2011年度

輻射科学研究会資料集

RS11-01～RS11-16

(May 2011～March 2012)

開催会場(月・日)

第１回：京都大学,吉田キャンパス(5月26日)
RS11-01～RS11-04

第２回：京都大学,吉田キャンパス(7月19日)
RS11-05～RS11-07

第３回：神戸大学,深江キャンパス(11月1日)
RS11-08～RS11-09

第４回：同志社大学,京田辺キャンパス(12月21日)
RS11-10～RS11-12

第５回：大阪府立大学,中百舌鳥キャンパス(3月26日)
RS11-13～RS11-16

2012年6月1日発行

２０１１年度　輻射科学研究会資料集　目次

第１回研究会

◇日時　　平成 23 年 5 月 26 日（木）13 時 30 分～16 時 45 分
◇会場　　京都大学工学部 3 号館北館 2F セミナー室
　　　　　京都市左京区吉田本町

第２回研究会

◇日時　　平成 23 年 7 月 19 日（火）13 時 30 分～16 時 15 分
◇会場　　京都大学工学部 3 号館北館 2F セミナー室
　　　　　京都市左京区吉田本町

第３回研究会

◇日時　　平成 23 年 11 月 1 日（火）13 時 30 分～16 時 00 分
◇会場　　神戸大学深江キャンパス内 練習船「深江丸」
　　　　　神戸市東灘区深江南町 5 丁目 1-1

第４回研究会

◎◇日時　　平成 23 年 12 月 21 日(水)　　13 時 30 分～16 時 00 分

◎◇会場　　同志社大学京田辺キャンパス 有徳西館５階 ＹＥ－５１６
　　　　　　京田辺市多々羅都谷 1-3

第５回研究会

◇日時　　平成 23 年 3 月 26 日（月）13 時 30 分～16 時 45 分

◇会場　　大阪府立大学中百舌鳥キャンパス 学術交流会館（C1 棟）多目的ホール
　　　　　堺市中区学園町１番１号

輻射科学研究会資料
RS11-01

マイクロ波照射による生態に対する加熱効果の検討

Investigation of Heating by Microwave Irradiation for Plants and Phantoms

徐　菁璠[1]，河合　正[1]，榎原　晃[1]，村上　寛[2]
Xu Jingfan, Tadashi Kawai, Akira Enokihara, Hiroshi Murakami

[1] 兵庫県立大学　大学院工学研究科　電気系工学専攻
Department of Electrical Engineering and Computer Sciences,
Graduate School of Engineering, University of Hyogo
[2] 産業技術総合研究所　エネルギー技術研究部門
Energy Technology Research Institute,
National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

2011 年 5 月 26 日
於　京都大学

概要

マイクロ波の生態や環境に与える影響の内，特に，マイクロ波による加熱効果について検討した．本研究では，マイクロ波の生態による吸収率を定量的に評価するために，金属導波管中で生態に模したファントムや植物に照射し，散乱行列から生態のマイクロ波吸収量を電気回路的に求めた．また，2.45GHz，2W のマイクロ波を導波管内で照射し，加熱効果による表面温度上昇を測定した．さらに，表面温度とマイクロ波吸収率の関係を熱伝達の理論を用いて解析的にも求め，実験結果との比較を行った．

1．はじめに

近年，マイクロ波をエネルギーの空間伝送手段として利用することが注目を集めている．例えば，宇宙太陽発電システム（SSPS）ではマイクロ波を利用して，大電力を地上に送ることを想定しているが，このようなマイクロ波でエネルギーを空間伝送する際には，生態や環境への影響が心配される．また，医療技術としての加熱効果の応用も考えられることから，生態や環境に対するマイクロ波の影響を検討することは非常に重要である[1].

従来の電磁波の生態への影響の検討においては，実際に電磁波を照射したのち，生態に対する生物学的変化を検証する実験が中心である．しかし，実際には，「電磁波照射→生態内への高周波電磁界の侵入→発熱あるいは非熱的変化→生物学的変化」という一連のプロセスによって電磁波照射の影響が生じるが，自由空間で電磁波を生態に照射した場合，生態表面での反射や生態を透過する透過率の同定が困難なため，生態の電磁波吸収量が把握できず，生態内での電磁波による発熱量を定量的に検討することが困難である．

そこで，生態のマイクロ波吸収量を正確に評価するために，本研究では，自由空間を伝搬する電磁波ではなく，金属導波管中で電磁波を生態に模したファントム材料へ照射することにより，生態のマイクロ波吸収量とそれに伴う発熱量を検討した．また，表面温度上昇との関係を熱伝達の理論を用いて解析的に求め，解析手法の有効性も確認した．

2．生態へのマイクロ波照射

2.1　導波管内での生態へのマイクロ波照射

図 1 に示すように，ファントム材料あるいは植物を中空導波管 WRJ-2（寸法は 109.22mm×54.61mm）内部に設置し，2.45GHz のマイクロ波を照射することを検討する．なお，ファントム材料とは，生態に近い物性を有する材料で，生態への影響を評価する際に利用されるものである．

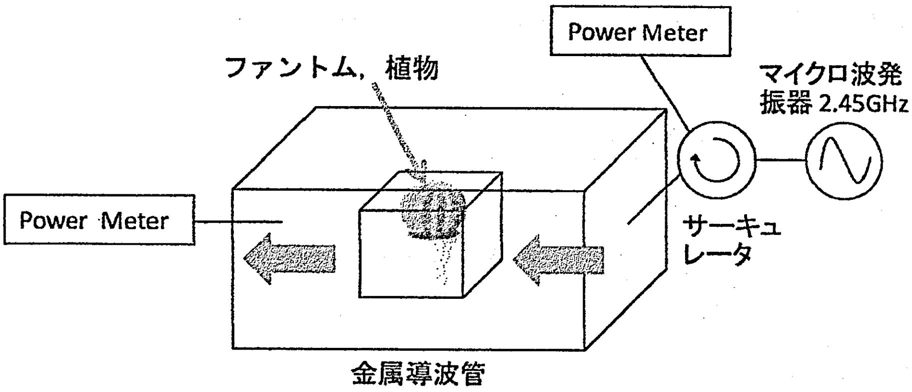


図１　金属導波管を用いた電磁波照射装置の概念図

2.2　生態のマイクロ波吸収と発熱の検討

空気中で加熱された物体は，その表面温度が上昇し，表面から空気への熱エネルギーの移動が起こる．そして，平衡状態に達すると表面温度が一定になる．

固体表面と空気(流体)との間の伝熱は，流体と接している固体表面の面積(伝熱面積)をA[m^2]，その表面温度をT_ω[K または℃]，流体の温度をT_∞[K または℃]とすれば，固体表面から流体への対流による放熱量Q[W]は温度差T_ω-T_∞および表面積Aに比例するので，次の(1)式で表される．

$$Q = \alpha(T_\omega - T_\infty)A \tag{1}$$

この式で定義される熱伝達率α[W/(m^2·K)]の値を求めれば，放熱量Qと表面温度T_ωの関係を知ることができる．図２に示すように，自然対流の場合での立方体の各面の熱伝達率は次のように求めることができる．

