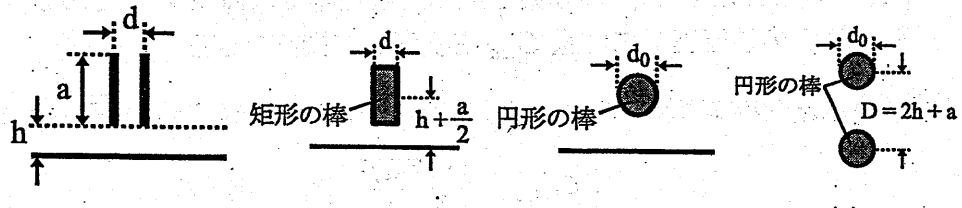


図 6 $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=1$ の VIP 結合線路の等価変換

$$d_o\simeq\frac{a}{2}\left\{1+\frac{d}{\pi a}\left(1+\ln\frac{4\pi a}{d}\right)\right\} \tag{10}$$

$$Z^{a'}_{ev}=120\cosh^{-1}\frac{2h+a}{d_o} \tag{11}$$

(10)(11) 式において，b/a が与えられると，$Z_{ev}^{a'}(Z_{ev}^{a}$ の近似値) は a/h と a/d との関数として求まる．逆に $Z_{ev}^{a'}$ と d/a を与えると，(12) 式となる．

$$\frac{a}{h}=\frac{4}{\left\{1+\frac{d}{\pi a}\left(1+\ln\frac{4\pi a}{d}\right)\right\}\cosh\frac{Z_{ev}^{a'}}{120}-2} \tag{12}$$

一方，図 5 の構造の Z_{ev}^{a} を形状シミュレーションで求めた値を表 2 及び，図 7 に示す．表 2 の Z_{ev}^{a} と (11) 式で得た近似値 $Z_{ev}^{a'}$ とを比較した結果から次のことが分った．

表 2 図 5 の構造を形状シミュレーションで求めた値

a/h	$d/h=0.1$		$d/h=0.3$		$d/h=0.5$		$d/h=1.0$	
	Z_{ev}^{a}	a/d	Z_{ev}^{a}	a/d	Z_{ev}^{a}	a/d	Z_{ev}^{a}	a/d
0.1	414.27	1	360.86	0.33	333.37	0.2	297.63	0.1
0.5	314.10	5	282.27	1.67	260.98	1.0	228.39	0.5
1.0	266.27	10	244.43	3.33	228.60	2.0	201.52	1.0
2.0	221.24	20	207.06	6.67	196.00	4.0	175.83	2.0
3.0	197.65	30	186.34	10.00	177.42	6.0	160.92	3.0
4.0	181.69	40	172.21	13.33	164.65	8.0	150.40	4.0
5.0	169.71	50	161.45	16.67	154.80	10.0	142.04	5.0
6.0	160.05	60	152.69	20.00	146.74	12.0	135.24	6.0
7.0	151.96	70	145.24	23.33	139.84	14.0	129.30	7.0
8.0	144.82	80	138.70	26.67	133.01	16.0	123.99	8.0

(i) $Z_{ev}^{a}/Z_{ev}^{a'}$ は，a/d にはほとんど影響されない．

(ii) $Z_{ev}^{a}/Z_{ev}^{a'}$ は，h/a により影響され，h が小ざくなると，$Z_{ev}^{a}<Z_{ev}^{a'}$ となる．これは円柱レッヘル線の場合でも両導体の近傍に電荷が集まるが，角柱になると接地に近い側のエッジに電荷が集中するため，接地との近接効果による容量が増し，インピーダンスが低くなることを意味する．これを考慮してシミュレーションとのフィッティングの結果，

$$\left.\begin{aligned} Z_{ev}^{a}&=\xi_{ev}^{a}Z_{ev}^{a\,\prime}\\ \xi&=1+0.027\frac{h}{a}+0.0006\left(\frac{h}{a}\right)^{2}\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

をうる．従って，(12) 式の $Z_{ev}^{a'}$ の代わりに $\sqrt{\epsilon_{r,eff}}\xi Z_{ev}$ を入れて (14) 式をうる．

$$\frac{a}{h}=\frac{4}{\left\{1+\frac{d}{\pi a}\left(1+\ln\frac{4\pi a}{d}\right)\right\}\cosh\frac{\sqrt{\epsilon_{r,eff}}\xi Z_{ev}}{120}-2} \tag{14}$$

(14) 式の a/d は，両ストリップ線路間のキャパシティに関連する量で，(15) 式で求まる [註 2].

$$\frac{a}{d}=\sqrt{\epsilon_{r,eff}}\frac{188.5}{\epsilon_{r2}}\left(\frac{1}{Z_{od}}-\frac{1}{Z_{ev}}\right)-\frac{1}{\epsilon_{r2}}\left\{\ln 2+\epsilon_{r1}\cdot\ln\left(1+\coth\frac{h}{d}\right)\right\} \tag{15}$$

[註 2]

奇モードでは図 N2-1 の構造になるから，

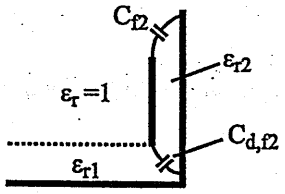


図 N2-1 奇モードの等価構造

$$\frac{1}{Z_{od}} = \frac{1}{Z_{p,od}} + \frac{1}{Z_{d,f2}} + \frac{1}{Z_{f,2}} + \frac{1}{Z_{ev}} \tag{16}$$

$$\text{ここで}\quad Z_{p,od} = 188.5 \cdot \frac{d}{a} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_{r,eff}}}{\epsilon_{r2}} \tag{17}$$

$$Z_{f2} = \frac{377\pi}{2\ln 2}\sqrt{\epsilon_{r,eff}} \tag{18}$$

$$Z_{df,2} = \frac{377\pi}{2\ln\left(1+\coth\frac{h}{d}\right)} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_{r,eff}}}{\epsilon_{r1}} \tag{19}$$

(16)(17)(18)(19) 式を用いて (15) 式が得られる，

さて，結合度の強い場合，平行する線間の容量は平行板のフリンジ効果で空気中を飛ぶことによる容量より大きい上，偶モードの実効比誘電率も $\epsilon_{r,eff}$ に設計する理由で，

$$\epsilon_{r,2} \simeq \epsilon_{r,eff} \quad (\text{実際は}\epsilon_{r,eff}\text{は}\epsilon_{r,2}\text{より微小}) \tag{20}$$

である．そこで，この条件を (15) 式に代入すると，(14)(15) 式の 2 ヶの式から $\epsilon_{r,eff}$ を与えれば，2 ヶの未知数 a/h と d/h(または d/a) が求まる．($\because\ d/a = (d/h)/(a/h)$) このことから以下の手順で設計できる．

[手順 1]　$\epsilon_{r,2}$ を与えると (15) 式の第 1 項 (第 2 項はフリンジの影響なる故最小は零とおく) から，a/d が求まる．

[手順 2]　Z_{ev} と手順 1 で求まった d/a を (12) 式に代入して a/h を求める．

[手順 3]　以上求まった a/d 及び a/h を再び (15) 式及び (14) 式に代入してフリンジの影響を含めた値を求める．これを 1~2 回繰り返せば，手計算で a/h, d/h が求まる．しかし通常 1 回の繰り返しでよい．また (14)(15) 式の 2 ヶの連立方程式を解ける計算機で解けば，直接に解ける．

(b)　実効比誘電率

偶モードの場合，適当な比誘電率 ϵ_{r1} を持つ基盤を選んで，奇モードの実効比誘電率 (ϵ_{r2} よりわずか小さいが近い値) に等しくしなければならない．そこでまず，偶モードの実効比誘電率を求めてみる．

偶モードの場合には，図 6(b) に於いて，接地と等価矩形棒との間に ϵ_{r1} の誘電体が挿入されることになるから，図 8 の断面構造となる．いま $a/h \ll 1$ の場合にはマイクロストリップ線路となり，また $d \ll h$ の場合に

$$\epsilon'_{r,ev,eff} = \frac{\epsilon_{r1}+1}{2} \tag{21}$$

となる．そこで図 8 の構造を形状シミュレーションで求めた実効比誘電率 $\epsilon_{r,ev,eff}$ 及びそれを (21) 式の $\epsilon'_{r,eff}$ で除した値を示すと表 3(a) 及び (b) の如くなる．

そこで，表 3(a)(b) の値を得るためのフィッティング式を求めた結果

$$\epsilon_{r,ev,eff} = \frac{\epsilon_{r1}+1}{2} \frac{1}{\cosh\left[0.282\epsilon_{r1}^{0.57} \cdot \left(\frac{a}{h}\right)^{0.22}\right]} \tag{22}$$

を得た．従って先述の手順 1，2 で a/h の値が求まり，その時用いた $\epsilon_{r,eff}(\simeq \epsilon_{r2})$ を (22) 式に用いると，所望の ϵ_{r1} が逆に求まり，これは計算機で求めることができる．さて [註 2] の図 N2-1 よりわか

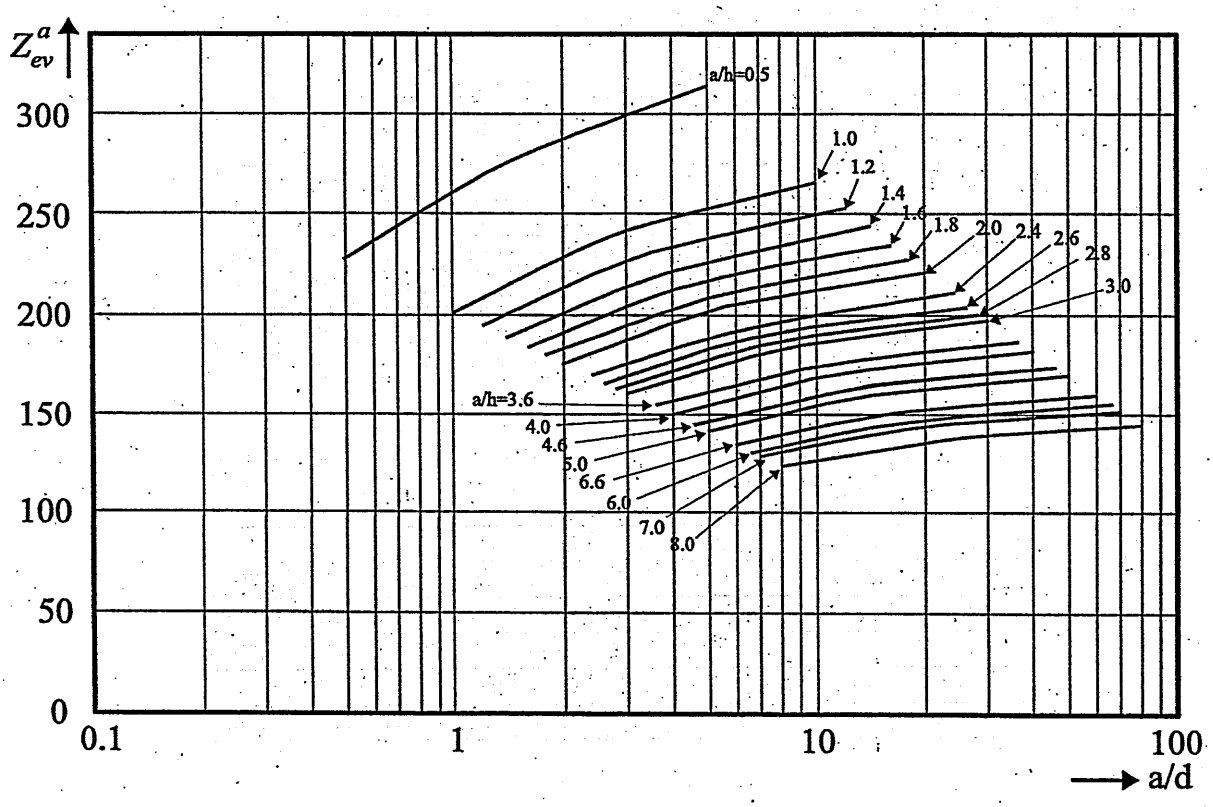


図 7 形状シミュレーションにより求めた $Z_{ev}^{a}(a/d,\ a/h)$ の値

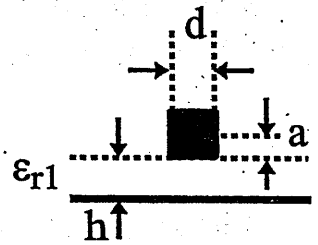


図 8 偶モードの等価断面図

るように，同図の上部のエッジ容量 C_{f2} のみ空気中の値となる．一方手順 1~3 で求めたものは全て $\epsilon_{r,eff} = \epsilon_{r2}$ としているため，こうして求めた構造の実効比誘電率は ϵ_{r2} よりわずか小さくなる．一例を示すと，文献 [5] に示されているように $\epsilon_{r2} = 2$ を使用して $C = -3$dB 及び -1.6dB を使ったとき，それぞれ $\epsilon_{r,eff} = 1.92$ 及び 1.98 とわずかに減少している．そこでこれをより計算で精度を高くするには，手順 1~3 で得た寸法を用いて，(23) 式の $\epsilon_{r,eff}$ の式に代入して得た値を再び $\epsilon_{r,eff}$ として手順 1~3 の計算を行えばよい．

$$\epsilon_{r,eff} = \frac{\epsilon_{r2}\dfrac{a}{d} + \dfrac{\ln 2}{\pi} + \dfrac{\epsilon_{r1}}{\pi}\ln\left(1+\coth\dfrac{h}{a}\right)}{\dfrac{a}{d} + \dfrac{1}{\pi}\left\{1+\ln\left(1+\coth\dfrac{h}{a}\right)\right\}} \tag{23}$$

上記は物理的な意味に基づいて近似的に設計を行う手法を述べ，実用的には問題のないことを述べたが，基本的には (14)(15)(23) 式及び (22) 式より以下の如く数値計算で求めることである．即ち (14)(15) 及び (23) 式の 3 つの連立方程式に Z_{ev}, Z_{od}, ϵ_{r1}及びϵ_{r2} を与えたとき，3 つの未知数 a/h, d/h 及び

表 3 偶モードの実効比誘電率 $\epsilon_{r,eff}$(形状シミュレーションによる値) 及び $\epsilon_{r,eff}/\epsilon\ '_{r,eff}$ の値

(a) 偶モードの実効比誘電率 $\epsilon_{r,eff}$ の値

ϵ_{r1} \ a/h	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8
2.17	1.575	1.446	1.395	1.363	1.339	1.320	1.304	1.290	1.227
2.60	1.776	1.591	1.520	1.470	1.445	1.420	1.400	1.380	1.363
3.00	1.960	1.722	1.632	1.578	1.539	1.507	1.481	1.459	1.458
4.50	2.637	2.188	2.028	1.934	1.868	1.816	1.773	1.736	1.703
6.00	3.302	2.634	2.404	2.272	2.180	2.107	2.047	1.997	1.960
10.00	5.053	3.786	3.369	3.135	2.974	2.850	2.748	2.663	2.586

(b) $\epsilon_{r,eff}/\epsilon_{r,eff}{}'$ の値

ϵ_{r1} \ a/h	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8
2.17	0.994	0.912	0.880	0.860	0.845	0.823	0.823	0.810	0.800
2.60	0.987	0.883	0.840	0.820	0.800	0.790	0.780	0.770	0.760
3.00	0.980	0.860	0.820	0.790	0.770	0.750	0.740	0.730	0.720
4.50	0.960	0.800	0.740	0.700	0.680	0.660	0.650	0.630	0.620
6.00	0.940	0.750	0.690	0.650	0.620	0.600	0.580	0.570	0.560
10.00	0.920	0.690	0.610	0.560	0.540	0.520	0.500	0.480	0.470

$\epsilon_{r,eff}(=\epsilon_{r,od,eff})$ を求め，こうして求めた a/h を (22) 式に代入して得た $\epsilon_{r,ev,eff}$ の値を (9) 式の $\epsilon'_{r,eff}$ に代入して負荷容量 C_{ad} を求めることである．

しかしながら本稿のように容量負荷形の場合には，その容量を僅か調整することにより，偶モードの実効誘電率を調整して奇モードのそれと併せることが容易にできる．

5 設計例と製作

セクション 4 で述べた手順をフローチャートで図 9 に示す．また製作したものを写真 1(a) 及び (b) に示し，写真 1(a) の特性を図 11 に示す．図 9 で (カッコ) 内は設計数値を示す。

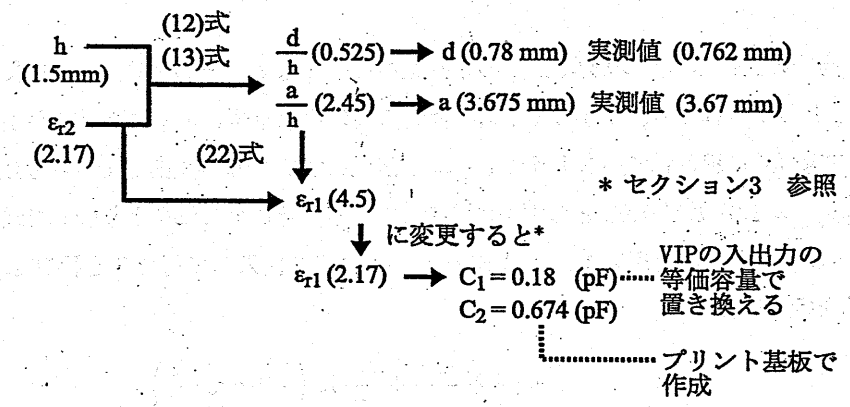


図 9 フローチャート

こうして求めた値は $\epsilon_{r2} \simeq \epsilon_{r,eff}$ として求めたが，得られた値を再度 (22) 式に代入して $\epsilon_{r,eff}$ を求め，更に一度上記フローチャートで繰り返せばより精度が得られる．しかし実際には最初のフローチャートでの設計で

十分に間に合う.

