2009年度

輻射科学研究会資料集

RS09-01～RS09-18

(May 2009～March 2010)

開催会場(月・日)

第1回：大阪電気通信大学，寝屋川キャンパス(5月7日)
RS09-01～RS09-05

第2回：兵庫県立大学(7月30日)
RS09-06～RS09-09

第3回：朝日放送株式会社(11月4日)
RS09-10

第4回：関西大学(12月16日)
RS09-11～RS09-14

第5回：京都工芸繊維大学，工繊会館(3月30日)
RS09-15～RS09-18

2010年6月1日発行

■日時　平成 21 年 5 月 7 日(木)
■会場　大阪電気通信大学　(寝屋川キャンパス)
〒572-8530　大阪府寝屋川市初町 18-8

RS09-01 何一偉(大阪電気通信大学)、小嶋敏孝(元関西大学)
"分散性媒質のFDTD解析法について
-近接場光ディスクへの適用" 1

RS09-02 田村安彦(京都工芸繊維大学大学院)
"非等方ランダム薄膜による波動の反射と透過" 14

RS09-03 アビリシャーミアン-ファテメイ、森下克己(大阪電気通信大学)
"長周期ファイバグレーティング製作後の加熱による
ピーク損失波長調節における調節範囲の拡大" 27

RS09-04 川端誠、森下克己(大阪電気通信大学)
"溶融形光ファイバカプラの溶融部形状による波長依存性及び偏光依存性" ... 34

RS09-05 吉田浩祐、日坂真樹(大阪電気通信大学)
"空間ソリトンを利用した多層光記録の基礎研究" 40

■日時　平成 21 年 7 月 30 日(木)
■会場　兵庫県立大学
〒650-0044　兵庫県神戸市中央区東川崎町 1-3-3

RS09-06 浅居正充*、若林秀昭**、松本恵治***、山北次郎**
(*近畿大学、**岡山県立大学、***大阪産業大学)
"低入射角極限に対する誘電体格子の解析について" 45

RS09-07 榎原晃*、田中愛**、里村蘭奈**、河合正*、川西哲也***
(*兵庫県立大学大学院工学研究科、**兵庫県立大学工学部、
***情報通信研究機構)
"電気光学変調器のスペクトル観測による特性評価" 55

RS09-08 木下照弘(東京工芸大学)、小西良弘((株)ケイラボラトリー)
"マイクロ波回路設計における、シミュレーションデータを元にしたパラメータの補間
-離散的なデータからの設計パラメータの決定-"
.... 67

RS09-09　水野裕之、河合正、太田勲*、榎原晃(兵庫県立大学大学院、
*兵庫県立大学特任教授)
″右手系/左手系複合線路を用いた広帯域小型ラットレース回路″・・・・・・・・・・・・・ 77

□日時　平成 21 年 11 月 4 日(水)
□会場　朝日放送株式会社
〒553-8503　大阪府福島区福島 1-1-30

RS09-10　渡辺克信(朝日放送株式会社)
″朝日放送における放送設備及び技術の概要″・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 86

□日時　平成 21 年 12 月 16 日(火)
□会場　関西大学
〒564-8680　大阪府吹田市山手町 3-3-35

RS09-11(第Ⅰ部)、RS09-12(第Ⅱ部)(特別講演)
橋本弘藏(京都大学生存圏研究所)
″無線電力伝送と宇宙太陽発電所″・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 87

RS09-13　岩田槙吾、北村敏明(関西大学システム理工学部)
″テーパー状金属ナノ開口を用いた近接場光ディスクの解析″・・・・・・・・・・・・・・・ 101

RS09-14　酒井道、内藤皓貴、下村卓也、橘邦英(京都大学大学院工学研究科)
″マイクロプラズマによる電磁波伝搬制御とその応用展開の可能性″・・・・・・・・・・ 108

□日時　平成 22 年 3 月 30 日(火)
□会場　京都工芸繊維大学 (工繊会館 1 階 101 多目的室)
〒606-8585　京都府京都市左京区松ヶ崎橋上町

RS09-15　浅居正充(近畿大学)、山北次郎(岡山県立大学)、松本恵治(大阪産業大学)
″結合金属螺旋が分布する構造に対する等価媒質特性について″・・・・・・・・・・・・ 118

RS09-16　田村安彦(京都工芸繊維大学大学院)
″ランダム境界値問題における確率汎関数法の更なる拡張手法に関する研究
-解析的数値的ウィーナ解析-″・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 122

RS09-17　伊藤恭夫、中山純一(京都工芸繊維大学大学院)

"船舶用マグネトロンレーダーのコヒーレント信号処理"…………………… 134

RS09-18 西野裕子、柴山理奈、出口博之、辻幹男（同志社大学）
"クロススロット結合パッチアレーによる偏波共用及び円偏波平面レンズ"……… 146

輻射科学研究会資料
RS09-01

分散性媒質の FDTD 解析法について
–近接場光ディスクへの適用

FDTD Analysis of the Dispersive Media
- Application to the analysis of the near field disk structure

何　一偉
Yiwei He
大阪電気通信大学
Osaka Electro-Communication Univ.

小嶋　敏孝
Kojima Toshitaka
元関西大学
Kansai Univ.

2009 年 5 月 7 日
於　大阪電気通信大学

概要　光の波長では金属導体の誘電率が負の値となるため，従来のFDTD解析は発散してしまう問題がある．発散を回避する手段として，分散性媒質を解析するために提案された$(FD)^2DT$（Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain）手法が有効であることは知られている．デバイやローレンツ分散に適用できるPML(Perfectly Matched Layer)吸収境界条件が検討されてきたものの，金属のドルーデ(Drude)分散に対する定式化が十分になされていない．本報告ではドルーデ分散性媒質のFDTD解析の定式化を行うとともに，近接場光ディスクの数値解析例を示す．

1.　はじめに

FDTD法は電磁波や光の問題を時間領域で解く重要な手法として知られている．多くの問題において媒質定数が場所の関数として変化するものの，時間や周波数に依存しないものとして考えることができる．媒質定数が非線形な問題の一部に関して媒質定数を時間の関数として比較的に簡単にFDTD法に導入することができるが，周波数分散性を持つ場合のFDTD解析には様々な問題がある．一般に媒質定数の周波数依存性を与えられたとき，これらの媒質定数のインパルス応答を電界，また磁界強度と畳み込み積分することによって，電束密度，または磁束密度を求めることができる．しかし，FDTD解析の場合，計算領域中の各分点の単一時間ステップの電界と磁界を記憶するのに必要なメモリが膨大でコンピュータのメモリ空間の数割にも達するため，畳み込み積分を計算するために必要な電界または磁界の時間履歴を記憶することはできない．また，計算の更新回数の増加に伴い，畳み込み積分には莫大な計算時間が必要となる．このように周波数依存性がある媒質中の電磁波の問題を解くために時間領域の畳み込み積分を帰納的に解くRC法(Recursive Convolution scheme)が有効とされている．デバイやローレンツ，またドルーデ分散型の分散性媒質に対するRC手法がすでに検討されている[1]-[3].

FDTD解析の精度は解析領域を囲む吸収境界条件に大きく左右されている．最も優れた吸収境界条件はBerenger氏によって提案された完全吸収境界条件（PML）である[4]．これによって解析領域の周りに設けた複数層の損失性媒質は，解析の内部からの任意の入射角度，任意の波長の電磁波を全く反射せずに吸収していく吸収することができる．BerengerのPML吸収境界条件が非分散性の媒質にしか適用できないが，分散性媒質に適用するため，RC法によるデバイやローレンツ分散のFDTD解析の吸収境界条件はすでに検討されている[5][6].

光の波長の場合，ドルーデ分散によって金属の誘電率が負の値となるため，従来のFDTD解析は発散してしまう問題がある．発散を回避する手段として，分散性を考慮したFDTD解析が有効であることは知られている．著者らは先に金属内の電子の運動方程式をマクスウエル方程式と結合させせ，金属のドルーデ分散を考慮したFDTD解析を行ってきた[7][8]．本報告ではRC法によるドルーデ分散性媒質のFDTD解析の定式化を行うとともに，近接場光ディスクの数値解析例を示す．

2. RC 法による分散性媒質の定式化

分散性媒質中に電束密度 $\mathbf{D}$ と電界強度 $\mathbf{E}$ は一般に次のようにその関係を表す：

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\omega) &= \epsilon_0\epsilon_r(\omega)\mathbf{E}(\omega) \\ &= \epsilon_0(\epsilon_\infty + \chi(\omega))\mathbf{E}(\omega) \end{aligned} \tag{1}$$

ここで，$\chi(\omega)$は比電気感受率と呼ばれ，後述のようにデバイ，ドルーデ，ローレンツ分散を持つものとする．また，これらの分散式において，比誘電率は周波数が無限大に近づくと，ε_∞の値を取る，

$$\epsilon_\infty = \lim_{\omega\to\infty} \epsilon_r(\omega) \tag{2}$$

式(1) を逆フーリエ変換すると，時間領域における電束密度と電界強度の関係を次のように表すことができる：

$$\mathbf{D}(t) = \epsilon_0\epsilon_\infty\mathbf{E}(t) + \epsilon_0\int_0^t \chi(\tau)\mathbf{E}(t-\tau)d\tau \tag{3}$$

マクスウエル方程式に代入すると，

$$\begin{aligned} \nabla\times\mathbf{H} &= \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{D}(t) \\ &= \epsilon_0\epsilon_\infty\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}(t) + \epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^t \chi(\tau)\mathbf{E}(t-\tau)d\tau\right) \end{aligned} \tag{4}$$

以下の式が容易に導出できる，

$$\nabla\times\mathbf{H} = \epsilon_0\epsilon_\infty\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}(t) + \epsilon_0\int_0^t \frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}(t-\tau)d\tau + \epsilon_0\chi^0\mathbf{E}(t) \tag{5}$$

式（5）の右辺の第２項は FDTD の電界の計算値で表すと次のようになる．

$$\begin{aligned} &\int_0^{n\Delta t} \frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}(t-\tau)dt \\ &= \sum_{m=0}^{n-1}\int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}(n\Delta t-\tau)d\tau \\ &\cong \sum_{m=0}^{n-1}\int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\frac{\mathbf{E}^{n-m}+\mathbf{E}^{n-m-1}}{2}d\tau \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{\Delta t}\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}^n d\tau + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}^{n-m}d\tau + \frac{1}{2}\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}^0 d\tau \\ &= \frac{1}{2}(\chi^1-\chi^0)\mathbf{E}^n + \Phi^{n-1} \end{aligned} \tag{6}$$

但し，

$$\begin{aligned} \Phi^{n-1} &= \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}^{n-m}d\tau + \frac{1}{2}\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)\mathbf{E}^0 d\tau \\ &= \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}(\chi^{m+1}-\chi^{m-1})\mathbf{E}^{n-m} + \frac{1}{2}(\chi^n-\chi^{n-1})\mathbf{E}^0 \end{aligned} \tag{7}$$

式(5) の右辺の電界 E の時間微分を差分化し，さらに式(6) を式(5) に代入すると，

$$\nabla \times \mathbf{H}^{n+\frac{1}{2}} = \epsilon_0\epsilon_\infty \frac{\mathbf{E}^n - \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{2}\epsilon_0(\chi^1 - \chi^0)\mathbf{E}^n + \epsilon_0\Phi^{n-1} + \epsilon_0\chi^0\frac{\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{2} \tag{8}$$

となる．電界 E に関する更新式を次式のように得ることができる．

$$\mathbf{E}^n = \frac{\epsilon_\infty - \chi^0\Delta t/2}{\epsilon_\infty + \chi^1\Delta t/2}\mathbf{E}^{n-1} - \frac{\Delta t}{\epsilon_\infty + \chi^1\Delta t/2}\Phi^{n-1} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0(\epsilon_\infty + \chi^1\Delta t/2)}\nabla \times \mathbf{H}^{n-\frac{1}{2}} \tag{9}$$

式(9) の右辺の第2 項のΦは式(7) によって定められており，そのまま計算する場合FDTD 計算の各ステープにおける電界の値を記憶必要があり，膨大なメモリが必要となる．RC 法では特定の分散性関係式を利用して式(7) を再帰的に計算する．

2.1 デバイ分散の畳み込み積分の RC 定式化

デバイ分散の比誘電率と比電気感受率はそれぞれ以下のようになる．

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega t_0} = \epsilon_\infty + \chi(\omega) \tag{10}$$

$$\chi(\omega) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega t_0} \tag{11}$$

式(11)を時間領域に変換すると，電気感受率の時間応答を得ることができる．

$$\chi(t) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{t_0}e^{-t/t_0}U(t) \tag{12}$$

なお， $U(t)$は単位ステップ関数である．式(12) から分かるように，

$$\chi^m = \chi(m\Delta t) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{t_0}e^{-m\Delta t/t_0} = e^{-\Delta t/t_0}\chi^{m-1} \tag{13}$$

となる．上式と式(12) を式(7) に代入すると，

$$\begin{aligned}
\Phi^{n-1} &= \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}(\chi^{m+1} - \chi^{m-1})\mathbf{E}^{n-m} + \frac{1}{2}(\chi^n - \chi^{n-1})\mathbf{E}^0 \\
&= \frac{1}{2}(\chi^2 - \chi^0)\mathbf{E}^{n-1} + \frac{1}{2}\sum_{m=2}^{n-1}(\chi^{m+1} - \chi^{m-1})\mathbf{E}^{n-m} + \frac{1}{2}(\chi^n - \chi^{n-1})\mathbf{E}^0 \\
&= \frac{1}{2}(\chi^2 - \chi^0)\mathbf{E}^{n-1} + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{(n-1)-1}(\chi^{m+2} - \chi^m)\mathbf{E}^{n-m-1} + \frac{1}{2}(\chi^n - \chi^{n-1})\mathbf{E}^0 \\
&= \frac{1}{2}(\chi^2 - \chi^0)\mathbf{E}^{n-1} + e^{-\Delta t/t_0} \\
&\quad \times \left\{\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{(n-1)-1}(\chi^{m+1} - \chi^{m-1})\mathbf{E}^{(n-1)-m} + \frac{1}{2}(\chi^{(n-1)} - \chi^{(n-1)-1})\mathbf{E}^0\right\} \\
&= \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2t_0}(e^{-2\Delta t/t_0} - 1)\mathbf{E}^{n-1} + e^{-\Delta t/t_0}\Phi^{n-2}
\end{aligned} \tag{14}$$

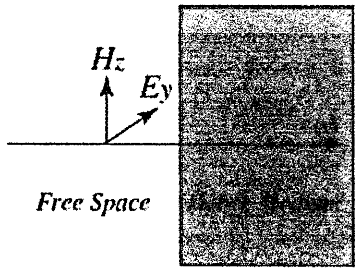
ここで分かるように，デバイ分散の場合式(7) は直前の時刻の電界を用いて再帰的に計算できる．なお，

$$\Phi^0 = \frac{1}{2}(\chi^1 - \chi^0)\mathbf{E}^0 = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{2t_0}(e^{-\Delta t/t_0} - 1)\mathbf{E}^0 \tag{15}$$

また，式(9) 中の係数χ^0, χ^1は

$$\chi^0 = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{t_0}, \qquad \chi^1 = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{t_0}e^{-\Delta t/t_0} \tag{16}$$

となる．



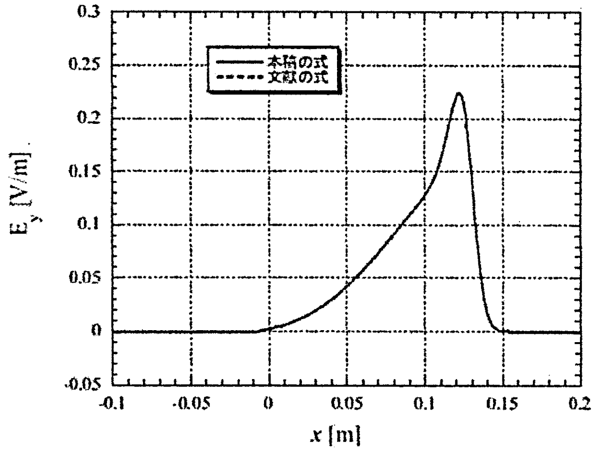


図 1　デバイ媒質内の電波の伝搬.

以上に導出した式は文献[3] と形上違うが，$\Delta t/t0 \ll 1$の場合，両方はほぼ一致することを容易に確認できる．式(4) の電界の時間微分を文献より正確に計算しているので，精度が文献に劣らないと考えている．しかし，文献と同じように式(6) の積分の際各ステップにおいて電界を一定としてFDTD の計算値の平均値を用いている．これは多少精度が悪くなる原因で，線形補間を用いたPLRC を用いることでさらに精度を改善できると考える．本稿の式の妥当性を示すため，一次元のデバイ媒質に平面波を入射した場合の電波の伝搬を本稿の定式化を用いて計算した．図 1 に計算モデルと解析結果を示す．デバイの媒質定数を$\varepsilon_s = 9, \varepsilon_\infty = 4, t = 1/(2\pi \times 500 \times 10^6$とする．入射平面波を$E_y^{inc} = \exp(-a(t - \tau_0)^2)$とし，なお，$\tau = 250ps, a = (4\tau_0)^2$ とした．また，$\Delta t = 2.5ps, \Delta x = c_0\Delta t$, 励振源をデバイ媒質の表面から10 セル離して設定している．計算結果は450 ステップ時の電界強度を示す．文献[3] の式を用いた計算結果を同図にプロットしており，本稿の式より計算した結果とよく一致していることが分かる．

2.2 ドルーデ分散の畳み込み積分の RC 定式化

ドルーデ分散の比誘電率，比電気感受率はそれぞれ

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu_c - \omega)} = 1 + \chi(\omega) \tag{17}$$

$$\chi(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu_c - \omega)} \tag{18}$$

で与えられている．ここで，ω_p はプラズマ角周波数，ν_c は衝突頻度である．一般に特定の角周波数ω における複素屈折率$n = n_r + jn_i$，あるいは複素比誘電率 $\varepsilon_r^* = \varepsilon_{rr} + j\varepsilon_{ri}$ が与えられた場合，

$$\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{m\epsilon_0} = (1 - n_r^2 + n_i^2)(\nu_c^2 + \omega^2) \tag{19}$$

$$\nu_c = -\frac{2n_r n_i \omega}{1 - n_r^2 + n_i^2} \tag{20}$$

$$\epsilon_{rr} + j\epsilon_{ri} = (n_r^2 - n_i^2) + 2jn_r n_i \tag{21}$$

のようにプラズマ各周波数や衝突頻度を求めることができる．式(18) を時間領域に変換すると

$$\chi(t) = \frac{\omega_p^2}{\nu_c}(1 - e^{-\nu_c t})U(t) \tag{22}$$

となる．式(22) を式(7) を代入すると，

$$\begin{aligned}
\Phi^{n-1} &= \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}(\chi^{m+1} - \chi^{m-1})\mathbf{E}^{n-m} + \frac{1}{2}(\chi^n - \chi^{n-1})\mathbf{E}^0 \\
&= \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\left(\frac{\omega_p^2}{\nu_c}(1 - e^{-(m+1)\nu_c\Delta t}) - \frac{\omega_p^2}{\nu_c}(1 - e^{-(m-1)\nu_c\Delta t})\right)\mathbf{E}^{n-m} \\
&\quad + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_p^2}{\nu_c}(1 - e^{-n\nu_c\Delta t}) - \frac{\omega_p^2}{\nu_c}(1 - e^{-(n-1)\nu_c\Delta t})\right)\mathbf{E}^0 \\
&= \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}\left\{\sum_{m=1}^{n-1}\left(e^{-(m-1)\nu_c\Delta t} - e^{-(m+1)\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-m} + \left(e^{-(n-1)\nu_c\Delta t} - e^{-n\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^0\right\} \\
&= \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}\left(1 - e^{-2\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-1} + \frac{\omega_p^2}{2\nu_c} \\
&\quad \times\left\{\sum_{m=2}^{n-1}\left(e^{-(m-1)\nu_c\Delta t} - e^{-(m+1)\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-m} + \left(e^{-(n-1)\nu_c\Delta t} - e^{-n\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^0\right\} \\
&= \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}\left(1 - e^{-2\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-1} + e^{-\nu_c\Delta t}\frac{\omega_p^2}{2\nu_c} \\
&\quad \times\left\{\sum_{m=1}^{n-2}\left(e^{-(m-1)\nu_c\Delta t} - e^{-(m+1)\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-1-m} + \left(e^{-(n-2)\nu_c\Delta t} - e^{-(n-1)\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^0\right\} \\
&= \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}\left(1 - e^{-2\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^{n-1} + e^{-\nu_c\Delta t}\Phi^{n-2}
\end{aligned} \tag{23}$$

なお，

$$\Phi^0 = \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}\left(1 - e^{-\nu_c\Delta t}\right)\mathbf{E}^0 \tag{24}$$

ドルーデ分散の場合，式(7) は直前のステップの電界を用いて再帰的に計算できることが分かる．また，

$$\chi^0 = 0, \qquad \chi^1 = \frac{\omega_p^2}{\nu_c}\left(1 - e^{-\nu_c\Delta t}\right) \tag{25}$$

3. RC 法による PML 吸収境界条件

どんな媒質対しても有効とされている一般性 PML 吸収境界条件[]を成分ごとに表すと,

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{xy}+\sigma_y D_{xy}=\frac{\partial}{\partial y}H_z \tag{26}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{xz}+\sigma_z D_{xz}=-\frac{\partial}{\partial z}H_y \tag{27}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{yz}+\sigma_z D_{yz}=\frac{\partial}{\partial z}H_x \tag{28}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{yx}+\sigma_x D_{yx}=-\frac{\partial}{\partial x}H_z \tag{29}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{zx}+\sigma_x D_{zx}=\frac{\partial}{\partial x}H_y \tag{30}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}D_{zy}+\sigma_y D_{zy}=-\frac{\partial}{\partial y}H_x \tag{31}$$

となる. なお, 透磁率μ を分散性がないものとし, 磁界の各成分に関する方程式や計算の仕方は従来通りとする. マッチングの条件は

$$\sigma_x=\frac{\sigma_x^*}{\mu},\ \sigma_y=\frac{\sigma_y^*}{\mu},\ \sigma_z=\frac{\sigma_z^*}{\mu} \tag{32}$$

と与えられる.

式(26) を例にして定式化について説明する. 式(27)~ 式(31) も同様に取り扱うことができる. 式(3) に示す電束密度と電界強度の関係を式(26) に代入すると

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}H_z(t) &= \frac{\partial}{\partial t}D_{xy}(t)+\sigma_y D_{xy}(t)\\
&= \epsilon_0\epsilon_\infty\frac{\partial}{\partial t}E_{xy}(t)+\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^t\chi(\tau)E_{xy}(t-\tau)d\tau\right)\\
&\quad+\sigma_y\epsilon_0\epsilon_\infty E_{xy}(t)+\sigma_y\epsilon_0\int_0^t\chi(\tau)E_{xy}(t-\tau)d\tau\\
&= \epsilon_0\epsilon_\infty\frac{\partial}{\partial t}E_{xy}(t)+\epsilon_0\int_0^t\frac{\partial}{\partial t}\chi(\tau)E_{xy}(t-\tau)d\tau+\epsilon_0\chi^0E_{xy}(t)\\
&\quad+\sigma_y\epsilon_0\epsilon_\infty E_{xy}(t)+\sigma_y\epsilon_0\int_0^t\chi(\tau)E_{xy}(t-\tau)d\tau\\
&= \epsilon_0\epsilon_\infty\frac{\partial}{\partial t}E_{xy}(t)+(\epsilon_0\chi^0+\sigma_y\epsilon_0\epsilon_\infty)E_{xy}(t)+\epsilon_0\int_0^t\left(\frac{\partial}{\partial t}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}(t-\tau)d\tau
\end{aligned} \tag{33}$$

となる. 式(33) の右辺の第 3 項の積分を FDTD の電界の計算値で表すと次のようになる.

$$\begin{aligned}&\int_0^{n\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}(t-\tau)d\tau\\
&=\sum_{m=0}^{n-1}\int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}(n\Delta t-\tau)d\tau\\
&\cong\sum_{m=0}^{n-1}\int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)\frac{E_{xy}^{n-m}+E_{xy}^{n-m-1}}{2}d\tau
\end{aligned} \tag{34}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}\int_0^{\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^n d\tau + \frac{1}{2}\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^0 d\tau \\
&\quad + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^{n-m} d\tau \\
&= \frac{\chi^1-\chi^0+\alpha\sigma_y}{2}E_{xy}^n + \Phi_{xy}^{n-1}
\end{aligned}
$$

但し，

$$\alpha = \int_0^{\Delta t}\chi(\tau)d\tau \tag{35}$$

$$
\begin{aligned}
\Phi_{xy}^{n-1} &= \frac{1}{2}\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^0 d\tau \\
&\quad + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^{n-m} d\tau
\end{aligned} \tag{36}
$$

式(33) の時間微分を差分化し，さらに式(34) を代入すると，

$$\frac{1}{\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial y}H_z^{n-\frac{1}{2}} = \epsilon_\infty\frac{E_{xy}^n - E_{xy}^{n-1}}{\Delta t} + (\chi^0+\sigma_y\epsilon_\infty)\frac{E_{xy}^n + E_{xy}^{n-1}}{2} + \frac{\chi^1-\chi^0+\alpha\sigma_y}{2}E_{xy}^n + \Phi_{xy}^{n-1} \tag{37}$$

となる．E_{xy} の更新式は

$$
\begin{aligned}
E_{xy}^n &= \frac{2\epsilon_\infty/\Delta t - \chi^0 - \sigma_y\epsilon_\infty}{2\epsilon_\infty/\Delta t + \chi^1 + \sigma_y(\alpha+\epsilon_\infty)}E_{xy}^{n-1} - \frac{2}{2\epsilon_\infty/\Delta t + \chi^1 + \sigma_y(\alpha+\epsilon_\infty)}\Phi_{xy}^{n-1} \\
&\quad + \frac{2}{\epsilon_0(2\epsilon_\infty/\Delta t + \chi^1 + \sigma_y(\alpha+\epsilon_\infty))}\frac{\partial}{\partial y}H_z^{n-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{38}
$$

となる．

3.1 RC 法によるデバイ分散の PML 吸収境界条件

式(36) の中で$\chi(\tau)$ の微分項は再帰的に計算できることは既に示した．ここで，σ_y の項について検討する．$\chi(\tau)$ について積分を以下のように求められる，

$$
\begin{aligned}
\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\chi(\tau)d\tau &= \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\frac{\epsilon_s-\epsilon_\infty}{t_0}e^{-\tau/t_0}d\tau \\
&= \int_{(n-2)\Delta t}^{(n-1)\Delta t}\frac{\epsilon_s-\epsilon_\infty}{t_0}e^{-(\tau+\Delta t)/t_0}d\tau \\
&= e^{-\Delta t/t_0}\int_{(n-2)\Delta t}^{(n-1)\Delta t}\frac{\epsilon_s-\epsilon_\infty}{t_0}e^{-\tau/t_0}d\tau \\
&= e^{-\Delta t/t_0}\int_{(n-2)\Delta t}^{(n-1)\Delta t}\chi(\tau)d\tau
\end{aligned} \tag{39}
$$

同様に，

$$\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\chi(\tau)d\tau = e^{-\Delta t/t_0}\int_{(m-2)\Delta t}^{m\Delta t}\chi(\tau)d\tau \tag{40}$$

となることも容易に分かる．従って，式(36) の再帰式は次のように求められる．

$$\begin{aligned}
\Phi_{xy}^{n-1} &= \frac{1}{2}\int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^{0}d\tau \\
&\quad+\frac{1}{2}\sum_{m=2}^{n-1}\int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^{n-m}d\tau \\
&\quad+\frac{1}{2}\int_{0}^{2\Delta t}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)E_{xy}^{n-1}d\tau \\
&= e^{-\Delta t/t_0}\Phi_{xy}^{n-2}+\frac{1}{2}(1-\sigma_y t_0)(\chi^2-\chi^1)E_{xy}^{n-1} \\
&= \frac{(1-\sigma_y t_0)(\epsilon_s-\epsilon_\infty)}{2t_0}(e^{-2\Delta t/t_0}-1)E_{xy}^{n-1}+e^{-\Delta t/t_0}\Phi_{xy}^{n-2}
\end{aligned} \tag{41}$$

なお,

$$\Phi_{xy}^{0}=\frac{(1-\sigma_y t_0)(\epsilon_s-\epsilon_\infty)}{2t_0}(e^{-\Delta t/t_0}-1)E_{xy}^{0} \tag{42}$$

$$\alpha=(\epsilon_s-\epsilon_\infty)(1-e^{-\Delta t/t_0}) \tag{43}$$

3.2 RC 法によるドルーデ分散の PML 吸収境界条件

まず，式(36) の積分に比電気感受率の時間応答を代入して計算すると，

$$\begin{aligned}
&\int\left(\frac{\partial}{\partial\tau}\chi(\tau)+\sigma_y\chi(\tau)\right)d\tau \\
&=\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c}\int(1-e^{-\nu_c\tau})d\tau \\
&=\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c^2}e^{-\nu_c\tau}+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c}\tau
\end{aligned} \tag{44}$$

となる．

再帰式を導出する際，式(44) 中の右辺第 3 項を分離して考慮する必要がある．

$$\Phi_{xy}^{n-1}=\Psi_{xy}^{n-1}+\Omega_{xy}^{n-1} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{xy}^{n-1} &= \frac{1}{2}\left[\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c^2}e^{-\nu_c\tau}\right]_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}E_{xy}^{0}+\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\left[\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c^2}e^{-\nu_c\tau}\right]_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}E_{xy}^{n-m} \\
&= \frac{1}{2}\left[\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c^2}e^{-\nu_c\tau}\right]_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t}E_{xy}^{0}+\frac{1}{2}\sum_{m=2}^{n-1}\left[\chi(\tau)+\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c^2}e^{-\nu_c\tau}\right]_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t}E_{xy}^{n-m} \\
&\quad+\frac{\omega_p^2}{2\nu_c}(1-\frac{\sigma_y}{\nu_c})(1-e^{-2\nu_c\Delta t})E_{xy}^{n-1}
\end{aligned} \tag{46}$$

$$
\begin{aligned}
\Omega_{xy}^{n-1} &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c}\tau\right]_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} E_{xy}^0 + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{n-1}\left[\frac{\sigma_y\omega_p^2}{\nu_c}\tau\right]_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t} E_{xy}^{n-m} \\
&= \frac{\sigma_y\omega_p^2\Delta t}{2\nu_c}E_{xy}^0 + \sum_{m=1}^{n-1}\frac{\sigma_y\omega_p^2\Delta t}{\nu_c}E_{xy}^{n-m}
\end{aligned}
\tag{47}
$$

式(46) は次のように

$$
\Psi_{xy}^{n-1} = \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}(1-\frac{\sigma_y}{\nu_c})(1-e^{-2\nu_c\Delta t})E_{xy}^{n-1} + e^{-\nu_c\Delta t}\Psi_{xy}^{n-2} \tag{48}
$$

$$
\Psi_{xy}^0 = \frac{\omega_p^2}{2\nu_c}(1-\frac{\sigma_y}{\nu_c})(1-e^{-\nu_c\Delta t})E_{xy}^0 \tag{49}
$$

と再帰的に計算できる．式(47) は実質上電界E_{xy} の積分で，Ω_{xy} は次のように再帰的に計算できる．

$$
\Omega_{xy}^{n-1} = \Omega_{xy}^{n-2} + \frac{\sigma_y\omega_p^2\Delta t}{\nu_c}E_{xy}^{n-1} \tag{50}
$$

$$
\Omega_{xy}^0 = \frac{\sigma_y\omega_p^2\Delta t}{2\nu_c}E_{xy}^0 \tag{51}
$$

また，

$$
\alpha = \frac{\omega_p^2\Delta t}{\nu_c} - \frac{\omega_p^2}{\nu_c^2}(1-e^{-\nu_c\Delta t}) \tag{52}
$$

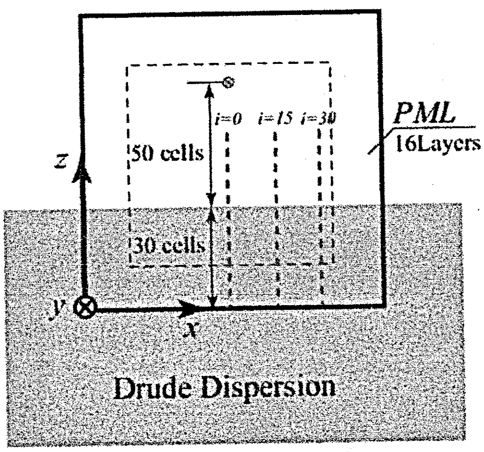


図２　解析モデル

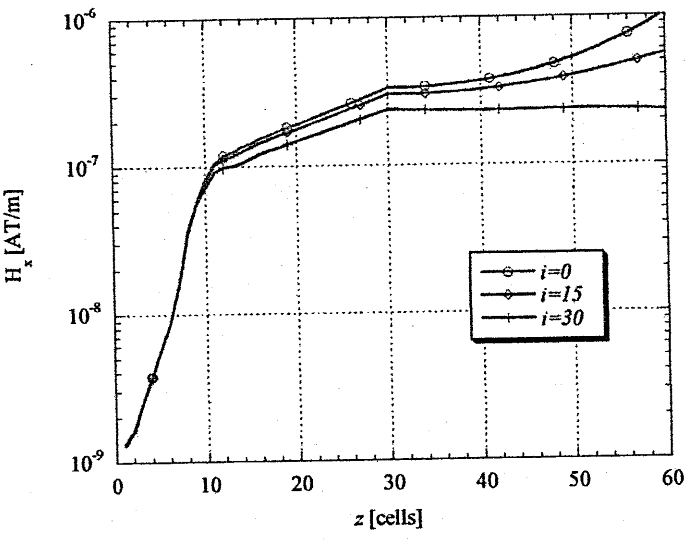


図３　観測線上の磁界強度分布

ドルーデ分散性媒質に対する定式化の有効性を確認するため，図2 に示すように，銀の半無限空間から50nmを離れた場所に置かれたy方向の微小電流源による電磁界分布を解析した．入射波の波長を650 nm とし，この波長における銀の屈折率をn=0.07-j4.2とする．解析空間はx,y,zのそれぞれの方向に100分割し，一分割の長さを1nmとする．PMLの厚さは16層とし，解析領域内の銀の

厚さを30分割とする．波源の真下とそこから15セル，30 セルを離れた線上の磁界Hx の振幅を観測し，その結果を図3 に示す．$z = 30$cellは真空と導体の境界で，$16 < z < 30$ は導体で，また，$z < 16$ はPMLである．導体の中で損失により磁界は指数的に減衰し，PML 層の中で急速に減衰していることが分かる．

4. 近接場光ディスクの数値解析

レンズ集光型の光記録ディスクの場合，光の回折限界により記録密度の上限は短じかい波長を用いた場合でも数 10Gbit／inch であると言われている．そこで，光の回折限界を破る技術として近接場光ディスクが注目されている。近接場光で形成した記録マークの大きさは基本的に微小開口などによって作られる近接場の形状によって決まるため，現在の記録密度を大幅に上回るテラバイトクラスの大容量が実現できると考えられている。近接場を発生させる手法として微小開口によるものは最も簡単であるが，入射光の電力に対して近接場の電力が極めて弱いため，図４に示すボウタイ形状は効率の面で最も有望とされている[9].

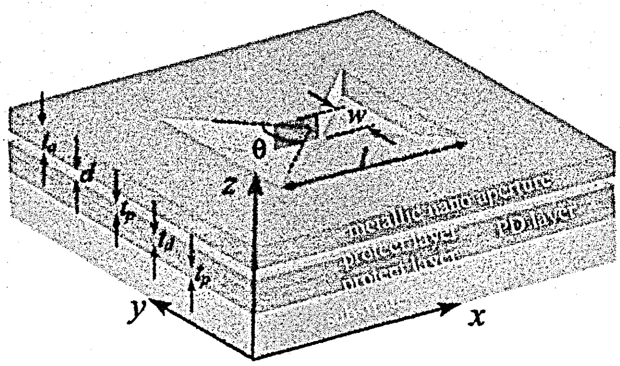
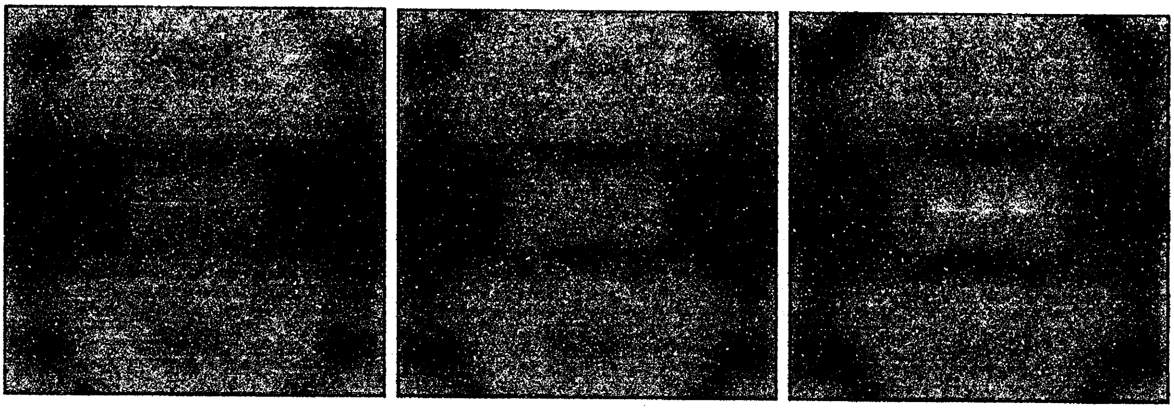


図４　ボウタイ形状の金属開口と光ディスク構造

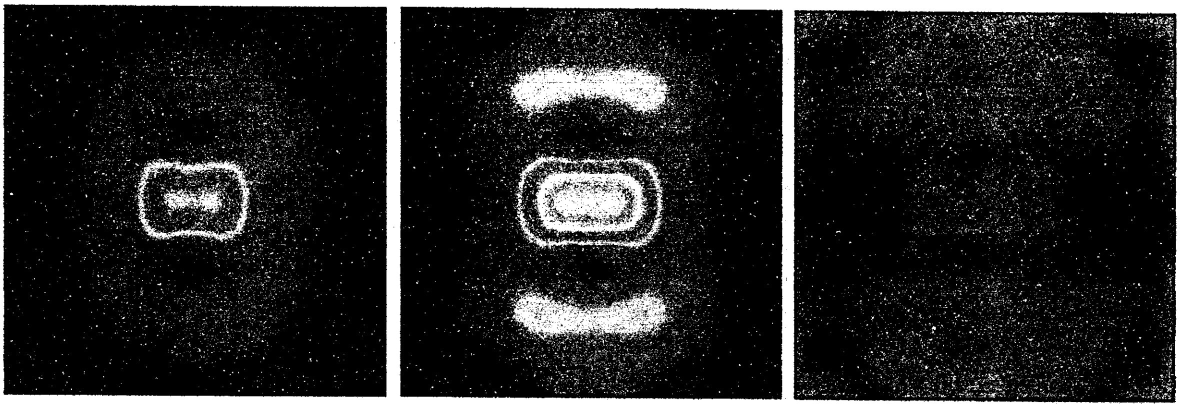
ボウタイ開口の近接場について様々な検討がされてきたが，ほとんどの場合は開口単体に対する議論である．本報告では図４に示すように開口の下に光ディスク構造が存在している場合について記録層内部の電力吸収量を解析する．光の波長を 650nm とし，この波長におけるボウタイ開口を構成する金属銀の屈折率を n=0.07-j4.2 とする．光ディスクは上から保護層，相変化記録層，保護層と基板の順となっている．以下に示す解析で，金属開口の厚さを 100nm とし，保護層や記録層の厚さを 20nm とする．また,開口とディスクの距離を 20nm とする．基板が解析範囲に比べ十分に厚いため，無限に厚いものする．基板と保護層の比誘電率をそれぞれ 1.5，2.2 とする．相変化ディスクの複素屈折率は 4.6-j4.2 である．

図５にボウタイの開き角を 90 度としたとき，対角点間の距離をそれぞれ，30nm, 50nm, 70nm としたときに，記録層の水平断面内の吸収電力密度を示す．図６に対角点間の距離を 50nm としたとき，ボウタイの開き角をそれぞれ，50 度, 70 度, 90 度としたときに，記録層の水平断面内の吸収電力密度を示す．ボウタイの対角点以外の広範囲にわたって吸収電力が広がっていることが分かる．これは記録層に強い導電性を持つため，記録層と開口導体間に強い電界が誘起されているからである．また，開口の形状を変えることによってより小さい記録マークを作ることができることが分かる．



(a) w=30nm (b) w=50nm (c) w=70nm

図 5　記録層内の吸収電力密度（θ=90°）



(a) θ=50° (b) θ=70° (c) θ=90°

図 6　記録層内の吸収電力密度（w=50nm）

5. まとめ

本報告ではドルーデ分散性媒質に対して RC 法による FDTD の定式化を行った．すでに検討されたデバイやローレンツ分散の PML 吸収境界条件に加え，新たにドルーデ分散の PML 吸収境界条件を検討した．また，その有効性や安定性を数値的に確認した．ドルーデ分散の FDTD 法を用いてボウタイ開口の数値解析をし，相変化ディスク中の吸収電力を求めた．ディスク構造はボウタイ開口の近接場分布に大きく影響与えていることは分かった．

参考文献

(1) K.S. Kunz and R.J. Lubbers, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, Boca Raton, FL, CRC Press, 1993.

(2) A. Taflove, Computational Electromagnetics, The Finite-Difference Time-Domain Method, Norwood, MA, Artech House, 1995.

(3) 宇野　亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, pp1-173(1998)

(4) J.P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetics waves," Journal of computational physics, 114, 1, pp.185-200, 1994.

(5) Toru Uno, Yiwei He and Saburo Adachi, "Perfectly Matched Layer Absorbing Boundary

Condition for Dispersive Medium," IEEE Microwave and wave letters, vol.7, No.9, pp.264-266, Sep. 1997.
(6) Yiwei He, Toru Uno, and Saburo Adachi, "PML Absorbing Boundary Condition for Dielectric Anisotropic Media," Proc. International Symposium on Electromagnetic Theory, Thessaloniki, Greece, pp.713-715. May 1998.
(7) Yiwei He, Saburo Adachi, and Satoshi Kiyama, "FDTD Analysis of the Radiation Pattern of a Dipole Antenna in an Unbounded Magneto-Plasma," Proc. Millennium Conference on Antennas & Propagation, Davos, Switzerland, p.46 (4 pages in cd-rom) April 2000.
(8) Shinya Kagawa, Yiwei He, and Toshitaka Kojima, "Two-Dimensional FDTD Analysis of the Readout Characteristics of an Optical Near Field Disk," IEICE Trans. Electron, Vol. E-91C, No.1, pp.48 - 55, 2008.
(9) J. Xu, T. Xu, J.Wang and Q. Tian, "Design tips of nanoapertures with strong field enhancement and proposal of novelL-shaped aperture," Opt. Eng., vol. 44, no. 1, pp. 018001.1-018001.9, Jan. 2005.

輻射科学研究会資料

資料番号	RS 09-02

非等方ランダム薄膜による波動の反射と透過

田村安彦[1]
(京都工芸繊維大学大学院 工芸科学研究科 電子システム工学部門)
1 ytamura@kit.ac.jp

2009年5月7日（木）

輻射科学研究会
(於 大阪電気通信大学 寝屋川キャンパス エデュケーションセンター J508 教室)

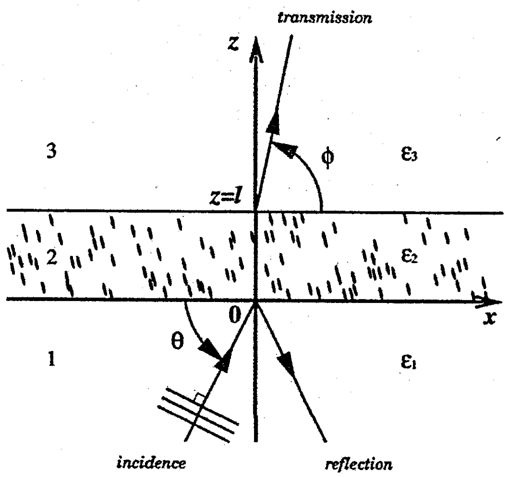


図 1　問題の座標系

1　はじめに

半導体材料、液晶、高分子素材、生体組織等の構造、あるいは大気、土壌、森林と言った自然環境は、特定方向に相関が強い非等方なランダム性を有している [1–5]。そのような非等方なランダム媒質による波動の伝搬や散乱現象の理論解析は、工学上の観点から非破壊検査、リモートセンシング、リアルタイムモニタリングのために重要である。このような特定方向に相関の強い非等方ランダム媒質や薄膜による波動散乱の理論解析は、単一散乱近似によるものが多い [4–6]。一方で多重散乱効果を考慮した系統的な理論解析は少ない。我々は確率汎関数法 [7] によりランダム薄膜 (スラブ) 構造からの波動散乱を解析してきた [8–15]。これらは (統計的に) 等方ランダムもしくは特定方向の相関長が無限大となる特別な非等方ランダム系であり、有限な相関長となる中間的な意味での一般の非等方ランダム系については具体的な議論を行なわなかった。

この報告ではゆらぎが (統計的に) 非等方 (図 1) となるランダム薄膜の TE 平面波による反射と透過について先の報告 [16] に引き続いて議論する。等方、非等方を含めたランダムなゆらぎを持つ薄膜によるランダム波動場のウィーナ・伊藤展開表現は既に論文 [15] で示しており、ある種の非等方な場合 (ゆらぎのスペクトル密度が横方向と縦 (膜厚) 方向に分解できる場合) における 1 次インコヒーレント散乱の振舞いを詳細に議論した。具体的な数値計算は論文 [15] では等方な場合のみ行ない、先の報告 [16] では非等方な場合での計算を行なった。本報告では更に発展させて、ゆらぎのスペクトル密度が回転する場合、すなわちゆらぎの相関方向が横あるいは縦方向から傾く場合をも含めて議論する。

本報告においては、時間因子を $e^{-2\pi i f_1 t}$ として省略する。

2　ランダム波動場

2.1　ランダム波動場の確率論的なフロケの形

図 1 の直角座標系 (x,z) (単位ベクトル:$\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_z$) において、平面 $z=0$ 及び $z=l(>0)$ で仕切られる三層媒質 1,2,3 からなる二次元ランダム薄膜系への TE 平面波入射を考える。各媒質中での比誘電率を各々 $\epsilon_1,\epsilon_2,\epsilon_3$ で表す。ϵ_2 は zx-平面内での二次元ゆらぎを持ち以下のように書く。

$$\epsilon_2 = \bar{\epsilon}_2\{1+\epsilon_f(\boldsymbol{r},\omega)\},\ \boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + z\boldsymbol{e}_z,\ 0 \le z \le l \tag{1}$$

ここで、$\bar{\epsilon}_2$ は ϵ_2 の平均を表す。$\epsilon_f(\boldsymbol{r},\omega)$ はゆらぎ部分で二次元ガウス一様確率場を仮定し、ウィーナ積分 [17] でスペクトル表現する。

$$\epsilon_f(\boldsymbol{r},\omega) = \int_{R^2} e^{i\boldsymbol{\lambda}\cdot\boldsymbol{r}} G(\boldsymbol{\lambda}) dB(\boldsymbol{\lambda},\omega),\ \boldsymbol{\lambda} = \lambda_x\boldsymbol{e}_x + \lambda_z\boldsymbol{e}_z \tag{2}$$

ただし、$\boldsymbol{\lambda} = \lambda_x \boldsymbol{e}_x + \lambda_z \boldsymbol{e}_z, \lambda_x, \lambda_z \in \boldsymbol{R} \equiv (-\infty, \infty)$、$\omega$ は見本空間 Ω 中の一見本点、$dB(\boldsymbol{\lambda}, \omega)$ は $\boldsymbol{R}^2(= \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R})$ 上の複素ガウスランダム測度 [17] で統計的性質: $dB^*(\boldsymbol{\lambda}, \omega) = dB(-\boldsymbol{\lambda}, \omega), \langle dB(\boldsymbol{\lambda}, \omega)\rangle = 0, \langle dB(\boldsymbol{\lambda}, \omega) dB^*(\boldsymbol{\lambda}', \omega)\rangle = \delta^2(\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}') d\boldsymbol{\lambda} d\boldsymbol{\lambda}'$ を備える。ただし、$\delta^2(\boldsymbol{\lambda}) \equiv \delta(\lambda_x)\delta(\lambda_z)$, $d\boldsymbol{\lambda} \equiv d\lambda_x d\lambda_z$ であり、$\langle\cdot\rangle$ はアンサンブル平均、$*$ は複素共役、$\delta(\boldsymbol{\lambda}) \equiv \delta(\lambda_x)\delta(\lambda_y)$ ($\delta(\cdot)$ ディラックデルタ) を表す。ゆらぎ部分の平均、分散 σ^2 及び相関関数 $R(\boldsymbol{r})$ は

$$\langle \epsilon_f(\boldsymbol{r}, \omega)\rangle = 0,\ \langle |\epsilon_f(\boldsymbol{r}, \omega)|^2\rangle = R(0) = \sigma^2,\ R(\boldsymbol{r}) = \langle \epsilon_f(\boldsymbol{r}, \omega)\epsilon_f^*(0, \omega)\rangle = \int_{\boldsymbol{R}^2} |G(\boldsymbol{\lambda})|^2 e^{i\boldsymbol{\lambda}\cdot\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{\lambda} \tag{3}$$

となる。ここで、$|G(\boldsymbol{\lambda})|^2$ はゆらぎのスペクトル密度で $|G(\boldsymbol{\lambda})|^2 = |G(-\boldsymbol{\lambda})|^2$、$\sigma(>0)$ は RMS ゆらぎである。

TE 平面波

$$\psi_i(\boldsymbol{r}) = e^{ipx + i\beta_1(p)z} \tag{4}$$

が境界 $z = 0$ に入射するとき、各領域のランダム波動場 $\psi_j(\boldsymbol{r}, \omega)$ $(j = 1, 2, 3)$ は確率論的なフロケの形として、ウィーナ・伊藤展開を用いて書ける [15]。

媒質 1 $(z \le 0)$

$$\begin{aligned}\psi_1(\boldsymbol{r}, \omega) &= \psi_i(\boldsymbol{r}) + A_0(p) e^{ipx - i\beta_1(p)z} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \int \cdots \int_{\boldsymbol{R}^2} A_n(\boldsymbol{\lambda}_1, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_n | p) e^{i(p + \lambda_{1x} + \cdots + \lambda_{nx})x - i\beta_1(p + \lambda_{1x} + \cdots + \lambda_{nx})z} \hat{h}^{(n)}[dB(\boldsymbol{\lambda}_1, \omega), \cdots, dB(\boldsymbol{\lambda}_n, \omega)],\end{aligned} \tag{5}$$

媒質 2 $(0 < z < l)$

$$\begin{aligned}\psi_2(\boldsymbol{r}, \omega) &= e^{ipx}\left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty + i\mu}^{\infty + i\mu} e^{isz} \left\{ F_0(p; s) \right.\right. \\ &\left.\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \int \cdots \int_{\boldsymbol{R}^2} F_n(\boldsymbol{\lambda}_1, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_n | p; s) e^{i(\boldsymbol{\lambda}_1 + \cdots + \boldsymbol{\lambda}_n)\cdot\boldsymbol{r}} \hat{h}^{(n)}[dB(\boldsymbol{\lambda}_1, \omega), \cdots, dB(\boldsymbol{\lambda}_n, \omega)] \right\} ds \right] \quad \mu \in \boldsymbol{R},\end{aligned} \tag{6}$$

媒質 3 $(l \le z)$

$$\begin{aligned}\psi_3(\boldsymbol{r}, \omega) &= C_0(p) e^{ipx + i\beta_3(p)z} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \int \cdots \int_{\boldsymbol{R}^2} C_n(\boldsymbol{\lambda}_1, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_n | p) e^{i(p + \lambda_{1x} + \cdots + \lambda_{nx})x + i\beta_3(p + \lambda_{1x} + \cdots + \lambda_{nx})z} \hat{h}^{(n)}[dB(\boldsymbol{\lambda}_1, \omega), \cdots, dB(\boldsymbol{\lambda}_n, \omega)]\end{aligned} \tag{7}$$

ここで、A_n, C_n, F_n は n 次のウィーナ核 (ランダムでない確定値関数) で薄膜中のランダム媒質による' 衣を着た'n 回散乱波の振幅を表す。$\hat{h}^{(n)}[\cdot]$ は n 次の複素ウィーナ・エルミット微分式 [17] である。p は入射波動ベクトルの x-軸への写影である。

$$p = k_1 \cos\theta \tag{8}$$

ここで、θ $(0 < \theta < \pi)$ は入射角である (図 1)。裸の伝搬因子 $\beta_j(\lambda)$ $(j = 1, 2, 3)$ は次の二価関数として定義する。

$$\beta_j(\lambda) = \sqrt{k_j + \lambda}\sqrt{k_j - \lambda}, \qquad \beta_j(-\lambda) = \beta_j(\lambda) \tag{9}$$

これらの分岐は複素 λ-平面上で、分岐点 $\lambda = k_j, -k_j$ から各々 $k_j + i\infty, -k_j - i\infty$ に至る虚数軸に平行な直線にとる。この時、$\lambda \in \boldsymbol{R}$ に対し $Im\ \beta_j(\lambda) \ge 0$ が成り立つ (Im は虚部を取ることを表す)。k_j $(j = 1, 2, 3)$ は各媒質中での波数である。

$$k_1 = \sqrt{\epsilon_1}k, \quad k_2 = \sqrt{\epsilon_2}k, \quad k_3 = \sqrt{\epsilon_3}k \tag{10}$$

ここで、$k \equiv 2\pi/\Lambda$ は真空中の波数である (Λ は真空中の波長)。

2.2 光学定理とインコヒーレント散乱断面積

無損失系では規格化光学定理は以下で与えられる。

$$1 = P_c^R + P_c^T + P_{ic}^R + P_{ic}^T \tag{11}$$

ここで、P_c^R と P_c^T は各々規格化コヒーレント反射と透過電力である。

$$P_c^R = |A_0(p)|^2, \quad P_c^T = \frac{Re\ \beta_3(p)}{k_1 \sin\theta}|C_0(p)|^2 \tag{12}$$

Re は実部を取ることを表す。P_{ic}^R と P_{ic}^T は各々規格化インコヒーレント反射と透過電力である。

$$P_{ic}^R = \frac{1}{2\pi\sin\theta}\int_\pi^{2\pi}\sigma_b(\phi|\theta)d\phi = \sum_{n=1}^{\infty} P_{ic}^R(n), \tag{13}$$

$$P_{ic}^T = \frac{1}{2\pi\sin\theta}\int_0^{\pi}\sigma_f(\phi|\theta)d\phi = \sum_{n=1}^{\infty} P_{ic}^T(n), \tag{14}$$

$$P_{ic}^R(n) = \frac{1}{2\pi\sin\theta}\int_\pi^{2\pi}\sigma_{bn}(\phi|\theta)d\phi, \tag{15}$$

$$P_{ic}^T(n) = \frac{1}{2\pi\sin\theta}\int_0^{\pi}\sigma_{fn}(\phi|\theta)d\phi \tag{16}$$

$P_{ic}^R(n)$ と $P_{ic}^T(n)$ $(n \geq 1)$ は各々規格化 n 次インコヒーレント反射と透過電力である。$\sigma_b(\phi|\theta)$ と $\sigma_f(\phi|\theta)$ は各々反射側 $(\pi < \phi < 2\pi)$ と透過側 $(0 < \phi < \pi)$ でのインコヒーレント散乱断面積である。$\sigma_{bn}(\phi|\theta)$ と $\sigma_{fn}(\phi|\theta)$ はそれらの n 次成分である。具体的に σ_{b1} と σ_{f1} は以下のように書ける。

$$\sigma_{b1}(\phi|\theta) = 2\pi k_1 \sin^2\phi \int_{-\infty}^{\infty}|A_1((q_1 - p)\mathbf{e}_x + \lambda_{1z}\mathbf{e}_z|p)|^2 d\lambda_{1z}, \tag{17}$$

$$\sigma_{f1}(\phi|\theta) = \frac{2\pi k_3^2 \sin^2\phi}{k_1}\int_{-\infty}^{\infty}|C_1((q_3 - p)\mathbf{e}_x + \lambda_{1z}\mathbf{e}_z|p)|^2 d\lambda_{1z} \tag{18}$$

ただし、ϕ $(0 < \phi < \pi, \pi < \phi < 2\pi)$ は散乱角である (図 1)。q_1,q_3 は散乱ベクトルの x-軸への写影である。

$$q_1 = k_1\cos\phi, \quad q_3 = k_3\cos\phi \tag{19}$$

2.3 多重繰り込み近似ウィーナ核

微小ゆらぎの条件下: $\sigma^2 \ll 1$ での多重繰り込み近似ウィーナ核は論文 [15] に示してあるが、ここでは後の数値計算で用いる 0 次と 1 次のウィーナ核のみを示しておく。

$$A_0(p) = -\frac{\{\bar\beta_2(p) - \beta_1(p)\}\{\bar\beta_2(p) + \beta_3(p)\}e^{-i\bar\beta_2(p)l} - \{\bar\beta_2(p) + \beta_1(p)\}\{\bar\beta_2(p) - \beta_3(p)\}e^{i\bar\beta_2(p)l}}{\Delta(p)}, \tag{20}$$

$$C_0(p) = \frac{4\beta_1(p)\bar\beta_2(p)e^{-i\beta_3(p)l}}{\Delta(p)}, \tag{21}$$

$$F_0(p;s) = \frac{2i\beta_1(p)}{\Delta(p)}Q_0(p;s), \tag{22}$$

$$\begin{aligned} Q_0(\lambda;s) = {} & \{\bar\beta_2(\lambda) - \beta_3(\lambda)\}e^{i\bar\beta_2(\lambda)l}(-il)e^{-i\frac{s+\bar\beta_2(\lambda)}{2}l}\mathrm{sinc}\left[\frac{s+\bar\beta_2(\lambda)}{2}l\right] \\ & + \{\bar\beta_2(\lambda) + \beta_3(\lambda)\}e^{-i\bar\beta_2(\lambda)l}(-il)e^{-i\frac{s-\bar\beta_2(\lambda)}{2}l}\mathrm{sinc}\left[\frac{s-\bar\beta_2(\lambda)}{2}l\right], \end{aligned} \tag{23}$$

$$A_1(\boldsymbol{\lambda}_1|p) = \frac{k_2^2 G(\boldsymbol{\lambda}_1)}{\Delta(p+\lambda_{1x})}a_1(p+\lambda_{x1};\lambda_{z1}), \tag{24}$$

$$C_1(\boldsymbol{\lambda}_1|p) = \frac{k_2^2 G(\boldsymbol{\lambda}_1)}{\Delta(p+\lambda_{1x})}c_1(p+\lambda_{1x};\lambda_{1z}), \tag{25}$$

$$\begin{aligned} a_1(\lambda_x;\lambda_z) = {} & i\Big[\{\bar\beta_2(\lambda_x) - \beta_3(\lambda_x)\}F_0(p;\bar\beta_2(\lambda_x) - \lambda_z)e^{i\bar\beta_2(\lambda_x)l} \\ & + \{\bar\beta_2(\lambda_x) + \beta_3(\lambda_x)\}F_0(p;-\bar\beta_2(\lambda_x) - \lambda_z)e^{-i\bar\beta_2(\lambda_x)l}\Big], \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} c_1(\lambda_x;\lambda_z) = {} & -ie^{-i\beta_3(\lambda_x)l}\left[\{\bar\beta_2(\lambda_x) + \beta_1(\lambda_x)\}F_0(p;\bar\beta_2(\lambda_x) - \lambda_z)\right. \\ & \left. + \{\bar\beta_2(\lambda_x) - \beta_1(\lambda_x)\}F_0(p;-\bar\beta_2(\lambda_x) - \lambda_z)\right] \end{aligned} \tag{27}$$

ただし、sinc $\alpha \equiv (\sin\alpha)/\alpha$ である。$\Delta(\lambda)$ は' 衣を着た' 共振因子でランダム薄膜中の多重反射効果を記述する。

$$\Delta(\lambda) = \{\bar{\beta}_2(\lambda) + \beta_1(\lambda)\}\{\bar{\beta}_2(\lambda) + \beta_3(\lambda)\}e^{-i\bar{\beta}_2(\lambda)l} - \{\bar{\beta}_2(\lambda) - \beta_1(\lambda)\}\{\bar{\beta}_2(\lambda) - \beta_3(\lambda)\}e^{i\bar{\beta}_2(\lambda)l} \tag{28}$$

$\bar{\beta}_2(\lambda)$ は' 衣を着た' 伝搬因子である。

$$\bar{\beta}_2(\lambda) = \sqrt{\bar{k}_2(\lambda) + \lambda}\sqrt{\bar{k}_2(\lambda) - \lambda} \tag{29}$$

ここで、$\bar{k}_2(\lambda)$ は' 衣を着た' 波数で媒質 2 での実効的な波数を表す。

$$\bar{k}_2(\lambda) = \sqrt{k_2^2 + m^{\mathrm{ai}}(\lambda)} \tag{30}$$

m^{ai} は波数の補正因子で以下のように定義する。

$$m^{\mathrm{ai}}(\lambda) \equiv m(\lambda \boldsymbol{e}_x + \beta_2(\lambda)\boldsymbol{e}_z) \tag{31}$$

$\bar{\beta}_2(\lambda)$ の分岐は $\lambda \in \boldsymbol{R}$ に対し Im $\bar{\beta}_2(\lambda) > 0$ が成り立つように取る。$m(\boldsymbol{\mu})$ は二次元ランダム媒質中の多重繰り込みマスオペレータであり無限回繰り込まれた特別な二重散乱効果を記述する非線形積分方程式の解である。

$$m(\boldsymbol{\mu}) = -k_2^4 \int_{R^2} \frac{|G(\boldsymbol{\lambda})|^2}{k_2^2 - (\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\lambda})^2 + m(\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\lambda})} d\boldsymbol{\lambda} \tag{32}$$

$m(\boldsymbol{\mu})$ は偶関数 $m(-\boldsymbol{\mu}) = m(\boldsymbol{\mu})$ である。$Im\ m(\boldsymbol{\mu}) > 0$ であれば $Im\ \bar{k}_2(\lambda) > 0$ が成り立つ。これは、コヒーレント波に対して、無損失ランダム媒質があたかも均一な損失媒質のように振る舞うことを意味する。このような多重繰り込みマスオペレータにより共振因子 $\Delta(\lambda)$ は $\lambda \in \mathbf{R}$ に対し常に非零である。

3　非等方ランダム媒質

3.1　非等方ランダム媒質 (I)

3.1.1　1 次インコヒーレント散乱断面積の表現

1 次ウィーナ核による 1 次インコヒーレント散乱が表す物理的な意味については論文 [15] で詳細に議論した。ここでは簡単にそのまとめをしておく。まず、ゆらぎのスペクトル密度が x,z-軸方向に独立に相関長 κ_x, κ_z を持つとする。更に、スペクトル密度が次のように分解できると仮定する。

$$|G(\boldsymbol{\lambda})|^2 = |G_x(\lambda_x)|^2 |G_z(\lambda_z)|^2 \tag{33}$$

これらの仮定の物理的な意味は次のようである。二次元ランダム媒質中の一つの体積散乱体を考えると、これは実質的に x-及び z- 軸に沿った各々有限長 κ_x, κ_z 程度の二つの板状散乱体へ分解できる (図 2)。入射波動ベクトル $p\boldsymbol{e}_x + \bar{\beta}_2(p)\boldsymbol{e}_z$ の波動がそのような板状散乱体に入射すれば' 屈折' と' 反射' を生ずるが、これはブラッグ散乱の意味では各々 $\lambda_x = 0, -2p$(縦方向の板状散乱体) あるいは $\lambda_z = 0, -2Re\bar{\beta}_2(p)$(横方向の板状散乱体) を入射波動ベクトル

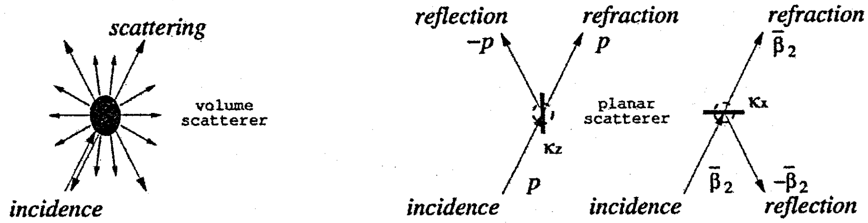


図 2　非等方ランダム媒質における体積散乱体の解釈

に与える。従って、z 方向に相関が大きい場合は' 衣を着た'1 回散乱波は板状散乱体としての指向性が強いから、次の 4 方向で強く生じ得る。

$$q_1 = \begin{cases} p \\ -p \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \phi = \phi_r \equiv 2\pi - \theta \\ \text{(鏡面反射)} \\ \phi = \phi_b \equiv \pi + \theta \\ \text{(後方散乱)} \end{cases}, \quad q_3 = \begin{cases} p \\ -p \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \phi = \phi_f \equiv \cos^{-1}(\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_3}\cos\theta) \\ \text{(前方散乱)} \\ \phi = \phi_o \equiv \cos^{-1}(-\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_3}\cos\theta) \\ \text{(対称前方散乱)} \end{cases} \tag{34}$$

(33) と (17),(18) で示した 1 次ウィーナ核 A_1,C_1 の引数より 1 次インコヒーレント散乱断面積のより具体的な形を得る。

$$\sigma_{b1}(\phi|\theta) = 2\pi k_1 \sin^2\phi \frac{k_2^4}{|\Delta(q_1)|^2}|G_x(q_1-p)|^2|\hat{a}_1(q_1)|^2, \tag{35}$$

$$\sigma_{f1}(\phi|\theta) = 2\pi\frac{k_3^2}{k_1}\sin^2\phi\frac{k_2^4}{|\Delta(q_3)|^2}|G_x(q_3-p)|^2|\hat{c}_1(q_3)|^2, \tag{36}$$

$$|\hat{a}_1(\lambda)|^2 \equiv \int_{-\infty}^{\infty}|G_z(\lambda_z)|^2|a_1(\lambda;\lambda_z)|^2 d\lambda_z, \tag{37}$$

$$|\hat{c}_1(\lambda)|^2 \equiv \int_{-\infty}^{\infty}|G_z(\lambda_z)|^2|c_1(\lambda;\lambda_z)|^2 d\lambda_z \tag{38}$$

(35)-(38) より、1 次インコヒーレント散乱は指向性因子 $|\hat{a}_1|^2, |\hat{c}_1|^2$、共振因子 $k_2^4/|\Delta|^2$ 及び横方向のスペルトル密度 $|G_x|^2$ の三つから構成されることが分かる。指向性因子はコヒーレント平面波のフーリエスペクトルである 0 次ウィーナ核 F_0 を内蔵する。数学的に F_0 は 4 つの特徴的な方向 (34) において主ローブ の最大値をとるが、これはコヒーレント平面波の伝搬方向 (図 3) であるから $\kappa_z \to \infty(|G_z(\lambda_z)|^2 \to \delta(\lambda_z))$ の時は一次元系のゆらぎとなり F_0 は指向性因子において直接的に現れる。この時 1 次インコヒーレント散乱は 4 つの特徴的な方向 (34) で強く生じる [9,12]。有限の κ_z では、λ_z に関する積分で与えられる z 方向のゆらぎにより F_0 は間接的に現れる。よって、大なる κ_z では同じく 1 次インコヒーレント散乱は 4 つの特徴的な方向 (34) で比較的強く生じる (図 4)。等方ゆらぎの場合 ($\kappa_x = \kappa_z$) は、z 方向のゆらぎにより強い指向性の劣化した指向性因子とダブルパス効果 (図 4 右の (b1) と (b2) の経路で同相加算) あるいはトリプルパス効果 (図 4 左の (f2) と (f3) と (f4) の経路で同相加算) により 4 つの特徴的な方向 (34) に強調散乱の意味でピークやディップとして現れる [15]。

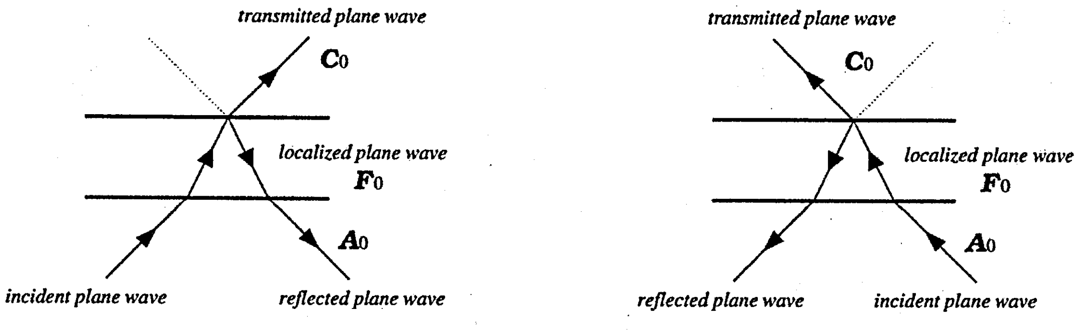


図 3　コヒーレント平面波の伝搬経路

3.1.2　多重繰り込みマスオペレータ

条件 (33) 下では多重繰り込みマスオペレータは

$$m(\pm\mu_x e_x + \mu_z e_z) = m(\mp\mu_x e_x + \mu_z e_z), \quad m(\mu_x e_x \pm \mu_z e_z) = m(\mu_x e_x \mp \mu_z e_z) \tag{39}$$

を満たす。よって

$$m^{\mathrm{ai}}(-\lambda) = m^{\mathrm{ai}}(\lambda), \; \bar{k}_2(-\lambda) = \bar{k}_2(\lambda) \tag{40}$$

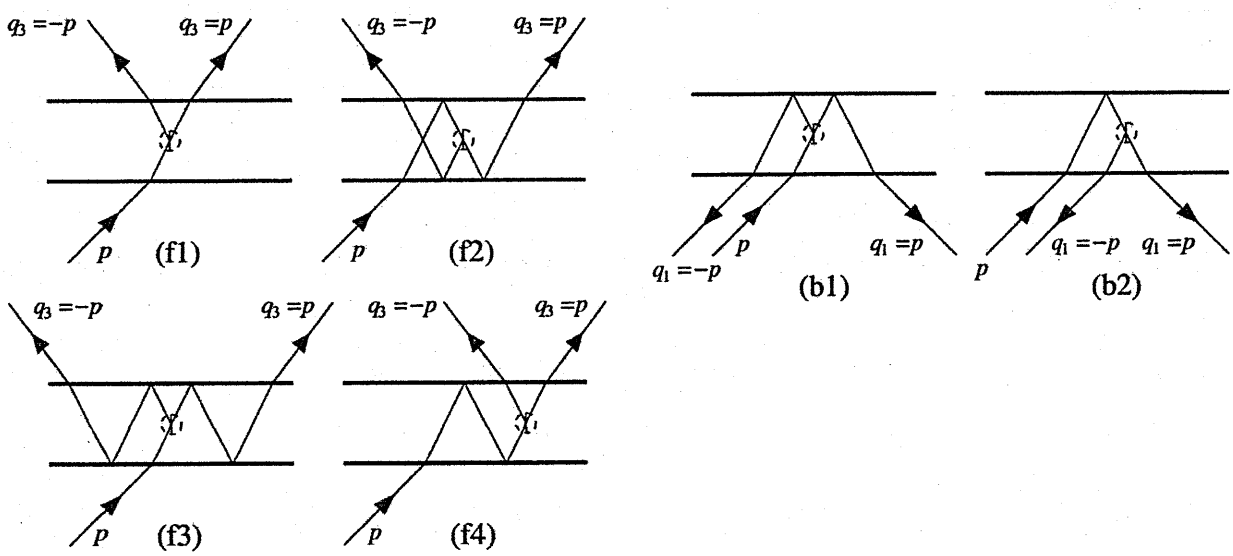


図 4　’衣を着た’ 一回散乱のダイアグラム

が成り立つ。これより’衣を着た’伝搬因子は偶関数となる。

$$\bar{\beta}_2(-\lambda)=\bar{\beta}_2(\lambda) \tag{41}$$

非等方ランダムの場合は、等方ランダムでの多重繰り込みマスオペレータの計算アルゴリズムを使えないため論文 [13] で示した元の計算アルゴリズムに戻る。なお、’衣を着た’ 波数 $\bar{k}_2(\lambda)$ は λ の関数であることに注意する。論文 [13] の (70) 式で $\nu=0$ と置くことで、2 次元非線形積分方程式 (32) の解法アルゴリズムは以下のようになる。

$$m^{(n)}(\boldsymbol{\mu}) \;=\; \begin{cases} m^{(\delta)}(\boldsymbol{\mu}) & (n=0) \\ -k_2^4 \displaystyle\int_{R^2} \frac{|G(\boldsymbol{\lambda})|^2}{k_2^2-(\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})^2+m^{(n-1)}(\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})}d\boldsymbol{\lambda} & (n\geq 1) \end{cases} \tag{42}$$

ここで $m^{(\delta)}(\boldsymbol{\mu})$ は δ-厳密解と呼ばれる初期値である。

$$m^{(\delta)}(\boldsymbol{\mu})=-\frac{(k_2^2-\boldsymbol{\mu}^2)+D_\beta(\mu_x;\mu_z)}{2},\quad D_\beta(\mu_x;\mu_z)=\sqrt{k_++\mu_x}\sqrt{k_+-\mu_x}\sqrt{k_-+\mu_x}\sqrt{k_--\mu_x} \tag{43}$$

$$k_\pm=\sqrt{(k_2^2-\mu_z^2)\pm 2k_2^2|\sigma|} \tag{44}$$

D_β の分岐は $m^{(\delta)}(\boldsymbol{\mu})$ が $|\boldsymbol{\mu}|\to\infty$ に対し消滅するように決める。$\boldsymbol{\mu}$ が実ベクトルである限り、$|G(\boldsymbol{\lambda})|^2=|G^{\mathrm{i}}(|\boldsymbol{\lambda}|)|^2$ となる等方ゆらぎでは、系列 (42) はその積分操作において一つの非負実引数をとる表現に移行する。しかしながら非等方ゆらぎの場合は系列 (42) はその積分操作において実ベクトル (二つの実引数) をとる表現のままである。このため、(42) の具体的な数値計算においては等方系と比較してより多くの計算機資源が必要である。

3.2　非等方ゆらぎ (II)

ここでは傾いた非等方ゆらぎとして回転したスペクトル密度 $|G_\gamma(\boldsymbol{\lambda})|^2$ を持つとしよう (図 5)。

$$|G_\gamma(\boldsymbol{\lambda})|^2\equiv|G(R^{-\gamma}\boldsymbol{\lambda})|^2 \tag{45}$$

ここで γ は回転角 $(0\leq\gamma\leq\pi)$ で、R^γ は回転行列

$$R^\gamma=\begin{pmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma\\ \sin\gamma & \cos\gamma\end{pmatrix} \tag{46}$$