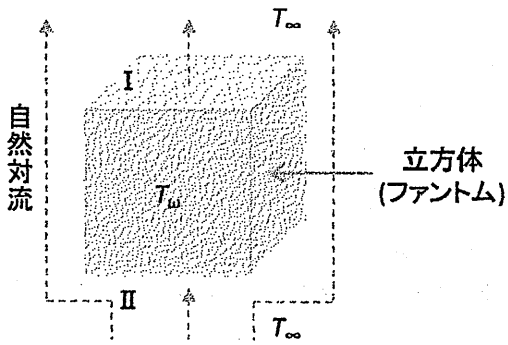


図２　立方体における自然対流

熱伝達率αを求めるのに，流体のグラスホフ数Grとプラントル数Prの積が必要である．Prの値は既知数だが，Grは(2)式で表される．ただし，L[m]を立方体の辺の長さ，g[m/s^2]を重力加速度，ν[m^2/s]を流体の動粘性係数，λ[W/(m·K)]を流体の熱伝導率，β[K^{-1}]を流体の体膨張係数(気体ではβ=1/T_∞，ただしT_∞[K]は絶対温度)とする．

$$Gr = \frac{L^3 g\beta(T_\omega - T_\infty)}{\nu^2} \tag{2}$$

Gr, Pr, L, λの値を用い，各面の熱伝達率を次のように求める．まず側面について，熱伝達率αは(3)式で表される．

$$\alpha = \frac{\lambda}{L}\left[0.825 + \frac{0.387(Gr \cdot Pr)^{1/6}}{\left\{1+(0.492/Pr)^{9/16}\right\}^{8/27}}\right]^2 \tag{3}$$

図２に示すように，上面の熱伝達率αは次の(4)~(5)式で表される．

i)　$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^7$ の場合

$$\alpha = 0.54(Gr \cdot Pr)^{1/4}\frac{\lambda}{L} \tag{4}$$

ii)　$10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{11}$ の場合

$$\alpha = 0.15(Gr \cdot Pr)^{1/3}\frac{\lambda}{L} \tag{5}$$

また下面の熱伝達率αは次の(6)式で表される．

i)　$10^5 < Gr \cdot Pr < 10^{10}$ の場合

$$\alpha = 0.27(Gr \cdot Pr)^{1/4}\frac{\lambda}{L} \tag{6}$$

求めた熱伝達率αを(1)式に代入する．今表面温度は面内で均一で，各面ですべて同じと仮定し，各面の放熱量Qを求め，6面の放熱量の合計が立方体全体の全放熱量となる[2].

これに基づき，放熱量Qと固体表面温度T_∞の関係を求めることができる．電磁エネルギーが立方体に吸収されて熱エネルギーに転換され，温度が上昇していく．平衡状態では，立方体のマイクロ波電力の吸収量が放熱量と一致する．

3 ファントム材料の誘電率評価

照射実験に先駆け，生態に模したファントム材料の複素誘電率を測定した．ファントム材料の成分(重量比)は，濃度1.2%の食塩水が76.5%，粉末ポリエチレンが15.2%，Super Stuff が8.4%である．ファントム材料の複素誘電率を実測するために，図３に示すように，調合したファントム材料を標準長方形導波管WRJ-10に充填し，10GHz付近での反射係数S_{11}の大きさと位相角θを測定し，複素誘電率を算出した．

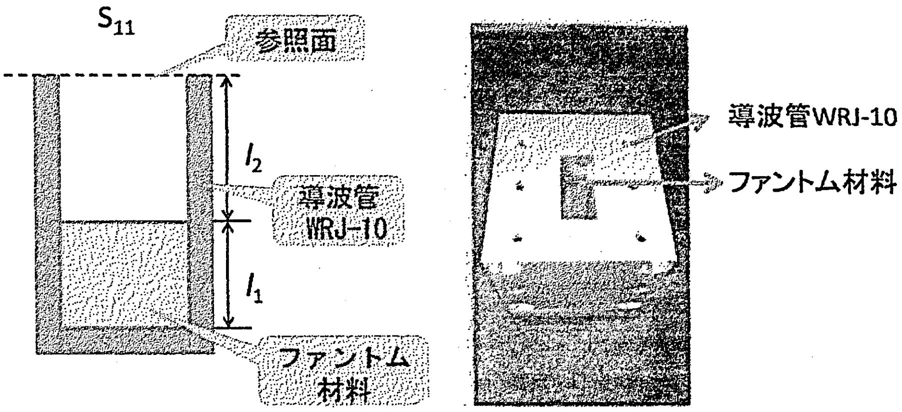


図３　材料を充填された WRJ-10 導波管

実験で得られた反射係数の値を用い，求めた比誘電率 ε'と $\tan\delta$ の値をそれぞれ図４，図５に示す．周波数が 10GHz のとき，ファントム材料の ε'は 25.23，$\tan\delta$ は 1.01 の値が得られた．

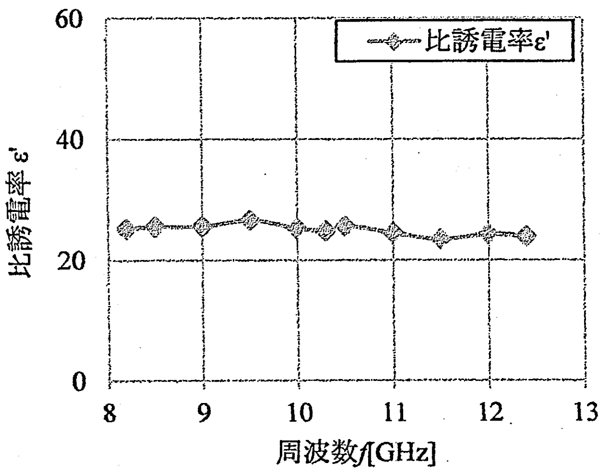


図４　ε'-f 特性

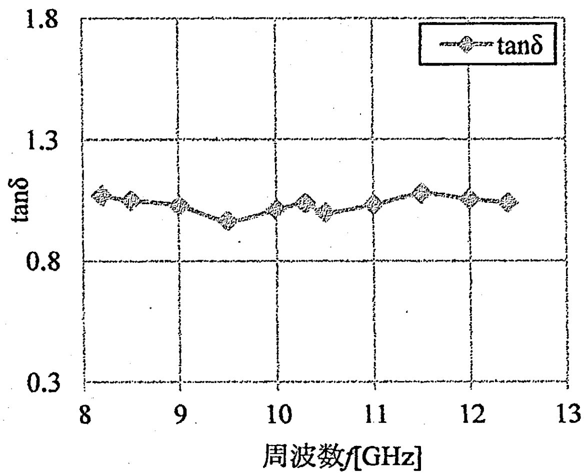


図５　$\tan\delta$-f 特性

４．ファントム材料へのマイクロ波照射実験

4.1　マイクロ波吸収率の測定

図６のように，立方体のファントム材料を中空導波管 WRJ-2 内部に設置し，ファントム材料へのマイクロ波照射実験を行った．実際に測定するときの装置は図７に示す．なお，測定用の立方体のファントム材料に関しては，透明なプラスチックを用いて立方体の箱を作り(図８(a))，その中にファントム材料を充填した(図８(b))．立方体の辺の長さはそれぞれ 20mm，30mm，40mm とする．立方体のファントム材料重量を測り，密度が 0.932[g/cm^3]であることがわかった．