次に ϵ_{r1} を $\epsilon_{r,eff}$ より小さい適当な値の水平基板に置き換えて (9) 式により C_{ad} を決め，次に C（入出力の E 波に基づく等価容量）を測定したのち $C_{ad}-(C/4)$ の負荷容量を入出力に，また $C_{ad}/2$ の容量を入出力の中間にマイクロストリップなどで挿入する．なお $C_{ad}-C/4=0$ になるようにテーパー等で C を調整すれば入出力の負荷容量は不要である．

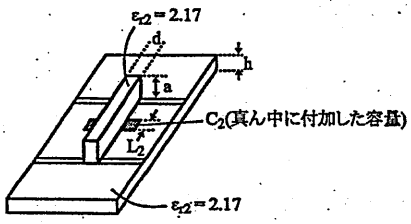
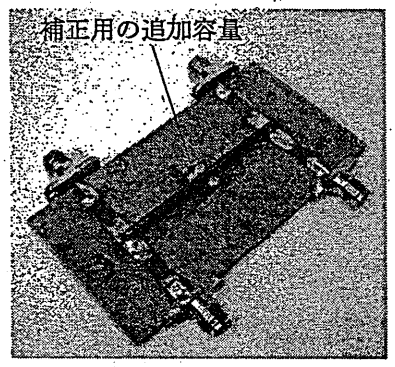
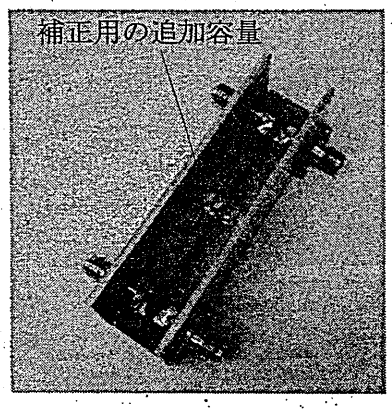


図 10 容量付加型 VIP 方向性結合器の構成図

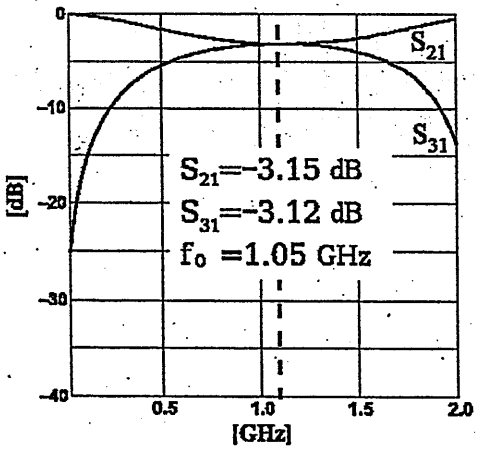


(a) 遮蔽箱なし

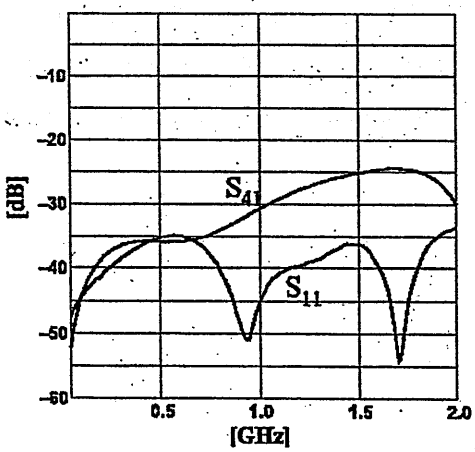


(b) 遮蔽箱あり

写真 1 VIP 結合線路を用いた 3dB 方向性結合器



(a) S_{21} と S_{31}



(b) S_{41} と S_{11}

図 11 写真 1 の周波数特性

6 あとがき

有限長 VIP の結合線路の 3 次元シミュレーション等による容量を求めることが好ましい。最後に，シミュレーションにはアンソフト社の Q3D EXTRACTOR を用い，またこれを用いてデーターの出力にご協力頂いた大阪大学基礎工学部塩見英久氏及び防衛大学電気電子工学科の道下尚文氏に謝意を表する。

参考文献

[1] 小西，“実用マイクロ波回路設計マニュアル”，ＣＱ出版，2008 年，PP.188–190.

[2] K.C.Wolters, et.al.” ,Analysis and Experimental Evaluation of Distributed Overlay tructures in Microwave Integrated Circuits” , 1968.G-MIT Internationl Microwave Sgmposium. PP.123-130.

[3] Raje S.Mongia, ” RF of Microwave Coupled Line Circuits” , Artech House, 1999, PP.415-445

[4] 小西,” 高周波・マイクロ波フィルターと応用回路”，ケイラボ出版，2007 年.

[5] 小西，“実用マイクロ波技術講座 第５巻”，ケイラボ出版，2002 年，PP.22-26.

[6] Y.Konishi and K.Konno, U.S.Patent 4757286.

[7] Y.Konish et.al., ”Newly Prosposed Vertically Installed Planar Circuit and Application” IEEE Trans. on Braodcasting, March, 1987.

[8] Y.Konishi, I.Awai, F.Fukuoka and M.Nakajima, ”A Directional Coupler of a Vertically Installed Planar Circuit Structure”, IEEE Trans. on Microwave Theory Tech., June, 1988, PP.1057–1063.

[9] 小西，“実用マイクロ波技術講座 第１巻”，ケイラボ出版，2001 年，P.259–260 及び P.34.

[10] T.S.Saad,” Microwave Engineer’ s Handbook vol.1” ,Artech House, Inc. PP.119.

[11] Y.T.Lo, ”A Note on the Cylindrical Antenna of Noncircular Cross-section”, J.Appl. Phy., vol.24, 1953, PP.1338–1339.

[12] E.Crystal, Proc.IEEE, Oct, 1964.

[13] 小西，“実用マイクロ波技術講座 第１巻”，ケイラボ出版，2001 年，PP.18

[14] Tsung-Shan Chen, ”Determination of the Capacitance, Inductance, and Characteristic Impedance of Rectangular Lines”, IEEE Trans. on Microwave Theory Tech., Sep. 1960, PP.510–519.

付録I

(1) 対面結合方向性結合器

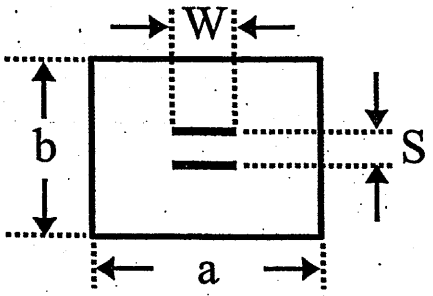


図 A1 断面が矩形の遮蔽箱中の対面結合ストリップ線路方向性結合器

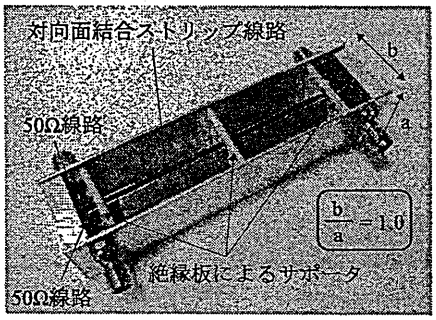


写真 A1 $b/a = 1.0$ の製作例

(2) 誘電体装荷形対面結合方向性結合器

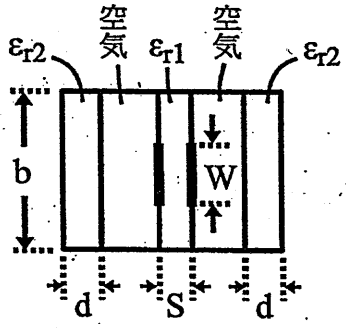


図 A2 誘電体装荷型対向面結合ストリップ線路方向性結合器の構造

表 A1 左図の装荷誘電体の比誘電率と誘電体の幅 d の関係

i) $c = -3$dB

$b = 0.5a$		$b = a$	
$W/b = 0.443$, $S/b = 0.098$		$W/b = 0.364$, $S/b = 0.080$	
ϵ_{r1}	d/b	ϵ_{r1}	d/b
4	0.354	4	0.386
6	0.324	6	0.362
10	0.305	10	0.344

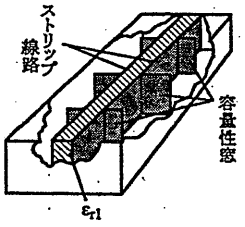
ii) $c = -6$dB

$b = 0.5a$		$b = a$	
$W/b = 0.608$, $S/b = 0.229$		$W/b = 0.494$, $S/b = 0.179$	
ϵ_{r1}	d/b	ϵ_{r1}	d/b
4	0.288	4	0.338
6	0.262	6	0.315
10	0.245	10	0.298

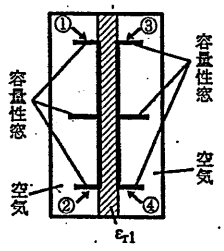
iii) $c = -10$dB

$b = 0.5a$		$b = a$	
$W/b = 0.626$, $S/b = 0.390$		$W/b = 0.540$, $S/b = 0.306$	
ϵ_{r1}	d/b	ϵ_{r1}	d/b
4	0.221	4	0.280
6	0.200	6	0.259
10	0.185	10	0.243

(3) 容量性窓装荷形対面結合方向性結合器



(a) 立体図



(b) 上から見た図

図 A3 容量性窓を付加したストリップ線路方向性結合器の構造

(4) オーバーレイ形及びリエントラント形（アンダーレイ）マイクロストリップ方向性結合器

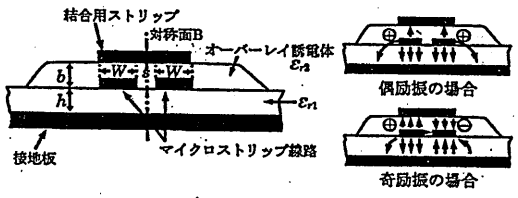


図 A4(a) オーバーレイ形にした分布結合型方向性結合器

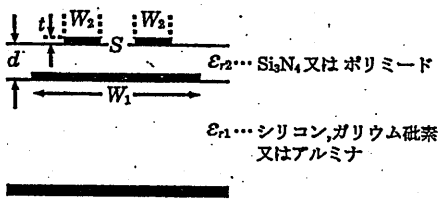


図 A4(b) 半導体集積回路で作った構造で (a) と上下逆になっている

輻射科学研究会資料

資料番号	RS 07-17

パッシブソナーによる音源位置の推定

表 朝子[1]　常 明　中山純一[2]

(京都工芸繊維大学 工芸学部 電子情報工学科)

1 asa_omote@yahoo.co.jp

2 nakayama@kit.ac.jp

2008年3月27日（木）

輻射科学研究会

(於 京都大学桂キャンパス A1棟001講義室)

1　はじめに

現在普及しつつあるビデオ会議では, 異なる場所に位置する複数の参加者の中から発言者を見つけだし, その発言者にビデオカメラの焦点を合わせる必要がある. その作業には, カメラを操作する人間が少なくとも一人以上必要であり, 大変手間がかかる. 操作する人を必要としない, もしくは人数を大幅に減らすために, 過去の研究ではパッシブソナーを用いて音源位置の方向と距離を推定するシステムが検討された [1]. そこで本研究では文献 [1] の方法を用いて, 実際に音源位置推定の実験をおこない, システムの実証, 評価, 問題点の分析をおこなう.

本研究では音源位置を推定する方法の中から, 時間遅れを用いた音源位置推定法を使用した. 時間遅れを用いた音源位置推定法は大きく二つの段階に分けることができる. 第一段階では, 音源から発生する信号が, 基準となるマイクロフォンに到達するまでの時間とその他のマイクロフォンに到達するまでの時間との差を測定する. 音源の位置を推定するうえで最も重要なことは, この時間遅れの差をできるだけ正確に測定することである. しかし実際の環境では反響の問題があり, これを解決する測定方法を適用することが大切である. そこで相互相関関数を用いた方法 [2] 及び, それぞれのマイクロフォンが受信した信号の位相差を用いた方法 [3], 二つの信号のインパルス応答を推定する adaptive eigenvalue decomposition algorithm(AEDA 法)[1] を用いた方法の三つの方法を試みた. 第二段階では, その測定した時間遅れの差とマイクロフォンの位置情報を用いて音源の位置を推定する. 音源位置の推定には, 最小二乗法を用いた spherical interpolation locater(SI 法) と one step least squares locater(OSLS 法) の二つの方法 [1] を用いて推定をおこなった.

文献 [1] では 6 個のマイクロフォンを 3 次元に配置して実験をおこなっているが, 本実験では 8 個のマイクロフォンを 4×2 の 2 次元のアレー状に配置して, 約 $7[m] \times 8.2[m] \times 2.7[m]$ の広さの部屋で, 音源位置の距離と高さを変化させて音源位置を推定した. 音源はスピーカーから発生させることとし, 落語と女性ボーカルによる楽曲の二種類で推定をおこなった. 落語には「桂文珍 地獄八景亡者の戯れ」を, 女性ボーカルによる楽曲には「The carpenters THE CARPENTERS」を用いた.

これらの実験結果の評価・分析をおこなったところ, 本研究で検討したシステムはマイクロフォンアレーの正面方向にある音源の位置推定は得意とするが, 正面からの角度が大きくなるほど推定が難しくなることが分かった. その原因を考察するとともに, 新たな改善方法を提案する.

2　理論

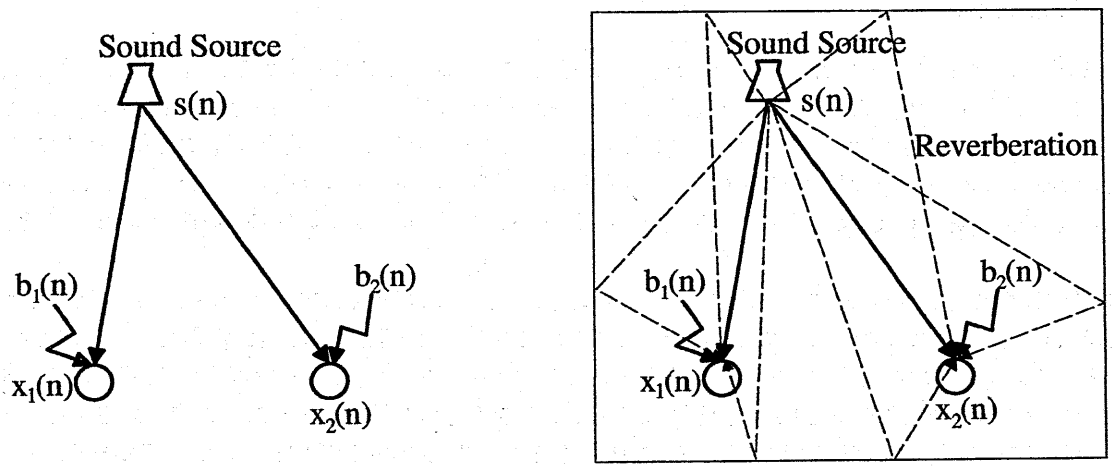
2.1　時間遅れ測定法

本研究では様々な音源位置を推定する方法の中から, マイクロフォンアレーによる音声信号到達の時間遅れを用いた音源位置推定法を使用した. 時間遅れを用いた音源位置推定法は大きく二つの段階に分けることが出来る. 第一段階では, 音源から発生する信号が, 基準となるマイクロフォンに到達するまでの時間とその他のマイクロフォンに到達するまでの時間差を測定する. 第二段階では, その測定した時間遅れの差とそれぞれのマイクロフォンの位置情報を用いて SI 法と OSLS 法で音源位置の方向や距離を推定する. ここでは第一段階の時間遅れの差を測定する方法について記述する.

時間遅れを用いた音源位置推定法は複数のマイクロフォンが必要である. 音源の位置を推定するうえでは, 音源からそれぞれのマイクロフォンに到達するまでの時間遅れの差をできるだけ正確に測定することが重要となる. しかし実際の環境では反響や雑音の問題が存在する.

反響が起こるような壁などの障害物が全くない理想的な空間があると仮定する. その空間に音源と 2 つのマイクロフォンがある状態を図 1(a) に示す. 音源から発生する信号を $s(n)$ とおいたときの i 番目 $(i = 1, 2)$ のマイクロフォンが受信する信号 $x_i(n)$ は式 (1) で表される.

$$x_i(n) = \alpha_i s(n - n_{\tau_i}) + b_i(n) \tag{1}$$



(a) 反響がない理想的な環境　　(b) 反響のある環境

図 1　時間遅れを用いた音源位置推定法のモデル図 (2ch の場合). $x_1(n), x_2(n)$:1 番目と 2 番目のマイクロフォンが受信した信号, $s(n)$:音源から発生した信号, $b_1(n), b_2(n)$:1 番目と 2 番目のマイクロフォンが受信したノイズ

α_i は減衰定数,n は信号 x_i の系列の番号,b_i は受信したノイズ, n_{τ_i} は音源から i 番目のマイクロフォンに到達するまでにかかる伝搬時間に相当する x_i の系列番号である. 音源から i 番目のマイクロフォンに到達するまでにかかる伝搬時間を τ_i と定義したときの 1 番目と 2 番目のマイクロフォンに到達するまでの時間遅れの差を次のように表す.

$$\tau_{12} = \tau_1 - \tau_2 \tag{2}$$

式 (1) の $s(n)$,$b_i(n)$ はゼロ平均, 無相関であり, さらに振幅値がある一定の範囲に含まれる確率は時間的に不変であるガウス分布になっていると考えられる. そのため, このような反響が起こらない理想的な空間では, 明確な τ_{12} を測定することが出来る [1].

しかしながら, 実際に利用される環境では, 壁や机などの障害物によって反響が起こるため, 図 1(b) のようになる. このように反響が起こる空間で, 音源から発生する信号を $s(n)$ とおいたときの i 番目 $(i = 1, 2)$ のマイクロフォンが受信する信号は式 (3) となる [1].

$$x_i(n) = g_i * s(n) + b_i(n) = \sum_{k=0}^{\infty} g_{i,k} s(n-k) + b_i(n) \tag{3}$$

ここで," $*$ " はたたみ込みを表す. g_i は音源から発生した信号 $s(n)$ を入力にしたときの i 番目のマイクロフォンが受信した信号 $x_i(n)$ のインパルス応答である. つまり i 番目のマイクロフォンが受信した信号 $x_i(n)$ は, 音源から発生した信号 $s(n)$ とインパルス応答 g_i のたたみ込みと, 受信したノイズ $b_i(n)$ の和である. 受信したノイズ $b_i(n)$ が存在しない場合を考えると, i 番目のマイクロフォンが受信した信号 $x_i(n)$ の特性はインパルス応答 g_i によって記述できるといえる [4].

理想的な空間と違い, 実際の環境で時間遅れの差を測定するためには, 反響に影響されない測定方法を適用することが重要な課題となる. 本研究では時間遅れの差を測定するために, 相互相関関数を用いた方法 [2] 及び, それぞれのマイクロフォンが受信した信号の位相差を用いた方法, 二つの信号のインパルス応答を推定する adaptive eigenvalue decomposition algorithm(AEDA 法) を用いた方法の 3 つの方法を試みた. 次小節に AEDA 法について記述する.

2.1.1 Adaptive Eigenvalue Decomposition Algorithm (AEDA 法)

相互相関関数を用いて時間遅れを測定する方法と位相差を用いて時間遅れを測定する方法は, どちらも反響が起こらない理想的な環境では有効な測定方法であるといえるが, 反響の起こる環境では測定が非常に困難になる. そこでここでは, 反響が起こる環境でも測定が可能である AEDA(Adaptive Eigenvalue Decomposition Algorithm) 法について述べる.