である。引数 $\boldsymbol{\mu}$ が実ベクトルである限りは、回転したしたスペクトル密度 $|G_\gamma(\boldsymbol{\lambda})|^2$ に対する多重繰り込みマスオペレータ $m_\gamma(\boldsymbol{\lambda})$ は

$$\begin{aligned} m_\gamma(\boldsymbol{\mu}) &= -k_2^4\int_{\boldsymbol{R}^2}\frac{|G_\gamma(\boldsymbol{\lambda})|^2}{k_2^2-(\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})^2+m_\gamma(\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})}d\boldsymbol{\lambda} \\ &= -k_2^4\int_{\boldsymbol{R}^2}\frac{|G(\boldsymbol{\lambda})|^2}{k_2^2-(R^{-\gamma}\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})^2+m(R^{-\gamma}\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\lambda})}d\boldsymbol{\lambda} \;=\; m(R^{-\gamma}\boldsymbol{\mu}) \end{aligned}$$

となり元のスペクトル密度についての計算結果から導くことが出来る。明らかに $m_0=m_\pi=m$ である。本報告では $-k_2\le\lambda\le k_2$ とすれば、ベクトル $\lambda e_x+\beta_2(\lambda)e_z$ は常に実ベクトルとなるから

$$\begin{aligned} m_\gamma^{\mathrm{ai}}(\lambda)\equiv m_\gamma(\lambda e_x+\beta_2(\lambda)e_z) \;=\; m(R^{-\gamma}(\lambda e_x+\beta_2(\lambda)e_z)) &= m^{\mathrm{ai}}(k_2\cos(\cos^{-1}(\lambda/k_2)-\gamma)) && (47)\\ &= m^{\mathrm{ai}}(k_2|\cos(\cos^{-1}(\lambda/k_2)-\gamma)|) && (48)\end{aligned}$$

と書ける。(48) は (39) の下で正しい。γ だけ回転した非等方ゆらぎの場合

$$m^{\mathrm{ai}}(-\lambda)\neq m^{\mathrm{ai}}(\lambda),\ \bar{k}_2(-\lambda)\neq\bar{k}_2(\lambda) \tag{49}$$

であるから、$\gamma\neq0,\pi$ では' 衣を着た' 伝搬因子は偶関数ではなくなる。

$$\bar{\beta}_2(-\lambda)\neq\bar{\beta}_2(\lambda) \tag{50}$$

1 次インコヒーレント散乱断面積は

$$\begin{aligned} \sigma_{b1}(\phi|\theta) &= 2\pi k_1\sin^2\phi\frac{k_2^4}{|\Delta(q_1)|^2}|\hat{a}_1(q_1)|^2, && (51)\\ \sigma_{f1}(\phi|\theta) &= 2\pi\frac{k_3^2}{k_1}\sin^2\phi\frac{k_2^4}{|\Delta(q_3)|^2}|\hat{c}_1(q_3)|^2, && (52)\\ |\hat{a}_1(\lambda)|^2 &\equiv \int_{-\infty}^{\infty}|G_\gamma((\lambda-p)e_x+\lambda_z e_z)|^2|a_1(\lambda;\lambda_z)|^2d\lambda_z, && (53)\\ |\hat{c}_1(\lambda)|^2 &\equiv \int_{-\infty}^{\infty}|G_\gamma((\lambda-p)e_x+\lambda_z e_z)|^2|c_1(\lambda;\lambda_z)|^2d\lambda_z && (54)\end{aligned}$$

となる。(51)-(54) より、回転した非等方ゆらぎにおいては、1 次インコヒーレント散乱波は共振因子 $k_2^4/|\Delta|^2$ とスペクトル密度 $|G_\gamma|^2$ を含む指向性因子 $|\hat{a}_1|^2,|\hat{c}_1|^2$ の二つの成分からなる。回転した非等方ゆらぎにおいても図 4 に類似の' 衣を着た'1 回散乱のダイアグラムを考えることができる (図 6)。明らかに板状散乱体からのブラッグベクトル 0 が与えられる' 屈折' は回転角について不変であり前方散乱と鏡面反射に関してはその方向が変わることはない。一方、' 屈折' が与える対称前方散乱と後方散乱は回転の影響を明らかに受ける。両者共に回転した板状散乱体の影響を受けるため幾何学的には回転角の 2 倍 2γ だけ' 反射' 方向がずれる。対称前方散乱に関しては $+2\gamma$、後方散乱に関しては板状散乱体と上部境界 $z=l$ での鏡面反射との順序で異なり、図 4 の (b1) では $+2\gamma$ 従って本来の後方散乱よりも水平方向へ、(b2) では -2γ 従って本来の後方散乱よりも垂直方向へとシフトする。ただし、これらのシフトしたピークはあくまでもコヒーレント平面波のスペクトルを抽出する範囲内に制限されることに留意しなければならない。よって、本来のピーク位置からずれるためそのピークレベルは応じて低下することになる。$p_\pm$ を以下のように定義しておく。

$$p_\pm=k_2\cos(\cos^{-1}(\sqrt{\epsilon_1/\bar{\epsilon}_2}\cos\theta)\mp2\gamma) \tag{55}$$

非回転の場合にピークが明確に出るような相関長を持つ非等方ゆらぎにおいては、(34) にならえば対称前方散乱と後方散乱のピークは

$$\begin{aligned} &q_1=\left\{\begin{array}{l}-p_+\\ -p_-\end{array}\right. \leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\phi=\phi_{b+}\equiv\pi+\cos^{-1}(-\sqrt{\bar{\epsilon}_2/\epsilon_1}\cos(\cos^{-1}(\sqrt{\epsilon_1/\bar{\epsilon}_2}\cos\theta)-2\gamma))\\ \phi=\phi_{b-}\equiv\pi+\cos^{-1}(-\sqrt{\bar{\epsilon}_2/\epsilon_1}\cos(\cos^{-1}(\sqrt{\epsilon_1/\bar{\epsilon}_2}\cos\theta)+2\gamma))\end{array}\right.\\ &q_3=-p_+\leftrightarrow\phi=\phi_{o+}\equiv\cos^{-1}(-\sqrt{\bar{\epsilon}_3/\epsilon_1}\cos(\cos^{-1}(\sqrt{\epsilon_1/\bar{\epsilon}_2}\cos\theta)-2\gamma))\end{aligned} \tag{56}$$

を満たす方向にシフトする。ただし、共振因子や κ_z が大きくない場合のゆらぎによる積分の影響等でピークのぼけを生ずる。(56) は次の特殊な薄膜系では簡潔な形になる。

$$\begin{aligned} &\phi_{b\pm}=2\pi-(\theta\mp2\gamma) \quad \epsilon_1=\bar{\epsilon}_2\\ &\phi_{o+}=\pi-(\theta-2\gamma) \quad \epsilon_1=\bar{\epsilon}_2=\epsilon_3\end{aligned} \tag{57}$$

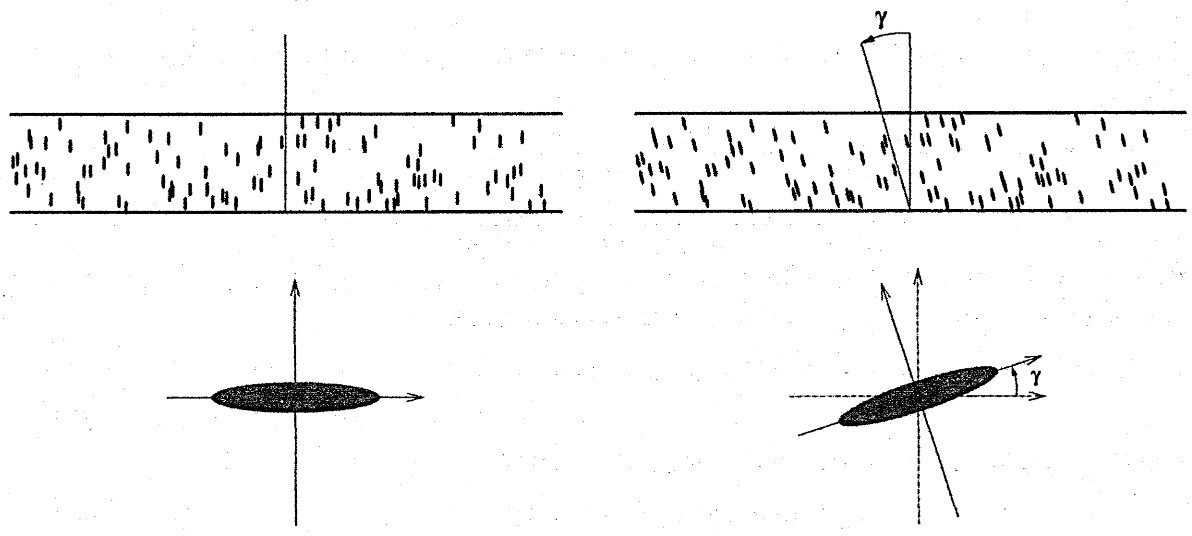


図 5　回転したランダム媒質 (傾斜したランダム媒質)

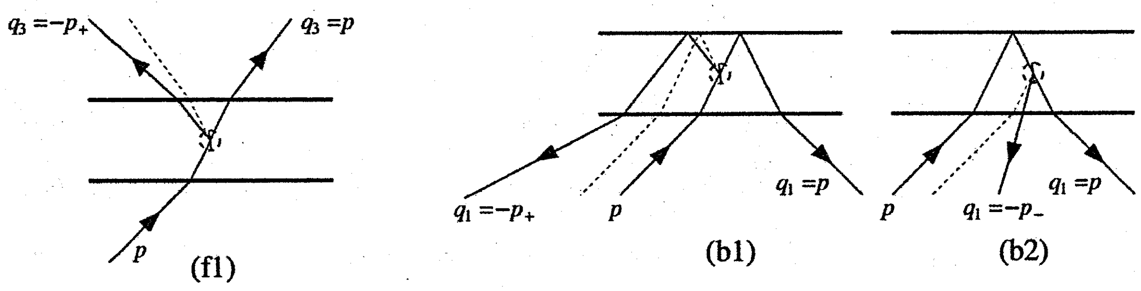


図 6　回転したスペクトル密度 (傾斜した体積散乱体) による' 衣を着た' 一回散乱

4　数値計算

数値計算により具体的に統計的性質を議論しよう。実際の応用においては (1) で記述される 2 次元ランダム薄膜は様々な種類がある。この報告では無損失な 2 次元ランダム薄膜が非等方ガウス型スペクトルと He-Ne レーザー入射で特徴付けられるものとする。

$$|G(\boldsymbol{\lambda})|^2 = \frac{\sigma^2\kappa_x\kappa_z}{4\pi}e^{-\{(\kappa_x\lambda_x)^2+(\kappa_z\lambda_z)^2\}/4} \quad\longleftrightarrow\quad R(\boldsymbol{r}) = \sigma^2 e^{-(x/\kappa_x)^2-(z/\kappa_z)^2} \tag{58}$$

計算のパラメータは

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1 \text{ (air)},\ \bar{\epsilon}_2 = 2.25 \text{ (glass)},\ \Lambda = 0.6328\mu\text{m},\ l = 10\mu\text{m},\ \theta = 60^\circ,\ \sigma^2 = 10^{-4} \tag{59}$$

とする。(58) より分解されたスペクトル密度は以下のようにおける。

$$|G_x(\lambda)|^2 = \frac{\sigma\kappa_x}{2\sqrt{\pi}}e^{-(\kappa_x\lambda)^2/4}, |G_z(\lambda)|^2 = \frac{\sigma\kappa_z}{2\sqrt{\pi}}e^{-(\kappa_z\lambda)^2/4} \tag{60}$$

4.1　多重繰り込みマスオペレータ

今回の計算条件では、(39) が成立かつランダム媒質中の波動がエバネッセント波にはならないので、多重繰り込みマスオペレータ $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ は $0 \le \lambda \le k_2$ に対してのみ計算すればよい。この時、非負の引数 μ_x, μ_z に対し計算アルゴリズム (42) は常に有効である。図 7 に $(k_2\sigma)^2$ で規格化した $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ の収束確定値を示す。ただし、$\kappa_x = 0.1\mu$m かつ $\kappa_z = 0.1, 0.2, 1, 2, 5, 10\mu$m とした。論文 [9] で示した計算アルゴリズムにより $\kappa_z \to \infty$ となる極限の多重繰り込みマスオペレータ $m^{\mathrm{ai}}|_{\kappa_z=\infty}$ も比較のため同時に示してある。全ての結果において $Im\ m^{\mathrm{ai}}(\lambda) > 0$ が期待どおり常に成り

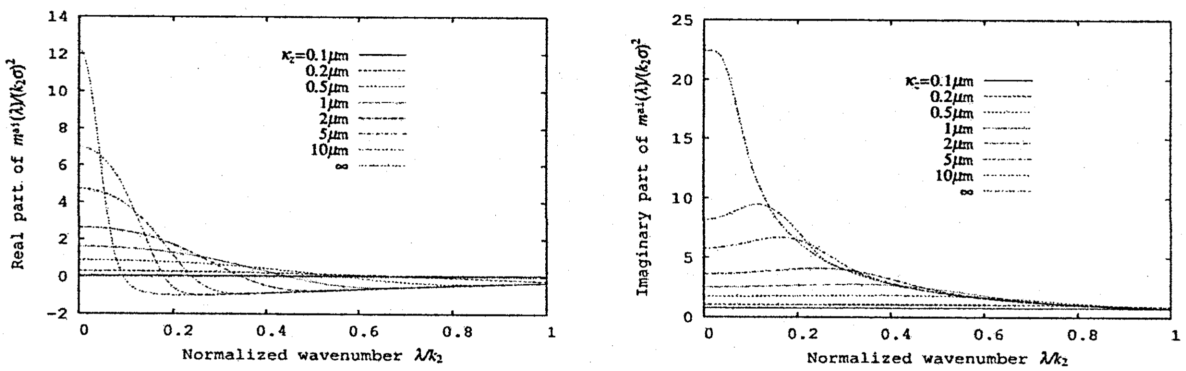


図 7　多重繰り込みマスオペレータ $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ ($\bar{\epsilon}_2 = 2.25, \kappa_x = 0.1\mu\mathrm{m}, \Lambda = 0.6328\mu\mathrm{m}$)

立つ。等方となる $\kappa_x = \kappa_z = 0.1\mu\mathrm{m}$ では $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ は一定値である。$\kappa_z > \kappa_x$ なる非等方の場合は、$m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ は引数 λ の関数になっている。κ_z が大なる時、m^{ai} は $m^{\mathrm{ai}}|_{\kappa_z=\infty}$ に漸近する。数値計算の結果では、系列 $m^{(n)}(\lambda e_x + \beta_2(\lambda) e_z)$ は $0.6 < \lambda/k_2 \le 1$ に対しては僅か一回の繰返しで急速に収束する。一方 $0 \le \lambda/k_2 < 0.6$ では $n = 4 \sim 10$ の繰返し計算を必要とする。しかしながら、この収束性は $\lambda/k_2 \approx 0$ に対し $n = 9, 10$ の繰返しを最低必要とする一次元系 [9] のそれよりはわずかによい。

(33),(60) 及び性質:$\beta_2(\beta_2(\lambda)) = \lambda$ $(0 \le \lambda \le k_2)$ より、κ_x と κ_z の交換に関する重要な性質が得られる。

$$m^{\mathrm{ai}}(\lambda)|_{\kappa_x \leftrightarrow \kappa_z} = m^{\mathrm{ai}}(\beta_2(\lambda)) \tag{61}$$

よって、$0 \le \lambda \le k_2$ における $\kappa_x = 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10\mu, \kappa_z = 0.1\mu\mathrm{m}$ とする $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ は図 7 より直ちに得られる。$m_\gamma^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ についても (48) を用いて対応する無回転の場合の $m^{\mathrm{ai}}(\lambda)$ より得られる。

4.2　インコヒーレント散乱断面積

まず、図 8 に指向性因子 $|\hat{a}_1|^2, |\hat{c}_1|^2$ を示す。大なる κ_z では、指向性因子は期待どおりに $\lambda = p = 0.5k_1$ において主要なピークを持ち、強い指向性を示す。κ_z が小さくなると、そのような指向性は減じ、主要なピークは不明確になっていく。等方 $\kappa_x = \kappa_z = 0.1\mu m$ では、指向性はほとんど消滅する。この場合は、F_0 の間接的な顕在化とダブルもしくはトリプルパス効果の組合せとして強調されたピークないしはディップが残る [15]。(51),(52) より計算した 1 次インコヒーレント散乱断面積 $\sigma_{f1}(\phi|\theta), \sigma_{b1}(\phi|\theta)$ を図 9($\kappa_x = 0.1\mu\mathrm{m}, \kappa_z = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, \infty\mu\mathrm{m}$) あるいは図 10($\kappa_x = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, \kappa_z = 0.1\mu\mathrm{m}$) に示す。$\sigma_{f1}$ と σ_{b1} は共振因子 $k_2^4/|\Delta|^2$ によってランダム薄膜中の多重反射によるリップルを持つが、特に $\kappa_z \ge 10\mu\mathrm{m}$ では指向性因子 $|\hat{a}_1|^2, |\hat{c}_1|^2$ 自体のリップルをも持つ。反射側では鏡面反射 $\phi = \phi_r = 300°$ と後方散乱 $\phi = \phi_b = 240°$ において特徴的な二つの緩やかなピークが見られる。そのようなピークは、指向性因子 $|\hat{a}_1|^2$ が支配的となる $\kappa_z \ge 1\mu\mathrm{m}$ において顕著である。一方、κ_x が大なる時、横方向の分解スペクトル $|G_x|^2$ の狭帯域性により σ_{b1} は鏡面反射方向に局在する。透過側では $\kappa_z \ge 0.2\mu\mathrm{m}$ では前方散乱 $\phi = \phi_f = 60°$ と対称前方散乱 $\phi = \phi_o = 120°$ 方向において特徴的な二つの緩やかなピークが見られる。

図 11 にスペクトルを回転した場合の 1 次インコヒーレント散乱断面積を示す。ただし、$l = 20\mu\mathrm{m}$ とし、$\gamma = 0°, 5°, 10°, 15°$ とした。透過側では前方散乱方向 $\phi = 60°$ のピークはほとんど変わらない。対称前方散乱方向 $\phi = 120°$ のピークはおおよそ (56) で与える ϕ_{o+} に従って水平角方向へとシフトすることが分かる。$\gamma = 15°$ はシフト後の角度方向が実数角ではなくなるため対応するピークはもはや現れない。次に反射側では同じく鏡面反射方向 $\phi = 300°$ のピークはほとんど変わらないが、後方散乱方向 $\phi = 240°$ のピークはおおよそ (56) で与える ϕ_{b+}, ϕ_{b-} に従って二つに分離することが分かる。もちろん後方散乱方で強調散乱を生じない。図 12 は $\epsilon_1 = \bar{\epsilon}_2 = \epsilon_3 = 2.25$ とおいた特別な計算例である。この場合、各境界での反射はほとんどなくなるため特に反射側においては指向性によるピークは消滅する。透過側では (57) に従って γ に応じて対称前方散乱ピークはシフトする。

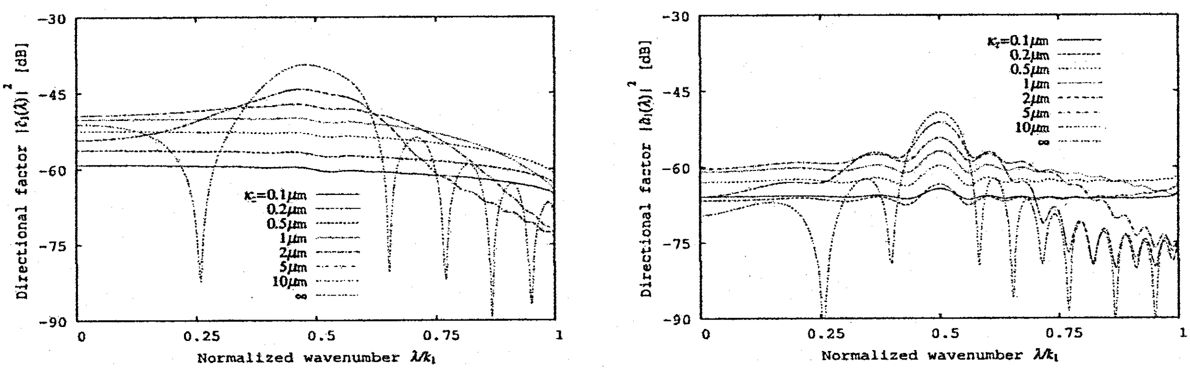


図 8　指向性因子 $|\hat{a}_1|^2, |\hat{c}_1|^2$ ($\theta = 60°, l = 10\mu m, \kappa_x = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, \infty \mu m, \kappa_z = 0.1\mu m, \sigma^2 = 10^{-4}, \Lambda = 0.6328\mu m$)

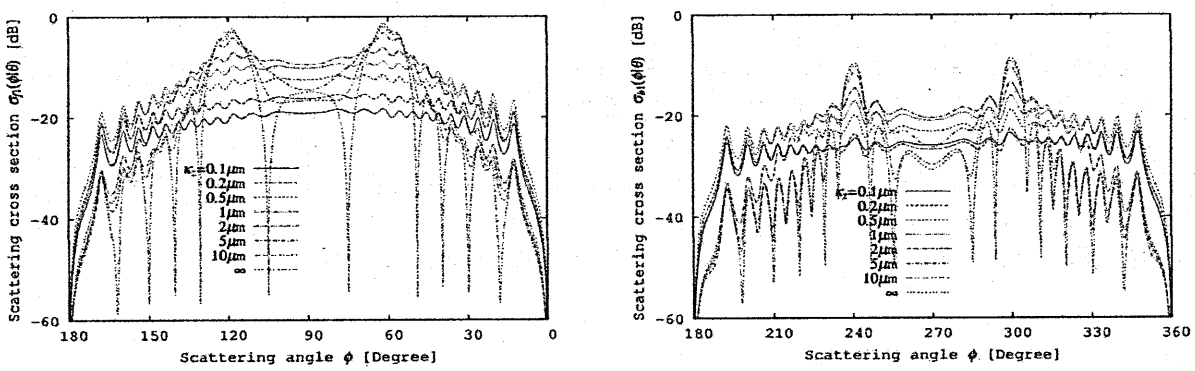


図 9　1 次インコヒーレント散乱断面積 σ_{b1}, σ_{f1} ($\theta = 60°, l = 10\mu m, \kappa_x = 0.1\mu m, \kappa_z = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, \infty \mu m, \sigma^2 = 10^{-4}, \Lambda = 0.6328\mu m$)

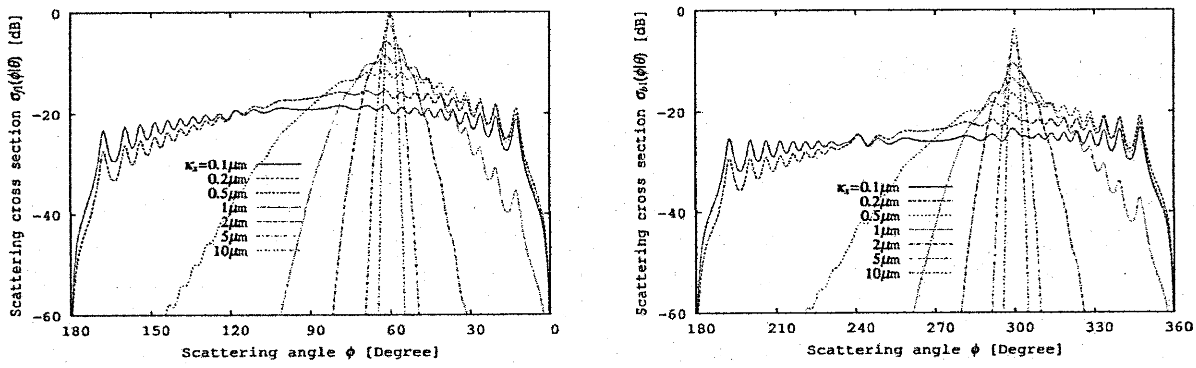


図 10　1 次インコヒーレント散乱断面積 σ_{b1}, σ_{f1} ($\theta = 60°, l = 10\mu m, \kappa_x = 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, \infty \mu m, \kappa_z = 0.1\mu m, \sigma^2 = 10^{-4}, \Lambda = 0.6328\mu m$)

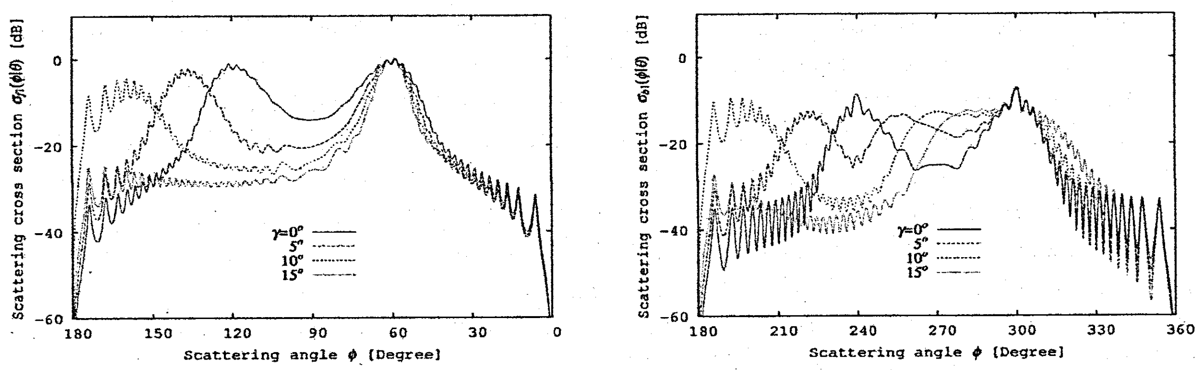


図 11　1 次インコヒーレント散乱断面積 σ_{b1}, σ_{f1} ($\theta = 60°, l = 10\mu m, \kappa_x = 0.1\mu m, \kappa_z = 5m, \sigma^2 = 10^{-4}, \Lambda = 0.6328\mu m, \epsilon_1 = \epsilon_3 = 1, \bar{\epsilon}_2 = 2.25$)

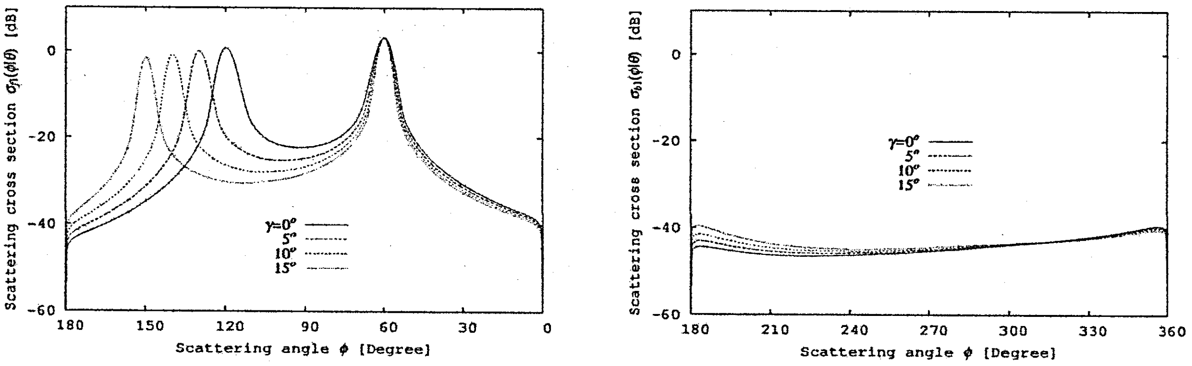


図 12　1 次インコヒーレント散乱断面積 σ_{b1},σ_{f1} ($\theta = 60°$,$l = 10\mu$m,$\kappa_x = 0.1$,$\kappa_z = 5\mu$m,$\sigma^2 = 10^{-4}$,$\Lambda = 0.6328\mu$m,$\epsilon_1 = \bar{\epsilon}_2 = \epsilon_3 = 2.25$)

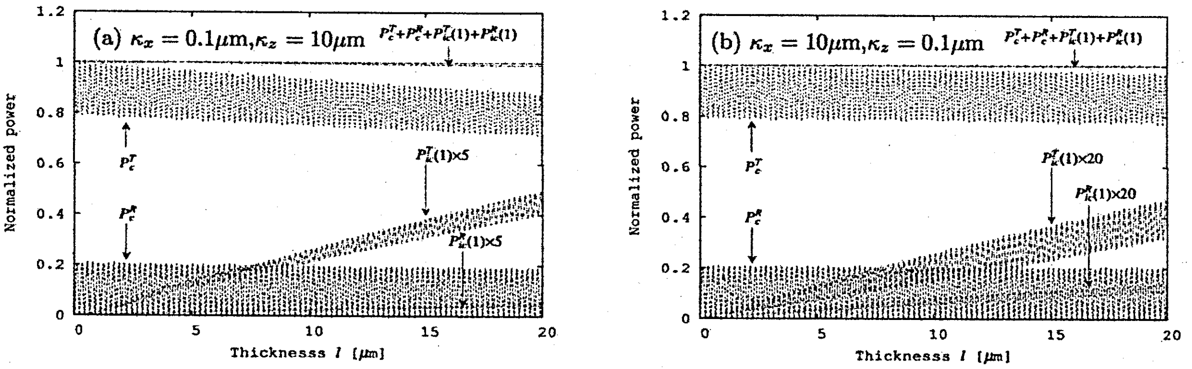


図 13　規格化光学定理 ($\theta = 60°$,$\sigma^2 = 10^{-4}$,$\Lambda = 0.6328\mu$m)

4.3　光学定理

図 13 に規格化光学定理の膜厚 l 依存性を示す。l の増加に伴い、規格化コヒーレント電力及びインコヒーレント電力は振動する。規格化電力の合計はほぼ 1 に等しく、光学定理の誤差は高々約 0.94% (図 13(a))、あるいは高々約 0.33% (図 13(b)) であり、光学定理はこれらのパラメータに関しては良い精度で成り立っている。

図 14 にスペクトルの回転角 γ の依存性を示す。パラメータは $l = 20\mu$m,$\theta = 60°$,$\sigma^2 = 10^{-4}$ とする。(a) は図 11、(b) は図 12 に対応する。一部誤差が大きくなる角度範囲があるものの光学定理は良い精度で成り立っている。

5　むすび

本報告では、非等方 2 次元ランダム薄膜による TE 平面波の反射と透過問題を確率汎関数法により解析した。ゆらぎの相関長が膜厚方向あるいは横方向でことなるような非等方ゆらぎに関して 1 次インコヒーレント散乱断面積と光学定理を計算し、反射と透過のメカニズムを議論した。このような非等方ゆらぎは特別な一次元ランダムゆらぎ [9–12,14] と等方ゆらぎ [8,15] との橋渡し的な性質を持つ。また相関の方向が傾斜するような回転したスペクトル密度を持つような非等方ゆらぎに関して 1 次インコヒーレント散乱断面積と光学定理を計算し、反射と透過のメカニズムを議論した。透過側では対称前方散乱のピーク位置が回転角に応じてシフトし、また反射側では後方散乱のピークが分離して弱く現れ得ることを示した。

参考文献

[1] G.H.Brown and J.J.Wolken, *Liquid Crystals and Biological Structures* (New York), 1979.

[2] 吉田貞史、矢嶋弘義, 薄膜・光デバイス, 東京大学出版会 (1994)

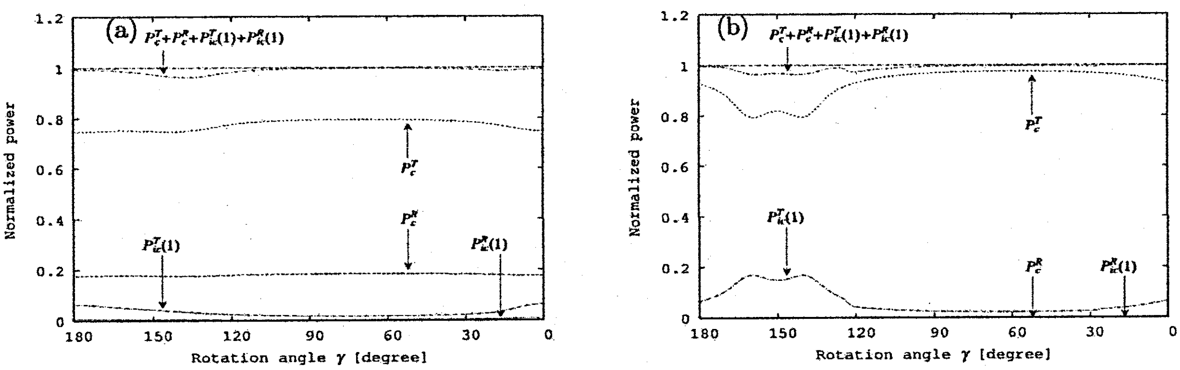


図 14　規格化光学定理 ($\theta = 60°, \sigma^2 = 10^{-4}, \Lambda = 0.6328\mu m$) (a) $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1, \bar{\epsilon}_2 = 2.25$, (b) $\epsilon_1 = \bar{\epsilon}_2 = \epsilon_3 = 2.25$

[3] C.H.Wu, C.Jacob, X.J.Ning, S.Nishino and P.Pirouz, "Epitaxial growth of 3C-SiC on Si(111) from hexamethyldisilane", *J. Crystal Growth*, **158**, pp.480-490, 1996.

[4] C.J.Oton, Z.Gaburro, M.Ghulinyan, L.Pancheri, P.Bettotti, L.Dan Negro and L.Pavesi, "Scattering rings in optically anisotropic porous silicon", *Appl. Phys. Lett.*, **81**, no.26, pp.4919-4921(2002)

[5] S.Kassam, A.Duparre, K.Hehl, P.Bussemer and J.Meubert, "Light scattering from the volume of optical thin films:theory and experiment", *Appl. Optics* **31** pp.1304-1331, 1992.

[6] V.G.Gavrilenko, A.V.Aistov and G.V.Jandieri, "Some peculiariteis wave multiple scattering in a statistically anisotropic medium", *Waves in Random Media* **10** 4 pp.435-445(2000)

[7] H.Ogura N.Takahashi, "Scattering, Radiation and Propagation over Two-dimensional Random Surface - Stochastic Functional Approach -", Progress In Electromagnetics Research PIER, **14** pp.89-189, 1996.

[8] L.Gao and J.Nakayama, "Scattering of a plane wave from a thin film with volume disorder", IEICE Trans. Electron., Vol. E79-C, pp.1327-1333, 1996.

[9] Y.Tamura and J.Nakayama, "Wave reflection and transmission from a thin film with one-dimensional disorder", Waves in Random Media, vol.14, no.3, pp.435-465, 2004.

[10] Y.Tamura and J.Nakayama, "TE plane wave reflection and transmission from a one-dimensional random slab", IEICE Trans. Electron., Vol. E88-C, 4 pp.713-720, 2005.

[11] Y.Tamura and J.Nakayama, "Enhanced scattering from a thin film with one-dimensional disorder", Waves in Random and Complex Media, Vol.15, no.2, pp.269-295, 2005.

[12] 杉山俊介、田村安彦、中山純一, "一次元揺らぎがある薄膜による TM 平面波の反射と透過", 電子情報通信学会論文誌 C, Vol. J90-C, no.3, March 2007.

[13] Y.Tamura and J.Nakayama, "Scalar plane wave scattering from a thin film with two-dimensional fluctuation", Waves in Random and Complex Media, Vol.18, no.1, pp.269-295, 2008.

[14] Y.Tamura, "TM plane wave reflection and transmission from a one-dimensional random slab", IEICE Trans. Electron., IEICE Trans. Electron., Vol. E91-C, 3 pp.713-720, 2008.

[15] Y.Tamura, "TE plane wave reflection and transmission from a two-dimensional random slab", IEICE Trans. Electron., IEICE Trans. Electron., Vol. E92-C, 1 pp.77-84, 2009.

[16] Y.Tamura, "Reflection and Transmission of a TE Plane Wave from a Two-dimensional Random Thin Film – Anisotropic fluctuation", 信学技報 (フォトニックネットワーク)vol.108, PN2008-74,OPE2008-177,LQE2008-174, pp.173-178(2009)

[17] 小倉久直, 物理・工学のための確率過程論, コロナ社 (1978)

輻射科学研究会資料
RS09-03

Expanding Adjustable Range on Post-Fabrication Resonance Wavelength Tuning of Long-Period Fiber Grating by Heating

長周期ファイバグレーテイング製作後の加熱による ピーク損失波長調節における調節範囲の拡大

Fatemeh Abrishamian and Katsumi Morishita
アビリシャーミアン　ファテメイ　　森下 克己
Osaka Electro-Communication University
大阪電気通信大学

2009 年 5 月 7 日
於　大阪電気通信大学

Expanding Adjustable Range on Post-Fabrication Resonance Wavelength Tuning of Long-Period Fiber Gratings by Heating

長周期ファイバグレーテイング製作後の加熱による ピーク損失波長調節における調節範囲の拡大

Fatemeh Abrishamian and Katsumi Morishita
アビリシャーミアン ファテメイ　森下 克己
Osaka Electro-Communication University
大阪電気通信大学

あらまし 長周期ファイバグレーティングのピーク損失波長を加熱により，短波長側に大きく調節できるようにした．また，ピーク損失波長の短波長及び長波長側への移動のメカニズムについても調べた．加熱温度を低くするほど，ガラス構造緩和が残留応力緩和より遅くなり，残留応力緩和により起こる短波長側への移動が，加熱初期により大きく現れることが分かった．ピーク損失波長の 41 nm もの大きな短波長側への移動が，600 °C で 3500 分加熱することによって達成された．41 nm の移動を引き起こした残留応力緩和によるコアの屈折率減少は約 10^{-4} であることが，数値解析により明らかになった．

キーワード 長周期ファイバグレーティング，ピーク損失波長調節，ガラス構造緩和，残留応力緩和

1. Introduction

Fiber gratings have been used in a wide variety of optical communication and sensing applications. It is very important for practical use to adjust their transmission characteristics after grating fabrication. The glass structure relaxation is a simple and widely applicable method to modify refractive index, and was utilized to write long-period gratings (LPGs) in a conventional silica fiber [1] and a pure silica holey fiber [2].

It was shown that resonance wavelengths of LPGs written by arc discharge can be adjusted by the glass structure relaxation induced by heating the LPGs [3]. A resonance wavelength was moved by 76 nm to the red wavelength side by means of heating at 1000 °C for 70 minutes, but no resonance wavelength was shifted to shorter wavelengths. A resonance wavelength shifted by 1.2 nm to the blue wavelength side owing to heating at 800 °C for 1 hour [4]. Resonance wavelength shifts during heating at 800, 780, and 700 °C were investigated, and the maximum blue wavelength shift during heating increased with decreasing heating temperature and the blue shifts were explained by the relaxation of the residual stress [5]. It was shown clearly by heating LPGs written in silica fibers un-relaxed and relaxed the residual stress that the blue shift of resonance wavelengths arose from the residual stress relaxation [6].

K. Morishita is with Osaka Electro-Communication University, 18-8, Hatsu-cho, Neyagawa, Osaka 572-8530 Japan (e-mail: morisita@isc.osakac.ac.jp).
F. Abrishamian is currently a visiting researcher at Osaka Electro-Communication University (fatemeh@isc.osakac.ac.jp).

However, resonance wavelengths of LPGs at high temperatures differ largely from those at room temperature because of the temperature dependence of the refractive-index, the glass structure and the residual stress relaxations, and the thermal expansion [4,5]. It is necessary to gain the large blue shift on post-fabrication resonance wavelength adjustment and broaden the adjustable wavelength range. In this paper, we heated LPGs written in a standard silica fiber at different temperatures, and studied the heating condition for obtaining the large blue wavelength shift. The mechanisms of the blue and the red shifts were investigated, and the index changes caused by the residual stress and the glass structure relaxations were estimated by numerical analysis.

2. Resonance Wavelength Shifts Caused by the Glass Structure and the Residual Stress Relaxations

High-temperature glass is a viscoelastic material, and elastic stresses and inelastic strains can be frozen into the glass by heat treatments [7]. Inelastic strains are frozen into the network structure of the glass, i.e., the glass structure. When fibers are heated and cooled, the glass structure and the residual elastic stress are relaxed at the same time by heating, and their changes are frozen into the fibers by cooling.

The refractive index of a glass can be modified by the glass structure relaxation [8, 9]. Fig. 1 shows a schematic diagram of volume-temperature variation of a glass for heat treatments. When a glass is maintained at a constant temperature, the volume changes with time until it reaches a certain equilibrium glass structure. The temperature that

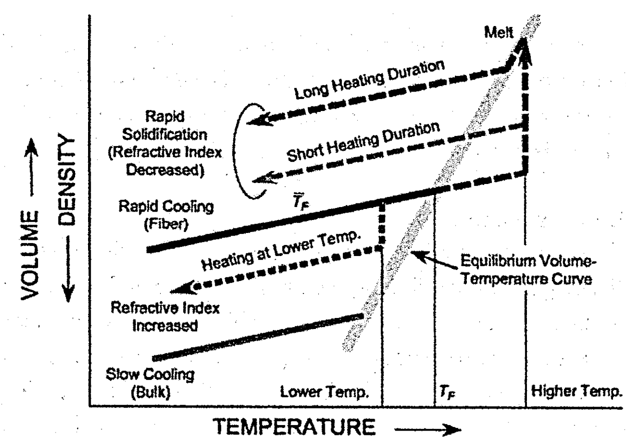


Fig. 1 Schematic diagram of volume-temperature variation of a glass for heat treatments.

corresponds to the equilibrium glass structure is called the fictive temperature. The light gray line indicates an equilibrium volume-temperature curve. When temperature drops slowly, the glass structure changes with temperature, and the viscosity of the glass increases. Finally the glass cannot trace the equilibrium curve because of large viscosity, and then the glass structure is frozen at a certain temperature.

In the fiber drawing process, the fiber glass is cooled faster than the bulk glass, and the glass structure is frozen at a temperature T_F higher than that of the bulk glass. The density and the refractive index of the drawn fiber become lower than those of the bulk glass. Since the glass structure of the drawn fiber shown by the black solid line is the same as the equilibrium glass structure at T_F, the fictive temperature of the fiber is expressed by $\overline{T}_F$.

The volume-temperature curve of silica glass shows a minimum at a temperature of about 1500 °C in the structural equilibrium. The volume behavior on quenching in the high-temperature branch of the equilibrium curve above 1500 °C is the same as in the case of the common silicate glasses. In the anomalous region (1000 – 1500 °C), the behavior is contrary to that of the common silicate glasses and other glasses. However, the synthetic silica glasses produced from $SiCl_4$ do not show a minimum volume, and the anomalous volume branch from 1000 °C to 1500 °C is turned to a normal branch [10]. Silica fibers are generally made from synthetic silica glasses. Therefore in case a silica fiber is heated at a higher temperature and a lower temperature than its fictive temperature and is cooled rapidly, the glass structure is modified and the refractive index is decreased and increased as shown by the broken and dotted lines, respectively.

When the fiber glass is rapidly taken to the temperature T_H, the change of the fictive temperature of the fiber glass $\overline{T}(t)$ can be expressed by Tool's equation as follows [8,11]:

$$\frac{d\overline{T}(t)}{dt} = A(T_H - \overline{T}(t)) \qquad (1)$$

where A is the reciprocal of the viscosity and a function of T_H and $\overline{T}$, and indicates the relaxation rate of the glass structure. The change of $\overline{T}$ becomes slower at the lower heating temperature because of the larger viscosity. The fictive temperature initially changes rapidly, and approaches the equilibrium value T_H with decreasing the amount of change. The fictive temperature of drawn silica fibers, which varies with radial position, is known to be around 1600 °C [12, 13].

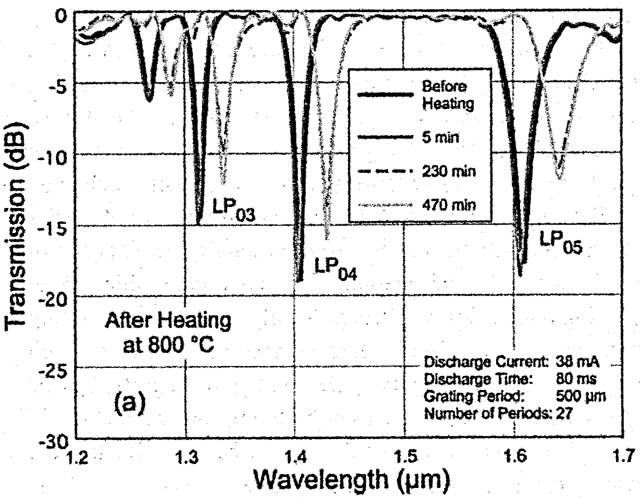
In the LPG fabrication, a conventional silica fiber (Corning SMF-28e) was heated locally to above the melting temperature by arc discharge, and was cooled rapidly to room temperature. The refractive index was reduced partly by this rapid solidification process as indicated by the broken lines in Fig. 1. The LPGs written in the silica fiber were heated at a lower temperature T_H than the fictive temperature of the drawn fiber $\overline{T}_F$, and the refractive indexes of the core and the cladding increase owing to the decrease of the fictive temperature and the increase of the density as shown by the dotted line in Fig. 1. The core index is thought to be increased slightly more than the cladding index by heating, because the transition temperature of the core glass, Ge-doped silica, is a little lower than that of the cladding glass, pure silica. Therefore the effective index of the LP_{01} core mode n_{01} increases more than that of the LP_{0m} cladding mode n_{0m}, and the effective index difference between the LP_{01} core mode and the LP_{0m} cladding mode, $(n_{01} - n_{0m})$, is increased. Moreover, the cladding mode has the larger power fraction outside the fiber than the core mode, and the effective index difference is increased. The resonance wavelength λ_{res} is obtained by the phase-matching condition

$$\lambda_{res} = (n_{01} - n_{0m})\Lambda \qquad (2)$$

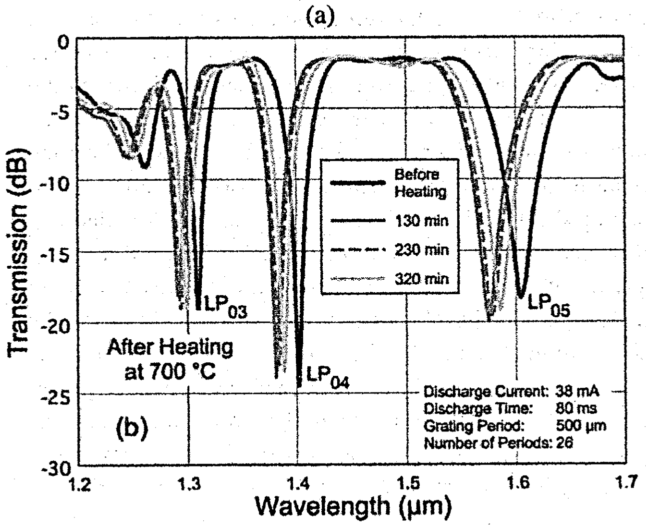
where Λ is the grating period. Therefore the resonance wavelength is shifted to the red wavelength side by the glass structure relaxation caused by heating at a lower temperature than the fictive temperature $\overline{T}_F$ [3].

Residual elastic stress in optical fibers results from a superposition of thermal stress caused by a difference in thermal expansion coefficients between core and cladding and mechanical stress induced by a difference in viscosities of the two regions. It was observed that the mechanical stress was relaxed by the CO_2 laser irradiation and the remaining stress in the core was solely thermal stress [14]. Since the SMF-28e is Ge-doped silica core/pure-silica cladding fiber, the mechanical stress produced by fiber drawing is compressive in the core, and the core index is increased. The index difference between the core and the cladding is reduced by the stress relaxation generated by heating the drawn fiber, and the effective index difference between the core and the cladding modes, $(n_{01} - n_{0m})$, is also reduced. Therefore the resonance wavelength is shifted to the blue wavelength side by the residual stress relaxation induced by heating.

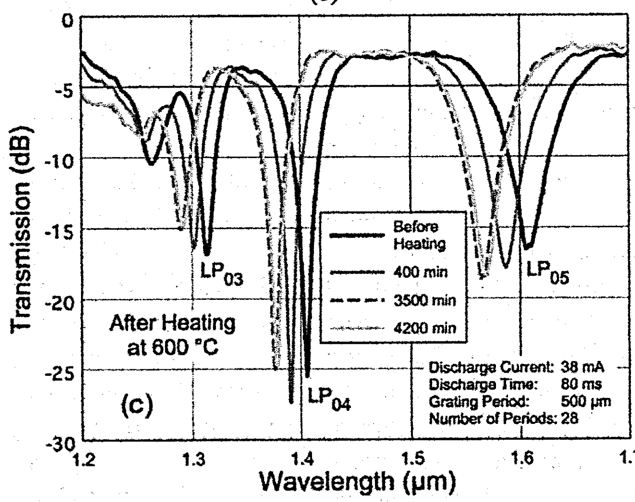
The relaxation of the residual stress $S(t)$ caused by constant temperature heating can be described by Maxwell's



(a)



(b)



(c)

Fig. 2 Changes of the transmission spectra of the LPG written in the fiber with increasing heating time at (a) 800 °C, (b) 700 °C, and (c) 600 °C

equation as follows [8, 9]:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{G}{\eta} S(t) \qquad (3)$$

where G is the shear modulus and η is the viscosity. The relaxation rate of the residual stress is G/η, and becomes slower with decreasing heating temperature because of the larger viscosity η.

3. Experimental Results

LPGs with the grating period of 500 μm were written by arc discharge with the discharge current and time of 38 mA and 80 ms. In case of heating the LPGs, the glass structure relaxation occurs simultaneously with the residual stress relaxation, and the resonance wavelength shifts to the blue side when the glass structure relaxes more slowly than the residual stress. The LPGs were heated at different temperatures to investigate the heating condition for the large blue shift.

It was reported that the fictive temperature was not significantly altered by electric-arc heating with the discharge current of 9 mA [15]. The fiber temperature for the discharge current and time of 9 mA and 1 s was estimated at 1320 °C, and a linear dependence between the peak temperature and the discharge current was found to be 60 °C/mA [16]. The fiber temperature close to 3000 °C would be expected for the discharge current of 38 mA, and the fictive temperature and the refractive index was thought to be changed significantly by arc discharge with the discharge current of 38 mA.

Fig. 2 shows the transmission spectra of LPGs inscribed in the standard silica fiber before heating and after heating at 800, 700, and 600 °C. The transmission spectra were recorded after taking them out from the heater and cooling them to room temperature in air, and were modified by the glass structure and the residual mechanical stress relaxations. The residual thermal stress would be unchanged because the LPGs were cooled to room temperature with the same cooling rate at every transmission measurement. Then the LPGs were returned to the heater for a longer heating time. Heating time is the accumulated total time. The loss peak was generated by coupling from the LP_{01} core mode to the LP_{0m} cladding mode, and is designated by LP_{0m} ($m = 3, 4$, and 5).

After heating the LPGs at 800, 700, and 600 °C, the resonance wavelengths shift toward the blue side until heating time of around 5, 130, and 3500 minutes, then move to the red side, respectively. Since the resonance wavelengths shift to the blue side at the beginning of heating, we can say that the relaxation rate of the residual stress is greater than that of the glass structure relaxation and the blue shift caused by the residual stress relaxation appears at the early stage of heating.

Fig. 3 shows resonance wavelength shifts of the LP_{03}, LP_{04}, and LP_{05} modes against heating time at heating temperature of 800, 750, 700, and 600 °C. The maximum

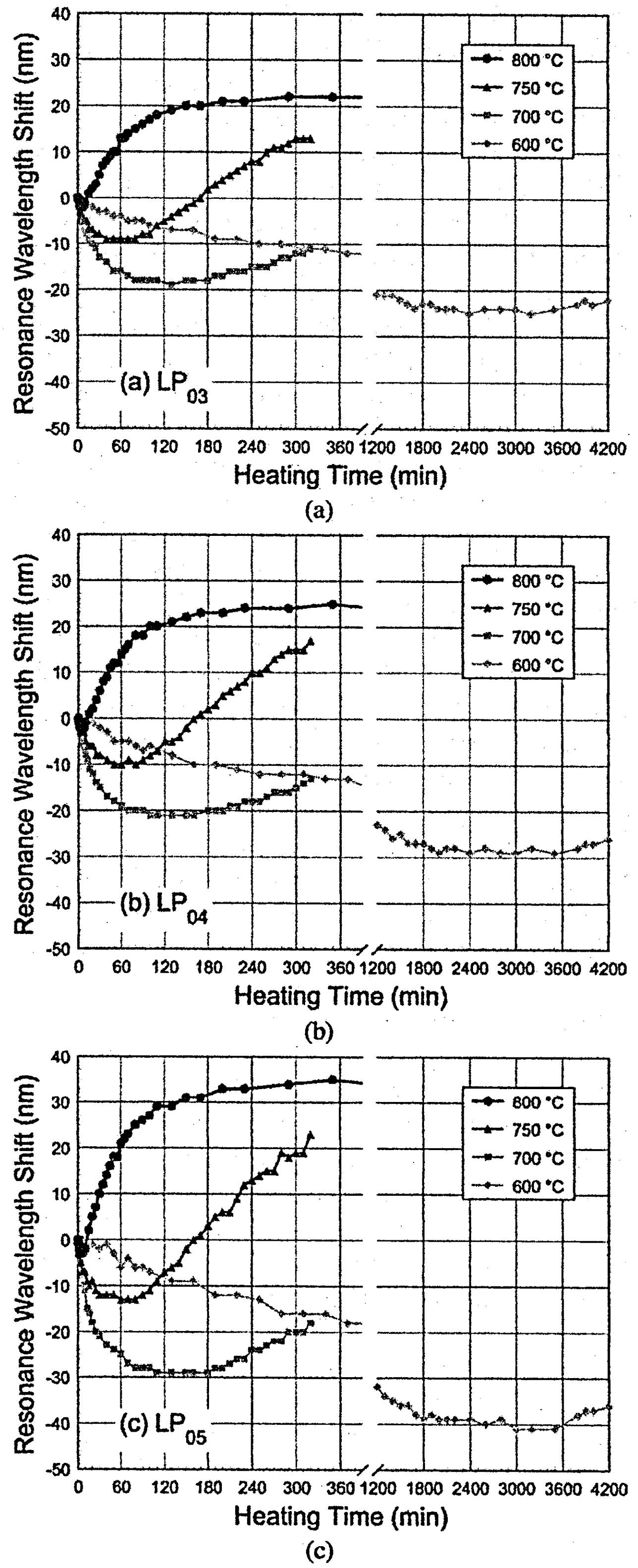


Fig. 3 Resonance wavelength shifts of (a) the LP_{03}, (b) LP_{04}, and (c) LP_{05} cladding modes for the LPGs heated at 800, 750, 700, and 600 °C against heating time.

blue shifts of the LP_{03} mode at 800, 750, 700, and 600 °C are 2, 9, 19, and 25 nm at heating time of 5, 60, 130, and 3200 minutes, respectively, as shown in Fig. 3(a). The maximum blue shift becomes larger as heating temperature decreases. Fig. 3(b) and 3(c) show the resonance wavelength shifts of the LP_{04} and LP_{05} modes, respectively. The maximum blue shifts at 800, 750, 700, and 600 °C are 3, 10, 21, 29 nm for the LP_{04} mode and 3, 13, 29, 41 nm for the LP_{05} mode at 5, 60, 130, 3500 minutes, respectively. The blue shift becomes larger for the higher cladding mode. As the heating temperature decreases, the blue shift reaches the maximum at the longer heating time and the maximum blue shift increases. It becomes clear that the relaxation rate of the glass structure gets slower than that of the residual stress with decreasing heating temperature and the maximum blue shift grows larger.

The blue and the red shifts increase as the residual mechanical stress and the glass structure relax, respectively. Since the resonance wavelength moves to the blue wavelength side at the beginning of heating, it can be explained that the amount and the increase rate of the blue shift are larger than those of the red shift. Both increase rates reduce with heating time as shown by (1) and (3). When the increase rate of the blue shift falls and gets to be equal to that of the red shift, the resonance wavelength shift becomes steady for a while. Thereafter, the increase rate of the blue shift becomes smaller than that of the red shift, and the resonance wavelength begins to move toward the red wavelength side.

4. Discussions

As it was mentioned in section 2, the blue shift of the resonance wavelength is due to the residual stress relaxation and the red shift is induced by the glass structure relaxation. In this part, we are going to estimate the amount of the index changes caused by the residual stress and the glass structure relaxations, and study the mechanisms of the red shift of the resonance wavelength.

We applied the scalar approximation to calculate the effective refractive indexes of the LP_{01} core mode (n_{01}) and the LP_{0m} cladding mode (n_{0m}) in a fiber with three layers of core, cladding, and air [17][18]. The cladding index was assumed to be the refractive index of the pure silica [19]. The core and the cladding radii as well as the core index were adjusted so that the calculated resonance wavelengths properly fit the measured ones.

Fig. 4 shows the calculated relationship between resonance wavelengths and grating periods and the measured resonance wavelengths. The black solid, broken, and dot-dash lines are $\Lambda/(n_{01} - n_{0m})$ for the LP_{05}, LP_{04}, and LP_{03} cladding modes, respectively. We can know the resonance wavelengths from the points of intersection of their lines with the grating period. The black circles are the observed resonance wavelengths of the LPG with grating period of 500 μm before heating at 600 °C. The calculated and measured resonance wavelengths agree well with each other. The core

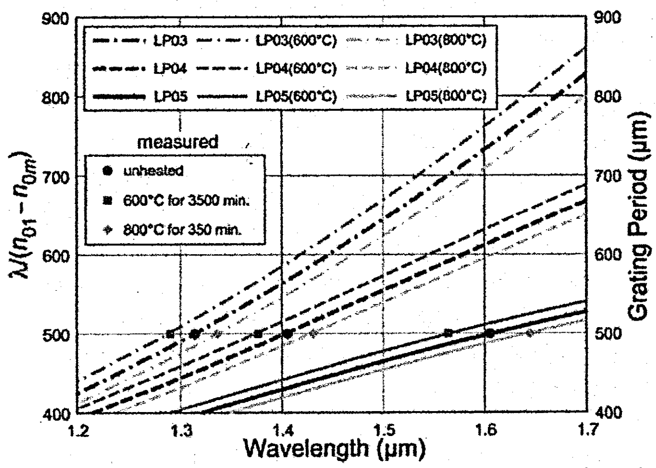


Fig. 4 Calculated relationship between resonance wavelengths and grating periods and the measured resonance wavelengths of the LPGs with grating period of 500 μm.

and the cladding radii and the index difference between the core and the cladding were 4.375 μm, 55.0 μm, and 4.538×10^{-3}, respectively. However the measured cladding radius was 62.5 μm. This discrepancy is thought to be due to the larger index reduction near cladding-air boundary induced by rapid cooling in the fiber drawing process because the surface of the fibers were cooled more rapidly.

The dark gray squares in Fig. 4 show the resonance wavelengths blue-shifted most after heating at 600 °C for 3500 minutes. To estimate the amount of the core index reduction induced by the stress relaxation at heating temperature of 600 °C, we adjusted only the core index in such a way that the computed dark gray lines correspond suitably with the observed resonance wavelengths shown by the dark gray squares, and the core index was reduced by 1.15×10^{-4}. The computed resonance wavelengths against the grating period of 500 μm are almost the same as the measured ones. Table 1 shows the calculated and measured resonance wavelength shifts of the LP_{03}, LP_{04}, and LP_{05}. They are in good agreement as shown in the first and the second rows of Table 1, and their differences are less than 1.8 nm. The higher cladding mode has the larger blue shift. Since the glass structure relaxes much slower than the residual stress and both relaxations take place at the same time, the core index reduction caused by the residual stress relaxation seems to be a little larger than 1.15×10^{-4}.

The residual stress relaxation shifts the resonance wavelengths to shorter wavelengths at the beginning of heating and then the resonance wavelengths become steady for some time. When we continue heating the LPGs, we have the red wavelength shifts. We discuss the mechanisms of the red shift of the resonance wavelengths by heating the LPG at 800 °C. Elongation of the fibers and the glass structure relaxation can be considered as the main contributions to the red shift.

The elongation of the fibers brings about the increase in the grating period and the decrease in the fiber radius. The fibers with the LPGs were clamped at two points with a distance of 60 mm, and the LPGs were heated by the ceramic heater with a width of 22 mm. In case a fiber within the heater is elongated, the fiber is bent owing to clamping the fiber at the fixed points, and the increased fiber length brings the bending displacement. We can find the displacement of more than 0.5 mm easily, i.e., the increased grating period $\Delta\Lambda$ of more than 1 μm and the elongation percentage of 0.2 %. The resonance wavelengths were computed for $\Delta\Lambda$ = 1 μm without the fiber radius reduction, and the computed red shifts of the LP_{03}, LP_{04}, and LP_{05} modes were 1.42 nm, 1.81 nm, 3.22 nm, respectively. The reduction of the fiber radius causes the blue shifts, therefore their total shifts induced by the elongation become 0.82 nm, 1.31 nm, and 2.43 nm as shown in Table 1, are much smaller than the experimental values, 22 nm, 25 nm, and 35 nm. Since we observed no bending displacement, we find that elongation, i.e., the increase of the grating period, plays a small role in shifting the resonance wavelengths to the red wavelength side.

The core and cladding indexes are increased by heating at a lower temperature than the fictive temperature. As mentioned in section 2, it is not clear whether the refractive indexes of the core and the cladding increase with the same or different rates. We evaluated the index increase of the core and the cladding for the experimental results at 800 °C. The light gray diamonds are the observed resonance wavelengths of the LPG after heating at 800 °C for 350 minutes.

The large index increase of the core and the cladding, 10^{-3}, resulted in the smaller red shifts than 0.21 nm as shown in Table 1. Though the cladding mode has the larger power fraction outside the fiber than the core mode, the effective index difference between core and cladding modes is increased little by the same rate of index increase. We modified only the core index so that the computed light gray lines agreed suitably with the observed resonance wavelengths shown by the light gray diamonds in Fig. 4. The increase of the core-cladding index difference was evaluated at 1.01×10^{-4}, and the calculated resonance wavelength shifts correspond almost with the measured shifts, and their differences are within 0.9 nm as shown in Table 1. It can be concluded that the red shifts of the resonance wavelengths are mainly due to the increase of the index difference between the core and cladding caused by the glass structure relaxation.

5. Conclusion

The heating condition for obtaining the large blue shift of resonance wavelengths was investigated in order to expand the adjustable range on resonance wavelength trimming by heating LPGs written in the standard silica fiber. It becomes evident that the glass structure relaxes more slowly than the residual stress with decreasing heating temperature and the blue shift caused by the residual stress relaxation appears

Table1 Computed and Measured Resonance Wavelength Shifts

Description		Δn_{co}	Δn_{cl}	$\Delta\Lambda$ (μm)	$\Delta\lambda_{res}$ (nm)		
					LP_{03}	LP_{04}	LP_{05}
Heated at 600 °C for 3500 min.	Calculation	-1.15×10^{-4}	0	0	−25.76	−29.20	−40.40
	Experiment	–	–	–	−24	−29	−41
Elongation		0	0	1	+0.82	+1.31	+2.43
Core & Cladding Index Increase		$+10^{-3}$	$+10^{-3}$	0	+0.21	+0.18	+0.00
Heated at 800 °C for 350 min.	Calculation	$+1.01\times10^{-4}$	0	0	+22.45	+25.58	+35.93
	Experiment	–	–	–	+22	+25	+35

more largely at the early stage of heating. The large blue shift, 41 nm, was gained by heating at 600 °C for 3500 minutes. The core index reduction inducing the blue wavelength shift was estimated at about 10^{-4} by numerical analysis. We could get the larger blue shift by heating LPGs at the lower temperature for the longer heating time and/or using a stress-induced fiber.

As we continue heating the LPGs, the resonance wavelengths move to the blue wavelength side at the beginning of heating, and become steady for a while, then shift to the red side. We can say that the red shifts of the resonance wavelengths are mainly caused by the increase of the core-cladding index difference induced by the glass structure relaxation.

Acknowledgement

The authors would like to thank E. Hirao and T. Yoshino for helpful cooperation in the experiment.

References

[1] K. Morishita, S. F. Yuan, Y. Miyake and T. Fujihara, "Refractive index variations and long-period fiber gratings made by the glass structure change," IEICE Trans. Electron., vol. E86-C, no. 8, pp. 1749-1758, Aug. 2003.

[2] K. Morishita and Y. Miyake, "Fabrication and resonance wavelengths of long-period gratings written in a pure silica photonic crystal fiber by the glass structure change," J. Lightwave Technol., vol. 22, no. 2, pp. 625-630, Feb. 2004.

[3] K. Morishita and A. Kaino, "Adjusting resonance wavelengths of long-period fiber gratings by the glass structure change," Appl. Opt., vol. 44, no. 24, pp. 5018-5023, Aug. 2005.

[4] G. Humbert and A. Malki, "Electric-arc-induced gratings in non-hydrogenated fibres: fabrication and high-temperature characterizations," J. Opt. A, vol. 4, no. 2, pp. 194-198, Feb. 2002.

[5] G. Humbert and A. Malki, "Characterizations at very high temperature of electric arc-induced long-period fiber gratings," Opt. Commun., vol. 208, pp. 329-335, July 2002.

[6] K. Morishita and A. Kaino, "Influence of residual stress on post-fabrication resonance wavelength trimming of long-period fiber gratings by heating," IEICE Trans. Electron., vol. E90-C, no. 6, pp. 1318-1323, June 2007.

[7] A. D. Yablon, "Optical and mechanical effects of frozen-in stresses and strains in optical fibers," IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron., vol. 10, no. 2, pp. 300-311, March/April 2004.

[8] T. S. Izumitani, Optical Glass, American Institute of Physics, ch. 1, New York, 1986.

[9] H. Scholze, *Glass: Nature, Structure, and Properties* (Springer-Verlag, New York, 1991), chap. 2.

[10] R. Brückner, "Properties and structure of vitreous silica. I," J. Non-Crys. Solid, vol. 5, pp.123-175, 1970.

[11] A. Q. Tool, "Relation between inelastic deformability and thermal expansion of glass in its annealing range," J. Am. Ceram. Soc., vol. 29, no. 9, pp. 240-253,1946.

[12] S. Sakaguchi and S. Todoroki, "Rayleigh scattering of silica glass and silica fibers with heat treatment," Appl. Opt., vol. 37, no. 33, pp. 7708-7711, Nov. 1998.

[13] D. -L. Kim, M. Tomozawa, S. Dubois, and G. Orcel, "Fictive temperature measurement of single-mode optical-fiber core and cladding," J. Lightwave Technol., vol. 19, no. 8, pp. 1155-1158, Aug. 2001.

[14] B. H. Kim, Y. Park, T. -J. Ahn, D. Y. Kim, B. H. Lee, Y. Chung, U. C. Paek, and W. -T. Han, "Residual stress relaxation in the core of the optical fiber by CO_2 laser irradiation," Opt. Lett., vol. 26, no. 21, pp. 1657-1659, Nov. 2001.

[15] A. Malki, G. Humbert, Y. Ouerdane, A. Boukhenter, and A. Boudrioua, "Investigation of the writing mechanism of electric-arc-induced long-period fiber gratings," Appl. Opt., vol. 42, no. 19, pp. 3776-3779, July 2003.

[16] G. Rego, L. M. N. B. F. Santos, B. Schröder, P. V. S. Marques, J. L. Santos, and H. M. Salgado, "In situ temperature measurement of an optical fiber submitted to electric arc discharges," IEEE Phton. Technol. Lett., vol. 16, no. 9, pp. 2111-2113, Sep. 2004.

[17] K. Morishita, Y. Kondoh, and N. Kumagai, "On the accuracy of scalar approximation technique in optical fiber analysis," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-28, no. 1, pp. 33-36, Jan. 1980.

[18] K. Morishita , "Numerical analysis of pulse broadening in graded index optical fibers," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, no. 4, pp. 348-352, Apr. 1981.

[19] I. H. Malitson, "Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica," J. Opt. Soc. Am., vol. 55, no. 10, pp. 1205-1209, Oct. 1965.