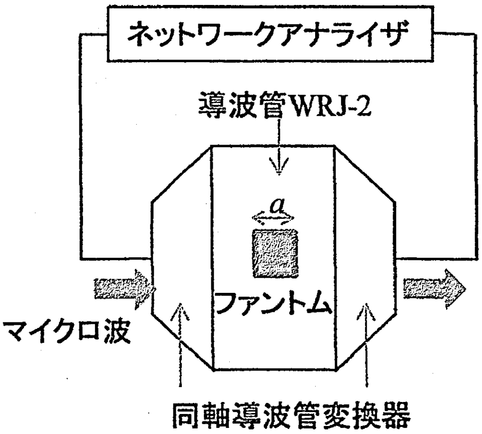


図６　照射実験の概念図

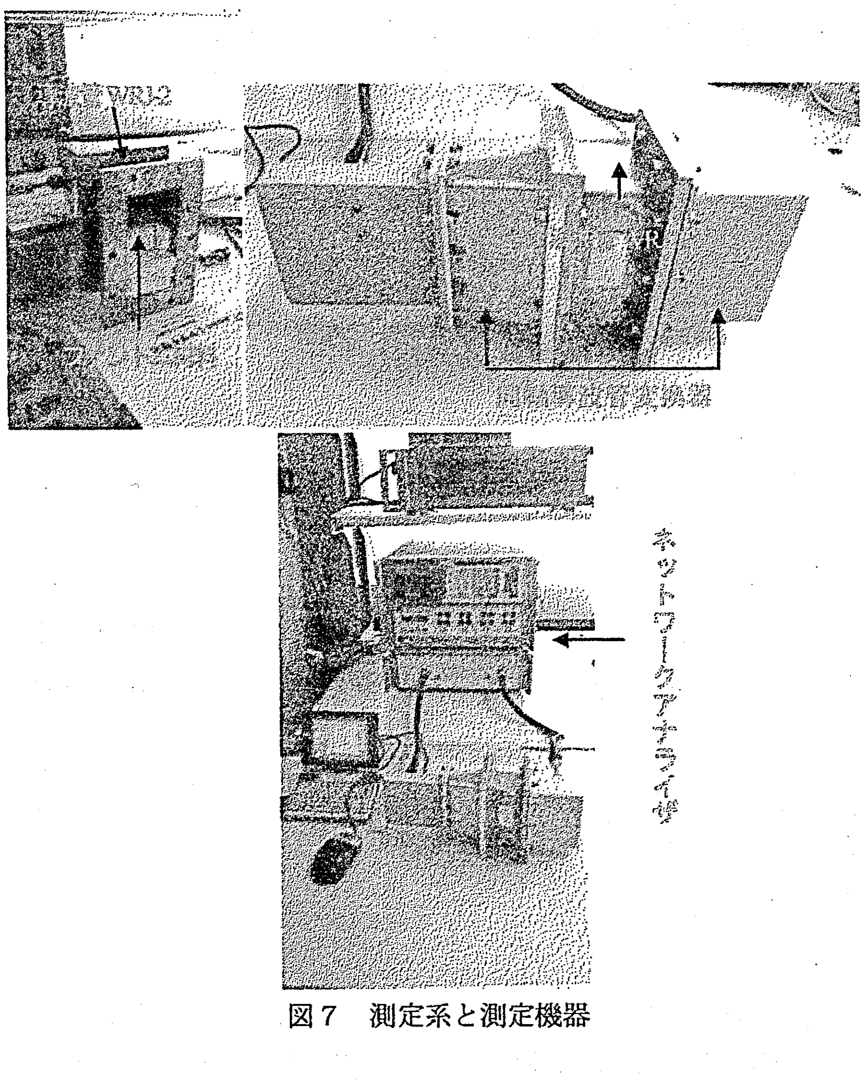
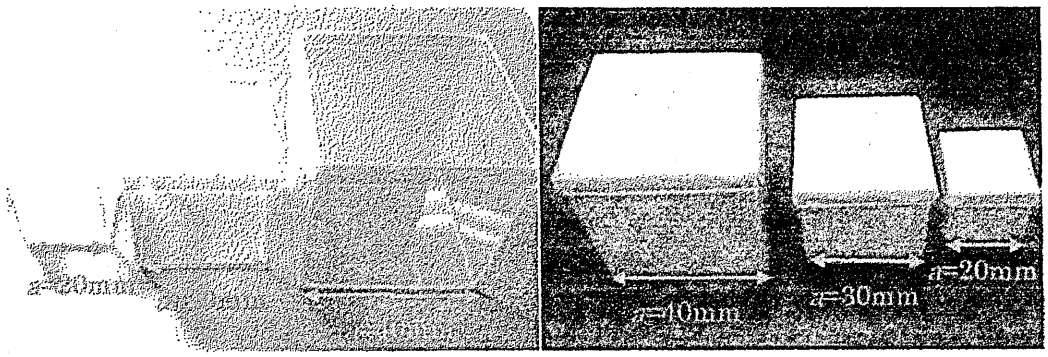


図７　測定系と測定機器



(a) (b)

図８　立方体のファントム材料

実験では，物体による吸収率を次のような方法で算出した．

図９において，導波管内にファントム材料を置かない状態での反射電力と透過電力の和は，

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 - P_{\mathrm{WG}} = x \tag{7}$$

とする．ここで，P_{WG}は，1W 入力時の導波管による電力損失である．ファントムを導波管内に設置した状態での反射電力と透過電力の和は，

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 - P_{\mathrm{WG}} - P_{\mathrm{PH}} = x - y \tag{8}$$

とする．ここで，P_{PH}は，ファントム材料による電力損失である．

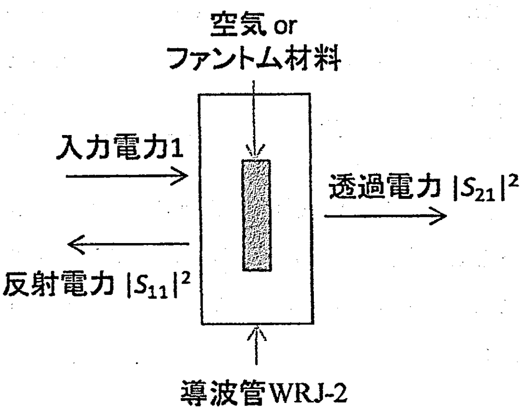


図９　吸収率 A の算出

(7)式と(8)より，ファントム材料によるマイクロ波電力の吸収率 A の実験値を次式で算出できる．

$$A = 1 - \frac{x - y}{x} = \frac{y}{x} \tag{9}$$

得た実験値を検討するため，HFSS で図６と同じ実験系を設計し，解析を行った．なお，比誘電率 ε'と誘電正接 $\tan\delta$ を実測値 25，1.0 とした．実験と解析の結果を比較し，図１０に示す．