図 1(b) に示した反響のある空間を考える. 雑音が存在しないと仮定すると [4], 式 (3) から次のように表すことができる.

$$x_1 * g_2 = s * g_1 * g_2 = x_2 * g_1 \tag{4}$$

受信信号 $x_1(n)$,$x_2(n)$ からそれぞれの信号のインパルス応答 g_1,g_2 の値を求めることができれば, 時間遅れの差を測定することができる. 推定したインパルス応答を $\hat{g}_1$,$\hat{g}_2$ とすると,

$$\hat{g}_2 * x_1 - \hat{g}_1 * x_2 = e \tag{5}$$

ここで e は誤差を表す. 図 2 に示すように $\hat{g}_1 = g_1$,$\hat{g}_2 = g_2$ となるとき,e の値が 0 となる. しかし $\hat{g}_1 = \hat{g}_2 = 0$ のときでも $e = 0$ となるため $\hat{g}_1 = \hat{g}_2 = 0$ にならないように調節する必要がある.

i 番目 $(i = 1, 2)$ のマイクロフォンが受信した信号をベクトル $\boldsymbol{x}_i(n)$, そのインパルス応答をベクトル $\boldsymbol{g}_i$ で表す.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_i(n) &= [x_i(n), x_i(n-1), \cdots, x_i(n-M+1)]^T \\ \boldsymbol{g}_i &= [g_{i,0}, g_{i,1}, \cdots, g_{i,M-1}]^T \end{aligned}$$

ここで M はインパルス応答の要素の数である. そこで誤差 $e(n)$ を次のように定義する.

$$e(n) = \frac{\hat{\boldsymbol{g}_2}^T \boldsymbol{x}_1(n) - \hat{\boldsymbol{g}_1}^T \boldsymbol{x}_2(n)}{\|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\|} = \frac{\hat{\boldsymbol{u}}^T(n)\boldsymbol{x}(n)}{\|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\|} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}(n) &= [\boldsymbol{x}_1^T(n), \boldsymbol{x}_2^T(n)]^T = [x'_0(n), \cdots, x'_k(n), \cdots, x'_{2M-1}(n)]^T \\ \hat{\boldsymbol{u}} &= [\hat{\boldsymbol{g}}_2^T, -\hat{\boldsymbol{g}}_1^T]^T \\ \|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\| &= \sqrt{\sum_{l=0}^{M-1} \hat{g}_{2,l}^2 + \sum_{l=0}^{M-1} \hat{g}_{1,l}^2} \end{aligned}$$

ここで,$\boldsymbol{x}(n)$ と $\boldsymbol{u}$ は要素数が 2M の列ベクトルである. $\hat{\boldsymbol{g}_2}^T \boldsymbol{x}_1(n) - \hat{\boldsymbol{g}_1}^T \boldsymbol{x}_2(n) = 0$ のとき, $e(n)$ は 0 となる. しかし,$\hat{\boldsymbol{g}_1} = \hat{\boldsymbol{g}_2} = 0$ の時も $e(n)$ は 0 となる. そこで, 式 (6) では $\hat{\boldsymbol{g}_1} = \hat{\boldsymbol{g}_2} = 0$ とならないように $\|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\|$ で割って, 誤差 $e(n)$ を定義している.

次に $e^2(n)$ が最小となるように $\hat{\boldsymbol{u}}$ の要素を以下に示す適応アルゴリズムで決定する. 式 (6) を $\hat{\boldsymbol{u}}$ の要素 $\hat{u}_k (k = 0, \cdots, 2M-1)$ で微分すると, 次のようになる.

$$\frac{\partial e(n)}{\partial \hat{u}_k} = \frac{1}{\|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\|} \left[x'_k(n) - e(n) \frac{\hat{u}_k(n)}{\|\hat{\boldsymbol{u}}(n)\|} \right] \tag{7}$$

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial \hat{u}_k} = 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial \hat{u}_k} \tag{8}$$

これを用いて,$e^2(n)$ の勾配を次のように定義する.

$$\nabla e^2(n) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial e^2(n)}{\partial \hat{u}_0} \\ \dfrac{\partial e^2(n)}{\partial \hat{u}_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial e^2(n)}{\partial \hat{u}_k} \end{pmatrix} \tag{9}$$

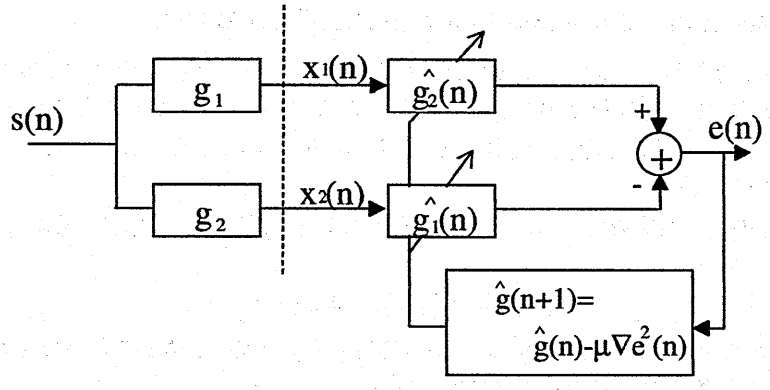


図 2　AEDA の原理. $s(n)$:音源から発生した信号,$x_1(n), x_2(n)$:1 番目と 2 番目のマイクロフォンが受信した信号, g_1, g_2:$x_1(n), x_2(n)$ のインパルス応答,$\hat{g}_1, \hat{g}_2$:推定したインパルス応答,$e(n)$:誤差信号 $\nabla e^2(n)$: $\frac{\partial e(n)^2}{\partial \hat{u}}$ を要素とする列ベクトル,μ:重み係数

誤差 $e^2(n)$ が小さくなるように,$\hat{u}(n+1)$ を調整すれば良いので, 次の式で係数を逐次的に書き換える..

$$\hat{u}(n+1) = \hat{u}(n) - \mu \nabla e^2(n) \tag{10}$$

ここで μ は重み係数である. これにより得られたインパルス応答によって, 時間遅れの差 $\tau_{1,2}$ を求めることが出来る. まず推定したインパルス応答 $\hat{g}_1$ と $\hat{g}_2$ の要素が最大値となる要素番号を $m_{1,max}$,$m_{2,max}$, サンプリング周波数を f_s と定義すると時間遅れの差 $\tau_{1,2}$ は次式のようになる.

$$\tau_{1,2} = \frac{m_{1,max} - m_{2,max}}{f_s} \tag{11}$$

また本実験では, インパルス応答 $\hat{g}_1(n), \hat{g}_2(n), (n = 0, \cdots, M-1)$ の初期値と重み μ を,

$$\begin{aligned} \hat{g}_1(n) &= 0, \quad (0 \le n \le M-1) \\ \hat{g}_2(n) &= \begin{cases} 1, & (n = \frac{M}{2}) \\ 0, & (n \ne \frac{M}{2}) \end{cases} \\ \mu &= \frac{0.08}{\sum_{j=0}^{M-1} x_1^2(n-j) + \sum_{j=0}^{M-1} x_2^2(n-j)} \end{aligned} \tag{12}$$

とおいて測定した [1][5].

2.2　音源位置推定法:球形方程式

音源から基準となるマイクロフォンとその他のマイクロフォンに到達するまでの時間遅れの差が求まれば, 音源位置を推定することが出来る. 以下に手順を説明する.

$N+1$ 個のマイクロフォンを使うとし, 原点から i 番目 $(i = 0, \cdots, N)$ のマイクロフォンの位置までをベクトル $\boldsymbol{r_i}$ と定義する. 音源位置推定法のベクトル図を, 図 3 に示す.

$$\boldsymbol{r_i} = (x_i, y_i, z_i)^T \tag{13}$$

また, 原点から音源の位置までのベクトルを

$$\boldsymbol{r_s} = (x_s, y_s, z_s)^T \tag{14}$$

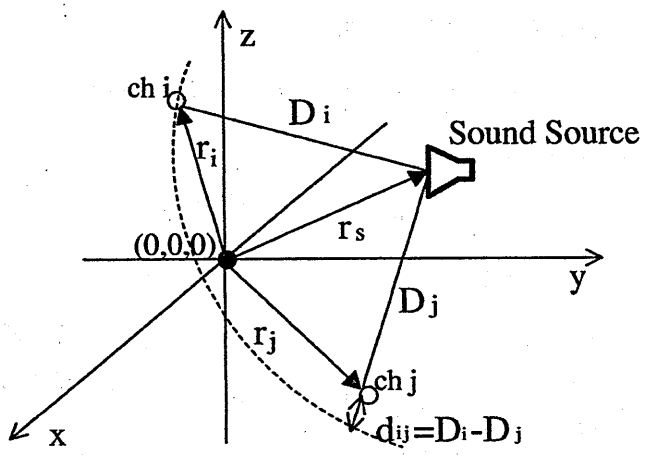


図 3　音源位置推定法のベクトル図

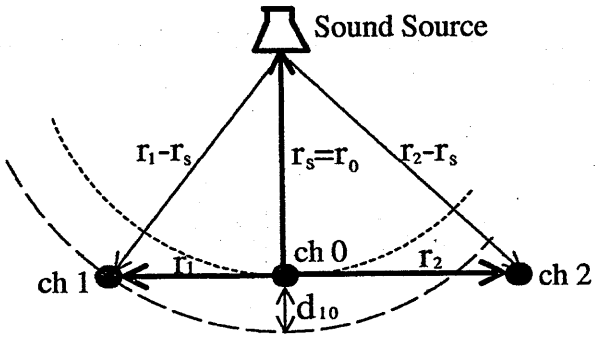


図 4　原点を ch0 のマイクロフォンの位置と定義したときのベクトル図

とおくと, 原点からそれぞれの位置までの距離 R_i, R_s は,

$$R_i = \|\boldsymbol{r}_i\| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} \tag{15}$$

$$R_s = \|\boldsymbol{r}_s\| = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2} \tag{16}$$

となる. また, 音源の位置と i 番目のマイクロフォンまでの位置の距離を D_i とすると,

$$D_i = \|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_s\| = \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (z_i - z_s)^2}, \quad (i = 1, 2, \cdots, N) \tag{17}$$

$$D_0 = \|\boldsymbol{r}_s\| = R_s \tag{18}$$

である. 音源の位置から i 番目のマイクロフォンの位置までの距離と音源の位置から j 番目のマイクロフォンの位置までの距離の差を次のように定義する. これは音速 c と時間遅れ τ_{ij} の積に等しい.

$$d_{ij} = D_i - D_j = c\tau_{ij}, (i, j = 0, \cdots, N) \tag{19}$$

図 4 に示すように,0 番目のマイクロフォンの位置を原点とおくと, $D_0 = R_s$ となので, 次式が成り立つ.

$$D_i = R_s + d_{i0} \tag{20}$$

また, ピタゴラスの定理により, 式 (21) のように書ける.

$$D_i^2 = \|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_s\|^2 = R_i^2 - 2\boldsymbol{r}_i^T\boldsymbol{r}_s + R_s^2 \tag{21}$$

式 (20) と式 (21) より, 式 (22) が求まる.

$$\boldsymbol{r}_i^T\boldsymbol{r}_s + d_{i0}R_s = \frac{R_i^2 - d_{i0}^2}{2} \tag{22}$$

式 (22) を具体的に書くと, 球形方程式

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ & \vdots & \\ x_N & y_N & z_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{20} \\ \vdots \\ d_{N0} \end{bmatrix} R_s = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_1^2 - d_{10}^2 \\ R_2^2 - d_{20}^2 \\ \vdots \\ R_N^2 - d_{N0}^2 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} x_1 & y_1 & z_1 & d_{10} \\ x_2 & y_2 & z_2 & d_{20} \\ & \vdots & & \vdots \\ x_N & y_N & z_N & d_{N0} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} x_s \\ y_s \\ z_s \\ \hline R_s \end{array}\right] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_1^2 - d_{10}^2 \\ R_2^2 - d_{20}^2 \\ \vdots \\ R_N^2 - d_{N0}^2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{b} \tag{24}$$

となる. ここでは,$\boldsymbol{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ と R_s を独立した量として取り扱っている. 記述を簡単にするため, 式 (23) と式 (24) を次のように置き換える.

$$\boldsymbol{S}\boldsymbol{r}_s + \boldsymbol{d}R_s = \boldsymbol{b} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\theta} \equiv \left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{S} & \boldsymbol{d} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \boldsymbol{r}_s \\ \hline R_s \end{array}\right] = \boldsymbol{b} \tag{26}$$

ただし,

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ & \vdots & \\ x_N & y_N & z_N \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{20} \\ \vdots \\ d_{N0} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta} = \left[\begin{array}{c} \boldsymbol{r}_s \\ \hline R_s \end{array}\right]$$

$\boldsymbol{S}$ はマイクロフォンアレーの位置だけで決まる行列,$\boldsymbol{d}$ は時間遅れだけで決まるベクトル,$\boldsymbol{b}$ はマイクロフォンアレーの位置と時間遅れによって決まるベクトルである.

式 (26) より $\boldsymbol{\theta}$ を求めれば, 音源位置を推定することが出来る. しかし未知数が x_s, y_s, z_s, R_s の 4 つに対し, 方程式は 0 番目を除いたマイクロフォンの数の N 個存在するため, このままでは求めることが出来ない. 次小節から最小二乗法を用いて音源位置の推定をする SI 法と OSLS 法について述べる.

2.2.1 Spherical Interpolation Locator(SI 法)

式 (26) と最小二乗法によって, 原点から音源までの位置の距離 R_s とベクトル $\boldsymbol{r}_s$ を求める. 式 (25) より,

$$\boldsymbol{S}\boldsymbol{r}_s = \boldsymbol{b} - R_s\boldsymbol{d} \tag{27}$$

を得る. まず,$\boldsymbol{r}_s$ を求めるために最小二乗法を用いる. 両辺に $\boldsymbol{S}$ の転置行列 $\boldsymbol{S}^T$ を掛けると, 未知数と方程式の数が等しくなり, (28) を導くことが出来る.

$$\boldsymbol{r}_s = \boldsymbol{S}^\gamma(\boldsymbol{b} - R_s\boldsymbol{d}) \tag{28}$$

ここで,

$$\boldsymbol{S}^{\gamma} = (\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S})^{-1}\boldsymbol{S}^T \tag{29}$$

式 (28) は未知数 R_s を含む $\boldsymbol{r}_s$ の式である. これを式 (27) に代入し,$\boldsymbol{r}_s$を消去すると, 式 (30) を得る.

$$R_s\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{d} = \boldsymbol{P}_s\boldsymbol{b} \tag{30}$$

ここで,

$$\boldsymbol{P}_s = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{S}(\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S})^{-1}\boldsymbol{S}^T \tag{31}$$

$\boldsymbol{I}$ は $N \times N$ の単位行列である. 式 (30) を R_s についての式に整理すると, 原点から音源までの距離 $R_{s,SI}$ を得る.

$$R_{s,SI} = \frac{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{d}} \tag{32}$$

式 (32) を式 (28) に代入すると, 原点から音源までのベクトル $\boldsymbol{r}_{s,SI}$ を得る.

$$\boldsymbol{r}_{s,SI} = (\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S})^{-1}\boldsymbol{S}^T\left[\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{d}\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{P}_s}{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{d}}\right]\boldsymbol{b} \tag{33}$$

2.2.2 One Step Least Squares Locator(OSLS 法)

SI 法では, 式 (26) を用いて, 原点から音源位置までの距離 $R_{s,SI}$ とベクトル $\boldsymbol{r}_{s,SI}$ を求めたが, 距離 $R_{s,SI}$ は式 (16) からも求めることが出来る. そこでこの OSLS 法は距離 R_s を求めず, 行列のサイズを小さくすることにより計算の複雑性を下げ, 効率を良くすることを目的としている [1].

$$\boldsymbol{P}_d = \boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{d}\boldsymbol{d}^T}{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{d}} \tag{34}$$

と定義する. $\boldsymbol{P}_d$ を式 (27) の両辺に掛けると,R_s の項を消すことができる.

$$\boldsymbol{P}_d\boldsymbol{S}\boldsymbol{r}_s = \boldsymbol{P}_s\boldsymbol{b} \tag{35}$$

この式 (35) に最小二乗法を用いて, 原点から音源位置までのベクトル $\boldsymbol{r}_{s,OSLS}$ を求める.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S}^T\boldsymbol{P}_d\boldsymbol{S}\boldsymbol{r}_s &= \boldsymbol{S}^T\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{r}_{s,OSLS} &= (\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{P}_d\boldsymbol{S})^{-1}\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{P}_s\boldsymbol{b} \end{aligned} \tag{36}$$

式 (36) では R_s の項を計算していないため, 式 (33) に比べて式 (36) の行列の計算量は少なくなる.

後の実験では, 平面アレーを用いるため, マイクロフォンの位置の z 成分は全て同じである. つまり,$z_1 = z_2 = \cdots = z_N = 0$ である. そのため式 (23) は次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & y_N \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{20} \\ \vdots \\ d_{N0} \end{bmatrix} R_s = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} R_1^2 - d_{10}^2 \\ R_2^2 - d_{20}^2 \\ \vdots \\ R_N^2 - d_{N0}^2 \end{bmatrix} \tag{37}$$

$\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}$ は 2×2 行列となるため, 式 (33) からは z_s が決まらない. また式 (36) も同様であるので, 本実験では z_s を式 (16) から求めることとする.