輻射科学研究会資料
RS09-04

溶融形光ファイバカプラの溶融部形状による波長依存性及び偏光依存性

Wavelength and Polarization Dependences of Fused Fiber Couplers Caused by the Cross Sectional Shape at the Coupler Waist

川端　誠　　　　森下　克己
Makoto Kawabata and Katsumi Morishita

大阪電気通信大学
Osaka Electro-Communication University

2009 年 5 月 7 日
於　大阪電気通信大学

輻射科学研究会資料 RS09-04 2009年5月7日

溶融形光ファイバカプラの溶融部形状による 波長依存性及び偏光依存性

Wavelength and Polarization Dependences of Fused Fiber Couplers Caused by the Cross Sectional Shape at the Coupler Waist

川端 誠　　森下 克己
Makoto Kawabata and Katsumi Morishita

大阪電気通信大学
Osaka Electro-Communication University

あらまし 光ファイバカプラの溶融部の形状を変化させて波長依存性及び偏光依存性について調べた．光ファイバカプラの最も細い結合部の断面形状比が1.8（眼鏡形）以上では，y偏光の結合係数がx偏光よりも強く，眼鏡形に近づくにつれて，結合係数波長変化率も大きくなり，波長依存性及び偏光依存性とも大きくなった．断面形状比 1.8 付近では，x偏光及びy偏光に対する結合係数の差がなくなり，結合係数波長依存性も最も小さくなるので，偏光依存性がなく，波長依存性も最も小さくなることがわかった．断面形状比 1.8 以下では，x偏光の結合がわずかに強く，断面形状比が小さくなり円形に近くなるにしたがって，実効結合器長は短くなるが，波長依存性は大きくなることがわかった．

キーワード 溶融形光ファイバカプラ，波長依存性，偏光依存性，断面形状

1. はじめに

通常，光ファイバカプラは安定性と低損失性から，2 本の光ファイバを溶融延伸して作られ，溶融形と呼ばれている．溶融形光ファイバカプラは，波長依存性と偏光依存性をもっており，それらを調節して波長無依存形，波長分離形及び偏光分離形の 3 種類のものが提案され製作されている．

波長無依存形[1][2]は合分波される電力が使用波長により依存しないもので，光電力の一部を別の光ファイバに移したり，光源や光ファイバの状態を監視するためのモニタ光の取り出しに使用される．波長分離形[3][4]は異なる波長の光を別々の光ファイバに分離及び合波するもので，光ファイバアンプにおけるポンピング光と信号光の合波や波長多重通信における合分波器に使用される．偏光分離形[5][6]は光を2つの直交偏光に分離して異なる光ファイバに出力するもので，光ファイバアンプの偏光が直交する 2つのポンピング光の合波や計測における偏光ビームスプリッタとして利用される．

様々なカプラを作るには波長依存性と偏光依存性を制御する必要がある．溶融形光ファイバカプラは溶融部（結合部）の形状と長さにより，波長依存性と偏光依存性が変化する．しかしながら，溶融部の形状と波長依存性や偏光依存性との関係についてはほとんど研究されていない[7]．本研究では，溶融部の形状を変化させてカプラを製作し，溶融部形状と波長依存性及び偏光依存性との関係について詳しく調べた．

2. 溶融形光ファイバカプラの結合

溶融延伸法では2本の光ファイバを寄り添わせ，加熱・延伸して徐々にコア径を細くしていくことにより，結合を起こしカプラを製作する．2 本の光ファイバを伝わる光はモード間の結合により，徐々に電力を移動させる．光ファイバへの x 及び y 偏光入力の電力を P_{0x} と P_{0y}，出力電力を P_{1x}，P_{2x} と P_{1y}，P_{2y} とするとモード結合理論により，

$$P_{1x}(\lambda) = P_{0x}\cos^2 C_x(\lambda)L_{eff} \qquad (1)$$

$$P_{2x}(\lambda) = P_{0x}\sin^2 C_x(\lambda)L_{eff} \qquad (2)$$

$$P_{1y}(\lambda) = P_{0y}\cos^2 C_y(\lambda)L_{eff} \qquad (3)$$

$$P_{2y}(\lambda) = P_{0y}\sin^2 C_y(\lambda)L_{eff} \qquad (4)$$

と書ける．ただし，C_xはx偏光に対する結合係数，C_yはy偏光に対する結合係数を示す．L_{eff}は結合している部分の実効的な長さを示し，実効結合器長と呼ぶ．結合係数は波長に対して線形に増加することが知られており[8]，本論文では，x偏光及びy偏光に対する結合係数 C_x，C_yと，実効結合器長 L_{eff} の積を次式のように置く．

$$C_x L_{eff} = \frac{\pi}{2} + K_x\ (\lambda - \lambda_{0x}) \qquad (5)$$

$$C_y L_{eff} = \frac{\pi}{2} + K_y\ (\lambda - \lambda_{0y}) \qquad (6)$$

ただし，K_xとK_yはx及びy偏光に対する結合係数の波長変化率を示す．λ_{0x}とλ_{0y}はx及びy偏光に対して，電力が最大に移行する波長である．製作したカプラの無偏光，x偏光及びy偏光の分岐比(出力電力比P_2/P_1)を測定し，測定した分岐比に合うように$K_{x,y}$，λ_{0x}，λ_{0y}を調節して，結合係数とその波長変化率の偏光依存性を求めた．

3. 実験結果

通常の石英系シングルモード光ファイバ(SFW9A，三菱電線工業(株)社製)を用いて溶融延伸法でカプラを製作した．カプラ製作にあたっては，溶融延伸の加熱温度を調節して，カプラの溶融部断面形状を制御した．波長1.31 μm付近において，無偏光入力に対して電力移行が最大となるカプラを製作し，結合係数とその波長変化率の偏光依存性と断面形状との関係について調べた．

図1に1300℃の加熱温度で製作した光ファイバカプラの電力移行の様子を示す．550秒から延伸速度60 μm/secで延伸を開始した．800秒付近から電力移行が観測され始め，825秒で1％の電力が移行し，970秒で溶融延伸を停止した．溶融延伸部では結合は徐々に強くなり，また徐々に弱くなっていくために，実効的な結合部の長さ(実効結合器長L_{eff})を1 ％電力が結合してからの延伸距離で表す．また，延伸を始めてから停止するまでの全体の延伸距離をLで表す．図1の場合における実効結合器長はL_{eff} = 8.7 mm，延伸距離はL = 25.2 mmであった．

図2に1300℃の温度で製作した光ファイバカプラの波長に対する偏光及び無偏光分岐比を示す．黒色の線は測定した分岐比を示し，灰色の線は計算により求めた分岐比を示す．実線は無偏光に対する分岐比，点線と破線はそれぞれx及びy偏光に対する分岐比を示す．実験値と計算値による分岐比は波長1.5 μmから1.6 μmの範囲で0.5 dB以内で一致している．x及びy偏光による結合係数差と結合係数の波長変化率は，$(C_x - C_y)L_{eff}$ = −0.68 rad (1.5 μm), K_x = 2.75 rad/μm, K_y = 3.3 rad/μmとなり，x偏光に比べy偏光の結合が強く，波長依存性も高いことがわかった．また，x及びy偏光入力に対する分岐比は，±15 dB付近より実験値と計算値が離れ始めている．これは，シングルモード光ファイバにx及びy偏光を入射しても，偏光状態が保存されず，−15 dB程度のy及びx偏光成分が生じたことによると考えられる．写真は溶融部の最も細くなっている部分の断面を示し，断面形状比(w/h)は1.95であった．

図3に1400℃の温度で製作した光ファイバカプラの波長に対する偏光及び無偏光分岐比を示す．実効結合器長と延伸距離はL_{eff} = 8.1 mm，L = 22.08 mmであった．また，x及びy偏光による結合係数差と結合係数の波長変化率は，$(C_x - C_y)L_{eff}$ = −0.14 rad (1.5 μm)，K_x = 2.1 rad/μm，K_y = 2.2 rad/μmとなり，y偏光の結合係数及び波長変化率はx偏光よりも大きいが，1300℃に比べるとその差は小さくなっている．カプラの断面形状比(w/h)は1.82となり，1300℃に比べて融着部が広くなっている．

図4に1450℃の温度で製作した光ファイバカプラの波長に対する偏光及び無偏光分岐比を示す．実効結合器長と延伸距離はL_{eff} = 6.72 mm，L = 18.36 mmとなり，温度が高くなるにつれて短くなっている．また，x及びy偏光による結合係数差と結合係数の波長変化率は，$(C_x - C_y)L_{eff}$ = 0.01 rad (1.5 μm), K_x = 1.86 rad/μm, K_y = 1.84 rad/μmとなり，y偏光の結合係数及び波長依存性はx偏光に比べて小さくなった．また，カプラの断面形状比(w/h)は1.8となり，1400℃と比べ融着部はさらに広くなっている．

図5に1500℃の温度で製作した光ファイバカプラの波長に対する偏光及び無偏光分岐比を示す．実効結合器長と延伸距離はL_{eff} = 5.58 mm，L = 16.9 mmとなり，1450℃と比べてそれぞれの距離は短くなっている．また，x及びy偏光による結合係数差と結合係数の波長変化率は，$(C_x - C_y)L_{eff}$ = 0.01 rad (1.5 μm)，K_x = 2.43 rad/μm，K_y = 2.41 rad/μmとなり，x偏光の結合係数及び波長依存性ともy偏光よりも極わずかに大きくなっているが，1450℃同様，差はほぼなくなっている．また，カプラの断面形状比(w/h)は1.78となり，1450℃と比べ融着部はさらに広くなっている．

図6に1600℃の温度で製作した光ファイバカプラの波長に対する偏光及び無偏光分岐比を示す．実効結合器長と延伸距離はL_{eff} = 3.36 mm，L = 12.6 mmと最も短くなり，その差も最も小さくなった．また，x及びy偏光による結合係数差と結合係数の波長変化率は，$(C_x - C_y)L_{eff}$ = 0.01 rad (1.5 μm)，K_x = 3.9 rad/μm，K_y = 3.8 rad/μmとなり，x偏光の結合係数及びその波長依存性はy偏光よりも大きいが，その差はほとんど無い．また，カプラの断面形状比(w/h)は1.24となり，融着部が最も広く，くびれ

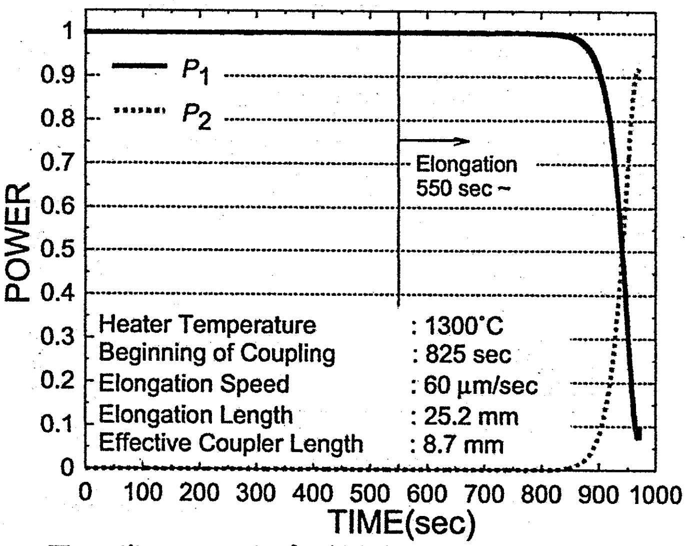


図 1 光ファイバカプラ制作中の電力移行(1300℃)

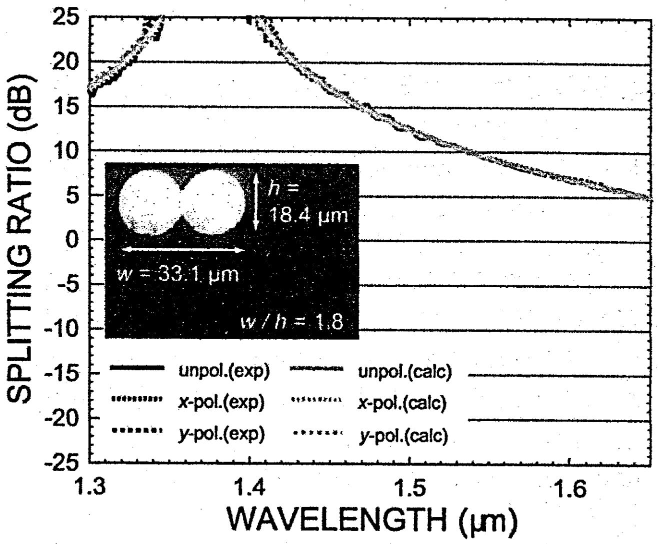


図 4 光ファイバカプラの偏光及び無偏光分岐比
(1450℃)

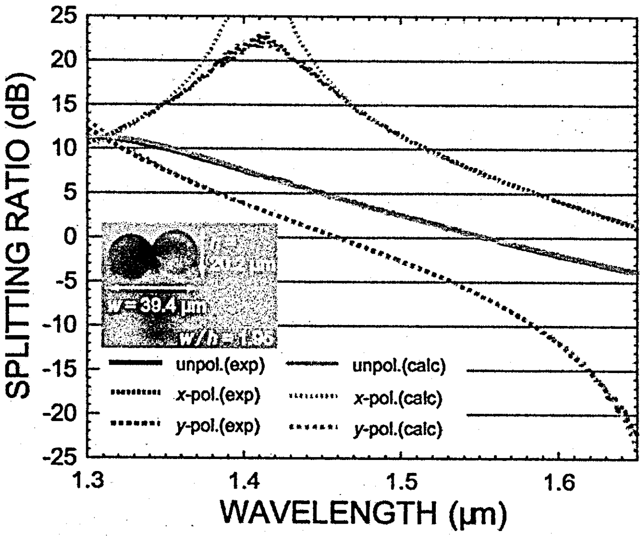


図 2 光ファイバカプラの偏光及び無偏光分岐比
(1300℃)

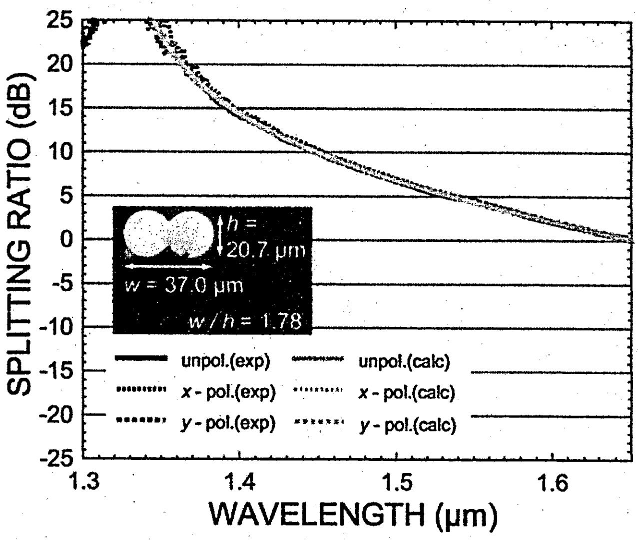


図 5 光ファイバカプラの偏光及び無偏光分岐比
(1500℃)

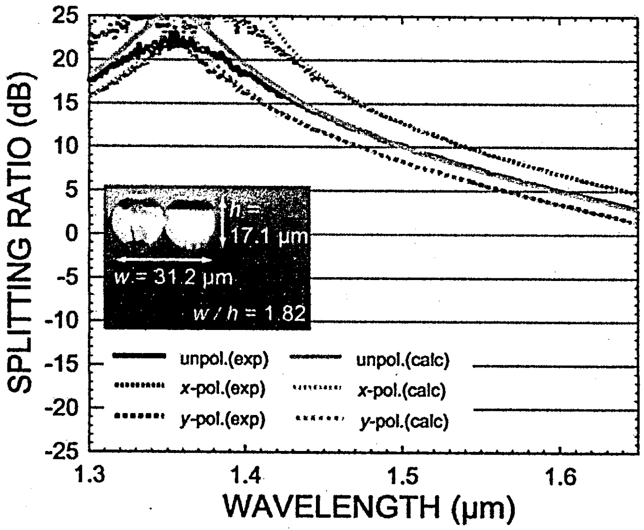


図 3 光ファイバカプラの偏光及び無偏光分岐比
(1400℃)

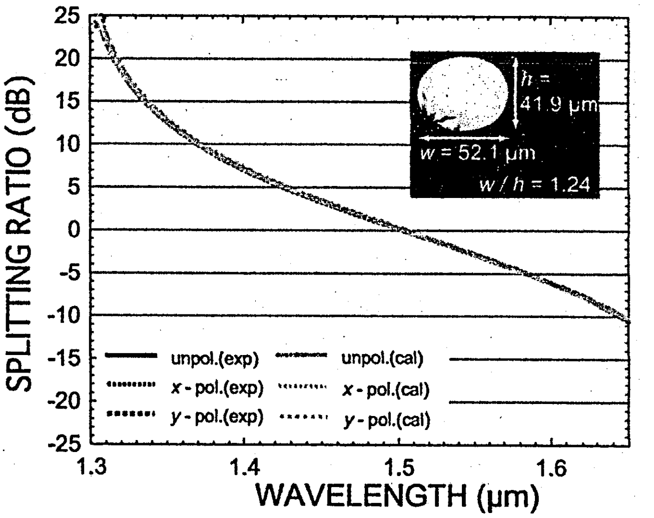


図 6 光ファイバカプラの偏光及び無偏光分岐比
(1600℃)

部分もなく円形に近い楕円形となっている．

4. 断面形状による波長依存性と偏光依存性

溶融形光ファイバカプラは溶融部（結合部）の形状によって,波長依存性と偏光依存性が変化する．断面形状による，延伸距離，実効結合器長，結合の波長依存性と偏光依存性についてまとめる．

図7は断面形状比に対する延伸距離と実効結合器長の関係を示す．白色の四角は延伸距離を示し，黒色の四角は実効結合器長を示す．その差は結合が始まるまでの延伸距離を示し，断面形状が円に近いほど短い距離で結合が始まり，眼鏡形になるほど，特に断面形状比が1.75より大きくなるほど結合が始まるまでの延伸距離が長くなることを示している．断面形状比1.75以上では，2本の光ファイバ間のくびれ部分の空気層が大きくなり，結合が弱くなったことが原因で，結合が始まるまでの延伸距離と実効結合器長が長くなったと思われる．

図8に断面形状に対する x 及び y 偏光の結合係数差の関係を示す．波長1.5 μm と波長1.6 μm における x 及び y 偏光の結合係数差の計算値を丸と三角で示す．カプラの断面形状比が1.82より大きくなるにつれて y 偏光の結合が x 偏光より強くなり，その結合係数差は徐々に大きくなって，偏光依存性は大きくなっている．また，カプラの断面形状比が1.8より小さい範囲では x 偏光の結合の方が強いが，その差が小さいため偏光依存性は少ない．また，カプラの断面形状が1.8付近において x 偏光と y 偏光の結合係数の大きさが逆になり，偏光による結合係数差がなくなることから，偏光依存性が最も小さくなる形状があることがわかった．

図9は実効結合器長 L_{eff} に対する x 及び y 偏光の結合係数波長変化率 $K_{x,y}$ とを示している．実効結合器長 L_{eff} が8 mm付近から長くなるにつれて，y 偏光の結合係数波長変化率が大きくなり，偏光による結合係数波長変化率差も大きくなっている．また，7 mm付近より実効結合器長 L_{eff} が短くなるにしたがって，結合係数波長変化率が大きくなっており，結合部分が短くなるのに波長依存性は大きくなっている．この部分では x 偏光の変化率が y 偏光よりも少し大きくなっているが，その差が小さいために偏光依存性は低い．また，$L_{eff}=7$ mm付近では x 及び y 偏光における結合係数波長変化率が最も小さくなっており，結合の波長変化も小さい．

図10は断面形状比に対する x 及び y 偏光の結合

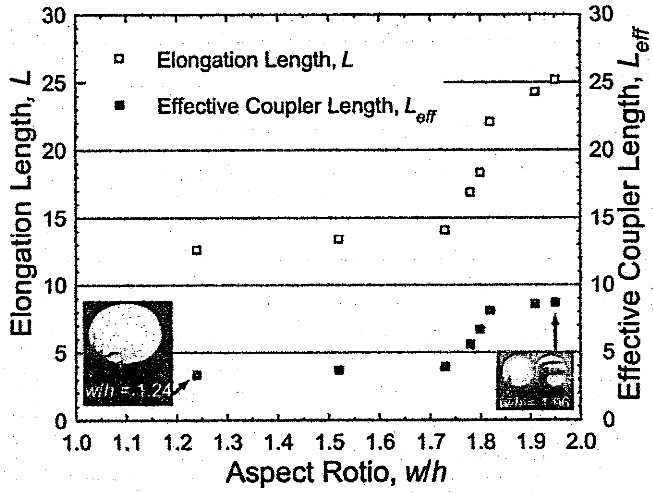


図7　断面形状比に対する延伸距離及び実効結合器長

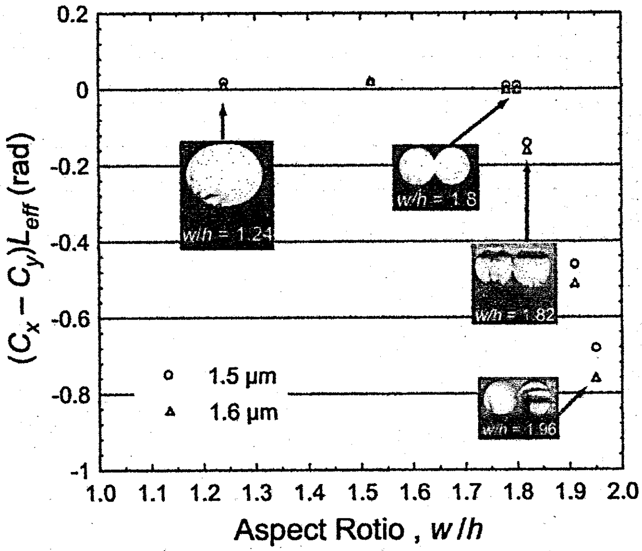


図8　断面形状に対する x 及び y 偏光の結合係数差

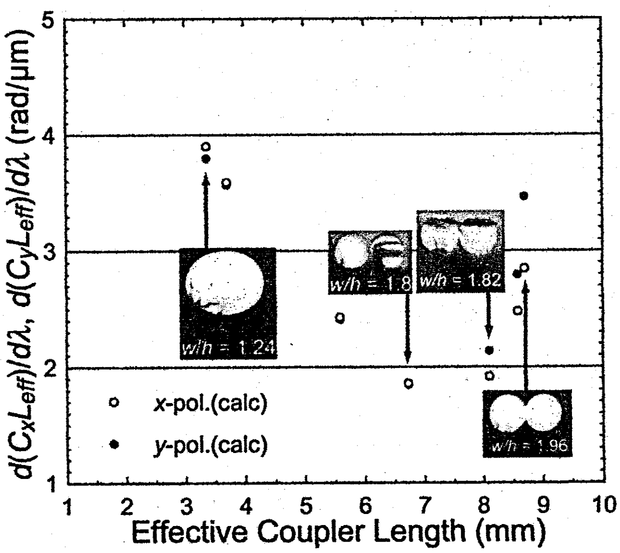


図9　実効結合器長に対する結合係数波長変化率

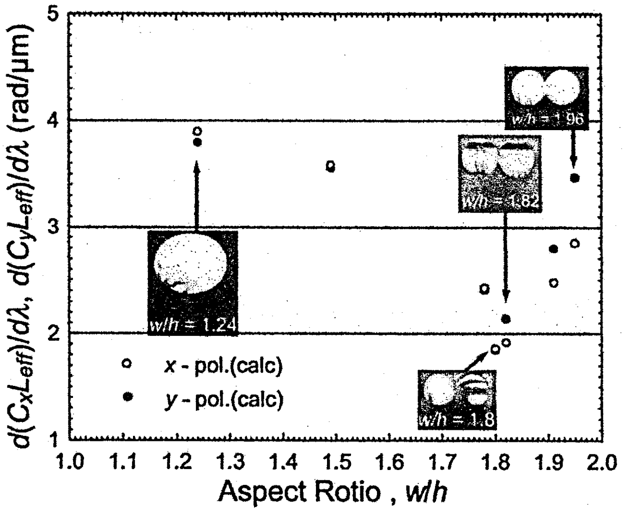


図 10 断面形状比に対する結合係数波長変化率

係数波長変化率 $K_{x,y}$ を示している．断面形状比 1.82 以上では，断面形状が眼鏡形に近づくにつれて，y 偏光の結合係数波長変化率が大きくなっている．また，断面形状比 1.8 以下では，断面形状比が小さくなるにしたがって，結合係数波長変化率が大きくなり，x 偏光に対する変化率は y 偏光よりも少し大きくなっている．また，断面形状比が 1.8 付近では，x 及び y 偏光の結合係数波長変化率が最も小さくなる点があることがわかる．

偏光依存性が無くなる断面形状比は，本実験では 1.8 付近であるが，ガスバーナーを用いて製作した結果では 1.4 付近であることが報告されている[7]．長手方向の形状変化により，偏光依存性は影響を受けると思われる．また，断面形状比が 1.8 以下では，偏光依存性は非常に小さくなっているが，サンプル数も少ないので，断面形状比をさらに細かく変化させ，より円形に近づけたものの偏光依存性を測定する必要がある．

5. まとめ

溶融形光ファイバカプラの溶融部の断面形状に対する波長依存性と偏光依存性の関係を調べた．断面形状比が 1.8 付近（眼鏡形）では，x 及び y 偏光に対する結合係数の差がなくなり，結合係数波長依存性も最も小さくなるので，偏光依存性がなく，波長依存性も最も小さくなることがわかった．断面形状比が 1.8 付近以下では x 偏光の結合はわずかに強いが，断面形状が円に近づくにしたがって実効結合器長は短くなるが，波長依存性は大きくなる．断面形状比が 1.8 付近以上では，y 偏光の結合の方が強く，眼鏡形に近づくにつれて，偏光依存性と波長依存性も大きくなることがわかった．

謝辞 三菱電線工業（株）の藤田盛行氏より光ファイバの提供を受けたことを記し，心より感謝の意を表す．

文　献

[1] D. B. Mortimore, "Wavelength-flattened fused couplers," Electron. Lett., vol. 21, no. 17, pp. 742-743, Aug. 1985.

[2] K. Morishita, N. Ohta, "Fused fiber coupler made wavelength insensitive by the glass structure change," J. Lightwave Technol., vol. 26, no. 13, pp. 1915-1920, Jul. 2008.

[3] C. M. Lowson, P. M. Kopera, T. Y. Hsu and V. J. Tekippe, "In-line single-mode wavelength division multiplexer/demultiplexer," Electron. Lett., vol. 20, no. 23, pp. 963-964, Nov. 1984.

[4] K. Morishita, "Wavelength-selective fused fiber couplers utilizing field difference between core and cladding modes," J. Lightwave Technol., vol. 9, no. 5, pp. 584-589, May 1991.

[5] M. S. Yataki, D. N. Payne and M. P. Varnham, "All-fibre polarising beamsplitter," Electron. Lett., vol. 21, no. 6, pp. 249-251, Mar. 1985.

[6] T. Bricheno and V. Baker, "All-fibre polarisation splitter/combiner," Electron. Lett., vol. 21, no. 6, pp. 251-252, Mar. 1985.

[7] K. Morishita and K. Takashina, "Polarization properties of fused fiber couplers and polarizing beamspliters," J. Lightwave Technol., vol. 9, no. 11, pp. 1503-1506, Nov. 1999.

[8] M. S. Yataki, D. N. Payne and M. P. Varnham, "All-fibre wavelength filters using concatenated fused-taper couplers," Electron. Lett., vol. 21, no. 6, pp. 248-249, Mar. 1985.

輻射科学研究会資料
RS09-05

空間ソリトンを利用した多層光記録の基礎研究

Fundamental Research on Multi-layered Optical Memory with Use of a Spatial Soliton

吉田 浩祐，日坂 真樹

大阪電気通信大学

K. Yoshida and M. Hisaka
Osaka Electo-Communication University

2009 年 5 月 7 日
於　大阪電気通信大学

1. はじめに

高度情報化した現代においては画像や動画が高精細化し，それに伴ってデータ容量が大幅に増大している。その中でそれらを安価かつ安全に記録・保存できる大容量記録媒体の開発が進められている。これを実現する１つの手法として，光のリモート性を利用して記録媒体深部にまでデータ記録が可能な多層光記録の研究が進められており，可搬性に優れた大容量記録手法として期待されている。しかしながら，これまでに研究されてきた多層光記録法 [1-3]では集光点でビット記録するので，対物レンズの作動距離や屈折率不整合による球面収差の影響を受け，記録できる層数が大きく制限されていた。我々は，この問題を克服するために，記録媒体の厚みや記録層数に制限がない空間ソリトンを利用した多層光記録を提案し [4]，それについて実験的に検討してきた。

2. 空間ソリトンを利用した多層光記録法

図１に空間ソリトンを利用した多層光記録法を示す。この記録法では，非線形記録媒体の表面近傍にパルスレーザー光を集光し，媒体内部に空間ソリトン光を形成した状態でビームを深さ方向（z）に伝搬させる。この手法では，レーザー光を媒体表面近傍に集光するので，対物レンズによる球面収差発生や対物レンズの作動距離不足といった制限はない。また，空間ソリトン光はビーム径を保持しながら媒体内部を伝搬するので，記録媒体深部においても高い面内密度で光記録できる。ビットの記録では，この空間ソリトン光を対向照射する。対向パルス衝突点での非線形作用を用いて媒体の物理的もしくは化学的変化を利用してビット記録する。記録ビットの深さ方向と面内方向の大きさはそれぞれレーザーのパルス幅と空間ソリトン光のビーム径で決まる。ビットの多層記録では対向パルス衝突点のｚ位置を制御することで実現する。媒体内部で光吸収や光散乱による光損失がなければ空間ソリトンは安定な状態で媒体深部にまで伝搬でき，理論的には記録層数に制限がない多層光記録を実現できる。

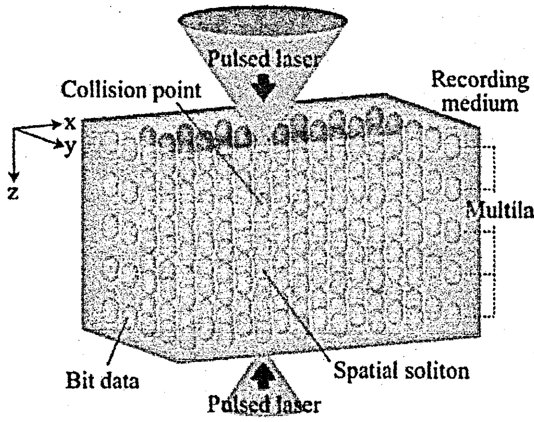


図１． 空間ソリトンを利用した多層光記録法

3. SBN 結晶による空間ソリトンを利用した多層光記録

空間ソリトンを利用した多層光記録を実現するには，(ｉ) 非線形記録媒体内部での空間ソリトン形成，(ⅱ) 対向パルス衝突点における光学的な非線形作用，(ⅲ) 対向パルス衝突点における非線形記録媒体の物理的もしくは化学的相互作用，の３つの基礎技術が必要である。本研究では，非線形光記録媒体としてホログラム記録や空間ソリトン形成，分極反転の基礎研究に用いられてきた SBN 結晶を用い，これらの基礎技術及び空間ソリトンを利用した多層光記録について実験的に検討した。

3.1. SBN 結晶

非線形光記録媒体として SBN 結晶を用いた。SBN 結晶はガラス状強誘電性を持つフォトリフラクティブ結晶である [5]。この結晶のキュリー温度 T_c～56℃や抗電場 E_r～0.7kV/mm は他の強誘電結晶に比べて低い。また，短波長領域（～400nm）での光吸収を高めるために Ce をドープした SBN:75 結晶を用いている。

3.2. 実験光学系

図２は空間ソリトンを利用した多層光記録の実験光学系である[6]。パルス幅 55fs，中心波長 800nm，平均光強度 240mW，繰り返し周波数 80MHz のチタンサファイアレーザーをハーフミラーで２分割し，大きさ $3\times4\times5\mathrm{mm}^3$ の SBN 結晶表面近傍に開口数 0.08 で両側から集光照射した。レーザーの偏光方向と結晶の c 軸とは x 軸に一致させている。SBN 結晶には外部から電圧を印加するための電極と，結晶の温度を制御するためのペルチェ素子とを取り付けている。対向パルス衝突位置は片方の光路長に対して光学遅延を設けることで制御する。結晶内部で発生した散乱光を y 方向から波長フィルターを通して CCD カメラで観察する。

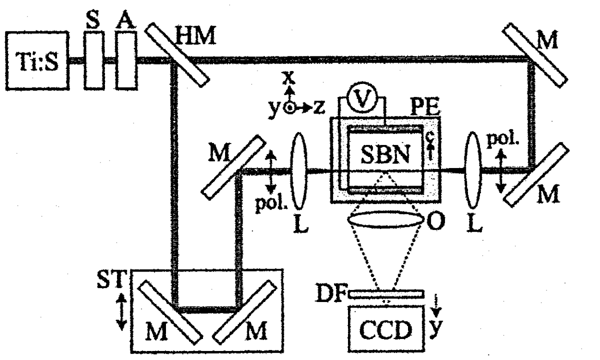


図２． 空間ソリトンを利用した多層光記録の実験光学系

3.3. 空間ソリトン光の形成

SBN 結晶内部での空間ソリトン光形成の基礎実験を行った。SBN 結晶内部にはチタンサファイアレーザーの基本波ビーム（FB）に加えて，その第２高調波ビーム（SHB）の散乱光が観察される。図３はレーザーを結晶左側から照射したときの FB と SHB の観察像である。図３(a)の FB では伝搬とともにビーム径が拡がった。$z=z_1$ 及び $z_2= z_1+900[\mu\mathrm{m}]$ でのビーム径（断面光強度分布(x)の半値全幅）を計測するとそれぞれ 15.7μm，33.8μm であった。一方，図３(b)の SHB はビーム径を保持しながら伝搬している。ビーム径を計測すると z_1=10.5μm，z_2=9.6μm であり，自己収束作用による空間ソリトン光形成が確認できた。しかしながら， 結晶内では FB や SHB の光吸収や光散乱によるエネルギー損失のために，形成された空間ソリトン光の伝搬距離はおよそ 1mm であった。

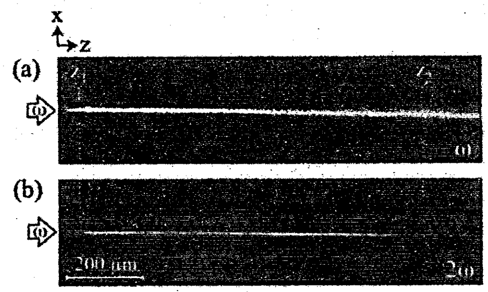


図３． 空間ソリトン光形成
(a) FB (b) SHB

3.4. 対向パルス衝突の基礎実験

対向パルス衝突では対向衝突点における非線形光学作用が重要となる。ここでは特に SHB のビーム特性について調べた。パルスレーザーを結晶へ対向照射したときの衝突点の観察像を図４に示す。パルス衝突点 $z=z_3$ では SHG 強度が増大されており，この位置でのビーム径は 8.0μm であった。一方，非衝突点 $z=z_4$ でのビーム径は 8.6μm であった。SHB のビーム径は衝突作用によって 0.93 倍になり，SHG の光強度は 2.3 倍となった。SHB が対向パルス衝突することで，衝突点では非線形な応答を示した。

また，実験系内の光学遅延を調整すると，パルス衝突点の z 位置を制御できることも実験的に確認した。

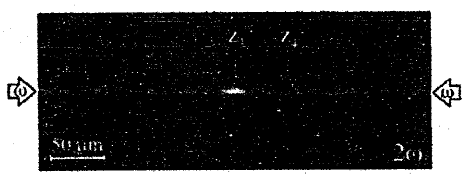


図４．SHB の対向パルス衝突作用

3.5. ビット記録と記録ビットの読み出し

対向パルス衝突点におけるビット記録を実現するために，SBN 結晶の局所分極反転を利用した。ガラス性強誘電性結晶では，結晶の分極が結晶内部で局所的に反転する。反転ドメインの大きさは 1～8μm であり，その集合体として分極反転領域が形成される。対向パルス衝突による SHG の光強度と結晶の温度調整及び結晶への外部電場印加による閾値制御とによって，Tc～55℃，Er～0.7kV/mm の SBN:75 結晶の分極反転を試みた。

まず始めに，結晶温度 T=50℃，外部電場 E=+0.7kV/mm でポーリングし，結晶 c 軸を 1 方向に揃えた。次に，T=25℃でパルスレーザーを対向衝突させ，その状態で E=-0.2kV/mm の外部電場を時間 Δt=0.5s 間印加した。図 5 (a)は分極反転プロセス中の光強度分布である。衝突点での深さ方向の光強度分布（半値全幅）を計測すると 29.7μm であった。

続いて，この反転分極の形成を確認するために，T=15℃，E=0.0 kV/mm で結晶左側からパルスレーザーを照射すると，図 5 (b)に示した SHG の光強度分布を観察した。片側照射にもかかわらず，図 5 (a)のパルス衝突点で光強度の増大が観察された。反転ドメインの集合体として形成された分極反転構造が近似的に疑似位相整合の状態を形成し，それが SHG 光強度を増大させたと推定される。この実験から，分極反転を利用したビット記録と記録ビットの読みだしが実験的に実現された。

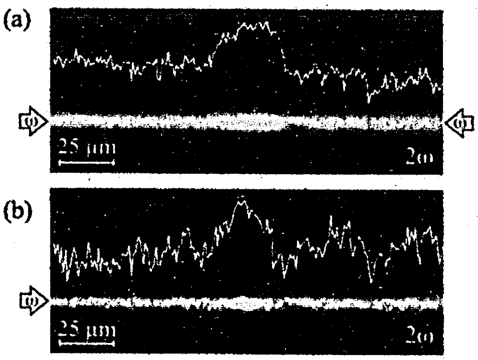


図 5．ビット記録とビット読み出し
(a) 記録プロセス (b) 読み出しプロセス

図 5 (b)の深さ方向の光強度分布を測定すると 19.3μm であった。この値は図 5 (a)の分極反転プロセス中の光強度分布に比べて小さい。この結果から記録ビットの形成メカニズムとして次のように推察される。すなわち，対向パルス衝突点で生じた強い SHG 光がその近傍で光吸収された結果 SBN 結晶の温度が局所的に上昇し，それと同時に外部印加した電場によって対向パルス衝突点の一部領域において結晶内電場 E が結晶の抗電場 E_r を超えたためだと考えられる。この結果，対向パルス衝突点の一部領域で分極反転構造が形成され，図 6 に示すような分極反転領域が形成されたと推測される。

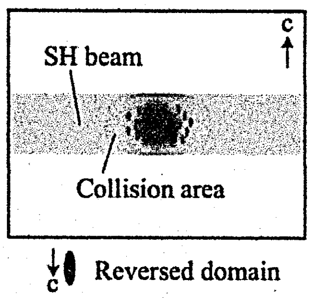


図 6．記録ビットの分極反転構造

3.6. 空間ソリトンを利用した多層光記録

分極反転によるビット記録を連続的に適用して，多層光記録の実験を行った。T=25℃で対向パルスを衝突させ，層間隔 100μm の異なる 3 つの z 位置（$z=z_5,z_6,z_7$）で E=-0.2kV/mm をそれぞれ Δt=0.5s 印加した。図 7 は分極反転処理後にパルスレーザーを片側照射したときの再生像である。$z=z_5,z_6,z_7$ の各位置で SHG 強度が増大していることから，それぞれの位置で分極反転が生じ，分極反転を利用した多層光記録が実現されていると言える。

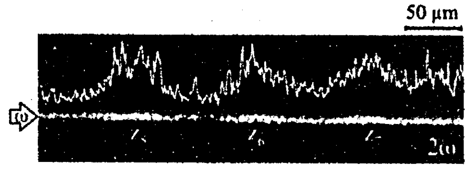


図 7．空間ソリトンを利用した多層光記録

3.7. 記録ビットの選択的消去と再記録

３点記録した記録ビットの選択的消去を行った。パルス衝突点を $z=z_6$ に移動して E=+0.2kV/mm を T=25℃, Δt=0.1s で印加した。E=0.0kV/mm で左側照射すると，図８(a)の $z=z_6$ で SHG 光強度が減少した。衝突点での SHG 光強度と外部印加電場とによって，形成されていた局所分極反転量が減少したためである。この SHG の光強度を計測することで $z=z_6$ のビット信号を消去信号として扱える。

続いて，$z=z_6$ の消去位置に記録ビットの再記録を試みた。ビット記録の条件で記録して再生画像を観察すると，図８(b)に示すように位置 $z=z_6$ で SHG 光強度が再度，増大した。これらのことから，記録ビットの選択的書き換え可能な多層光記録が期待できる。

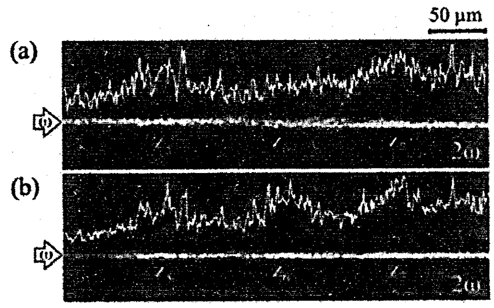


図８．記録ビットの選択的消去と再記録
(a) 選択的消去 (b) 選択的再記録

3.8. 記録ビットの面内記録

$z=z_8$ にビット間隔 300μm で異なる３つの位置（$x=x_1,x_2,x_3$）へのビット記録し，図９に示すようにビットの面内記録に成功した。

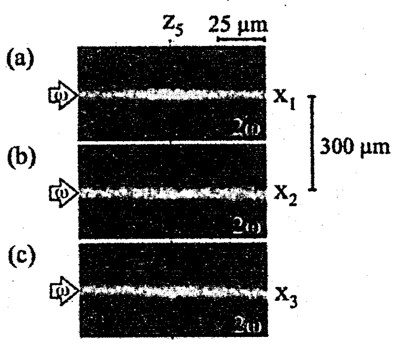


図９．ビットの面内記録

4. まとめ

SBN:75 結晶の分極反転と対向パルス衝突点における非線形作用とを利用した記録ビットの多層光記録と選択的再記録の実験結果を示し，空間ソリトンを用いた多層光記録法の有効性について報告した。本手法で利用した３つの基礎技術は媒体深部での深さ方向の制御と媒体深部での高空間分解能化を実現できる新しい手法としても期待できる。また，非線形媒体内部における対向パルス衝突点での非線形光学応答やそれを利用した物質の局所的な制御は工学や物理学的にも興味深い。本研究ではこの新しい技術を多層光記録に適用したが，光ファイバーや光スイッチング，フォトニック結晶など多方面への応用も期待される。しかしながら，ここで示した手法には，空間ソリトンの安定性や分極反転の再現性などの多くの課題も残されている。特に，対向パルス衝突点での光学的非線形作用と物質との相互作用メカニズムの解明は定量計測や理論検討をする上でも重要である。

参考文献

[1] D. A. Parthenopoulos and P. M. Rentzepis, "Three-Dimensional Optical Storage Memory," Science, **245**, 843-845 (1989).

[2] Y. Kawata, H. Ishitobi and S. Kawata, "Use of two-photon absorption in a photo-refractive crystal for three-dimensional optical memory," Opt. Let., **23**, 756-758 (1998).

[3] X. Li, C. Bullen, J. W. Chon, R. A. Evans and M. Gu, "Two-photon-induced three-dimensional optical data storage in CdS quantum-dot doped photopolymer," Appl. Phys. Lett. **90**, 161116 (1)-(3) (2007).

[4] 日坂真樹, "空間ソリトンを利用した多層光記録," 輻射科学研究会, RS02-12, (2002).

[5] A. S. Bhalla, R. Guo, L. E. Cross, G. Burns, F. H. Dacol, and R. R. Neurgaonkar, "Glassy polarization in the ferroelectric tungsten bronze(Ba,Sr)Nb_2O_6," J. Appl. Phys., **71**, 5591-5595 (1992).

[6] M. Hisaka and K. Yoshida, "Multilayered optical data storage using a spatial soliton, " Appl. Phys. Lett. **93**, 241103 (1)-(3) (2008).

輻射科学研究会資料
RS09-06

低入射角極限に対する誘電体格子の解析について

Analysis of Dielectric Gratings for the Incidence of Low Grazing Limitations

浅居 正充＊　若林 秀昭＊＊　松本 恵治＊＊＊　山北 次郎＊＊
近畿大学＊　岡山県立大学＊＊　大阪産業大学＊＊＊

平成２１年7月３０日（木）
於：　兵庫県立大学

あらまし 本報告では、低入射角極限の場合の誘電体格子による散乱問題の解析手法につき検討している。さらに完全導体格子において低入射角極限の場合の現象の解法の枠組みとして知られる「影理論」が誘電体格子の解析に関しても応用可能であることを示している。

1 まえがき

周期表面による平面波散乱問題において，低入射角極限 (grazing) の場合に位相反転した反射波のみが生じる「影」の現象が最近話題を集めている [5]。この場合，高次の回折波は生じず入射波と反射波が相殺され全波動場は消滅するといわれる。周期構造による散乱問題に関しては，理論解析を中心とした多くの報告 [1]-[4] がある。しかし，周期構造における影の現象に関する明確な議論はなされていなかった。これに対し中山ら [6]-[9] は最近，影理論 (Shadow Theory) と呼ばれる解析手法の枠組みを提案し，完全導体格子を例としてその物理的意味合いについて議論している。全波動場が「影」となるといわれる低入射角極限においては従来用いられていた回折波振幅では回折効率を厳密には定義できず，新たに変形回折波振幅や散乱因子なる物理量を導入することにより解決している。 本報告では，これまで完全導体格子を対象に議論されていた影理論を，誘電体格子による散乱問題に適用することを試み，その物理的解釈並びに有効性について示している。特に，その物理的解釈を線形方程式の励振項の選択問題と 1 階微分方程式の係数行列に対する行列固有値問題として捉え，低入射角極限が Jordan 標準型への行列変換に対応することを示している。また，影理論が，低入射角極限に対するフレネル係数を利用した励振源を用いることにより行列の対角化問題を経由せずに問題を解決する巧妙な理論であることを示している。さらに，影理論で提案された散乱因子の算出は，単位面電流または単位面磁流密度を励振源とするスペクトル領域のグリーン関数に対応し，全ての複素入射角に対する電磁界の表現式が得られることについて述べている。

2 散乱問題における励振源

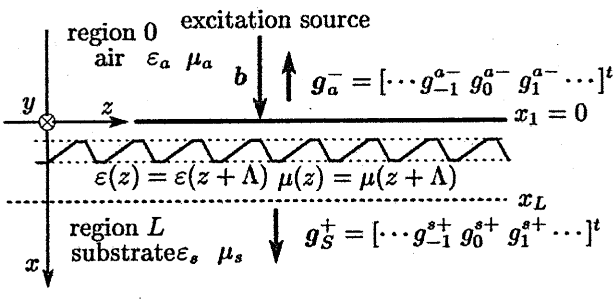


図 1 周期構造誘電体による散乱問題

図 1 に示すような上部領域，周期構造領域，基板領域からなる誘電体回折格子における散乱問題を考える。誘電体回折格子の数値解析とは，励振源を表すベクトル b が与えられたとき，反射回折波振幅ベクトル g_a^-，透過回折波振幅ベクトル g_S^+ を未知数とする線形方程式

$$[\,M\,]\begin{bmatrix} g_a^- \\ g_S^+ \end{bmatrix} = \boldsymbol{b} \tag{1}$$

を求める問題に帰着することが多い。ここに，反射・透過回折波振幅ベクトル g_a^-，g_s^+ の要素数は，数値計算における計算打ち切り項数 $2M+1$ に対応する。また，係数行列 $[M]$ は，励振源の z 方向変化因子と格子構造によって決定する $2(2M+1)$ 元の定数行列であり数値解析手法に依存する。線形方程式 (1) は，一般に，励振源ベクトル $\boldsymbol{b}$ に対して定まる特解と係数行列 $[M]$ だけで定まる基本解を持つ。通常，散乱問題における励振源は，上部から入射する平面波

- Conventional Excitation

$$e^{-j\kappa_0^a x} e^{-js_0 z} \longrightarrow \begin{cases} g_m^{a-} \; e^{j\kappa_m^a x} e^{-js_m z} \\ g_m^{s+} \; e^{-j\kappa_m^s x} e^{-js_m z} \end{cases} \tag{2}$$

に対する応答としての反射回折波振幅 g_m^{a-}，透過回折波振幅 g_m^{s+} を求めることである。ここに，κ_m^a，s_m は

$$\kappa_m^a = \begin{cases} \sqrt{\varepsilon_a \mu_a - s_m^2} & (\varepsilon_a \mu_a \geq s_m^2) \\ j\sqrt{s_m^2 - \varepsilon_a \mu_a} & (\varepsilon_a \mu_a < s_m^2) \end{cases}, \tag{3}$$

$$s_m = s_0 + m\,s, \quad s_0 = \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}\sin\theta_i, \quad s = \lambda_0/\underline{\Lambda} \tag{4}$$

で与えられ，ε_a，μ_a は上部領域の比誘電率および比透磁率，θ_i は入射角，λ_0 および $\underline{\Lambda}$ は規格化されていない実際の長さである。また，基板領域においては κ_m^s が κ_m^a に対応する。ところが，影理論 [6]-[10] では，励振源として

- Praimary Excitation

$$\{e^{-j\kappa_0^a x} - e^{j\kappa_0^a x}\} e^{-js_0 z} \longrightarrow \begin{cases} M_m^{a-} \; e^{j\kappa_m^a x} e^{-js_m z} \\ M_m^{s+} \; e^{-j\kappa_m^s x} e^{-js_m z} \end{cases} \tag{5}$$

- Elementary Excitation

$$\frac{1}{2\kappa_0^a}\left(e^{-j\kappa_0^a x} - e^{j\kappa_0^a x}\right) e^{-js_0 z} \longrightarrow \begin{cases} S_m^{a-} \; e^{j\kappa_m^a x} e^{-js_m z} \\ S_m^{s+} \; e^{-j\kappa_m^s x} e^{-js_m z} \end{cases} \tag{6}$$

を採用することが提案され，その応答として反射・透過変形回折波振幅 M_m^{a-}，M_m^{s+} または反射・透過散乱因子 S_m^{a-}，S_m^{s+} を計算することが推奨されている。

3　1階微分方程式による定式化

周期構造媒質の数値解析において多層分割近似による算法が有効であると仮定すれば，図 1 に示す各領域内では，比誘電率 ε，比透磁率 μ は x の関数ではなく変数 z だけの周期関数であると倣すことができる。

以下において，時間因子を $e^{j\omega t}$ とし，空間変数 x, z は真空中の波数 $k_0 = 2\pi/\lambda_0(\lambda_0$ は波長) により，$k_0 x \to x$，$k_0 z \to z$ のように規格化されている。Maxwell 方程式は以下のように表される [3]。

$$\overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E} = -j\mu(z)\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}, \tag{7}$$

$$\overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H} = j\varepsilon(z)\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}, \tag{8}$$

$$Z_0 = 1/Y_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \tag{9}$$

ここに，$\overline{\mathrm{curl}}$ は k_0 で規格化された演算子を表す。

3.1 スペクトル領域 1 階微分方程式

いま，入射平面波の z 軸方向変化因子を $e^{-js_0 z}$ で表せば，
各領域での電磁界成分 E_i，H_i $(i = x, y, z)$ は，構造の周期性から

$$\sqrt{Y_0}E_i(x,z) = \sum_m e_{im}(x)\exp\{-js_m z\}, \tag{10}$$

$$\sqrt{Z_0}H_i(x,z) = \sum_m h_{im}(x)\exp\{-js_m z\} \tag{11}$$

のような空間高調波展開によって表せる。展開打切り項数を $2M+1$ とし，式 (10)(11) の展開係数 $e_{im}(x)$，$h_{im}(x)$ から以下のような列ベクトルを作る。

$$\boldsymbol{e}_i(x) = \left[e_{i-M}(x)\cdots e_{i0}(x)\cdots e_{iM}(x)\right]^T, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{h}_i(x) = \left[h_{i-M}(x)\cdots h_{i0}(x)\cdots h_{iM}(x)\right]^T. \tag{13}$$

TE 波解析と TM 波解析を統一表現するために，行列 $[\zeta]$ と列ベクトル $\boldsymbol{f}_i$ を用いて

$$[\zeta] = -[\mu],\quad \boldsymbol{f}_y = \boldsymbol{e}_y,\quad \boldsymbol{f}_z = \boldsymbol{h}_z,\quad \boldsymbol{f}_x = \boldsymbol{h}_x\ (TE), \tag{14}$$

$$[\zeta] = [\varepsilon],\quad \boldsymbol{f}_y = \boldsymbol{h}_y,\quad \boldsymbol{f}_z = \boldsymbol{e}_z,\quad \boldsymbol{f}_x = \boldsymbol{e}_x\ (TM) \tag{15}$$

と置き，行列 $[\varepsilon]$，$[\mu]$ がエルミート行列であると仮定すれば，連立 1 階微分方程式によって表されたスペクトル領域の Maxwell の方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_y(x)\\ \boldsymbol{f}_z(x)\end{bmatrix} = j[\boldsymbol{C}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_y(x)\\ \boldsymbol{f}_z(x)\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{f}_x(x) = -[\zeta]^{-1}[s]\boldsymbol{f}_y(x), \tag{16}$$

$$[\boldsymbol{C}] = \begin{bmatrix}[0] & [\zeta]\\ [\zeta]^{-1}[\kappa^2] & [0]\end{bmatrix},\quad [\kappa^2] = [\varepsilon][\mu] - [s]^2 \tag{17}$$

が得られる。ここに，小行列 $[s]$ は s_m から作られる $(2M+1)$ 次の対角行列，$[\varepsilon]$，$[\mu]$ は比誘電率 $\varepsilon(z)$，比透磁率 $\mu(z)$ の Fourier 展開係数から作られる $(2M+1)$ 次の正方形行列である [12]。

3.2 行列固有値による解表現

式 (16) で示される連立 1 階微分方程式の解は，係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ の行列固有値問題に帰着する。すなわち，$(2M+1)$ 元のモード振幅ベクトル $\boldsymbol{g}^{\pm}(x)$ および $2(2M+1)$ 次の変換行列 $[\boldsymbol{T}]$ を導入し，電磁界の展開係数ベクトルを

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_y(x) \\ \boldsymbol{f}_z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^+(x) \\ \boldsymbol{g}^-(x) \end{bmatrix} \tag{18}$$

のように表現すれば，係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ の相似変換として次式が得られる。

$$[\boldsymbol{T}]^{-1}[\boldsymbol{C}][\boldsymbol{T}] = [\boldsymbol{Q}] \tag{19}$$

係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ の固有値が縮退する場合であっても，行列 $[\boldsymbol{Q}]$ は少なくとも Jordan の標準型に変換できる。変換行列 $[\boldsymbol{T}]$ および伝搬行列 $\boldsymbol{P}(x)$ を用いれば，1 階微分方程式 (16) の解表現が得られる。ただし x_0 は基準点の座標を表す。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_y(x) \\ \boldsymbol{f}_z(x) \end{bmatrix} = [\,\boldsymbol{T}\,][\boldsymbol{P}(x-x_0)] \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}^+(x_0) \\ \boldsymbol{g}^-(x_0) \end{bmatrix} \tag{20}$$

係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ が相異なる固有値を持ち，互いに独立な固有ベクトルを持てば，行列 $[\boldsymbol{Q}]$ は，$2(2M+1)$ 個の固有値 κ_m^+，κ_m^- を要素とする対角行列となり，伝搬行列 $\boldsymbol{P}(x)$ は

$$[\boldsymbol{P}(x)] = \begin{bmatrix} [\delta_{mn} e^{j\kappa_m^+ x}] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn} e^{j\kappa_m^- x}\,] \end{bmatrix} \tag{21}$$

で与えられる。固有値 $\{\kappa_m\}$ の符号は各々前進波と後進波に対応する $\pm$ に分別できる。固有値が $\kappa_m^\pm = 0$ で縮退し対角化できない場合は，$[\boldsymbol{C}]$ の Jordan 標準型への変換を介して変換行列 $[\boldsymbol{T}]$ を求めることができる。

3.3 一様領域中の固有値と固有値ベクトル

上部領域や基板領域では，比誘電率，比透磁率に周期性がないため、空間高調波間に結合がなく、係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ の小行列はすべて対角行列となる。この場合、第 m 番目の空間高調波を取り出し，2 次の係数行列を考えればよい。

$$[\boldsymbol{C}_m^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0 & \zeta \\ \kappa_m^2/\zeta & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

いま，ε，μ，s_m がすべて実数である場合，固有値 $\{\kappa_m^+\ \kappa_m^-\}$ は，TE，TM 波に関わらず以下のようになる。

$$\kappa_m^\pm = \mp\kappa_m, \quad \kappa_m = \begin{cases} \sqrt{\varepsilon\mu - s_m^2} & (\varepsilon\mu \geq s_m^2) \\ j\sqrt{s_m^2 - \varepsilon\mu} & (\varepsilon\mu < s_m^2) \end{cases} \tag{23}$$

2 次の変換行列 $[\boldsymbol{T}_m^{(2)}]$ および伝搬行列 $[\boldsymbol{P}_m^{(2)}(x)]$ は以下のように与えられる。

- 固有値が縮退しない場合 $(\kappa_m \neq 0)$

$$[\boldsymbol{T}_m^{(2)}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{\kappa_m}{\zeta} & \frac{\kappa_m}{\zeta} \end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{P}_m^{(2)}(x)] = \begin{bmatrix} e^{-j\kappa_m x} & 0 \\ 0 & e^{j\kappa_m x} \end{bmatrix} \tag{24}$$

- 固有値が縮退する場合 $(\kappa_m = 0)$

$$[\boldsymbol{T}_m^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1/\zeta & 0 \end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{P}_m^{(2)}(x)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jx & 1 \end{bmatrix} \tag{25}$$

一様領域における $2(2M+1)$ 次の変換行列 $[\boldsymbol{T}]$ および伝搬行列 $[\boldsymbol{P}]$ は，2 次の変換行列 $[\boldsymbol{T}_m^{(2)}]$ および伝搬行列 $[\boldsymbol{P}_m^{(2)}(x)]$ を用いて次のように表わされる。

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{T}^{(2)}_{m11}\delta_{mn}] & [\boldsymbol{T}^{(2)}_{m12}\delta_{mn}] \\ [\boldsymbol{T}^{(2)}_{m21}\delta_{mn}] & [\boldsymbol{T}^{(2)}_{m22}\delta_{mn}] \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$[\boldsymbol{P}(x)] = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{P}^{(2)}_{m11}(x)\delta_{mn}] & [\boldsymbol{P}^{(2)}_{m12}(x)\delta_{mn}] \\ [\boldsymbol{P}^{(2)}_{m21}(x)\delta_{mn}] & [\boldsymbol{P}^{(2)}_{m22}(x)\delta_{mn}] \end{bmatrix} \tag{27}$$

式 (25) の変換行列 $[\boldsymbol{T}^{(2)}_m]$ は，係数行列 $[\boldsymbol{C}^{(2)}_m]$ が対角化できない場合に相当し，Jordan の標準型へ変換する行列となっている。この場合の電磁界の接線成分を表すベクトル $\boldsymbol{f}_y(x)$，$\boldsymbol{f}_z(x)$ の 2×2 表現を次のようにあらわすこととする。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f^{(2)}_{ym}(x) \\ f^{(2)}_{zm}(x) \end{bmatrix} &= [\boldsymbol{T}^{(2)}_m][\boldsymbol{P}^{(2)}_m(x-x_0)] \begin{bmatrix} g^{\oplus}_m(x_0) \\ g^{\ominus}_m(x_0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} j(x-x_0)g^{\oplus}_m(x_0) + g^{\ominus}_m(x_0) \\ (1/\zeta)\, g^{\oplus}_m(x_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{28}$$

ただし，式 (28) の $g^{\pm}(x_0)$ の肩記号は，その物理的意味を失っているため g^+，g^- に代わって $g^{\oplus}_m$，$g^{\ominus}_m$ なる記号を採用する。式 (28) よりモード振幅 $g^{\oplus}_m$ は無限遠点で発散する特異モードであることが分かる。したがって，反射回折波および透過回折波には，$g^{\ominus}_m$ に対する固有ベクトル $[1\ \ 0]^T$(式 (25)) を選択する必要が生じる。なお，$g^{\ominus}_m$ に対する固有ベクトルは，低入射角極限において，モード振幅 $g^{\pm}_m$ に対応する式 (24) の固有ベクトル $[1\ \mp\kappa_m/\zeta]^T$ への連続性を有する。

3.4 2 媒質境界問題への集約

誘電体回折格子の構造と入射波の z 軸方向変化因子 s_0 が与えられれば，各領域 $(n = 0\sim L)$ における変換行列 $[\boldsymbol{T}_n]$ と伝搬行列 $[\boldsymbol{P}_n(x)]$ が決定する。連立 1 階微分方程式の解表現式 (20) は電磁界接線成分の展開係数ベクトルであるから，境界面 $x = x_1, x_2, \cdots, x_L$ における境界条件として次式が得られる。

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{T}_0]\boldsymbol{g}_0(x_1) &= [\boldsymbol{T}_1]\boldsymbol{g}_1(x_1) \\ [\boldsymbol{T}_1][\boldsymbol{P}_1(x_2-x_1)]\boldsymbol{g}_1(x_1) &= [\boldsymbol{T}_2]\boldsymbol{g}_2(x_2), \\ &\cdots\cdots \\ [\boldsymbol{T}_{L-1}][\boldsymbol{P}_{L-1}(x_L-x_{L-1})]\boldsymbol{g}_{L-1}(x_{L-1}) &= [\boldsymbol{T}_L]\boldsymbol{g}_L(x_L) \end{aligned} \tag{29}$$

いま，$\boldsymbol{g}_1(x_1), \boldsymbol{g}_2(x_2), \cdots \boldsymbol{g}_{L-1}(x_{L-1})$ を消去すれば，境界面 $x = x_1$ における境界条件となり，式 (1) に示された 2 媒質境界問題に帰着する。

4 影理論と Green 関数

4.1 特異モード振幅と影理論

モード振幅 $g^{\ominus}_0$ に対応する固有ベクトル $[1\ 0]^T$ は，非縮退時の式 (24) のモード振幅 g^+_0 と g^-_0 すなわち、Conventional Excitation における励振源及び 0 次反射回折波の両方に連続性をもつため、低入射角極限における励振源に対応させることは適当でない。これに対し、モード振幅 $g^{\oplus}_0$ とそれに対応するベクトル $[0\ \ \zeta]^T$ を用いてこれを表す場合、このような不都合はない。

$$g^{a\oplus}_0(x_0) = 1, \quad or \quad \boldsymbol{g}^{\oplus}_a = \boldsymbol{I} \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}^{(2)}_{y0}(x) \\ \boldsymbol{f}^{(2)}_{z0}(x) \end{bmatrix} = [\boldsymbol{T}^{(2)}_a][\boldsymbol{P}^{(2)}_m(x-x_0)] \begin{bmatrix} g^{\oplus}_0(x_0) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(x-x_0) \\ (1/\zeta_a) \end{bmatrix} \tag{31}$$

一方，影理論における Elementary Excitation を仮定する場合、励振源の表現式（式 (6)）は

$$\begin{bmatrix} g_0^{a+}(x_0) \\ g_0^{a-}(x_0) \end{bmatrix} = \frac{1}{2\kappa_0^a} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \tag{32}$$

及び式 (20) より

$$\begin{bmatrix} f_{y0}^{(2)}(x) \\ f_{z0}^{(2)}(x) \end{bmatrix} = \lim_{\kappa_0^a \to 0} \begin{bmatrix} j\frac{\sin \kappa_0^a(x-x_0)}{\kappa_0^a} \\ \frac{\cos \kappa_0^a(x-x_0)}{\zeta^a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j(x-x_0) \\ (1/\zeta_a) \end{bmatrix} \tag{33}$$

となり，縮退時の特異モード振幅の表現式 (31) に一致する。影理論では，励振源を $(e^{-j\kappa_0^a x} - e^{j\kappa_0^a x})$ 選ぶことに影理論の本質的な意味があると考える。低入射角極限点における電磁界表現には，式 (25) の変換行列に対応する 2 つのモード $g_0^{a\oplus}$，$g_0^{a\ominus}$ ($g_0^{a\ominus}$ は $g_0^{a\pm}$ と同じ) が必要である。ところが，励振源を $(e^{-j\kappa_0^a x} - e^{j\kappa_0^a x})$ に選べば，通常のモード g_0^{a+}，g_0^{a-} による表現式ではあるが，低入射角極限におけるモード $g_0^{a\oplus}$ が自動的に挿入されることを意味する。影理論の素晴らしさは，特異モード $g_0^{a\oplus}$ の存在を意識することなしに，低入射角極限を含む複素入射角に対する表現式が得られる点にある。

4.2　単位面電流・磁流密度と Green 関数

Elementary Excitation における式 (1) の定数ベクトルは単位ベクトルである。式 (1) は回折格子の上面 ($x = x_a = x_1 = 0$) での境界条件を表しているから，$m = 0$ すなわち z 軸方向変化因子 $e^{-js_0 z}$ に対応する電磁界の接線方向成分が境界面を挟んで単位ジャンプしていると解釈できる。したがって，磁界のジャンプに対して面電流密度 $K_{y0}^{(J)}$ を，電界のジャンプに対して面磁流密度 $K_{y0}^{(M)}$ を

$$h_{z0}(0_+) - h_{z0}(0_-) = K_{y0}^{(J)}, \qquad (TE) \tag{34}$$

$$e_{z0}(0_+) - e_{z0}(0_-) = K_{y0}^{(M)} \qquad (TM) \tag{35}$$

のように対応づけることができる。すなわち、 Elementary Excitation における励振源は，TE 波入射の場合は単位面電流密度 $e^{-js_0 z}$，TM 波入射の場合は単位面磁流密度 $e^{-js_0 z}$ と等価である。したがって，線形方程式 (1) の解（散乱因子）は，単位面電密度 $e^{-js_0 z}$ または単位面磁流密度 $e^{-js_0 z}$ を励振源とする場合の応答を表すスペクトル領域のグリーン関数 [14][15] であると考えられる。

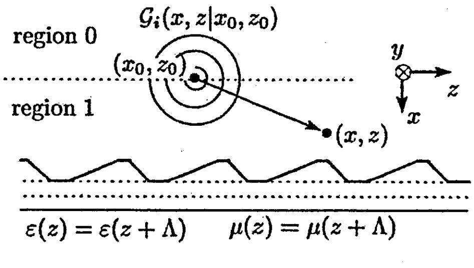


図 2　周期媒質中のグリーン関数

いま，第 1 境界面に $x = x_0$ を設定し，ある実数 s_0 に対し，式 (1) から散乱因子ベクトルが計算できれば，反射・透過回折波振幅ベクトル $g_a^-(x_0)$，$g_s^+(x_0)$ が定まる。式 (29)，(20)，式 (18)，式 (10) 及び (11) からスペクトル領域 Green 関数が得られる。

$$G_i(x, z|x_0, z_0, s_0) = \sum_m f_{im}(x|x_0, s_0)\, e^{-js_m(z-z_0)} \tag{36}$$

5 数値計算例

数値計算例として図 3 に示すような非対称三角格子を用いる。比誘電率および非透磁率を $\varepsilon^a = \mu^a = \mu^a = 1.0$,

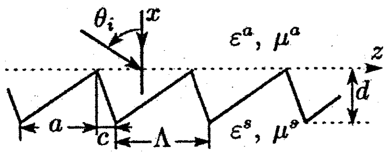


図 3 非対称三角格子

$\varepsilon_s = 3.0$, 三角格子の非対称パラメータを $a/\Lambda = 0.9$, $c/\Lambda = 0.1$ としている。周期 Λ, 溝の深さ d, 展開打ち切り項数 $2M+1$, 格子領域の多層分割数 $L-1$ は次式のように設定した。

$$\Lambda/\lambda = 1.25, \quad d/\lambda = 0.4, \quad 2M+1 = 101, \quad L-1 = 10 \tag{37}$$

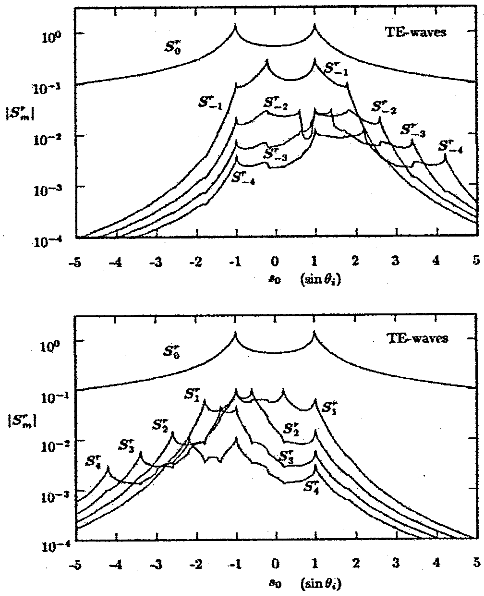


図 4 TE Refflected Scattering Factor $S^r_m (m = -4 \sim 4)$

6 むすび

誘電体回折格子による散乱問題においても影理論が有効であることを，連立 1 階微分方程式の行列固有値問題の観点から考察を加え，その有効性について論じた。影理論を用いることにより、縮退固有値による対角化可能性を意識することなしに，低入射角極限における回折波を取り扱うことができること，さらに，回折波振幅の代わりに，散乱因子を用いることにより，全ての複素入射角に対する表現式が得られ，散乱因子そのものがスペクトル領域グリーン関数に相当することについても論じた。

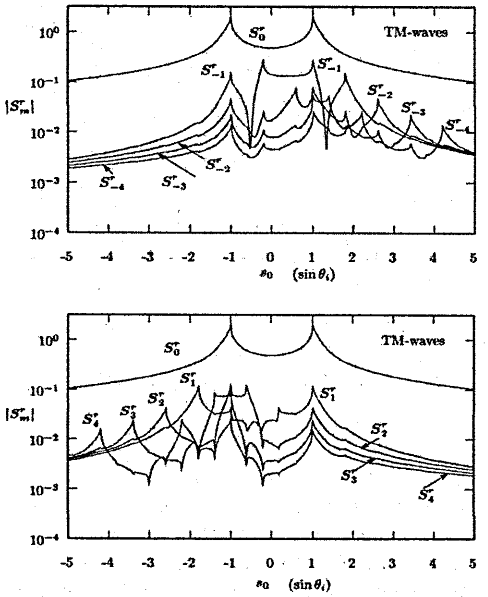


図5 TM Refflected Scattering Factor $S^r_m (m = -4 \sim 4)$

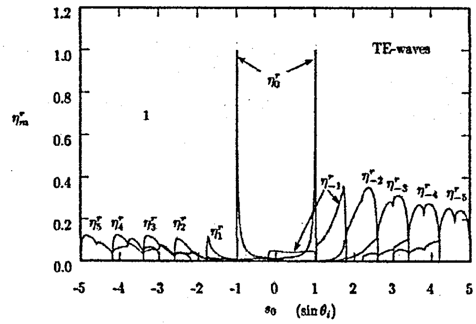


図6 TE Reffracted Diffraction Efficiency

参考文献

[1] 例えば R.Petit, ed.; *Electromagnetic Theory of Gratings*, Springer, Berlin (1980).
[2] 例えば山崎恒樹: 計算電磁気学, 6章 フーリエ変換法, 培風館, pp171-187 (2003).
[3] K.Rokushima and J.Yamakita: Analysys of Anisororopic Gratings, JOSA vol.73,no.7, pp901-908 (1983).
[4] J.M.Jarem and P.P.Banerjee: *Computational Methods fot Electromagnetic and Optical Systems*, Marcel Dekker Inc. New York, Basel (2000).
[5] M.I.Charnotskii; Wave Scattering by Periodic Surface at Low Grazing Angles: Single Grazing Mode, Progress in Electromagnetic Research, PIER 26, pp.1-42, (2000).
[6] J.Nakayama, K.Hattori and Y.Tamura; Diffraction Amplitudes From Periodic Neumann Surface: Low Grazing Limit of Incidence, IEICE Trance. Electron, Vol.E89-C, No.5, pp.642-644,(2007).
[7] J.Nakayama, K.Hattori and Y.Tamura; Diffraction Amplitudes From Periodic Neumann Surface: Low Grazing Limit of Incidence(II), IEICE Trance. Electron, Vol.E89-C, No.9, pp.1362-1364,(2007).
[8] J.Nakayama, K.Hattori and Y.Tamura; Diffraction Amplitudes From Periodic Neumann Surface: Low Grazing Limit

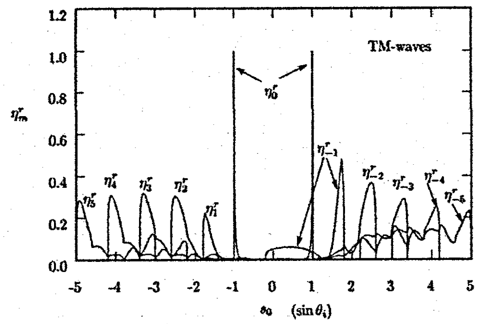


図7　TM Reffracted Diffraction Efficiency

of Incidence(III), IEICE Trance. Electron, Vol.E90-C, No.2, pp.536-538,(2007).

[9] J.Nakayama ; Shadow Theory of Diffraction Grating, IEEJ Technical Report on Electromagnetic Theory, EMT-08-8, (2008). IEICE Technical Report on Photonic Network, PN2007-44 (2008).

[10] J.Nakayama and Y.Tamura; Fesnel Shadow, IEEJ Technical Report on Electromagnetic Theory, EMT-08-143, (2009).

[11] J.Yamakita, H.Wakabayashi, K.Matsumoto, M.Asai; Some Disccusions on Shadow Theory for Dielectric Periodic Structures, IEEJ Technical Report on Electromagnetic Theory, EMT-08-144, (2009).

[12] K.Matsumoto, K.Rokushima and J.Yamakita; Analysis of Wave Guidance by Surface-Relief Grating Waveguides for Oblique Propagation, IEICE Trans. Electron. Vol.E76-C, No.10 (1993).

[13] L.Lee: Use of Fourier Series in the Analysis of Discontinuous Periodic Structuers, J.Opt.Soc.m. A 15, 1808-1816 (1996).

[14] 山北次郎，浅居正充，六島克；多層異方性基板上の電流源に散乱界の表現-スペクトル領域のグリーン関数-, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J73-C-I,No.9,pp.594-596,(1990).

[15] 浅居正充，尾崎光，山北次郎，沢新之輔; 表面抵抗をもつ平板格子に平面波の散乱ー基板が異方性の場合ー, 電子情報通信学会論文誌,Vol.J75-C-I,No.2,pp.78-84,(1992).