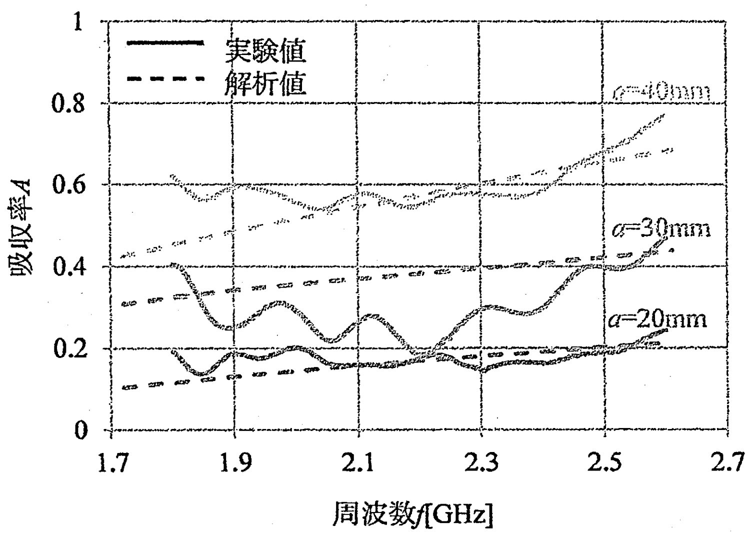


図１０　吸収率の実験値と解析値の比較

また，周波数f=2.45GHzの場合，吸収率の実験値と解析値との誤差を求め，表1に表される．誤差がすべて10%以内に収まっている．

表1　吸収率A

条件：f=2.45GHzの場合

辺の長さa [mm]	反射$\|S_{11}\|^2$の解析値	透過$\|S_{21}\|^2$の解析値	吸収率Aの解析値	反射$\|S_{11}\|^2$の実験値	透過$\|S_{21}\|^2$の実験値	吸収率Aの実験値	解析値との誤差
20	0.085	0.718	0.197	0.099	0.669	0.182	7.47%
30	0.241	0.343	0.416	0.218	0.366	0.378	9.09%
40	0.214	0.143	0.643	0.220	0.118	0.640	0.43%

図１０と表1からわかるように，立方体の一辺の長さaの増加に応じて，吸収率Aも増加することがわかる．実験では，同軸導波管変換器での整合特性が完全ではなかったために共振現象が起こり，図のような周波数特性となったものと考えられる．これについては，同軸導波管変換器の特性を改善することで解決できると思われる．

4.2　マイクロ波照射による表面温度上昇

2.2の原理に基づき，ファントム材料からの放熱量を求めた．なお，常圧(0.101MPa)の空気の物性値として，空気の動粘性係数ν[m^2/s]，熱伝導率λ[W/(m·K)]，プラントル数Prの値は表2に表される．空気の温度T_∞を20℃とする．各値を(2)~(6)式に代入し，立方体全体(a=20mm，30mm，40mm)の放熱量を求め，表面温度T_ωとの関係を図１１に示す．ただし，実験では，立方体の下側に発泡スチロールを設置してあるので，下側の発熱量を配慮せず，四つの側面と上側の発熱量の合計が全発熱量とする．

表２　常圧(0.101MPa)の空気の物性値

表面温度 T_ω [℃]	動粘性係数 ν [m²/s]	熱伝導率 λ [W/(m・K)]	プラントル数 Pr
	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	
20	15.14	25.72	0.713
40	17.03	27.20	0.710
60	19.01	28.65	0.708
80	21.06	30.06	0.706
100	23.17	31.45	0.705

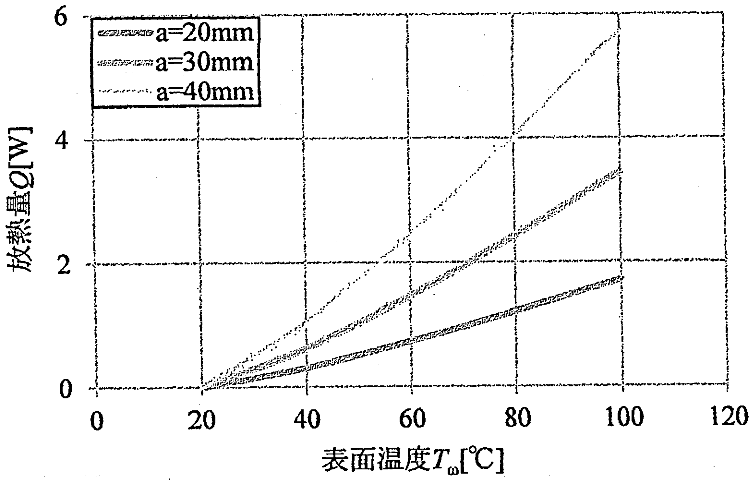
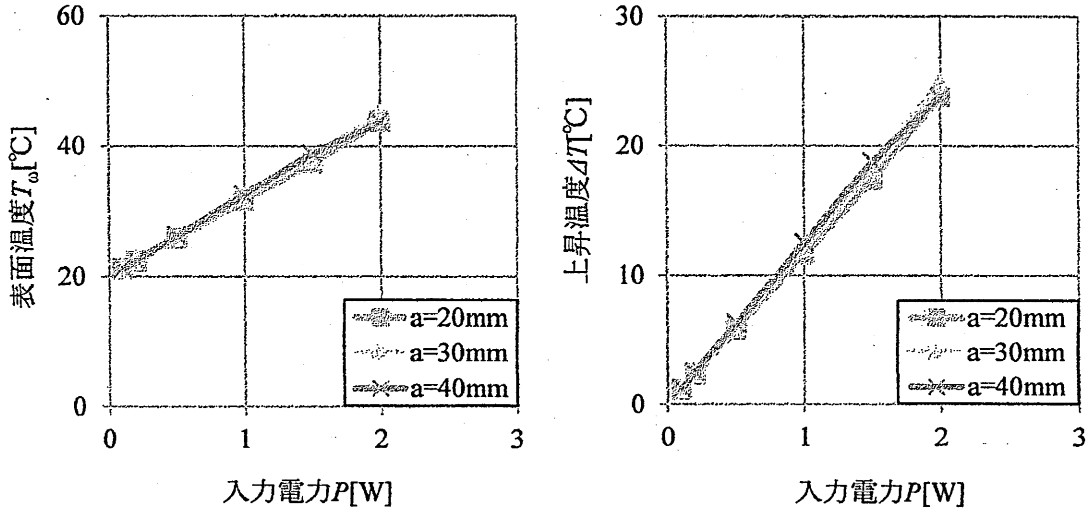