表 1　音源の種類

A	落語	桂文珍 9 地獄八景亡者の戯れ　Sony Music Japan International Inc.
B	女性ボーカルによる楽曲	The carpenters　THE CARPENTERS AMCOS

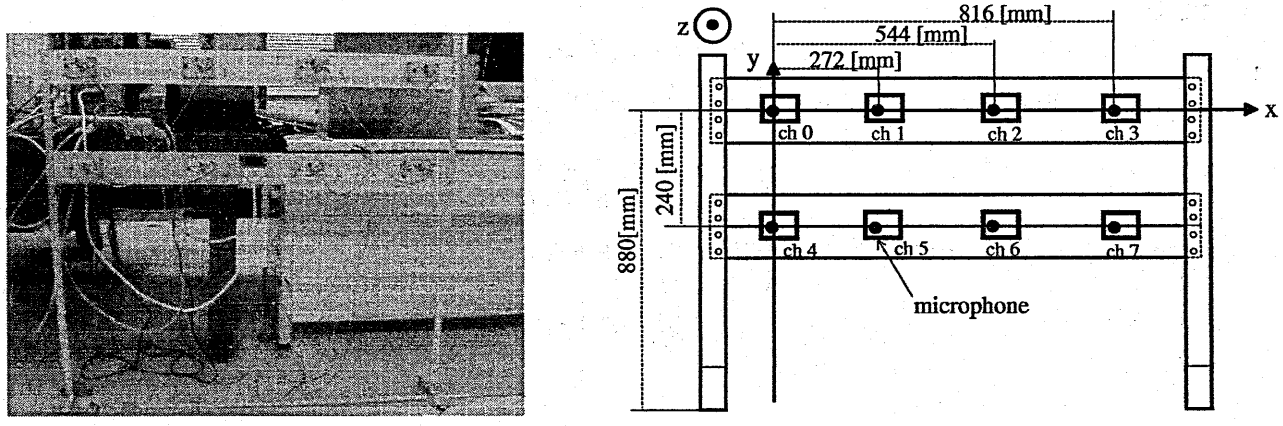


図 5　実験装置

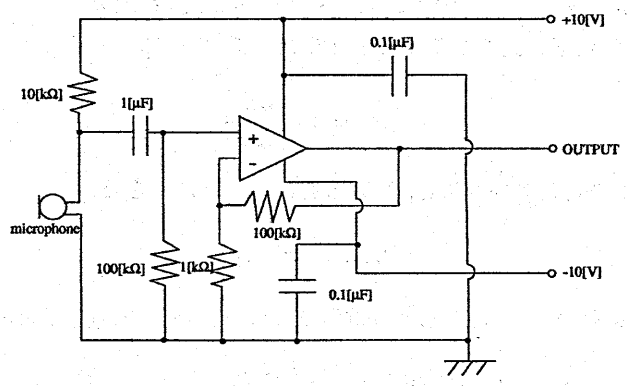


図 6　OP アンプを用いたマイクロフォンの信号増幅回路

3　実験方法

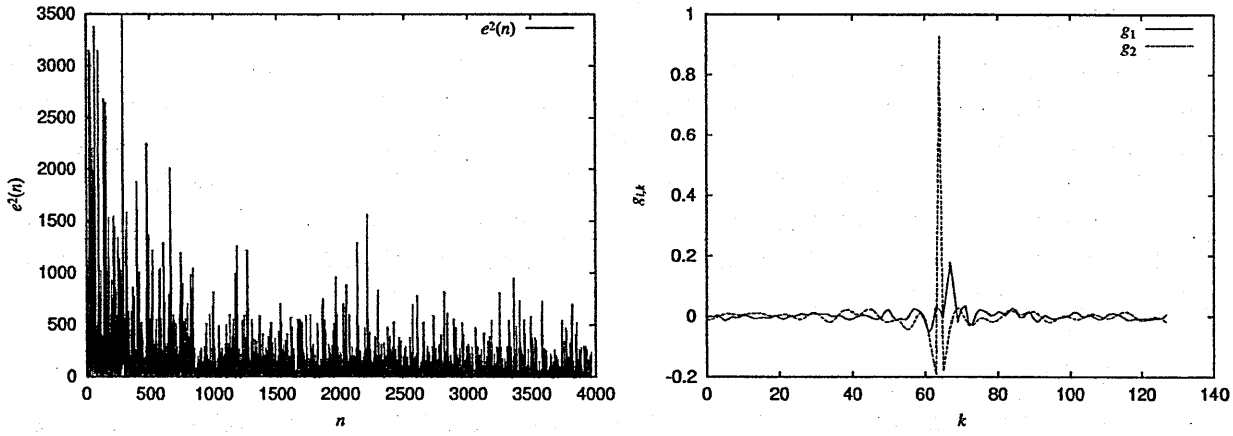
この実験では第 2 節で述べた理論に基づいて, 図 5 のように配置した ch0 から ch7 の 8 個のマイクロフォンが受信した信号から, 時間遅れ, 及び音源の位置を推定した. ch 0 を原点として, 向かって右側を x 軸の+方向, 上側を y 軸の+方向と定義し, ch 1,ch 2,ch 3 をそれぞれ原点から x 軸の方向に 272[mm],544[mm],1088[mm] の位置に配置した. また,ch 4,ch 5,ch 6,ch 7 は ch 0,ch 1,ch 2,ch 3 を y 軸の方向に-240mm シフトさせた位置に配置した. OP アンプを用いたマイクロフォンの信号の増幅回路を図 6 に示す.

信号の増幅に用いた電源には Metronix の DUAL DC POWER SUPPLY 6455A を用いた. 音源はスピーカーから発生させることとし, 音源の種類は表 1 の 2 種類を用いた. スピーカーは ONKYO の GX-D90 を用いた. ウーファーの半径は 41[mm] である. 音源の信号を再生させる CD プレーヤーには Technics の SL-PG480A を用いた. A/D 変換器は DATEL 社の PCI-416 を用いた. プログラムの作成には,Microsoft の Visual Basic 6.0 と fortran のコンパイルには富士通株式会社の Fortran&C Academic Package V.30L10 を用いた. また AMD

Athlon(tm) 64 Processor 3000+ 2.0[GHz] のコンピュータで計算をおこなった．OS は Microsoft の Windows XP Professional Version 2002 である．本実験での各種設定を次に示す．

- サンプリング周波数：f_s　　20[kHz]
- サンプリング周期：$t_s = \dfrac{1}{f_s}$　　0.5×10^{-4}[s]
- サンプル数：$ndata$　　4096
- チャンネル数：n_{ch}　　8
- インパルス応答のデータ数：M　　128
- 入力位置次元数：dim　　2
- 音速：c　　340[m/s]

上記の条件で,$x = -0.7, 0.0, 0.7, 1.5, 2.4$[m],$y = 0.0, -0.78$[m],$z = 0.0, 0.6, 1.5, 2.3$[m] の各点に, 向きを x 軸に垂直となるように固定した音源となるスピーカーを置き, 音源 A と B をそれぞれ 10 回ずつ測定した．次節に実験結果を示す．



(a) 誤差 $e^2(n)$　　(b) インパルス応答 $\hat{g}_1, \hat{g}_2$

図 7　AEDA 法 (音源 B,$x = 0.7, y = 0.0, z = 1.5$[m])

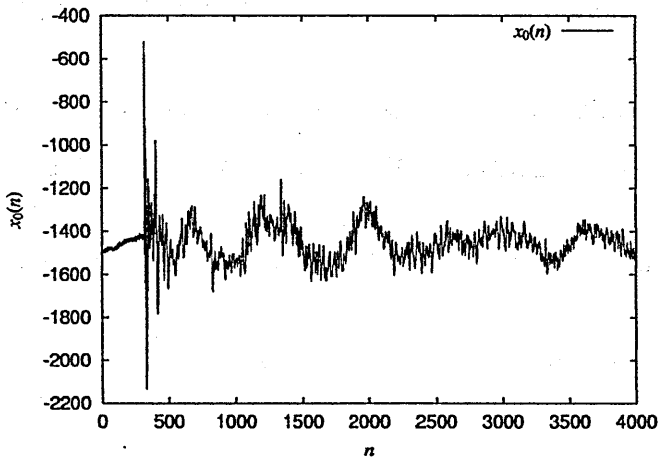


図 8　音源をパルス波形にしたときの受信信号 $x_0(n)$

4　実験結果

4.1　AEDA 法によって求めたインパルス応答

AEDA 法によって求めた誤差 $e^2(n)$ と x_1, x_2 のインパルス応答 $\hat{g}_1, \hat{g}_2$ を図 7 に示す．これは音源 B を $x = 0.0, y = 0.0, z = 0.6$[m] に置いて,$x_1$ を ch1,x_2 を ch0 のマイクロフォンの受信信号としたものである．$\hat{g}_1, \hat{g}_2$ の初期値が, 式 (12) になっていることから,$\hat{g}_2$ の最大値はデータ数の中心に表れている．それが基準となり,$\hat{g}_1$ が相対的に表れるために,ch0 のマイクロフォンで受信した信号と ch1 のマイクロフォンで受信した信号の送れ時間の差は, 系列 $\{\hat{g}_1\}$, $\{\hat{g}_2\}$ の最大値となる系列番号 k の差であることが分かる．また最大値以外の部分は, 反響を示している．

図 8 に音源をパルス波形, サンプリング周波数を 50[kHz] としたときの ch0 の受信信号 $x_0(n)$ を示す．音源がパルス波形であるので, 受信信号 $x_0(n)$ はその部屋の反響を示す.

4.2　測定した時間遅れの評価

相互相関と AEDA 法によって求めたそれぞれのマイクロフォンが受信した信号の時間遅れの差に対しての評価方法と結果を次に述べる．

4.2.1　評価方法

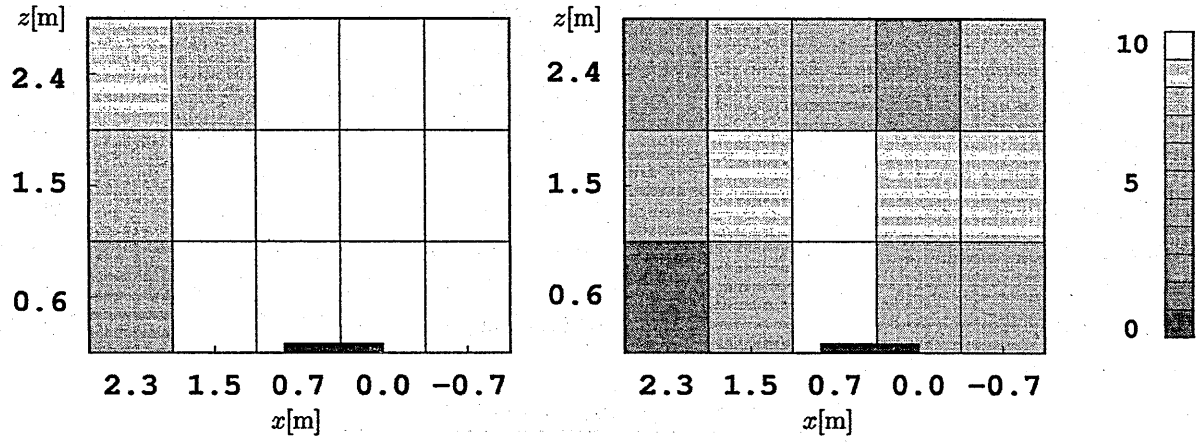
音源位置からそれぞれのマイクロフォンまでの位置の距離と音速から, 実際の時間差を求める．ここではそれを理論値とする．誤差率 20[%] を許容範囲とし, 理論値の 80[%] から 120[%] までに含まれる測定値が, 測定回数 10 回中何回存在するかによって評価した．但し, サンプリング周期は t_s であるので, 推定値は t_s の倍数で表現される．理論値が $0.8t_s$ であるような時間遅れが 0 に近い場合, 正しく測定されても精度の限界から測定値は t_s となり, 許容範囲 ($0.64t_s \sim 0.96t_s$) に含まれることが出来ず, 正しく測定されたのにも関わらず成功回数にカウントされない．このことを防ぐために, この評価では, 理論値も t_s の倍数で表現してから, その値での許容範囲に測定値が含まれるかどうかを調べた．許容範囲に含まれることを成功と定義する．

4.2.2　成功回数の傾向

音源を各座標点ごとにおいて測定した基準である ch0 と ch1 ～ ch7 間の時間遅れの成功回数を濃淡で表した．(a) には AEDA 法を用いて測定した時間差の成功回数を,(b) には相互相関関数を用いて測定した時間差の成功回数を示している．原点は ch0 のマイクロフォンの位置であり, 図 9 は音源には落語を用いた音源位置が $y = 0.0$m のときの ch0 と ch1 のマイクロフォンによる評価結果である．色の濃淡が薄いほど成功回数が多い．時間遅れの評価では

- AEDA 法を用いた時間遅れ測定の成功回数は, 距離よりも角度による影響が強い
- 相互相関関数を用いた時間遅れ測定の成功回数は, ばらつきがあり不安定で, 角度だけでなく距離も影響している
- 基準となる ch0 と ch1 のマイクロフォンが受信した信号の時間遅れ測定が, 最も成功回数が多く安定していた.

という結果を得られた．これらの原因の考察は, 第 5 節でおこなう.



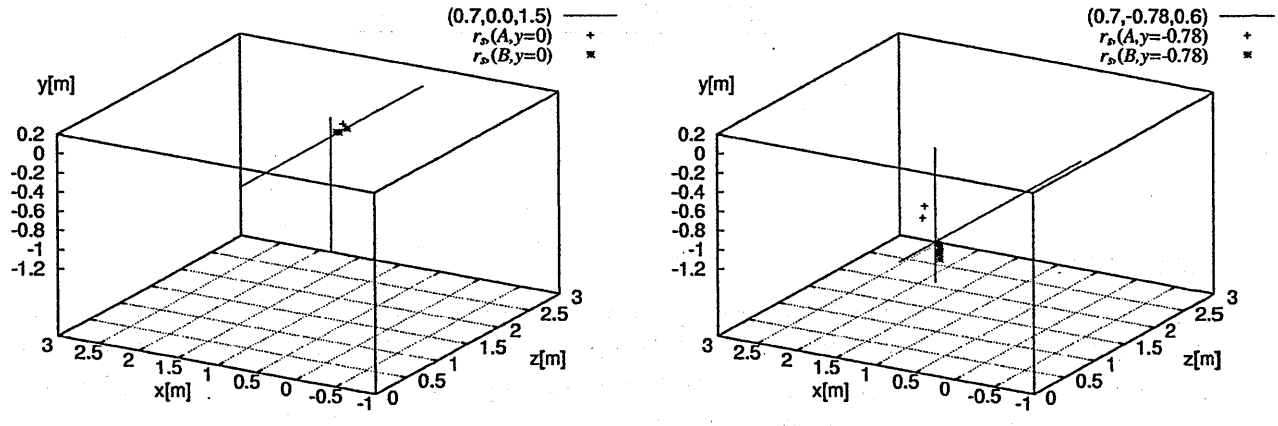
(a)AEDA 法　　(b) 相互相関関数

図 9　ch0 と ch1 の測定した時間遅れの成功回数 (音源 A,$y = 0.0$[m])

4.3　推定した音源位置の評価

本実験では AEDA 法で求めた時間差を用いて, 音源の位置を推定した. SI 法,OSLS 法をそれぞれ用いて音源の位置を推定したが,2 つの推定値の間には 10^{-5}[m] 程度の誤差しかないので, ここでは SI 法で求めた結果を使い, 評価をおこなった.

音源位置を推定した結果を図 10 に示す. 音源 A,B で (a) は音源位置が $x = 0.7, y = 0.0, z = 1.5$[m] のとき,(b) は音源位置が $x = 0.7, y = -0.78, z = 0.6$[m] のときの推定結果である. 図中の直線の交点は, 実際の音源位置である. 次にこの音源位置の推定値の評価方法と結果を述べる.



(a) 音源位置:$x = 0.7, y = 0.0, z = 1.5$[m]　　(b) 音源位置:$x = 0.7, y = -0.78, z = 0.6$[m]

図 10　音源位置推定結果

4.3.1　評価方法

本実験はマイクロフォンの配置の関係から, 音源位置の z 成分を直接推定することができないため, 三平方の定理から音源位置の z 成分を求めた. そのため, 原点から音源位置までの推定距離 R_s と音源推定位置の x 成分 x_s,y 成分 y_s が, $R_s^2 \geq x_s^2 + y_s^2$ を満たさない場合,z_s は虚数となるため, エラーが発生し推定した値を得ることができない. 音源 A のときのそれぞれの座標点でのエラーの発生回数を表 2 に示す. 音源 B のときのそれぞれの座標点でのエラーの発生回数を表 3 に示す.

実際の音源位置を真値とする. 時間遅れの推定値の評価方法と同様に, 許容誤差の範囲を真値の ±30[%] としたとき, 推定回数 10 回中何回が許容範囲に含まれたかを調べた. 許容範囲に含まれることを成功, 許容範囲に含まれた回数を成功回数と定義する. このとき, エラーが発生した推定では明らかに真値とは異なる値になるため, 成功回数には含めないこととする. また真値の成分が 0.0[m] のときは全てが 0 となるため,0.6[m] と同じ許容誤差で評価をおこなった.

表 2　エラーの発生回数 (音源 A)

y[m]	z[m]	x[m]				
		−0.7	0.0	0.7	1.5	2.3
0.0	0.6	3	0	0	7	8
	1.5	2	0	0	2	8
	2.4	4	4	1	3	5
-0.78	0.6	9	9	0	7	7
	1.5	6	2	6	3	6
	2.4	1	0	1	5	4

表 3　エラーの発生回数 (音源 B)

y[m]	z[m]	x[m]				
		−0.7	0.0	0.7	1.5	2.3
0.0	0.6	4	0	0	3	5
	1.5	1	0	0	4	7
	2.4	5	4	1	7	8
-0.78	0.6	9	1	0	9	7
	1.5	7	2	1	5	8
	2.4	5	1	0	2	4

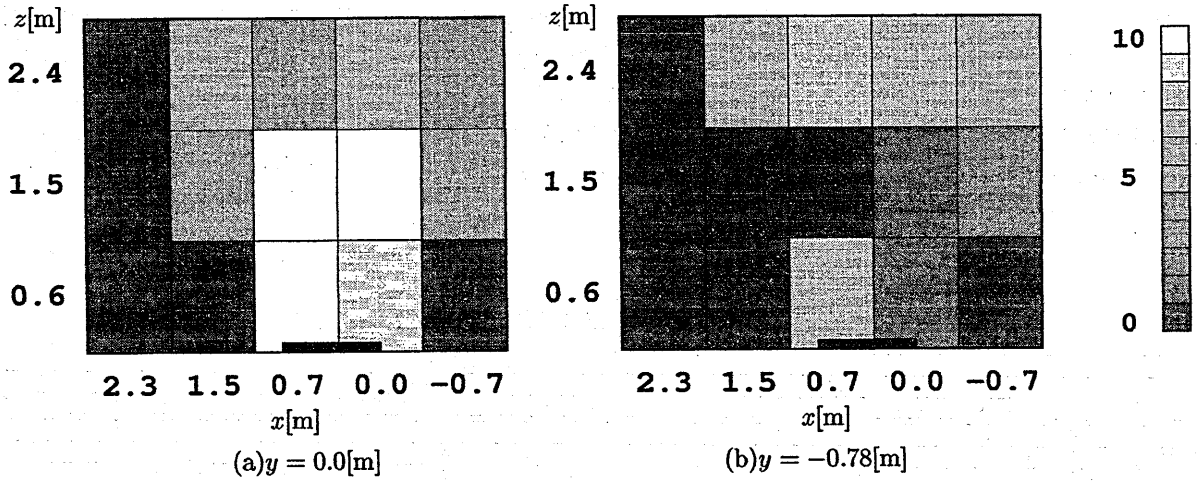
4.3.2　成功回数の傾向

上記の評価方法で, 推定した音源位置の x 成分,y 成分,z 成分のすべての成分が同時に許容範囲に含まれた回数を座標点ごとに表したものを図 11 に示す. 音源位置がその x,z 座標で,10 回中何回が音源位置の推定を成功したかを濃淡で示している. 音源 A で (a) は音源位置が $y = 0.0$[m] のときの推定結果を,(b) は音源であるスピーカーを床に置いた $y = -0.78$[m] のときの推定結果を示す. 音源位置推定値の評価では,

- AEDA 法によって求めた時間遅れの成功回数に比べ, 音源位置推定の成功回数は非常に悪い

- x 成分だけでなく y 成分もマイクロフォンアレーの正面方向に音源の位置がないと推定が難しい
- 音源位置は音源 A よりも音源 B の方が推定しやすい

という結果が得られた.