輻射科学研究会技術報告
Technical Report of RSSJ
RS09-07

電気光学変調器のスペクトル観測による特性評価

Evaluation of Electrooptic Light Modulators by Observing Optical Spectrum Components of the Modulated Light Signals

榎原　晃[*1]　田中　愛[*2]　里村蘭奈[*2]　河合　正[*1]　川西哲也[*3]
Akira Enokihara　Ai Tanaka　Ran-na Satomura　Tadashi Kawai　Tetsuya Kawanishi

[*1] 兵庫県立大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, University of Hyogo
[*2] 兵庫県立大学工学部
School of Engineering, University of Hyogo
[*3] 情報通信研究機構
National Institute of Information and Communications Technology

2009 年 7 月 30 日
（於　兵庫県立大学）

輻射科学研究会
The Radiation Science Society of Japan

1．はじめに

電気光学変調器では，ポッケルス効果による屈折率変化で生成された位相変調光を，基板上に構成されたマッハツェンダー干渉計によって光強度変調光に変換する，いわゆる，マッハツェンダー（MZ）型電気光学変調が一般的に利用されている．MZ 型電気光学変調器の特徴は，電気光学効果の応答が極めて早いため高速変調動作が可能であり，また，波長依存性が極めて小さく，赤外から可視光に及ぶ広い波長範囲での動作が可能である．さらに，位相変調光を干渉させる際に，特殊な位相バイアス設定などを行うことにより，高度な光変調動作が可能であることもあげられる．DQPSK 等の多値変調や，光差周波信号，光 SSB 信号などの特殊なスペクトルパターンを発生させる変調を一つの MZ 型光変調素器で実現することができる[1]．これらは，大容量光ファイバ伝送システム，高安定ミリ波基準信号発生，高密度光ファイバ無線システムなどの将来の光通信技術において，重要な役割を持つものと期待されている．

しかし，MZ 型電気光学変調器の構造上の問題や作製誤差などによって生じる動作パラメータ，例えば，干渉計での光波の分岐・合波比率の変動が，不要なスペクトル成分を発生させ，高品質な光差周波信号や光 SSB 信号の生成に深刻な影響を与える可能性がある．また，このような高速で複雑な変調動作を行う光変調器の性能指数を，変調光強度の時間的変化の観測から評価することは困難であり，それに代わって，変調光の波長スペクトルを観測し，その振る舞いによって評価，解析する方法が有効であると考えられる．実際に，変調光スペクトルから波長チャープ量を求める手法も既に報告されている．[2,3]

そこで，本報告では，初めに，MZ 型電気光学変調器の各動作パラメータと変調光の波長スペクトルの関係を解析し，動作パラメータを最適化することにより不要なスペクトル成分を抑圧して高品質な光差周波信号および光 SSB 信号発生が可能であることを明らかする．さらに，実験的にその有効性を実証した結果についても述べる．また，長距離大容量光ファイバ伝送の際に問題となる重要な性能指数であるチャープパラメータを，変調光の波長スペクトルの観測により，高精度に同定できる手法を提案する．そして，低チャープ光変調器を試作し，その有効性を実験的に実証した．

2．MZ 型電気光学変調器

図 1 は，一般的な MZ 型電気光学変調器の概略図である．光導波路で構成されたマッハツェンダー干渉計と変調電極から成り，変調信号により生じる電極間の電界によりそれぞれの導波路中の光波に位相変調を施す．干渉計を構成する 2 本の導波路には逆方向の電界がかかるため，印加電圧に応じた位相差が生じ，合波・干渉された光波が出力となる．このときの印加電圧と出力光強度の関係を図 2 に示す．

今，MZ 型光変調器の動作を詳細に検討するため，図 3 に示すように，干渉計を構成する 2 本の導波路に独立に位相変化量($\Delta\phi_1$，$\Delta\phi_2$)が与えられる独立 2 電極型の MZ 型光変調器を考える．まず，干渉計を構成する二つの導波路に分岐した光が受ける位相変化量$\Delta\phi_1$，$\Delta\phi_2$ はそれぞれ次の

ように表される．

$$\begin{cases}\Delta\phi_1 = A_1\cos(\omega_m t + \phi_{m1}) + \phi_{B1} \\ \Delta\phi_2 = A_2\cos(\omega_m t + \phi_{m2}) + \phi_{B2}\end{cases} \tag{1}$$

ここで，ω_m は変調信号の角周波数，A_1，A_2 は誘導位相変化量の振幅で位相変調指数に対応する．ϕ_{m1}，ϕ_{m2} は変調信号の初期位相，ϕ_{B1}，ϕ_{B2} は各光導波路の無変調時の光学長で決まる位相変化量である．最終的に，２本の導波路を伝搬した光波間に生じる位相差$\Delta\phi$は，

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 \\ &= (A_1 - A_2)\cos(\omega_m t + \phi_{m1}) + \phi_B\end{aligned} \tag{2}$$

ここで，$\phi_B = \phi_{B1} - \phi_{B2}$，$\phi_{m1} = \phi_{m2}$ とした．上の式の第１項が変調信号による誘導位相差で，第２項が導波路構造とバイアス電極に印加された電圧とで決まる位相バイアス量である．一般的な光強度変調器では，変調感度が最も高く，線形性が良い $\phi_B = \pi/4$ を動作点としている．

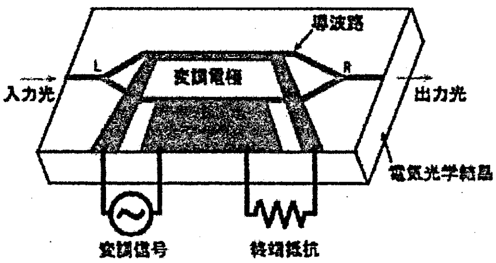


図１　MZ 型電気光学変調器

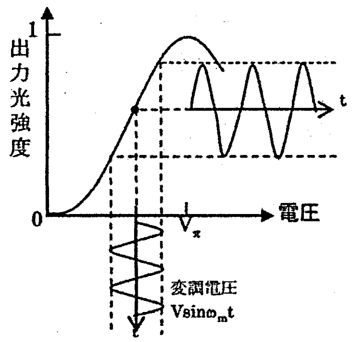


図２ 出力光強度特性

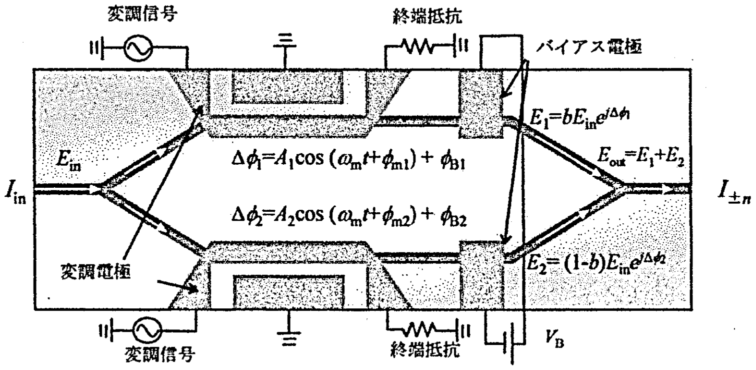


図３　独立２電極構成の MZ 型電気光学変調器

式(2)より，$A = A_1 - A_2$が誘導位相差の振幅となり，光強度変調における変調指数を表す．通常の光強度変調器では，図 1 に示すように，一つの電極を使って２つの導波路に互いに逆方向の電界を印加するため，電極構造が完全に対称であれば$A_1 = -A_2$となり，変調感度も最も高くなる．しかし，電極構造の非対称性などにより位相変調がアンバランス（$A_1 \neq -A_2$）になった場合，位相変調光が干渉により完全に光強度変化に変換されず，光強度変調に伴って残留位相変調成分が生じてしまう．これが波長チャープと言われるもので，長距離の光ファイバ伝送の際などには致命的な悪影響を及ぼす場合がある．波長チャープを表す指標として，チャープパラメータαが次のように，出力光の位相変化と振幅変化の比で定義されている．[4]

$$\alpha = \frac{d\phi}{dt} \Bigg/ \left(\frac{1}{E_{out}} \frac{dE_{out}}{dt} \right) \tag{3}$$

ここで，ϕは出力光の位相である．小信号変調の際には，このチャープパラメータはA_1，A_2を使って，

$$\alpha \approx \frac{A_1 + A_2}{A_1 - A_2} \tag{4}$$

と近似できる[2]．この式からわかるように，誘導位相量の非対称性を示す動作パラメータとして用いることが出来る．そこで，A_1とA_2をαとAを用いて，

$$\begin{cases} A_1 = (\alpha + 1)A/2 \\ A_2 = (\alpha - 1)A/2 \end{cases} \tag{5}$$

と表わす．

最後に，干渉計を構成する二つの導波路への分岐比率をb:1−bとし，bを分岐比，２つの導波路に印加された変調信号の初期位相差$\phi_{m1} - \phi_{m2}$をϕ_mで表し，スキューと呼ぶ．表１に以上の動作パラメータをまとめる．

次に，出力光E_{out}の周波数スペクトル特性を求める．干渉計を構成する２本の各導波路を伝搬した光波の電界振幅E_1，E_2は，

$$\begin{cases} E_1 = bE_{in} e^{j\{\omega_0 t + \phi_{B1} + A_1 \cos(\omega_m t + \phi_{m1})\}} \\ E_2 = (1-b)E_{in} e^{j\{\omega_0 t + \phi_{B2} + A_2 \cos(\omega_m t + \phi_{m2})\}} \end{cases} \tag{6}$$

第１種ベッセル関数J_nを用いて展開し，E_{out}を求めると

$$\begin{aligned} E_{out} = \frac{E_{in}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n j^n \Big\{ & \left(bJ_n(A_1) + (1-b)J_n(A_2) e^{-j(\phi_B + n\phi_m)} \right) e^{j\{(\omega_0 + n\omega_m)t + \phi_{B1} + n\phi_{m1}\}} \\ & + \left(bJ_n(A_1) + (1-b)J_n(A_2) e^{-j(\phi_B - n\phi_m)} \right) e^{j\{(\omega_0 - n\omega_m)t + \phi_{B1} - n\phi_{m1}\}} \Big\} \end{aligned} \tag{7}$$

表１　MZ 型変調器の動作パラメータ

分岐比	位相バイアス	変調指数	チャープパラメータ	スキュー
b	ϕ_B	$A = A_1 - A_2$	$\alpha \approx \frac{A_1 + A_2}{A_1 - A_2}$	ϕ_m

これを各周波数成分に分けて，$\pm n$ 次側波帯成分の強度を $I_{\pm n}$ とし，入力光強度を I_{in} とすると，各スペクトル成分の相対強度 $R_{\pm n}$ は，

$$R_{\pm n}=\frac{I_{\pm n}}{I_{\mathrm{in}}}=\left|bJ_n\{(\alpha+1)A/2\}+(1-b)J_n\{(\alpha-1)A/2\}e^{j(\phi_B\pm n\phi_m)}\right|^2 \quad (n=0,1,\cdots) \qquad (8)$$

ここで，光の伝搬損失は無視している．また，n=0 は搬送波に対応する．この式より，表 1 の各動作パラメータと変調光の各スペクトル成分との関係が計算できる．

3．光スペクトルの制御

3-1 光差周波信号生成

完全にバランスの取れた干渉計(b=0.5, α=0)において，位相差バイアスϕ_Bをπとして，交流変調信号を印加すると，図 4 のような搬送波(R_0)と 2 次側波帯($R_{\pm2}$)が抑圧された，光差周波信号が得られる．この場合，変調周波数の 2 倍の差周波信号が得られ，また，2 つのスペクトル成分の位相関係も完全に一致しているので，この光波を検波すれば，変調信号の 2 倍波のマイクロ波基準信号が得られる．ここで，分岐比 b が 0.5 から僅かにずれた場合のスペクトルの一例を図 5 に示す．分岐比のずれに対して不要スペクトル成分が生じ，光差周波信号の劣化を招くことがわかる．そこで，この影響を詳細に検討した．

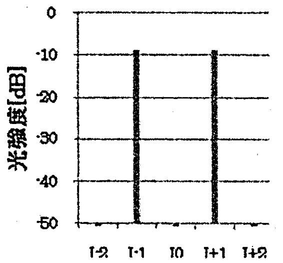


図 4 差周波信号のスペクトル
(b=0.5,A=0.5π[rad])

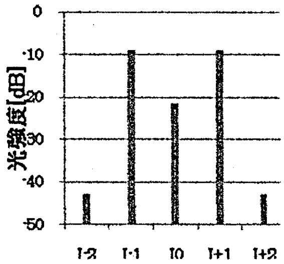


図 5 差周波信号のスペクトル
(b=0.45,A=0.5π[rad])

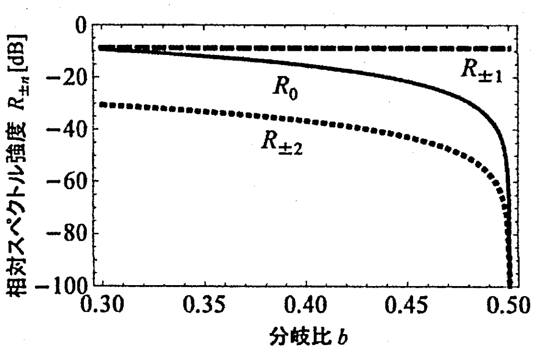


図 6 ϕ_B=πでの分岐比とスペクトル強度の関係

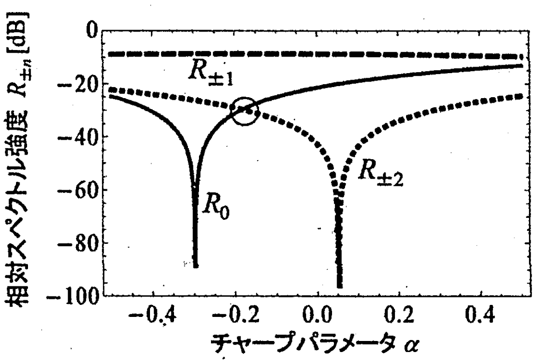
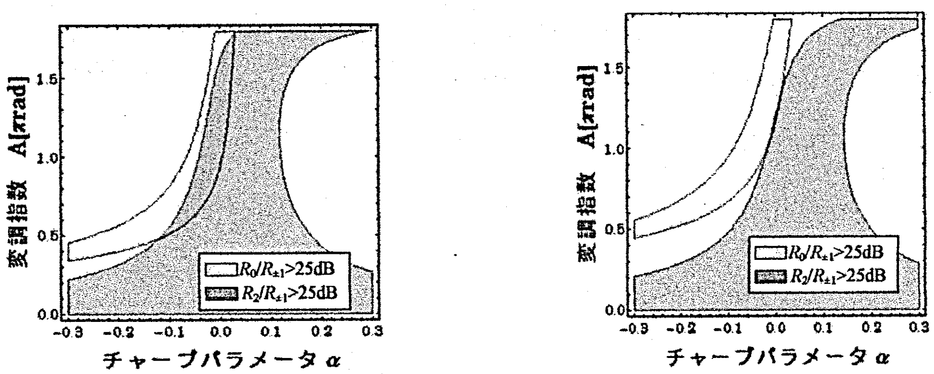


図 7 分岐比 b=0.45 でのチャープパラメータとスペクトル強度の関係

図6には，$\phi_B=\pi$，$\alpha=0$，$\phi_m=0$ としたときの A=0.5π [rad]での，b と $R_{\pm n}$ の関係を計算したものである．図からわかるように，分岐比を0.5からのずれに応じて，本来抑圧されるべき R_0，$R_{\pm 2}$ 成分が生じることがわかる．そこで，チャープパラメータを導入して，不要成分が抑圧することを考えてみる．図7には，b=0.45, A=0.5π [rad]での，チャープパラメータ α と $R_{\pm n}$ の関係を計算したものである．図からわかるように R_0，$R_{\pm 2}$ の最小点が α=0 の位置とは異なっており，この場合には，○印を付けた α が約-0.2の時に，不要スペクトル成分が均等に抑圧でき，望ましい差周波信号が得られることがわかる．

ただし，図7の関係は変調指数 A にも依存することから，α と A との両方を変化させたときの $R_{\pm 1}$ に対する不要成分である R_0，$R_{\pm 2}$ の比率を求めたものを図8に示す．この図から，2つの領域が重なった部分が，$R_{\pm 1}$ に対して，R_0，$R_{\pm 2}$ が共に25dB以上抑圧される領域である．このように，分岐比に応じて変調指数とチャープパラメータの両方を調節することによって，不要スペクトル成分を効果的に抑圧できることがわかる．



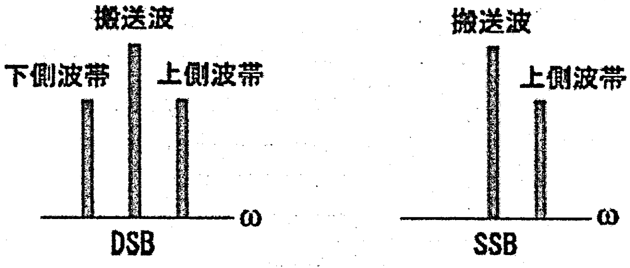
(a) b=0.47　　(b) b=0.45

図8　$R_{\pm 1}$ に対して，R_0，$R_{\pm 2}$ が25dB以上抑圧される条件

3-2 光SSB信号発生

次に，光SSB信号の発生について検討する．通常の光強度変調では，図9(a)のように上下対称の測波帯が生じ，DSB変調とも呼ばれるが，光SSB変調では図9(b)のように上下のどちらか片方の側波帯からなる変調光スペクトルとなる．光SSB変調は，光波長帯域の有効利用ができ，また，長距離光ファイバ伝送においては波長分散の影響を受けにくい利点がある [5]．

光SSB信号の生成には，単純に波長フィルタによって一方の側波帯成分をカットすることは可能であるが，非常に急峻なフィルタを用い，また光源の波長を非常に正確に固定する必要もあり現実的ではない．MZ型光変調器では，位相推移法の原理を利用すれば，位相バイアスとスキューの設定により，簡単に光SSB信号を得ることができる[1]．実際に，式(8)より計算すると，ϕ_B と ϕ_m を，共に±π/2に設定すれば，$I_{\pm 1}$ のどちらか一方が消滅し，光SSB信号が得られる．しかし，ここでも，先ほどの光差周波信号発生の場合と同じく，分岐比 b が0.5からずれた場合には，不要スペクトル成分の完全な抑圧ができないと考えられる．



(a) 通常の強度変調光　　(b) SSB 変調光

図 9　変調光スペクトル

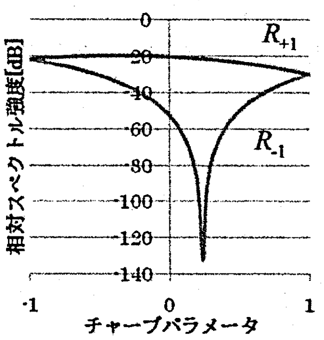


図 10　b=0.4 での 1 次側波帯の相対スペクトル強度

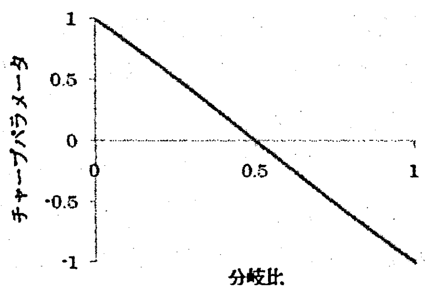


図 11 分岐比と最適チャープ量との関係

そこで，b=0.4 における 1 次側波帯のスペクトル強度を，チャープパラメータに対して計算したものを，図 10 に示す．図からわかるとおり，不要側波帯成分がαに強く依存しており，分岐比が 0.5 からずれているときは，α=0 が最適ではなく，この例ではα=0.24 の位置で不要測波帯成分が完全に抑圧される．図 11 は，このような不要成分が完全に抑圧される最適条件となる分岐比とチャープパラメータの関係を示す．光 SSB 変調においては，分岐比が等分配からずれている場合でもチャープパラメータを調節することによって，不要測波帯成分を完全に抑圧できることがわかる．

3-3 実験

今までの検討結果を検証するために，実際に光差周波信号および光 SSB 信号の発生実験を行った．図 12 に実験系の概略を示す．ニオブ酸リチウムを用いた独立 2 電極構成の光変調器を用い，光波の波長は 1.5μm，変調波は 10GHz とした．変調信号は分配器で 2 つに分け，可変位相器と可変減衰器でチャープパラメータとスキューを調整する．光出力は光スペアナで観測した．変調電極の他に，位相バイアス調整用電極が設けられており，この電極に印加する電圧で位相バイアス ϕ_B を調節する．

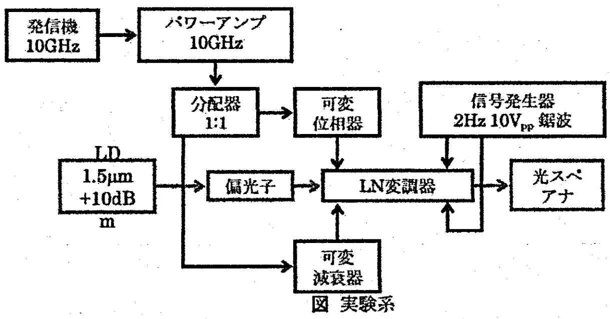
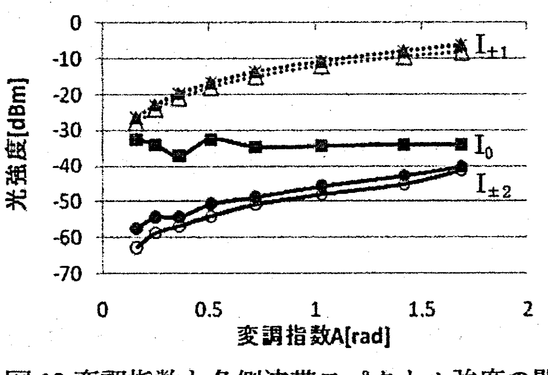


図 12 実験系の概略

まず初めに，位相バイアス電極に印加した直流電圧と出力光強度変化から，位相バイアス電極に対する半波長電圧（V_p：ϕ_Bをπ変化させるために必要な電圧）は 6.65V，消光比は 51.9dB であった．この消光比から分岐比 b は 0.499 と見積もられる．この値は，一般的な変調器に比べて，極めて均等な分岐比率である．

次に，10GHz の変調信号を入力し，各動作パラメータはα=0，ϕ_m=0，ϕ_B=π に固定し，変調信号電力を変化させて，変調指数 A と各スペクトル成分の強度 $I_{\pm n}$ の関係をプロットしたものを図 13 に示す．変調指数の小さな領域での I_0 は本来もっと低くなるはずであるが，ϕ_B のπからのわずかなずれや，漏れ光の影響などで，抑圧されていないと考えられる．

次に，可変減衰器と可変位相器でチャープパラメータを調整し，$R_{\pm1}$ に対して，R_0，$R_{\pm2}$ が最も抑圧された時のスペクトル波形の例を図 14 に示す．$R_{\pm1}$ に対する R_0，$R_{\pm2}$ の抑圧比は 49dB 以上あり，極めて良好な差周波光信号が得られた．



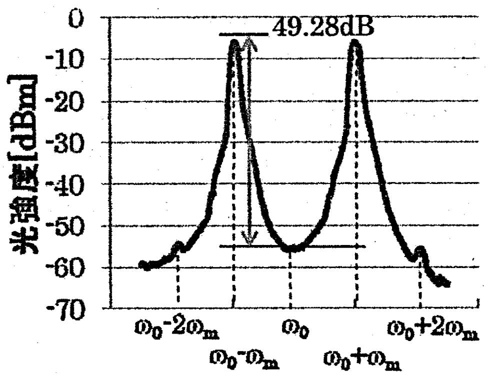


図 13 変調指数と各側波帯スペクトル強度の関係　図 14 光差周波信号のスペクトル

次に，光 SSB 信号発生の実験を行った．位相バイアス電圧および可変位相器を調整し，位相バイアスϕ_B=π/2, スキューϕ_m = π/2 に設定し，図 9(b)に示すような 1 次の下側波帯を抑圧した光 SSB 信号生成を試みた．この場合，予め正確にϕ_B，ϕ_m を所望の値に設定するのは困難であったので，ϕ_B=π/2，ϕ=π/2 付近で，下側波帯が最も抑圧されるようϕ_B，ϕ_m を微調整した．図 15 にスペクトル

強度 I_0，$I_{\pm1}$ の変調指数依存性を示す．図 16 には，A=0.07 と 0.6[rad]におけるスペクトル波形の観測例を示す．A=0.6[rad]のときに，I_{+1} に対する I_{-1} の抑圧比約 50dB が実現できた．

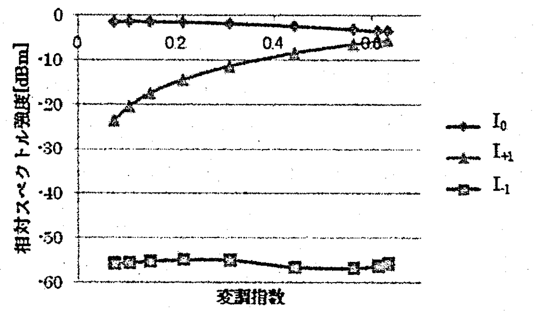


図 15　スペクトル強度の変調指数依存性

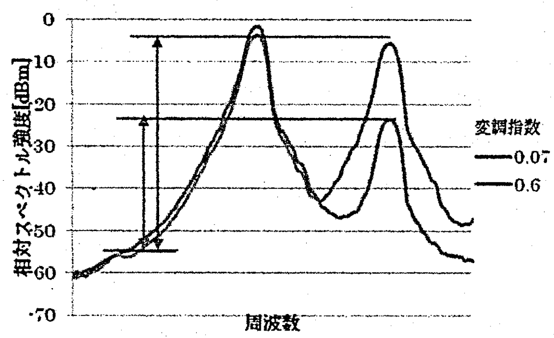


図 16　スペクトル波形の例

4．微小チャープパラメータの評価

先の解析では，不要スペクトル成分の除去のために波長チャープを意図的に導入することを検討したが，MZ 型電気光学変調器は，通常の光強度変調動作時においては元来光波長チャーピングが非常に小さい，高品質な光変調が可能である．しかし，多値変調等を利用した次世代の高密度光情報伝送や，高精度な光応用計測等のためには，より微少なチャーピングの評価・制御技術が必要とされている．そこで，本章では光変調器の性能指数としてのチャープパラメータを高精度に測定する手法について述べる．

チャーピング測定では，実際の光変調信号を，光ファイバ中を伝搬させ，その分散性を利用して，時間波形の変化から直接チャープ特性を測定する方法がある[6]．しかし，この方法では，単一周波数の変調信号で動作させる場合には適用できない．そこで，変調光の波長スペクトルの側波帯成分の振る舞いから求める方法が提案されている[2]．この方法では，狭帯域動作をする共振電極型の光変調器にも適用できる利点がある．今回，これを発展させ，比較的浅く強度変調された変調光からでも，微少なチャープパラメータを測定できる新たな方法を述べ，実際に，共振電極光変調器に適用したので以下に述べる．

図 17 は，式(8)を基にスキューϕ_m=0，分岐比 b=0.5 とし，R_0，$R_{\pm1}$，$R_{\pm2}$ の ϕ_B に対する変化の示したものである．α=0.5 では，側波帯成分が干渉で完全に相殺されないため，抑圧比が顕著に劣化することがわかる．そこで，位相バイアス ϕ_B を変化させた際の $\pm n$ 次側波帯成分の強度 I_n の最大 $I_{n\max}$ と最小 $I_{n\min}$ との比率をスペクトル抑圧比 SR_n とすると，式(8)より，SR_n は以下の通り表される．

$$SR_n = \frac{I_{n\max}}{I_{n\min}} = \left[\frac{\left|J_n\{(\alpha+1)A/2\}\right| + \left|J_n\{(\alpha-1)A/2\}\right|}{\left|J_n\{(\alpha+1)A/2\}\right| - \left|J_n\{(\alpha-1)A/2\}\right|}\right]^2 \qquad (9)$$

図 18 は，2 次側波帯のスペクトル抑圧比 SR_2 とチャープパラメータの関係を，変調指数をパラメ

ータにして表したものである．この図より，A が既知であれば，SR_2 から，0.1 以下の微少なαも測定できることがわかる．また，A の影響はあまり受けず，A<0.5π[rad]程度の比較的浅い変調時でも評価可能である．そこで，SR_n をαの評価に利用することを検討する．一方，変調指数 A については，図 19 に示すように，搬送波の最大強度と 1 次側波帯の最大強度の比から求めることができる．この場合，チャープパラメータαの影響はほとんど受けない．

実験では，10GHz の正弦波を変調電極に与えた状態で，バイアス調整用電極に DC 電圧を印加してϕ_Bを変化させ，光スペクトルアナライザで I_n を観測した．実際に，マイクロストリップ結合線路電極変調器[7]（変調器 A）と，通常のコプレナー線路電極の変調器（変調器 B）のαを評価した．図 20 には電極形状の概略を示す．両変調器ともに，高効率化のために z-cut LN 基板を用いている．変調器の仕様と測定結果を表 2 に示す．変調器 A では，結合線路電極を奇モードで共振させて動作するが，電極構造が対称であることから，$A_1 \fallingdotseq -A_2$ となり，z-cut 基板を用いていながら，α=0.17 という低チャープ特性が得られたと考えられる．以上の結果より，単一周波数変調光の側波帯成分を用いて，微少なチャープパラメータ測定が可能であることが確認できた．

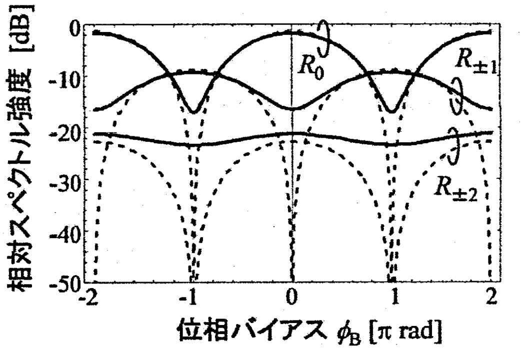


図 17 変調光の側波帯成分の強度のϕ_Bに対する変化（実線はα=0.5, m=0.5π rad，破線はα=0, m=0.5π rad）

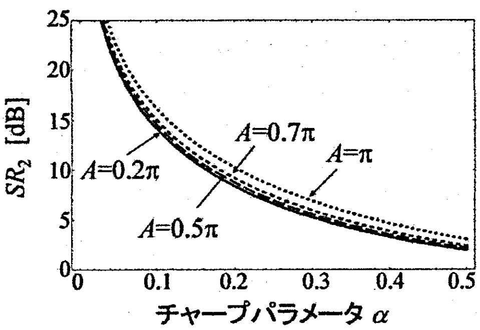


図 18　2 次側波帯のスペクトル抑圧比 SR_2 とチャープパラメータの関係

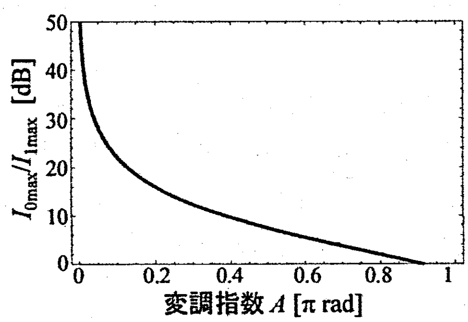


図 19 変調指数と，搬送波と 1 次側波帯の最大強度比の関係

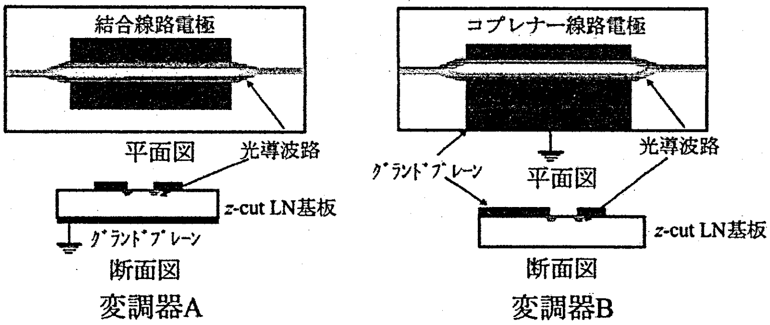


図 20　評価した光変調器の電極形状の比較

表 2　チャープパラメータ測定結果

変調器	変調電極	I_{1max}/I_{0max}	A	I_{2min}/I_{2max}	α
A	ﾏｲｸﾛｽﾄﾘｯﾌﾟ結合線路電極／共振器型	-13.4 dB	0.27 π rad	-9.8 dB	0.17
B	ｺﾌﾟﾚﾅｰ線路電極／進行波型	-12.6 dB	0.29 π rad	-0.38 dB	0.75

5．まとめ

MZ 型電気光学変調器の各動作パラメータと変調光の波長スペクトルの関係を解析した結果，光差周波信号および光ＳＳＢ信号生成において，干渉計の対称性を僅かに崩して波長チャープを導入することにより、不要スペクトル成分を効果的に抑圧できることを示した。さらに，波長チャープを変調光の波長スペクトルの観測により，非常に高精度に同定できる手法を提案した．そして，実際に，低チャープ光変調器を試作し，その有効性を実験的に実証した．

参考文献

[1] T. Kawashima, T. Sakamoto, and M. Izutsu, “High-Speed Control of Lightwave Amplitude, Phase, and Frequency by use of Elctrooptic Effect,” *IEEE J Selected Topics of Quantum Electronics*, **vol.13**, no.1 pp.79-91, 2007.

[2] T. Kawanishi, K. Kogo, S. Oikawa, M. Izutsu, “Direct measurement of chirp parameters of high-speed Mach-Zehnder-type optical modulators,” *Opt. Commun.* **vol.195**, pp.399-404, 2001.

[3] L. S. Yan, A. E. Willner and Y. Shi, “Chirp measurement of electro-optic modulators using simple optical spectrum analysis,” *Optical Fiber Communications Conference (OFC)*, **vol.1**, pp.70 – 72, 2003.

[4] F. Koyama, K. Iga, “Frequency chirping in external modulators,” *J. Lightwave Technol.*, **6**, p.87-93 1988.

[5] T. Kuri, K. Kitayama, A. Stöhr, Y. Ogawa, “Fiber-Optic Millimeter-Wave Downlink System Using 60

GHz-Band External Modulation," *J. Lightwave Technol.*, **vol.17**, no.5, pp.799-806, 1999.
[6] Y. Kotaki and H. Shoda, "Time-resolved chirp measurement of modulator-integrated DFB LD by using a fiber interferometer," *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, FC4 (1995).
[7] A. Enokihara, H. Yajima, H. Murata, Y. Okamura, "Guided-wave electro-optic modulators using novel electrode structure of coupled microstrip line resonator," IEICE Trans. Electron. **E88-C,** pp.372-378, 2005.

輻射科学研究会資料
RS09-08

マイクロ波回路設計における、シミュレーションデータを元にしたパラメータの補間

– 離散的なデータからの設計パラメータの決定 –

Interpolation of simulation data for microwave circuit design

木下 照弘

Teruhiro Kinoshita

東京工芸大学工学部
コンピュータ応用学科

Tokyo Polytechnic University

小西 良弘

Yoshihiro Konishi

(株) ケイラボラトリー

K-laboratory

2009 年 7 月 30 日

於 兵庫県立大学

概要

離散的に変化させた設定値に対するシミュレータによる解析結果から得られる特性値に対して補間操作を行ない，指定した特性値を得るための設定値を逆算する方法について検討している．離散的データに対しては1次および3次の補間を用い，逆算にはニュートン法を使用している．具体的な例として，誘電体基板中に埋め込んだ縦型平面回路に対して得られているFD-TD解析データについて，偶励振と奇励振に対するインピーダンス値を指定して，線路の幅と間隔を決定する場合の解の収束と誤差について検討している．

1　はじめに

コンピュータの高性能化に伴い，マイクロ波回路の設計においてもシミュレータが盛んに活用されている．マイクロ波シミュレータは解析ツールであり，誘電率や線路形状・寸法などの設定値(パラメータ)から，インピーダンスなどの特性を数値的に推定するものである．これに対し，設計では所望の特性を得るための設定値を決定する必要がある．このように，解析と設計は逆の関係にあることから，シミュレーション結果を設計に活用するには工夫が必要となる．実用的な面からはシミュレータにより得られた結果をデータとして読み取り，特性値を入力するとパラメータ値を算出して表示するツールが望まれる．

ここでは，シミュレーションデータの活用方法の一つとして，設計パラメータを離散的に変化させて得られる特性値の数表をもとに，補間により特性値からパラメータを決定する方法について報告する．特性値が1つで，かつ，設計パラメータが1つの場合は，パラメータを変化させて得られる特性値のグラフから所望の特性値を与えるパラメータを決定することは容易であるが，特性値，および，設計パラメータが複数の場合は，計算機の利用を考えることになる．ここでは，パラメータが複数の場合について，離散的なシミュレーションデータの数表から補間関数を定義し，逐次近似により所望の特性を得るための設計パラメータの決定方法について述べる．具体的に，設計パラメータが2つの場合について，それを決定するプログラムを作成し有効性が確認できたので，併せて報告する．

2　原理

2.1　補間関数

2.1.1　1次補間

2次元の離散的なデータを区分的な関数を用いて補間する場合には，幾つかの関数が考えられるが，ここでは，等間隔でデータが与えられているものとして，図1に示す区分的な関数を取り上げる．

$$\phi(x,y) = \begin{cases} (1-|x|)(1-|y|), & |x| \le 1,\ \text{かつ}\ |y| \le 1 \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \tag{1}$$

を用いて，x, y 方向に等間隔な格子上の離散点 (x_i, y_j) で与えられたデータ値

$$a_{i,j}, \quad (i = 1,2,3,\cdots,N,\ j = 1,2,3,\cdots,M)$$

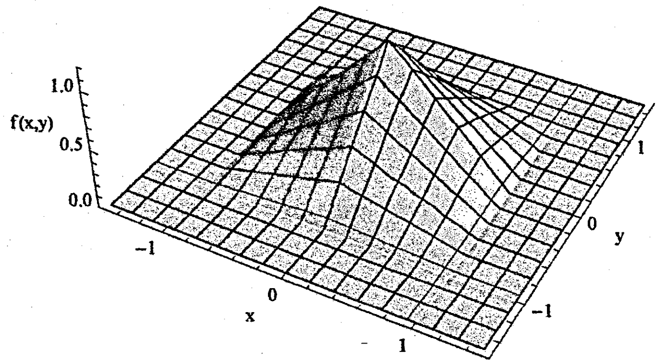


図 1: 区分的関数 $\phi(x,y)$

に対して，補間関数を次のように定義する：

$$f(x,y) \;=\; \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} a_{i,j}\,\phi\left(\frac{x-x_i}{\Delta_x},\frac{y-y_j}{\Delta_y}\right) \tag{2}$$

ここで，

$$\begin{aligned}\Delta_x &= x_{i+1}-x_i\\ \Delta_y &= y_{j+1}-y_j\end{aligned}$$

である．

2.1.2 3 次近似

式 (2) は離散データの折れ線近似 (1 次近似) である．高次の曲線を用いれば滑らかな補間を行なうことができる．そこで，3 次曲線による近似を検討する．データの間隔を Δ_x, Δ_y とし，$(i\Delta_x, j\Delta_y)$ での値が $a_{i,j}$，$(i=1,2,3,\cdots,N, j=1,2,3,\cdots,M)$ であるデータ列に対して，

$$n\Delta_x \le x < (n+1)\Delta_x, \qquad m\Delta_y \le y < (m+1)\Delta_y$$

での値を $x=i\Delta_x, y=j\Delta_y$ において $a_{i,j}$，$(i=n-1,n,n+1,n+2,\ j=m-1,m,m+1,m+2)$ を通る x,y それぞれについて 3 次式の曲面で近似する．

$$f(x,y) \;=\; \sum_{i=n-1}^{n+2}\sum_{j=m-1}^{m+2} a_{i,j}\,g_{i-n+1}\left(\frac{x-n\Delta_x}{\Delta_x}\right) g_{j-m+1}\left(\frac{y-m\Delta_y}{\Delta_y}\right) \tag{3}$$

ただし，

$$g_0(x) \;=\; -\frac{1}{6}x(x-1)(x-2) \tag{4}$$

$$g_1(x) \;=\; \frac{1}{4}(x+1)(x-1)(x-2) \tag{5}$$

$$g_2(x) = -\frac{1}{2}(x+1)x(x-2) \tag{6}$$
$$g_3(x) = \frac{1}{6}(x+1)x(x-1) \tag{7}$$

である.

2.2 逐次近似

連立方程式

$$f_1(\boldsymbol{r}) = h_1 \tag{8}$$
$$f_2(\boldsymbol{r}) = h_2 \tag{9}$$

に対して，誤差関数

$$I(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\{f_1(\boldsymbol{r}) - h_1\}^2 + \{f_2(\boldsymbol{r}) - h_2\}^2} \tag{10}$$

を定義し，ニュートン法により，

$$I(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{11}$$

を満足する $\boldsymbol{r} = (x, y)$ の逐次近似解 (数値解) を求める．次の 2 つの方法について検討する．

2.2.1 $I(\boldsymbol{r})$ の零点

$I(\boldsymbol{r}) \geq 0$ であるから，求める解は $I(\boldsymbol{r})$ の最小値でもある．
適当な近似解 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}^{(0)}$ を初期値として，逐次近似式

$$\boldsymbol{r}^{(k+1)} = \boldsymbol{r}^{(k)} - \frac{I^2(\boldsymbol{r}^{(k)})}{\left|\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}^{(k)})\right|^2}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}^{(k)}) \tag{12}$$

により数値解を求める (付録参照)．ただし，

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} \displaystyle\sum_{\ell=1}^{2}\{f_\ell(\boldsymbol{r}) - h_\ell\}\frac{\partial f_\ell(\boldsymbol{r})}{\partial x} \\ \displaystyle\sum_{\ell=1}^{2}\{f_\ell(\boldsymbol{r}) - h_\ell\}\frac{\partial f_\ell(\boldsymbol{r})}{\partial y} \end{pmatrix} \tag{13}$$
$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{14}$$

である．

2.2.2 ニュートン法

連立方程式 (8), (9) の数値解をニュートン法により求める．連立方程式

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^{(k)} - h_1 \\ f_2^{(k)} - h_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\Delta x &= x^{(k)} - x^{(k+1)}\\ \Delta y &= y^{(k)} - y^{(k+1)}\end{aligned}$$

を $\begin{pmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{pmatrix}$ について解たものを整理して得られる逐次近似式

$$\begin{pmatrix} x^{(k+1)} \\ y^{(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^{(k+1)} \\ y^{(k+1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial y} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_1^{(k)} - h_1 \\ f_2^{(k)} - h_2 \end{pmatrix} \tag{15}$$

$(k = 1, 2, 3, \cdots)$ により数値解を求める．

3 設計パラメータの決定

図 2 に示すようなマイクロ波回路について，シミュレーションデータをもとにして，設定された電気的特性より設計パラメータを決定する．

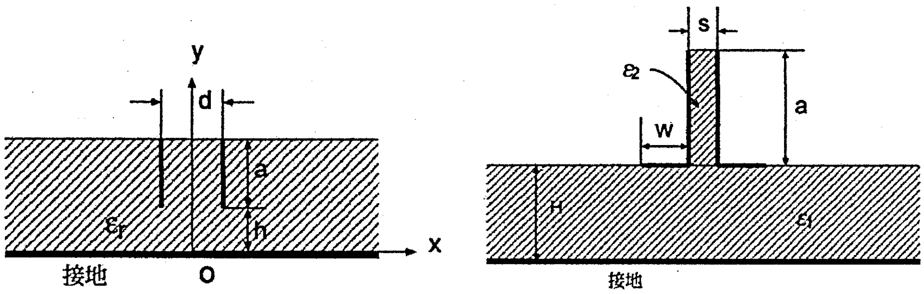


図 2: マイクロ波フィルタ回路 (密結合線路)

3.1 誘電体基板中の縦型平面回路

図 3 に示す誘電体基板中に電極を埋め込んだ縦型平面回路において，d/h, a/h を設計パラメータとし，偶励振および，奇励振でのインピーダンス $Z_{\text{even}}, Z_{\text{odd}}$ の値を与え，d/h, a/h を決定する．

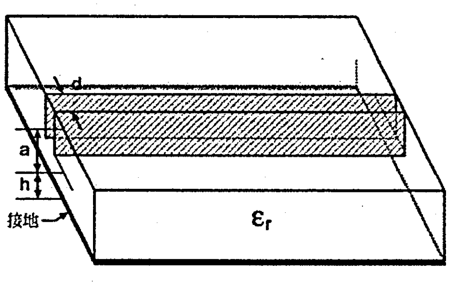


図 3: 基板中の縦型平面回路

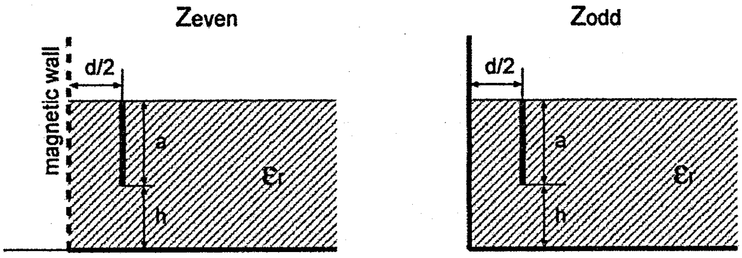


図 4: 偶励振と奇励振に対する等価線路

表 1 に偶励振，および，奇励振でのインピーダンス $Z_{\mathrm{even}}, Z_{\mathrm{odd}}$ の FD-TD 法によるシミュレーション結果の一部を示す．比誘電率 $\varepsilon_r = 1$ の場合に，d/h を 0.1 間隔で 0.4〜0.7 まで変化させ，a/h も 0.1 間隔で 0.5〜0.8 と変化させている．このデータに対して式 (2) を用いてインピーダンスを 1 次補間して得られたものを $0.1 \leq a/h \leq 1.0, 0.1 \leq d/h \leq 1.0$ の範囲で図 5 に示す．図中で横軸は a/h，縦軸は d/h である．

表 1: 縦型平面回路のインピーダンス

Z_{even} $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\mathrm{even}}[\Omega]$	d/h 0.4	0.5	0.6	0.7
$a/h = 0.5$	271.9057646	262.0329573	253.8054611	246.6099306
0.6	262.4838660	253.3896932	245.6184855	237.8758001
0.7	254.6650632	246.1159614	238.6579567	231.9288556
0.8	247.6990462	239.6932606	232.6053509	225.9678548

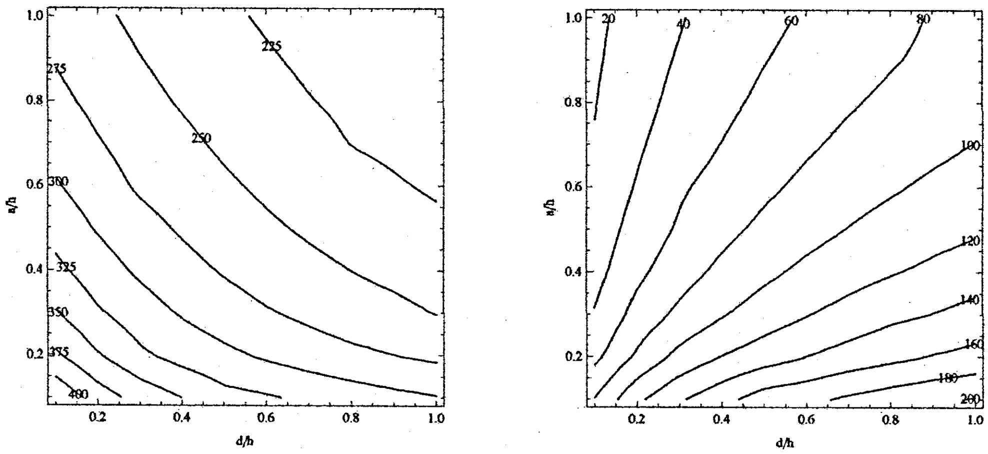
Z_{odd} $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\mathrm{odd}}[\Omega]$	d/h 0.4	0.5	0.6	0.7
$a/h = 0.5$	74.49642262	84.57497272	93.18929111	100.6014104
0.6	66.73207632	76.20566964	84.47944962	92.30729556
0.7	60.43225053	69.56484686	77.39296490	84.20903859
0.8	55.30937755	63.94516251	71.47225929	78.1319798

図 4 に示す偶励振と奇励振の等価回路からもわかるように，偶励振では奇励振と比較して電極と接地間の静電容量が小さく，インピーダンスは大きくなる．また，a の増加に伴い，静電容量が増加し，インピーダンスは小さくなる．d が小さくなると奇励振では電極間隔が狭くなりインピーダンスは減少するのに対して，偶励振では実効的な電極の面積が小さくなりインピーダンスは増加している．

インピーダンスの変化はなだらかであることから，比較的容易に所望の $Z_{\mathrm{even}}, Z_{\mathrm{odd}}$ を得るためのパラメータ $d/h, a/h$ を決定できると予測される．

例として $Z_{\mathrm{even}} = 250[\Omega], Z_{\mathrm{odd}} = 80[\Omega]$ に対応する $d/h, a/h$ を求める．横軸を d/h，縦軸を a/h として描いた $Z_{\mathrm{even}} = 250[\Omega], Z_{\mathrm{odd}} = 80[\Omega]$ の曲線を図 6 に示す．2 つの曲線の交点が求めるパラメータ値である．



$Z_{\mathrm{even}}(d/h, a/h)$ $Z_{\mathrm{odd}}(d/h, a/h)$

図 5: Z_{even} および Z_{odd}

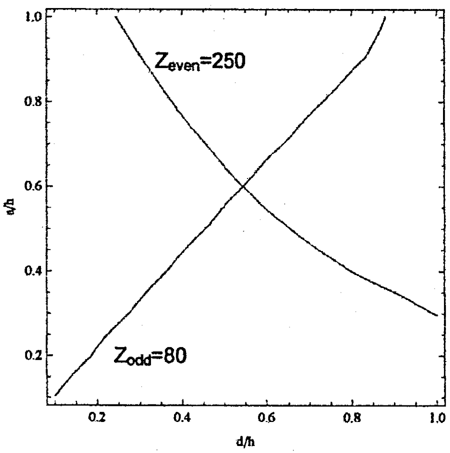


図 6: Z_{even} と Z_{odd}

d/h-a/h 平面上での誤差

$$I = \sqrt{(Z_{\mathrm{even}} - 250)^2 + (Z_{\mathrm{odd}} - 80)^2}$$

を図 6 に示す．$I(a/h, d/h)$ の等高線は，$I = 0$ を中心とした単調な同心円に近い曲線を描いており，$I = 0$ となる $(a/h, d/h)$ の値が容易に求まる．図中に $a/h = 0.5, d/h = 0.6$ を初期値として，逐次近似により $I = 0$ の数値解を求めたときの逐次近似値を × 印で示す．また，ニュートン法による数値解を○印で示している．

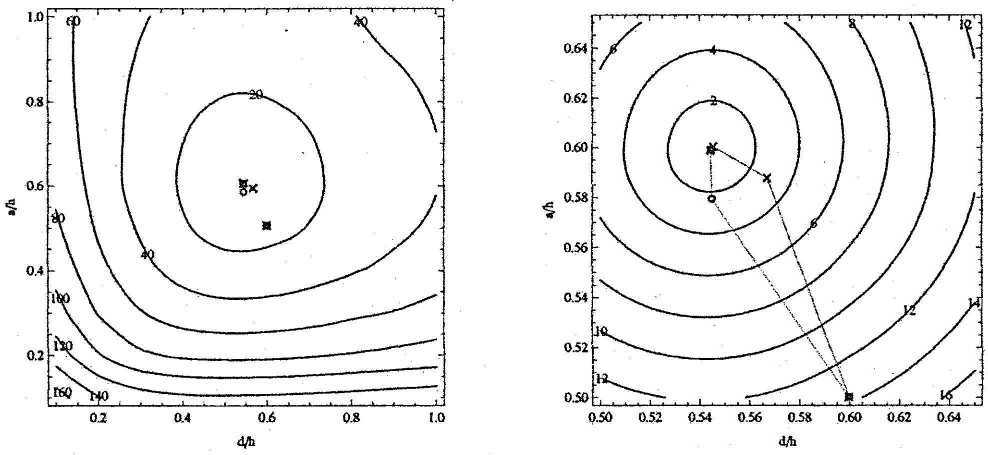


図 7: 誤差 I と逐次近似解

図 7 に逐次近似により誤差が零に収束する様子を示す．横軸はくり返しの回数 k，縦軸は誤差 $I^{(k)}$ を表す．ニュートン法では 3 回のくり返しで誤差が 10^{-6} 以下になり，非常に収束が速いことがわかる．

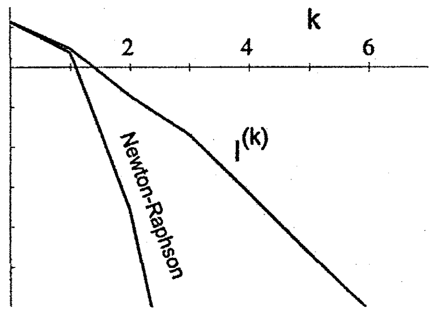


図 7： 誤差 I の収束

$Z_{\mathrm{even}} = 250[\Omega], Z_{\mathrm{odd}} = 80[\Omega]$ に対して得られた $d/h, a/h$ の値は

$$\frac{a}{h} = 0.5989392 \qquad \frac{d}{h} = 0.54477066$$

であった．

表 2: 縦型平面回路のインピーダンス

Z_{even} $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\mathrm{even}}[\Omega]$	d/h 0.3	0.5	0.7
$a/h = 0.3$	310.9748732	286.2197583	269.1396722
0.5	283.2325508	262.0329573	746.6099306
0.7	264.1289944	246.1159614	231.9288556

Z_{odd} $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\rm odd}[\Omega]$	d/h		
	0.3	0.5	0.7
$a/h = 0.3$	84.31732605	109.5787043	127.050325
0.5	62.34309538	84.52497272	100.6014104
0.7	50.35906306	69.56484686	84.20903859

次に，1 次補間と 3 次補間，および，$a/h, d/h$ の間隔の違いによる結果を表 3 に示す．

表 3: 補間の次数およびパラメータの間隔の違いに対する比較
($Z_{\rm even} = 250[\Omega]$, $Z_{\rm odd} = 80[\Omega]$)

	1 次補間		3 次補間	
	a/h	d/h	a/h	d/h
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.1$	0.5989392	0.5447706	0.59888893	0.54359990
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.2$	0.6080750	0.5465167	0.59739095	0.54293036
絶対誤差	0.0091358	0.0017461	0.00149834	0.00066944
誤差/データ間隔	約 9%	約 2%	約 1%	約 1%

表より，1 次補間においてもパラメータの間隔の 10%以内の精度で求まっていることがわかる．

設計に活用することを考慮して，Java Applet として動作するプログラムを作成した．また，既存のシミュレータでは解析結果を MS Excel などの表計算データとして結果を出力するものが見掛けられるので，今回作成したプログラムではテキスト形式，および，csv 形式のファイルからデータを読み込むこととした．

4 まとめ

マイクロ波シミュレータから得られるような離散的パラメータに対する特性値の数表を補間して，特性値からパラメータ値を逆に決定する方法について検討した．誘電体基板中の縦型平面回路についてのシミュレーションデータを補間して，偶励振，および，奇励振時のインピーダンスを指定することで，設計パラメータである電極幅と間隔を決定する場合について述べた．この方法はパラメータが 3 つ，4 つと増えた場合にも拡張可能である．

謝辞

今回の報告にあたり，貴重なデータをご提供下さった大阪大学の塩見英久先生，EM テクノロジーの薮内広一氏，および，アンソフト・ジャパンの鈴木誠氏に感謝申し上げます．

参考文献

[1] 小西良弘, “マイクロ波フィルタ回路の構成と設計,” MWE2008 Micorwave Workshop Digest, pp. 483–492, 2008.

[2] 小暮裕明, “電磁界シミュレータで学ぶ高周波の世界,” CQ 出版, 1999.

A　付録

A.1　逐次近似

誤差関数 $I(\boldsymbol{r})$ をテイラー展開して得られる近似式

$$
\begin{aligned}
I(\boldsymbol{r}+\delta\boldsymbol{r}) &\simeq I(\boldsymbol{r})+\delta\boldsymbol{r}\cdot\mathrm{grad}I\,(\boldsymbol{r}) &\quad (16)\\
&= I(\boldsymbol{r})+2\left\{(f_1(\boldsymbol{r})-h_1)\,\frac{\partial f_1}{\partial x}+(f_2(\boldsymbol{r})-h_2)\,\frac{\partial f_2}{\partial x}\right\}\cdot\delta x\\
&\quad +2\left\{(f_1(\boldsymbol{r})-h_1)\,\frac{\partial f_1}{\partial y}+(f_2(\boldsymbol{r})-h_2)\,\frac{\partial f_2}{\partial y}\right\}\cdot\delta y &\quad (17)
\end{aligned}
$$

により近似の改善を行う．このとき，$I(\boldsymbol{r}+\delta\boldsymbol{r})$ は $\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r})$ と平行な方向に最も急に変化するので，この方向に $\delta\boldsymbol{r}$ を選び，$I(\boldsymbol{r})$ の最小値である式 (11) の零点に近付ける．スカラ量 t を用いて，

$$\delta\boldsymbol{r}=t\,\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r})$$

と置いて式 (16) に代入すれば，

$$I(\boldsymbol{r}+\delta\boldsymbol{r}) \simeq I(\boldsymbol{r})+t\,|\,\mathrm{grad}I\,(\boldsymbol{r})|^2$$

と表されるので，$I(\boldsymbol{r}+\delta\boldsymbol{r})=0$ と置き，t について解けば，

$$t = -\frac{I(\boldsymbol{r})}{|\,\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r})\,|^2} \quad (18)$$

が求まる．これから，$\boldsymbol{r}^{(k)}$ に対する逐次近似式

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}^{(k+1)} &= \boldsymbol{r}^{(k)}+t_k\,\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r}^{(k)}) &\quad (19)\\
t_k &= -\frac{I(\boldsymbol{r})}{\left|\,\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r}^{(k)})\,\right|^2} &\quad (20)
\end{aligned}
$$

が導出される．ただし，

$$
\begin{aligned}
I(\boldsymbol{r}^{(k)}) &= \sqrt{\left\{f_1(\boldsymbol{r}^{(k)})-h_1\right\}^2+\left\{f_2(\boldsymbol{r}^{(k)})-h_2\right\}^2} &\quad (21)\\
\mathrm{grad}I(\boldsymbol{r}) &= \frac{1}{I(\boldsymbol{r}^{(k)})}\begin{pmatrix}\displaystyle\sum_{\ell=1}^{2}\{f_\ell(\boldsymbol{r})-h_\ell\}\,\frac{\partial f_\ell(\boldsymbol{r})}{\partial x}\\ \displaystyle\sum_{\ell=1}^{2}\{f_\ell(\boldsymbol{r})-h_\ell\}\,\frac{\partial f_\ell(\boldsymbol{r})}{\partial y}\end{pmatrix} &\quad (22)
\end{aligned}
$$

である．

輻射科学研究会資料
RS09-09

右手系/左手系複合線路を用いた広帯域小型ラットレース回路

Broadband Compact Rat-Race Circuits Using Composite Right-/Left-Handed Transmission Lines

水野　裕之　　河合 正　　太田 勲†　　榎原 晃
Hiroyuki Mizuno　Tadashi Kawai　Isao Ohta　Akira Enokihara

兵庫県立大学大学院　工学研究科，†兵庫県立大学特任教授
Graduate School of Engineering, University of Hyogo
†Specially Appointed Professor, University of Hyogo

あらまし　群速度と位相速度の方向が異なる左手系媒質が注目され，マイクロ波回路への応用も検討されている．本論文では，右手系/左手系複合線路(CRLH-TL)に着目し，その位相進みの特性を利用してラットレース回路を，電気長が-90度の分岐線路3つと90度の分岐線路1つからなる構成にすることで，小型で広帯域な回路特性が実現できることを示している．また，通常のマイクロストリップ線路構成では実現が困難となる疎結合回路についても検討を行い，CRLH-TLを用いた提案回路の有効性を数値解析と試作実験により明らかにしている．

キーワード　マイクロ波受動回路素子，右手系/左手系複合線路，ラットレース回路，広帯域

1. まえがき

群速度と位相速度の向きが反対となる左手系媒質は，位相進みや負の屈折率を有するなどその特性が注目され，マイクロ波・ミリ波回路への応用も検討されてきた．近年，移動体通信技術の急速な発展に伴い，システムを構成する各種回路にも小型，広帯域，マルチバンドなど高性能化が要求される．左手系線路をマイクロ波回路に適用する場合，T.Itohらによって提案された右手系／左手系複合線路(CRLH-TL)として取り扱うことが一般的である[1][2]．同相／逆相回路としてよく用いられるラットレース回路についても，通常の右手系線路(RH-TL)の回路構成で270度の電気長を有する線路をCRLH-TLの-90度線路で置換した回路構成が報告されている[3][4]．また，著者らは非均一な左手系セルによるCRLH-TLを用いて小型で広帯域なラットレース回路が構成できることを示している[5][6]．このようにCRLH-TLを利用することで，通常のRH-TLにはない位相進みの特性を利用することが可能となり，RH-TLのみでは実現できない回路特性を得ることができると考えられる．

本論文では，90度線路3本と270度線路1本から構成されるラットレース回路に，CRLH-TLを利用することにより，-90度線路3本と90度線路1本からなる回路構成を提案して設計を行っている．その結果，分布定数線路理論に基づく原型回路に比べ広帯域な特性が実現可能となることを示している．また，従来のマイクロストリップ線路（右手系）構成では製作精度の問題などから実現が困難となる疎結合回路についても検討を行い，提案回路が有効となることも併せて示している．これらCRLH-TLを用いた本回路構成法は市販電磁界シミュレータによる数値解析と試作実験により実験的にもその妥当性を確認している．

2. 右手系／左手系複合線路

図 1(a), (b)に右手系線路(RH-TL)と左手系線路(LH-TL)の単位長さ当りの等価回路(単位セル)を示す．ここで単位セル当りの位相遅れϕ_R，ϕ_Lは以下の式で表わすことができる．

$$\phi_R = -\arctan\left[\frac{\omega(\frac{L_R}{Z_{0R}}+C_R Z_{0R})}{2-\omega^2 L_R C_R}\right] \quad (1)$$

$$\phi_L = -\arctan\left[\frac{\omega(\frac{L_L}{Z_{0L}}+C_L Z_{0L})}{1-2\omega^2 L_L C_L}\right] \quad (2)$$

下付添字R，LはそれぞれRH，LHを示す．ここで特性インピーダンスは，

$$Z_{0R}=\sqrt{L_R/C_R} \quad Z_{0L}=\sqrt{L_L/C_L} \quad (3)$$

となる．LH-TLを実際に構成する場合，寄生成分である直列インダクタンスおよび並列キャパシタが潜在的に含まれることから，理想的なLH-TLを実現することはできないと考えられる．従って図1(c)に示す，上記の寄生成分を考慮した右手系／左手系複合線路(CRLH-TL)が最も一般的な左手系線

路モデルである．この単位セル当りの位相遅れϕ_Cは以下の式で与えられる．

$$\phi_C = \phi_R + \phi_L \quad (4)$$

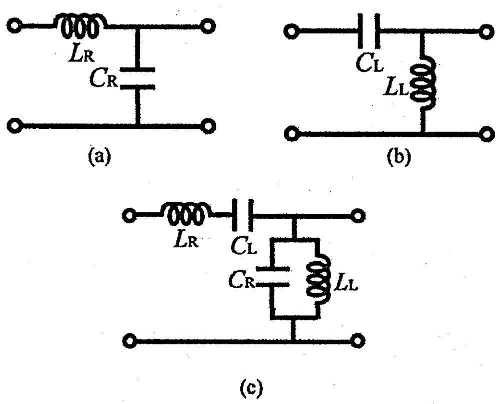


図1　各種伝送線路の単位長さ当りの等価回路.
(a) RH-TL, (b)LH-TL, (c)CRLH-TL.

図2にRH, LH, CRLHの各線路の位相特性を示すが，ϕ_Rは周波数に対して直線的に変化し，その値は常に正となる．これに対して，ϕ_Lは常に負となる．ここでϕ_Cはϕ_Rとϕ_Lを重ね合わせることで破線のように変化し，低域側ではLH性が，高域側ではRH性がそれぞれ支配的となることがわかる．さらに低域側には位相遅れが負となる位相進みの領域が存在することが分かる．

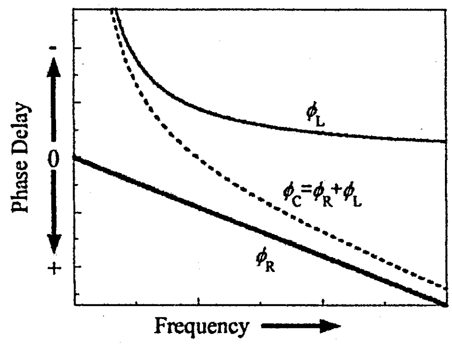


図2　位相特性

図1(c)をNセル縦続接続したときの，動作周波数fにおけるCRLH-TL全体での位相遅れθ_Cは式(5)で表わされる．

$$N\phi_C(f) = \theta_C \quad (5)$$

本論文で取り扱うCRLH-TLモデルを図3に示す．ここでLH-TL部は集中定数モデルとし，RH-TL部は伝送線路モデルとして両端に接続している．

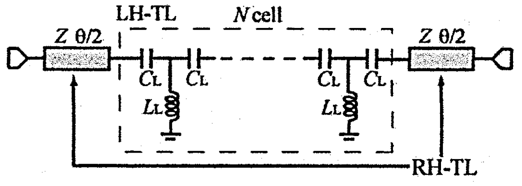


図3　CRLH-TLモデル

ここではLH-TL部をT型回路の縦続接続した構成としているため，以下に単位セルについて，その設計式を示す．

LH-TL部の単位セルの位相遅れをθ_Lとすると，以下の式で表わされる．

$$\theta_L = \frac{\theta_C - \theta}{N} \quad (6)$$

次に，図4に示すような特性インピーダンスZ，負の電気長θ_L(<0)をもつ伝送線路を考え，それと等価なT型回路を得るには，両者のABCD行列が等しいとした次式より，各リアクタンスを導出できる．ここでZは50Ωで規格化した値である．

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_L & jZ\sin\theta_L \\ j\dfrac{1}{Z}\sin\theta_L & \cos\theta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{X_{T2}}{X_{T1}} & j2X_{T2}-\dfrac{X_{T2}^{\,2}}{X_{T1}} \\ \dfrac{1}{jX_{T1}} & 1-\dfrac{X_{T2}}{X_{T1}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

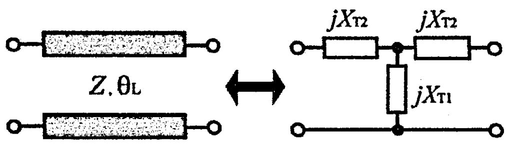


図4　伝送線路とそれと等価なT型回路

T型回路のX_{T1}とX_{T2}をL_L，C_Lに置き換えた場合，次式の通りC_L，L_Lが導出できる．ここで各値は，50Ωと設計角周波数で規格化されているものとする．

$$L_L = -\frac{Z}{\sin\theta_L} \quad (8a)$$

$$C_L = \frac{\sin\theta_L}{Z(\cos\theta_L - 1)} \quad (8b)$$

3．等分配ラットレース回路の構成

図 5 に示す通常のラットレース回路は動作周波数で 90° の電気長を有する伝送線路 3 本と，270° 線路 1 本で構成される(以後，原型回路と呼ぶ)．この回路の 270° 線路を，CRLH-TL を用いた-90° 線路で置き換えた小型な回路構成が報告されている [2][4]．

これらに対して本論文では，前節の CRLH-TL からなる 3 本の-90° 線路と 1 本の 90° 線路での回路構成(図 6 参照)を考える．LH-TL の単位セル数 N=2 として，前節で述べた式を用いて，回路パラメタを導出する．この設計においては RH-TL の電気長 θ の決定に自由度が生じる．ここでは回路の小型化を考慮して θ=4[deg.]としている．

図 6 の回路構成で等分配ラットレース回路を設計する場合のパラメタと散乱行列の周波数特性を図 7 に示す．同図より動作周波数において同相／逆相で等分配出力が得られている．反射・アイソレーションの許容限界を-20dB，分配のアンバランスを±0.5dB としたときの比帯域幅は約 46.7%である．原型回路の比帯域幅が約 27.8%であり，それに比べ非常に広帯域な特性となっていることがわかる．

さらに回路を小型化するため，90° 線路を準集中定数化することを検討する．図 8 に伝送線路と T 型回路からなる RH-TL モデルを示す．このモデルは，図 3 に示す CRLH-TL のモデルのインダクタとキャパシタを入れ替えた構成であるから，同様の手法で以下の式を用いて各パラメタを導出することができる．

$$L_R = Z\frac{1-\cos\theta_r}{\sin\theta_r} \tag{10a}$$

$$C_R = \frac{\sin\theta_r}{Z} \tag{10b}$$

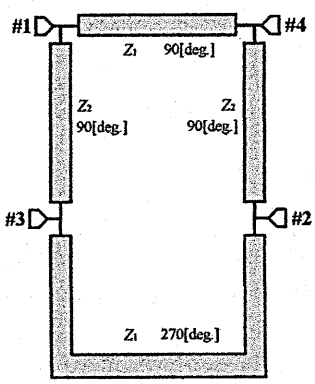


図 5 原型ラットレース回路

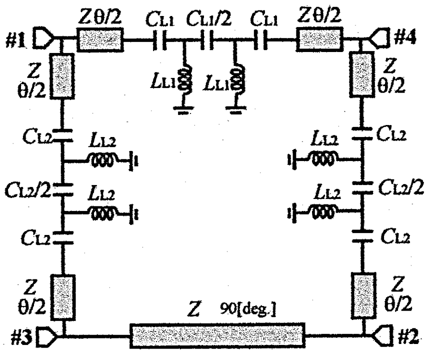


図 6 回路構成

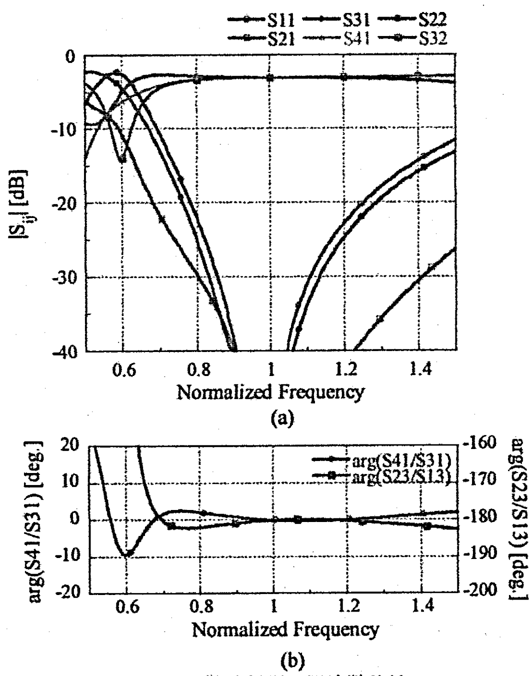


図 7 散乱行列の周波数特性．
(a) 絶対値，(b) 出力位相差．
Z=1.4, L_{L1}= L_{L2}=1.9, C_{L1}= C_{L2}=1.6, θ=4[deg.]

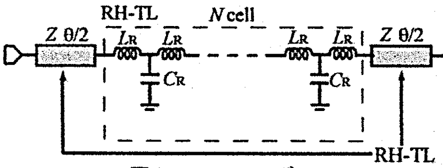


図 8　RH-TL モデル

図 9 に 90° 伝送線路を準集中定数化した回路構成を示す．ここでも集中定数部の単位セル数 N を 2 としている．等分配ラットレース回路を設計する場合のパラメタと散乱行列の周波数特性を図 10 に示す．比帯域幅は約 44.9%であり，図 6 の回路構成と同程度の動作帯域幅が得られていることが分かる．

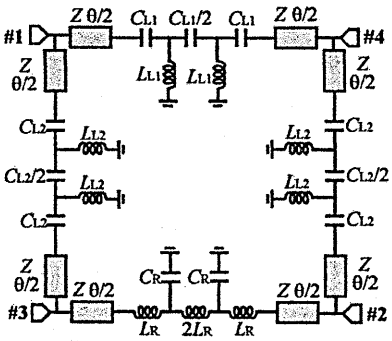
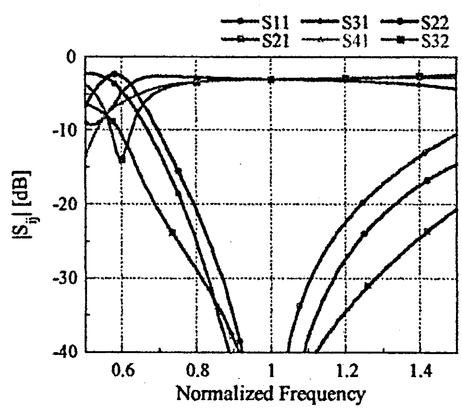
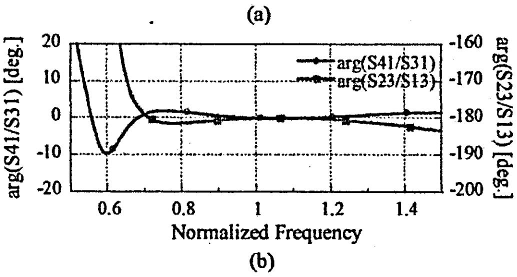


図 9　回路構成



(a)



(b)

図 10　散乱行列の周波数特性．
(a) 絶対値，(b) 出力位相差．
Z=1.4, L_{L1}= L_{L2}=1.9, C_{L1}= C_{L2}=1.6
L_R=0.6, C_R=0.5, θ=4[deg.]

4．シミュレーション結果

ここでは，前節に提案した回路構成を電磁界シミュレータ(Sonnet em)によって数値解析し，設計法の妥当性を確認している．図 6 の回路構成をマイクロストリップ線路構造で実現し，また，設計周波数を 1GHz とする．図 11 にシミュレーションパターンを示す．ここでは，比誘電率 ε_r=4.5，厚み h=0.508mm の誘電体基板を想定し，LH-TL の集中定数素子はそれぞれスパイラルインダクタ(最小の線路幅および線路間隔 0.1mm)，チップキャパシタにて構成している．90° 線路はメアンダ状に配置することで回路面積の低減を行っており，占有面積は原型回路に比べ 4%程度となっている．設計周波数 1GHz でのパラメタとシミュレーション結果を図 12 に示す．理論値と比較してもほぼ一致している．さらに図 9 の回路構成における解析も行った．図 13 にシミュレーションパターンを示す．シミュレーションの条件は上記と同じとし，直列の L をチップインダクタで構成している．回路の占有面積は原型回路に比べ 2%程度となっている．図 14 にパラメタおよび解析結果を示す．多少，反射特性にばらつきが見られるが良好な特性が得られている．

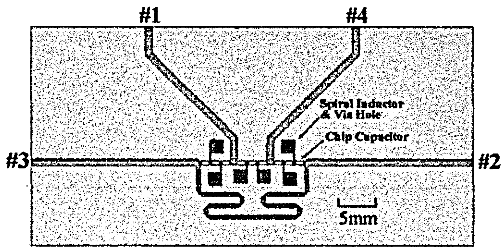


図 11　シミュレーションパターン

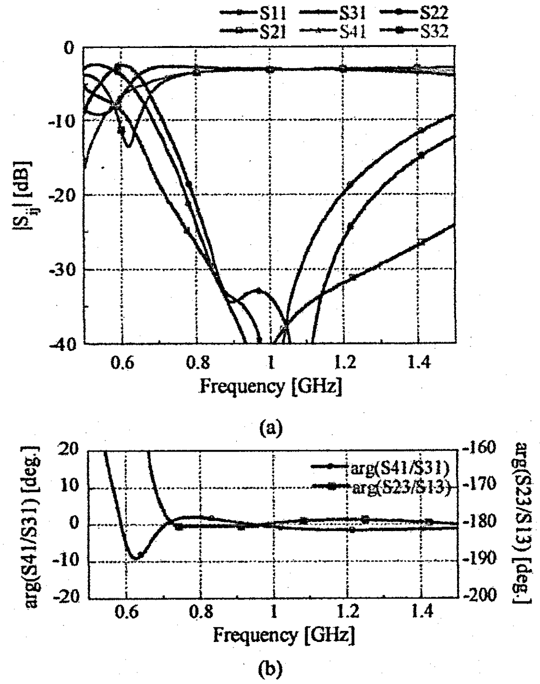


図 12　シミュレーション結果.
(a) 絶対値, (b) 出力位相差.
Z=70.7[Ω], L_{L1}= L_{L2}=15.4[nH]
C_{L1}= C_{L2}=5.2[pF], θ=4 [deg.]

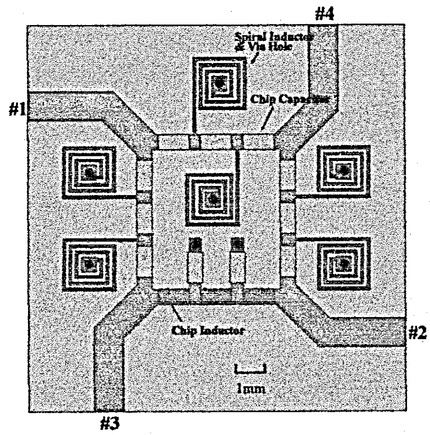


図 13 シミュレーションパターン

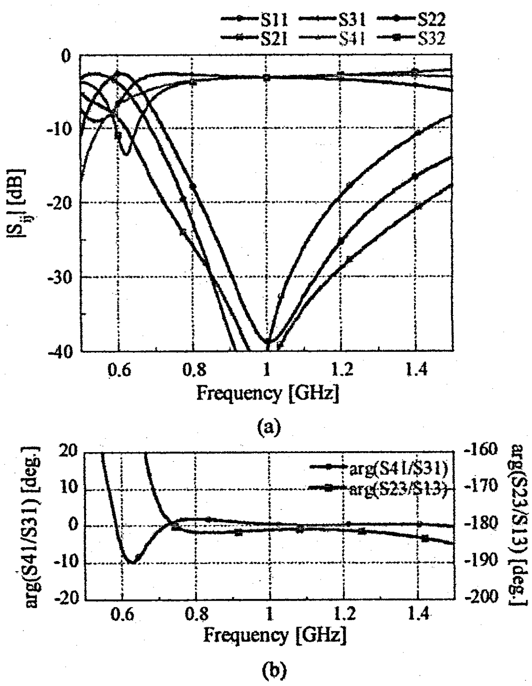


図 14　シミュレーション結果.
(a) 絶対値, (b) 出力位相差.
Z=70.7[Ω], L_{L1}= L_{L2}=15.4[nH]
C_{L1}= C_{L2}=5.2[pF] , L_R=4.4[nH]
C_R=1.5[pF], θ=4 [deg.]

5. CRLH-TL を用いた疎結合回路

原型回路を用いて疎結合化する場合, 結合度が疎となるに伴い高インピーダンス線路が必要となる. 例えば-10dB の疎結合回路を設計する場合, 158.1[Ω]の線路が必要となり, 通常のマイクロストリップ線路構造では製作精度から困難となるため, CRLH-TL を利用した回路構成を試みている.

CRLH-TL に置き換えた場合でも RH-TL 部において, 高インピーダンス線路を必要とするが, 今回の設計において伝送線路(RH-TL 部)は電気長が非常に短く, 低インピーダンス線路で構成しても特性にあまり影響を与えないため, 線路幅を考慮して RH-TL 部を低インピーダンス線路で構成している. 図 9 の回路構成で-10dB の疎結合回路を構成する場合のパラメタと散乱行列の周波数特性を図 15 に示す. 反射の許容限界を-20dB 以下, 方向性を 20dB 以上, 結合度±0.5dB 以内としたときの比帯域幅は約 53.3%である.

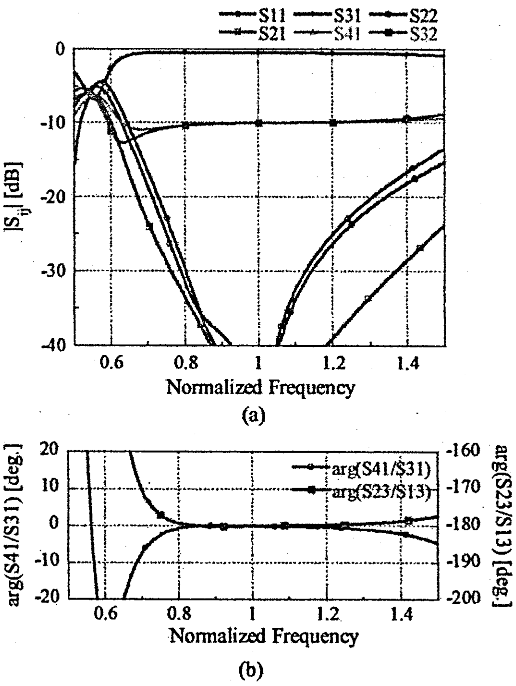


図 15　シミュレーション結果
(a) 絶対値，(b) 出力位相差.
Z=1.4, L_{L1}=4.3, L_{L2}=1.4, C_{L1}=0.7, C_{L2}=2.2
L_R=1.2, C_R=0.2, θ=4[deg.]

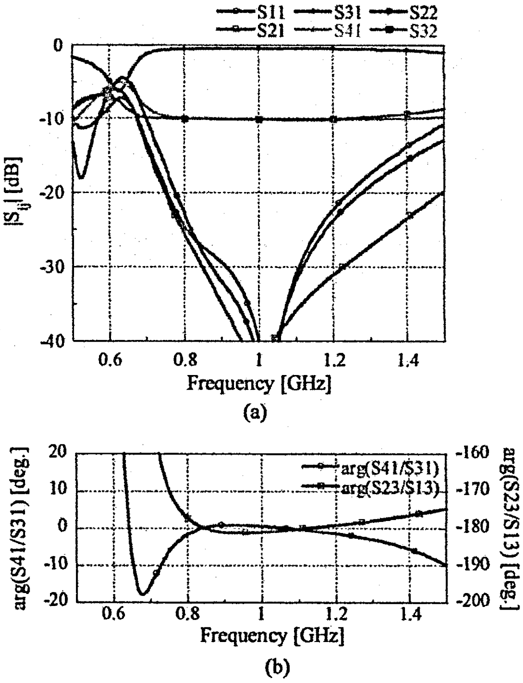


図 17　シミュレーション結果
(a) 絶対値，(b) 出力位相差.
Z=70.7[Ω], L_{L1}=34.4[nH], L_{L2}=11.5[nH]
C_{L1}=2.3[pF], C_{L2}=7.0[pF], L_R=9.9[nH]
C_R=0.7[pF], θ=4[deg.]