図１１　Q-T_ω特性

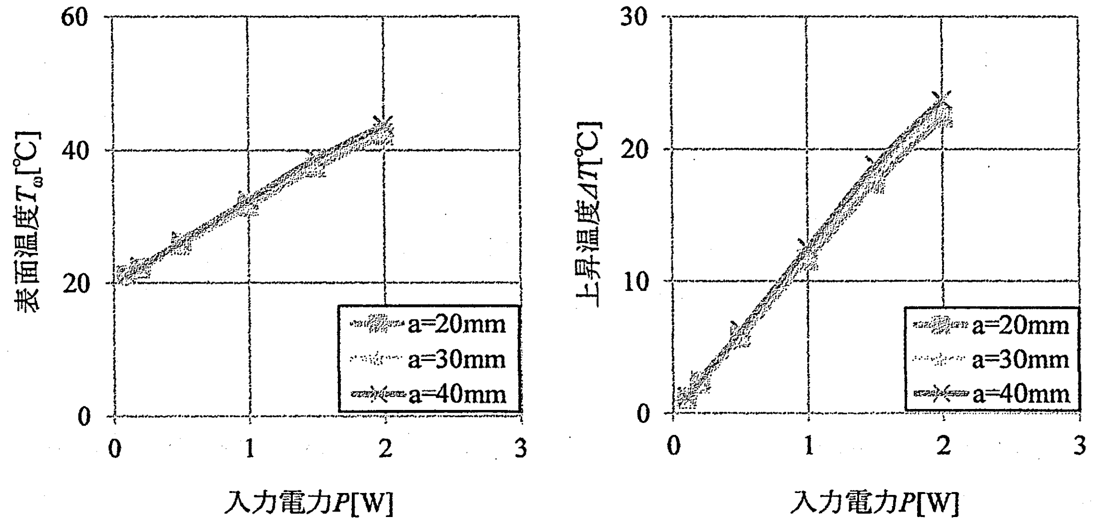
図１１からわかるように，同じ T_ω では a の増加に応じて Q も増える．その増加の割合は先の A の増加率にいかなり近い．

発熱量 Q は，熱平衡状態においては入力電力 P と吸収率 A の積(Q=PA)で表される．表１から各吸収率(発熱量)を図１１に代入し，立方体の表面温度 T_ω を求める．このような計算で得られた表面温度 T_ω と入力電力 P との関係を図１２(a)，図１３(a)に示す．また，上昇温度 ΔT(=T_ω-T_∞)と入力電力 P との関係を図１２(b)，図１３(b)に示す．なお，図１２は吸収率 A の解析値を用いて得られたグラフで，図１３は吸収率 A の実測値を用いて得られたグラフである．



(a) (b)

図１２　吸収率の解析値からの表面温度上昇推測



(a) (b)

図１３　吸収率の実験値からの表面温度上昇推測

図１２，図１３からわかるように，a の増加に従って，発熱量 AP と放熱量 Q が同じ割合で増加するので，結果的に同じ入力電力 P では，a に関係なくほぼ同じ表面温度で平衡状態になることがわかる．

推測値に基づき，図１４に示す実験装置を用い，作った立方体のファントム材料(a=20mm, 30mm, 40mm)を中空導波管 WRJ-2 に設置し，照射実験を行った．測定系と測定機器は図１５に示す．

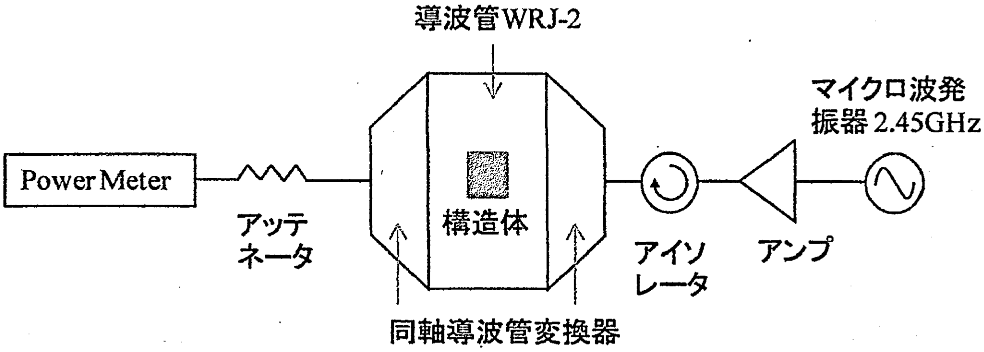


図１４　温度測定用実験装置

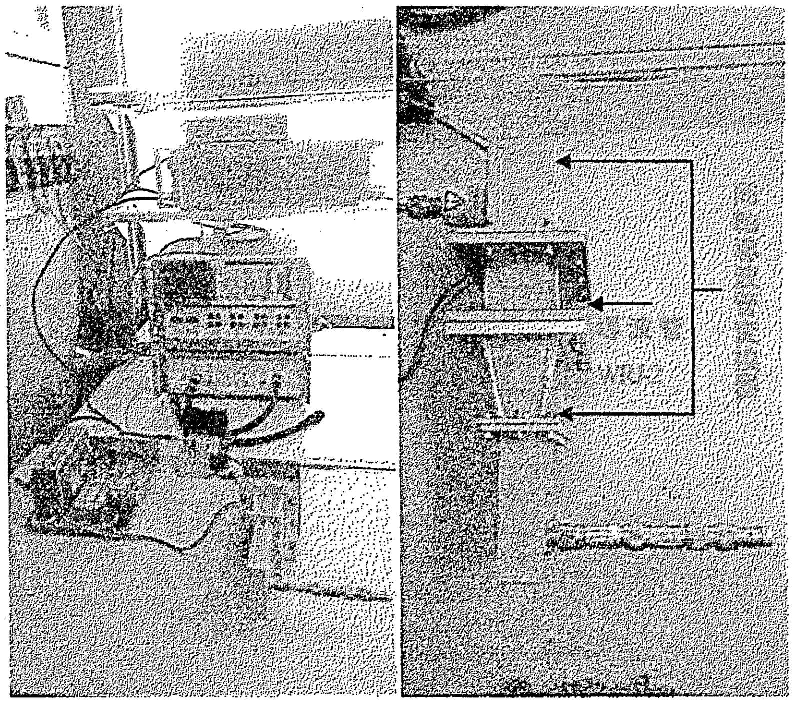


図１５　測定系と測定機器

実験では，発振器のパワーレベルを 2.2dBm に設定し，ファントム材料の温度が上がらなくなるまで，2W のパワーで照射し続けた．赤外線放射温度計を用い，10 分おきにファントム材料を納めた立方体ケースの 6 面の温度をそれぞれ測り，その平均値をファントム材料の表面温度とした．上昇温度 ΔT の特性を図１６に示す．また，上昇温度 ΔT の各推測値と実測値を表３にまとめた．図と表より，立方体の体積に関係なく，上昇温度がほぼ同じであることがわかる．