(a)$y = 0.0$[m]　(b)$y = -0.78$[m]

図 11　音源位置推定の成功回数 (音源 A)

5　考察

本実験では 8 個のマイクロフォンを 4×2 のアレー上に配置し,AEDA 法を用いて受信した信号から時間遅れを測定し,SI 法と OSLS 法を用いて音源の位置を推定することができた. またマイクロフォンアレーの正面方向にある音源の位置は安定して推定することができたが, 正面方向にない音源の位置の推定は不安定であることがわかった. 本節では本研究で検討したシステムの問題点の原因を考察するとともに, それに基づいた改善方法を述べる.

5.1　問題点の分析

第 4 節で得られた本研究で検討したシステムの主な問題点として次に示す 2 点があげられる.

1. AEDA 法を用いて測定した時間遅れの成功回数に比べて音源位置推定の成功回数が非常に悪い
2. AEDA 法を用いた時間遅れの測定及び音源位置の推定は, 距離よりもマイクロフォンアレーの正面方向からの音源の位置の角度に影響し, 角度が大きくなるほど時間遅れの測定と音源位置の推定は難しくなる

1 つ目の問題に関しては,7 個ある時間遅れの測定値の中でいくつかの誤って測定された時間遅れの影響が, 音源位置の推定値に響いているからであると考えられる. これを改善するためには最小二乗法を用いて位置を推定する前に, 誤った時間遅れを取り除く必要がある.

2 つ目の問題で考えられる原因として反響による影響, あるいは音源であるスピーカーの指向性による影響がまず考えられる. AEDA 法を用いて測定された時間遅れの成功回数と相互相関関数を用いて測定された時間遅れの成功回数を比較して分かるように, 反響による影響は AEDA 法によって大幅に改善されているため, あま

り影響がないといえる．後者の音源であるスピーカーの指向性による影響がどれくらいあるのかを調べるために，実験結果ではx軸方向に垂直に固定していたスピーカーの向きをマイクロフォンアレーの方向に向けて，マイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きい音源位置での実験を再度おこなった．スピーカー向きをx軸方向に垂直に固定して得た音源位置の推定の成功回数を表4に，スピーカーの向きをマイクロフォンアレーの方向に向けた再実験での音源位置の推定の成功回数を表5に示す．表4と表5を比較したところ，スピーカーの向きをマイクロフォンアレーの方向に向けた場合の音源位置推定の成功回数は，スピーカーの向きをマイクロフォンアレーの方向に向けない場合よりも少し多い傾向があることが分かる．このことからスピーカーの指向性によって，いくつかのマイクロフォンが音源の信号を拾いきれていない可能性があり，そのことによりマイクロフォンアレーの正面方向にない音源位置の推定の成功回数が低かったのではないかといえる．しかし表4からも分かるように，スピーカーの指向性の影響だけでマイクロフォンアレーの正面方向から角度が大きい音源位置の推定の成功回数が低いとはいえず，その他にも原因があると考えられる．

表 4　スピーカーの向きを x 軸方向に垂直に固定したときの音源位置推定の成功回数

音源位置 [m]			成功回数 [回]											
			誤差率 ±30[%]				誤差率 ±20[%]				誤差率 ±10[%]			
x	y	z	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分
−0.7	0	0.6	2	6	2	0	0	5	1	0	0	5	0	0
−0.7	0	1.5	4	8	4	4	0	8	3	0	0	4	1	0
−0.7	0	2.4	3	6	4	3	3	5	3	3	3	5	3	3
1.5	0	0.6	1	3	0	0	1	3	0	0	0	2	0	0
2.3	0	0.6	0	2	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0

表 5　スピーカーの向きをマイクロフォンアレーの方向に向けたときの音源位置推定の成功回数

音源位置 [m]			成功回数 [回]											
			誤差率 ±30[%]				誤差率 ±20[%]				誤差率 ±10[%]			
x	y	z	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分	x 成分	y 成分	z 成分	全ての成分
−0.7	0	0.6	8	10	7	5	5	10	5	5	5	10	1	1
−0.7	0	1.5	4	9	4	4	4	9	4	4	3	3	4	3
−0.7	0	2.4	3	7	3	3	3	6	3	3	3	5	3	3
1.5	0	0.6	2	6	1	1	2	6	1	1	1	6	0	0
2.3	0	0.6	1	8	1	1	0	8	1	0	0	1	0	0

スピーカーの指向性による原因とは他にマイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きい音源位置の推定の成功回数が低い原因を追及するために，成功回数に含まれなかった音源位置の推定値を調べてみると，マイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きくなるほど，測定した時間遅れの誤差が音源位置を推定する際に大きく影響することが分かった．例として，マイクロフォンアレーの方向にスピーカーの向きを向けて推定した$x = 2.3, y = 0.0, z = 0.6$[m] の音源位置の推定値を示すと，エラーが発生しなかった8回の推定値のうち,$x = 0.997, y = 0.065, z = 0.204$[m] と推定されたのが7回で，$x = 1.72, y = 0.010, z = 0.528$[m] と推定されたのが1回であった．AEDA 法を用いて測定した基準となる ch0 のマイクロフォンとその他のマイクロフォンの時間遅れの差を調べると，音源位置が $x = 0.997, y = 0.065, z = 0.204$[m] と推定されたときは表6の (a) のように，音源位置が $x = 1.72, y = 0.010, z = 0.528$[m] と推定されたときは表6の (b) のように測定されていた．表6から分かるように,$x = 2.3, y = 0.0, z = 0.6$[m] の音源位置を $x = 0.997, y = 0.065, z = 0.204$[m] と推定されたときと $x = 1.72, y = 0.010, z = 0.528$[m] と推定されたときの時間遅れの測定値の違いは，ch2 のマイクロ

フォンの時間遅れの測定値以外は全く同じであり, ch2 のマイクロフォンの時間遅れの測定値でも (a) と (b) の差は 0.00005[s] だけであった．サンプリング周波数 f_s が 20000[Hz] のため測定できる時間遅れの最小値はサンプリング周期 t_s の 0.00005[s] である．そのため時間遅れの誤差が 0.00005[s] というのは非常に微小な値であり, 少なくともマイクロフォンアレーの正面方向の音源の位置を推定する場合には 0.00005[s] のような微小な誤差では, 音源位置の推定値にこれほどの大きな違いは出なかった．つまりマイクロフォンアレーの正面方向にある音源位置の推定ではあまり影響が表れない時間遅れの微小な誤差も, マイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きい方向にある音源位置の推定では大きな誤差となる．

表 6　AEDA 法で求めた時間遅れ

ch	時間遅れ [s]	
	(a)	(b)
1	−0.00075	−0.00075
2	−0.00145	−0.00150
3	−0.00220	−0.00220
4	0.00005	0.00005
5	−0.00070	−0.00070
6	−0.00145	−0.00145
7	−0.00215	−0.00215

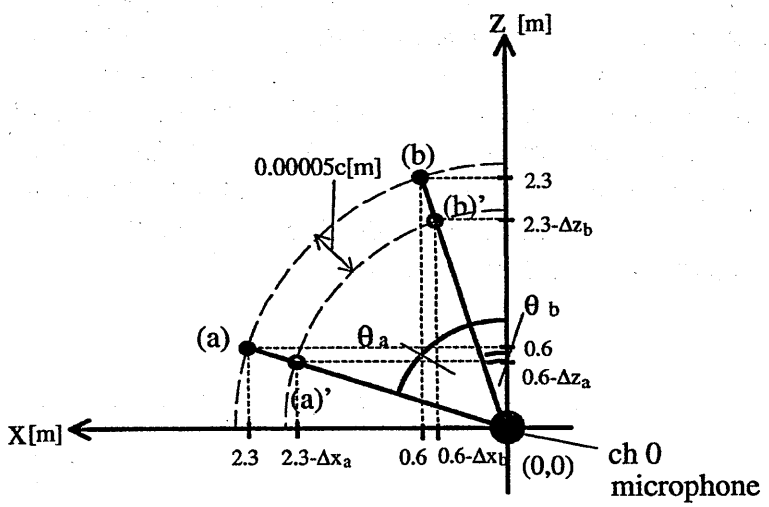


図 12　角度の影響による誤差

実際にどれくらいの誤差があるかを調べてみた．図 12 に示すように, 例として $x-z$ 平面での角度による x 成分の誤差の違いを ch0 のマイクロフォンをモデルにして考えてみる．この $x-z$ 平面での原点を ch0 のマイクロフォンと定義する．ch0 のマイクロフォンの正面方向から角度が大きい音源位置として $x=2.3, z=0.6$[m]

を地点 (a) とおく．ch0 のマイクロフォンの正面方向からの角度が小さい音源位置として地点 (a) の x 成分と z 成分を入れ替えた $x = 0.6, z = 2.3$[m] を地点 (b) とおく．ch0 のマイクロフォンの位置からの地点 (a) までの距離と地点 (b) までの距離は等しい．ch0 のマイクロフォンの正面方向を 0° とすると，地点 (a) と地点 (b) の ch0 のマイクロフォンの正面方向からの角度 θ_a と θ_b は，

$$\begin{aligned} \theta_a &= 75.38^\circ \\ \theta_b &= 14.62^\circ \end{aligned}$$

となる．本実験で検討したシステムの時間遅れの最小誤差は 0.00005[s] であるので，音速を 340[m/s] とするときの距離の誤差は 0.017[m] となる．この誤差による地点 (a) と地点 (b) での x 成分の変化分を Δx_a と Δx_b, z 成分の変化分を Δz_a と Δz_b とおくと，それぞれの値は，

$$\begin{aligned} \Delta x_a &= 0.0165[m], \quad \Delta z_a = 0.0043[m] \\ \Delta x_b &= 0.0043[m], \quad \Delta z_b = 0.0165[m] \end{aligned}$$

となる．本研究で検討したシステムでは音源位置の x 成分と y 成分を求めてから，その値と距離を用いて z 成分を求める．そのため z 成分も誤差による x 成分の変化分 Δx_a と Δx_b に依存する．このことから Δx_a と Δx_b だけを比較すると，地点 (a) での同じ時間遅れの誤差による音源位置の x 成分の誤差は地点 (b) の約 4 倍となる．例として図 12 のようなモデルを考えたが，実際はこの誤差は図 4 に示されるような遅れ時間の差に相当する距離 d_{10} に直接影響するため，約 4 倍の誤差は非常に大きいといえる．スピーカーの指向性による原因とこのマイクロフォンの正面方向からの角度が大きくなることによって発生する x 成分の誤差の増大が，角度が大きくなるほど音源位置の推定が難しくなった原因であると考えられる．

次にマイクロフォンの指向性による影響を図 13 のようなマイクロフォンアレーで考える．仮定として 3.0×2.4[m^2] の空間で，正面方向からの角度が 50° までの範囲が角度による誤差が小さく，時間遅れの測定値を安定して得られるとする．各マイクロフォン間の長さを本実験で使用した実験装置と同じ 0.272[m] とすると，ch1 と ch2 のマイクロフォンがカバーできる面積の割合は 63.88[%] で，ch0 と ch3 のマイクロフォンがカバーできる面積の割合は 54.77[%] であるので，約 10[%] の違いがある．このことからマイクロフォン間の距離が長いほど角度による誤差の影響が大きくなることが分かる．しかしマイクロフォン間の距離が短くなりすぎると時間遅れの値が 0 となり，正面からの角度の誤差よりも距離の長さによる誤差が大きくなってしまう．時間遅れの測定結果から分かるように，最も時間遅れの測定の成功回数が多く安定していたのが原点から 0.272[m] 離れていた ch1 のマイクロフォンであり，音源位置が非常に遠い場合を除き，実験でおこなった音源位置の距離程度であれば ch0 と ch1 の間隔でカバーできると考えられる．

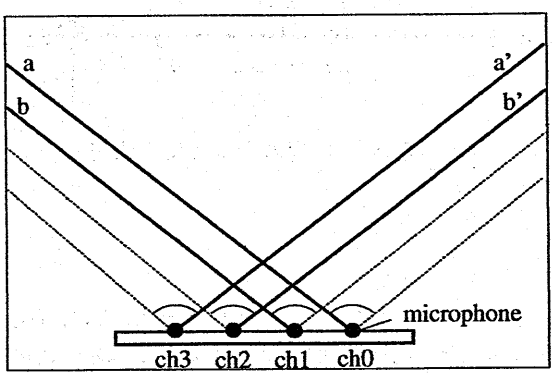


図 13　マイクロフォンの間隔による推定値が安定する空間　(ch1 と ch2 でカバーできる空間:直線 a と a' で囲まれる部分,ch0 と ch3 でカバーできる空間:直線 b と b' で囲まれる部分)

5.2　改善方法

以上のことをふまえて, 本研究で検討したシステムの改善策について述べる. 本研究での目的でもあるビデオ会議で実際にこの本研究で検討したシステムを導入し, 実用化するためには, リアルタイムでの音源位置の推定が必須であり, システム全体の計算速度をできるだけ早くおこなう必要がある. 最も計算時間がかかったAEDA 法を用いた時間遅れの測定の計算時間を減らすためには, インパルス応答の要素の数を出来るだけ最小限にすることが良い方法だと考えられる. インパルス応答の要素数を減らすためには, 比較する 2 つのマイクロフォンの距離をできるだけ短くすれば良い.

以上のことから基準となる原点の位置にあるマイクロフォンを中心にして, $x = 0.272, y = 0.0, z = 0.0$[m] の位置,$x = -0.272, y = 0.0, z = 0.0$[m] の位置,$x = 0.0, y = 0.272, z = 0.0$[m] の位置, $x = 0.0, y = -0.272, z = 0.0$[m] の位置,$x = 0.0, y = 0.0, z = 0.272$[m] の位置,$x = 0.0, y = 0.0, z = -0.272$[m] の位置に一つずつマイクロフォンを配置した図 14 のような各軸に 3 つずつマイクロフォンが存在する実験装置が良いと考えた. この実験装置にはマイクロフォンの位置に z 成分の情報が含まれるため, 直接音源位置の z 成分を推定することが可能である. そのため音源が x 軸上の水平方向に近い位置にある場合は y 軸 z 軸上に存在するマイクロフォンで推定をおこなえば, 第 5.1 節で述べたマイクロフォンの正面方向からの角度が大きい音源位置での時間遅れの誤差が大きくなる問題点を解決することが出来る. また他の軸にも同様のことがいえる.

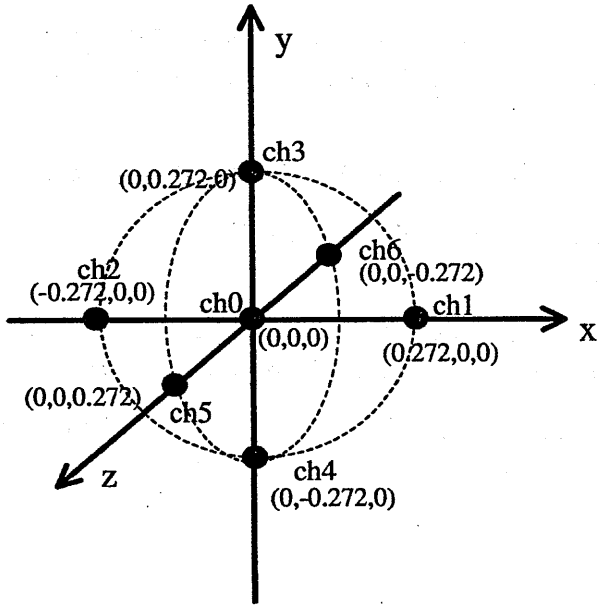


図 14　新たに提案したマイクロフォンの配置

6　むすび

本研究では, パッシブソナーを用いて音源位置の方向と距離を推定するというシステムを検討した. 8 個のマイクロフォンを 4×2 のアレー上に配置し,AEDA 法を用いて受信した信号から時間遅れを測定し,SI 法と OSLS 法を用いて音源の位置を推定を行った. 相互相関関数から時間遅れを測定するのではなく,AEDA 法を用いて時

間遅れを測定することによって反響の影響の問題が改善され, マイクロフォンアレーの正面方向にある音源の位置は安定して推定することができた．しかし正面方向にない音源の位置の推定は不安定であることがわかった．

実験結果の評価で得られた本実験で検討したシステムの問題点を考察したところ, マイクロフォンアレーの正面方向にある音源位置の推定ではあまり影響が表れない時間遅れの微小な誤差も, マイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きい方向にある音源位置の推定では大きな誤差になることが分かった．スピーカーの指向性による原因と上記の原因によって, 本研究で検討したシステムはマイクロフォンアレーの正面方向からの角度が大きくなるほど音源位置の推定が難しくなったと考えられる．以上を踏まえてこれらの問題点を改善する新たな実験装置を提案した．

今後の課題は

- 今回の実験結果の評価・考察をもとに新たに提案した音源位置推定システムの実装・実験をおこない, 新たな問題点の改善案を考える
- 音源となる対象物が動く場合でも音源位置を正確に推定する音源位置推定システムの構築
- 音源が２つ以上ある場合でも２つ以上の音源位置を正確に推定する音源位置推定システムの構築

の３つがあげられる．

参考文献

[1] Yiteng (Arden) Huang,Jacob Benesty,Gary W.Elko : "MICROPHONE ARRAYS FOR VIDEO CAMERA STEERING", ACOUSTIC SIGNAL PROCESSING FOR TELECOMMUNICATION,pp.239-259,2000

[2] 江原 義郎 : "ユーザーズ ディジタル信号処理",pp.46-47, 東京電気大学出版局, 第一版,1991

[3] 表 朝子 : "「パッシブソナーによる音源位置推定法」", 卒業セミナー報告書, 京都工芸繊維大学　電子情報工学科　pp.5-6,2008.