本設計法の妥当性を確認するために，数値解析を行った．図 16 にシミュレーションパターンを示す．ここでもマイクロストリップ線路構造で，誘電体基板は ε_r=4.5, h=0.508mm を想定している．また，設計周波数を 1GHz としている．この解析結果を図 17 に示すが図 18 と比較すると多少，アイソレーション特性に劣化が見られるが，良好な特性が得られており，本設計の妥当性が確認できる．

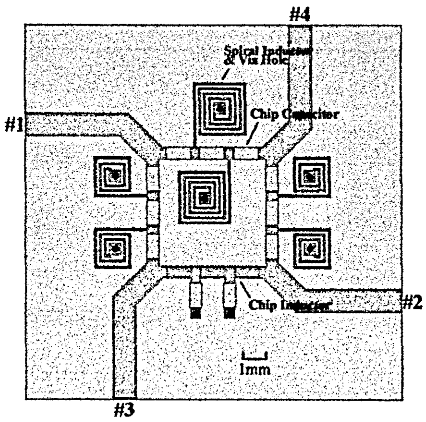


図 16 シミュレーションパターン

6．実験結果

本節では前節までに示した回路の設計法の有効性を確認するため，試作実験を行った．実験において基板は Rogers TMM4 (ε_r=4.5, h=0.508mm)を使用している．図 11 のシミュレーションパターンを用いた試作回路を図 18 に示す．またその測定結果を図 19 に示す．反射特性に劣化が見られるものの，良好な特性が得られている．また，図 13 のパターンを用いた試作回路を図 20 に示し，その測定結果を図 21 に示す．図 14 と比較するとポート 3 から入力した場合の逆相特性が 180 度からややずれているが，概ね所望の特性が得られている．図 16 のパターンを用いた試作実験も行った．試作回路を図 22 に示し，測定結果を図 23 に示す．図から反射特性に劣化が見られるが所望の分配が得られている．

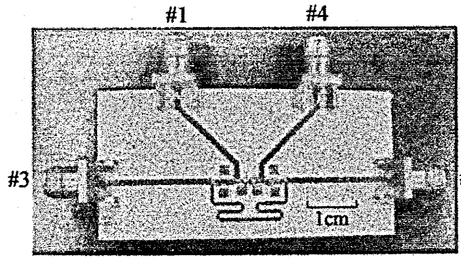
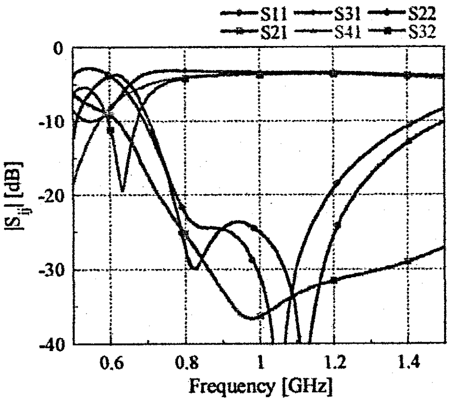
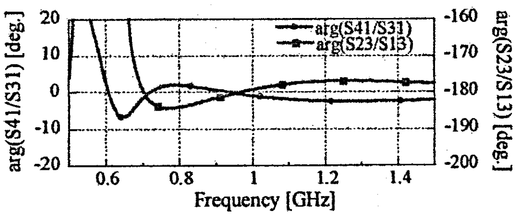


図 18 試作回路



(a)



(b)

図 19 測定結果
(a) 絶対値，(b) 出力位相差.

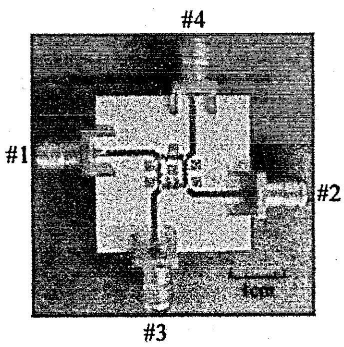
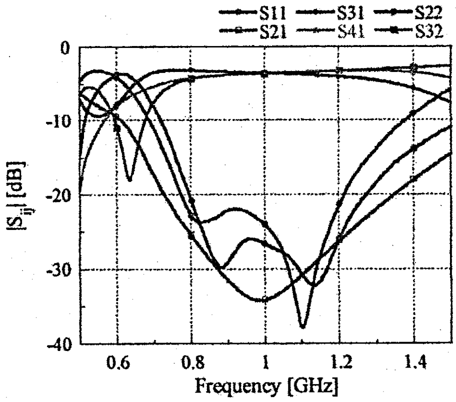
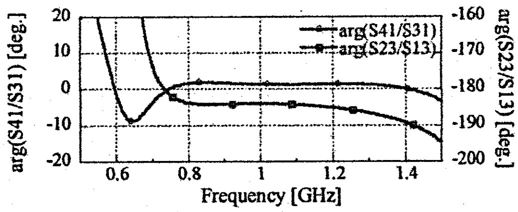


図 20 試作回路



(a)



(b)

図 21 測定結果
(a) 絶対値，(b) 出力位相差.

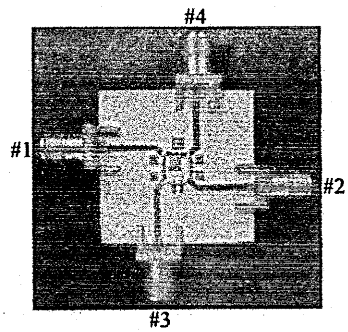
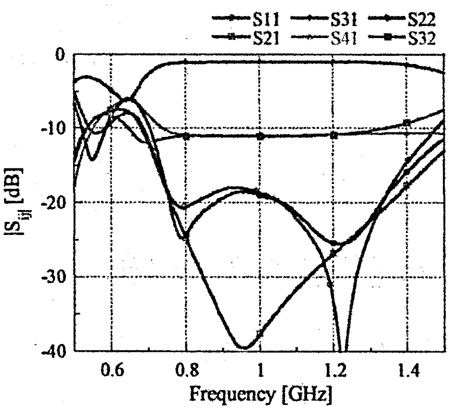
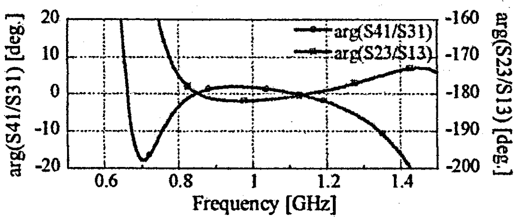


図 22 試作回路



(a)



(b)

図23 測定結果.
(a) 絶対値, (b) 出力位相差.

7．むすび

以上, CRLH-TL を適用することによる小型かつ, 広帯域特性を有するラットレース回路を提案し, 電磁界シミュレーションによる数値解析と試作実験を行うことにより設計法の妥当性を確認した.

また, CRLH-TL を用いることで, 原型回路では製作精度から困難となる結合度のラットレース回路も容易に実現できることを解析的, 実験的に示した.

[1] I. H. Lin, C. Caloz and T. Itoh, "A Branch-Line Coupler With Two Arbitrary Operating Frequencies Using Left-Handed Transmission Lines," 2003 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, pp.325-328, June 2003.

[2] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, "Composite Right/Left-Handed Transmission Line Metamaterials," IEEE Microwave Magazine, pp.34-50, September 2004.

[3] H. Okabe, C. Caloz and T. Itoh, "A Compact Enhanced-Bandwidth Hybrid Ring Using an Artificial Lumped-Element Left-Handed Transmission-Line Section," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.52, no.3, pp.798-804, March 2004.

[4] G. Siso, J. Bonache, M. Gil, J. G. Garcia and F. Martin, "Compact Rat-Race Hybrid Coupler Implemented Through Artificial Left Handed and Right Handed Lines," 2007 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, pp.25-28, June 2007.

[5] 吉岡, 河合, 太田, "右手系／左手系複合線路を 用いた2周波数帯／広帯域小型ハイブリッド", 信学技法, MW2007-172, Feb. 2008.

[6] 吉岡, 飯田, 河合, 太田, "右手系／左手系複合線路を用いた小型／広帯域ラットレース回路", 2008年信学総大, C-2-72, March 2008.

輻射科学研究会資料
RS09-10

朝日放送における放送設備及び技術の概要

Broadcast Technologies and facilities in Asahi Broadcasting Corporation

渡辺 克信（朝日放送株式会社代表取締役社長）

Katsunobu Watanabe

President, Asahi Broadcasting Corporation

（御講演の概要： 浅居正充（近畿大学））

輻射科学研究会 11 月例会（平成 21 年 11 月 4 日（水）、於：朝日放送株式会社）前半の研究会において、平成 20 年度に移転した朝日放送本社新社屋の概要、立地条件、最新の放送設備や技術等について、同社代表取締役社長 渡辺克信氏により大変興味深い御講演をいただいた。

なお、例会後半の見学会にて、同社の御協力により、テレビ・ラジオの送出マスター、スタジオ、報道セクション等の主要な放送設備・技術を含む同社の主要施設を見学させていただき、その各々につき詳細かつ懇切丁寧な解説をいただいた。また技術的な内容についての活発な質疑にも応じてくださった。

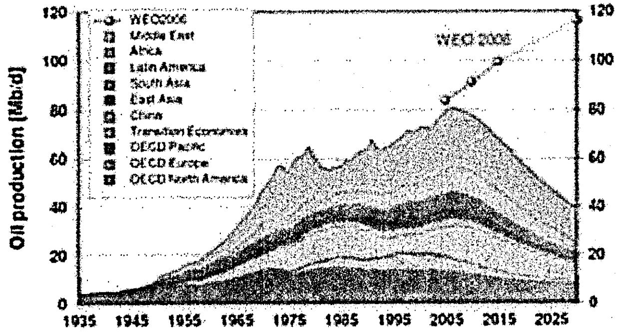
（以上、文責：浅居）

輻射科学研究会資料
RS09-11, RS09-12

無線電力伝送と宇宙太陽発電所

橋本弘藏
京都大学生存圏研究所

Oil production world summary

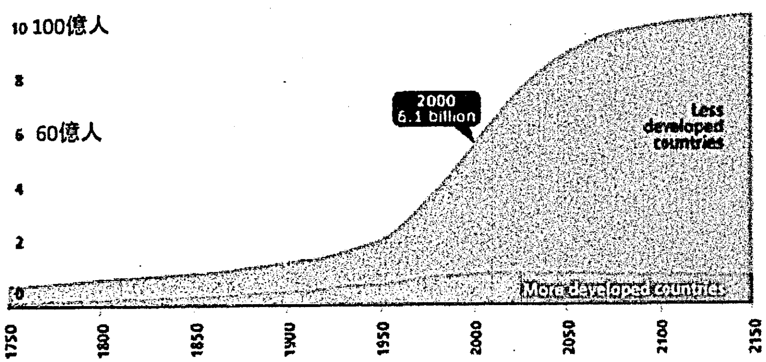


The scenario results presented in this paper are very different to the scenarios presented by the IEA (国際エネルギー機関) in their periodic editions of the World Energy Outlook (WEO) where continuing growth of oil supply and as a consequence a continuation of business as usual for decades to come is deemed possible.

According to the scenario projections in this study, the peak of world oil production was in 2006. The most important finding is the steep decline of the oil supply after peak.
This result – together with the timing of the peak – is obviously in sharp contrast to the projections by the IEA.

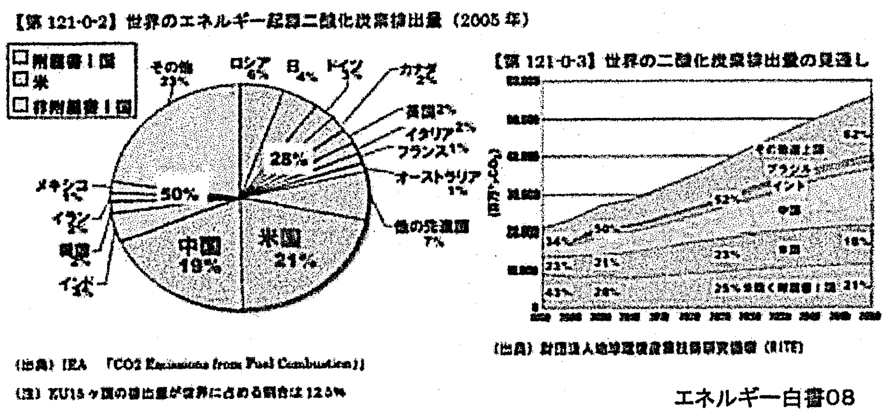
http://www.energywatchgroup.org/fileadmin/global/pdf/EWG_Oilreport_10-2007.pdf

世界の人口予想



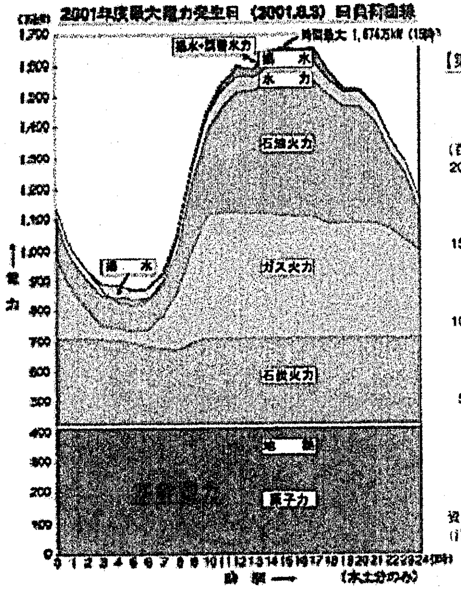
United Nations, *World Population Prospects, The 1998 Revision*; and estimates by the Population Reference Bureau.

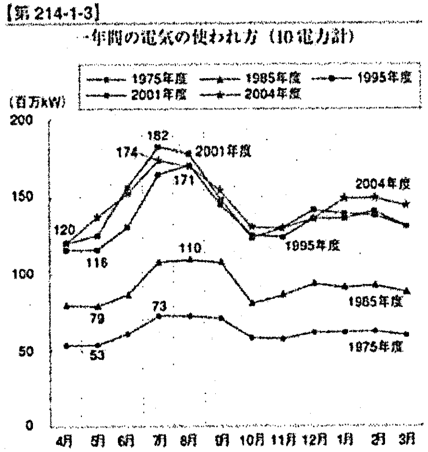
国別エネルギー起源二酸化炭素排出量(2005年)



エネルギー白書08

88





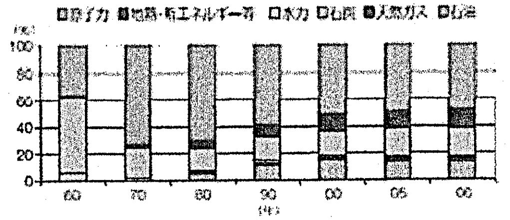
資料：電気事業連合会調べ
(注) 1975年度は9電力計

エネルギー白書07

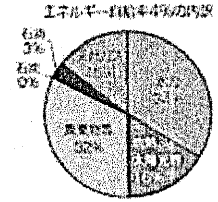
http://www1.kyuden.co.jp/effort_thirmal_load_index

日本のエネルギー自給率の動向

第211-4-1 日本のエネルギー総供給構成及び自給率の推移



エネルギー自給率(%)	57	14	6	5	4	4	4
(原子力含む)(%)	(57)	(14)	(12)	(16)	(19)	(18)	(19)



(注) 生活や経済活動に必要な一次エネルギーのうち、自国内で確保できる比率をエネルギー自給率という。( )内は原子力を含んだ値。原子力の燃料となるウランは、一度輸入すると数年使うことができることから、原子力を準国産エネルギーと考えることができる。

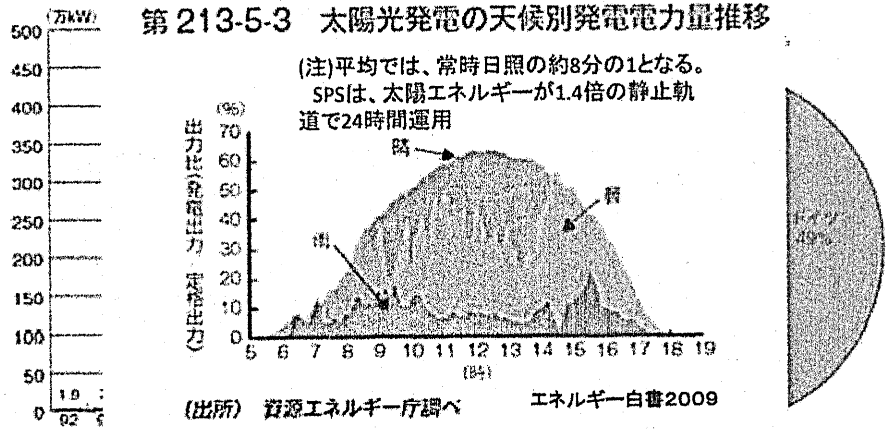
(出所) IEA Energy Balances of OECD Countries 2005-2006をもとに作成

エネルギー白書09

日本の太陽光発電導入量(出力)の推移

第213-5-3 太陽光発電の天候別発電電力量推移

(注)平均では、常時日照の約8分の1となる。
SPSは、太陽エネルギーが1.4倍の静止軌道で24時間運用



(出所) 資源エネルギー庁調べ

エネルギー白書2009

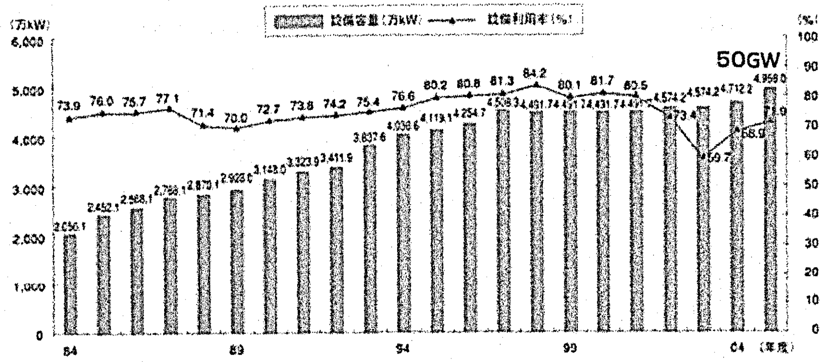
日本の太陽光発電の導入量は年々伸びており、現在は世界の4分の1近くを占めている。また、2007年末の導入実績(191.9万kW)は、2010年度末目標(482万kW)の約4割となっている。

電気事業連合会が発行している「原子力・エネルギー図面集」2009より

出典：IEA資料
資源エネルギー庁「日本のエネルギー2008」

エネルギー白書2007

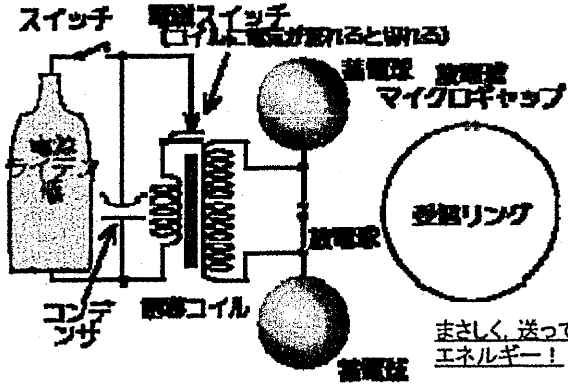
【第213-4-2】 原子力発電の設備容量及び利用率の推移



資料：原子力安全基盤機構「原子力施設運転管理年報 平成18年度版」

ヘルツの電磁波の確認実験(1887)

ヘルツ(独,1857-1894)は開回路の両端にとりつけた二本の金属棒の間に小さな隙間を設け、そこで火花放電させ、離れた部屋に置いた受信リングの隙間にも同時に小さな火花が発生することを見出した(即ち電波を受信した)のです。この実験は1864年にマクスウェルが理論的に予測した電磁波の存在を実験的に確認したものでした。周波数は60MHzから500MHzと推定される。

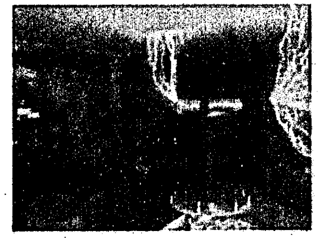


まさしく, 送っているのはエネルギー！

http://www.geocities.jp/hiroyuki0620785/k3dennjiha/hzexpdenjiha.htm

テスラ(Tesla)タワー (1904-1917)

ニューヨーク州ロングアイランド



テスラコイルからのスパーク
4kVA

http://ja.wikipedia.org/wiki/%E7%94%BB%E5%83%8F:Spark_from_4KVA_Tesla_Coil.JPG

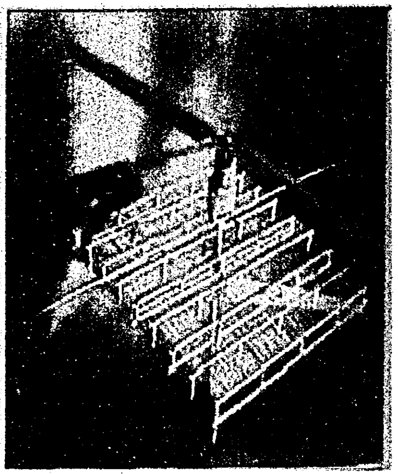
150kHzに共振したテスラコイルに300 kWの電力が 供給されました。

1895年マルコーニ無線電信

Nikola Tesla (1856-1943) テスラ・ハンガリー

http://home.earthlink.net/~electronxlc/howworks.html

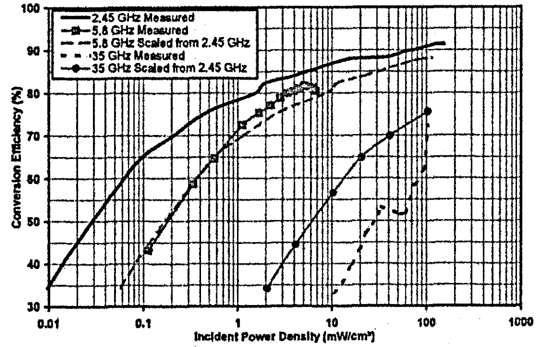
マイクロ波駆動ヘリコプター 200 W (米国1964)

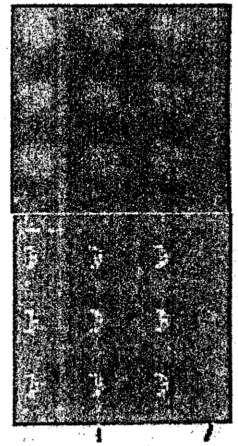


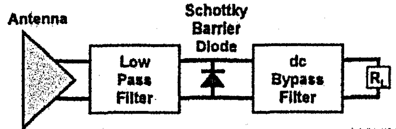
Texas A&M Univ. (2006)

W. C. Brown, The history of power transmission by radio waves, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT-32, pp.1230-1242, 1984

レクテナ



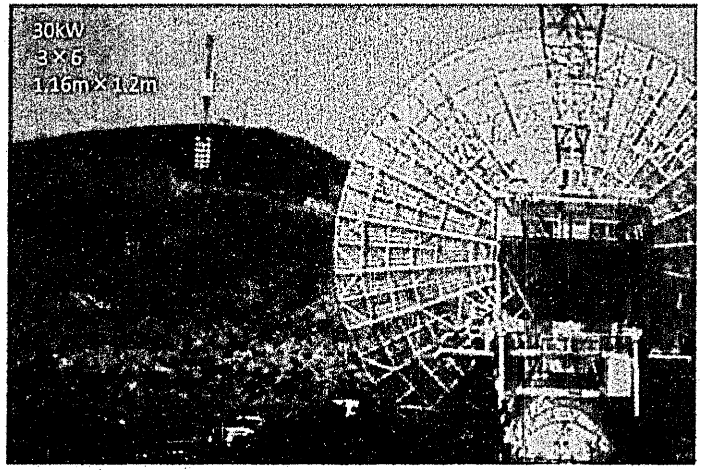




J. McSpadden, and J. C. Mankins, IEEE Microwave Magazine, 3, 46-57, December, 2002.

アンテナ，低域濾波器，整流器，直流バイパス

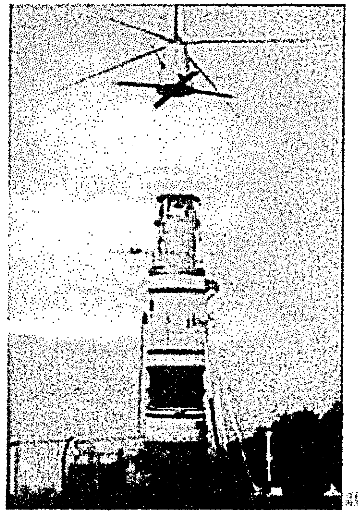
1.54kmのマイクロ波電力伝送 (米国, ジェット推進研究所JPL, 1975)



450kW
26mΦ
Goldstone
ゴールド
ストーン

R.M. Dickinson. Performance of a high-power, 2.388-GHz receiving array in wireless power transmission over 1.54 km, 1976 MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, 139, 1976.

世界初の電離層マイクロ波送電実験MINIX (日本, 1983)



大電力マイクロ波が電離層に与える影響を調査
(松本紘現京都大学総長他)

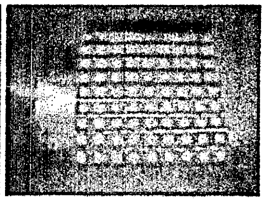
京大ホームページから

Matsumoto, H., et al. MINIX Project toward the Solar Power Satellite--Rocket experiment of microwave energy transmission and associated nonlinear plasma physics in the ionosphere, ISAS Space Energy Symposium, 69-76, 1982.

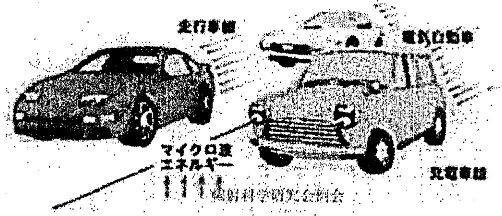
電気自動車無線充電システム

電源:車両搭載電気二重層キャパシタ
受電システム:8分配型大電力小型化レクテナ
送電システム:スロットアンテナ
SPORT2.45



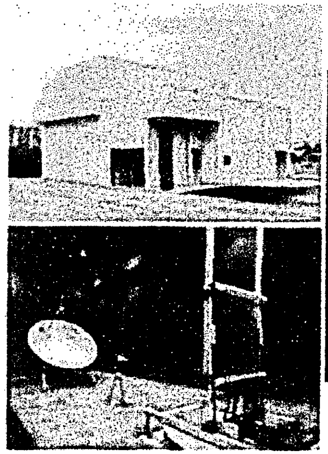


将来

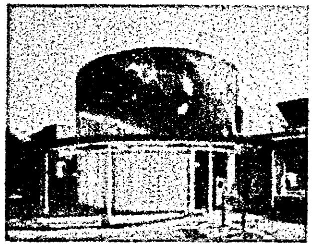


マイクロ波 送受電実験装置 METLAB (1998) 宇宙太陽発電所研究棟 SPSLAB (2002)

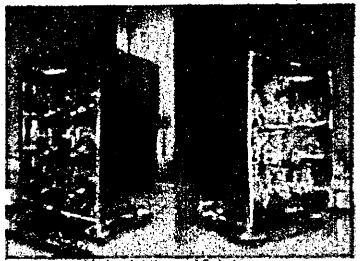
METLAB




SPSLAB

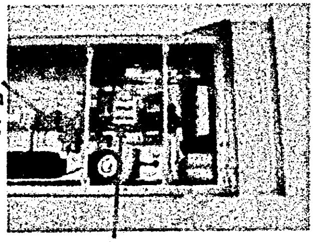
5.8ギガ宇宙太陽発電無線電力伝送システム; SPORTS5.8



5.8GHz 位相制御マグネトロン
+ 不等間隔アレイ

半導体ビーム形成
制御サブシステム

PLL &
Injection
Locking



5.8GHz Magnetron

平面展開構造レクテナ

C60 疑似球形レクテナ

Solar POwer Radio Transmission System for 5.8 GHz

宇宙太陽発電所の提案

Power From the
Sun: Its Future

Peter E. Glaser

Science
Vol. 162
22 Nov. 1968

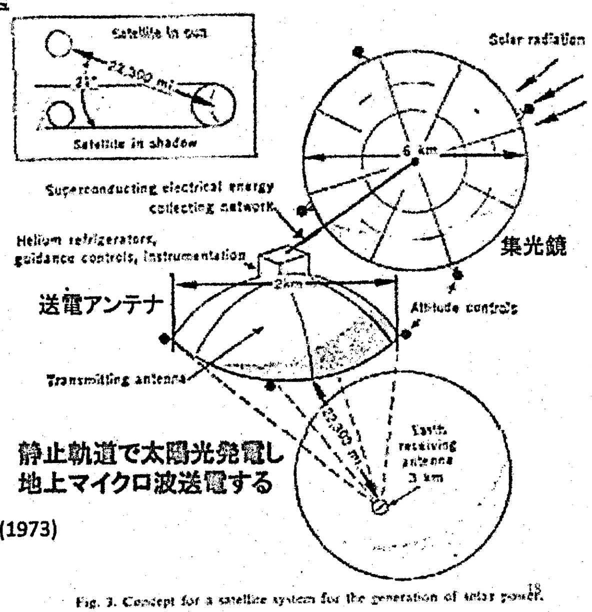
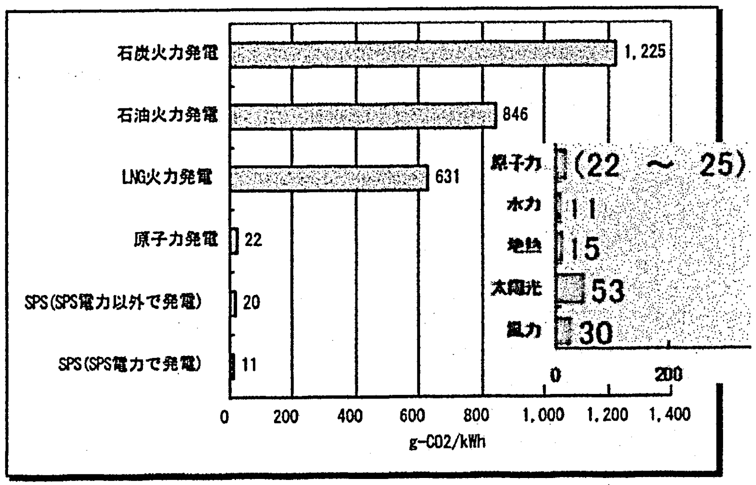
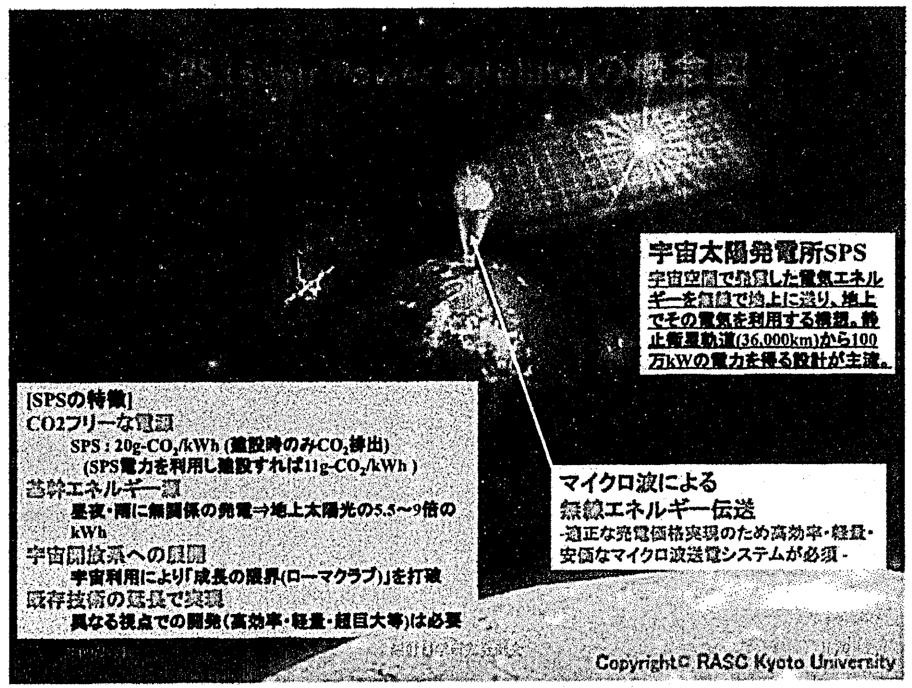


Fig. 3. Concept for a satellite system for the generation of solar power.

United States Patent 3989994 (1973)

CO_2排出が少ないエネルギー源





CCIR
Rep. 721-2
1986

マイクロ波帯のISMバンド

2 450	±50 MHz
5 800	±75 MHz
24 125	±125 MHz

0.6dB/km ←100mm/h
0.2dB/km ← 50mm/h
0.07dB/km ← 25mm/h
at 5.8GHz

0.1dB/km ← 50mm/h
at 5.0GHz

Spherical drops

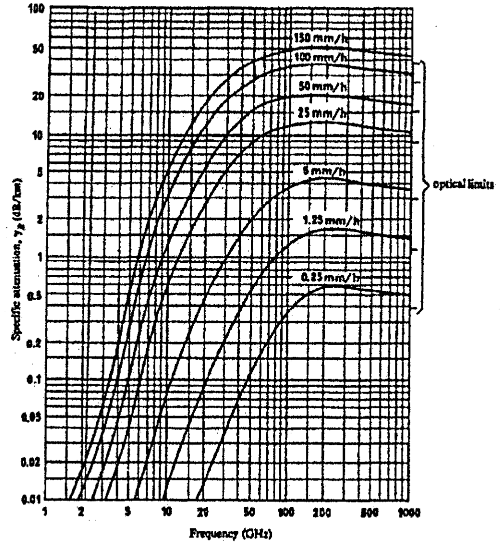
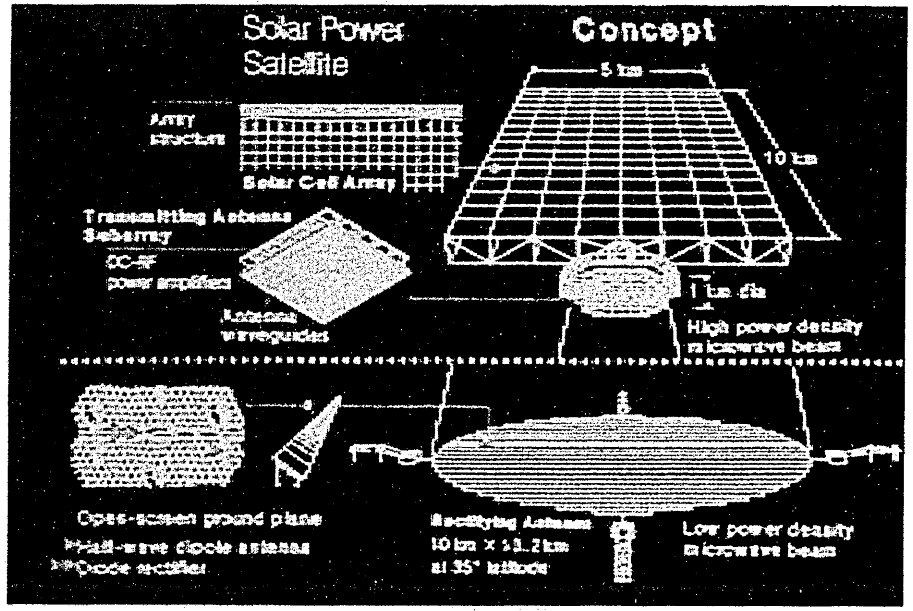


FIGURE 1 – Specific attenuation γ_R due to rain

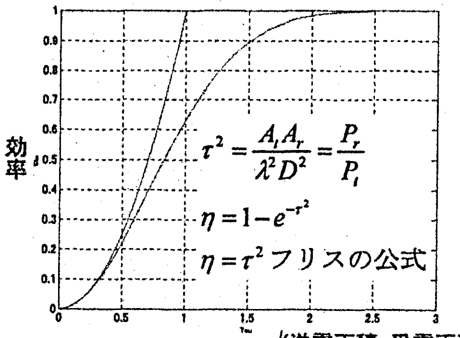
Raindrop size distribution [Laws and Parsons, 1943]
Terminal velocity of raindrops [Gunn and Kinzer, 1949]
Index of refraction of water at 20 °C [Ray, 1972]
Spherical drops

NASA/DOE Reference Model (1978)



収集効率とアンテナ

静止軌道からでも効率よく
電力を送るように設計可能



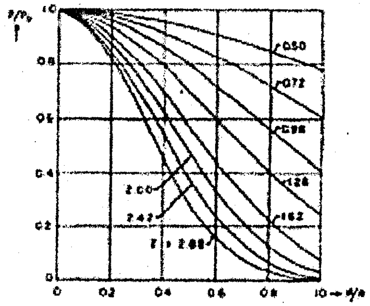
$$\tau^2 = \frac{A_t A_r}{\lambda^2 D^2} = \frac{P_r}{P_t}$$

$$\eta = 1 - e^{-\tau^2}$$

$\eta = \tau^2$ フリスの公式

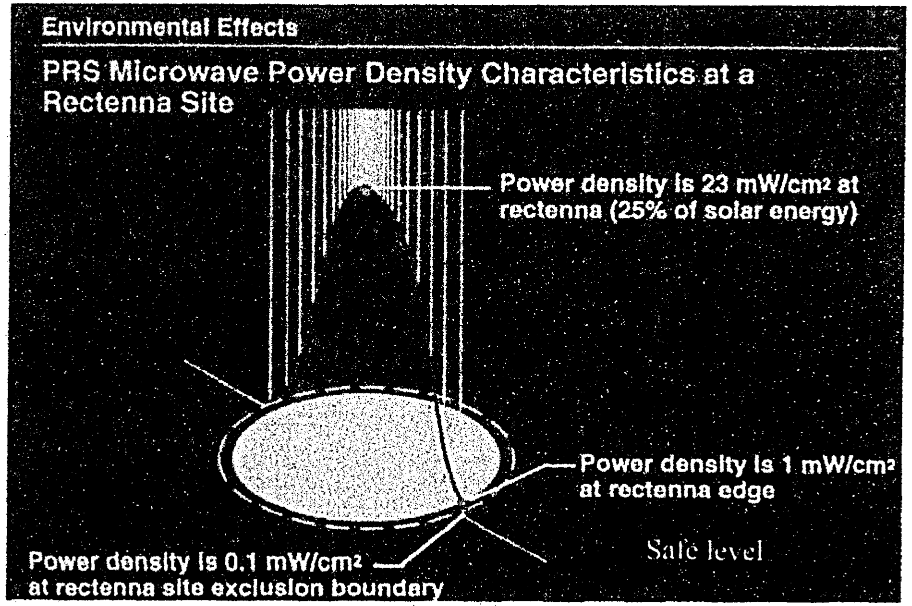
√(送電面積×受電面積)
波長×距離

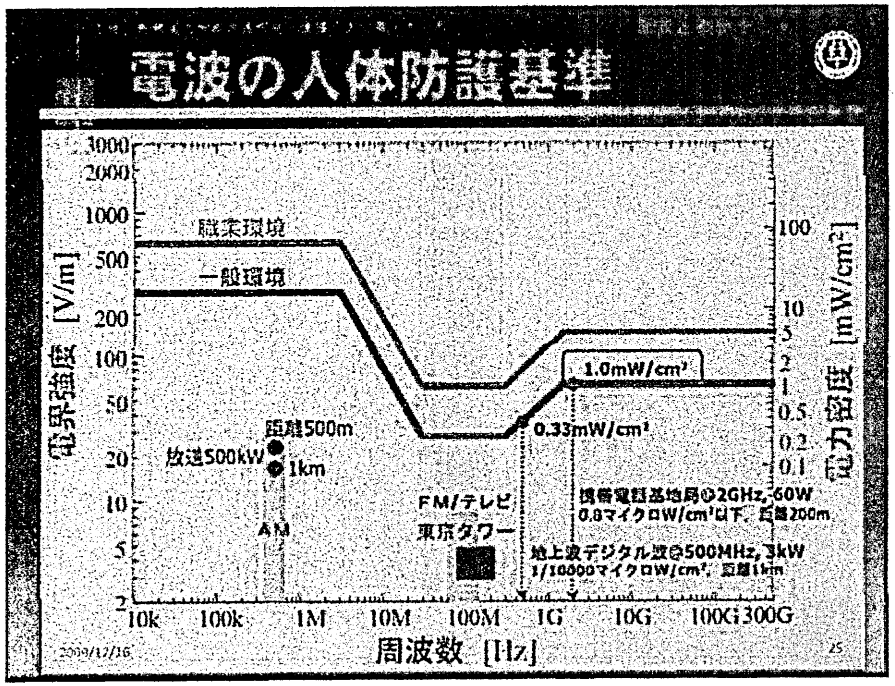
アンテナ面の
電力密度分布

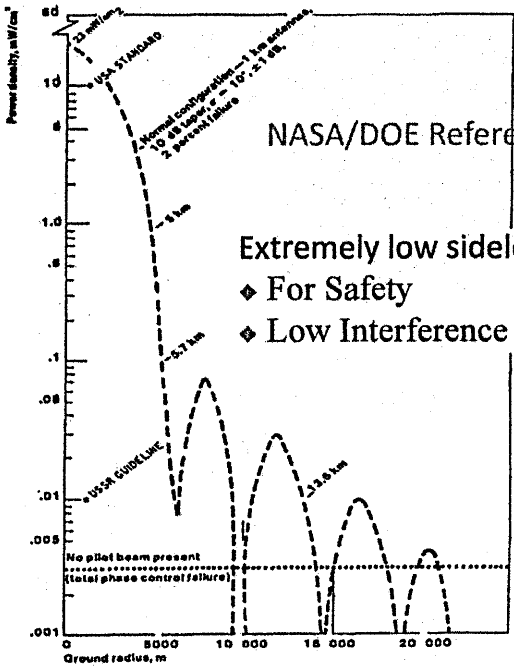


NASA/DOD τ=1.8
(0.5×5π)/(3.6e4×1.2e-4)

•W. C. Brown, The history of power transmission by radio waves, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, MTT-32, pp.1230-1242, 1984.







SPSのパラメータ

周波数	5.8 GHz		2.45 GHz
送電電力	1.3 GW		6.72 GW
送電アンテナ直径	2.6 kmϕ	1.93kmϕ	1.0 kmϕ
振幅テーパー励振	10 dBガウシアン		
送電最大電力密度	63 mW/cm^2	114 mW/cm^2	2.2 W/cm^2
送電最小電力密度	6.3 mW/cm^2	11.4 mW/cm^2	0.22 W/cm^2
アンテナ間隔	0.75 λ(3.9cm)		0.75 λ(9.2cm)
1 アンテナ当り	最大 0.95 W	最大 6.1W	最大 185 W
素子数	35億4千万素子	5億4千万素子	9700万素子
受電アンテナ直径	2.0 kmϕ	2.45 kmϕ	10 kmϕ
受電最大電力密度	180 mW/cm^2	100 mW/cm^2	23 mW/cm^2
最大電界強度	823 V/m	614 V/m	294 V/m
収集効率	96.5 %	96.2 %	89 %

2009/12/16 電磁界科学研究会 27

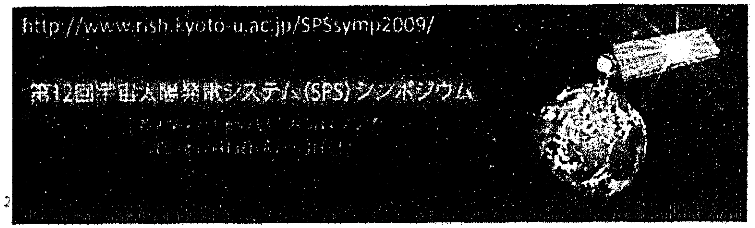
学会活動

http://www.ieice.org/cs/sps

電子情報通信学会通信ソサイエティ 宇宙太陽発電時限研究専門委員会
IEICE Technical Committee on Solar Power Satellite/Station
委員長 橋本 弘藏（京都大学生存圏研究所）

第1回研究会のご案内（2002年 7月29日(月)開催）

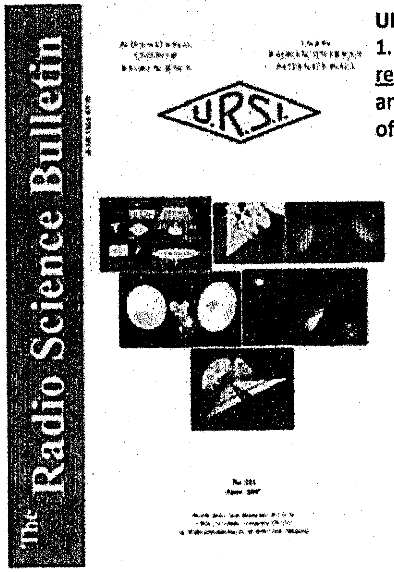
第27回研究会のご案内（2010年1月22日(金)開催）Updated!
幹事 (sps@mail.ieice.org)
•藤野義之（独立行政法人 情報通信研究機構）
木村友久（三菱重工業(株) 名古屋航空宇宙システム製作所）
設置期間 平成20年 4月より平成22年3月まで(2年間)



28

URSI SPS白書のホームページ

http://ursi-test.intec.ugent.be/?q=node/64



URSI White Papers

1. White Paper on Solar Power Satellites with the report of the SPS Inter-Commission Working Group and the appendices. Print-friendly copy (in MS Word) of the White Paper on Solar Power Satellites

Report

1 Background of SPS Research and Development	39
2 Solar Power Satellite	55
3 SPS Radio Technologies	119
4 Influence and Effects of SPS	145
5 URSI and SPS	167
6 Further Readings	171
Appendices	
A Microwave Power Transmission Activities in the World	A-10
B Various SPS Models	B-8
C US Activities (NASA reports)	C-48
D Japanese Activities (JAXA reports)	D-65
E European Activities (ESA reports)	E-21

MPT on Human health and bio-effects (SPS-ICWG Report 4.3)

- However, at 25 mW/cm², research has shown that some birds exhibit evidence of detecting the microwave radiation. This suggests that migratory birds, flying above the rectenna, might suffer disruption of their flying paths. Moreover, at higher ambient temperatures, larger birds tend to experience more heat stress than smaller ones, during 30 min of exposure.[i] Thus to assure environmental health and safety, the proposed limit for the "center-of-beam" power densities is approximately 25 mW/cm² for microwave transmission. Note that the average absorption remains fairly stable for frequencies above 2 GHz[ii] ,[iii] except when the frequency becomes much higher, i.e., 10 GHz, where the skin effect takes over, the maximum tolerable exposure at 5.8 GHz would be essentially the same as for 2.45 GHz.
- In the present JAXA2 model, the microwave power density is 100 mW/cm² at the center of the rectenna site, which is above the safe level. This area should be strictly controlled. Outside of the rectenna area, the intensities are kept below the safe level. A possible change of the safe level in the future could cause changes of the SPS design.

- [i] U.S. DOE, Proceedings of Solar Power Satellite Program Review, Office of Energy Research, Department of Energy, Washington, D.C., 1980.
- [ii] Michaelson, S. and J.C. Lin, 1987, Biological Effects and Health Implications of Radiofrequency Radiation, Plenum Press, New York.
- [iii] Lin, J.C. and O.P. Gandhi, "Computer Methods for Predicting Field Intensity," in *Handbook of Biological Effects of Electromagnetic Fields*, (C. Polk and E. Postow, Eds.), CRC Press, Boca Raton, pp 337-402, 1996.

- http://www.ursi.org/WP/White_papers.htm

SOLAR POWER SATELLITES

URSI General Assembly, Chicago. **Saturday, August 16, 2008**

Ranvir Dhillon, K. Hashimoto, Wim van Driel, R. J. Pogorzelski Session HBDGJK

08:00 HBDGJK.1 *PROSPECTS AND CHALLENGES FOR SOLAR POWER SATELLITES IN THE EARLY 21ST CENTURY*
J. C. Mankins, Managed Energy Technologies LLC, Ashburn, VA, United States

08:20 HBDGJK.2 *CONCEPT OF SPACE SOLAR POWER SYSTEMS (SSPS) IN JAXA*
T. Fujita, Japan Aerospace Exploration Agency, Tokyo, Japan

08:40 HBDGJK.3 *MICROWAVE POWER TRANSMISSION FOR SOLAR POWER SATELLITES*
G. D. Arndt, P. H. Ngo, NASA-Johnson Space Center, Houston, Texas, United States

09:00 HBDGJK.4 *IMPACT TO THE RADIO ASTRONOMY BY THE INTERFERENCE CAUSED BY THE SOLAR POWER SATELLITE SYSTEMS*
M. Ohishi, National Astronomical Observatory of Japann

09:40 HBDGJK.5 *TRANSIONOSPHERIC PROPAGATION, ABSORPTION AND SCATTERING OF HIGH-POWER MICROWAVES*
L. M. Duncan, Rollins College, Winter Park, FL, United States

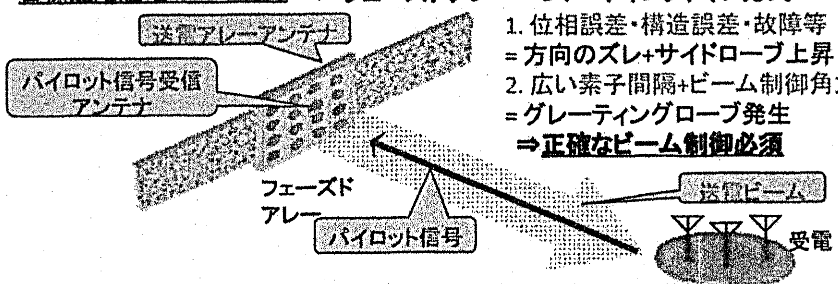
10:00 HBDGJK.6 *A LOW POWER DENSITY CONCEPT FOR BEAMING MICROWAVE POWER*
R. J. Pogorzelski, J. Venkatesan, Jet Propulsion Laboratory - Caltech, Pasadena, CA, United States

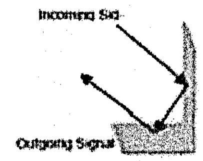
10:20 HBDGJK.7 *WIRELESS POWER TRANSMISSION SYSTEM FOR A MICRO AERIAL VEHICLE*
T. Komaru1, E. Shimane2, A. Diallo2, K. Komurasaki2, Y. Arakawa1;1The University of Tokyo, Tokyo, Japan; 2The University of Tokyo, Chiba, Japan

SPSマイクロ波送電システム

目標追尾送電ビーム制御 ⇒ フェーズドアレー＋レトロディレクティブ方式

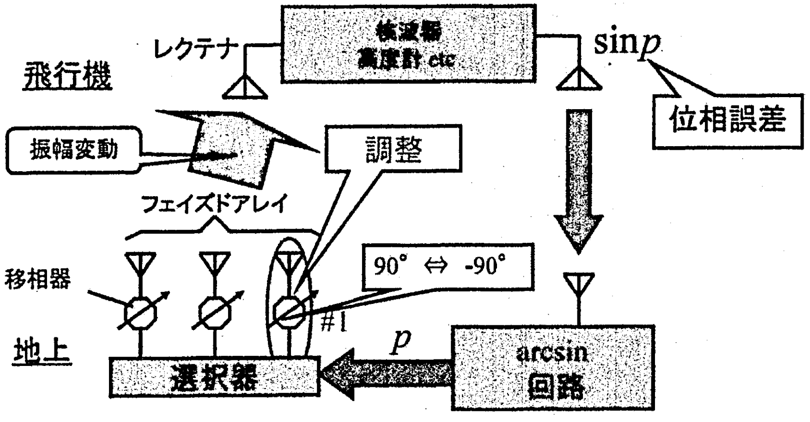
1. 位相誤差・構造誤差・故障等
＝方向のズレ+サイドローブ上昇
2. 広い素子間隔+ビーム制御角大
＝グレーティングローブ発生
⇒正確なビーム制御必須





レトロディレクティブの原理
(パイロット信号の位相共役を利用。電波の到来方向に送り返す)

位相同期システムの原理



複数ユニットのシミュレーション

—IQ法の適用—

Parameters

フェイズドアレイユニット×10個

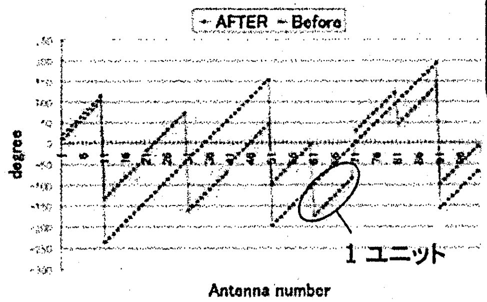
アンテナ×10本(1ユニット)

問題点:

例えば、SPSレベルを考えるとき、SPSと地上間のマイクロ波の往復伝播時間＝約0.24秒

⇩

ユニットが5万個あった場合、全ての位相が揃うまで、7時間以上かかる。



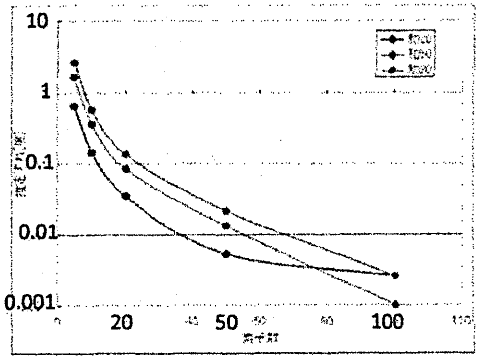
高速化の手法を取り入れる。

PCLS法シミュレーション

◇ 素子数を変えたとき

- 受信機 5、10、20、50、100素子
- 到来方向10度
- 位相誤差±90度の範囲
- 位相誤差の和 20度、50度、80度

$$k_{error}=\frac{2}{M(M-1)}(\beta_2+\beta_3+\cdots+\beta_M)$$



位相誤差の和と推定ずれの関係

◇ 問題点

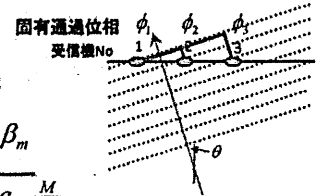
- 素子数が多くならないと精度が得られない

⇩ 実験規模の大きさが一定以上でないと位相誤差の平均が0と仮定できない

松本真俊, 橋本弘蔵, 松本 紘 (京大生存研) SPS2004-14 宇宙太陽発電所のための自動較正機能を有する到来方向推定法に関する研究

PCWS法

◇ 原理



2種類の到来方向 $\theta_0,\theta_0+\alpha$ の受信データ処理後

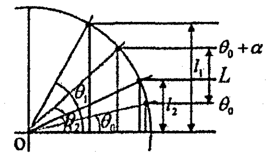
$$k(\theta_0)=\sin\theta_0+\frac{2}{M(M-1)}\frac{c}{\omega_0 d}\sum_{m=1}^{M}\beta_m$$

$$k(\theta_0+\alpha)=\sin(\theta_0+\alpha)+\frac{2}{M(M-1)}\frac{c}{\omega_0 d}\sum_{m=1}^{M}\beta_m$$

$\beta_m=\phi_m-\phi_1$ 通過位相差:位相誤差に相当

両辺の差分をとり、通過位相差の変数を消去

$$L=k(\theta_0+\alpha)-k(\theta_0)=\sin(\theta_0+\alpha)-\sin(\theta_0)$$

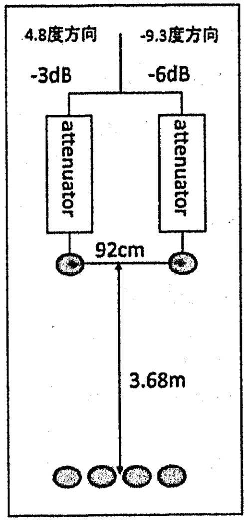


三角関数の性質を用いて、$\theta_1=\theta+\alpha$ 、$\theta_2=\theta$ を満たすθを探索

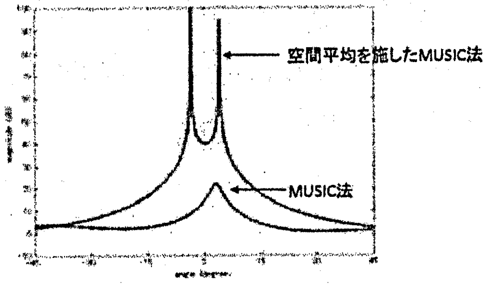
$L=\sin\theta_1-\sin\theta_2=\sin(\theta_0+\alpha)-\sin\theta_0$ を満たす解θは一意に決まる

松本真俊, 橋本弘蔵, 松本 紘 (京大生存研) SPS2004-14 宇宙太陽発電所のための自動較正機能を有する到来方向推定法に関する研究

反射波への対策
2波による到来方向推定実験



実験状況

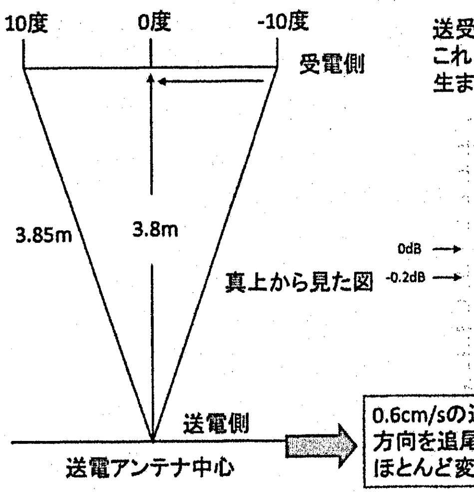


空間平均を施すことにより、合成波から2波への分離ができていることがわかる

	理論値	結果
空間平均	4.8度	4.5度
MUSIC法：	-9.3度	-3度

位相差推定法：1.85度(4回平均)(MUSIC法に等しい)

ソフトウェアレトロディレクティブシステムを用いた総合実験
実験結果の予測

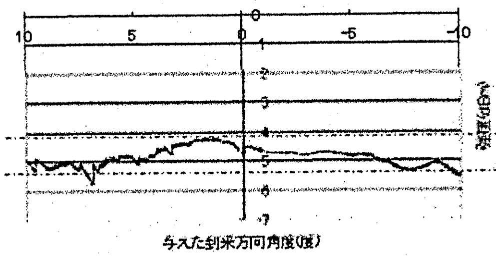


送受信間距離は最大で5cm
これは0.13dB(2.46GHz)の損失差が生まれることになる

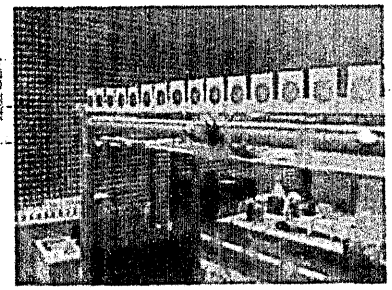
0.6cm/sの速度で動作する受信アンテナへと方向を追尾して送電を行った場合、受信電力はほとんど変化しない

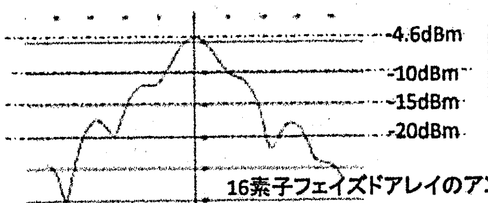
平野敬寛　前健一　橋本弘藏　三谷友彦（京大生存研）SPS2007-18 ソフトウェアレトロディレクティブ方式マイクロ波送電屋外実験系の開発

ソフトウェアレトロディレクティブシステムを用いた総合実験
実験結果



受電電力の推移

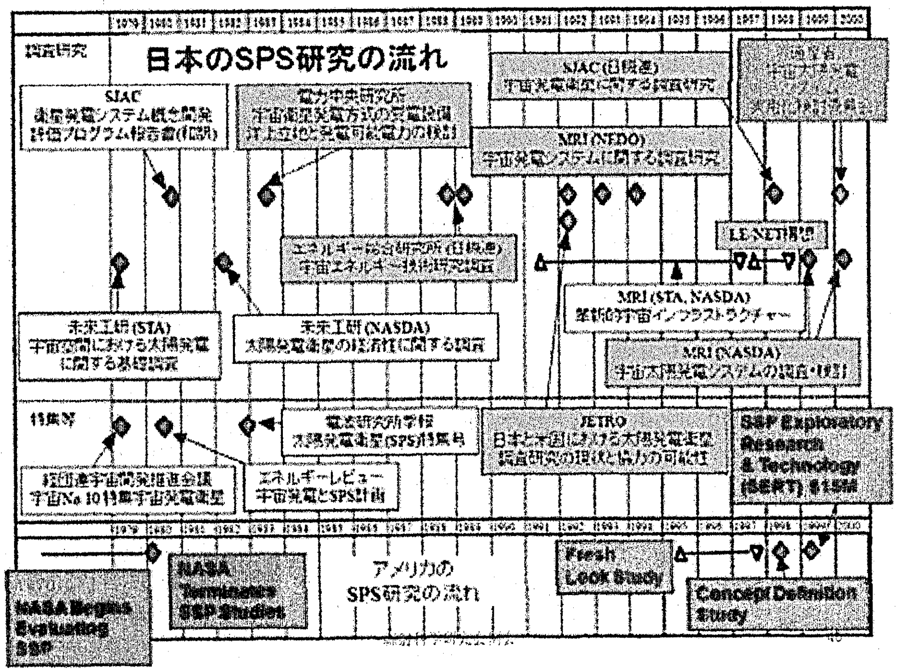


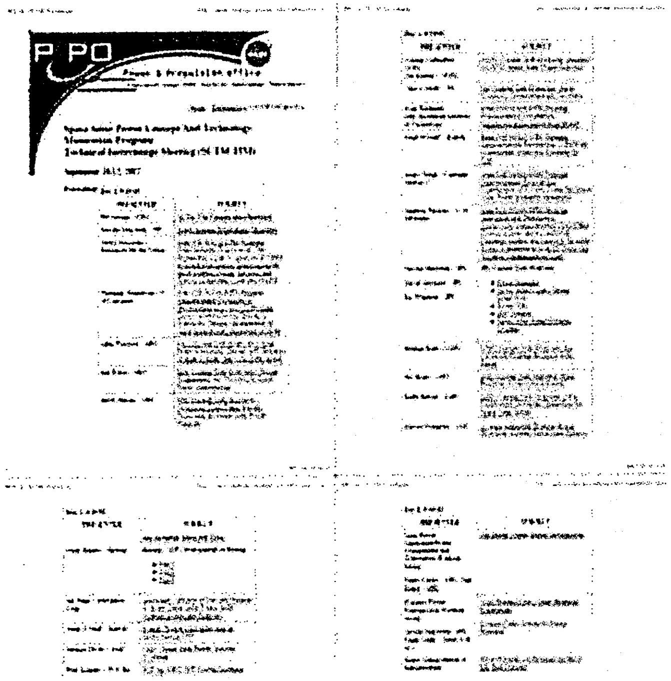


16素子フェイズドアレイのアンテナパターン

約1dBの差は存在するが
受電アンテナでの受電電力は
4dBmから6dBmの間を推移して
おり、ある程度正確にビームの
方向追尾ができていることがわかった

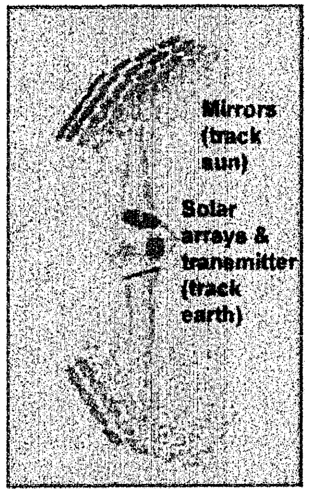
平野敬寛　前健一　橋本弘藏　三谷友彦（京大生存研）SPS2007-18 ソフトウェアレトロディレクティブ方式マイクロ波送電屋外実験系の開発





NASA/DOE後、Freshlookまで途絶えたが、お金がつくと、この調子で3日間。2002年 http://space-power.grc.nasa.gov/ppo/publications/sctm/

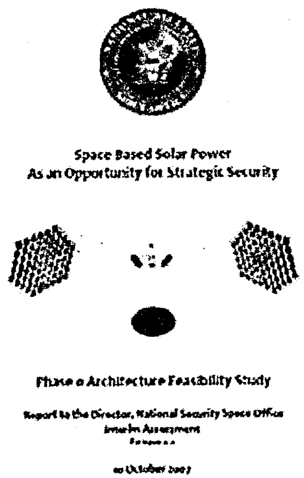
The Integrated Symmetrical Concentrator



24-mirror version →
2-to-1 concentration ratio on the solar arrays
36-mirror version →
4-to-1 concentration ratio.

Each mirror is planar, approximately 500mϕ

Space Base Solar Power National Security Space Office



http://www.nss.org/settlement/ssp/library/index.htm

京都新聞071027

:宇宙に巨大太陽発電所エネルギー不足の切り札?米国防総省が構想

【ワシントン26日共同】米国防総省の研究グループはこのほど、宇宙に巨大な太陽光発電装置を打ち上げて地球に送電するシステムを二〇五〇年までに商業化することを念頭に、他国とも協力して十年以内に小型実証衛星を打ち上げるべきだとする報告書をまとめた。

AdAstra SBSP 2008

軍用なら
Dawn of the E-Bomb, Abrams, M.
Spectrum, IEEE, Nov. 2003
Volume: 40, Issue: 11, page(s): 24- 30

WHY THE U.S. MILITARY IS NOT INTERESTED IN SOLAR POWER SATELLITES AS WEAPONS

When first confronted with the idea of gigawatts of coherent energy being beamed from a space-based solar power (SBSP) satellite, people immediately ask, "wouldn't that make a powerful weapon?" Depending on their bias that could either be a good thing: developing a disruptive capability to enhance U.S. power, or a bad thing: proliferating weapons to space. But the NSSO is not interested in space-based solar power as a weapon.

1. The DoD is not looking to SBSP for new armaments capabilities. Its motivation for studying SBSP is to identify sources of energy at a reasonable cost anywhere in the world, to shorten the logistics lines and huge amount of infrastructure needed to support military combat operations, and to prevent conflicts over energy as current sources become increasingly costly.

2. SBSP does not offer any capability as a weapon that does not already exist in much less expensive options. For example, the nation already has working ICBMs with nuclear warheads should it choose to use them to destroy large enemy targets.

3. SBSP is not suitable for attacking ground targets. The peak intensity of the microwave beam that reaches the ground is less than a quarter of noon-sunlight, a worker could safely work in the center of the beam.

The physics of microwave transmission and deliberate safe-design of the transmitting antenna act to prevent beam focusing above a pre-determined maximum intensity level. Additionally, by coupling the transmitting beam to a unique ground-based pilot signal, the beam can be designed to instantly diffuse should pilot signal lock ever be lost or disrupted.

4. SBSP would not be a precision weapon. Today's militaries are looking for more precise and lower collateral damage weapons. At several kilometers across, the beam from geostationary Earth orbit is just too wide to shoot individual targets—even if the intensity were sufficient to cause harm.

5. SBSP [illegible] capability. America can use the existing technical expertise in its military to catalyze an energy transformation that lowers the likelihood of conflict between great powers over energy scarcity, lessens the need to intervene in failed states which cannot afford required energy, helps the world climb from poverty to prevent the spawn of terrorism, and averts the potential costs and disaster responses from climate change.

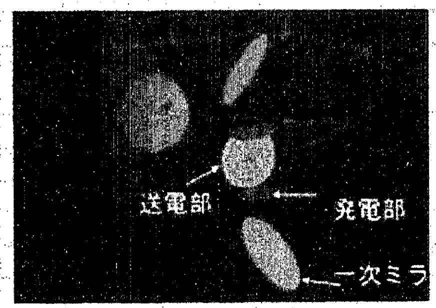
Solving the long term energy security problem is too vital to the world's future to have it derailed by a misconception that space solar power might somehow be used as a weapon. That is why it is so important to educate people about the technology and to continue to conduct the research in an open environment.

—The NSSO SBSP Study Group, a.k.a. The Caballeros

基準モデル(JAXA2004年型)

<主要寸法>

- 一次ミラー：2.5km×3.5km
  - 100～300g/m²→片側1000ton
- 発電部：φ1.25km（集光倍率4倍）
  - 波長選択膜を使用
- 送電部：φ1.8km
  - レクテナ直径：2.74km
- 総質量：10,000 ton
- マイクロ波周波数：5.8GHz



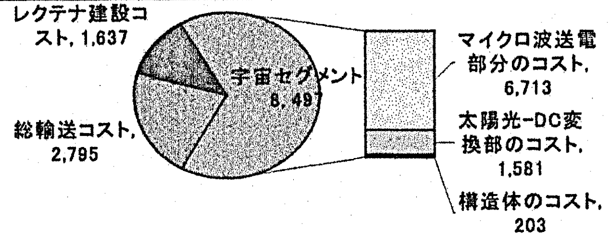
<特徴>

- 発電部と送電部を分離（構造的には独立）して排熱面を確保する。
- 反射鏡は発電部と送電部とは独立、編隊飛行するものとする。

•宇宙エネルギー利用システム総合研究，三菱総合研究所，March 2005

コスト試算(2004モデル)

25)	宇宙セグメントのコスト	8,497	億円
29)	レクテナ建設コスト	1,637	億円
51)	総輸送コスト	2,795	億円
52)	年間メンテナンスコスト	271	億円/year
53)	年間発電量（商用網への接続端）	8,322,000,000	kWh
54)	実質金利	5.2115	%
55)	SSPS 構築までの総コスト	12,929	億円
56)	発電単価 (30年後の収支が0となる単価)	8.8963	円/kWh



集光倍率が1.0倍のとき宇宙セグメント重量が9,667tonと最小になり、コストも最小。
1GWのSSPSの構築には1.29兆円を要する計算結果となっており、
その発電コストは8.9円/kWhと算出される。（JAXA SSPS委員会2005年）

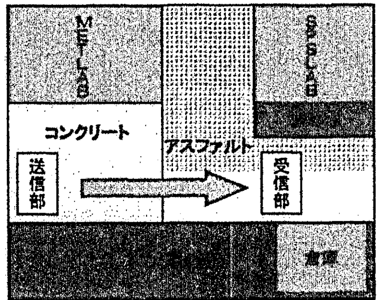
飛行船実験に向けた到来方向推定実験

屋外実験

実験状況

- 配置
  - パイロット信号送受信間距離：25m ⇐ 飛行船実験とほぼ等しい
  - パイロット信号出力：20dBm ⇐ 電波法では±50%までしか認められない
  - 実験場所：宇治キャンパス東端にあるMETLAB及びSPSLAB横の敷地及び駐車場

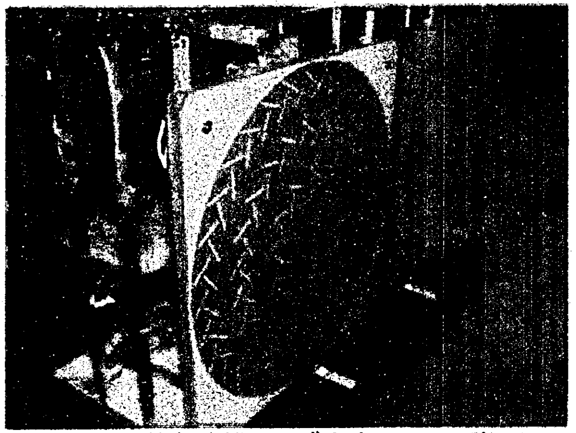
実験風景



実験場所の地形

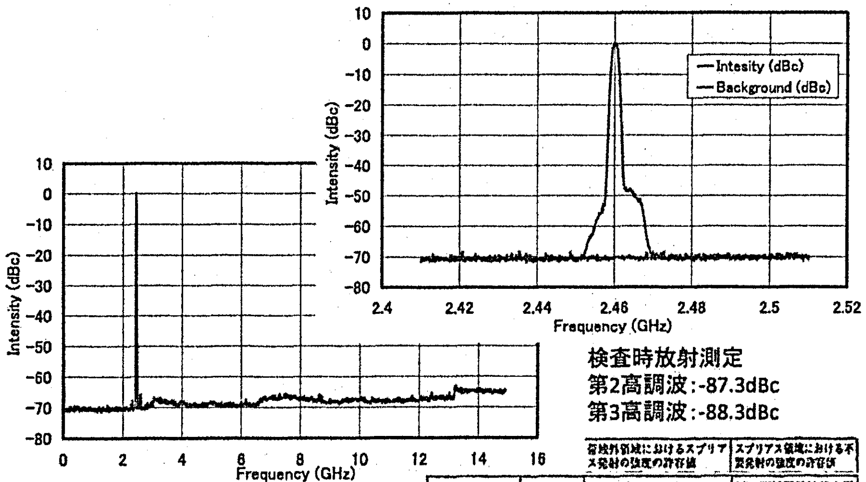
- 高橋文人、篠本弘毅(京大生存研) SPS2008-15 (2009-03) マイクロ波送電用レトロディレクティブシステムの開発及び屋外実験

マイクロ波送電系写真



送電器：位相制御マグネトロン２素子
ラジアルラインスロットアンテナアレイ
東京工業大学上田英樹氏、安藤真教授

マグネトロンの発振スペクトル

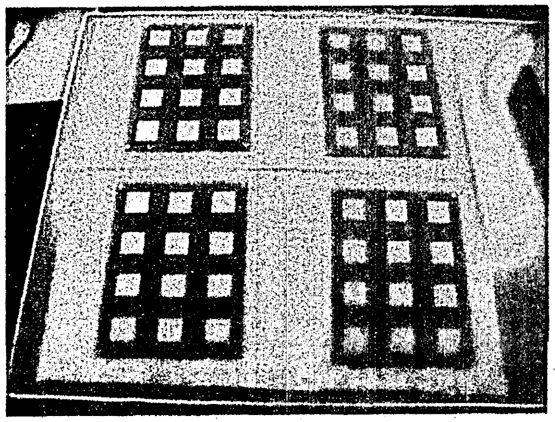


検査時放射測定
第2高調波：-87.3dBc
第3高調波：-88.3dBc

		帯域外領域におけるスプリアス発射の強度の許容値	スプリアス領域における不要発射の強度の許容値
960MHzを超えるもの	10Wを超えるもの	100mW以下であり、かつ、基本周波数の平均電力より50dB低い値	50μW以下又は基本周波数の搬送波電力より70dB低い値

レクテナ系写真(12素子×4)

・また飛行船による実証実験においては、電子ブザーあるいはLEDを搭載した4素子レクテナを用意し、災害発生時における被災者等の所在確認手法としての無線電力伝送の有効性を検討する。



宇宙基本計画

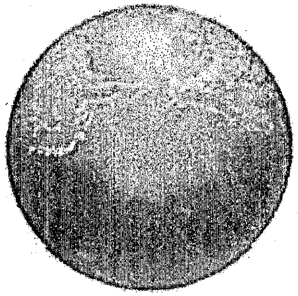
～ 日本の英知が宇宙を動かす ～
平成21年6月2日宇宙開発戦略本部決定

宇宙開発利用 ⇒ 国民生活の向上と国際貢献
⇒ 国民が安心して安全に豊かな生活を

- 安全保障や災害対策に必要な情報収集
- 農業・漁業の生産性の向上
- 高度なパーソナルナビゲーションの実現などに役立てる
- 宇宙を外交にも活用
- アジア地域の災害監視や地球的規模の課題の解決を目指す
- 人類の知的資産の蓄積に貢献

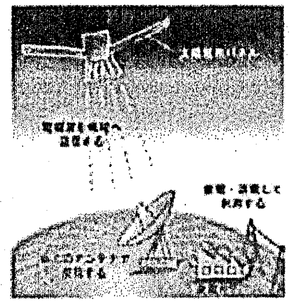
これらを実現するための システム・プログラム

(1) 5つの利用システムの構築
A アジア等に貢献する陸域・海域観測衛星システム
B 地球環境観測・気象衛星システム
C 高度情報通信衛星システム
D 測位衛星システム
E 安全保障を目的とした衛星システム
(2) 4つの研究開発プログラムの推進
F 宇宙科学プログラム
G 有人宇宙活動プログラム
H 宇宙太陽光発電研究開発プログラム
I 小型実証衛星プログラム



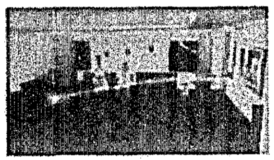
H 宇宙太陽光発電研究開発プログラム

②5年間の開発利用計画
上記目標の実現に向けて、以下の施策を推進する。
・宇宙太陽光発電について、関係機関が連携し、総合的な観点からシステム検討を実施する。並行して、エネルギー伝送技術について地上技術実証を進める。その結果を踏まえ、十分な検討を行い、3年程度を目途に、大気圏での影響やシステム的な確認を行うため、「きぼう」や小型衛星を活用した軌道上実証に着手する。



総務省　電波利用懇談会

家庭内ワイヤレスプロジェクト
平成21年7月3日
無線チップ
多様な機器に自由かつ簡単に装着可能な無線チップ
• AV機器・デジカメ・洗濯機等のいろいろな家庭機器に無線機能を付加し、容易にホームネットワークを構築
非接触型のブロードバンド近距離無線
メディアプレイヤー、TV、PC等の機器間のコンテンツやデータの大容量無線伝送による完全コードレス化
• 家電や音響機器に蓄積されているコンテンツを携帯メディアプレイヤーへ無線伝送し視聴
ワイヤレス電源供給
コンセントフリー住宅の実現
• 机上、壁そば、床上などに置くだけでワイヤレス電源供給(自動充電)される家電機器・携帯機器の登場
• 電子機器の設置工事の簡易化、電源に制約されない美的室内空間の確保、バリアフリー社会の促進



総務省　電波利用懇談会

家庭内ワイヤレスプロジェクト

ワイヤレス電源供給
家庭内・オフィス内の電化製品などの電源コードをコードレス化
•VHF 帯:数m の距離で電力伝送
•マイクロ波帯ISMバンド:漏えい電波に配慮し接触面のみで電力伝送する2次元通信型
→ 各国とも研究段階であり国際的な周波数分配の議論が始まっていないことから、研究開発を推進していくとともに、国際標準化や国際分配の検討も積極的に推進する必要がある。また、生体電磁問題にも十分配慮した検討が必要である。

家庭内ワイヤレスシステムに適した周波数としては、ミリ波帯(60GHz 帯、70GHz 帯、120GHz 帯等)を候補として、周波数配分を検討することが適当である。(信号伝送用)

輻射科学研究会資料
RS09-13

テーパー状金属ナノ開口を用いた近接場光ディスクの解析

Numerical study on near-field optical disk with an acute-edged metallic aperture

岩田 槙吾　　北村 敏明

Shingo Iwata　　Toshiaki Kitamura

関西大学システム理工学部

Kansai University

2009年12月16日

於 関西大学

概要:本研究では，開口の幅が光の進行方向に対してテーパー状に変化している金属ナノ開口を用いた場合の近接場光ディスクの読み取り特性について明らかにする．FDTD法を用いて電磁界分布を解析し，相変化ディスクからの遠方散乱界を求める．開口のテーパー角を変化させることによって，近接場の電界強度を増加させることができることを示す．また，相変化ディスクの記録マーク通過後の透過波に対するテーパー角の影響について明らかにする．

1. はじめに

これまで，光ディスクの記録容量はレーザー光の波長を短くすることや，レンズの開口数を増加させることによって向上が図られてきた．しかし，光の回折限界により，その記録密度には上限がある．そこで，その上限を打破する技術として，近接場光が注目されている．多くの研究者が近接場光を得る方法としてナノ開口に注目しており，様々な開口の形状が提案されてきた[1]-[8]．

本研究では，開口の幅が光の進行方向に対してテーパー形状に変化している金属ナノ開口を用いた近接場光ディスクの読み取り特性の解析を行う．解析においては，2次元モデルを仮定し，電子の運動方程式を結合したFDTD法[9]を用いる．

2. 解析方法

FDTD法で金属媒質を扱う場合には，RC(Recursive Convolution)法やADE(Auxiliary Differencial Equation)法などが用いられてきた．本研究では，電子の運動方程式とマクスウェルの方程式を連立させるFDTD法を用いて金属媒質の解析を行う．

3.1 金属媒質の取扱い

金属の複素比誘電率 $\varepsilon_r^*(\omega)$ は，周波数 ω の関数として式(1)に示すDrudeの式によって与えられる．

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_r^*(\omega) &= 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu - \omega)} \\
&= \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}\right) - j\left(\frac{\omega_p^2 \nu}{\omega(\omega^2 + \nu^2)}\right) \\
&= N^2 \\
&= (n_1 - jn_2)^2
\end{aligned} \tag{1}
$$

但し，ε_0 は真空中の誘電率，ω_p はプラズマ角周波数，ν は衝突周波数である．また，N は複素屈折率，n_1及びn_2はその実部及び虚部であり，ω_p は以下のように表される．

$$
\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m}} \tag{2}
$$

金属の誘電率は，光の周波数においてその実部が負の値を取る．ゆえに，従来の FDTD 法に適用すると電界が発散してしまう．本研究では，電子の運動方程式を結合した FDTD 法を用いて金属媒質を取り扱う．電子の運動方程式は，金属内において自由電子がイオンで構成された格子の中を自由に動き回っており，金属が固体プラズマと見なせることを利用して，磁気プラズマ中での解析に使用されている．この手法を用いれば，従来のRC法やADE 法に比べて，非常に簡単に定式化をすることが可能になる．加えて，より直接的に物質の物理的振る舞いに基づいたものとなっており，金属媒質における他の現象を扱おうとする場合にも容易に拡張することができる．

3.2 電子の運動方程式とマクスウェルの方程式の導出

ここでは，金属媒質内におけるマクスウェルの方程式と電子の運動方程式がどのように表されるかを示す．

まず．電子の運動方程式について考える．ここで，プラズマを構成する荷電粒子である自由電子は電磁界の力が働かないときには静止しているとし，他粒子との衝突回数も平均的なものをとって一定とする．実際には，プラズマを構成する粒子は，微視的にみれば温度に対応した熱運動をしている．しかし．その速度は位相速度に対して十分小さいため無視し，十分大きなスケールでの電磁界の影響による荷電粒子の運動のみに着目する．金属中の自由電子による分極を古典力学的な運動として記述するDrudeモデルは以下の図1で表される．

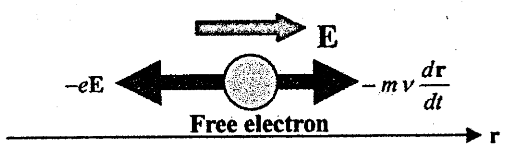


Fig.1 Drude model of free electron.