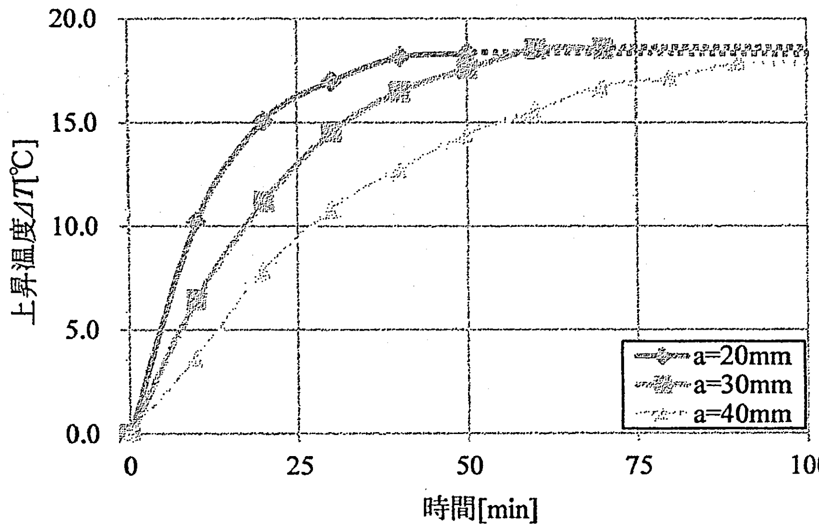


図１６　ファントム材料の温度上昇

表3 ファントム材料の温度上昇

立方体の辺の長さ a [mm]	温度上昇の推測値 1 (吸収率：解析値) [℃]	温度上昇の推測値 2 (吸収率：実験値) [℃]	温度上昇の実測値 [℃]
20	23.79	22.41	18.3
30	24.93	23.14	18.6
40	23.77	23.69	17.8

5．植物へのマイクロ波照射実験

上述と同じように図１４に示す実験装置を用い，ファントム材料の代わりに植物（乾燥した木材，トマト，サボテン，じゃがいも，人参）をそれぞれ中空導波管 WRJ-2 に設置し，照射実験を行った．なお，各植物の形はそれぞれ，木材は辺が 30mm の立方体，トマトは直径 30mm の球体，サボテンは直径 30mm の球体，じゃがいもは辺が 30mm の立方体，人参は辺 20mm，30mm の立方体である．各植物の種類と測定系は図１７に示す．ファントム材料と同じように，植物の各面の温度も違うため，図１４に示す実験装置を用い，発振器のパワーレベルを 2.2dBm に設定し，植物の温度が上がらなくなるまで，2W のパワーを放射し続けた．赤外線放射温度計を用いて 10 分おきに温度を測った．なお，立方体の場合，６面の温度をそれぞれ測り，平均値を取り，球形の場合，表面の６点の温度を測り，平均値を取って植物の上昇温度とした．上昇温度 ΔT の特性を図１８に示す．