[4] J.Benesty,F.Amand,A.Gilloire,and　Y.Grenicr : "Adaptive filtering algorithms for stereophonic acoustic echo cancellation"in Proc. IEEE ICASSP, pp.3099-3102,1995

[5] 中山 純一 : "京都工芸繊維大学講義資料「信号処理ノート」",pp.(4-74)-(4-76),2006

輻射科学研究会資料
RS07-18

宇宙空間におけるプラズマ波動観測

Plasma wave observations in space

小嶋浩嗣

京都大学生存圏研究所

2008年3月27日

於 京都大学

Abstract.
本稿では，科学衛星を用いた宇宙空間でのプラズマ波動観測の手法，通常の電波観測との相違点などについて述べた後，具体的な観測例として，我が国の科学衛星 GEOTAIL によって，地球磁気圏尾部で発見された「静電孤立波」の観測結果についてまとめる．宇宙空間を満たしているプラズマは無衝突状態にあり，そこでの運動論的エネルギーはプラズマ波動を介して伝達されていく．従って，そこで発生している物理プロセスを知るための重要な手掛かりをプラズマ波動観測はあたえてくれる．分散性の媒質であるプラズマ中では，プラズマ波動のモードが多数存在する．それを衛星に搭載した電界，磁界センサーでとらえ観測するが，その時，電界センサーのインピーダンスは，プラズマの分散性の影響を受け非常に複雑となり，正確な観測を行うためには，その理解が必要である．一方，観測例としてあげる静電孤立波については，その観測結果，および発生モデルについて述べた後，磁気圏内の空間分布を示し，その発生がマクロな地球磁気圏活動と関係があることを示す．

1. 宇宙空間プラズマ中におけるプラズマ波動

1.1 宇宙空間プラズマ

本稿でとりあげる宇宙空間とは，人類が人工飛翔体によって探査できる範囲，即ち，主として太陽系空間内を指すこととする．この太陽系空間は，宇宙プラズマによって満たされているが，その起源は大きく二つに分けられる．一つは，惑星大気上層部が太陽光によって電離してできた惑星起源のもの(地球では電離層プラズマ)，もう一つは，太陽大気が宇宙空間に流出している太陽風プラズマである．これらのプラズマは，太陽のダイナミックな活動に大きく影響されている他，惑星の固有磁場や大気との相互作用により空間的にも非一様となっている．一例として，地球近傍での太陽風プラズマの典型的なパラメータを表 1 に示す．

太陽風と地球磁場は，その相互作用によって一種の cavity 空間である地球磁気圏を形成する．実際は単なる cavity ではなく図 1 に示すように異なる密度，温度のプラズマで満たされ，いくつか境界層で区切られた複雑な空間的構造をもっている．

宇宙プラズマは，無衝突プラズマと呼ばれ，その平均自由行程は場所によっては，1AU(太陽-地球間距離:1.5×10^8km)に相当する程である．この無衝突プラズ

表 1: 太陽風プラズマの典型的なパラメータ (1AU における).

磁場強度	7nT
電子数密度	5×10^6m^{-3}
流速	600km/s
電子温度	10^5K
イオン温度	10^5K
電子プラズマ周波数	20kHz
電子サイクロトロン周波数	200Hz

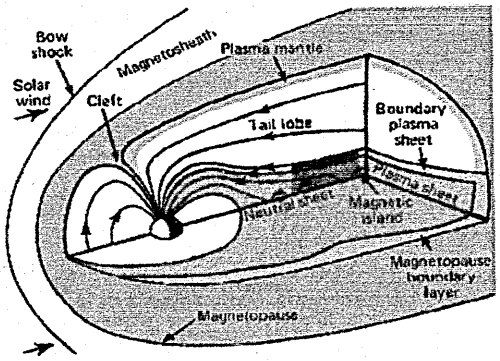


図 1: 地球磁気圏の模式図．太陽は図面左側にあり，太陽風が紙面右に向かって流れ，地球の固有磁場との相互作用の結果，このような空間が形成される [Lui, 1987 より].

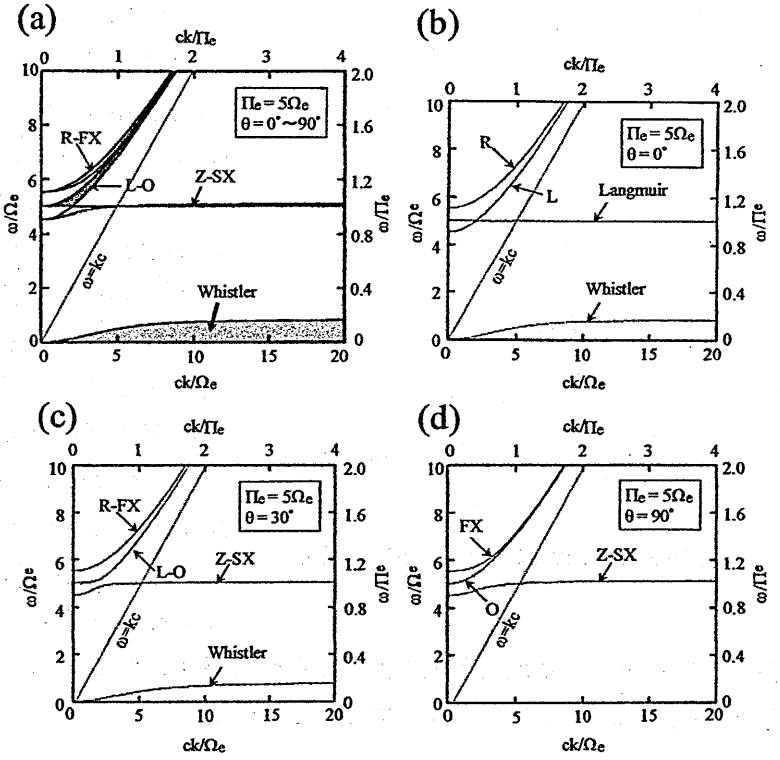


図 2: 磁化 Cold 電子プラズマ中におけるプラズマ波動モードの外部磁場に対する伝搬角依存性. (a) 伝搬角 θ=0° から 90° までの重ね合わせ, (b) θ=0° , (c) θ=30° , (d) θ=90° [Matsumoto et al., 1998 より].

マ中において，粒子どうしの運動エネルギー交換過程を媒介しているのがプラズマ波動である．プラズマ波動は，様々な条件下で不安定となり励起される．更にそのプラズマ波動が，粒子を加速・加熱することによってエネルギーを伝達させていく．宇宙空間でプラズマ波動を観測することの意義の一つは，このエネルギーの伝達過程をそこで励起されているプラズマ波動の様相によって特定するところにある．

1.2 プラズマ波動

プラズマは分散性媒質である．そこに存在するプラズマ波動のモードは，真空中とは大きく異なる．特に，宇宙プラズマのような磁化プラズマ中においては，その波動の外部磁場に対する伝搬角によって更にモードは変化する．図 2 は，十分に温度が低い磁化 cold 電子プラズマ中における波動の線形分散特性曲線を外部磁場に対する伝搬角別に示したものである．各グラフの横軸は波数(k)，縦軸は波動の角周波数(ω)であり，それぞれ，光速 c，電子サイクロトロン角周波数 Ω_e，及び，電子の角プラズマ周波数 Π_e で規格化されている．また，(a)では，伝搬角が変化していく時のモード変化を網掛けの部分で表現している．各モードの名称は，矢印とともに示している．真空中では，電波として $\omega=kc$ という光速のモードだけが存在するわけであるが，それに比して，プラズマ中には非常に多くの波動モードが存在することがわかる(プラズマの温度(分布)を考慮した計算では，更にモードが増え複雑になる．また，非線形波動に対してはこれらの分散も変化してくる)．それらの多くは，真空中と同様電場成分と磁場成分を伴う電磁波のモードであるが，プラズマの粗密波(縦波)として存在する Langmuir 波のように磁場を伴わない波動(静電波動)も存在する．また，右旋，左旋偏波の違いも電磁波の各モードを特徴づける．

このプラズマ波動はそのモードによってエネルギー伝達過程に関与する条件が異なり，また，励起されるプラズマ波動の波数や周波数も変化する．例えば，上述の静電波 Langmuir 波は，電子ビームとの相互作用によりビーム速度よりやや低い位相速度をもつ波動として励起される．電磁波では Whistler モードが，やはり高エネルギーの電子ビームで励起される他，電子速度分布の異方性(磁場に垂直方向の温度と平行方向の温度の違い)の緩和過程によっても励起される．このような知見より，励起されているプラズマ波動のモードや周波数を特定することによって，逆にそこで発生している物理プロセスを推定することができる．プラズマ波動の励起モードと物理素過程には密接なつながりがあるため，宇宙空間におけるプラズマ波動観測は科学衛星観測において非常に重要な役割を担っている．

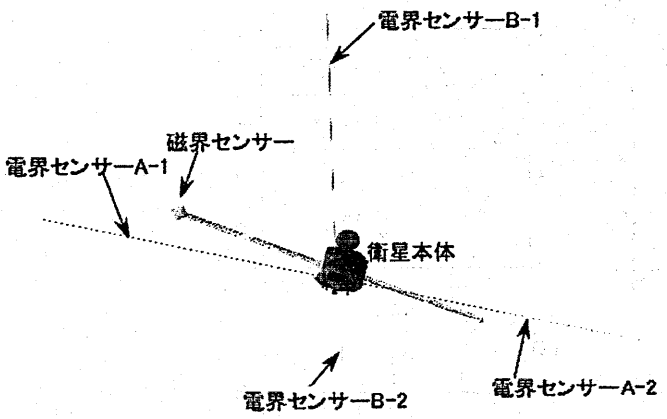


図 3: 日欧水星探査衛星 BepiColombo におけるプラズマ波動観測器用センサー配置.

2. 衛星搭載プラズマ波動観測器

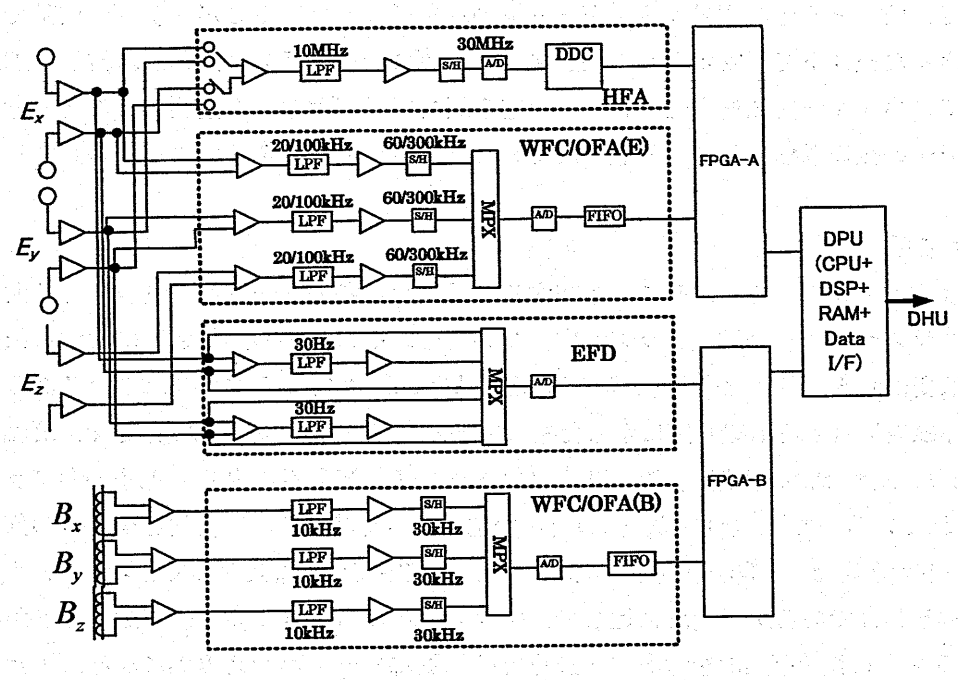


図 4: 現在設計中の地球磁気圏編隊飛行観測衛星 SCOPE 搭載プラズマ波動観測器のブロック図(DDC: Digital Down Converter; HFR: High Frequency Receiver; WFC: Wave-Form Capture; OFA(Onboard Frequency Analyzer; EFD: Electric Field Detector; DPU: Digital Processing Unit; DHU: Data Handling Unit)).

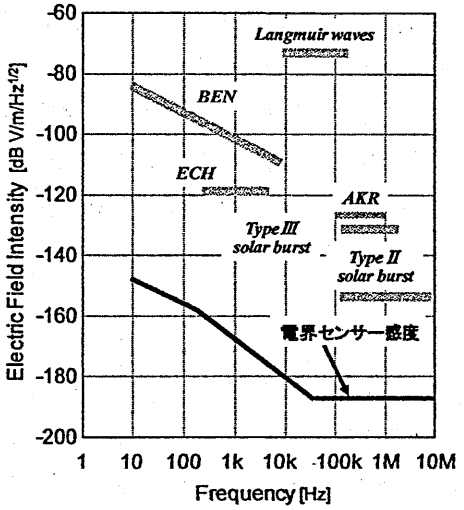


図 5: 電界センサー感度と観測対象自然波動のレベル(BEN: Broadband Electrostatic Noise; ECH: Electron Cyclotron Harmonic waves; AKR: Auroral Kilometric Radiation).

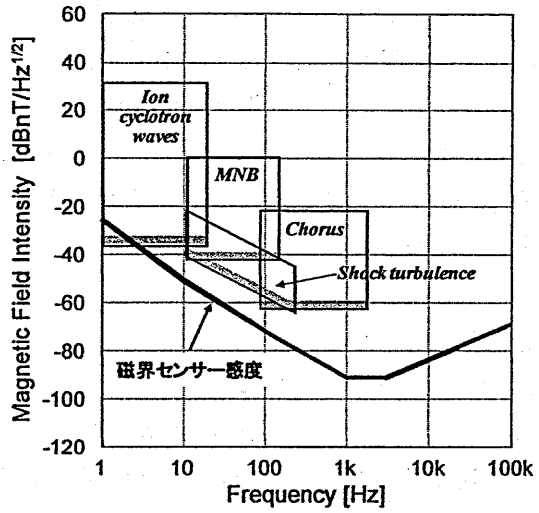


図 6: 磁界センサー感度レベルと観測対象自然波動レベル (MNB: Magnetic Noise Burst).

科学衛星に搭載されるプラズマ波動観測器(受信器部とセンサー)とは，前項で述べたプラズマ波動がもつ属性，即ち，強度，周波数，偏波，伝搬方向を捉えることのできる仕様をもつ高感度電波観測器である(波数の測定については，複数編隊衛星で行う必要があり，単独観測では難しい)．ここでは，日欧共同水星磁気圏探査衛星 BepiColombo Mercury Magnetospheric Orbiter (MMO)(2013 年打ち上げ予定)，および，地球磁気圏編隊飛行観測衛星 SCOPE(計画中)用に，現在我々が開発を行っているプラズマ波動観測器の設計を基にその典型的な機能・性能について述べる．図 3 は，現在設計を進めている BepiColombo MMO の外観と電界，磁界センサーの配置を示している．また典型的なプラズマ波動観測器のブロック図として，現在設計中の SCOPE 衛星搭載予定のものを図 4 に示す．

2.1 電界センサー

電界センサーは，プラズマ波動観測器が観測する数 Hz から 10MHz 程度の周波数帯，及び，宇宙空間に存在するグローバルな直流(DC)電場まで観測できるように設計される．図 3 に示すように，スピン型衛星の場合はそのスピン面内に数 10m 程度の細いワイヤを伸展する(MMO の場合は，32m tip-to-tip)．図 3 では，A-1 と A-2，および，B-1 と B-2 がそれぞれ 1 組のダイポールアンテナとなりプラズマ波動を観測する．DC 電場を精度よく観測するために，先端部には導体球をつけ，線部の表面には絶縁コーティングを行う．衛星のスピン軸方向に伸展物を出すことは衛星の姿勢安定上の理由もあり困難が伴うため，我が国では従来の衛星では使われてこなかったが，SCOPE 衛星で初めて搭載される予定である．

図 5 に示すセンサー感度を実現するために，電界アンテナ用プリアンプは，十分低い入力換算ノイズレベルとなるように設計される．現在，我々が用いているプリアンプでは，100kHz において数 $nV/Hz^{1/2}$ という低雑音レベルを実現している．

2.2 磁界センサー

プラズマ波動の磁界成分をピックアップするセンサーとしては，通常3軸のサーチコイル，あるいは3軸のループアンテナが用いられる．一般的には，数10kHz以下の低周波帯にはサーチコイルが，高周波帯ではループアンテナが用いられることが多い．図3に示すMMOの例では，サーチコイルが用いられており，それは衛星本体から4.5m伸展されたマストの先端にマウントされている．これは，衛星本体内部から放射される磁場ノイズ(電子回路に電流が流れれば磁場が発生する)の影響を少なくするためである．図6にSCOPE衛星用に設計されたサーチコイルのセンサー感度レベルと観測対象となる自然プラズマ波動の強度レベルを示している．

2.3 受信器部

各センサーとプリアンプでピックアップされた信号は，受信器部へとわたされる．受信器の種類としては，「周波数スペクトル」を観測するものと，「波形」を観測するものに大別される．以前は，地上にデータを伝送するテレメータの容量が小さかったため，多チャンネルのフィルタを並べたり，ヘテロダイン型の受信器で発振器の周波数を掃引させたりするスペクトル観測の受信器が主流であったが，我が国の衛星GEOTAILによる「波形」観測の成功以来，波形観測をベースに置き，周波数スペクトルは波形を衛星機上でFFT計算して求め地上に伝送するタイプの受信器が多くなってきた．図4に示したブロック図は，100kHz以下の周波数帯では波形観測をベースとしたものである．一方，10MHz帯では，近年でも波形観測は難しく，図4ではデジタルでDown conversionをかけることのできるDDCチップを用いることにより，down conversionする周波数領域を時間とともに変化させながら出力する波形をFFTすることによってスペクトル観測が行えるようになっている．

3. プラズマ波動観測

ここでは，実際にプラズマ波動観測を行うにあたって大切な電界アンテナのインピーダンスについての取り扱い，及び，観測例としてGEOTAIL衛星で発見された静電孤立波について述べる．

3.1 電界アンテナのアンテナインピーダンス

先にも述べたように，プラズマは分散性媒質であり，図1でもわかるように，同じ周波数に対して，複数の波長をもつ波動モードが存在する．プラズマ中における電界アンテナのインピーダンスは，この分散性のため周波数，波数に依存する複雑な形態となる．例えば，静電波動の分散のみを考慮した非磁化電子プラズマ中におかれたダイポールアンテナのアンテナインピーダンスZ_Aは，理想的には，以下(1)式で与えられる[Meyer-Vernet and Perche, 1989].

$$Z_A = \frac{4i}{\pi^2 \omega \varepsilon_0} \int_0^\infty \frac{F(k)}{\varepsilon_L} dk \tag{1}$$

$$F(k) = F_1(kL)[J_0^2(ka)] \tag{2}$$

$$F_1(x) = \left[\mathrm{Si}(x) - \frac{\mathrm{Si}(2x)}{2} - 2\sin^4\left(\frac{x}{2}\right)/x\right]/x \tag{3}$$

$$\mathrm{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \tag{4}$$

J_0: 0次のBessel関数, a: アンテナ線径, L: 片側アンテナエレメント長

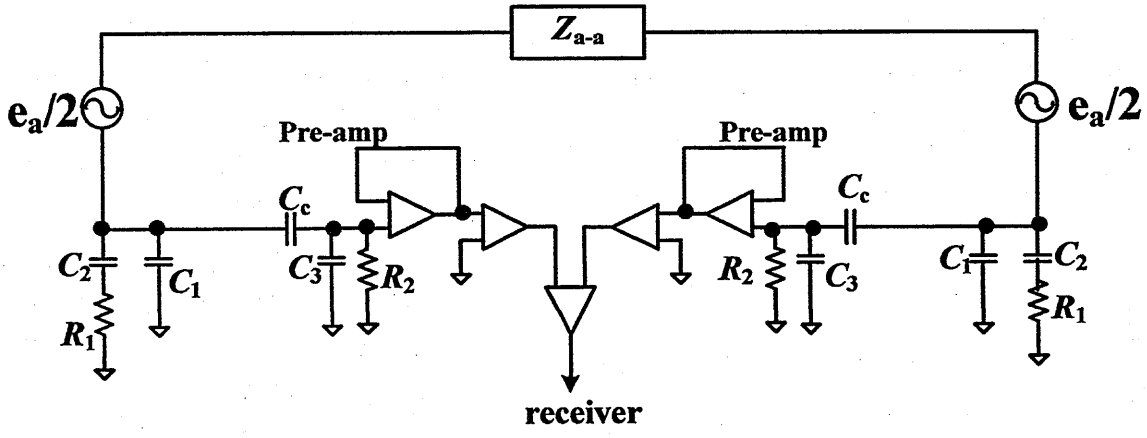


図 7: アンテナおよびプリアンプ部も含めた等価回路(C1: 同軸ケーブル容量, C2: アンテナシールド容量, C3: プリアンプ入力容量, Cc: 直流電場遮断コンデンサ容量, R1: 放電防止抵抗, R2: 入力インピーダンス), $Z_{a\text{-}a}$: アンテナインピーダンス, e_a: アンテナに誘起される電圧).