図1に示すように，電荷$-e$，質量mの自由電子が電場$\boldsymbol{E}$のもとで，摩擦力を受けながら運動するという状況を考える．この自由電子の運動方程式は，電子の変位を$\boldsymbol{r}$として

$$m\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}+m\nu\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=-e\boldsymbol{E} \tag{3}$$

と表される．これを電子の速度$\boldsymbol{u}=d\boldsymbol{r}/dt$を用いて記述すると，

$$m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}=-e\boldsymbol{E}-m\nu\boldsymbol{u} \tag{4}$$

となる．

次に，マクスウェルの方程式について考える．金属内には自由電子の運動による対流電流が存在する．電子の速度$\boldsymbol{u}$，電子の密度n_0，電子の電荷$-e$を用いると，その対流電流密度は$-n_0e\boldsymbol{u}$となる．よって，マクスウェルの方程式は以下のように表すことができる．

$$\begin{cases}\varepsilon_0\dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}=\nabla\times\boldsymbol{H}+n_0e\boldsymbol{u}\\ \mu_0\dfrac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}=-\nabla\times\boldsymbol{E}\end{cases} \tag{5}$$

解析では，式(4)および(5)を連立して解く．これら3つの式に対して，通常のFDTD法における定式化と同様に，空間及び時間微分について差分化を行う．次に，解析で用いる2次元H偏波の場合に対して具体的な定式化を行う．

3.3 電子の運動方程式を用いたFDTD法の定式化

解析領域内における金属媒質に対して，マクスウェルの方程式及び電子の運動方程式は以下のように表される．

$$\begin{cases}\varepsilon_0\dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}=\nabla\times\boldsymbol{H}+n_0e\boldsymbol{u}\\ \mu_0\dfrac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}=-\nabla\times\boldsymbol{E}\end{cases} \tag{6}$$

$$m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}=-e\boldsymbol{E}-m\nu\boldsymbol{u} \tag{7}$$

次に，差分化する際に用いる電磁界及び電子速度の空間配置および時間配置を示す．

図2に，FDTD格子セルを，図3に電磁界及び電子速度の時間配置を示す．図2に示されているように，セル上において電子速度$\boldsymbol{u}$の各々の成分は電界$\boldsymbol{E}$に対応する成分と同じ位置に配置する．また，図3に示されているように，時間軸上において電子速度$\boldsymbol{u}$は磁界$\boldsymbol{H}$と同じ位置に配置する．

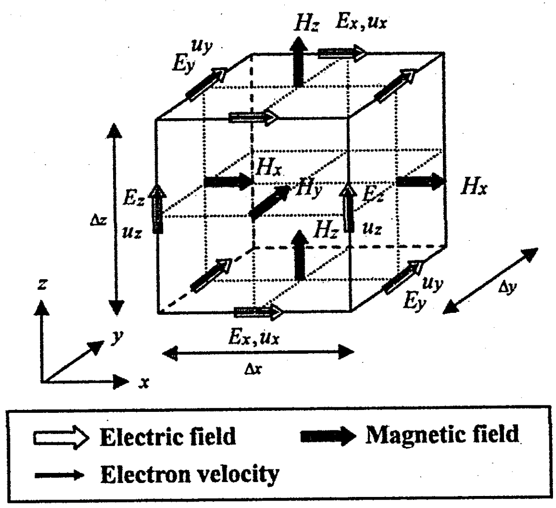


Fig.2 FDTD cell.

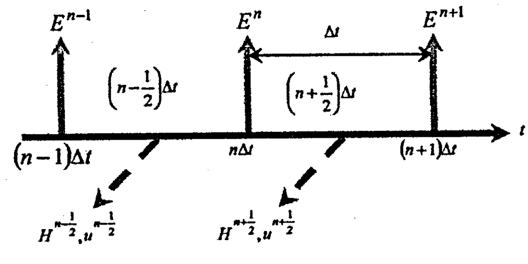


Fig.3 Arrangement of field components and electron velocities in time domain.

これらの空間配置及び時間配置を元に，式(6), (7)を差分して，以下の式が得られる．

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{E}^{n} = \boldsymbol{E}^{n-1} + \dfrac{\Delta t}{\varepsilon_0}\left(\nabla \times \boldsymbol{H}^{n-\frac{1}{2}}\right) + \dfrac{\Delta t}{\varepsilon_0} n_0 e \boldsymbol{u}^{n-\frac{1}{2}} & (8) \\
\boldsymbol{H}^{n+\frac{1}{2}} = \boldsymbol{H}^{n-\frac{1}{2}} - \dfrac{\Delta t}{\mu_0}\left(\nabla \times \boldsymbol{E}^{n}\right) & (9) \\
\boldsymbol{u}^{n+\frac{1}{2}} = \dfrac{2-\nu\Delta t}{2+\nu\Delta t}\boldsymbol{u}^{n-\frac{1}{2}} - \dfrac{2e\Delta t}{m(2+\nu\Delta t)}\boldsymbol{E}^{n} & (10)
\end{cases}
$$

3.4 2次元H偏波の定式化

次に，2次元H偏波の場合における電磁界及び速度成分の定式化について考える．

解析領域内の電界，磁界及び電子速度成分は式(8), (9), 及び(10)で表わされる．そこで磁界がz成分のみであることを考慮すると，

$$
\nabla \times \boldsymbol{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\boldsymbol{a}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\boldsymbol{a}_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\boldsymbol{a}_z
$$

$$
= \frac{\partial H_z}{\partial y}\boldsymbol{a}_x - \frac{\partial H_z}{\partial x}\boldsymbol{a}_y \tag{11}
$$

$$
\nabla \times \boldsymbol{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\boldsymbol{a}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\boldsymbol{a}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\boldsymbol{a}_z
$$

$$
= \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\boldsymbol{a}_z \tag{12}
$$

となる．よって，式(11), (12)を式(8), (9), (10)に代入して空間差分をとり，整理すると以下の式が得られる．

[電界成分]

$$
\begin{aligned}
E_x^{n}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) &= E_x^{n-1}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y}\left(H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}\right)\right) \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} n_0 e u_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j\right)
\end{aligned} \tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
E_y^{n}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) &= E_y^{n-1}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x}\left(H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right)\right) \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} n_0 e u_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right)
\end{aligned} \tag{14}
$$

[磁界成分]

$$
\begin{aligned}
H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x}\left(E_y^{n}\left(i+1, j+\frac{1}{2}\right) - E_y^{n}\left(i, j+\frac{1}{2}\right)\right) \\
&\quad + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y}\left(E_x^{n}\left(i+\frac{1}{2}, j+1\right) - E_x^{n}\left(i+\frac{1}{2}, j\right)\right)
\end{aligned} \tag{15}
$$

[電子速度成分]

$$
\begin{aligned}
u_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) &= \frac{2-\nu\Delta t}{2+\nu\Delta t} u_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) \\
&\quad - \frac{2e\Delta t}{m(2+\nu\Delta t)} E_x^{n}\left(i+\frac{1}{2}, j\right)
\end{aligned} \tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
u_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) &= \frac{2-\nu\Delta t}{2+\nu\Delta t} u_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \\
&\quad - \frac{2e\Delta t}{m(2+\nu\Delta t)} E_y^{n}\left(i, j+\frac{1}{2}\right)
\end{aligned} \tag{17}
$$

3.5 金属薄膜の透過係数

解析方法の有効性を確認するため，金属薄膜の透過係数を，FDTD法を用いて計算し，理論値との比較を行う．

金属薄膜に波長λ=650nmの単一平面波を入射した場合を考える．透過係数の理論値は式(18)より求める．ここで，Nは媒質の複素屈折率，tは金属膜の厚みを示す．金属媒質としてAl, Au及びAgを用いる．その複素屈折率を表1に示す．図4に，膜厚0nmから200nmまで変化させた場合の透過係数の比較結果を示す．図より，各媒質ともFDTD法による解析結果と式(18)から計算した理論値がよく一致していることが確認できる．

$$
T = \frac{4N\exp(-j2\pi(N-1)t/\lambda)}{(1+N)^2 - (1-N)^2\exp(-j4\pi Nt/\lambda)} \tag{18}
$$

Table.1 Refractive indexes.

Al	$0.98 - 5.97j$
Au	$0.142 - 3.374j$
Ag	$0.07 - 4.2j$

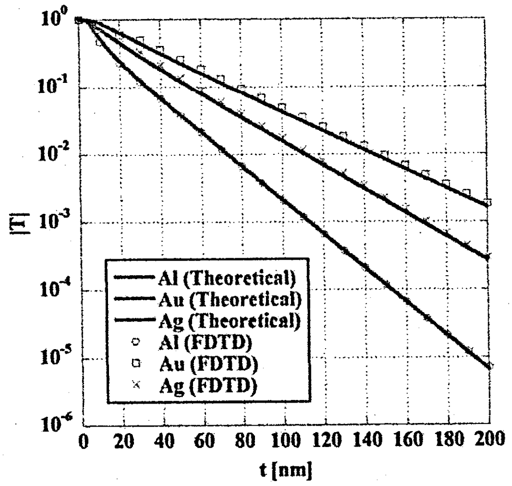


Fig.4 Transmission characteristics of metallic thin films.

3. 開口付近の近接場光分布

図5にテーパー状金属ナノ開口の2次元モデルを示す．ここで，金属膜の膜厚を150nmとし，金属膜の開口幅w_a，および開口のテーパー角θをパラメータとして解析を行う．また，金属膜の媒質には Ag を用い，その複素屈折率を N=0.07-4.2j とする．x軸方向に偏光した波長650nmのガウスビームを開口に入射し，開口付近の電界分布を求める．図6に開口下10nmでの電界強度を示す．ここで，w_a=50nm，100nmの場合の結果をそれぞれ(a)，(b)に示しており，w_a=50nm，θ=0° の場合の最大電界強度で正規化している．いずれの場合も，テーパー角を設けることによって，通常の金属開口（θ=0°）に比べてより大きな電界強度が得られることがわかる．

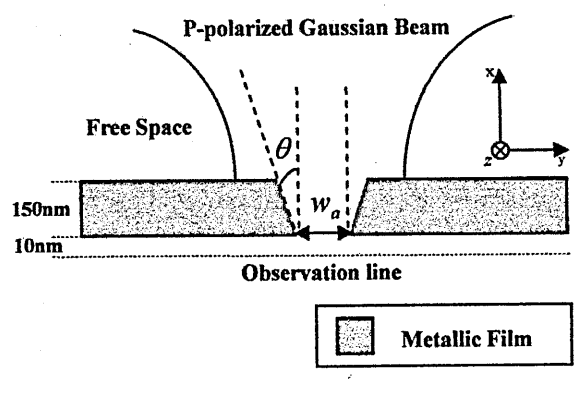
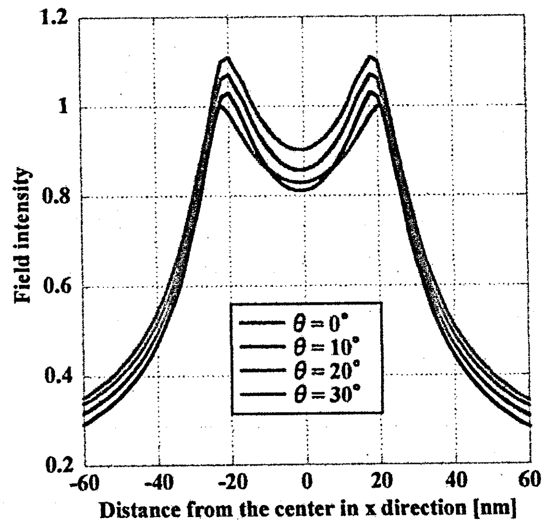
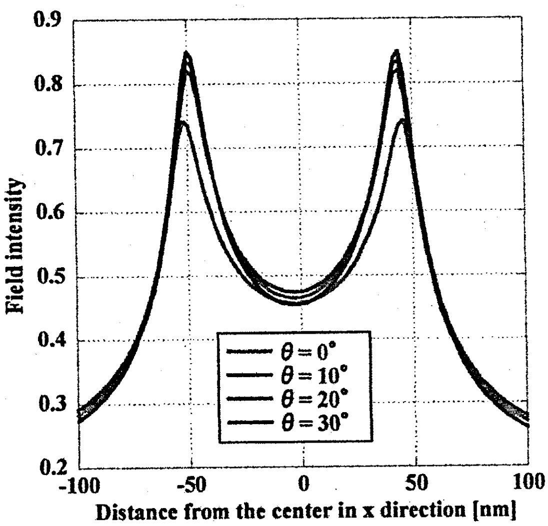


Fig.5 Metallic nano-aperture.



(a) w_a=50nm



(b) w_a=100nm

Fig.6 Field intensity of electric near field.

4. 近接場光ディスクの読み取り特性

金属ナノ開口及び相変化ディスクからなる近接場光ディスクの構造を図8に示す．また，近接場光ディスク構造の複素屈折率を表2に示す．入射光は開口数0.6の対物レンズを用い，x軸方向に偏光した波長650nmのp偏光ガウスビームとする．パラメータとして開口幅w_a及びテーパー角θを変化させた場合について読み取り特性の解析を行う．

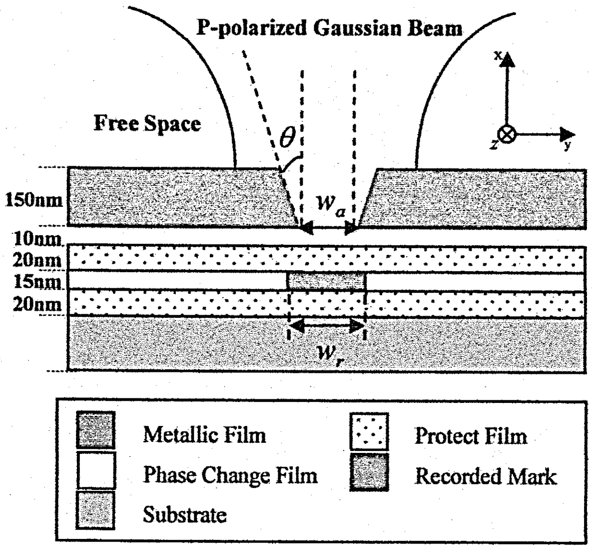


Fig.7 Near-field optical disk.

Table.2 Refractive indexes.

Metallic film (Ag)	0.070-4.20j
Phase change film	4.2-1.9j(amorphous) 4.6-4.2j(crystalline)
Protection film	2.2
Substrate	1.5

記録マーク幅の大きさw_rに対する記録マーク通過後の信号出力の変化を図7に示す．ここで，w_a=50nm，100nmの場合の結果をそれぞれ(a)，(b)に示している．信号出力は透過波の遠方散乱界から計算しており，$\theta=0°$ で記録マークがない場合の出力で正規化している．図8より信号出力の大きさはw_rが増加するにつれ増加し，開口幅が小さいときには，その傾きがより大きくなることがわかる．また，テーパー角を設けることで，通常の金属開口（$\theta=0°$ ）に比べて高い出力信号が得られており，最も大きい出力が得られるテーパー角（θ）は開口幅（w_a）により異なることがわかる．さらに，小さな開口幅（w_a=50nm）の方が，記録マークの有無による出力差がより大きいことがわかる．

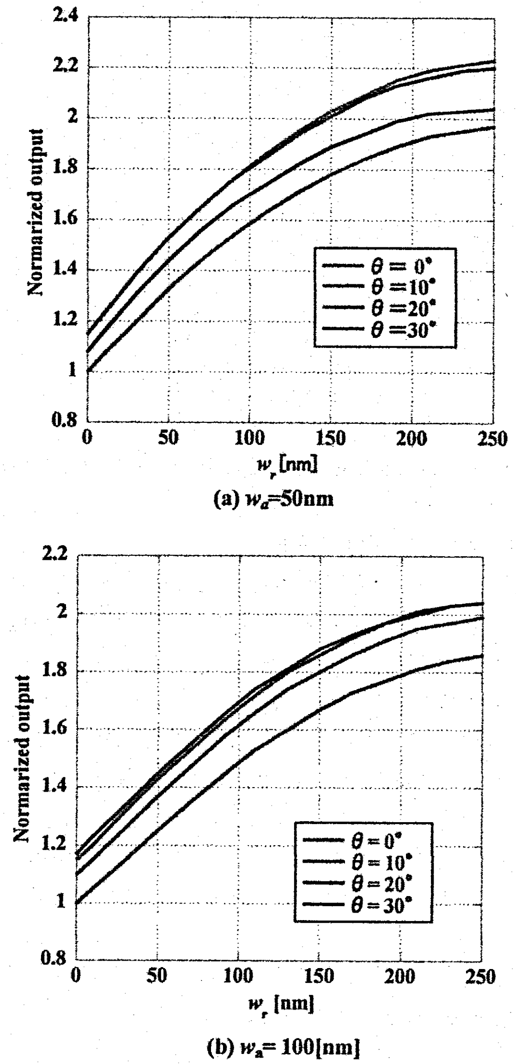


Fig.9 Normalized output as a function of w_r.

w_r=50nmのときのテーパー角θに対する記録マーク通過後の信号出力の変化を図10に示す．信号出力は透過波の遠方散乱界より計算しており，w_a=100nm，$\theta=0°$のときの出力で正規化している．図10から，開口の大きさによって，最も高い出力を得ることのできるテーパー角の大きさが異なっていることがわかる．また，信号出力の大きさは開口幅（w_a）が大きいほど大きくなることがわかる．

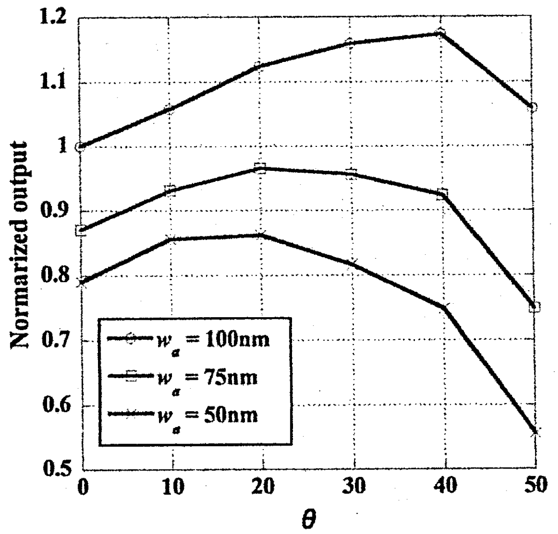


Fig.10 Normalized output as a function of θ.

5. 結論

本研究では，テーパー状金属ナノ開口を用いた近接場光ディスクの読み取り特性について明らかにした．電子の運動方程式を結合したFDTD法を用いて電磁界分布を解析し，相変化ディスクからの遠方散乱界を計算した．開口にテーパー角を設けることで，より大きな近接場強度が得られることを明らかにした．また，記録マーク通過後の信号出力もテーパー角に依存して変化することを示した．

参考文献

1. K. Tanaka, M. Oumi, T. Niwa, S. Ichihara, Y. Mitsuoka, and K. Nakajima K, "High Spatial Resolution and Throughput Potentical of an Optical Head with a Triangular Aperture for Near-Field Optical Data Strage," *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1, Vol. 42, No. 2B, pp.1113-1117 (2003).
2. E. X. Jin, and X. Xu, "Fininte-Difference Time-Domain Studies on Optical Transmission through Planar Nano-Apertures in a Metal Film," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 43, No. 1, pp.407-417 (2003).
3. K. Tanaka, and M. Tanaka M, "Simulation of Confined and Enhanced Optical Near-Fields for an I-Shaped Aperture in a Pyramidal Structure on a Thick Metallic Screen," *J. Appl. Phys.*, Vol. 95, No. 7, pp.3765-3771 (2004).
4. K. Sendur, W. Challener, and C. Peng, "Ridge Waveguide as a Near Field Aperture for High Density Data Storage," *J. Appl. Phys.*, Vol. 96, No. 5, pp.2743-2752 (2004).
5. Y. Chen, J. Fang, C. Tien, and H. D. Shien, "Double-Corrugated C-Shaped Aperture for Near-Field Recording," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 45, No. 2B, pp.1348-1350 (2006).
6. G. S. Eom, D. Yang, E. Lee, S. Park, Y. Lee, and J. W. Hahn, "Wave Propagation Characteristics of a Figure-Eight Shaped Nanoaperture," *J. Appl. Phys.*, Vol. 101, 103101, pp.1-4 (2007).
7. D. Park, H. J. Kim, B. H. O, S. G. Park, E. Lee, and S. G. Lee, "Effect of Incident Beam Width on Light Transmission Enhancement by Bow-Tie-Shaped Nano-Aperture," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 46, No. 12, pp.7991-7994 (2007).
8. S. Omodani, T. Saiki, and M. Obara, "Metallic Slit Aperture as a Near-Field Optical Head for Heat-Assisted Magnetic Recording," *J. Appl. Phys.*, Vol. 105, 013101, pp.1-5 (2009).
9. S. Kagawa, Y. He, and T. Kojima, "Two-Dimentional FDTD Analysis of the Readout Characteristics of an Optical Near Field Disk," *IEICE Trans. Electron.*, Vol. E91-C, No. 1, pp.48-55 (2008).

輻射科学研究会資料
RS09-14

マイクロプラズマによる電磁波伝搬制御とその応用展開の可能性

Control of electromagnetic waves using microplasmas and their potential application

酒井 道、内藤 皓貴、下村 卓也、橘 邦英
Osamu Sakai, Teruki Naito, Takuya Shimomura and Kunihide Tachibana
京都大学大学院工学研究科
Kyoto University

2009 年 12 月 16 日
於 関西大学

概要

“マイクロプラズマ”(サイズの小さなプラズマ)を空間に配置することで、マイクロ波帯の電磁波の分散関係は複素数の波数で表されることに着目し、この特性を実験的・理論的に調べた。プラズマの誘電率は複素数で表され、その実数部は主にプラズマ中の電子密度に、虚数部は主に電子の中性粒子との弾性衝突周波数に依存する。すなわち、それらはプラズマ投入電力とガス圧力を制御することで、ほぼ独立に制御できる。さらに、マイクロプラズマの場合、周期的に配置することで禁制帯を生じ、その有無によっても複素数平面上での制御が可能である。この2つの側面により、マイクロプラズマのパラメータと配置を工夫することで、従来の電磁波媒質を超えて、動的な機能性フィルターへ応用することが可能である。

Abstract

Complex dispersion relation of electromagnetic waves in a spatially-arranged microplasma array was investigated at microwave frequencies. Since permittivity of a plasma is a complex value in which its real part mainly depends on electron density and its imaginary part is determined by electron elastic collision frequency, amplitude and phase of electromagnetic waves are controllable in an independent manner to each other. Furthermore, with elaborated spatial designs of periodic columnar microplasmas yielding photonic band gaps, they serve as variable converters of microwaves in the complex plane with various functions. These two aspects of microplasma arrangement will open novel features beyond the conventional materials and new application for dynamic and functional filters.

Keywords
Plasma, electromagnetic wave, complex permittivity

1. Introduction

Microplasmas whose sizes are smaller than a few millimeters can give rise to functionality for chemical micro-reactors, conversion fields for biomaterials, and interactive media for photons.[1,2] In particular, as far as interaction with photons or electromagnetic waves is concerned, in addition to microplasma generation and photon emission in an intensified electric field of waves, microplasmas can also play a number of potential roles of controllers for propagating waves. As a related scientific concern, dispersion relation of electromagnetic waves has been well understood in both magnetized and non-magnetized plasmas, where they are assumed to be homogeneous, inhomogeneous within the regime of Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) approximation, or have specific parameter profiles in a cross section, such as that in the ionosphere space or a tokamak device.[3,4,5] Recently, plasmas which have abrupt spatial and temporal changes or are arranged in periodic structure have attentions since they can serve as novel devices, following the initial proposal of wave absorbers and reflectors by Vidmar,[6] such as a frequency upshift converter,[7] antenna[8] or a photonic crystal;[9,10] we have already reported experimental verification of plasma photonic crystals composed of a microplasma array.[10-13]

Theoretical approaches to reveal wave propagation in a periodical plasma assembly have been achieved so far in various methods. The Kronig and Penny model was useful for derivation of a band diagram in a one-dimensional plasma array.[7,14] To simulate two-dimensional spatial periodicity, the plane wave expansion method was modified for plasma array[11] as well as for metallic structure[15] to derive dispersion relation or a photonic band diagram, and this modified method can deal with collision effects as a loss term. Another method to calculate band diagrams of two-dimensional structure is the direct complex-field analysis,[11] and this method also allows us to analyze effects of a finite-size array.[12]

On the part of the experimental verification, we developed several types to realize one- and two-dimensional periodic plasma assembly, using discharge extension of microplasma array,[10,16,17] a discharge assembly in multi capillary electrodes,[12,18] and cold cathode fluorescent lamps.[19-21] Self-organized discharge patterns in parallel-plate dielectric barrier discharges[22-24] are simple and also promising regimes to realize a homogeneous two-dimensional plasma assembly.

One missing point in the previous reports so far was permittivity working as a complex variable. When we use a collisional plasma instead of a collisionless plasma, the permittivity becomes a complex value, and we expect a new complex-variable filter made of plasma assemblies; collisions in plasmas give rise to imaginary part of the permittivity, and so we can expect independent control of wave amplitude and phase shift by changing electron density and gas pressure which determines electron elastic collision frequency. In addition, since we can control the frequency of the band gaps by varying spatial periodicity of the turn-on plasmas, we will obtain an elaborate tool for control of wave propagation.

This report focuses on novel physics of plasma assembly in a periodic configuration for electromagnetic media. When we make an assembly composed of microplasmas generated in a discharge scheme in which the working gas pressure is around the so-called Paschen-minimum condition, novel functions are expected due to its complex dielectric function arising from dielectric and lossy properties; the dielectric property creates photonic band gaps, and the lossy property drastically changes transmittance around the photonic band gaps. In such cases, a "complex" dispersion relation or a "complex" band diagram describes electromagnetic wave propagation in the three-dimensional space of real and imaginary wavenumbers and wave frequency, which will open new possibilities to control electromagnetic waves by complex-variable filters composed of microplasma assembly.

Such physical aspects of plasma assemblies are reported in this article as follows. In Section 2, we review dispersion relation in a plasma and its assembly, and a new drawing method of dispersion relation in three-dimensional (3D) space of wave frequency, real and imaginary wavenumbers is described. Here, we can explain fundamental properties on wave propagation, especially in a one-dimensional (1D) periodic plasma structure. In Section 3, experimental results are shown about 1D microplasma array, and complex-variable functions are verified using several examples. We also demonstrate one example of synthesis effects of two microplasma array for advanced function in Section 3, which is followed by a summary of this report in Section 4.

2. Complex Dispersion Relations in a Plasma and Its Assembly

To describe wave absorption as well as phase shift and/or reflection of the propagating waves, we here use a drawing of dispersion relation in the space in three coordinates consisting of wave frequency $\omega/2\pi$, real wavenumber k_r, and imaginary wavenumber k_i. A propagating wave which is launched at a spatial position $x=0$, or on the edge of a given media, is expressed as

$$\begin{aligned} &A(x)\exp(j\phi(t,x)) = A(x)\exp(j(\omega t - k_r x)) \\ &= A_0 \exp(k_i x)\exp(j(\omega t - k_r x)) = A_0 \exp(j(\omega t - (k_r + jk_i)x)), \end{aligned} \qquad (1)$$

where $A(x)$ is wave amplitude with the initial boundary condition of $A_0 = A(x=0)$, t is time, and $\phi(t,x)$ is phase of the wave with the initial condition of $\phi(0,0)=0$. The dispersion relation in a collisionless plasma is usually expressed in the $\omega - k_r$ plane, and we can also obtain a useful information about wave attenuation from k_i as a function of ω when significant loss or wave attenuation takes place.

For instance, dispersion relation in a bulk non-magnetized plasma is expressed by the permittivity ε in the Drude model in the form

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^{2}}{\omega^2(1 + j\nu_m/\omega)}, \qquad (2)$$

where ω_{pe} is electron plasma frequency which is a function of electron density n_e, and $\nu_m/2\pi$ is electron elastic collision frequency. Figure 1 shows ε at a fixed wave frequency (4 GHz) as a function of n_e with various gas conditions on the complex plane.

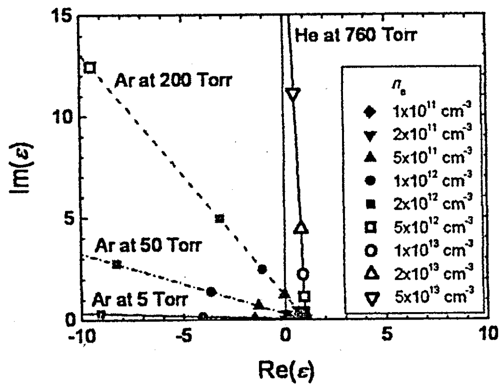


FIG. 1. Permittivity in a lossy bulk plasma with various gas condition and various n_e.

Here, we assume that electron energy is 0.5 eV for a plasma in the afterglow and that cross section of electron elastic collisions is $5.0\times10^{-16}\,\mathrm{cm}^2$ for He and $1.0\times10^{-16}\,\mathrm{cm}^2$ for Ar from the literature.[25] At 760 Torr of He, $\mathrm{Re}(\varepsilon)$ is almost constant at unity for varying n_e. On the other hand, at 5 Torr of Ar, $\mathrm{Im}(\varepsilon)$ is almost zero while $\mathrm{Re}(\varepsilon)$ changes significantly in the negative polarity, and this feature almost corresponds to a collisionless plasma. This figure indicates that the change of gas species and pressure yields ε with $\mathrm{Im}(\varepsilon)/\mathrm{Re}(\varepsilon)$ ranging from 0 to infinity for $\mathrm{Re}(\varepsilon)<1$ on the complex plane.

Equation (2) gives us an understanding of dispersion relation in the three dimensional (3D) space (ω, k_r, k_i). Figure 2 displays dispersion relation in a bulk non-magnetized plasma expressed by Eq. (2). In the case at 5 Torr of Ar, which is almost collisionless as mentioned earlier, the trajectory on the (ω, k_r) plane is well known in the literature. The working point is always on the (ω, k_r) plane or on the (ω, k_i) plane, which can be understood easily from Eq. (2). However, in the case at 120 Torr of He, the working point goes far away from the two planes below ω_{pe} and leaves a trajectory on the (k_r, k_i) plane; at such a point, the wave suffers attenuation as well as phase shift, as pointed out in Eq. (1).

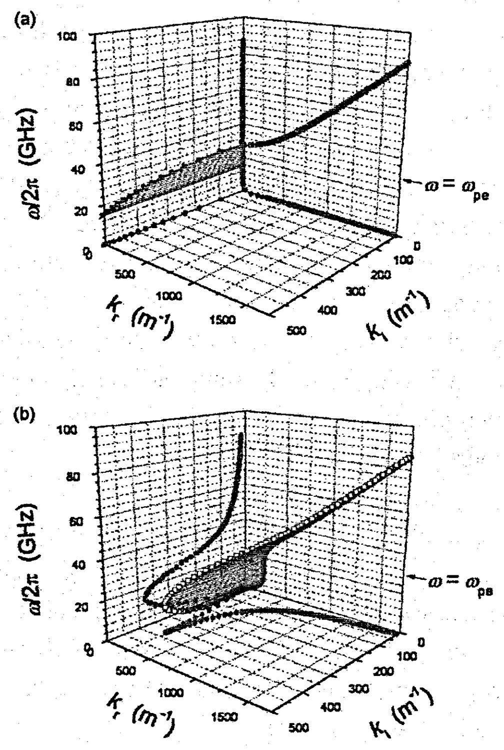


FIG. 2. Dispersion relation of electromagnetic waves in a bulk plasma with n_e = 1×10^{13} cm^{-3} in the 3D space. (a) In a plasma at 5 Torr of Ar gas. (b) In a plasma at 120 Torr of He gas.

Drawings of dispersion relation in this 3D space reveal significant physical parameters of electromagnetic media, as shown in the following. Knowledge from microwave engineering[26] shows that

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}, \tag{3}$$

where μ and σ is permeability and conductivity of the media, respectively. From Eq. (3), the following equation is derived:

$$k_r|k_i|=\frac{\omega\mu}{2}\sigma=\frac{1}{\delta_s{}^2}. \tag{4}$$

Here δ_s is skin depth of the wave into the media. $k_r|k_i|$ indicates area on the (k_r, k_i) plane, and so a point projected on the (k_r, k_i) plane expresses conductivity of the media on the assumption that μ is constant. The inverse of the area on the (k_r, k_i) corresponds to square of δ_s; as the area is larger, the skin depth is shorter. Another physical parameter which is visible in this 3D drawing is the metallic/dielectric boundary. From Eq. (3), we also obtain

$$k_r^2 - k_i^2 = \omega^2 \mu \varepsilon. \qquad (5)$$

Comprehension of this equation gives us the following result. If $k_r > |k_i|$, ε is positive when μ is positive, leading to the fact that the media is dielectric, and if $k_r < |k_i|$, vice versa, and we can recognize that the media is metallic. The line of $k_r = k_i$ becomes the boundary between metallic and dielectric media.

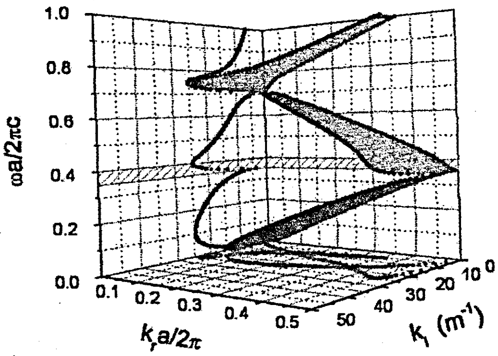


FIG. 3. Dispersion relation of electromagnetic waves in a 1D microplasma array with plasma filling fraction of 0.17, $n_e = 1\times10^{13}$ cm^{-3}, $\omega_{pe}/\nu_m = 0.5$.

These characteristics arising from lossy plasmas are distinguishable from other electromagnetic media; unlike plasmas, any other material never has a variety of parameter sets such as complex ε and σ. Such a characteristic property can be enhanced by spatial periodicity; a simple periodic ε_r distribution realized in a solid material makes a photonic or electromagnetic band material which includes photonic band gaps. If we introduce the effects of ε_i in a plasma array, new features can emerge with the complex-variable effects. A plasma array also works as an equivalent metal, which also affects photonic bands. We have already studied a part of its effects in our previous report,[19] in which one-dimensional structure was assumed. Figure 3 displays a 3D band diagram of dispersion relation of a one-dimensional periodic plasma layers. The hatched region is the first band gap, where we recognize significant change of k_i as well as k_r. Detailed description will be found in Section 3 with discussion of experimental results.

3. Application of Complex Dispersion Relation

3.1 Experimental setup

In section 2, we reviewed theoretical aspects of plasmas as electromagnetic media. Here we add another feature arising from periodicity of microplasma arrangement, where we assume that a microplasma has a relative smaller size than wavelength of the electromagnetic waves. Here we show an equivalent variable attenuator and/or phase shifter to obtain specific functions against a given complex number $A\exp(j\phi)$ with amplitude A and phase ϕ.[27]

To create specific functions realized in a microplasma array, we used periodic microplasma columns in cold cathode fluorescent lamps (CCFLs), whose spatial periodicity is variable. The experimental setup was very similar to the one previously reported,[19,20] and here we briefly mention to it. CCFLs were installed between the center conductor and the grounded side conductors of the coplanar microwave waveguide, and their axis was perpendicular to the waveguide surface. Here we call the coplanar waveguide with this microplasma array as a device under test (DUT) in this section. Our previous report[20] showed that, in the similar configuration, attenuation and phase of the propagating waves in the DUT varied drastically at frequencies around a photonic band gap. That indicates that, when we control the spatial periodicity by switching pattern of the on-state CCFLs and changing the frequency of the photonic band gap, we can adjust complex number expressed in the propagating waves.

Rigorously speaking, CCFLs without plasmas can form a photonic crystal due to the refractive index of a glass tube. However, the experimental result showed that this glass effect was negligible, partly because the thickness of the glass tube was so thin (around 200 μm) in comparison with the minimum spatial periodic length (3 mm)

An individual CCFL was connected to the external bipolar power supply through a series switch and a resistor. The switch was useful to control both the pattern and the number of the on-state CCFLs; the spatial periodicity affected the band-gap frequency, and the total number determined a phasor of the microwave signals on the complex plane.

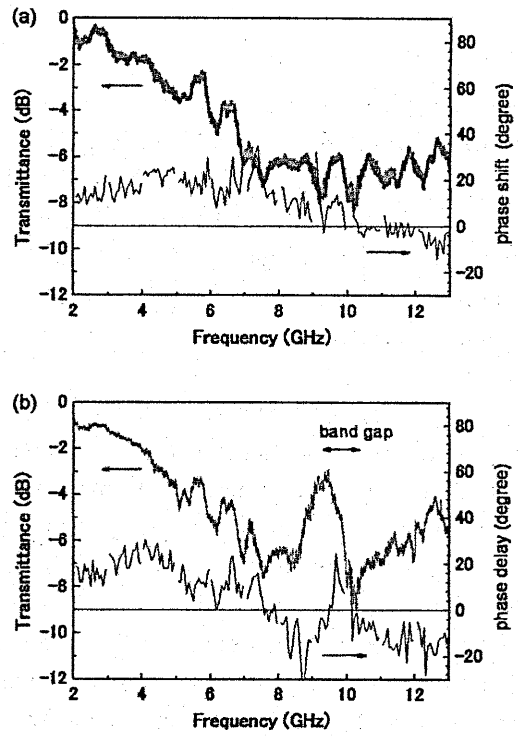


FIG. 4. Attenuation rate and phase shift of microplasma array installed in a coplanar waveguide as a function of frequency (a) with the periodic length of 3 mm and (b) with the periodic length of 12 mm.

3.2 Experimental result

Figure 4 shows amplitude attenuation and refractive index of the transmitted microwaves through the DUT described in subsection 3.1. In the low frequency region less than 5 GHz, large attenuation and significant phase shift were observed in all cases shown here. When we set the periodic length to be 3 mm at 8 GHz, large attenuation of the amplitude and significant phase shift was observed since refractive index of the DUT is different from the one of the coplanar waveguide itself. On the other hand, in the case with the periodic length of 12 mm at 8 GHz, almost no change of phase shift was observed and smaller attenuation took place. That is, using a microplasma array, we can control independently the real part (i.e., attenuation) and the imaginary part (i.e., phase shift) of the complex number expressed in microwave signals. We note that the refractive index ranged from 1.1 (at ~11 GHz) to 1.5 (at ~3 GHz) around 1.18 that was the refractive index of the waveguide.

Such phenomena were explained by the mechanism described in the following. When the frequency was much smaller than the band-gap frequency, i.e., ~8 GHz in the case of the spatial periodicity of 3 mm, large loss term and large refractive index are expected from the permittivity of the bulk plasma expressed in the Drude model expressed as Eq. (2). In a photonic crystal, due to its photonic band gap, refractive index becomes large at the lower band while it becomes small at the higher band. Furthermore, in a lossy plasma photonic crystal, smaller-attenuation and larger-attenuation frequency range was observed just below or just above the photonic band gap, respectively, as shown in Fig. 3. In the case of the spatial periodicity of 12 mm, the photonic band gap was around 9-10 GHz, which made the attenuation and the phase shift different from the case with 3-mm periodicity.

Figure 5 shows complex-number conversion by one DUT on the complex plane. In the case with the periodic length to be 12 mm at 8 GHz, the conversion point moved from the initial point along the real axis with no phase shift; it worked as a real-number function. On the other hand, when the periodic length changed to be 3 mm, the conversion point moved with change of its phase component; it worked as a complex function. At 9 GHz, they were vise versa. At 5 GHz, both of them worked as complex functions. These phenomena are attributed to the unique features shown in Fig. 4, arising from the array effects of microplasmas.

Figure 6 demonstrates a specific complex function with multi inputs. In this case, the power splitter (11636B, Agilent Technology) divided the initial wave into two waves, where one of waves carried 50% wave energy, and the power combiner (11667B, Agilent Technology) on the output side combined two complex-value outputs of the DUTs and the entire circuit realized a simple sum calculator. An arrow indicates an output of an individual converter measured in the experiments, and the combined arrow shows the expected complex number from the above outputs. This combined arrow is in good agreement with the experimental data observed as a total output of this function. That is, various kinds of linear functions of multi complex-variable inputs can be made up using microplasma array DUTs.

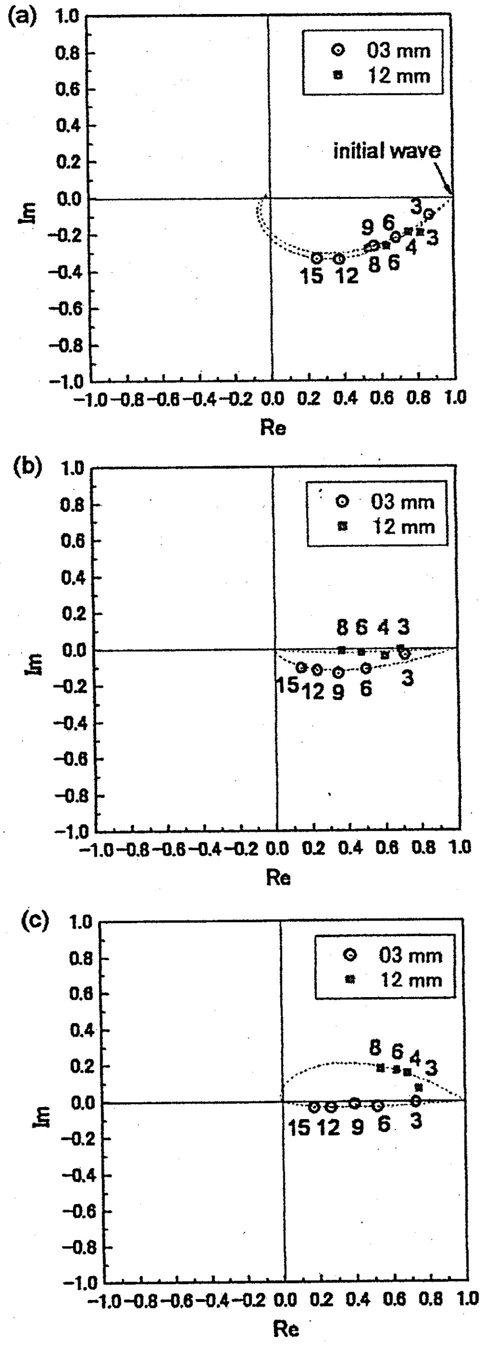


FIG. 5. Traces of working point on the complex plane as number of microplasma increases (a) at 5 GHz, (b) at 8 GHz, and (c) 9 GHz. We set a complex number of initial (incident) wave at (1.0, 0.0), and the data points on the characteristic line indicate the number of the plasmas in an array. Closed squares and open circles indicate the cases with the periodic length of 12 mm and 3 mm, respectively.

4. Summary

A plasma has a unique property which distinguishes it from the other solid materials; its permittivity is complex at microwaves and its real and imaginary parts are controllable. When we assemble microplasmas in a periodic structure, attenuation and phase shift also can be adjusted in an independent manner using significant change of wave properties in the vicinity of the band gaps, which was predicted by theoretical calculation and verified using experimental results. The synthesized array with different microplasma pattern showed summation of complex variables, and these experimental results indicates novel devices with complex-variable filters of electromagnetic waves.

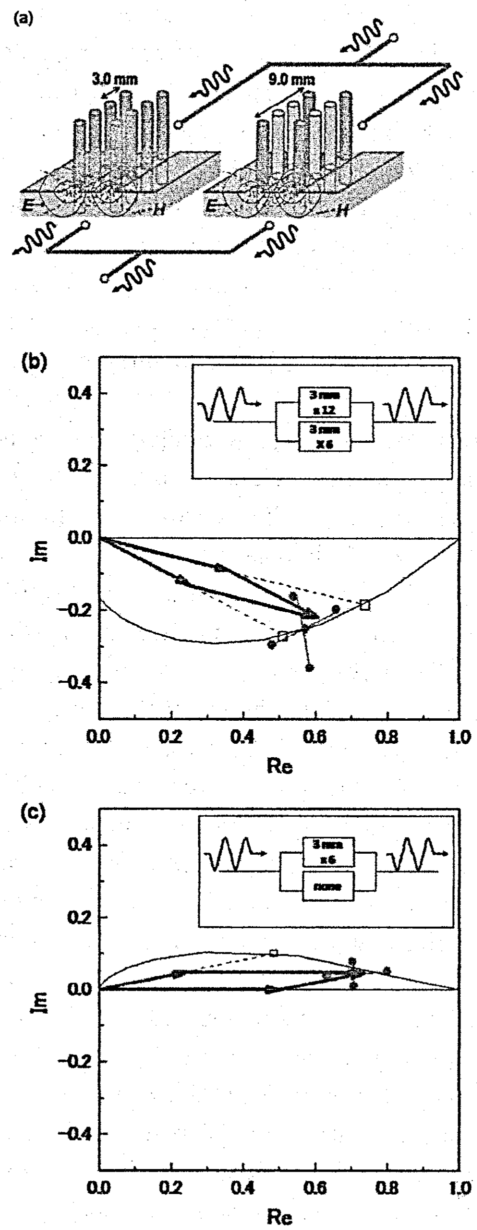


FIG. 6. (a) Schematic view of a sample functional circuit with a function of sum. (b) An example of sum calculation by two parallel microplasma arrays at 5 GHz. (c) Another example of sum calculation by two parallel microplasma arrays at 9 GHz. Closed circles indicate experimental data point with error bars.

Acknowledgement

This work was supported in part by the Grants-in-Aide for Scientific Research from the Japanese Ministry of Education, Culture, Sports, Science, and Technology, and by Industrial Technology Research Grant Program in 2006 from New Energy and Industrial Technology Development Organization (NEDO) of Japan.

Reference

[1] K. Tachibana, IEEJ Trans. Electr. Electron Eng. **1**, 145(2006).

[2] F. Iza, G. J. Kim, S. M. Lee, J. K. Lee, J. L. Walsh, Y. T. Zhang, M. G. Kong, Plasma Process. Polymers **5**, 322 (2008).

[3] T.H. Stix, *The Theory of Plasma Waves* (McGraw-Hill, New York, 1962).

[4] V.L. Ginzburg, *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma* (Pergamon Press, Oxford, 1964).

[5] D.G. Swanson, *Plasma Waves* (Academic Press, Boston, 1989).

[6] R. J. Vidmar, IEEE Trans. Plasma Sci. **18**, 733(1990).

[7] J. Faith, S.P. Kuo and J. Huang, Phys. Rev. E **55**, 1843 (1997).

[8] G. G. Borg, J. H. Harris, N. M. Martin, D. Thorncraft, R. Milliken, D. G. Miljak, B. Kwan, and T. Ng, J. Kircher, Phys. Plasmas, **5**, 2198 (2000).

[9] H. Hojo and A. Mase, J. Plasma Fusion Res. **80**, 89 (2004).

[10] O. Sakai, T. Sakaguchi and K. Tachibana, Appl. Phys. Lett. **87**, 241505 (2005).
[11] O. Sakai, T. Sakaguchi and K. Tachibana, J. Appl. Phys. **101**, 073304 (2007).
[12] T. Sakaguchi, O. Sakai and K. Tachibana, J. Appl. Phys. **101**, 073305 (2007).
[13] O. Sakai and K. Tachibana, IEEE Trans. Plasma Sci. **35**, 1267 (2007).
[14] D.K. Kalluri, *Electromagnetics of Complex Media* (CRC Press, Boca Raton, 1998).
[15] V. Kuzmiak and A. A. Maradudin, Phys. Rev. B **55**, 7427 (1997).
[16] O. Sakai, Y. Kishimoto, and K. Tachibana, J. Phys. D **38**, 431 (2005).
[17] O. Sakai, T. Sakaguchi, Y. Ito, and K. Tachibana, Plasma Phys. Controlled Fusion **47**, B617 (2005).
[18] E. E. Kunhaldt, IEEE Trans. Plasma Sci. **28**, 189 (2000).
[19] O. Sakai, T. Sakaguchi, T. Naito, D.-S. Lee and K. Tachibana, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, B453 (2007).
[20] T. Naito, O. Sakai and K. Tachibana, Appl. Phys. Express **1**, 066003 (2008).
[21] O. Sakai, T. Naito and K. Tachibana, Plasma Fusion Res. **4**, 052 (2009).
[22] T. Shirafuji, T. Kitagawa, T. Wakai and K. Tachibana, Appl. Phys. Lett. **83**, 2309 (2003).
[23] S. N. Abolmasov, T. Shirafuji, and K. Tachibana, IEEE Trans. Plasma Sci. **33**, 941 (2005).
[24] L. F. Dong, Y. F. He, W. L .Liu, R. L. Gao, H. F. Wang, and H. T. Zhao, Appl. Phys. Lett. 90, 031504 (2007).
[25] S. C. Brown, *Basic Data of Plasma Physics* (MIT Press, Boston, 1959).
[26] D. M. Pozar, *Microwave Engineering* (Addison-Wesley, Reading, 1990).
[27] O. Sakai, T. Naito, T. Shimomura, and K. Tachibana, "Microplasma array with metamaterial effects," Thin Solid Films (accepted for publication).

輻射科学研究会資料
RS09-15

結合金属螺旋が分布する構造に対する等価媒質特性について

Constitutive Characteristics for Distributions of Coupled Metallic Helices

浅居 正充　　近畿大学生物理工学部
Masamitsu Asai　　*Kinki University*
山北 次郎　　岡山県立大学情報工学部
Jiro Yamakita　　*Okayama Prefecture University*
松本 恵治　　大阪産業大学
Keiji Matsumoto　　*Osaka Sangyo University*

2010年3月30日（火）

於：京都工芸繊維大学

概要　結合する金属螺旋から成る粒子の3次元周期配列構造に対する等価媒質定数につき、Lorentz の方法に細線近似モーメント法を組み込む手法により算定した。粒子は全て同じ向きをもつものと仮定し、電気及び磁気双極子モーメントに加え電気四重極子モーメントの寄与も含めた算定を行った。

1. まえがき

近年、人工媒質と電磁波の相互作用に関する研究が盛んに行われている。人工媒質(artificial madia)とは、分子より大きく電磁波の波長に比べて十分小さな微細構造から成る人工物質で、自然物質では定量的又は定性的に得られない電磁特性を巨視的な特性値として得られるよう設計されたものを意味する。この種の研究はもともと生体物質などの有機物質の光学活性への関心から生まれたもので K. F. Lindman の実験(1914－1922)[1]に端を発する。この実験で、銅細線螺旋を一様等方的に分布させた構造が電磁キラリティを有することが初めて示された。このキラル媒質の研究[2]-[4]は人工誘電体等の諸研究とともに現在でも研究が継続されている。人工媒質の研究分野は新世紀への移行期に J. B. Pendry らが左手系媒質を理論的に取扱い[5]、D. R. Smith らがその構成を最初に実現するにおよび[6]、メタマテリアル(metamaterials) 即ち物質を超えた人工の物質との用語や考え方[7]とともに俄かに注目を集めるところとなった。その後はキラル媒質に代わって左手系媒質に関する研究が主流となっている。一方、最近キラル媒質などの螺旋構造と電磁波の相互作用への関心が特にカーボンマイクロコイル(CMC)[8],[9]の分野で高まっている。著者らは、CMC のモデルとして金属細線螺旋が分布した構造につき、伸縮ばらつきを仮定する場合、クラスタをなす場合等に対して等価媒質特性の算定を報告している[10]-[12]。CMC はしばしば 2 重螺旋のように複数螺旋が結合して生成されるが、これらを一定方向に配向させることも技術的に可能であり、これまでにない新しい異方性素子の可能性が存在する。

本研究では、自由空間中の結合した金属細線螺旋から成る粒子の3次元周期配列による異方性人工媒質構造に対する等価媒質特性につき計算を試みている。計算に際しては、波長に比べて十分小さい粒子サイズ及び粒子間隔を仮定し、準静電的近似に基づく Lorentz の方法[13]に細線近似モーメント法を組み込む手法[12]を適用している。等価媒質定数の算定にあたり、多重極子の寄与として異方性キラル媒質構造において必要とされる電気四重極子モーメントまでを計算に含めている[14]-[17]。

2. 計算手法

自由空間中の結合した金属細線螺旋から成る粒子の3次元周期配列で構成される人工媒質を仮定する。デカルト座標の x, y, z の各軸方向の配列周期を各々 d_x, d_y ,d_z, 自由空間の誘電率および透磁率をそれぞれ ε_0, μ_0 とする。また、以下の定式において時間因子を $\exp(j\omega t)$ と仮定し記述を省略する。各粒子は右巻または左巻の巻数 T、半径 A、ピッチ P、細線半径 W の同一構造の2本の螺旋から成るものとする。本研究では2本の螺旋軸が平行と成る場合(parallel case)及びねじれの位置にある場合(skew case)を取り扱う。図1に平行の場合を示す。右側の螺旋を図中の回転軸矢印方向に対して右回転（角度 θ）させた構造をねじれの位置の場合と定義する。

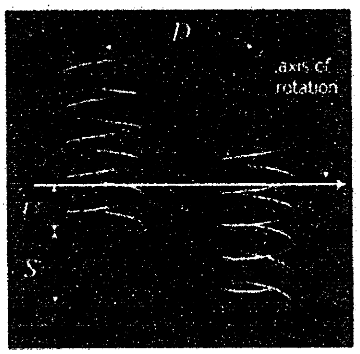


図１：平行の場合(parallel case)

人工媒質中の平均電界、平均磁界、平均電束密度、平均磁束密度を各々 $\boldsymbol{E}$,$\boldsymbol{H}$,$\boldsymbol{D}$ 及び $\boldsymbol{B}$ とする。この人工媒質は巨視的に双異方性媒質とみなせるので、これらの量は次式のような $E-H$ 形式の構成関係式により関係付けることが可能である[18]:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} & \bar{\xi} \\ \bar{\zeta} & \bar{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix}, \tag{1}$$

ここで、$\bar{\varepsilon}$, $\bar{\mu}$, $\bar{\xi}$ 及び $\bar{\zeta}$ は等価媒質定数を要素とする 3×3 行列である。異方性キラル媒質（可逆媒質）

に対しては次式のようなPost-Jaggard型($E-B$形式)の構成関係式による表現も可能である[1]:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\varepsilon}_P & j\overline{\xi}_P \\ j\overline{\xi}_P{}^t & \overline{\mu}_P^{-1}\overline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{B} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

等価定数から成る 3×3 行列$\overline{\varepsilon}_P, \overline{\mu}_P$及び$\overline{\xi}_P$は式(1)の各定数と次式のように関係付けられる:

$$\overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon}_P + \overline{\xi}_P \overline{\mu}_P \overline{\xi}_P{}^t,\ \overline{\mu} = \overline{\mu}_P,\ \overline{\xi} = j\overline{\xi}_P \overline{\mu}_P,\quad \overline{\zeta} = -j\overline{\mu}_P \overline{\xi}_P{}^t \tag{3}$$

$$\overline{\varepsilon}^t = \overline{\varepsilon},\ \overline{\mu}^t = \overline{\mu},\ \overline{\xi}^t = -\overline{\zeta} \tag{4}$$

ただし t は行列の転置を表す。本計算においては、電磁界の各粒子による散乱現象が、電気及び磁気双極子モーメント及び電気四重極子モーメントに起因するものと仮定し、これらを計算に含めている[14]-[17]。単一粒子の電気及び磁気双極子モーメントを各々3 元縦ベクトル$\boldsymbol{p}_e$及び$\boldsymbol{p}_m$で表すものとすると、電気及磁気双極子モーメント密度$\boldsymbol{P}_e$及び$\boldsymbol{P}_m$ (3元縦ベクトル)は次式のように与えられる:

$$\boldsymbol{P}_i = n\boldsymbol{p}_i,\qquad n = (d_x d_y d_z)^{-1}\quad (i = e, m) \tag{5}$$

ただし、$n = (d_x d_y d_z)^{-1}$は粒子の個数密度を表す。これらは次式のように、各粒子に印加される局所界(Lorentz 界) $\boldsymbol{E}_L$及び$\boldsymbol{H}_L$と関係付けることができる:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_e \\ \boldsymbol{p}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\alpha}_{ee} & \overline{\alpha}_{em} \\ \overline{\alpha}_{me} & \overline{\alpha}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_L \\ \boldsymbol{H}_L \end{bmatrix} = \overline{\overline{\alpha}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_L \\ \boldsymbol{H}_L \end{bmatrix}. \tag{6}$$

$\overline{\overline{\alpha}}$及び$\overline{\alpha}_{ij}$ (I, j=e, m)はそれぞれ 6×6 及び 3×3 分極率行列である。単一粒子の電気四重極子モーメントを 9 元縦ベクトル$\boldsymbol{q}$で表すものとすると、電気四重極子モーメント密度$\boldsymbol{Q}$ (9 元縦ベクトル) は次式のように与えられる:

$$\boldsymbol{Q} = n\boldsymbol{q}. \tag{7}$$

$\boldsymbol{q}$は次式のようにローレンツ界と関係付けられる:

$$\boldsymbol{q} = \overline{\overline{q}}\boldsymbol{E}_L \tag{8}$$

ここで、$\overline{\overline{q}}$は 9×3 分極率行列である。なお、$\boldsymbol{H}_L$の寄与は無視できるほど小さいものとして省略している。これらの双極子及び四重極子モーメントは、金属細線導体上の位置$\boldsymbol{r}$における電流密度$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})$より次式のように得られる:

$$\boldsymbol{p}_e = \frac{1}{j\omega}\int_S \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})dS,\quad \boldsymbol{p}_m = \frac{1}{2}\int_S \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})dS, \tag{9}$$

$$q_{ij} = \frac{1}{j\omega}\int_S (r_i J_j + J_i r_j)dS\quad (i, j = x, y, z) \tag{10}$$

ただし、q_{ij}は$\boldsymbol{q}$の(i, j)成分、S は金属細線表面上の積分を表す。今、電気及び磁気双極子モーメントのみが、電磁界の各粒子による散乱現象に寄与すると仮定すると、ローレンツ界は次式のように平均電磁界 (式(1)) と関係付けられる:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_L \\ \boldsymbol{H}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon_0}\overline{C} & \overline{O} \\ \overline{O} & \frac{1}{\mu_0}\overline{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_e \\ \boldsymbol{P}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix} + \overline{\overline{C}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_e \\ \boldsymbol{P}_m \end{bmatrix} \tag{11}$$

ここで$\overline{O}$は 3×3 零行列、$\overline{\overline{C}}$及び$\overline{C}$は各々粒子間の相互作用を表す 6×6 及び 3×3 対角行列であり文献[13]で与えられる要素をもつ。式(5)~(11)より、電気及び磁気双極子モーメント密度、電気四重極子モーメント密度及び平均電磁界の関係式が導かれる:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_e \\ \boldsymbol{P}_m \end{bmatrix} = n\overline{\overline{\alpha}}\left[\overline{\overline{I}} - n\overline{\overline{C}}\overline{\overline{\alpha}}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{Q} = n\left[\overline{\overline{q}}\quad \overline{O}'\right]\left[\overline{\overline{I}} - n\overline{\overline{C}}\overline{\overline{\alpha}}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix} = \overline{\overline{q}}' \begin{bmatrix} \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix}. \tag{13}$$

ここで$\overline{\overline{I}}$及び$\overline{I}$は各々6×6 及び 3×3 単位行列、$\overline{O}'$は 9×3 零行列、$\overline{\overline{q}}'$は 9×6 分極率行列である。式(1)と次式の比較により、電気及び磁気双極子モーメントの等価媒質定数への寄与が求められる。

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_e,\ \boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} + \boldsymbol{P}_m. \tag{14}$$

電気四重極子モーメントの寄与については、式(2)中の$\overline{\xi}_P$ に特定の 3×3 行列$\overline{Q}'$を加えることにより計算に含めることができる。異方性キラル媒質の場合、$\overline{Q}'$の i, j 要素は式 (13) の行列 $\overline{\overline{q}}'$ の (i, j, k) 要素 $q'_{ij,k}$ (i, j, k=x, y, z) を用いて次式のように得られる[16],[17]:

$$Q'_{ij} = -\frac{1}{2}\omega\sum_{\alpha,\beta}\varepsilon_{j\alpha\beta}q'_{\beta i,\alpha}. \tag{15}$$

ここで k (k=x, y, z)は対応する平均電磁界の成分を示す。$\varepsilon_{j\alpha\beta}$はLevi-Civitaテンソルであり、次式のように定義される:

$$\varepsilon_{xyz} = \varepsilon_{yzx} = \varepsilon_{zxy} = 1,\ \varepsilon_{xzy} = \varepsilon_{yxz} = \varepsilon_{zyx} = -1. \tag{16}$$

(他の値はすべて 0)

上記の双極子、四重極子モーメントの各寄与の和により等価媒質定数が算定される。螺旋がランダムな向きと分布密度を持つ場合、式(6)の分極率行列$\overline{\alpha}_{ij}$ (i, j=e, m)の対角要素の平均値より電気及び磁気双極子モーメントの分極率のスカラー値が得られる。$\overline{\alpha}_{ij}$の非対角要素及び四重極子モーメントは相殺され、式

(11)の $\overline{C}$ の対角要素は全て 1/3 となる。ローレンツ界 $\boldsymbol{E}_L=(E_x, E_y, E_z)$ 及び $\boldsymbol{H}_L=(H_x, H_y, H_z)$ の印加により生じる式(9)及び(10)の分極率のうち、E_i ($p=e$) 及び H_i ($p=m$) ($i=x, y, z$) により生じるものを U_i^p ($i=x, y, z$, $p=e, m$) と表記することとする。U_i^p は近似的に次式のように得られる:

$$U_i^e=\frac{1}{4}\sum_j\left(1-\delta_{ij}\right)\left(u_{i,j}+u_{i,-j}\right), \tag{17}$$

$$U_i^m=\frac{1}{4}\sum_{j,k}\varepsilon_{ijk}\left(u_{j,-k}-u_{j,k}\right) \quad (i,j,k=x,y,z) \tag{18}$$

ただし δ_{ij} ($i, j=x, y, z$) は Kronecker のデルタ、ε_{ijk} ($i, j, k=x, y, z$) は式(15)の Levi-Civita テンソルである。$u_{i,j}$ ($i, j=x, y, z$) は i 方向に偏波し j 方向に伝播する平面電磁波が単一粒子に入射した場合に生じる分極率を式(9)及び(10)により計算した値である。金属細線上の電流密度は NEC2 code [19]による細線近似モーメント法により算出される。細線近似により、電流は金属細線表面に流れる細線軸方向成分のみを仮定し、細線の周方向の電流値の変化はないものとしている。

3. むすび

自由空間中の結合した金属細線螺旋から成る粒子の 3 次元周期配列による異方性人工媒質構造に対する等価媒質特性につき計算を試みた。計算結果については例会発表時に示す。

文　献

[1] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov and A. J. Viitanen, "Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media," Artech House, pp. 1-18, 193-243, 1994.

[2] H. Cory, "Chiral devices – an overview of canonical problems," *J. Electro. Waves Applic.*, Vol. 9, No. 5/6, pp. 805-829, 1995.

[3] M. Asai, J. Yamakita, K. Matsumoto and H. Wakabayashi, "On electromagnetic chirality of helix-loaded materials," *Materials Integration*, Vol. 17, No. 7, pp. 27-33, 2004.

[4] M. Asai, "An overview of the research on chiral media – The pioneer research prior to 'metamaterials' ", 平成 21 年度大阪府電磁波利用技術研究会総会 記念講演（大阪府立産業技術総合研究所）.

[5] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 85, No. 18, pp. 3966-3969, 2000.

[6] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 84, No. 18, pp. 4184-4187, 2000.

[7] L. W. Li, H. Y. Yao, Q. Wu and Z. N. Chen, "Broad-bandwidth and low-loss metamaterials: Theory, design and realization," *J. Zhejiang Univ. SCIENCE A*, Vol. 7, No. 1, pp. 5-23 ,2006.

[8] S. Motojima, M. Kawaguchi, K. Nozaki and H. Iwanaga, *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 56, No. 4, pp.321 -, 1995.

[9] S. Motojima, *Papers of Technical Meeting on E.M.T.*, Vol. EMT-03-83, pp.65-,2003.

[10] M. Asai and J. Yamakita, "Characteristics of effective media structured by clustering helices with elasticity," *Technical Report of the Radiation Science Society of Japan* RS07-06, 2007.

[11] M. Asai and J. Yamakita, "Effective medium parameters for distributions of clustering helices with structural deviations," *Proc. ISAP2007*, Vol. 1, 2007.

[12] M. Asai and J. Yamakita, "Effective constitutive parameters of periodic structures composed of thin-wire helices", ILLMC2008, Vol.1, 2008

[13] A. Ishimaru, S. W. Lee, Y. Kuga and V. Jandhyala, "Generalized constitutive relations for metamaterials based on the quasi-static Lorentz Theory," *IEEE Trans. on Antennas. Propag.*, Vol. 51, No. 10 pp. 2550-2557, 2003.

[14] J. Reinert and A. F. Jacob, "Multipolarizability tensors of thin-wire scatterers: A direct calculation approach," *IEEE Trans. on Antennas. Propag.*, Vol. 49, No. 11, pp. 1532-1538, 2001.

[15] A. D. Buckingham and M. B. Dunn, "Optical activity of oriented molecules," *J. Chem. Soc. A*, pp. 1988-1991, 1971.

[16] E. B. Graham and R. E. Raab, "Covariant D and H fields for reflection from a magnetic anisotropic chiral medium," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 14, No. 1, pp. 131-134, 1997.

[17] I. P. Theron and J. H. Cloete, "The optical activity of an artificial non-magnetic uniaxial chiral crystal at microwave frequencies," *J. Electro. Waves. Applic.*, Vol. 10, No. 4, pp. 539-561, 1996.

[18] J. A. Kong, "Optics of bianisotropic media," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 64, pp. 1304-1308, 1974.

[19] G. J. Burke and A. J. Poggio, "Numerical electromagnetics code (NEC) - Method of moments, Part I-III," *Lawrence Livermore National Laboratory, Report*, UCID-18834, 1981.