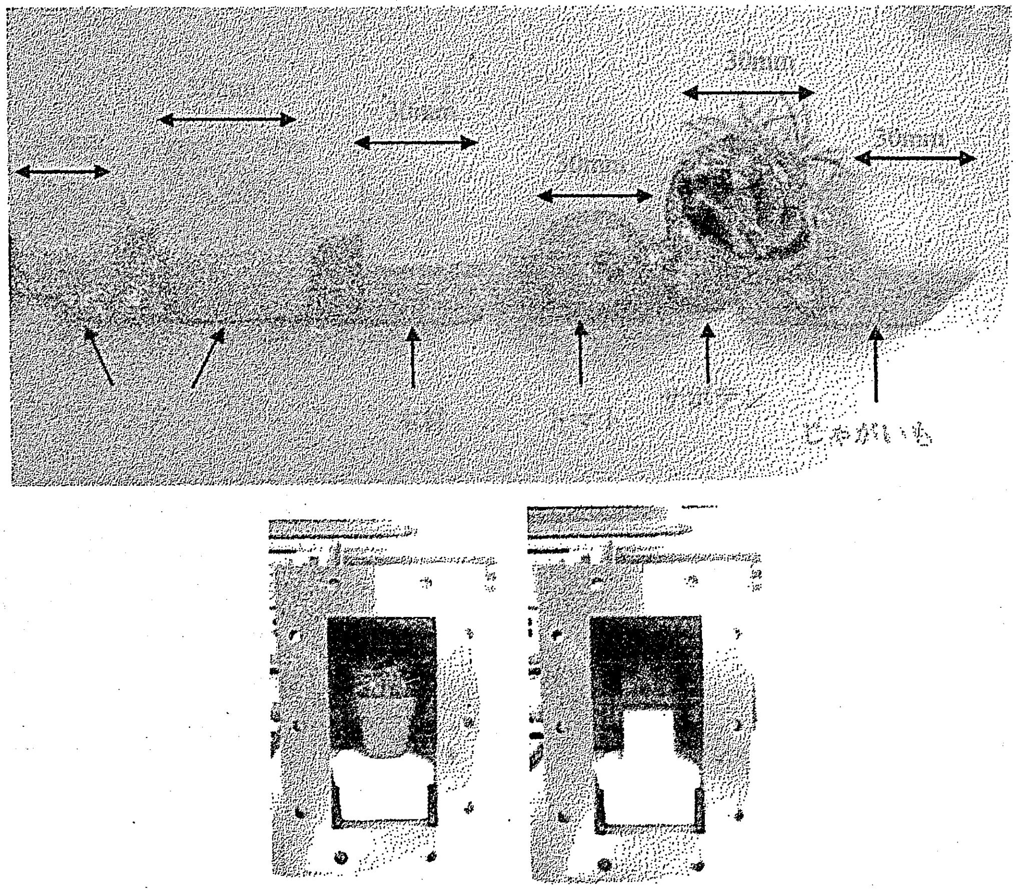


図１７　植物の種類と測定系

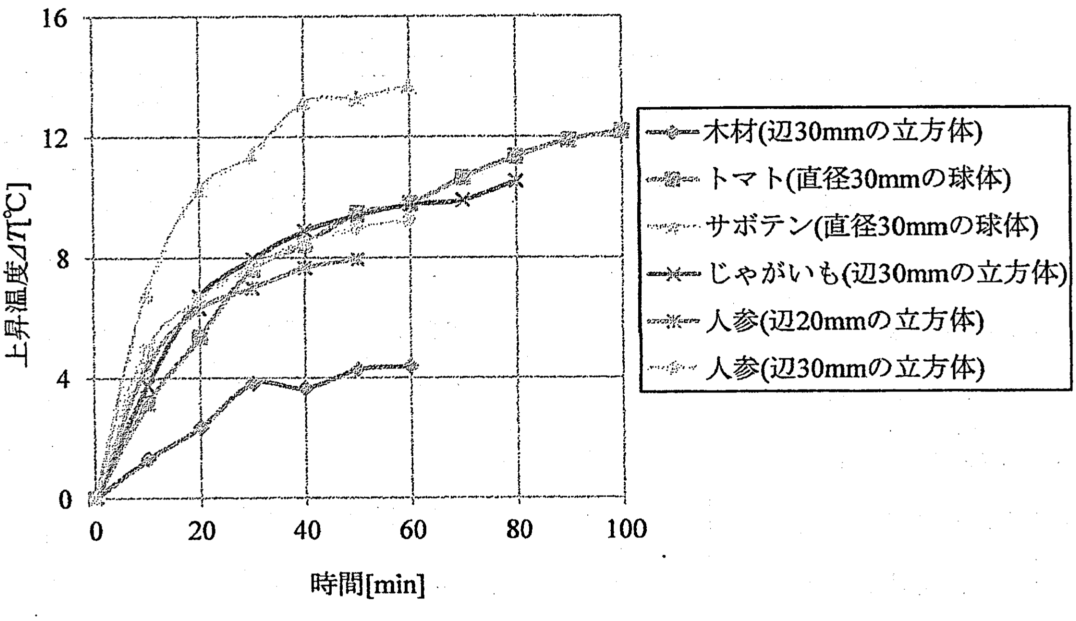


図１８　各植物の温度上昇

ファントム材料は，主に動物の体を想定した電気的特性を有すると考えられ，水分含有率が高く，誘電損も比較的大きい．それに対して植物の水分含有量は比較的小さいと思われるため，植物体の温度上昇はすべてファントム材料より低く，また，同じ体積でも種類が異なると上昇温度も異なるものと思われる．そこで，各植物の吸収率 A を調べた．図６と同じ実験装置を用い，植物を中空導波管 WRJ-2 内部に設置して測定した．得られた S パラメータを(7)~(9)式に代入し，吸収率を求めた値を図１９に示す．各植物の重量を測り，密度も求めた．ファントム材料も含め，上昇温度 ΔT, 周波数 2.45GHz のときの各物体の吸収率 A，密度をまとめ，表４に表す．

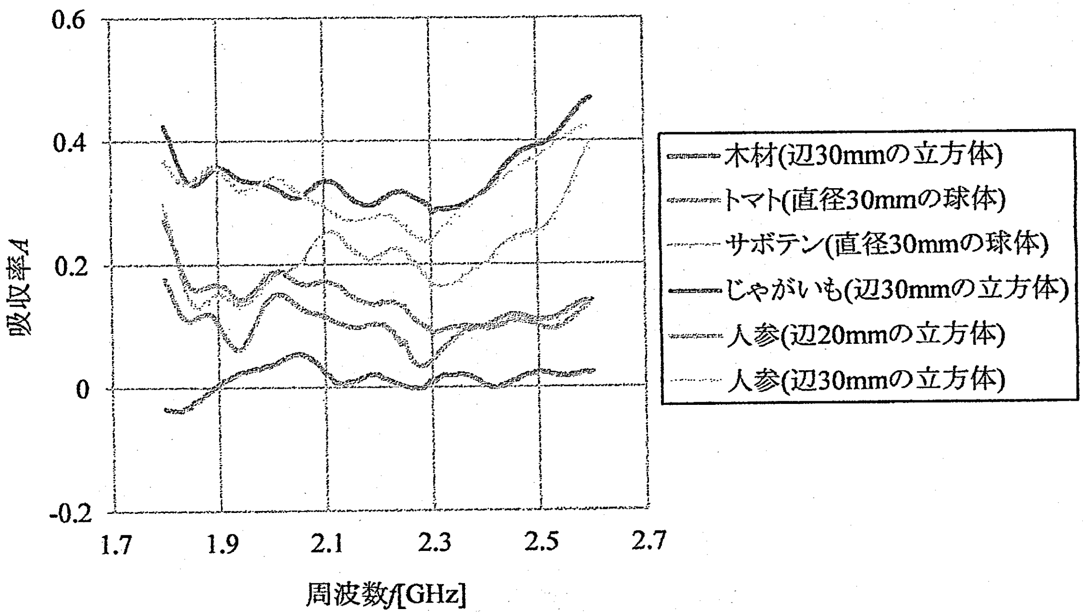


図１９　各植物の吸収率 A

表４　各植物とファントム材料の比較

名称	上昇温度 ΔT [℃]	反射 $\lvert S_{11}\rvert^2$	透過 $\lvert S_{21}\rvert^2$	吸収率 A	密度 [g/cm^3]
ファントム(立方体 a=20mm)	18.3	0.0985	0.669	0.182	0.948
ファントム(立方体 a=30mm)	18.6	0.218	0.366	0.378	0.906
ファントム(立方体 a=40mm)	17.8	0.220	0.118	0.640	0.933
木材(立方体 a=30mm)	4.4	0.0813	0.830	0.0103	0.521
トマト(球体 d=30mm)	12.2	0.0437	0.785	0.117	0.687
サボテン(球体 d=30mm)	13.7	0.0317	0.682	0.239	0.645
じゃがいも(立方体 a=30mm)	10.5	0.244	0.347	0.370	1.117
人参(立方体 a=20mm)	8.0	0.0683	0.768	0.109	1.071
人参(立方体 a=30mm)	9.2	0.280	0.333	0.347	1.176

図１８，図１９，表４を合わせて考えると，木材の密度と吸収率が一番低く，水分の含有率が低いと思われるため，マイクロ波がほとんど吸収されず透過し，温度上昇が小さかったと思われる．一辺30mm のじゃがいもと人参では，上昇温度，吸収率，密度がほぼ同じで，表３の同じ体積のファントム材料と比較すると，ファントム材料の吸収率とほぼ同じだが，密度はファントム材料より少し大きく，上昇温度はファントム材料より低いことがわかった．これは表面からの水分の蒸発による影響が考えられる．このような同じ形状の場合，発熱効果の比較検討に吸収率が非常に有効であると思われる．

６．むすび

導波管内での 2.45GHz のマイクロ波照射による材料の温度上昇を解析および実験により考察した．

マイクロ波照射による生態への影響を考える場合，マイクロ波加熱効果によって，ある温度以上に一定時間加熱されることが基準となると考えられる．本研究では，生態のマイクロ波に対する吸収率を導波管内でのマイクロ波照射によって，定量的に評価した．今回の解析・実験ではマイクロ波吸収による影響は被照射物の表面温度上昇を用いて評価したが，今後は，個々の材料の表面状態，比熱，水分の蒸発などの影響を考慮すれば，さらに正確な評価が可能であると考えられる．また，マイクロ波照射の影響をより精密に評価するためには，内部の温度分布を求めることが重要である．

参考文献

[1] 電気学会　高周波電磁界の生体効果に関する計測技術調査専門委員会 編
“電磁界の生体効果と計測”　コロナ社

[2] 吉田　駿
“伝熱学の基礎”　理工学社

[3] 川崎修司，大東勇介，河合　正，太田　勲，天野　治，松井康明
「マイクロ波を利用した液体加熱システムの基礎検討」電子情報通信学会技術研究報告，vol.110, no. 25, MW2010-16, pp.11-15,2010 年 5 月.