ここで，プラズマの分散が，以下の(5)式の縦波成分の誘電率ε_Lとして含まれている．

$$\varepsilon_L = 1 + \frac{2\omega_{pe}^2}{k^2 v_{te}^2}[1 + \xi Z(\xi)] \tag{5}$$

$$Z(\xi) \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{u}{u-\xi}\exp(-u^2)\,du, \xi = \frac{\omega}{kv_{te}} \tag{6}$$

ω_{pe}: 電子プラズマ角周波数, v_{te}: 電子熱速度

アンテナインピーダンスが，このように周波数に大きく依存する形になるため，インピーダンスマッチングをとった形でのプリアンプとの接続ができない状態となる．従って，プラズマ波動の観測では，そのプリアンプ入力インピーダンスは，想定されるアンテナインピーダンスよりも十分に大きな値を用いることになる．例えば，我々の観測装置を搭載している GEOTAIL 衛星では，プリアンプの入力インピーダンスとして220MΩを用いている．

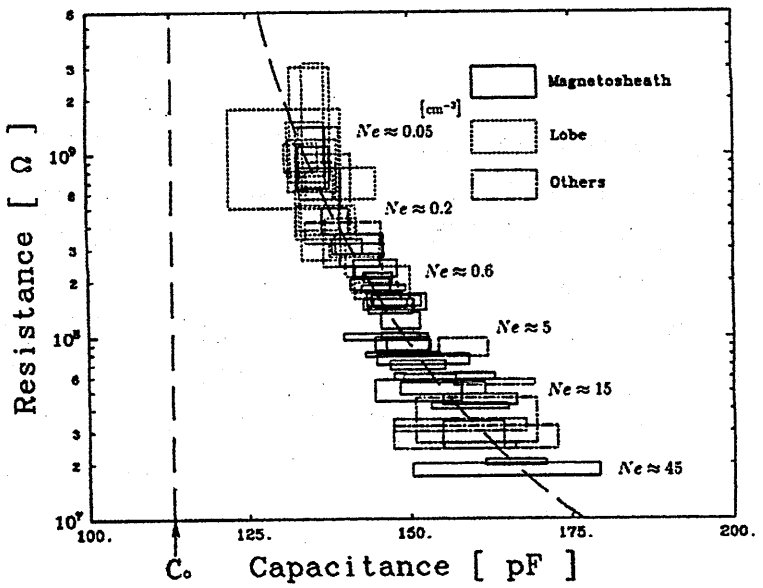


図 8: 衛星により実測されたアンテナインピーダンスの周囲密度依存性 [Tsutsui et al., 1997 より].

電界アンテナのインピーダンスを精度良く求めることは，計測したデータを正確に calibration する意味においても重要である．それは，receiver から出力される信号を実際の物理量に変換するには，アンテナ部における伝達関数を知る必要があるからである．図 7 に実際に GEOTAIL 衛星で，Calibration に用いているアンテナ-プリアンプ系の等価回路の例を示す．等価回路では，プリアンプの入力容量や同軸ケーブルの容量など分布定数も含めたものとなっているが，これらの量は衛星の打ち上げ前に地上で測定

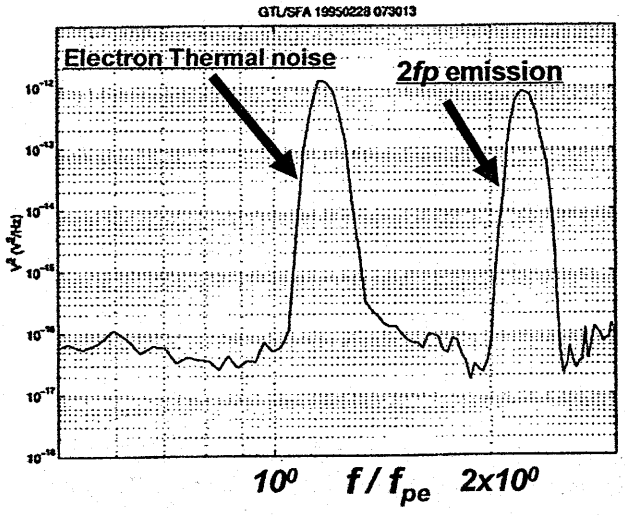


図 9: GEOTAIL 衛星で観測した電子温度雑音(左: Electron Thermal noise, f_{pe}: 電子プラズマ周波数). 2*fp* emission は, 地球磁気圏全面に形成される衝撃波面で発生している電磁波

しておく.

一方, 実際のアンテナインピーダンスは更に複雑である. それは, 衛星本体から放出される光電子電流, および, 周囲から衛星に流れ込むプラズマの電流の関係により衛星のポテンシャルがプラズマのポテンシャルと異なる状態になっているからである. それにより衛星周辺にプラズマのシースが形成され, その形状や厚みもアンテナインピーダンスに影響を与える. そのため, 近年の科学衛星では, オンボードでアンテナのインピーダンスを計測するシステムをもち, フライトにおいて実測するシステムを搭載している. GEOTAIL 衛星による我々の計測例を図 8 に示す. ここでは, 抵抗成分と容量成分に変換して示しているが, プラズマの密度(N_e)が低い領域程, 真空中でのアンテナ容量 C_0 の理論値に近づき, また, 抵抗成分は無限大に近づいているのがわかる. プラズマ波動の波長は, 一般的に非常に長く数 10m 長に展開したダイポールアンテナでも, 微少ダイポールとして扱うことができるほどであり, 従って, そのインピーダンスは, 真空中では容量性となる. プラズマ中では上述の分散の効果が加わる上に, 周囲のプラズマのアンテナへの流入や光電子による電流があり, この効果がアンテナインピーダンスに抵抗成分として現れてくると考えられる.

アンテナインピーダンスは, 周囲のプラズマ環境の影響を大きく受けるため, より現実的な計算を解析的にすることは, 難しいが, 近年, 計算機シミュレーション技術の進歩により, より現実的なモデルで光電子の影響なども考慮しながらアンテナインピーダンスを 3 次元空間にて計算できるようになってきた[Miyake et al., 2008].

3.2 電子熱雑音

3.1 節で示した式でわかるように, 電界アンテナのインピーダンスは, 電子温度の関数でもある. プラズマはこのインピーダンスに従って熱雑音を発生している. この熱雑音電圧は, 次の式で与えられる.

$$V_T = \sqrt{4k_B T_e \mathrm{Re}(Z_A)} \qquad (7)$$

ここで, k_Bは, ボルツマン定数, T_eは電子温度である.

アンテナインピーダンスは, 周波数にも依存するため, この熱雑音電圧は, 周波数依存性をもつことになる(図 9). そのため, その熱雑音の周波数スペクトル形状から衛星周辺での電子温度を導出することができる. この手法は, 光電子による contamination や衛星ポテンシャルの影響によって粒子計測器では計測できない低エネルギー粒子も含めた電子の温度を求めることができるという advantage をもっている.

3.3 静電孤立波

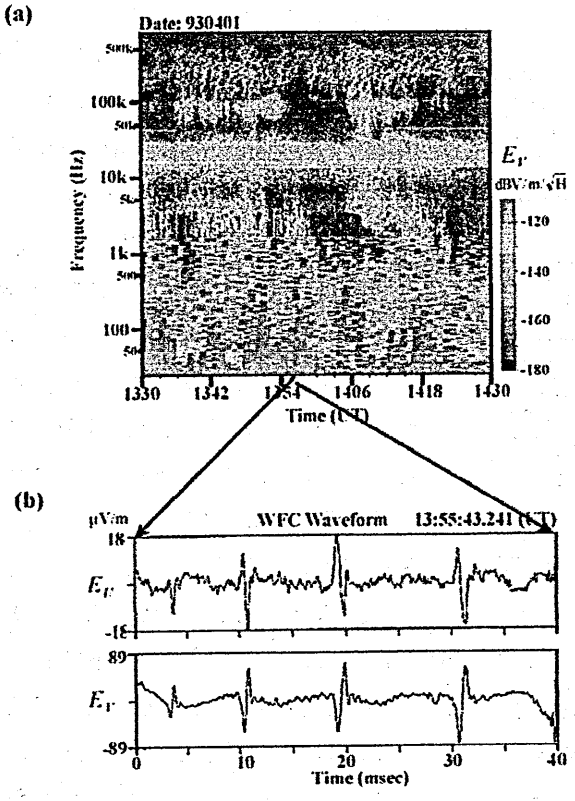


図 10: GEOTAIL 衛星で観測された BEN(上)とその波形 ESW(下) [Kojima et al., 1999a より].

ここでは，宇宙空間におけるプラズマ波動の観測例として，静電孤立波(ESW: Electrostatic Solitary Waves)について述べる．既述の様に，我が国の衛星 GEOTAIL 以前では，スペクトル観測が主流であり，波形による観測は注目されていなかった．GEOTAIL では，初めてデジタル型の波形観測装置を搭載し，従来，その実態が不明とされていた「広帯域静電ノイズ(BEN: Broadband Electrostatic Noise)」の波形観測に成功し，それが静電孤立波から構成されていることを示した．

3.3.1 広帯域静電ノイズ

米国による地球磁気圏観測の初期の頃, Scarf et al. [1974], Gurnett et al. [1976]は，地球の磁気圏夜側(尾部側)の低緯度付近で, 非常に強くまた広い周波数範囲に広がる静電波のスペクトルが頻繁に観測されることを報告した．数 Hz から数 kHz まで広がるこのスペクトルが「広帯域」というのは，その絶対的な周波数範囲もさることながら，いわゆるプラズマを特徴づける周波数をまたがってスペクトルが連続していることに由来している．それは，イオンのプラズマ周波数，電子のサイクロトロン周波数，電子のプラズマ周波数などである．図 10(a)は GEOTAIL 衛星で観測された BEN のスペクトルである．図 10(a)は，横軸が Universal time で表された観測時間，縦軸が周波数で，周波数スペクトル強度の時間変化を示している．一番低い周波数から数 kHz まで伸びるスペクトルが，断続的に観測されているが，これが BEN である．これは，電界センサーで観測したスペクトルであるが，磁界センサーの方には現れない(ここでは示していない)ので，静電波動である．ここでもイオンのプラズマ周波数(約 50Hz)，電子のサイクロトロン周波数(約 200Hz)，電子のプラズマ周波数(約 2kHz)という特性周波数を一つのスペクトルが横断して存在している．このような広帯域性から，インコヒーレントな様々な波動の重なり合わせと考えられて「ノイズ」という名前が付された．スペクトルの形状をそのように説明する一方で，その発生メカニズムとなると，非常に多くの理論や計算機シミュレーションが発表されたが，どれも BEN の発生をうまく説明することはできなかった．それは，やはり前述のようにいくつもの特性周波数にまたがっての波動励起を説明することが非常に困難だからであった．

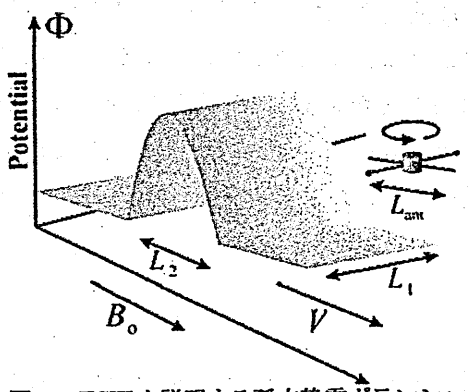


図 11: ESW を説明する孤立静電ポテンシャルフローのモデル[Kojima et al., 1997 より].

3.3.2 ESW の観測

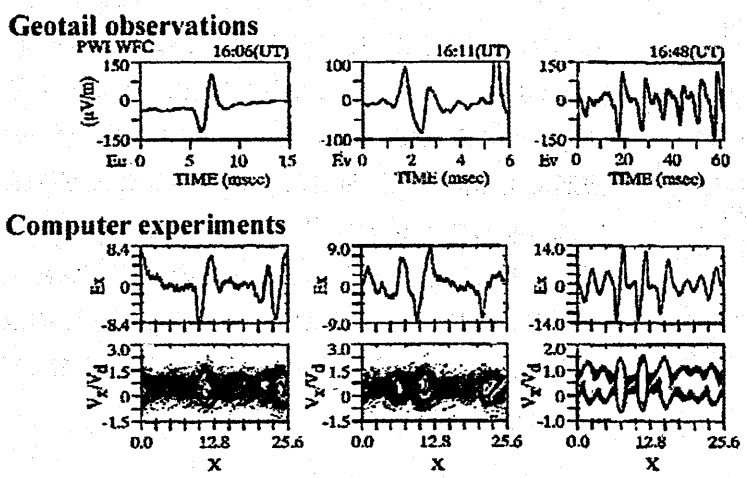


図 12: GEOTAIL で観測された ESW(上段)と計算機シミュレーションで再現された電界波形(中段), および, 位相空間における電子分布(下段)[Matsumoto et al., 1994b より].

GEOTAIL 衛星は初めてデジタル型の波形観測装置(WFC: Wave-Form Capture)を搭載した[Matsumoto et al., 1994a]. オンボードにメモリをもち, 高速サンプリングした波形を一旦メモリに格納した後, ゆっくりとテレメータで伝送するという手法で, 断続的にはなるが, すべてのセンサーの波形を直接取得することができる. この WFC によって, 我々は, BEN が静電的なパルス波形列で構成されることを発見し, BEN は「ノイズではない」ことを示した[Matsumoto et al, 1994b; Kojima et al., 1994]. 図 10(b)は, 図 10(a)の時間帯の BEN に相当する波形のスナップショットである. E_U, E_V, というのは, 直交 2 成分の電界アンテナによる観測データであることを示している. ここで観測されている位相のそろったバイポーラ波形を BEN の波形として, 我々は, 静電孤立波(ESW)と名付けた. この波形は外部磁場に平行方向の電界成分しかもたず, その後の解析により, 「孤立した正のポテンシャルが, 高速で衛星を通過していく際に観測される波形」であることがわかっている[Kojima et al., 1997]. この意味では, ESW はいわゆる「波動」ではない. 電界の急激な時間変動を波形として捉えている, というのが本質である. しかし, この孤立ポテンシャルは, 波動から形成されることが明らかになっている.

Matsumoto et al. [1994b]および, Omura et al. [1994]は, 計算機シミュレーションによって, 電子ビーム不安定性の非線形発展が, ESW の孤立静電ポテンシャルの形成につながることを示すことに成功した(図 12).

計算機シミュレーションによると, 電子ビーム不安定性により, 図 2 で示すところの Langmuir wave がまず励起される. これは静電波動であるため, 電子の粗密に従って連続的なポテンシャル構造が形成される. その非線形発展の段階で, となり同士のポテンシャルに捕捉されている電子の位相が混じり始め, 次第にポテンシャルが合体し始める. この合体を繰り返すことにより孤立したポテンシャルが形成されていく. ESW が観測される領域は, 電子ビームが観測されることが多く, この計算機シミュレーションが示すモデルは, 現象をうまく説明できるものとして広く受け入れられている. 計算機シミュレーションによれば, 孤立ポテンシャルはエネルギーの元となる電子ビームの速度とほぼ同じ速度で流れていくことになり, これは実際の磁気圏尾部では, 数万 km/s というスピードとなる.

3.3.3 磁気圏尾部における ESW 発生領域

GEOTAIL 衛星による磁気圏尾部における ESW の解析と計算機シミュレーションの計算によって, ESW に相当する静電孤立ポテンシャル流は次ぎのような特徴をもつことが明かになった.

1. 静電孤立ポテンシャルは, 電子ビーム不安定性の非線形発展の結果として形成される.

2. ポテンシャルの polarity は正である(electron hole).

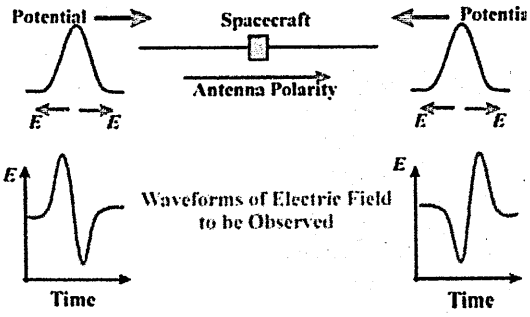


図 13: ESW ポテンシャル伝搬方向の特定.

3. ポテンシャルの速度は，エネルギーソースとなる電子ビームの速度と同程度である.

4. ポテンシャルの進む向きは，外部磁場に平行であり，電子ビームと同じ向きである.