輻射科学研究会資料

資料番号	RS 09-16

ランダム境界値問題における確率汎関数法の更なる拡張手法に関する研究

- 解析的数値的ウィーナ解析 -

田村安彦[1]
(京都工芸繊維大学大学院 工芸科学研究科 電子システム工学部門)
1 ytamura@kit.ac.jp

2010年3月30日（火）

輻射科学研究会
(於 京都工芸繊維大学 工繊会館1階 101多目的室)

1 はじめに

本報告は、ランダム表面による波動散乱問題 (ランダム境界値問題) を解くツールである解析確率汎関数法における更なる改良手法について扱う。元となる改良手法は以前の報告 [1] 及び論文 [2] において、ウィーナ解析についての新しい数値的解析手法として確立されている。完全導体からなる無限に広いガウスランダム表面に平面波が入射するとき、未知のランダム波動場は未知ウィーナ核を持つウィーナ・伊藤展開の形に書くことが出来る [3,4]。そのようなウィーナ核は階層方程式を満たし、元の改良手法においては求積法を用いて直接的に解かれ得る。しかしながら、ランダム表面の粗さや傾斜が大きい、あるいは入射角が低角度 (Low Grazing Angle) となる TE 平面波入射の場合 [2,4]、もしくはあらゆる TM 平面波入射の場合 [4,5] は、ウィーナ核には緩やかな特異性が顕在化する。このため、求積点数は増加し、大きな計算機資源が必要になる [2]。

この報告では計算機資源を抑えるため、以前の考察 [6] に基づく新しいアイデアを示す。そのアイデアは、対角近似解 [4] により修正された階層方程式を導出することと、修正台形公式 [6,7] による求積法でそれを解くことである。修正された階層方程式は多くは無い求積点を用いて解くことが可能である。今回の更なる改良手法のテストとして、大きくない計算機資源により、一次元ランダム表面に TM 波 (あるいは TE 波) 入射に対する厳密な 0,1,2 次ウィーナ核を求める。その解が任意の物理パラメータに関して常に光学定理を精度良く満たすことを示す。

なお波動場の時間因子を $e^{-i2\pi f_i t}$ (f_i は周波数) として記述から省略する。

2 更なる改良手法

論文 [2] において示した一般的な' 数値確率解析' の概念は次の 5 段階からなる。

(I)	確率方程式の導出
(II)	直交汎関数展開
(III)	確率汎関数に関する積分方程式
(IV)	求積法適用
(V)	統計量あるいは見本の評価

最初の 3 段階は' 紙と鉛筆' によってなされる。もちろん段階 (IV) は数値的手法により実行される。本論文では、次の二つからなる更なる改良手法を新たに提案する。一つは、段階 (III) での積分方程式を、確率汎関数の対角近似解を基とする修正された積分方程式で置き換えることである。もう一つは、段階 (IV) において' 修正台形公式'(付録 A) を用いることである。

3 ランダム境界値問題

この報告では、具体的にテストとして無限に広い完全導体な一次元ランダム表面からの TM(もしくは TE) 平面波散乱問題 [4] を扱う。

3.1 定式化

完全導体一次元ランダム表面を (図 1) をウィーナ積分 [8] でスペクトル表現される x-軸上のガウス一様確率場 [8] $f(T^x\omega)$ により記述する。

$$z = f(T^x\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda x} F(\lambda) dB(\lambda,\omega) \tag{1}$$

ここで、ω は標本空間 Ω 内の一見本点、T^a は Ω 内の保測変換: $T^0 \equiv I$(恒等変換),$T^{a+b} = T^aT^b$ $(a,b \in \mathbf{R} \equiv (-\infty,\infty))$ を表す。$dB(\lambda,\omega)$ は実 λ-軸上の複素ガウスランダム測度 [8] で以下の性質を持つ。

$$\begin{aligned} &dB^*(\lambda,\omega) = dB(-\lambda,\omega), \quad dB(\lambda,T^a\omega) = e^{-i\lambda a} dB(\lambda,\omega) \\ &\langle dB(\lambda,\omega)\rangle = 0, \quad \langle dB(\lambda,\omega)dB^*(\lambda',\omega)\rangle = \delta(\lambda-\lambda')d\lambda d\lambda' \end{aligned} \tag{2}$$

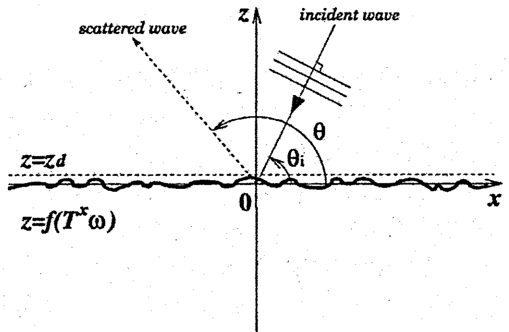


図 1　問題の座標系

ただし、$\langle\cdot\rangle$ は Ω 上のアンサンブル平均、$*$ は複素共役、$\delta(\cdot)$ は Dirac デルタを表す。(1) 及び (2) からランダム表面の平均、分散及び相関関数は以下となる。

$$\langle z\rangle = 0, \quad \langle z^2\rangle = \sigma^2 = R(0)$$
$$R(x) = \langle f(T^x\omega)\cdot f^*(\omega)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2 e^{-i\lambda x} d\lambda \tag{3}$$

$|F(\lambda)|^2$ はランダム表面のスペクトル密度で λ に関し偶関数 $|F(-\lambda)|^2 = |F(\lambda)|^2$、$\sigma(>0)$ は RMS(自乗平均根) 粗さである。

ランダム表面 (1) に TM 平面波 $e^{-i\lambda_0 x+\gamma(\lambda_0)z}$ が入射する場合の全波動場 $\phi(x,z,\omega)$ は、確率論的なフロケの定理 [3] により以下のように書ける。

$$\phi(x,z,\omega) = e^{-i\lambda_0 x+\gamma(\lambda_0)z} + e^{-i\lambda_0 x} U(z, T^x\omega|\lambda_0) \tag{4}$$

λ_0 は入射波動ベクトルの x-成分

$$\lambda_0 = k\cos\theta_i \quad (0 < \theta_i < \pi) \tag{5}$$

であり、θ_i は入射角 (図 1) である。二価関数 $\gamma(\lambda)$ は

$$\gamma(\lambda) = -i\sqrt{k+\lambda}\sqrt{k-\lambda}, \quad \gamma(0) = -ik \tag{6}$$

で定義する。その分岐線を虚数軸に平行に分岐点 $\lambda = k, -k$ から各々 $\lambda = k + i\infty, -k - i\infty$ へ至る直線にとる。$k \equiv 2\pi\Lambda$ は自由空間中の波数、Λ は自由空間中の波長である。(4) の右辺第二項は散乱波動場で $U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ は x-軸上の一様確率場を表す。それゆえ散乱問題は、未知の一様確率場 $U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ を求める問題に帰着する。

全波動場 $\phi(x,z,\omega)$ は自由空間中の二次元波動方程式

$$(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2 + k^2)\phi(x,z,\omega) = 0 \quad (z > f(T^x\omega)) \tag{7}$$

及びランダム表面 $z = f(T^x\omega)$ 上でのノイマン条件 $\partial\phi(x,z,\omega)/\partial n = 0$ を満たす (∂n は法線微分を表す)。$U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ がランダム表面 $f(T^x\omega)$ の汎関数つまり、$dB(\lambda,\omega)$ の汎関数であることからウィーナ・伊藤展開 [3,8] で表現できる。

$$U(z, T^x\omega|\lambda_0) = A_0(\lambda_0)e^{-\gamma(\lambda_0)z} + \sum_{n=1}^{\infty}\int\cdots\int_{-\infty}^{\infty} A_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)e^{-\gamma(\lambda_0+\lambda_1+\cdots+\lambda_n)z - i(\lambda_1+\cdots+\lambda_n)x} \cdot\hat{h}^{(n)}[dB(\lambda_1,\omega),\cdots,dB(\lambda_n,\omega)] \tag{8}$$

$e^{-i\lambda_0 x}U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ は波動方程式 (7) 及び無限遠方 $z\to\infty$ での放射条件を満たす。ここで $A_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)$ $(n = 0,1,\cdots)$ は未知のウィーナ核で変数 $(\lambda_1,\cdots,\lambda_n)$ に関して対称な確定値関数、$\hat{h}^{(n)}[\cdot]$ は n 次の複素ウィーナ・エルミット微分式 [3,8] である。(8) より，散乱波動場 $e^{-i\lambda_0 x}U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ は外向き平面波とエバネッセント波の和で記述されるが、これは外部領域 $z > z_d \equiv \sup\{f(T^x\omega); x\in\mathbf{R}, \omega\in\Omega\}$ においては正しい。ウィーナ核 A_n が求まれば、$U(z, T^x\omega|\lambda_0)$ すなわちランダム波動場 $\phi(x,z,\omega)$ が得られる。見本 ω を固定してガウスランダム測度 $dB(\lambda,\omega)$ を与えれば、(4) と (8) よりランダム波動場自体が得られる。そして、ランダム波動場に関する統計量は平均操作により求められる。

3.2 統計量

コヒーレント波動場 (4),(8) よりコヒーレント波動場は

$$\langle\phi(x,z,\omega)\rangle = e^{-i\lambda_0 x}\{e^{\gamma(\lambda_0)z} + A_0(\lambda_0)e^{-\gamma(\lambda_0)z}\} \tag{9}$$

と書ける。よって、0 次ウィーナ核 $A_0(\lambda_0)$ はランダム表面のコヒーレント反射係数を表す。

光学定理とインコヒーレント散乱断面積 波動方程式の解に関する保存則 $[\,\mathrm{div}\{\mathrm{Im}\,(\phi^*\,\mathrm{grad}\,\phi)\}]/k = 0$ より入射電力とコヒーレント散乱電力及びインコヒーレント散乱電力に関する関係式 (光学定理) を導くことができる。

$$\frac{i\gamma(\lambda_0)}{k} = \frac{i\gamma(\lambda_0)}{k}|A_0(\lambda_0)|^2 - \frac{1}{k}\sum_{n=1}^{\infty} n! \int\cdots\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}\ \gamma(\lambda_0+\lambda_1+\cdots+\lambda_n)|A_n(\lambda_1,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)|^2 d\lambda_1\cdots d\lambda_n \tag{10}$$

(10) を書き直せば規格化光学定理

$$1 = |A_0(\lambda_0)|^2 + \frac{1}{\sin\theta_i}\int_0^{\pi} P(\theta|\theta_i)d\theta \tag{11}$$

を得る。$P(\theta|\theta_i)$ は入射角 θ_i に対するインコヒーレント散乱断面積でランダム表面の単位長さから散乱角 θ 方向へ散乱されるインコヒーレント電力の平均である。

$$\begin{aligned}
P(\theta|\theta_i) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n(\theta|\theta_i) &(12)\\
P_1(\theta|\theta_i) &= k\sin^2\theta|A_1(\lambda_s-\lambda_0|\lambda_0)|^2 &(13)\\
P_n(\theta|\theta_i) &= n!k\sin^2\theta\int\cdots\int_{-\infty}^{\infty}|A_n(\lambda_s-\lambda_0-(\lambda_2+\cdots+\lambda_n),\lambda_2,\cdots,\lambda_n|\lambda_0)|^2 d\lambda_2\cdots d\lambda_n &(14)\\
\lambda_s &= -k\cos\theta \qquad (0<\theta<\pi) &(15)
\end{aligned}$$

ここで θ は散乱角、λ_s は散乱波数ベクトルの x-成分である。

3.3 階層方程式

ウィーナ核 A_n は境界条件より定まる。以前の作法 [4] に基づいて解くべき確率方程式を導出する。まずレーリーの仮説を導入し (8) がランダム表面を含む内部領域 $z_d \geq z \geq f(T^x\omega)$ においても成り立つと仮定する。次に平均面 $z=0$ 上での実効境界条件 [10] をランダム表面のモデル境界条件として用いる。

$$\frac{1}{k}\left[-\frac{d}{dx}f(T^x\omega)\frac{\partial}{\partial x}\phi(x,z,\omega) + \frac{\partial}{\partial z}\phi(x,z,\omega) + f(T^x\omega)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\phi(x,z,\omega)\right]\Bigg|_{z=0} = 0 \tag{16}$$

この式は見本 ω に関する確率方程式である。従って、等号はアンサンブル自乗平均の意味で解釈する。(4),(8) を (16) へ代入し、自乗平均を計算することで、階層方程式と呼ばれるウィーナ核 A_n に関する連立積分方程式を得る。階層方程式は無限個の連立積分方程式であるため、厳密なウィーナ核を明示的に求めることは困難である。論文 [4] では、有限オーダー N ($\mathrm{N}\geq 1$) での打ち切り: $A_{\mathrm{N}+1} \equiv A_{\mathrm{N}+2} \equiv \cdots \equiv 0$ と、対角近似 ($\mathrm{N} \geq n \geq 2$) を適用することで明示的に近似ウィーナ核を' 紙と鉛筆' により求めた。一方、先の論文 [2] では新しい数値的解析手法により対角近似しない階層方程式の解法を提案している。以下では表記の簡単のため、N 次の打ち切り対角近似を $\mathrm{DA}^{(\mathrm{N})}$ で表す。同様に対角近似の無い場合の表記を $\mathrm{NDA}^{(\mathrm{N})}$ で表すことにする。

簡単のため本報告では一般の N ではなく、具体的に $\mathrm{N}=2$ として以下議論しよう。なお、$\mathrm{NDA}^{(1)}$ 解は他手法において得られた解 [10,12] と完全に一致することを指摘しておく。また $\mathrm{NDA}^{(1)}$ 解は光学定理を常に満たす解となる [7]。

解析対象となる積分方程式は

0 次:

$$\gamma(\lambda_0)\{1 - A_0^{(2)}(\lambda_0)\} + \int_{-\infty}^{\infty} \{\lambda_0(\lambda_0 + \lambda) - k^2\} A_1^{(2)}(\lambda|\lambda_0) F^*(\lambda) d\lambda = 0 \tag{17}$$

1 次:

$$\begin{aligned}&\gamma(\lambda_0 + \lambda_1) A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0) - \{1 + A_0^{(2)}(\lambda_0)\}\{\lambda_0(\lambda_0 + \lambda_1) - k^2\} F(\lambda_1) \\ &\quad -2\int_{-\infty}^{\infty} \{(\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda) - k^2\} A_2^{(2)}(\lambda_1, \lambda|\lambda_0) F^*(\lambda) d\lambda = 0\end{aligned} \tag{18}$$

2 次:

$$A_2^{(2)}(\lambda_1, \lambda_2|\lambda_0) - \gamma(\lambda_0 + \lambda_1) A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0) F(\lambda_2)/2 - \gamma(\lambda_0 + \lambda_2) A_1^{(2)}(\lambda_2|\lambda_0) F(\lambda_1)/2 = 0 \tag{19}$$

となる。これらの式は論文 [4] の (11)-(13) 式で 2 次の打ち切りを施すことで得られる。

3.4 ウィーナ核の対角近似解

階層方程式 (17)-(19) の $\mathrm{DA}^{(2)}$ 解 [4] は以下のようになる。

$$A_0^{(2)}(\lambda_0) = \frac{\gamma(\lambda_0) - M_N^{(2)}(\lambda_0)}{\gamma(\lambda_0) + M_N^{(2)}(\lambda_0)} \tag{20}$$

$$A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0) = \frac{\{1 + A_0^{(2)}(\lambda_0)\}\{\lambda_0(\lambda_0 + \lambda_1) - k^2\} F(\lambda_1)}{\gamma(\lambda_0 + \lambda_1) + M_N^{(1)}(\lambda_0 + \lambda_1)} \tag{21}$$

ここで、$M_N^{(n)}(\lambda)$ は (n 次の) 逐次マスオペレータである。

$$M_N^{(n)}(\lambda) = \begin{cases} -\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\{\lambda(\lambda + \lambda') - k^2\}^2 |F(\lambda')|^2}{\gamma(\lambda + \lambda') + M_N^{(n-1)}(\lambda + \lambda')} d\lambda' & (n \geq 1) \\ 0 & (n = 0) \end{cases} \tag{22}$$

$M_N^{(1)}$ は多重散乱理論によって得られる一次平滑近似 (first-order smoothing approximation 以下 FSA) と呼ばれるマスオペレータ [11,12] と一致する。

4 解析的数値的ウィーナ解析

論文 [4] で指摘したように、ノイマン条件の $\mathrm{DA}^{(2)}$ の 1 次ウィーナ核 $A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0)$ は $\lambda_1 \simeq \pm\lambda_m - \lambda_0, \pm\lambda_{sp} - \lambda_0$ において共振因子

$$\Delta_N^{(1)}(\lambda) = \{\gamma(\lambda) + M_N^{(1)}(\lambda)\}/k \tag{23}$$

から由来する (発散のない) 緩やかな特異性を持ち、それは $1/|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ が $|\lambda| = \lambda_m, \lambda_{sp}$ において非常に鋭いスパイクを持つことによる。ここで λ_m は $|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ を極小にする実数であり、TM 平面波入射に対する僅かにランダムな完全導体表面上の TM 導波表面波を記述する複素極の実部を表す。そのような TM 導波表面波の存在はランダムな完全導体表面における本質であり [4,5]、よく知られた 1 次摂動解発散 [13] の原因となる。一方、λ_{sp} は $|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ を再び極小にする実数であり、別の導波表面波の存在を示唆する。おおよそ $\lambda_{sp} \equiv k\sqrt{1 + 1/(k\sigma)^2}$ で近似される [4]。しかしながら、そのような導波表面波は FSA を組み込んだ共振因子 (23) のスプリアスな性質に由来するものであり、ランダム表面上の多重散乱の扱いが不十分であることを示唆している [4]。

具体的な議論のため、次のガウス型のスペクトル密度を導入する。

$$|F(\lambda)|^2 = \kappa\sigma^2 e^{-(\kappa\lambda)^2}/\sqrt{\pi} \tag{24}$$

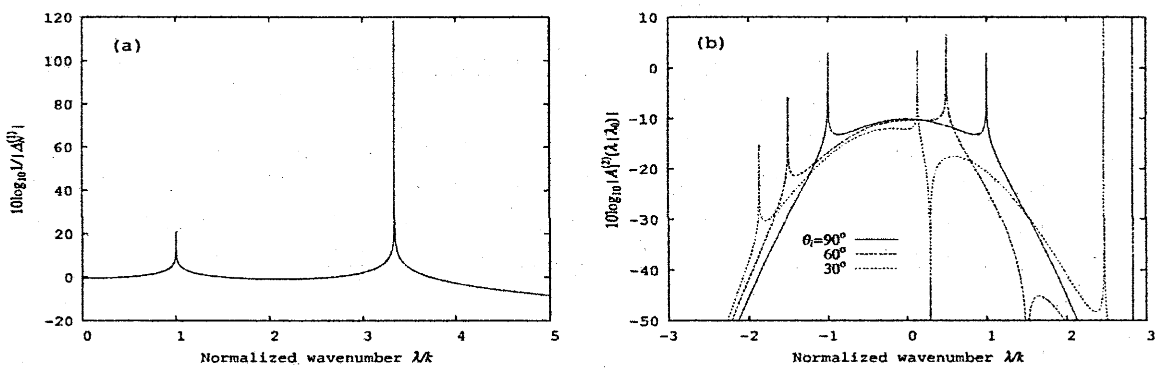


図 2　$\mathrm{DA}^{(2)}$ 解の緩やかな特異性 $(k\sigma=\pi/10, k\kappa=2)$. (a) 共振因子 $1/|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$, (b) $\mathrm{DA}^{(2)}$ 1 次ウィーナ核 $|A_1^{(2)}(\lambda|\lambda_0)|$.

κ はランダム表面の相関距離である。図 2 に共振因子 $1/|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ と $\mathrm{DA}^{(2)}$ 1 次ウィーナ核 $|A_1^{(2)}(\lambda|\lambda_0)|$ を λ の関数として $k\sigma=\pi/10, k\kappa=2$ に対して計算した結果を示す。実際、$1/|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ は最初の極大を $\lambda_m=1.00001599769422k$ においてとるが、そのスパイクの半値幅はおよそ $8.0\times10^{-4}k$ である。更に、$1/|\Delta_N^{(1)}(\lambda)|$ は二つめの極大を $\lambda_{sp}=3.33551620318451k$ においてとるが、そのスパイクの半値幅はおよそ $1.6\times10^{-15}k$ である。これらのスパイクは狭い帯域幅において $A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0)$ の急激な変化をもたらす緩やかな特異性を与え、高精度な数値計算を困難にする。TM 波入射においては、前者のスパイクは求積法の対象閉区間 $[-\Delta,\Delta]$ に常に現れ、その影響は決して無視できない (ここで Δ は数値積分の半帯域幅である)。更には、もしも後者のスパイクが対象閉区間 $[-\Delta,\Delta]$ 内に侵入し、かつもしもそれらの統計量への影響が無視できない場合は、再び数値計算上の困難に直面することとなる。そのような状況は $-\lambda_{sp}-\lambda_0>-\Delta, \lambda_{sp}-\lambda_0<\Delta$ の条件、すなわち、大なる $k\sigma$、小なる $k\kappa$ (つまり大なる σ/κ) あるいは $|\lambda_0|\simeq k$ (つまりは LGA となる $\theta_i\simeq 0,\pi$) に対し生じる。ほとんど確実に、$\mathrm{NDA}^{(2)}$ 解を精度よく得るためには、多くの求積点を必要とする。よって、論文 [2] の' 数値的解析的ウィーナ解析' で示した単純な技法はもはや使用できない。ゆえに、' 解析的数値的ウィーナ解析' としてより工夫した技法を示そう。

4.1　修正階層方程式

以下、既知の $\mathrm{DA}^{(2)}$ 解 $A_0^{(2)}, A_1^{(2)}, A_2^{(2)}$ と区別するため、未知の $\mathrm{NDA}^{(2)}$ 解を $\mathcal{A}_0^{(2)}, \mathcal{A}_1^{(2)}, \mathcal{A}_2^{(2)}$ と表記する。TE 波入射において $\mathrm{DA}^{(2)}$ 解が緩やかな特異性をよく記述する事実 [2] を鑑み、$\mathrm{NDA}^{(2)}$ 1 次ウィーナ核を次のように書く。

$$\mathcal{A}_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0)=\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)\frac{\{1+\mathcal{A}_0^{(2)}(\lambda_0)\}F(\lambda_1)}{\gamma(\lambda_0+\lambda_1)+M_N^{(1)}(\lambda_0+\lambda_1)} \tag{25}$$

この表現が本報告のキーアイデアである。$\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)$ は未知の補正因子であり、1 次ウィーナ核の特異性が共振因子に集約されることから数値計算上の欠点がほとんど無いことが期待される。$\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)=\lambda_0(\lambda_0+\lambda_1)-k^2$ とおけば、再び $\mathrm{DA}^{(2)}$ 解を得る。(19) と (25) を (18) へ代入すると、α_1 を定める積分方程式としての修正階層方程式が得られる。

$$\begin{aligned}&\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)-\{\lambda_0(\lambda_0+\lambda_1)-k^2\}\\&\quad-\int_{-\infty}^{\infty}\alpha_1(\lambda|\lambda_0)\cdot\frac{\{(\lambda_0+\lambda)(\lambda_0+\lambda_1+\lambda)-k^2\}}{\gamma(\lambda_0+\lambda_1+\lambda)}\frac{\{(\lambda_0+\lambda_1)(\lambda_0+\lambda_1+\lambda)-k^2\}}{\gamma(\lambda_0+\lambda)+M_N^{(1)}(\lambda_0+\lambda)}|F(\lambda)|^2d\lambda=0\end{aligned} \tag{26}$$

補正因子 α_1 が得られれば、$\mathrm{NDA}^{(2)}$ 0 次ウィーナ核 $\mathcal{A}_0^{(2)}$ は

$$\mathcal{A}_0^{(2)}(\lambda_0)=\frac{\gamma(\lambda_0)-\mathcal{M}_N^{(2)}(\lambda_0)}{\gamma(\lambda_0)+\mathcal{M}_N^{(2)}(\lambda_0)} \tag{27}$$

となる。ここで $\mathcal{M}_N^{(2)}$ は2次のマスオペレータである。

$$\mathcal{M}_N^{(2)}(\lambda) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\{\lambda_0(\lambda_0+\lambda)-k^2\}\alpha_1(\lambda|\lambda_0)}{\gamma(\lambda_0+\lambda)+M_N^{(1)}(\lambda_0+\lambda)}|F(\lambda)|^2 d\lambda \tag{28}$$

未知の $\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)$ は $A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0)$ と比較して十分滑らかな λ_1 の関数となることが期待される。しかしながら、(26) の被積分関数は $1/\{\gamma(\lambda_0+\lambda)+M_N^{(1)}(\lambda_0+\lambda)\}$ による四つの緩やかな特異性を依然として持ち、加えて $\lambda=\pm k-\lambda_0-\lambda_1$ に対し $1/\gamma(\lambda_0+\lambda_1+\lambda)$ による可積分特異性を持つことを指摘しておく。よって、(26) に前回の作法による求積法 [2] を適用した場合、依然として多大な求積点が要求されることに何ら変わりはない。

4.2 線形方程式

そこでもう一つのキーアイデアとして'修正台形公式'(A.4)-(A.5) を併用した求積法を新たに提案する。これを積分方程式 (26) に適用することで、線型方程式を得る。

$$\alpha_1(\tilde{\lambda}_m|\lambda_0) - \{\lambda_0(\lambda_0+\tilde{\lambda}_m)-k^2\} + \sum_{j=-\mathrm{M}}^{\mathrm{M}} \alpha_1(\tilde{\lambda}_j|\lambda_0)\Delta_{m,j} = 0 \quad (m \in \mathbf{M}) \tag{29}$$

$\tilde{\lambda}_j$ $(j \in M)$ は求積点

$$-\Delta = \tilde{\lambda}_{-\mathrm{M}} < \tilde{\lambda}_{-\mathrm{M}+1} < \cdots < \tilde{\lambda}_0 < \cdots < \tilde{\lambda}_{\mathrm{M}-1} < \tilde{\lambda}_{\mathrm{M}} = \Delta \tag{30}$$

である。ただし、$M \equiv (0, \pm1, \cdots, \pm(\mathrm{M}-1), \pm\mathrm{M})$ とする。ここで、Δ は (26) の数値積分の半帯域幅である。M は Δ の分割数である。よって、求積点の合計は $2\mathrm{M}+1$ となる。重み $\Delta_{m,j}$ $(j, m \in \mathbf{M})$ は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
\Delta_{m,-\mathrm{M}} &= w(\tilde{\lambda}_m; \tilde{\lambda}_{-\mathrm{M}+1}, \tilde{\lambda}_{-\mathrm{M}}; \tilde{\lambda}_{-\mathrm{M}+1}) \\
\Delta_{m,j} &= w(\tilde{\lambda}_m; \tilde{\lambda}_{j+1}, \tilde{\lambda}_j; \tilde{\lambda}_{j+1}) - w(\tilde{\lambda}_m; \tilde{\lambda}_j, \tilde{\lambda}_{j-1}; \tilde{\lambda}_{j-1}) \quad (-\mathrm{M}+1 \le j \le \mathrm{M}-1) \\
\Delta_{m,\mathrm{M}} &= w(\tilde{\lambda}_m; \tilde{\lambda}_{\mathrm{M}}, \tilde{\lambda}_{\mathrm{M}-1}; \tilde{\lambda}_{\mathrm{M}-1})
\end{aligned} \tag{31}$$

ここで補助関数 w は次式で定義する。

$$w(\lambda; \lambda_\alpha, \lambda_\beta; \lambda_\gamma) = \frac{1}{\lambda_\alpha-\lambda_\beta}\int_{\lambda_\beta}^{\lambda_\alpha} |F(\lambda')|^2(\lambda'-\lambda_\gamma)\frac{\{(\lambda_0+\lambda)(\lambda_0+\lambda'+\lambda)-k^2\}}{\gamma(\lambda_0+\lambda+\lambda')}\frac{\{(\lambda_0+\lambda')(\lambda_0+\lambda+\lambda')-k^2\}}{\gamma(\lambda_0+\lambda')+M_N^{(1)}(\lambda_0+\lambda')}d\lambda' \tag{32}$$

このような修正台形公式は求積点の低減において極めて重要である。

4.3 TE 波入射 (ディリクレ条件)

TE 平面波入射の場合は、対応する改良手法は

$$\mathcal{A}_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0) = \alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)A_1^{(2)}(\lambda_1|\lambda_0) \tag{33}$$

となる。ここで、$\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0)$ は未知の補正係数であり、同様に数値計算上の欠点がほとんど無い事が期待される。(33) を論文 [2] の (23)-(24) 式へ代入することで、α_1 を決める修正された階層方程式

$$\alpha_1(\lambda_1|\lambda_0) - 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_1(\lambda|\lambda_0)\frac{\gamma(\lambda_0+\lambda)\gamma(\lambda_0+\lambda+\lambda_1)}{1+\gamma(\lambda_0+\lambda)M_D^{(1)}(\lambda_0+\lambda)}|F(\lambda)|^2 d\lambda = 0 \tag{34}$$

を得る。ここで、$M_D^{(1)}(\lambda)$ は一次の逐次マスオペレータ (FSA) [2,4] である。対応する線型方程式は

$$\alpha_1(\tilde{\lambda}_m|\lambda_0) - 1 + \sum_{j=-\mathrm{M}}^{\mathrm{M}} \alpha_1(\tilde{\lambda}_j|\lambda_0)\Delta_{m,j} = 0 \quad (m \in \mathbf{M}) \tag{35}$$

となり、補助関数 w は以下で置き換える。

$$w(\lambda; \lambda_\alpha, \lambda_\beta; \lambda_\gamma) = \frac{1}{\lambda_\alpha-\lambda_\beta}\int_{\lambda_\beta}^{\lambda_\alpha} |F(\lambda')|^2(\lambda'-\lambda_\gamma)\frac{\gamma(\lambda_0+\lambda)\gamma(\lambda_0+\lambda'+\lambda)}{1+\gamma(\lambda_0+\lambda')M_D^{(1)}(\lambda_0+\lambda')}d\lambda' \tag{36}$$

5 数値計算

本報告では、スペクトル密度として (24) を用い、また半帯域幅 $\triangle$ を

$$\triangle = k + \triangle_F \sim 2\triangle_F \tag{37}$$

に設定する、ここで、$\triangle_F$ は $|F(\lambda)|^2$ の半帯域幅で $|F(\triangle_F)|^2/|F(0)|^2 \approx 10^{-5} \sim 10^{-10}$ を満たすように選定する。ここでは $\triangle_F = 3.5/\kappa$ とおく。比較のため、個々の求積点 $\tilde{\lambda}_j$ は具体的に $[-\triangle, \triangle]$ を多重レベル部分区間法 [2] による不等間隔で分割する。ただし、その重みパラメータは $w_i = w_1 = w_2 = 2.0, w_e = 1.0$ を用いる。その他の重みパラメータ $\delta_\eta, \delta_1, \delta_2$ は個々の計算で与えるが、例えば $\delta_\eta = 0.01k, \delta_1 = 0.05k, \delta_2 = 0.2k, \eta = 1$ とする。番号 0 の求積点を $\tilde{\lambda}_0 = 0$ として固定し、更に重要な求積点 $\pm k - \lambda_0, \pm\lambda_m - \lambda_0, \pm\lambda_{sp} - \lambda_0, \cdots$ も固定する。また、論文 [2] と同じ計算機 (CPU Core2Quad Q6600 3.2GHz(OC) CPU、主記憶 8GB) を用いる。

TE 波入射　図 3 に極端な σ,κ (及び θ_i) に対する TE 平面波入射時に対し、規格化光学定理 (11) の計算結果を示す。これらのパラメータは分割パラメータ M を除いて論文 [2] の図 13 のそれらと同じである。ワーストケースで約 0.13%、ほとんどの場合 0.01%以内の精度で光学定理が成り立っている。パラメータ $\mathrm{M} = 128$ あるいは $\eta = 1$ が論文 [2] のそれよりもはるかに小さいにもかかわらず光学定理はほぼ同程度の精度で成り立つことが分かる。

TM 波入射　図 4 に分割パラメータ $\mathrm{M} = 256$ を除いて TE 波と同じパラメータで光学定理を計算した結果を示す。ワーストケースで約 0.06%、ほとんどの場合 $0.001 \sim 0.02\%$ 以内の精度で光学定理が成り立っている。この結果は極めて重要であり、TM 波入射の $\mathrm{NDA}^{(2)}$ 解も TE 波 [2] と同じくあらゆる σ,κ,θ_i について光学定理を数値的におそらくは厳密に満たすことを示唆している。更には、キーアイデアたる (25)(あるいは (33)) が極めて合理的であり、提示した修正台形公式がうまく機能したことを示している。

計算機資源　求積法で用いる行列の要素数は $O(\mathrm{M}^2)$ である。表 1 は幾つかの典型的な計算における消費計算機資源を示している、言うまでもなく、今回の更なる改良手法は CPU 時間と使用メモリに関する計算機資源の大幅な低減をもたらしていることが分かる。多くの場合、更に M は減少させることが可能である。そこで、TM 波入射かつ $\sigma = 0.1\Lambda, \theta_i = 90°$ に対する光学定理の M-依存性を図 5 に示す。M の増加に対する純粋な振舞いを示すため、求積点は等間隔分割 $\triangle/\mathrm{M}$ により与えている。明らかに光学定理は小さな M、例えば図 5(a) では $\mathrm{M} = 1$、図 5(b) では $\mathrm{M} = 8$、図 5(c) では $\mathrm{M} = 128$、で申し分ない精度で満たされている。これらの結果は、本報告の手法が極めて高いパフォーマンスを持つことを示すものである。

6 むすび

本報告では、以前の研究 [2] に基づいて確率汎関数法における更なる拡張手法としての' 解析的数値的ウィーナ解析' を提案した。対角近似解 [4] より修正階層方程式を導出し、修正台形公式を用いた求積法により解く。テスト問題において大きくない計算機資源を用いて、TE 波もしくは TM 波入射ともに実効境界条件下のランダム表面散乱の数値解は光学定理を満たすことが分かり、提案手法が極めて有効であることが示された。

この報告での結果と以前の研究 [2,7,15] での結果を考慮すると、ランダム表面散乱において実効境界条件下の $\mathrm{NDA}^{(\mathrm{N})}$ 解 $(\mathrm{N} \geq 3)$ は、TE,TM 波入射如何に関わらず常に光学定理を満たす解となることが極めて強く予想される。しかし、更なる議論は将来の研究課題としておこう。

文献

[1] 田村安彦, "ランダム境界値問題における確率汎関数法の一拡張に関する研究 – 数値的解析的ウィーナ解析 –", 輻射科学研究会資料 RS08-01 pp.1-22(2008)

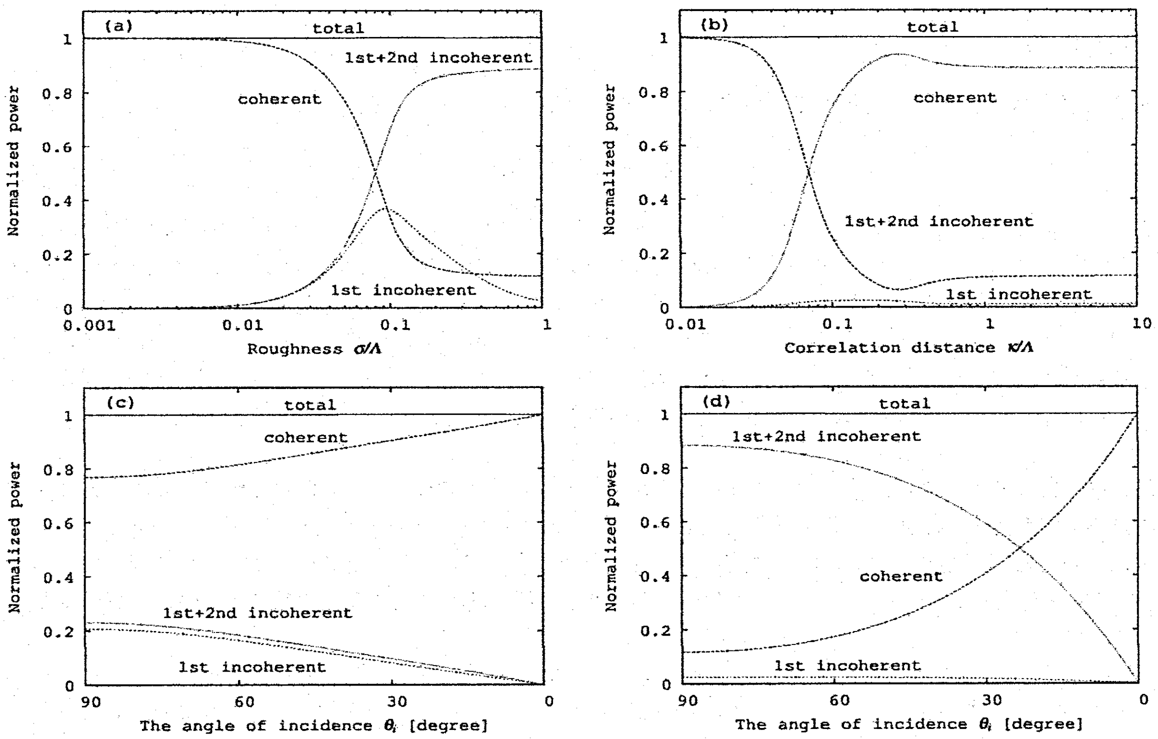


図 3　TE 波入射に対する規格化光学定理 (cf. 論文 [2] 図 13)。全ての計算で共通に $\mathrm{M} = 128, \eta = 1.0$ とする。(a) σ-依存性 ($\theta_i = 90°, \kappa = 0.1591549431\Lambda$ (i.e. $k\kappa = 1$)), (b) κ-依存性 ($\sigma = \Lambda, \theta_i = 90°$), (c) θ_i-依存性 ($\sigma = 0.05\Lambda, \kappa = 0.1591549431\Lambda$), (d) $\sigma = \Lambda$ を除いて (c) と同じ。

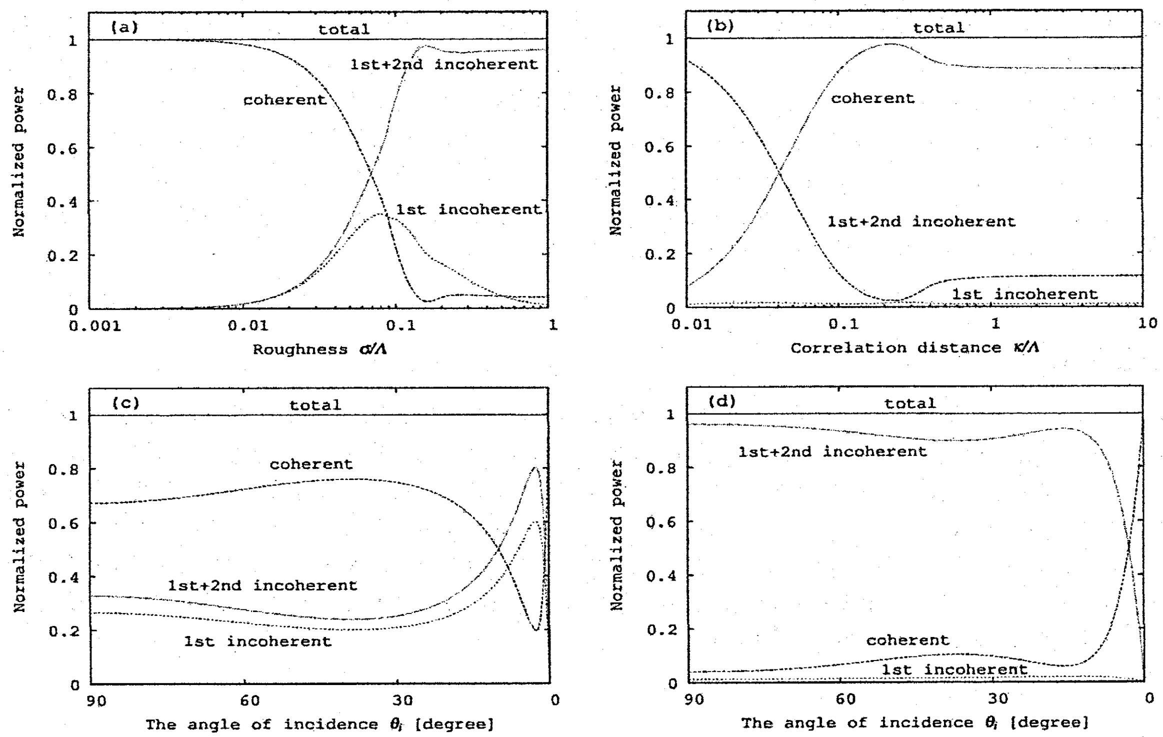


図 4　TM 波入射に対する規格化光学定理。図 3 と $\mathrm{M} = 256$ を除いて同じパラメータの計算。(a) σ-依存性 ($\theta_i = 90°, k\kappa = 1$), (b) κ-依存性 ($\sigma = \Lambda, \theta_i = 90°$), (c) θ_i-依存性 ($\sigma = 0.05\Lambda, k\kappa = 1$), (d) $\sigma = \Lambda$ を除いて (c) と同じ。

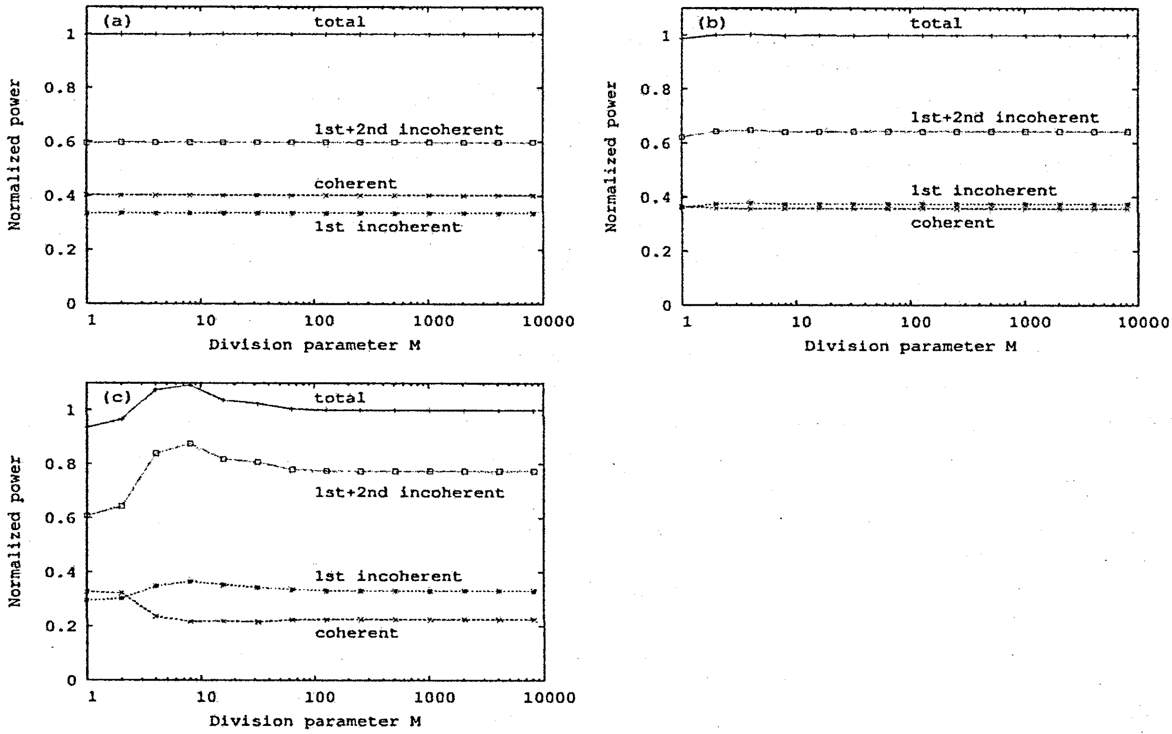


図 5 TM 波入射に対する規格化光学定理の M に関する収束性 ($\sigma = 0.1\Lambda, \theta_i = 90^\circ$)。(a) $\kappa = 0.7957747155\Lambda$ (i.e. $k\kappa = 5$), (b) $\kappa = 0.3183098862\Lambda$ (i.e. $k\kappa = 2$), (c) $\kappa = 0.1591549431\Lambda$ (i.e. $k\kappa = 1$)

表 1 数値解析における消費計算機資源。*mem* は線形方程式の行列のメモリサイズ、t は規格化計算時間で論文 [2] の図 10(b) の $\sigma = 0.1\Lambda$ に対する計算時間 (自作アセンブリ PC Q6600 3.2GHz(OC), メモリ 8GB 搭載機で 22.561[sec]) を表す。c は集中係数 [2] である。

condition	M	η	*mem*	t	c
論文 [2] の図 10(b) $\sigma = 0.1\Lambda$	64	-	260KB	1	-
論文 [2] の図 13(d) $\theta_i = 90^\circ$	1024	2.0	64MB	10.3	0.235
論文 [2] の図 13(b) $\kappa = 0.01\Lambda$	2048	2.0	256MB	44.4	0.266
論文 [2] の図 13(c) $\theta_i = 90^\circ$	8192	10.0	4GB	1466	0.660
図 3(d) $\theta_i = 90^\circ$	128	1.0	1MB	0.0934	0.121
図 3(b) $\kappa = 0.01\Lambda$	128	1.0	1MB	0.103	0.142
図 3(c) $\theta_i = 90^\circ$	128	1.0	1MB	0.107	0.121
図 4(d) $\theta_i = 90^\circ$	256	1.0	4MB	0.641	0.190
図 4(b) $\kappa = 0.01\Lambda$	256	1.0	4MB	0.573	0.204
図 4(c) $\theta_i = 90^\circ$	256	1.0	4MB	0.665	0.190

[2] Y.Tamura, "An improved technique on the stochastic functional approach for randomly rough surface scattering – Numerical-analytical Wiener analysis", *Waves in Random and Complex Media*, Vol.19, no.2, pp.181-215, 2009.

[3] J.Nakayama, H.Ogura and B.Matsumoto, "A probabilistic theory of scattering from a random rough surface", Radio Sci. **15** pp.1049-1057, 1980.

[4] Y.Tamura and J.Nakayama, "Mass operator for wave scattering from a slightly random surface", *Waves in random media* **9** pp.341-368, 1999.

[5] J.Nakayama, "Anomalous scattering from a slightly random surface", Radio Sci. **17**, pp.558-564, 1982.

[6] Y.Tamura and J.Nakayama, "Analytical Numerical Method for Random Boundary Value Problem: Numerical Analysis of the Wiener Kernels with Singularity", The technical reports of Technical Meeting on Electromagnetic Theory Symposium 1998 (in Nikkou)EMT98-169 39-48 (in Japanese), 1998.

[7] 田村安彦, "不規則表面とゆらぎのある薄膜による波動の散乱回折理論", 京都工芸繊維大学 博士学位論文, 2005.

[8] 小倉久直, "物理・工学のための確率過程論", コロナ社, 1978.

[9] L.Rayleigh, *The Theory of Sound* Vol.2 New York:Dover, 1945.

[10] F.G.Bass and I.M.Fuks, *Wave Scattering From Statistically Rough Surfaces*, New York: Pergamon, 1979.

[11] V.D.Freilikher and I.M.Fuks, "Green's function method for the Helmholtz equation with perturbed boundary conditions", *Radiophys.Quantum Electron.* **13** pp.73-79 (in Russian), 1970.

[12] S.Ito, "Analysis of scalar wave scattering from slightly random surfaces: a multiple scattering theory", *Radio Sci.* **20** pp.1-12, 1985.

[13] S.O.Rice, "Reflection of electromagnetic waves from slightly random surfaces", Comm.Pure and Appl.Math. **4** 351-78, 1951.

[14] W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling and B.P.Flannery, *NUMERICAL RECIPES in FORTRAN The Art of Scientific Computing 2nd Ed.* Cambridge University Press, 1994.

[15] Y.Tamura and J.Nakayama, "A formula on the Hermite expansion and its application to a random boundary value problem", *IEICE Trans. Electron.* **E86-C** 8 pp.1743-1748, 2003.

付録A　修正台形公式 [6, 7]

次のような積分の近似評価を考えよう。

$$I = \int_a^b f(x)g(x)dx = \sum_{j=0}^{N-1}\int_{x_j}^{x_{j+1}} f(x)g(x)dx \tag{A.1}$$

ここで $g(x)$ は閉区間 $[a,b]$ で既知、区分的連続関数でもよい。$f(x)$ は有限個の点 $x=x_n, a=x_0<x_1<\cdots<x_{N-1}<x_N=b$ である有限値をとることだけが既知であるとする。もしも $f(x)$ が $g(x)$ と比較してゆっくりと変化するならば、閉区間 $[x_{j-1},x_j]$ で線形補間によりよく記述できるはずである。

$$f(x) \approx \frac{f(x_j)(x-x_{j-1}) + f(x_{j-1})(x_j - x)}{x_j - x_{j-1}} \tag{A.2}$$

(A.2) を (A.1) へ代入すると

$$\begin{aligned}
I &\approx \sum_{j=0}^{N-1}\left\{\frac{f(x_{j+1})}{x_{j+1}-x_j}\int_{x_j}^{x_{j+1}} g(x)(x-x_j)dx + \frac{f(x_j)}{x_{j+1}-x_j}\int_{x_j}^{x_{j+1}} g(x)(x_{j+1}-x)dx\right\} \\
&= \frac{f(x_N)}{x_N - x_{N-1}}\int_{x_{N-1}}^{x_N} g(x)(x-x_{N-1})dx \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N-1} f(x_j)\left\{\frac{1}{x_j - x_{j-1}}\int_{x_{j-1}}^{x_j} g(x)(x-x_{j-1})dx + \frac{1}{x_{j+1}-x_j}\int_{x_j}^{x_{j+1}} g(x)(x_{j+1}-x)dx\right\} \\
&\quad + \frac{f(x_0)}{x_1 - x_0}\int_{x_0}^{x_1} g(x)(x_1 - x)dx \qquad (A.3) \\
&\equiv \sum_{j=0}^{N} f(x_j)\triangle_j \qquad (A.4)
\end{aligned}$$

を得る。よって重み $\triangle_j$ は

$$
\begin{aligned}
\triangle_0 &= \frac{1}{x_1 - x_0}\int_{x_0}^{x_1} g(x)(x_1 - x)dx \\
\triangle_j &= \frac{1}{x_j - x_{j-1}}\int_{x_{j-1}}^{x_j} g(x)(x - x_{j-1})dx + \frac{1}{x_{j+1} - x_j}\int_{x_j}^{x_{j+1}} g(x)(x_{j+1} - x)dx \quad (1 \leq j \leq \mathrm{N}-1) \\
\triangle_\mathrm{N} &= \frac{1}{x_\mathrm{N} - x_{\mathrm{N}-1}}\int_{x_{\mathrm{N}-1}}^{x_\mathrm{N}} g(x)(x - x_{\mathrm{N}-1})dx
\end{aligned}
\tag{A.5}
$$

となる。$g(x) \equiv 1$ とおくと、重みは古典的な台形公式 [14] のそれへと移行する。よって、(A.4)-(A.5) を (A.1) に対する'修正台形公式' と呼ぼう。$g(x)$ が閉区間 $[a, b]$ 内に可積分特異性を持つ (あるいは主値積分可能性を持つ場合) も、修正台形公式は有効である。

輻射科学研究会資料
RS09-17

船舶用マグネトロンレーダーのコヒーレント信号処理

A coherent signal processing for maritime magnetron RADAR

伊藤恭夫　　中山純一
京都工芸繊維大学　大学院　工芸科学研究科

2010 年 3 月 30 日（火）
於　京都工芸繊維大学
輻射科学研究会

1 まえがき

海上を安全に航行するためには、波浪や降雨などの自然現象を把握し、他の船舶や漂流物などの動きを早期に認知する必要がある．GPS (Global Positioning System) や AIS (Automatic Identification System) が発達した今日でも、船舶用レーダーの必要性は変わらない．特に、航路と漁場が錯そうする海域では、大型船と小型船や漁具などが接近するので、小さい RCS (Radar Cross Section) を持つターゲットを検出し、受信信号のドップラーシフトから、短時間にその相対速度が得られるレーダーの開発が求められている．

SN 比と分解能を同時に得るには、高い尖頭電力で短いパルスを送信するのが効果的で、マグネトロンを用いて送信するのが一般的である．その送信信号は、位相の初期値がパルスごとにランダムに変化し、送信の開始と終了部分で位相が急激に変動して帯域が広がっている [1]．そのため、船舶用レーダーの受信機の帯域はブロードに設計されていて、ターゲットの検出には振幅情報のみを用いており、位相情報が使えないので SN 比の観点から最適ではない．また、原理的にドップラーシフトを測定することができない．

古くから Coherent on Receive のアイデアがあり、送信信号を重みとするマッチドフィルタにより、マグネトロンレーダーの SN 比を改善する方法が提案されているが、送信パルス幅が狭い場合には、原理的に大きな SN 比の改善は期待できない [2]．

マッチドフィルタを用いてコヒーレント処理された受信信号を、送信パルスごとに積分すれば SN 比を大きく改善できる [3]．しかし、船舶用レーダーに用いた場合、想定されるターゲットの相対速度に較べて、マグネトロンの送信繰り返し周波数に制限があるので、それら受信信号の位相は変化しており、単純なコヒーレント積分では SN 比が劣化する．同様にコヒーレント処理された受信信号を FFT することにより、ドップラーシフトを求めることができる [4]．しかし、同じ理由から、得られた速度には不定性があり、接近するターゲットを遠ざかると誤認識する危険を招くので、実用的ではない．

従来、マグネトロンレーダーのコヒーレント処理は、移動するターゲットと固定したクラッターとの識別や、雨雲の動きのような、小さなドップラーシフトを精度良く求めるのが目的であったため、速度の不定性を解決する方法は提案されていなかった．それに対して本論文では、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分により、SN 比の改善と速度の検出を同時に実現する、新しいアルゴリズムを提案する．

これにより従来は不可能であった、近距離の小さい RCS を持つターゲットの探知と同時に、衝突を回避するために重要な情報である、ターゲットの相対速度を短時間で検出することが可能となる．本研究ではまず、マグネトロンの送信信号を用いてシミュレーションを行い、次に、X バンドレーダーを試作し、実験結果から本論文のアルゴリズムの有効性を示す．

2 理論

2.1 マグネトロンの送信信号

図 1 は、実際にパルス幅 1.2 $[\mu s]$ で送信している、X バンドレーダーのマグネトロン（e2v technologies MG5436）の送信信号である．横軸はサンプル番号で、100 は $2[\mu s]$ に対応する．連続した 4 回の送信パルスの位相を実線で、最初のパルスの振幅を破線で示す．パルスごとに位相の初期値がランダムであることが分かる．また、送信パルスの開始と終了部分では位相が大きく変化している．図 2 は、送信信号を FFT した電力スペクトルを示す．比較のために、同じパルス幅から求められる $Sinc$ 関数のモデルを破線で表した．横軸の 0 は $9410[MHz]$ である．マグネトロンのスペクトルは $9408[MHz]$ 付近にもスペクトルのピークがあり、帯域が広がっていることが分かる．

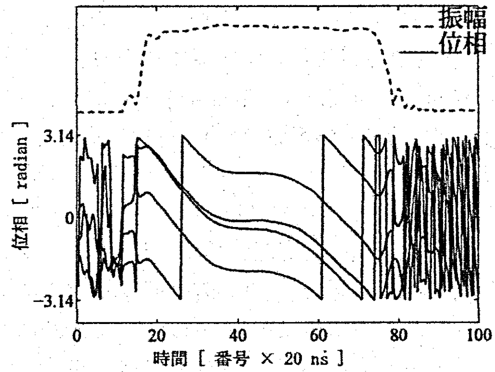


図 1: マグネトロン送信信号

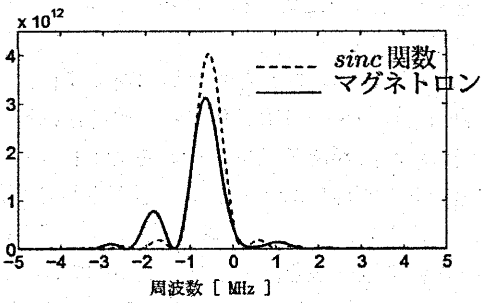


図 2: マグネトロンの電力スペクトラム

2.2 インパルスレスポンス

時刻 $t=0$ においてレーダーは原点に、ターゲットは距離 L $[m]$ にあって、一定の相対速度 v $[m/s]$ で、x 軸方向に進んでいると仮定する（図 3 参照）.
レーダーと一致する慣性系で考える時、$t=t_p$ においてパルスが発射されたとすると、ターゲットで反射して再び受信される時刻 t_r は、次式で与えられる.

$$t_r = t_p + a + bt_p \tag{1}$$

$$a = \frac{2L}{c-v},\ b = \frac{2v}{c-v} \tag{2}$$

ここで、c は光速である. 式 (1) は、送信時刻 t_p に対する受信信号の時間遅れを表しており、レーダーからターゲットを経て再びレーダーに至る伝達系は、次のインパルス応答 $f(t \mid t_p)$ で表すことができる.

$$f(t \mid t_p) = \gamma\delta(t - a - (1+b)t_p) \tag{3}$$

ここで、γ は伝搬と散乱による減衰を表す.
送信信号を $x(t)$ で表せば、受信信号 $r(t)$ は、インパルス応答 $f(t \mid t_p)$ を用いて次のように表される.

$$\begin{aligned} r(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t \mid t_p)x(t_p)dt_p \\ &= \gamma\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a - (1+b)t_p)x(t_p)dt_p \\ &= \frac{\gamma}{1+b}x(\frac{t-a}{1+b}) \end{aligned} \tag{4}$$

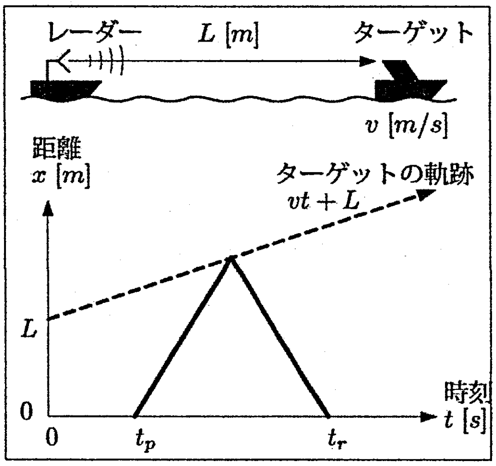


図 3: レーダーとターゲットの旅人算

マグネトロンの送信信号のモデルとして、振幅が一定であるパルスバースト波を用いる．送信時刻を τ_k とすると、k 番目の送信信号 $x(t)$ は次式で表される．

$$x(t) = Au(t-\tau_k)\cos\{2\pi f_c t + \Theta(t)\} \quad (5)$$

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq T \\ 0, & othewise \end{cases} \quad (6)$$

ここで、A は振幅、$u(t)$ はパルス幅 T の矩形パルスを表す．f_c は送信キャリア周波数、$\Theta(t)$ はランダムな初期位相を含むマグネトロンの位相変動成分を表す．

k 番目の受信信号 $r(t)$ は、次式で表される．

$$r(t) = \frac{\gamma A}{1+b}\, u(\frac{t-a}{1+b} - \tau_k)\cos\{2\pi f_c \frac{t-a}{1+b} + \Theta(\frac{t-a}{1+b})\} \quad (7)$$

式 (7) 右辺、cos の位相部分の第 1 項は、キャリア周波数が $1/(1+b) = (c-v)/(c+v)$ になっていて、ドップラーシフトを表している．

2.3 送信信号を用いたマッチドフィルタ処理

先ず、送信信号 $x(t)$ を直交検波器を備えた受信機に入力する．その局部発振器の IQ 信号を次式で表す．

$$I = 2\cos(2\pi f_L t + \theta(t)) \quad (8)$$

$$Q = -2\sin(2\pi f_L t + \theta(t)) \quad (9)$$

f_L は局部発振周波数、$\theta(t)$ はその位相変動成分を表している．得られたベースバンド複素送信信号を、マッチドフィルタのリファレンス信号 $h(t)$ とする．

$$h(t) = Au(t-\tau_k)\exp\{j[2\pi f_c t + \Theta(t)]\}\exp\{-j[2\pi f_L t + \theta(t)]\} \quad (10)$$

続いて受信信号 $r(t)$ を入力し、同様にして得られたベースバンド複素受信信号 $s(t)$ を次式で表す．

$$s(t) = A_r\, u(\frac{t-a}{1+b} - \tau_k)\ \exp\{j[2\pi f_c \frac{t-a}{1+b} + \Theta(\frac{t-a}{1+b}) - 2\pi f_L t - \theta(t)]\} \quad (11)$$

ここで、$A_r = \frac{\gamma A}{1+b}$ とおいた.

遅延時間が d の時のマッチドフィルタ出力 $y(d)$ は、$h(t)$ の複素共役と、$s(t)$ との相互相関として表される.

$$
\begin{aligned}
y(d) &= \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t-d)s(t)dt \quad (12)\\
&= \hat{A}\int_{-\infty}^{\infty} u(t-d-\tau_k)u(\frac{t-a}{1+b}-\tau_k)\\
&\quad \times \exp\{-j[2\pi(f_c-f_L)(t-d)+\Theta(t-d)-2\pi f_c\frac{t-a}{1+b}+2\pi f_L t-\Theta(\frac{t-a}{1+b})]\}\\
&\quad \times \exp\{j[\theta(t-d)-\theta(t)]\}dt \quad (13)
\end{aligned}
$$

ここで、* は複素共役を示し、$\hat{A} = AA_r$ とおいた.

式 (13) 右辺の積分の最後の因子は、局部発振器の位相変動による、マッチドフィルタの劣化を表すが、ここでは $\theta(t)$ を、定数 θ_0 と仮定する.

$d = a + b\tau_k$ の時、マッチドフィルタ出力の振幅が最大になると予想されるが、変数変換 $t = a+(1+b)\tau_k+t'$ を行って、次式からそれを計算して確かめる.

$$
\begin{aligned}
y(a+b\tau_k) &= \hat{A}\exp\{-2j\pi f_L(a+b\tau_k)\}\int_{\infty}^{-\infty} u(t')u(\frac{t'}{1+b})\\
&\quad \times \exp\{-j[\Theta(t'+\tau_k)-\Theta(\frac{t'}{1+b}+\tau_k)]\}\\
&\quad \times \exp\{-2j\pi f_c\frac{bt'}{1+b}\}dt' \quad (14)
\end{aligned}
$$

船舶が対象であるから、最大相対速度 v を $180km/H$ と仮定すれば、b の値は 3.33×10^{-7} となり、1 に較べて非常に小さいので、$1/(1+b)=1$ と近似する.

$$
\begin{aligned}
y(a+b\tau_k) &= \hat{A}\exp\{-j2\pi f_L(a+b\tau_k)\}\int_0^T \exp\{-j2\pi f_c bt'\}dt' \quad (15)\\
&= \hat{A}T\exp\{-j2\pi f_L(a+b\tau_k)\} \quad (16)
\end{aligned}
$$

式 (15) 右辺の被積分関数は、ドップラーシフトによる位相誤差を表しているが、パルス幅が十分短いので 1 に近似する. つまり、被積分関数が定数となり、マッチドフィルタ出力が最大値を取ることが示された.

式 (16) は、送信信号を重みとするマッチドフィルタによって、マグネトロンの位相変動成分がキャンセルされ、その出力の振幅が最大となる点においては、局部発振器周波数 f_L に基づいて、ターゲットの位置が安定して計測できること、そして、振幅がパルス幅に比例することを表している.

2.4 マッチドフィルタのSN比

1 回の送信で得られる受信信号について、マッチドフィルタ方式とバンドパスフィルタ方式とで SN 比を比較する（図 4 参照）. はじめに、式 (16) の両辺を自乗する.

$$S_{MF} = |y(a+b\tau_k)|^2 = \hat{A}^2T^2 = A^2A_r^2T^2 \quad (17)$$

マッチドフィルタに、次のようなホワイトノイズ $n(t,\alpha)$ が入力された場合を考える. α は見本点を表す.

$$< n(t,\alpha) >= 0 \quad (18)$$

$$< n(t_1,\alpha)n^*(t_2,\alpha) >= \sigma^2\delta(t_1-t_2) \quad (19)$$

ここで、σ^2 はノイズ電力の平均値である. この時のマッチドフィルタ出力 $y_n(d,\alpha)$ は次式で表される.

$$y_n(d,\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t-d)n(t,\alpha)dt \quad (20)$$

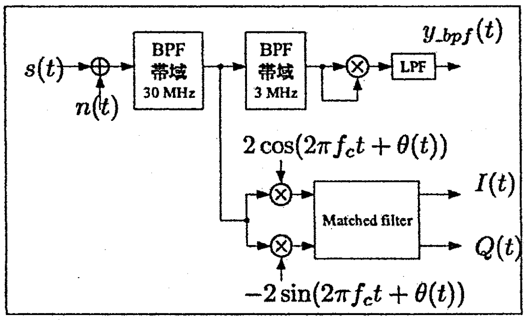


図 4: 比較する SN 比のモデル

式 (20) を自乗して、平均を求める.

$$N_{MF} = <|y_n(d,\alpha)|^2> = \sigma^2 A^2 T \tag{21}$$

式 (17) と (21) の比からマッチドフィルタ出力の SN 比が与えられる.

$$S_{MF}/N_{MF} = TA_r^2/\sigma^2 \tag{22}$$

式 (22) は、SN 比がパルス幅 T 倍になっている [5].

次に、バンドパスフィルタを用いた場合を考える. その出力 $y_{\_bpf}(t)$ は、次式で表される.

$$y_{\_bpf}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\_bpf}(f)S(f)e^{j2\pi ft}df \tag{23}$$

ここで、$H_{\_bpf}(f)$ はバンドパスフィルタの周波数特性を表す. バンドパスフィルタの帯域が、信号 $S(f)$ の帯域に較べて十分広く、帯域内で位相特性が直線であると仮定する. 信号の出力電力は次式で表される.

$$S_{bpf} = |y_{\_bpf}|^2 = A_r^2 \tag{24}$$

ホワイトノイズが入力された場合は次式で表される.

$$y_{n\_bpf}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\_bpf}(f)N(f)e^{j2\pi ft}df \tag{25}$$

ここで、$N(f)$ はホワイトノイズのスペクトル表現である. 不規則信号 $y_{n\_bpf}(t)$ の自乗の平均値を求める.

$$\begin{aligned} N_{bpf} =<|y_{n\_bpf}(t)|^2> &= \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\_bpf}(f)|^2 df \\ &= B\sigma^2 \end{aligned} \tag{26}$$

ここで、B はバンドパスフィルタの電力帯域幅である. 式 (24) と (26) の比から、バンドパスフィルタ出力の SN 比が得られる.

$$S_{bpf}/N_{bpf} = A_r^2/B\sigma^2 \tag{27}$$

式 (22) と式 (27) との比が、バンドパスフィルタに対するマッチドフィルタの改善効果である.

$$\frac{S_{MF}/N_{MF}}{S_{bpf}/N_{bpf}} = \frac{TA_r^2/\sigma^2}{A_r^2/B\sigma^2} = BT \tag{28}$$

一般的な船舶用レーダーの例として、バンドパスフィルタの帯域が 3.0[MHz]、パルス幅が 1.0[μs] の場合、SN 比を 5.0[dB] 改善できる.

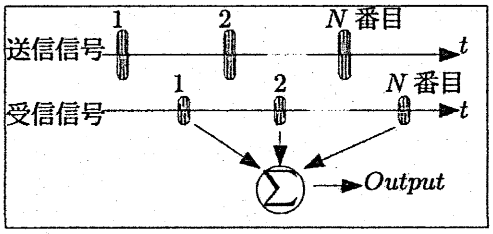


図 5: コヒーレント積分

2.5 不等間隔コヒーレント積分

ここでは、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分を提案する．N 個の受信信号を位相が揃った状態で加算すれば、送信電力を N 倍にしたことと等価になり、SN 比を N 倍に改善することができる（図 5 参照）．実際に、アンテナのビーム幅が θ_B $[deg]$、回転数が $\omega[rpm]$、送信繰り返し周波数が f_p $[Hz]$ であれば、ターゲットから n_B 個の受信信号が戻ってくる [6].

$$n_B = \frac{\theta_B f_p}{6\,\omega} \tag{29}$$

しかし、一般にレーダーとターゲットは独立に運動するので、ドップラーシフトにより受信信号の位相は変化している．よって、送信ごとに、式 (16) マッチドフィルタ出力に $\exp\{j2\pi f\tau_k\}$ を乗じて位相を補正し、それら N 個の和を求める.

$$Y(f) \;=\; \sum_{k=0}^{N-1} y(a+b\tau_k)\exp\{j2\pi f\tau_k\} \tag{30}$$

式 (30) は、送信時刻 τ_k でサンプリングされた受信信号の離散フーリエ変換になっている [7]．送信が周期的でありかつ、FFT を用いる場合、式 (30) は次のように表される.

$$\tau_k \;=\; \frac{k}{f_p}\,,\ (k=0,1,\ldots,N-1) \tag{31}$$

$$f \;=\; \frac{m}{M}f_p\,,\ (m=0,1,\ldots,M-1) \tag{32}$$

$$\begin{aligned} Y(\frac{m}{M}f_p) &= \hat{A}T\exp\{-j2\pi f_L a\}\sum_{k=0}^{N-1}\exp\{-j2\pi(\frac{2vf_L}{cf_p}-\frac{m}{M})\}k \\ &= Y(\frac{m}{M}f_p+f_p) \end{aligned} \tag{33}$$

ここで、$c-v=c$ と近似した.

$\frac{2vf_L}{cf_p} \simeq \frac{m}{M}$ の関係が成り立つ時、$|Y(\frac{m}{M}f_p)|^2$ が最大となり、SN 比が約 N 倍に改善される．式 (33) は、送信が周期的な場合、スペクトルも f_p を周期とする、周期関数となることを示している．従ってターゲットの相対速度 v は、次のように不定性を持って表される.

$$v \;=\; \frac{m+lM}{M}\frac{cf_p}{2f_L}\,,\ (l=0,\pm1,\pm2,\cdots) \tag{34}$$

ただし、次の条件が満足されるならば、速度を一意的に求めることができる.

$$|\frac{2vf_L}{cf_p}| < \frac{1}{2} \tag{35}$$

しかし、船舶用レーダーでは距離の不定性が許されないことや、マグネトロンのデューティーサイクルの制限から f_p には上限がある．表 1 に距離と速度の不定性の例を示す．f_p が 650 $[Hz]$ 以下の場合は、不定性

表 1: 送信繰り返し周波数による距離と速度の不定性

送信繰り返し周波数 f_p	650	6500	$[Hz]$
不定性のない距離限界	231	23.1	[km]
不定性のない速度限界	18.5	185	[km/h]

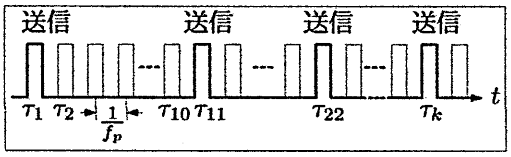


図 6: 不等間隔送信

のない探知距離が 231$[km]$ と十分長いのに対して、不定性のない速度が 18.5 $[km/h]$ にとどまり、それ以上の速度は正しく得られない．そのことは、ターゲットが接近していることを、遠ざかりつつあると誤認識する危険をもたらすので、実用的ではない．この問題を解決するために本論分では、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分を提案する．式（35）の条件を満足するように、想定する船舶の相対速度 v に対して、十分高い基本繰り返し周波数 f_p を決める．それに対して実際のキャリアの送信は、とびとびのタイミングで行い、必要な送信周期を守る（図 6 参照）．加算される受信信号の数は N 倍にならないが、実用上、十分な SN 比の改善が期待できる．送信間隔を、表 2 のような不等間隔にして、得られた受信信号を FFT することにより、SN 比の改善と同時に、ターゲットの正しい速度を測定することが可能となる．

表 2: 不等間隔送信の順番

送信番号	1	2	3	4	5	6	7	8	
τ_k	1	11	22	35	49	65	92	100	$\times\frac{1}{f_p}$
送信間隔	-	10	11	13	41	16	17	18	

2.6 計算機シミュレーション

一定の相対速度 50$[km/h]$ で接近するターゲットを仮定する．実際のマグネトロンの送信信号を用いて、それがターゲットで反射して戻る受信信号に、SN 比が 3dB となるようなホワイトノイズを加えて受信信号のモデルを作る．それに対して 3 種類の信号処理を行い、それらの SN 比を比較した．

第 1 は、今回提案する不等間隔送信を用いたコヒーレント積分である．基本送信繰り返し周波数 f_p は 6500$[Hz]$ とし、表 2 の系列に従って、8 回の不等間隔送信を行う．第 2 はマッチドフィルタ、そして第 3 は、次式で表される周波数応答を持つバンドパスフィルタを通して直交検波する一般的なレーダーの方式である．

$$H_{bpf}(f) \;=\; \frac{1}{1 - jQ_L(f_0/f - f/f_0)} \tag{36}$$

ここで、Q_L は帯域幅が 3$[MHz]$ になるように選んだ．図 7 に、バンドパスフィルタと、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分出力波形を示す．コヒーレント積分は、パルスが釣鐘型になっていて、マッチドフィ

表 3: SN 比（シミュレーション）

不等間隔送信コヒーレント積分	26.4 dB
マッチドフィルタ（1 回の受信）	17.3 dB
バンドパスフィルタ（1 回の受信）	12.6 dB

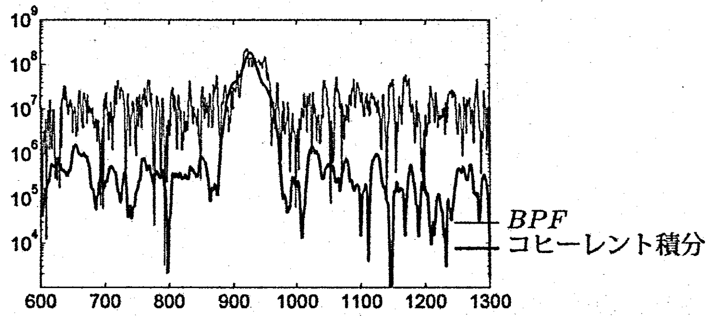
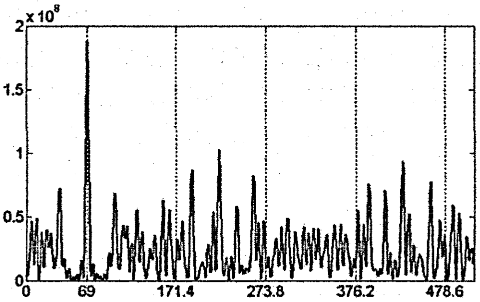
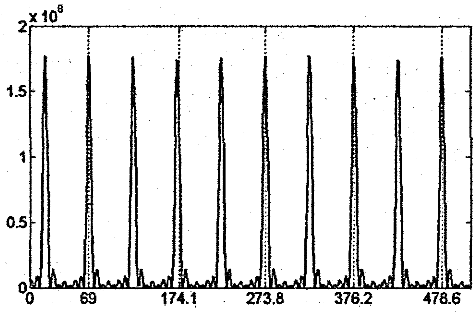


図 7: マッチドフィルタ出力電力（シミュレーション）



(a) 不等間隔サンプリング



(b) 等間隔サンプリング

図 8: スペクトラム結果

ルタによるパルス圧縮効果が現れている．また、ピーク値は変わらずノイズレベルが下がっていて、いずれも、フィルタが正しく動作していることを表している．表 3 に、それぞれのを SN 比を示す．マッチドフィルタ方式はバンドパスフィルタ方式と比較して、SN 比が $4.7dB$ 改善している．さらに、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分方式は、$9.1dB$ 改善していて、理論通りの結果が得られた．図 8(a) は、不等間隔送信を用いて、$N = 512$ 点の FFT を行った結果である．試行錯誤の結果、表 2 の系列によって、スプリアスレベルが低く抑えられ、$n = 69$ 番目にのみスペクトルのピークが現れていて、不定性が除去され、正しい速度が得られている．それに対して図 8(b) は、送信間隔を 10 に固定した等間隔送信を行った場合に、同様の FFT を行った結果である．スペクトルが繰り返しており、速度の不定性が現れている．

3 実験方法

試作した X-band レーダー信号処理装置を図 9 に、主な仕様を表 4 に示す．基本繰り返し周波数 6500[Hz] を、表 2 にしたがって順に分周して送信トリガを作り、8 回の不等間隔送信を連続して行う．この装置には、アンテナからの受信信号と、マグネトロンからの送信信号を取り込む 2 つの経路があって、送信と受信

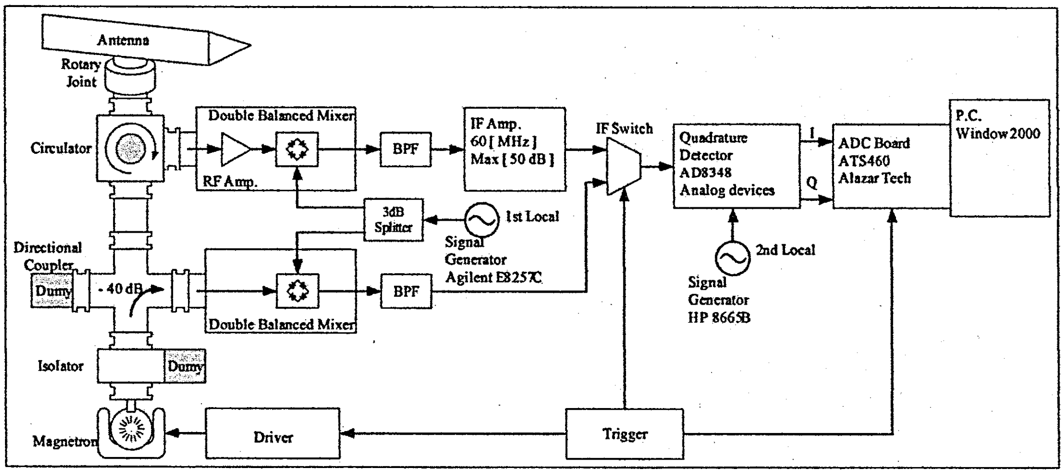


図 9: 実験装置

の各信号は、送信タイミングで切り替えて直交検波器に入力される．それらベースバンド IQ 信号は、サンプリング周波数 50[MHz] で AD 変換され、1 回の送信で距離方向に 16384 点が記録される．

従来のコヒーレント処理では、送信信号の初期位相の問題に重点が置かれていて、局部発振器の位相を、送信のそれに同期させる方式であり、受信部の構造が複雑になるという実装上の欠点があった．それに対してこの装置では、送信と受信信号の両方を記憶し、マッチドフィルタとコヒーレント処理は、ソフトウエアに置き換えられるので実用性が高い．

4 実験結果

実験装置を大阪湾の海岸に設置し、船舶をターゲットとして実験を行った．ある方向を中心とした、角度にして 3.9 度の幅と、距離 20[km] 離れた、前後 4.6[km] の範囲を探知し、それぞれ信号処理方式による結果を、図 10、図 11 と図 12 に表す．それらは SN 比の改善度合の観点から作られていて、奥行き方向の軸は送信の番号、横軸は距離に相当するサンプル番号を、そして縦軸は電力をデシベルで表している．この範囲には 4 個のターゲット A,B,C,D があり、表 5 に信号処理方式による SN 比と、それらの距離、相対速度を表す．

図 10 のバンドパスフィルタ方式は、ターゲット A と C がノイズに埋もれている．それに対して、図 11 のマッチドフィルタ方式は、それらを識別することができる．しかし、十分な SN 比には至っていない．

表 4: レーダーの仕様

水平ビーム幅	1.9	度
アンテナ回転数	12	rpm
送信周波数	9410	MHz
送信出力	25	KW
最大パルス幅	1.2	μs
局部発振周波数	9470	MHz

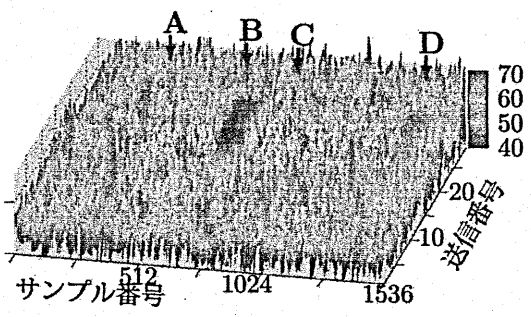


図 10: バンドパスフィルタ

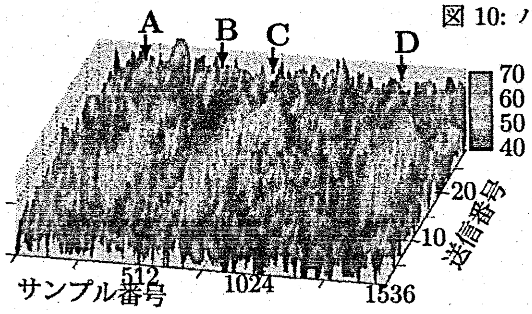


図 11: マッチドフィルタ

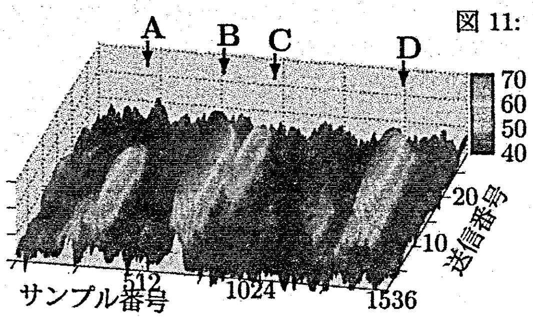


図 12: 不等間隔送信によるコヒーレント積分

図 12 の不等間隔送信を用いたコヒーレント積分方式は、$N = 512$ 点の FFT で求められた 512 種類の速度についてコヒーレント積分を行い、それらの最大値をプロットしている．その結果、全てのターゲットに対して十分な SN 比が得られているが、最大値というインコヒーレントな処理をしたため、理論的な SN 比の改善には達していない．

この実験では、実際のマグネトロンによるキャリアの送信は、650[Hz] 以下の低い繰り返し周波数で行ったが、不等間隔送信を用いることにより、距離の不定性と速度の不定性の両方が解決されている．

5 むすび

本研究では、送信波形をサンプリングし、それを係数とするマッチドフィルタと、不等間隔送信を用いたコヒーレント積分を用いることによって、ターゲットが 1 個の場合には、SN 比の大きな改善と相対速度の計測を、同時に実現できることを示した．

しかし、ターゲットが 2 個以上の場合には、スペクトルにレベルの高いスプリアス成分が現れるので、今後、アルゴリズムを検討する必要がある．

また、実際のマグネトロンの送信信号は、送信パルス幅の逆数以上に周波数帯域が広がっていて、マッチドフィルタによるパルス圧縮効果があり、距離分解能の改善が期待できる．これらマッチドフィルタが正し

表 5: 実験結果

ターゲット/SN 比 [dB]	A	B	C	D
バンドパスフィルタ	10.6	22.0	9.3	17.9
マッチドフィルタ	16.4	30.4	14.4	24.2
不等間隔コヒーレント積分	20.6	34.6	19.3	28.6
距離 [km]	20.1	21.1	21.4	23.2
相対速度 [km/h]	9.6	-21.5	-5.1	20.4

く動作し、コヒーレント積分が性能を発揮させるためには、局部発振器が安定している必要であり、それらに関しては別稿で論じたい.

最後に、本研究の対象となった近距離の小さなターゲットは、通常、海面上の非常に低い位置にあって、従来の振幅情報のみを用いるレーダーでは、反射信号が安定して得られない. レーダーの入射角が水平に近い場合の検討も行う予定である.

参考文献

[1] Hua Li, Anthony J. IIlingworth, Jon Eastment*A Simple Method of Dopplerizing a Pulsed Magnetron Radar* MICROWAVE JOURNAL TECHNICAL FEATURE, pp.(226)-(228), APRIL, 1994

[2] R. L. Trapp *Improved coherent-on-receive radar processing with dynamic transversal filters. TRAPP R L IEE Conference Publication (Institution of Electrical Engineers) 1982 , Vol.216 , p.505-508*

[3] Merrill I. Skolnik *RADAR HANDBOOK* McGraw-Hill (1990)

[4] James A. Scheer and James L. Kurtz *Coherent Radar Performance Estimation* Artech House (1993)

[5] John Minkoff *Signal Processing Fundamentals and Applications for Communications and Sensing Systems* Artech House (2002)

[6] Merrill I. Skolnik *Introduction to RADAR Systems* McGraw-Hill (1980)

[7] 藤坂　貴彦　その他 マグネトロンレーダーのコヒーレント処理, 信学技報 TECHNICAL REPORT OF IEICE. SANE97-54 (1997-09)

輻射科学研究会資料
RS09-18

クロススロット結合パッチアレーによる偏波共用及び円偏波平面レンズ

Flat lens with orthogonally linear or circular polarization based on cross-slot-coupled patch array

西野 裕子 Yuko Nishino
柴山 理奈 Rina Shibayama
出口 博之 Hiroyuki Deguchi
辻 幹男 Mikio Tsuji

同志社大学　理工学部
Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

2010年3月30日

於　京都工芸繊維大学

クロススロット結合パッチアレーによる偏波共用及び円偏波平面レンズ

西野 裕子，柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男（同志社大学）

概要 地導体に結合スロット部及び共振スロット素子を設け，その両面の誘電体基板にパッチ素子を２次元配列した薄型平面レンズアンテナを提案している．ここで提案するレンズ素子は，３つの共振器による結合共振特性を利用した広い帯域通過特性を有しており，広範囲な透過移相量の制御が行える．しかも，パッチ及びスロット形状を変化させれば，２つの偏波成分に対する透過移相を異なる値にすることもでき，両偏波間の位相差が 90 度となるよう設計して円偏波発生器にも成り得る．ここでは，まずこれらの特性について数値的・実験的に詳しく検討を行っており，その後，薄型平面構造の偏波共用及び円偏波平面レンズを設計，試作し，放射特性の数値的・実験的評価から平面レンズアンテナの有効性を示している．

1 はじめに

レンズアンテナ [1] は，透過によって球面波を平面波にするもので，誘電体レンズや拘束レンズ [2, 3] などがある．従来の誘電体レンズは，レンズの大きさに比例して厚みが増し，重量が大きくなるという問題点があった [4, 5]．また，拘束レンズは良好な放射特性が得られるが，膨大な数の移相器を配列しなければならず，実用的ではない．そのため，レンズを平面で構成し，厚みを薄くする検討が最近行われている．その一つに，人工媒質を用いて誘電率を制御する方法があるが，誘電率が大きくなると整合層を用いなければならない [6]．透過移相量を制御する別の方法として，周波数選択膜のような多層構造 [7]，平面回路フィルタのような結合共振素子 [8, 9]，フェーズドアレーのような遅延線路をつけた素子構造 [10, 11] が検討されているが，薄型で良好な透過特性を得るのは困難である．これに対して，筆者らは薄型化に適した構成の直線偏波平面レンズをこれまで検討してきた [12]–[15]．これは，地板面のリングスロットを介してパッチ素子を結合共振させることで帯域通過特性をもたせ，共振時の位相変化を利用して波面制御を行うものである．このような構成にすれば整合層を用いずに，反射損の少ないレンズが実現できる（詳細は付録 A 参照）．

本論文では，誘電体基板両面に共振パッチ素子，地板面にクロススロットならびに共振スロットを設けた新しいレンズ素子を提案する．提案する素子形状は適用範囲の広い平面レンズ素子であり，素子形状を 90° 回転対称とすれば，直交する２つの直線偏波で動作する平面レンズアンテナとなり，低交差偏波特性が得られる．また，直交する偏波に対してパッチやスロットの形状寸法を少し変えれば，透過位相の周波数特性をシフトさせることができ，円偏波発生器として動作させることができる．それゆえ，提案素子を用いれば，一次放射器で直線偏波励振された球面波を，平面レンズによって波面変換し，かつ円偏波に変換する円偏波レンズが容易に得られる．ここでは，このような提案素子の共振特性を

詳細に検討するとともに，平面レンズアンテナの設計，測定を行い，その有効性を検証していく．

2　動作原理

2.1　結合共振を基にした平面レンズ

レンズに照射される一次パターンの球面波面を平面波面に変換するためには，レンズ素子毎による透過波の移相量を各々所定の値にする必要がある．その際，薄型化を達成するためには，反射損も十分小さく抑え，整合層の不要な構造にしなければならない．そこで，地板を共有する 2 枚の誘電体基板からなる構成で，共振器の結合を利用して位相の制御範囲の拡大ならびに低挿入損特性を目指していく．

図 1 は本論文で提案するレンズアンテナの基本構成を示したもので，誘電体基板両面のパッチの共振に加えて，地板に方形スロットを追加して共振させる．その際，パッチ–スロット–パッチの結合共振に必要な結合量を，地板に別に設けたクロススロットによって得ることを考える．共振パッチについては，パッチアンテナと同様にパッチの両端と地板との間で構成される等価的な共振スロットとして動作するものと考えられ，さらに地板の共振スロットと組み合わせて結合共振させる．このような構造を単位セルとして 2 次元周期配列すれば空間的な移相器として動作することになる．さらに，素子形状を適切に変

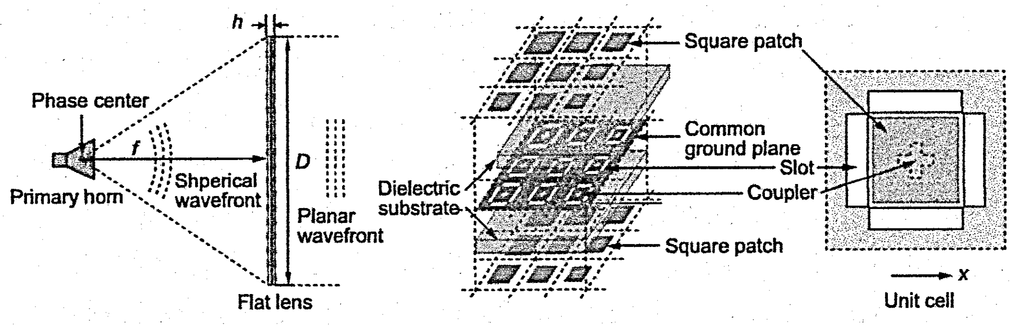


図 1　直交偏波共用平面レンズアンテナの基本構成

えて通過域の周波数をシフトさせることにより，レンズの各点で要求される移相量を実現しようというものである．ここでは，簡単のため，誘電体基板及び単位セルの大きさを固定し，素子寸法を拡大，縮小して近似的に周波数シフトした特性を実現していく．このとき，パッチ，中央のクロススロットならびに周囲の方形スロットを 90° 回転対称な形状で配置すると，直交する 2 つの偏波で同様に動作させることができる．そして，レンズの開口径が大きい場合でも，誘電体レンズのようなゾーニングを行うことなしに， 180° の範囲で位相を制御できれば平面レンズが構成できる．

また，水平偏波 (x 方向) と垂直偏波 (y 方向) で別々に通過域の周波数をシフトさせた設計を行い，レンズの各点で直交した偏波間で約 90° の位相差を保てば，直線偏波を円偏

波に変換する機能をもつレンズ素子が得られる．この場合，直交する 2 偏波で異なる拡大縮小のスケールファクター $_x$， $_y$ を考え，各々の偏波で独立に周波数特性をシフトさせる．そのため，図 2 に示すように，長方形パッチ，中央のクロススロットならびに周囲の方形スロットを水平偏波と垂直偏波ごとに変化させる．実際には，水平偏波と垂直偏波の両通過域が重なる帯域内周波数において，一方の偏波に関する係数 $_x$ を決めて固定し，偏波間で約 90° の位相差が得られよう他方の偏波に関する係数 $_y$ を決定していく．

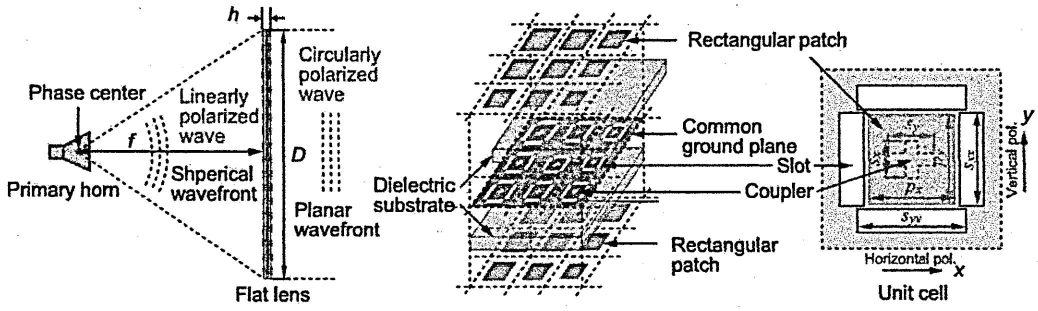
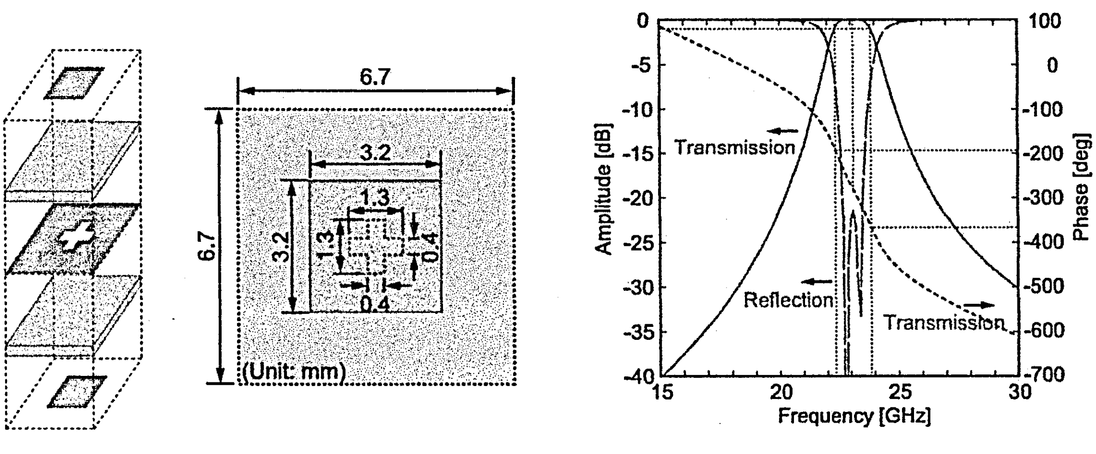


図 2　円偏波平面レンズアンテナの基本構成

2.2　直交偏波共用レンズ素子

図 3 は，パッチを正方形，スロットをクロス形状にした同一のレンズ素子を周期配列したアレーの反射，反射特性を示したもので，直交する 2 つの直線偏波で同様に動作し，2 共振の通過域特性が得られている（寸法は同図 (b) 参照)．通過域内では，0.01 dB 以下のリップルとなり，挿入損のほとんどない特性が得られているが，その位相量は約 180 度しかとれない．

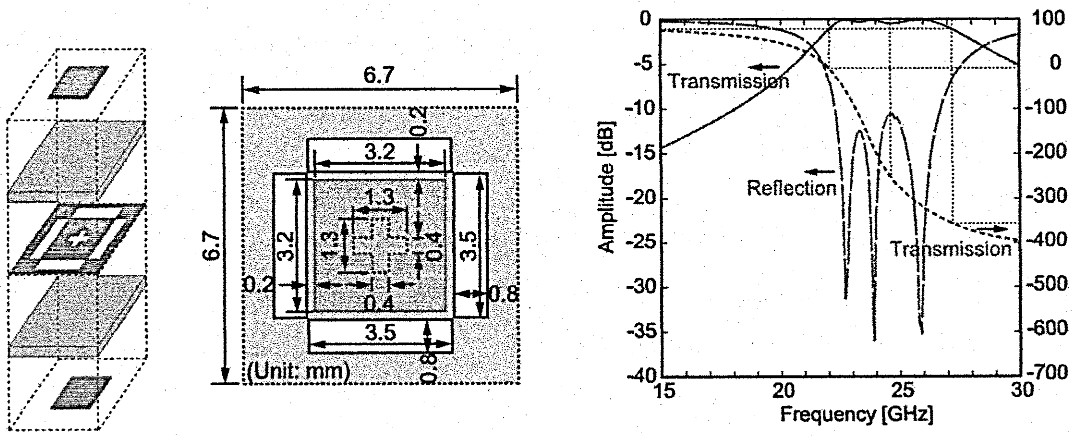
そこで，位相範囲を拡大させるためにこのレンズ素子に上下左右に方形スロットを付加



(a) 単位セル　　(b) 寸法　　(c) 反射・透過係数の計算値

図 3　2 共振特性をもつ正方形パッチ均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 0.8$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$）

する．図 4 は，改良したレンズ素子を周期配列したアレーの反射，透過特性を示したもので，3 共振特性が得られていることがわかる [16]．直交する偏波で同様に動作し，通過域内の挿入損が 0.4 dB 以下，3 共振による通過域内の位相変化量は約 400 度まで得られている．これにより，パッチ–スロット–パッチの 3 共振特性を制御して，直交する 2 つの直線偏波に対して動作する平面レンズが設計できる．

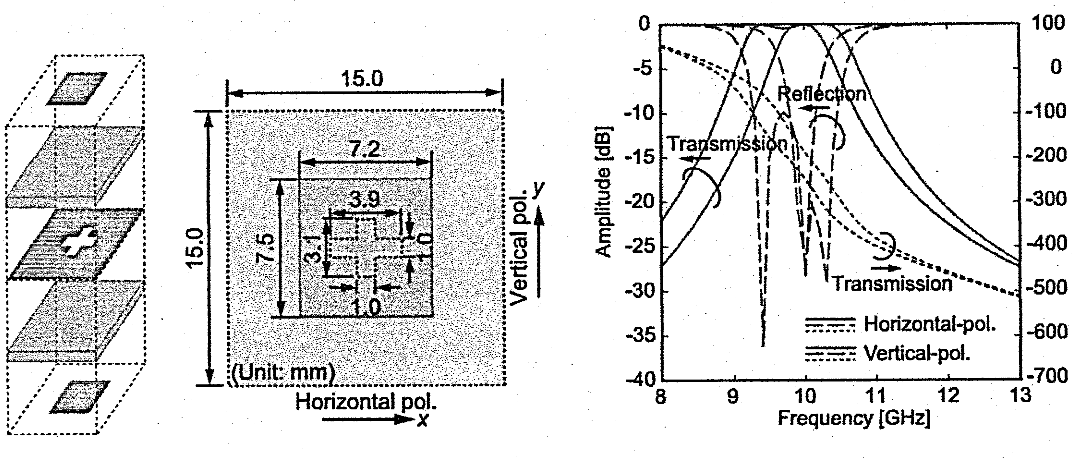


(a) 単位セル　(b) 寸法　(c) 反射・透過係数の計算値

図 4　3 共振特性をもつ正方形パッチ均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 0.8$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$）

2.3　円偏波レンズ素子

先に示した図 3 のレンズ素子形状を，図 5(b) のように長方形の寸法にすると，直交する直線偏波の通過域を別々に周波数シフトさせることができる．同図 (c) は 2 つの直交す

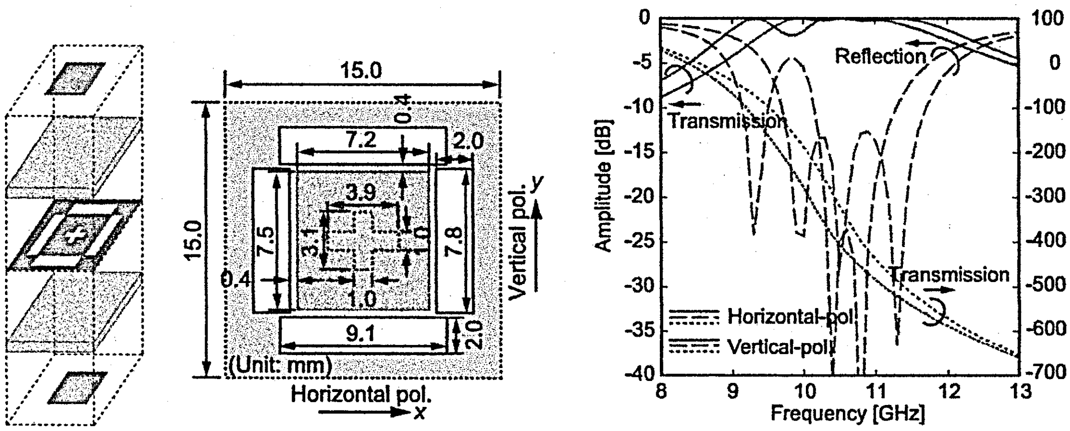


(a) 単位セル　(b) 寸法　(c) 反射・透過係数の計算値

図 5　2 共振特性をもつ長方形パッチ均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 2$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$）

る偏波の平面波を入射させたときの反射・透過特性を示したもので，通過域内における挿入損は，水平偏波（x 方向）では 0.01 dB 以下，垂直偏波（y 方向）では 0.4 dB 以下となり，10 GHz において直交した偏波間で約 90 度の位相差をもたせることができる．また，レンズ素子として用いる場合，直交偏波共用レンズ素子と同様に，素子形状を拡大縮小することで得られる通過域のシフトに基づく位相変化量の違いを利用することになるが，2 共振特性では位相の範囲は不十分なものであることは，すでに述べた通りである．

そこで，円偏波レンズ素子についても位相範囲を拡大するため，図 6(a)，(b) に示すように 3 共振特性をもたせて形状を長方形とし，直交 2 偏波間の位相差の制御を行う [17]．同図 (c) では 10 GHz において直交した偏波間で約 90 度の位相差が得られている．両偏波で通過域が重なるのは，9.6 GHz～11.1 GHz であり，偏波間の位相差は低域側の 9.6 GHz では約 72 度，高域側の 11.1 GHz では約 43 度となる．一方，3 共振特性による位相変化範囲は，水平偏波では 436 度，垂直偏波では 460 度となり，レンズ設計に十分な値が得られていることがわかる．しかしながら，通過域内における挿入損のリップルの最大値は，水平偏波では 1.9 dB，垂直偏波では 2.9 dB と大きくなってしまい，今後，素子形状の最適化等によって挿入損の低減を図る必要がある．



(a) 単位セル　(b) 寸法　(c) 反射・透過係数の計算値

図 6　3 共振特性をもつ長方形パッチ均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 2$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$）

3 周期アレーの実験的評価

3.1 正方形パッチ周期アレー

提案する直交偏波共用レンズ素子を周期配列したアレーの透過特性について，図 7 に示す測定系で実験した．同図のようにホーンを対向させ，アレーがない場合の測定値を基準の値として用いる．図 8 は試作したアレーを示したもので（誘電体基板 MEGTRON6：各誘電体層の厚み 0.4 mm，比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$），単位セルの大きさは $d_x = d_y = 6.7$ mm である．図 9 に透過特性の測定値と計算値の比較を示す．測定値は高域側で挿入損が大きい等の計算値との差異が見られる．これはホーンに接続した同軸導波管変換器（帯域 17.6–26.7 GHz，VSWR 1.20）の帯域外特性によるものが考えられる．一方，交差偏波特性は 35 dB 以下の低いレベルであり，また位相特性については測定値と計算値はよく一致しており，レンズ素子として透過移相量の制御が可能なことがわかる [18]．

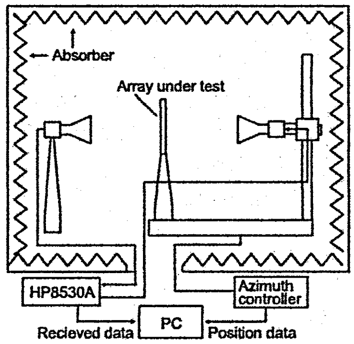


図 7 透過特性の測定系

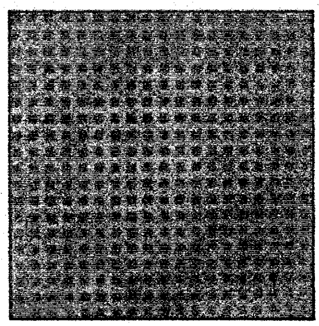
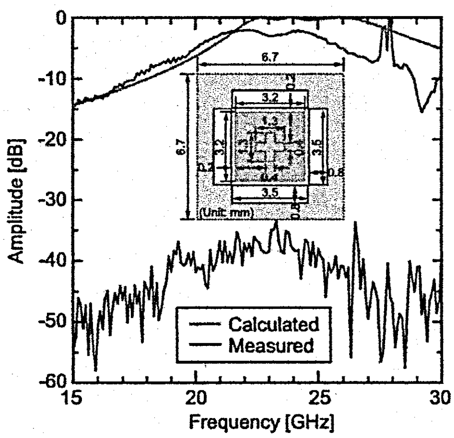
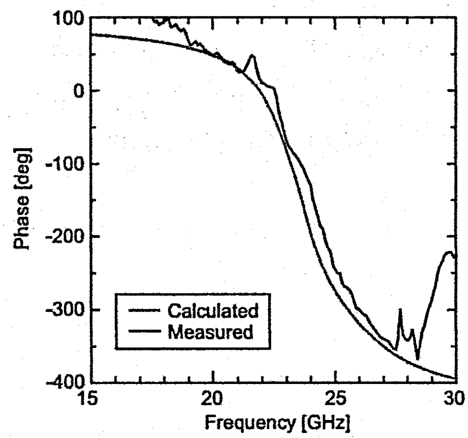


図 8 試作した正方形パッチ周期アレー（19 × 19 素子，127.3 × 127.3 mm^2）



(a) 振幅



(b) 位相

図 9 正方形パッチ周期アレーの透過特性の測定値と計算値との比較（誘電体基板：厚み 0.4 mm，比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$）

3.2 長方形パッチ周期アレー

円偏波発生機能をもたせたレンズ素子を周期配列したアレーの透過特性については，送信ホーンを中心軸のまわりで回転させて偏波面を 45° 傾け，対向させた受信ホーンを水平偏波（x 方向），垂直偏波（y 方向）の各々の状態にして振幅，位相を測定する．このとき，送受信には X 帯標準ゲインホーン（利得約 20 dBi）を用いている．図 10 に試作した長方形パッチ周期アレーを示す（誘電体基板 Taconic TLC-32：各誘電体層の厚み 1.14 mm，比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$, 誘電正接 $\quad = 0.003$）．単位セルの大きさは $d_x = d_y = 15$ mm である．図 11 は両偏波の透過特性の測定値と計算値の比較を示したもので，測定値に見られるリップルは対向するホーン間の多重反射や試作アレーによる反射やエッジ回折等の影響が考えられ，多重反射等の不要波の影響を小さく抑えた測定を検討する必要がある．同図 (b) の位相特性については，測定値と計算値は比較的一致しており，偏波間の位相制御が行えることがわかる．

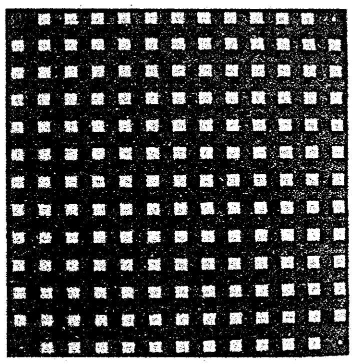
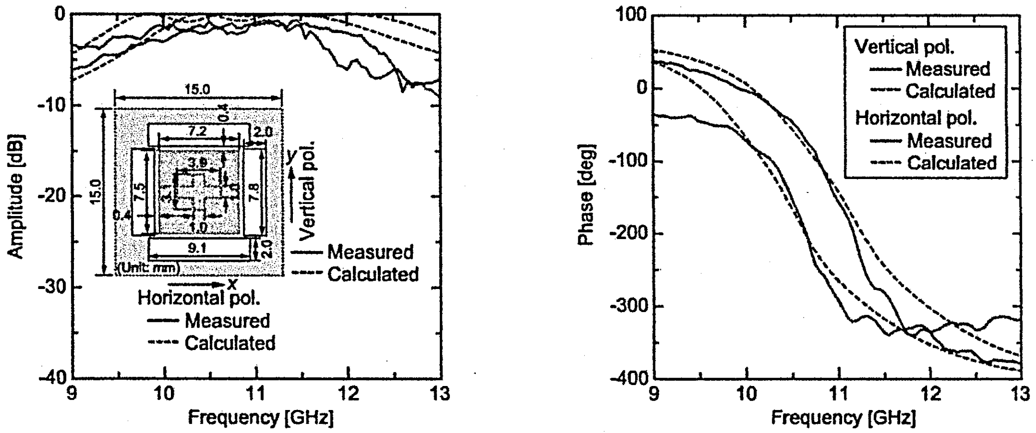


図 10　試作した長方形パッチ周期アレー（13 × 13 素子，195 × 195 mm^2）



(a) 振幅　　(b) 位相

図 11　長方形パッチ周期アレーの透過特性の測定値と計算値との比較（誘電体基板：厚み 1.14 mm，比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$）

さらに，左旋円偏波成分 E_L 及び右旋円偏波成分 E_R を求めるため，測定値及び計算値（振幅，位相）ともに水平偏波成分 E_x と垂直偏波成分 E_y を次式で合成する．

$$E_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x \quad jE_y), \qquad E_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x + jE_y) \tag{1}$$

図 12 は合成して求めた円偏波成分を示したもので，主偏波（左旋円偏波，LHCP）の測

定値と計算値に差異がみられが，交差偏波成分（右旋円偏波，RHCP）は比較的一致している．しかしながら，ピークレベルが高く，交差偏波レベルの低減は今後の課題である．

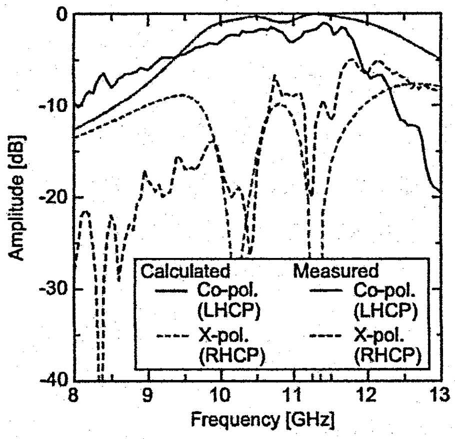


図 12　直交する２つの直線偏波成分から合成した円偏波成分

4　直交偏波共用平面レンズアンテナ

4.1　設計・解析の概要

レンズ開口径および一次ホーンを与えることにすると，平面レンズに入射する一次パターンを計算し，所定の開口面エッジレベルが得られる一次放射器位置を決定する必要がある．このとき，一次パターンは有限要素法による電磁界シミュレータ HFSS (ANSOFT) 等でも求めることができ，このような数値計算結果を基にして，設計に用いる一次パターン $\boldsymbol{E}_h$ を次式で近似して表す．

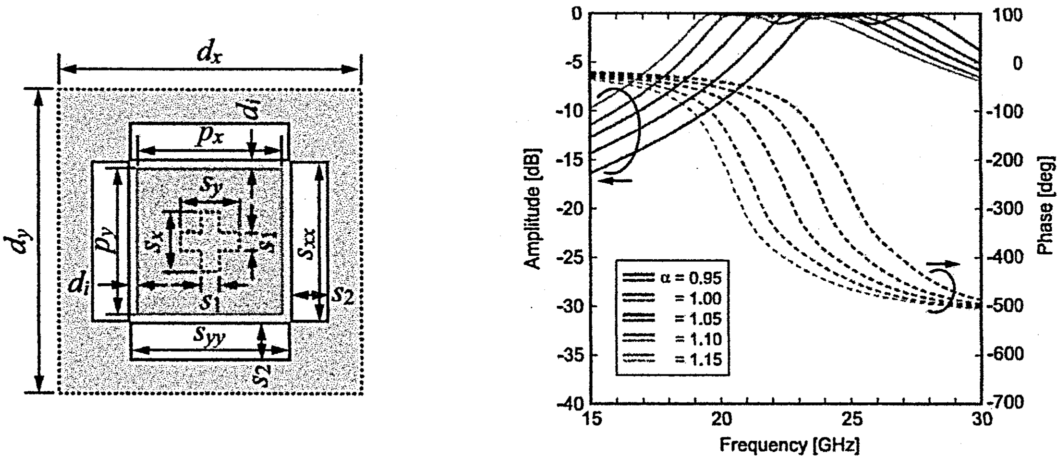
$$\boldsymbol{E}_h = \frac{e^{\ jkR_h}}{R_h}\cos^n \tag{2}$$

ここで，未知数 R_h，n は，数値計算結果と上式との差が小さくなるよう決定される．これより，一次ホーンの位相中心とホーン開口面までの距離が求められる．平面レンズアンテナの配置が決まれば，球面波面（波面の曲率中心は位相中心）を平面波面にするためのレンズ上での移相量が求められる．

レンズ素子については，まず良好な通過域をもち，かつ位相変化量が最大となる基準の素子形状を決定する．このとき，レンズ素子による透過特性は，無限周期アレーの透過特性で近似することにし，周期境界条件を用いた数値計算によって透過係数 T_i（i 番目のレンズ素子）を求める．そして，基準の形状を拡大縮小したときの設計チャートを作成し，所定の位相変化量が得られるようなレンズ素子を 2 次元配列する．これより，レンズ表面の電界分布 $\boldsymbol{E}_a$ は，一次パターン $\boldsymbol{E}_h$ と i 番目のレンズ素子による透過係数 T_i を基にして決定することができ，レンズアンテナの放射パターンは開口面法により計算できる．

4.2　設計例

単位セルの大きさ $d_x = d_y = 6.7$ mm，平面レンズの厚み $h = 0.8$ mm，比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$ を固定のパラメータとし，その他の寸法については前章で述べたように良好な帯域通過特性が得られるように決定し基準の形状とする．そして，帯域幅を保ったまま通過域（振幅特性）を周波数シフトさせるため，$p_x = p_y$，$s_x = s_y$，$s_{xx} = s_{yy}$，s_1，s_2，d_i（変数の定義は図 13(a) 参照）の基準値を　倍して拡大縮小する．図 13(b) は基準形状から拡大縮小した素子の垂直入射時での透過特性を示したもので，　の変化によって振幅および位相特性がシフトしていることがわかる．これにより，通過域内の所定の周波数において，　の調整で任意の移相量と反射損のない特性が得られることになる．



(a) 素子形状と変数の定義　　(b) 透過特性

図 13　倍率 α によって形状を変化させた正方形パッチ周期アレー（$p_x = p_y = 3.2\alpha$，$s_x = s_y = 1.3\alpha$，$s_1 = 0.4\alpha$，$s_{xx} = s_{yy} = 3.5\alpha$，$s_2 = 0.8\alpha$，$d_i = 0.6\alpha$ [mm]）

これらの結果を基にして，挿入損が 1 dB 以下の素子を選び，24 GHz において平面レンズを設計していく．図 14 は倍率　と透過特性の関係をプロットしたもので，一部の素子で若干挿入損が大きくなったが，位相変化量は約 340 度までの範囲で得られている．

次に，この設計チャートを用いて，レンズ透過波の位相が一様となるようレンズ素子寸法を決定する．いま，レンズ開口面の大きさ $D_x = D_y = 127.3$ mm とし，一次放射器に Ka 帯標準ゲインホーン（利得約 15 dBi）を用いることにすると，一次パターンのエッジレベルが　15 dB となる距離 f は 102 mm，ホーン開口面から位相中心までの距離は 10 mm となる．図 15 に一次放射器として用いたホーンとレンズの位置関係を示し，設計したレンズの形状を図 16 に示す．同図 (a) にパッチアレー（両面），同図 (b) にスロットアレー（地板）を示す．

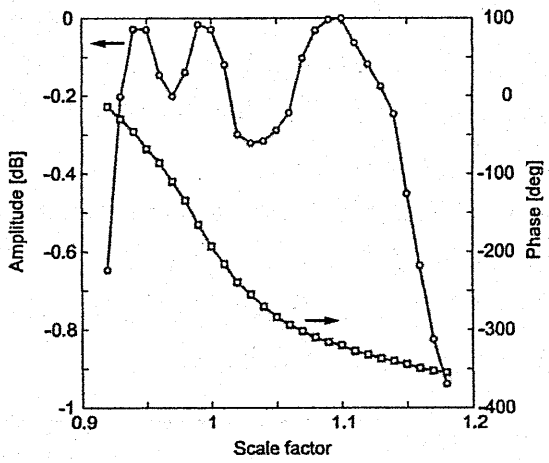


図 14　倍率 α を乗じた寸法の素子と透過特性の関係

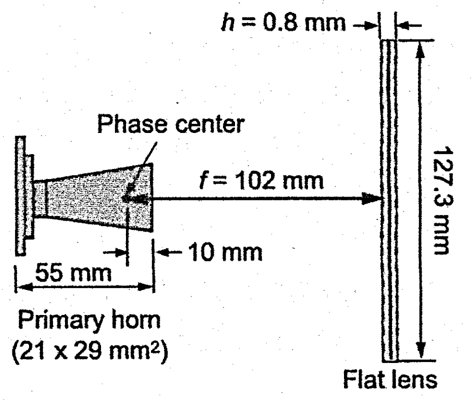
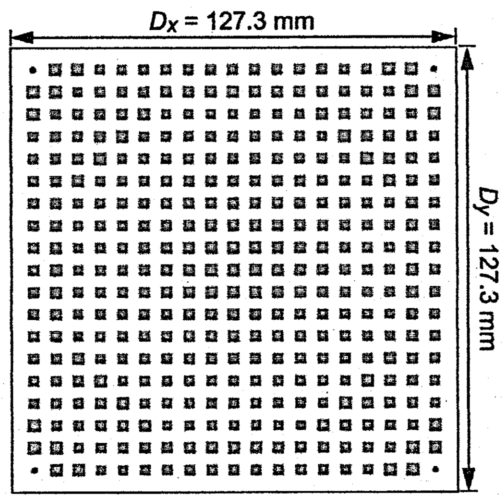
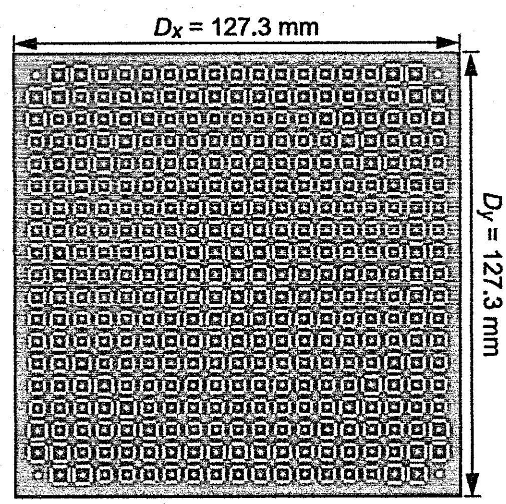


図 15　設計した 24 GHz 帯の直交偏波共用平面レンズアンテナの構成



(a) パッチアレー（両面）



(b) スロットアレー（地板）

図 16　設計した 24 GHz 帯の直交偏波共用平面レンズ（19 × 19 素子）

4.3　実験

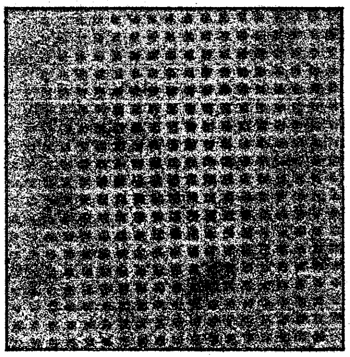
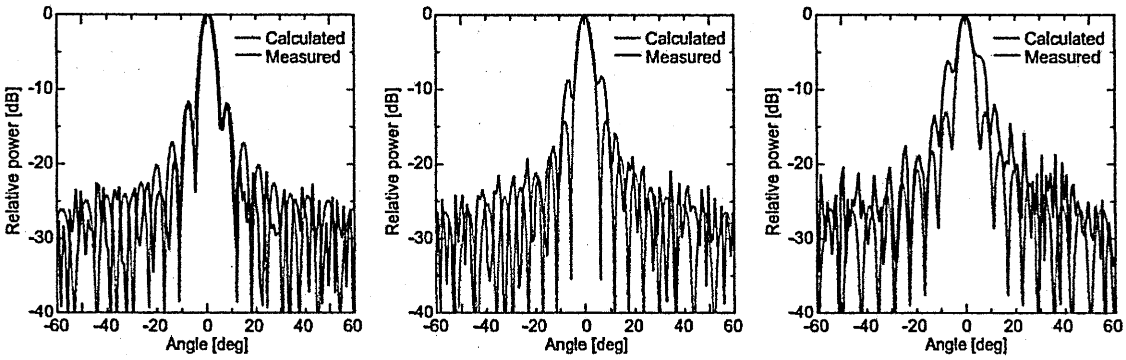


図 17　試作した平面レンズ

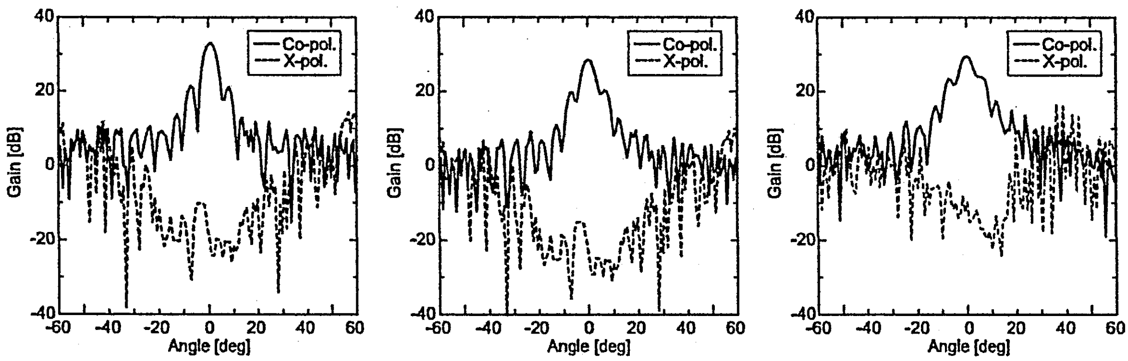
図 17 に正方形パッチ素子を配列した試作レンズを示す．測定距離 2 m で放射パターンを測定した．アンテナ利得の測定は，Ka 帯標準ゲインホーンを用いた比較測定により行っている．

図 18 は，このレンズアンテナの 23.5 GHz，24.0 GHz，24.5 GHz における放射パターンの測定値と計算値との比較を示したもので，いずれの周波数においても測定値と計算値の近軸特性は概ね一致しており，本法の有効性が確認できた．利得の測定値は，24.0 GHz のとき 28.5 dB であり，これより開口能率は 74% となる．また，交差偏波成分の測定値を主偏波成分とともに図 19 に示す．ピーク利得に対する交差偏波レベルは　35 dB 以下であり，低交差偏波特性が得られ，設計周波数において良好に動作することが確認できた．今後，広帯域にわたる利得の測定評価を行っていく．



(a) 23.5 GHz　(b) 24 GHz　(c) 24.5 GHz

図 18　直交偏波共用平面レンズアンテナの放射パターンの測定値と計算値との比較



(a) 23.5 GHz　(b) 24 GHz　(c) 24.5 GHz

図 19　直交偏波共用平面レンズアンテナの放射パターンの主偏波成分と交差偏波成分の測定値

5　円偏波発生器平面レンズアンテナ

5.1　設計例

単位セルの大きさ $d_x = d_y = 15.0$ mm，平面レンズの厚み $h = 2.0$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$ を固定のパラメータとし，その他の寸法について可変のパラメータとし（図 20 参照），係数 $_x$，$_y$ を乗じて拡大縮小することによって，偏波間の位相差を 90° に保ちながら両偏波の位相量をともに変化させる．図 21 は倍率 $_x$ および $_y$ によって形状を変化させた長方形パッチ周期アレーの垂直入射時での透過特性を示したもので，同図 (a) は水平偏波励振（x 方向偏波），同図 (b) は垂直偏波励振（y 方向偏波）における計算結果である．倍率 $_x$ および $_y$ を変化させることにより帯域幅を保ったまま通過域（振幅特性）がシフトし，それに応じて位相特性もシフトしていることがわかる．これにより，通過域内の所定の周波数において，$_x$，$_y$ の調整で所定の透過移相量と反射損のない円偏波発生レンズ素子が得られることになる．図 22 は，$_x$，$_y$ を

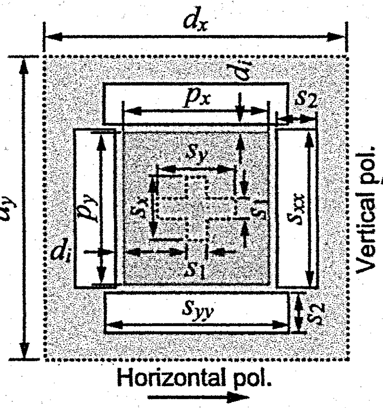
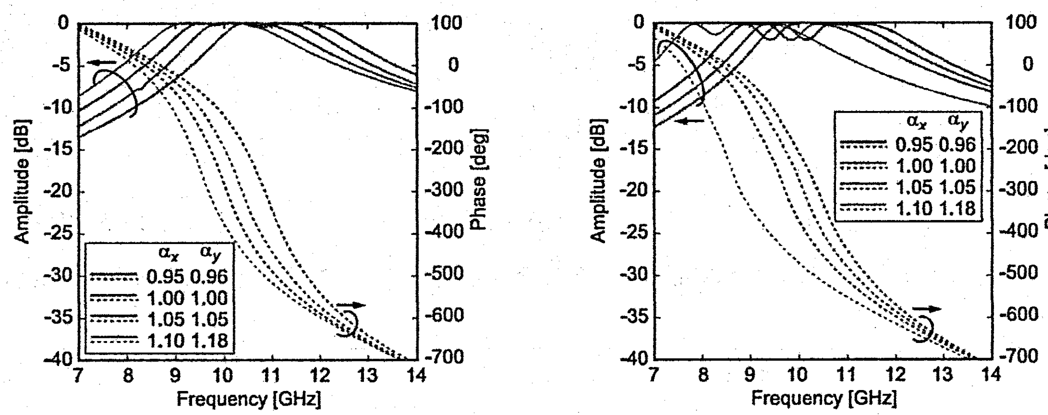


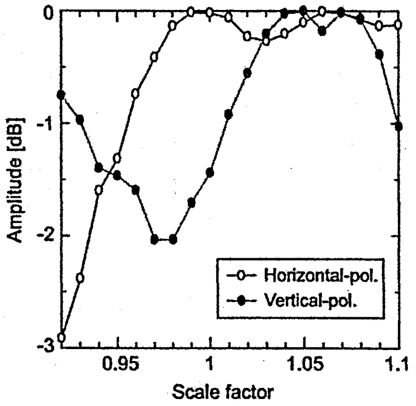
図 20　円偏波レンズ素子形状



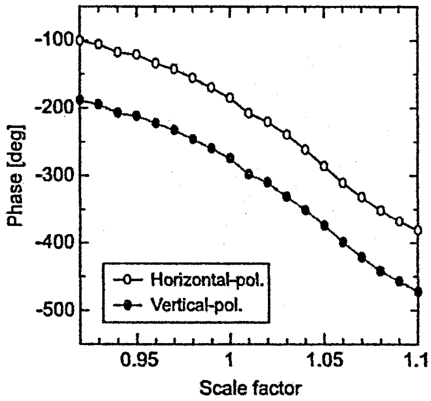
(a) 水平偏波励振　　(b) 垂直偏波励振

図 21　倍率 α_x および α_y によって形状を変化させた長方形パッチ周期アレー（$p_x = 7.2\alpha_x$，$p_y = 7.5\alpha_y$，$s_x = 3.1\alpha_x$，$s_y = 3.9\alpha_y$，$s_1 = 1.0$，$s_{xx} = 7.8\alpha_x$，$s_{yy} = 9.1\alpha_y$，$s_2 = 2.0$，$d_i = 0.4$ [mm]）

変化させた素子の中から，設計周波数 10 GHz において　3 dB 以下の挿入損となるものを選び，これらの素子の透過特性を $_x$，$_y$ の関数としてプロットした設計チャートで，同図 (a) に振幅特性，同図 (b) に位相特性を示す．同図 (b) より，いずれの倍率においても偏波間で約 90° の位相差保っていることがわかる．



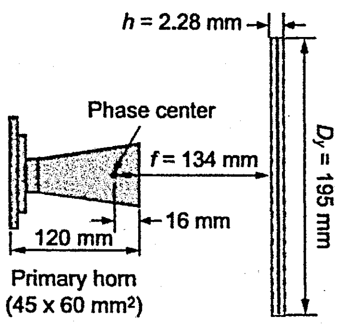
(a) 振幅



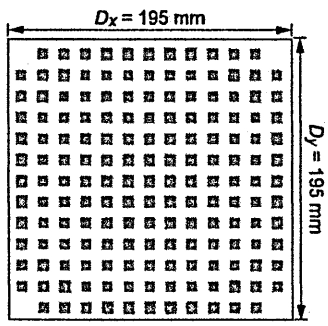
(b) 位相

図 22　倍率 α_x および α_y を乗じた寸法の素子と透過特性の関係

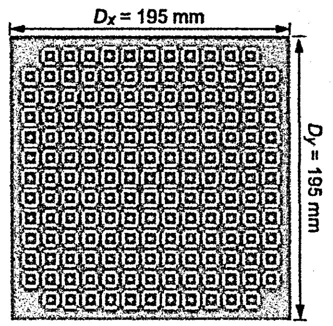
次に，図 22 の結果を基に位相が平面で揃うようにレンズ上の素子寸法を決定した．レンズ開口面の大きさ $D_x = D_y = 195$ mm，一次放射器として X 帯標準ゲインホーン（利得約 15 dBi）を用い，一次パターンのエッジレベルが　10 dB となるように距離 f を決めると，134 mm となる．このときホーン開口面から位相中心までの距離は 16 mm である．図 23 に一次放射器として用いた角すいホーンとレンズの関係を示し，設計したレンズのパッチアレー（両面）を同図 (b)，スロットアレー（地板）を同図 (c) に示す [19].



(a) アンテナの構成



(b) パッチアレー（両面）



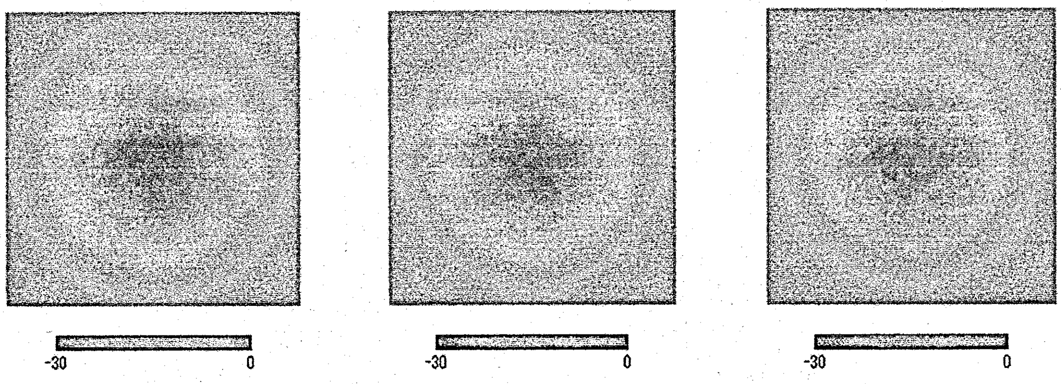
(c) スロットアレー（地板）

図 23　設計した円偏波平面レンズアンテナ

これより，レンズ開口面上での入射波を図 24(a)，透過波の振幅分布を水平偏波励振（x 方向）と垂直偏波励振（y 方向）各々について，同図 (b)，(c) に示す．また，位相分布についても同様に開口面上の分布を図 25(a)，(b)，(c) に示す．レンズを介することによってほぼ一様な位相に制御できていることがわかる．また，直交する偏波に対する位相分布を見ると，約 0° と約　90° であり，90° の位相差が実現できていることが確認できる．

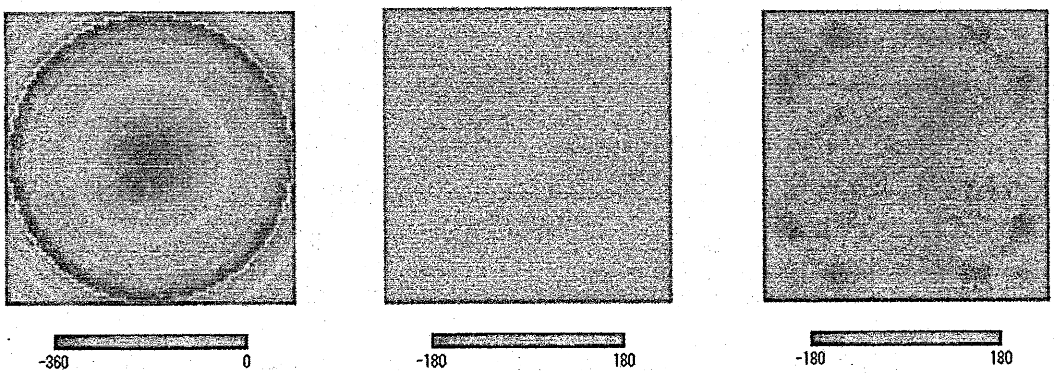
5.2　実験

放射パターンの測定においても直線偏波の測定ホーンを用いて実験するため，試作したレンズアンテナを中心軸まわりに回転させ，一次ホーンの偏波面を 45° 傾けてターンテー



(a) 入射波　　(b) 透過波（水平偏波励振）　　(c) 透過波（垂直偏波励振）

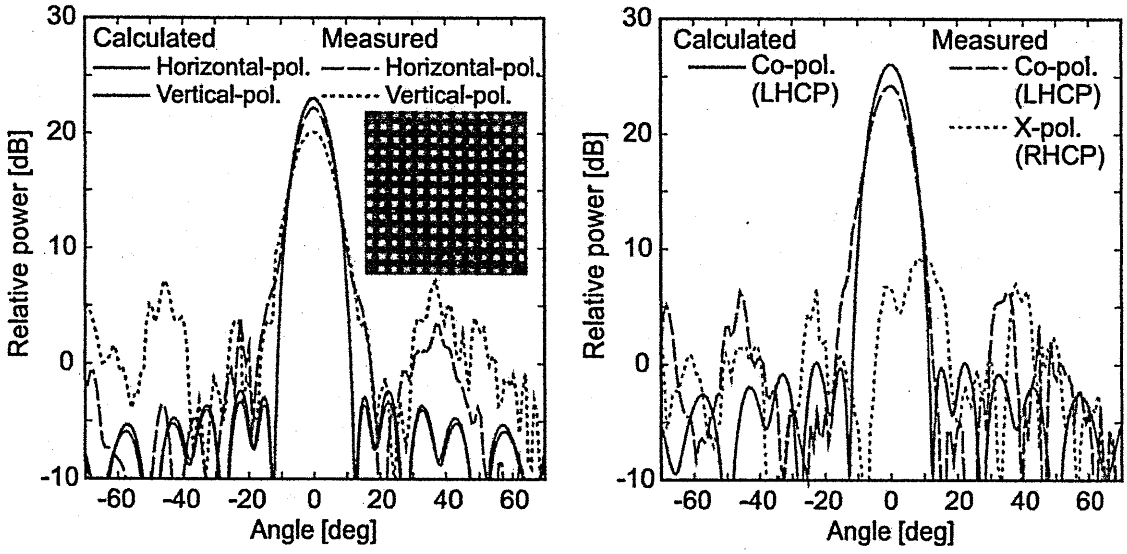
図 24　レンズ開口面振幅分布の計算値（10 GHz）



(a) 入射波　　(b) 透過波（水平偏波励振）　　(c) 透過波（垂直偏波励振）

図 25　レンズ開口面位相分布の計算値（10 GHz）

ブルに設置し，測定距離 2 m のところに受信ホーン（直線偏波）をおき，水平偏波，垂直偏波の各々の状態で測定した．このレンズアンテナの 10 GHz における放射パターンの測定値と計算値との比較を図 26(a) に示す．同図中には，エッチングにより試作した長方形パッチアレー平面レンズの写真を示している．10 GHz における水平偏波（x 方向）でのピーク利得の計算値は 26.1 dB，測定値は 25.1 dB，垂直偏波（y 方向）でのピーク利得の計算値は 26.0 dB，測定値は 23.1 dB であった．これより，開口能率は，水平偏波で 60%，垂直偏波で 39% となる．垂直偏波の利得低下の要因としては，挿入損の影響等が考えられるが，円偏波の測定ホーンを用いた実験からも検討する必要がある．さらに，測定した振幅および位相パターンを用いて合成した円偏波放射パターンを図 26(b) に示す．測定値と計算値は概ね一致しているが，同図に見られる両者の利得差は，計算では簡単のため一次パターンを近似した式を用いて放射パターンを求めているためで，実際に用いたホーンのスピルオーバ損を正確に考慮する必要がある．このとき，測定値の利得（左旋円偏波）は 24.2 dB，開口能率は 50% であり，良好な円偏波特性が得られ，有効性が確認できた．



(a) 直線偏波成分　　(b) 円偏波成分

図 26　放射パターンの測定値と計算値との比較（10 GHz）

6　まとめ

平面レンズアンテナの新たな構成法として，地板を共有して両面にパッチを設け，クロススロットにより両者を結合させた素子を用いることを提案した．地板面に新たに別のスロットを加えれば 3 共振特性が得られ，その結果，レンズ設計に要求される十分な位相変化を得ることができる．直線偏波を入射させた場合，その素子寸法の倍率を変化させることで，設計周波数において 400° 程度の位相変化が得られることを示した．ここで提案しているクロス形状の結合スロットは，円偏波特性の設計にも適したもので，パッチ形状を正方形から長方形に変形すれば，直交した偏波間で 90° の位相差を実現でき，円偏波発生器として動作させることができる．さらに，提案した素子を二次元配列した平面レンズアンテナを設計，試作し，その有用性を数値的ならびに実験的に検証した．

なお，本研究の一部は，財団法人テレコムエンジニアリングセンターの研究助成（TELEC 第 1088 号）にて行った．

付録A　リングスロット結合パッチアレーによる平面レンズ

図27にリングスロットを用いてレンズ素子を構成した平面レンズアンテナを示す．図28(a)に単位セルの各層の構造，同図(b)に単位セルの素子形状の例を示しており，パッチの共振をリングスロットで結合させることにより，同図(c)に示すような2共振の帯域通過特性を得るこができる．このような誘電体基板の2層構造でさらに共振の数を増やす

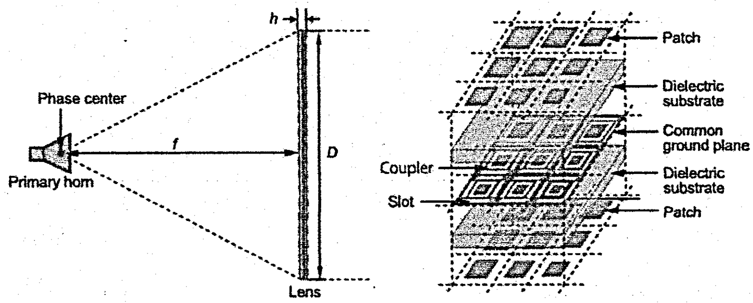
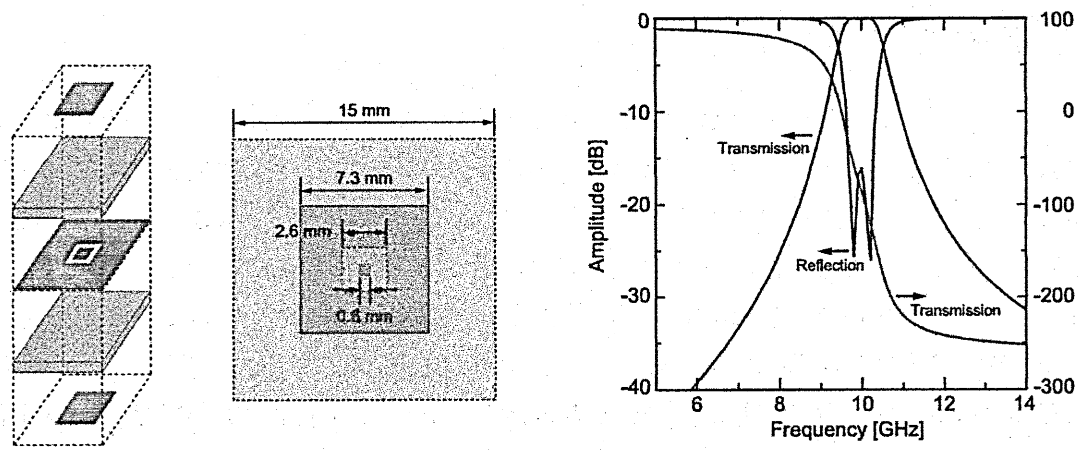


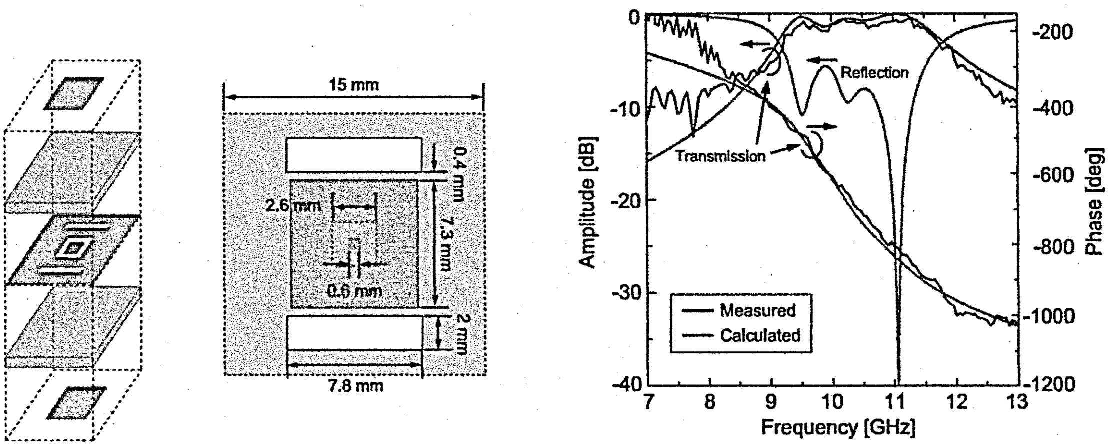
図27　リングスロット結合パッチアレーによる平面レンズアンテナの基本構成



(a) 単位セル　(b) 寸法　(c) 反射・透過係数の計算値

図28　リングスロット結合パッチアレーから構成された均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 2$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.2$）

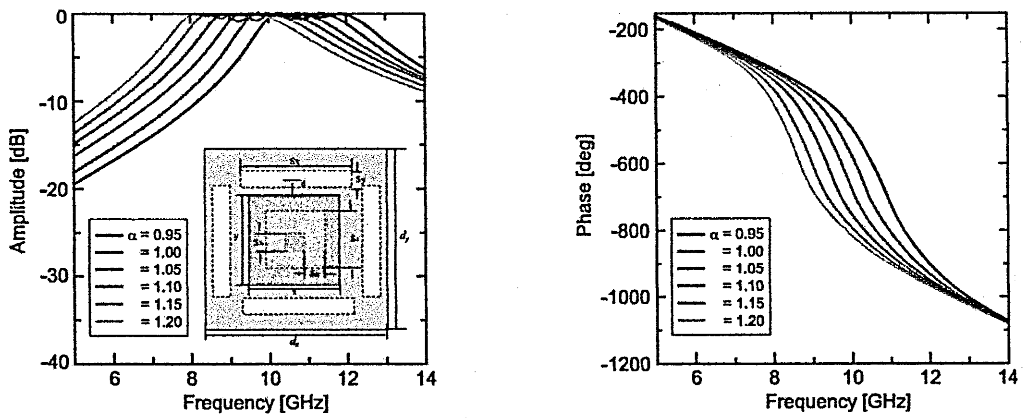
ため，地板にスロットを設けた例を図29に示す．同図(a)，(b)のように追加した2つの方形スロットの共振を利用して，垂直偏波入射時に同図29(c)のような3共振特性を実現している．これより，平面レンズに要求される透過移相量を実現することができる．同図(c)中には，透過特性（振幅，位相）の測定値を比較して示しており，両者はよく一致していることが確認できる．ただし，水平偏波に対してはこの方形スロットはほとんど動作しないため，2共振の特性になると考えられる．



(a) 単位セル　　(b) 寸法　　(c) 反射・透過係数の計算値

図 29　3 共振特性をもつ正方形パッチ均一セル周期アレー（レンズの厚み $h = 0.8$ mm，基板の比誘電率 $\epsilon_r = 3.6$）

そこで，図 29(b) の素子にさらに 2 つの方形スロットを付加して直交偏波で同様に動作させ，基準の素子形状に倍率　を乗じて拡大縮小したときの透過特性（振幅，位相）を図 30 に示す．いずれの素子も 10 GHz での挿入損が小さく，位相を広範囲に制御できることがわかる．これを，円偏波素子に応用する場合には，偏波間の位相差を 90° にする必要があるが，リングスロット形状の変化だけで直交する偏波に対して別々の結合量を得ることが非常に難しいという問題がある．しかしながら，図 30(a) 中に示すように，90° 回転対称の形状となっているため，直交する偏波で同様に動作させる偏波共用レンズ素子としては十分なものといえる．

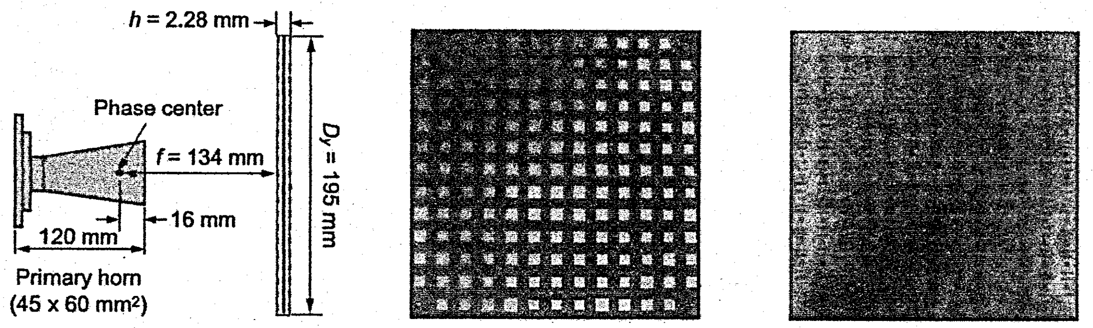


(a) 振幅　　(b) 位相

図 30　倍率 α を乗じた寸法の素子と透過特性の関係を示した設計チャート

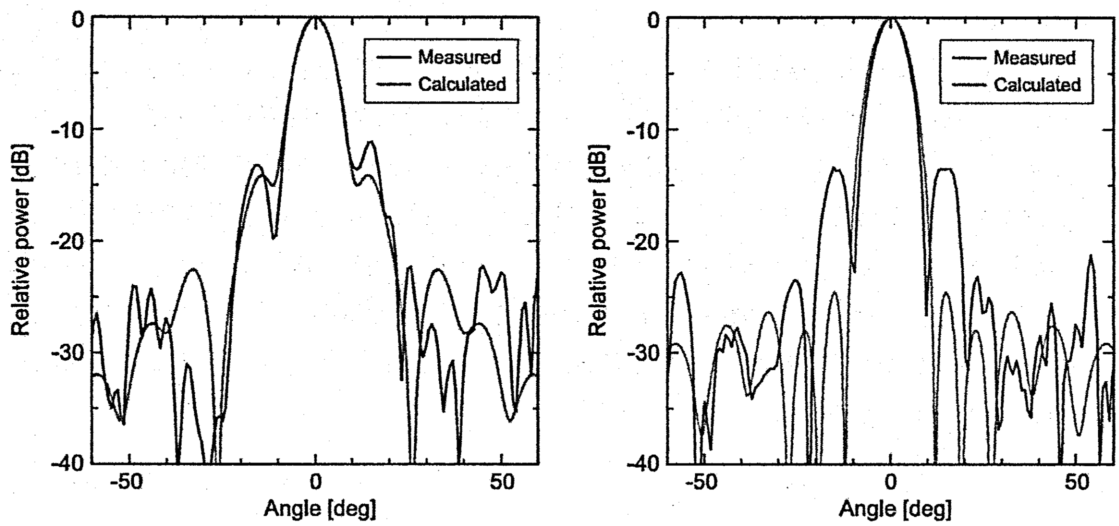
さて，このようなレンズ素子を用いて 10 GHz 帯で平面レンズアンテナを設計する．図 31(a) に設計したアンテナの構成を示し，試作したリングスロット結合パッチアレーによる平面レンズを同図 (b)，(c) に示す．図 32(a)，(b) は 9.5 GHz，10 GHz における放射

パターンの測定値と計算値との比較を示したもので，設計周波数である 10 GHz のピーク利得の測定値は 23.4 dB，開口能率は 40% であり，開口能率の向上が一つの課題である．



(a) アンテナの構成　(b) パッチアレー（両面）　(c) スロットアレー（地板）

図 31　設計試作したリングスロット結合パッチアレーによる平面レンズアンテナ



(a) 9.5 GHz　(b) 10 GHz

図 32　放射パターンの測定値と計算値との比較

参考文献

[1] 電子情報通信学会編，“アンテナ工学ハンドブック,” オーム社，1980.

[2] H. Steyscal, A. Hessel, and J. Shmoys, “On the gain-versus-scan tradeo s and the phase gradient synthesis for a cylindrical dome antenna,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-27, no. 6, pp. 825–831, 1979.

[3] 佐藤 眞一，真野 清司，片木 孝至，“筒状拘束レンズ付フェイズドアレーによる広角利得走査,” 信学論 (B), vol. J64-B, no. 5, pp. 465–466, May 1981.

[4] 山田 吉英，高野 忠，“修正した曲面を有する誘電体レンズアンテナ,” 信学論 (B), vol. J62-B, no. 12, pp. 1089–1096, Dec. 1979.

[5] 但馬 陽介，山田 吉英，“広角ビーム走査用曲面修整誘電体レンズアンテナの設計,” 信学論 (A), vol. J88-A, no. 2, pp. 286–296, Feb. 2005.
[6] 木田 聖冶，粟井 郁雄，“極めて薄いレンズアンテナ,” 平成 19 関支連，G187，2007.
[7] S. Datthanasombat, A. Prata, Jr., L. R. Amaro, and J. A. Harrell, “Layered lens antennas,” IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, vol. 2, pp. 777–780, 2001.
[8] C. R. White, J. P. Ebling, and G. Rebeiz, “A wide-scan printed planar K-band microwave lens,” IEEE Antennas Propagat. Symp. Digest, vol. 4A, pp. 313–316, 2005.
[9] A. Abbaspour-Tamijani, K. Sarabandi, and G. M. Rebeiz, “A millimeter-wave bandpass lter-lens array,” IEE Proc. Microw. Antennas Propagat., vol. 1, no. 2, pp. 388–395, 2007.
[10] D. T. McGrath, “Planar three-dimensional constrained lenses,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-34, no. 1, pp. 46–50, 1986.
[11] D. M. Pozar, “Flat lens antenna concept using aperture coupled microstrip patches,” Electronics Letters, vol. 32, no. 23, pp. 2109–2111, 1996.
[12] 井上 陽一，出口 博之，辻 幹男, “平面レンズアンテナに用いるスロット結合パッチ素子の透過移相制御について,” 信学技報, vol. PN2007-71, pp. 193–198, Jan. 2008.
[13] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男，“リングスロット結合パッチアレーを用いた平面レンズアンテナ,” 信学ソ大，B-1-171，2008.
[14] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男，“マルチスロット結合を用いたパッチアレー平面レンズアンテナ,” 信学技報，vol. AP2008-145, pp. 31–36, 2008.
[15] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男，“マルチスロット結合パッチアレーによる平面レンズアンテナ,” 信学総大，B-1-64，2009.
[16] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男 “クロススロット結合パッチアレーによる平面レンズ,” 信学ソ大，B-1-162，2009.
[17] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男，西野 裕子，“クロススロット結合パッチアレーによる円偏波平面レンズ,” 信学総大，B-1-143，2010.
[18] 柴山 理奈，出口 博之，辻 幹男，“クロススロット結合パッチアレーによる平面レンズ,” 信学技報，vol. PN2009-85, pp. 275–280, 2010.
[19] R. Shibayama, H. Deguchi, and M. Tsuji, “Flat thin polarizer-lens based on multiple resonance behavior,” IEEE Antennas Propagat. Symp., 2010 (accepted).

発行　財団法人　輻射科学研究会
連絡先　佐藤　亨
事務局　京都大学大学院情報学研究科通信情報システム専攻
〒606-8501　京都市左京区吉田本町