この特徴と GEOTAIL 衛星の電界アンテナの極性を組み合わせることによって，ESW の進んでいる方向を特定することができる．一般に静電波の伝搬方向を単独の衛星で特性することは難しい(電磁波の場合は，単色波であれば，磁場の偏波面法線ベクトルを用いて方向が決まり，電界ベクトルと磁界ベクトルの位相差から向きを決めることができる．単色波でない場合でも，伝搬ベクトルを求める手法は，従来から，いくつも提案・利用されてきている)．しかし，ESW の場合は，その孤立している波であることを利用して，Bi-polar となっている波形の位相(正の振幅が先か，負が先か)と電界アンテナの極性から，静電的な現象であるにもかかわらず，伝搬方向を特定することができる(図 13)[Kojima et al., 1999b].

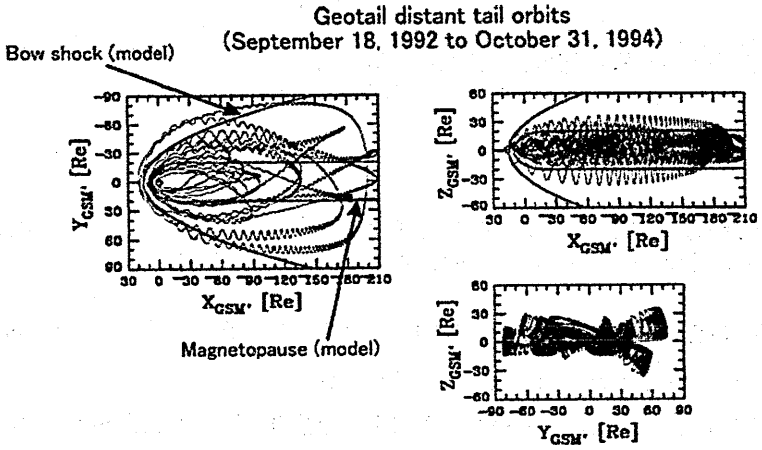


図 14: GEOTAIL 衛星の Distant tail 軌道(1992 年～1994 年). 単位は Re(地球の半径: 約 6,370km). x 方向が太陽方向，y 方向を地球の磁軸と x のなす面に垂直にとっているので，地球の自転に従って，軌道がゆれているようにみえる.

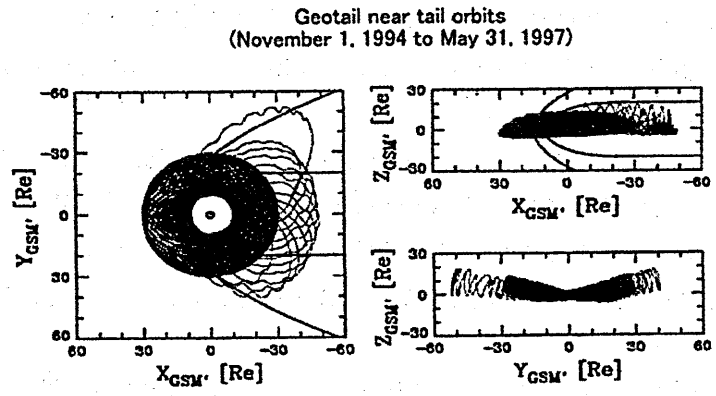


図 15: GEOTAIL 衛星の Near tail 軌道(1994 年-)

ESW は電子ビームの有無を知る上で良い手がかりになるばかりでなく，ESW が進む向きを特定することによって，その場所における電子ビームの向きを知ることができる．ESW の地球磁気圏尾部での発生領域も含め，その観測頻度を向きも含めて統計的に解析することの意義は大きい.

我々は，膨大な量の GEOTAIL データから ESW のイベントを抜き出し，その発生場所伝搬方向等について解析を行った.

図 14, 15 に GEOTAIL の軌道を示す．x 軸の正方向が太陽方向となる座標軸である．単位は地球の半径約 6,370km を 1Re としてスケールしてある．GEOTAIL の軌道は，地球から最も遠い点(Apogee)で 200Re 程度となる Distant tail 軌道に 1994 年終わりまであったが，その後は，Apogee を 30Re とす

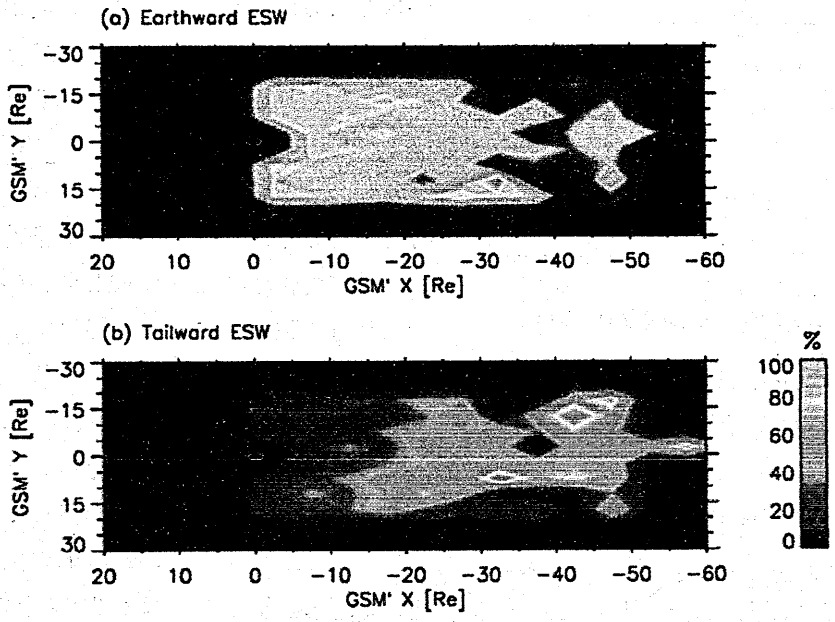


図 16: GEOTAIL の軌道にマッピングした(a) 地球方向 ESW および, (b)反地球方向 ESW の比率. 統計は, 衛星が地球磁気圏の夜側($x<0$)のイベントに限っている他, 地球の磁気圏の外側を観測しているデータは除いている.

る Near tail 軌道をとっている. この GEOTAIL の軌道に沿って, ESW の観測とその伝搬方向を解析することで, 磁気圏においてどのような ESW が分布をしているかを解析できる.

図 16 は, その統計解析の結果を, 地球方向(earthward)へ流れる ESW と反地球方向(tailward)へ流れる ESW に分けて X-Y 面内にその割合を示したものである. ここで X は正が太陽方向になり, Y は正が地球の夕方側を向いている. なお, 今, データは, 地球の夜側の領域に絞ることにして X<0 の領域だけに限っている. また, 磁気圏の外(マグネトシース)のデータをなるべく避けるために, $|Y|$<20Re の範囲としている. また, 統計上の精度を上げる目的で, WFC の一回の観測時間 8.7 秒の中で 30 個以上の ESW が観測されているイベントについてのみ統計処理を行っている. 期間は, 1993 年 3 月 18 日～1998 年 12 月 31 日までのデータを対象としている.

まず明らかに図 16 からわかるのは, 地球に近い部分では, Earthward の ESW が dominant であり, 遠い部分では, Tailward が dominant になっている点である (Earthward のデータの中で, (X, Y)=(-32Re, +17Re)付近に dominant なデータがみられるが, これについては個別のイベントを調べた結果, マグネトシースのデータを観測していたことがわかっており, 磁気圏内部での分布を議論しようとしている時, このデータは考慮する必要がない).

Earthward, Tailward ともに観測確率が極端に現象する領域があり, Earthward で-30Re, Tailward で-20Re である. この間の領域-30Re<X<-20Re の間では, Earthward, Tailward どちらも同等の確率で観測されている.

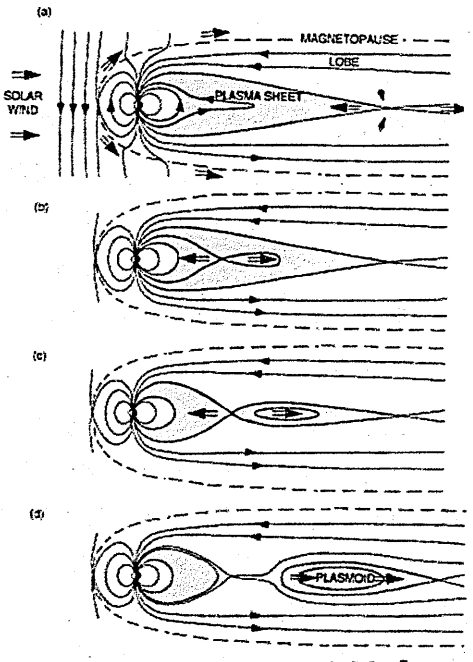


図 17: 磁気再結合と地球磁気圏. [Birn, 2007 より]

先に述べたように，ESW の伝搬方向は，そのエネルギー源となっている電子ビームの進行方向と一致する．従って，上述の ESW に関する伝搬方向の統計解析結果は，電子ビームの向きに関する統計解析結果そのものであると考えてよい．つまり，この電子ビームの向きが，-30Re<X<-20Re 付近で切り替わる傾向にあると考えてよい．

この X~-20Re 付近というのは，地球磁気圏物理学上の非常に重要な領域である．それは，地球磁気圏の尾部領域における磁気再結合がこの距離で頻繁に発生すると考えられているからである．

GEOTAIL 衛星などでも確認されているが，太陽風の磁場 (IMF: Interplanetary Magnetic Field)が，南向きになると地球磁気圏前面で地球磁場と太陽風磁場の磁気再結合が発生，その結果として，前面の磁力線が磁気圏尾部へと運ばれ，磁気圏尾部にエネルギーが蓄積されていくことになる．この尾部エネルギーの蓄積が，尾部領域で発生するもう一つの磁気再結合によって開放されるのである(図 17)．この尾部領域での磁気再結合ポイントが，地球からの距離 20Re 程度になると観測的にも，計算機シミュレーションからも明らかになってきている．そして，この磁気再結合ポイントでは強い電界が発生してその結果電子を加速して電子ビームを形成することが知られている．GEOTAIL においても磁気再結合に起因する電子ビームが観測されている．

図 16 で ESW の伝搬方向の場所依存性については，この磁気圏尾部における磁気再結合にともなう電子ビームの発生に関係していると現在考えている．磁気再結合にともなう電子ビームは，再結合ポイントよりも地球側には，地球方向の，反地球側には，反地球方向の高エネルギー電子ビームを発生させていることが GEOTAIL の観測からも明らかになっている[Nagai et al., 1998].

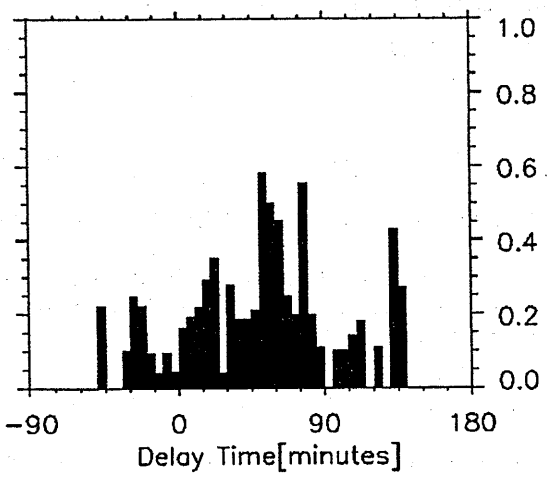


図 18: IMF が南転してから ESW が観測されるまでの時間差.

実際に尾部で磁気再結合が発生するきっかけとなる，南向き IMF と ESW との関係について，図 18 に統計解析の結果を示す．これは，地球よりも太陽側の太陽風中にいて，太陽風パラメータを観測していた WIND 衛星のデータを用い，IMF が南向きに変わった時刻から太陽風速度によりその磁場が地球に到達するまでの時間を補正した後，ESW が観測される頻度を時間差別にプロットしたものが，図 18 である．わずかに南転前から観測されている ESW もあるが，大多数は，南転後，しかも 60 分程度の時間差でピークとなっている．地球の磁気圏の南転後のレスポンス時間差がだいたいこのオーダーであることを考えると，やはり ESW の発生には，地球磁気圏

の活動が関係しているようにみえる.

磁気再結合というマクロな現象とESWというミクロな現象が,しっかり結びついた形でモデル化できると大変面白いところであるが,結論を出すにはもう少し多くのデータと慎重なデータ解析が必要である.もっとも,IMFの南転からの時間差といっても南転前の履歴も重要であり,すでに北転,南転を短い時間で繰り返している時とそうでない時では,また,様相が異なってくることも考えられ,南転時間からのタイミングだけでは,なかなか決定的なことはいえない.我々は,地球磁気圏の活動度と密接に関係するオーロラキロメーター波(AKR)の強度とESWの観測確率とも比較を行っているが,こちらでも,やはり,AKRの強度がある程度大きくならないとESWは観測されない,という結論を得ている.

4. まとめ

本稿では,宇宙空間におけるプラズマ波動観測の意義,手法を簡単にまず述べた.無衝突プラズマ中においてプラズマ波動が担う役割は非常に重要である.そこで発生している物理プロセスをプラズマ波動から知る手掛かりは,プラズマが分散性であり多数のモードが存在するということで,多様性に富んだ現象としてみえてくる.どのモードのどの周波数が不安定になっているかを解析することで,物理プロセスの理解はかなり進む.このような解析を行うに値する観測器を我々はこれまで開発してきた.中でも,GEOTAIL衛星に搭載したWave-Form Captureは,GEOTAIL以後の世界各国のプラズマ波動観測器の方向性に大きな影響を与えた.波形を観測するということは,従来周波数空間でしか現象をみていなかったものを,時空間で見られるようにした,ということである.一方で,この波形を観測するためには,電界アンテナのインピーダンスを正確に知る重要性が更に増した.それは,アンテナインピーダンスでの位相回転を補正しないと,観測波形を物理波形に較正する際に,ひずんでしまうからである.そのために,オンボードでアンテナインピーダンスを計測する回路をつけたり,計算機シミュレーションによるモデル解析を行ったりする試みが,続けられている.

波形観測の重要性を如実に示したのが,GEOTAIL WFCによる静電孤立波の発見である.長年実態がつかめなかったBENに対して,波形で捉えるという試みがこの研究のブレイクスルーとなった.そして,計算機シミュレーションとの共同研究により発生モデルやエネルギー源としての電子ビームの関与も明らかになった.そして,本稿では,そのESWがグローバルな地球磁気圏活動と関わりをもつことの可能性を示した.統計解析によるESW伝搬方向の20Re付近で切り替わりは,まさに磁気再結合との関係を示唆しているものと考えられ,今後の詳細な解析を進める予定である.

References

Birn, J., Earth's magnetosphere, *Reconnection of magnetic fields, edited by J. Birn and E. priest, Cambridge University Press*, 8-15, 2007.

Gurnett, D. A., L. A. Frank, and R. P. Lepping, Plasma waves in the distant magnetotail, *J. Geophys. Res., 81*, 6059-6071, 1976.

Kojima, H., H. Matsumoto, T. Miyatake, I. Nagano, A. Fujita, L. A. Frank, T. Mukai, W. R. Paterson, Y. Saito, S. Machida, and R. R. Anderson, Relation between electrostatic solitary waves and hot plasma flow in the plasma sheet boundary layer: GEOTAIL Observations, *Geophys. Res. Lett., 21,* 2919-2922, 1994.

Kojima, H., H. Matsumoto, S. Chikuba, S. Horiyama, M. Ashour-Abdalla, and R. R. Anderson, GEOTAIL Waveform Observations of Broadband/Narrowband Electrostatic Noise in the Distant Tail, *J. Geophys. Res., 102,* 14439-14455, 1997.

Kojima, H., H. Matsumoto, and Y. Omura, Electrostatic solitary waves observed in the geomagnetic tail and other regions, *Adv. Space Res., 23,* 1689-1697, 1999a.

Kojima, H.,K. Ohtsuka, H. Matsumoto, Y. Omura, R. R. Anderson, Y. Saito, T. Mukai, S. Kokubun, and T. Yamamoto, Plasma waves in the slow mode shocks observed by Geotail spacecraft, *Adv. In Space Res., 24,* 51-54, 1999b.

Lui, T. Y., Road map to magnetotail domains, *Magnetotail physics, edited by A. T. Lui, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London*, 3-9, 1987.

Matsumoto, H., I. Nagano, R. R. Anderson, H. Kojima, K. Hashimoto, M. Tsutsui, T. Okada, I. Kimura, Y. Omura, and M. Okada, Plasma Wave Observations with GEOTAIL Spacecraft, *J. Geomag. Geoelectr., 46,* 59-95, 1994a.

Matsumoto, H., H. Kojima, T. Miyatake, Y. Omura, M. Okada, I. Nagano, and M. Tsutsui, Electrostatic Solitary Waves (ESW) in the Magnetotail : BEN Wave forms observed by GEOTAIL, *Geophys. Res. Lett., 21,* 2915-2918, 1994b.

Matsumoto, H., H. Kojima, Y. Omura, and I. Nagano, Plasma waves in Geospace: GEOTAIL Observation, *"New Perspectives on the Earth's Magnetotail" ed. By N. Nishida, D. N. Baker, and W. H. Cowley, Geophysical Monograph by the American Geophysical Union, 105,* 259-319, 1998.

Meyer-Vernet and C. Perche, Tool kit for antennae and thermal noise near the plasma frequency, *J. Geophys. Res., 94,* 2405-2415, 1989.

Miyake, Y., H. Usui, H. Kojima, Y. Omura, and H. Matsumoto, Electromagnetic particle-In-cell simulation on the impedance of a dipole antenna surrounded by an ion sheath, Accepted for the publication in *Radio Science,* 2008.

Nagai, T., M. Fujimoto, Y. Saito, S. Machida, T. Terasawa, R. Nakamura, T. Yamamoto, T. Mukai, A. Nishida, and S. Kokubun, Structure and dynamics of magnetic reconnection for substorm onsets with Geotail observations, *J. Geophys. Res., 103,* 4419-4440, 1998.

Omura, Y., H. Kojima, and H. Matsumoto, Computer simulation of Electrostatic Solitary Waves: A nonlinear model of broadband electrostatic noise, *Geophys. Res. Lett., 21,* 2923-2926, 1994.

Scarf, F. L., L. A. Frank, K. L. Ackerson, and R. P. Lepping, Plasma wave turbulence at distant crossings of the plasma sheet boundaries and the neutral sheet, *Geophys. Res. Lett., 1,* 189-192, 1974.

Tsutsui, M., I. Nagano, H. Kojima, K. Hashimoto, H. Matsumoto, S. Yagitani, and T. Okada, Measurements and analysis of antenna impedance aboard the GEOTAIL spacecraft, *Radio Science, 32,* 1101-1126, 1997.

発行　　財団法人　輻射科学研究会
連絡先　佐藤　亨
事務局　京都大学大学院情報学研究科通信情報システム専攻
〒606-8501　京都市左京区吉田本町