輻射科学研究会資料
RS11-02

負屈折率媒質における
位相速度, 群速度およびエネルギー速度の関係

Relations among phase velocity, group velocity, and energy velocity in negative refractive index media

玉山 泰宏, 中西 俊博, 北野 正雄

Yasuhiro Tamayama, Toshihiro Nakanishi, and Masao Kitano

京都大学大学院 工学研究科

Kyoto University

2011年5月26日

於 京都大学

概要

負屈折率媒質における電磁波の位相速度, 群速度, エネルギー速度について考察する. まず, 媒質の比誘電率や比透磁率が任意の複素数をとりうる場合にも適用できる位相速度, あるいは屈折率の計算法を導出する. 次に, 負屈折率条件は位相速度と群速度が逆向きになる条件であるという誤解を解くために, ローレンツ分散媒質中における位相速度, 群速度, エネルギー速度を具体的に求める. さらに, この誤解の原因である群速度とエネルギー速度の同一視の問題を解決するため, エネルギー保存則を用いて, 群速度とエネルギー速度の差について調べる.

1 はじめに

Veselago [1] は誘電率と透磁率が同時に負になるような媒質が存在しうることを予言し, そのような媒質中では電磁波の波数ベクトルとポインティングベクトルの向きが反平行になり屈折率が負になることを示した. 自然界には誘電率と透磁率が同時に負になるような物質が存在しなかったため, このアイデアは長年検証されずにいた. しかし, Shelby ら [2] により, メタマテリアルを用いて誘電率と透磁率が同時に負になる媒質が実現され, その媒質の屈折率は負になることが実験的に確かめられた.

負屈折率媒質の作製に関する研究は数多く行われているが, 屈折率の計算法については未だに確立していないと言える. 屈折率 n は, 比誘電率 ε_{r} と比透磁率 μ_{r} を用いて, 通常 $n=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}}}$ のように表記されるが, この式に $\varepsilon_{\mathrm{r}}=-1$ と $\mu_{\mathrm{r}}=-1$ を代入すると $n=\sqrt{(-1)\times(-1)}=\sqrt{1}=1$ のようになり, 正しい答えが得られない. 一方, $n=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}}$ のように書いた場合は $n=\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=\mathrm{i}\times\mathrm{i}=-1$ となり正しい答えが得られる. そのため, $n=\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}}$ のように表記すれば良いように思えるが, その根拠は明らかではない. また, 比誘電率や比透磁率は一般に複素数であり, これらの値が任意の複素数をとる場合, すなわち, 媒質の電磁応答に損失や利得がある場合にも適用できるのかどうかは不明である.

さらに, 負屈折率媒質中における電磁波伝搬に関する誤解も見受けられる. 上述のとおり, 負屈折率媒質は波数ベクトルとポインティングベクトルが逆向きになる媒質であるが, 位相速度と群速度が逆向きの媒質であると記述している文献も少なくない. この背景には群速度とエネルギー流の向きは同じであるという仮定があるのだが, 適当な条件下ではこれらの向きは逆方向になる場合がある, すなわち負の群速度が実現できることが知られている [3–6]. したがって, 負屈折率の判定に群速度を用いることは不適であることは明らかである.

本稿では, まず, 比誘電率や比透磁率が任意の複素数をとりうる場合にも適用できる位相速度 (屈折率) の計算法を導出する. 次に, ローレンツ分散媒質に対して位相速度, 群速度およびエネルギー速度を具体的に求め, 屈折率が負になる条件と位相速度と群速度が逆向きになる条件は異なることを確認する. 最後に, エネルギー保存則から群速度とエネルギー速度の関係を導出し, 群速度とエネルギー速度が一致する条件, 一致しない条件について考察する.

2 位相速度

角周波数 ω における位相速度は

$$v_{\mathrm{p}} = \frac{\omega}{\mathrm{Re}\,(k)} \tag{1}$$

で与えられるため, 位相速度を計算するためには, 波数 k, あるいは屈折率 $n = k/k_0$ (k_0 は真空中の波数) を求める必要がある. まず, 通常行われる波数の計算法について復習し, その計算法における問題点について述べる. 次に, その問題点を解決できるような波数の計算法について述べる.

2.1 通常行われる計算法

マクスウェル方程式:

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{2}$$

から出発する. 時間 (t), 空間 ($\boldsymbol{r}$) に対して $\exp\left[-\mathrm{i}(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})\right]$ のような依存性をもつ単色平面波に対しては, 式 (2) は

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{E} = \omega \boldsymbol{B}, \quad \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{H} = -\omega \boldsymbol{D} \tag{3}$$

となる. 等方性媒質に対する構成方程式

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}, \quad \boldsymbol{H} = \mu^{-1} \boldsymbol{B} \tag{4}$$

を式 (3) に代入し, 電磁波の伝搬方向が z 方向, すなわち $\boldsymbol{k} = k\boldsymbol{e}_z$ ($\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトル) であるとすると,

$$k \begin{bmatrix} 1 & & & O \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ O & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} O & & & \mu \\ & & -\mu & \\ & -\varepsilon & & \\ \varepsilon & & & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix}. \tag{5}$$

のように書ける. ここで, ε と μ は複素数であることに注意する. この式は (E_x, H_y) 成分に関する式と (E_y, H_x) 成分に関する式に分解できる. それぞれの式において, 電場か磁場のどちらか一方を消去することにより,

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \tag{6}$$

が得られる. これを式 (5) に代入すると, 波動インピーダンス Z が

$$Z^2 = \left(\frac{E_x}{H_y}\right)^2 = \left(-\frac{E_y}{H_x}\right)^2 = \frac{\mu}{\varepsilon} \tag{7}$$

のように求まる.

式 (6), (7) から波数や波動インピーダンスを求めるには, それぞれの右辺の平方根を計算しなければならない. 複素平方根関数は 2 価の関数であるので, その分枝を正しく選ぶ必要

がある. 正しい分枝は, 通常, 次のようにして決定されている. ε と μ が同符号の実数である場合には, 式 (3), (4) を用いて波数の符号を決定し, 異なる 2 つの媒質の境界面における反射率が 1 を超えない条件から $Z > 0$ としている. ε と μ が異符号の実数である場合には電磁波は伝搬しないので, ここでは考えない. また, 受動媒質 $[\mathrm{Im}\,(\varepsilon) \geq 0$ かつ $\mathrm{Im}\,(\mu) \geq 0]$ に対しては, 電磁波が増幅されない条件から $\mathrm{Im}\,(k) \geq 0$, 反射率が 1 を超えない条件から $\mathrm{Re}\,(Z) > 0$ になるように解が選ばれている. しかし, この計算方法は能動媒質 $[\mathrm{Im}\,(\varepsilon) < 0$ または $\mathrm{Im}\,(\mu) < 0]$ には適用できない不十分なものである.

2.2 エネルギー流を考慮した計算法

前節で述べた通常行われる波数の計算法では, 式 (5) において電場か磁場のいずれか一方を消去することにより式 (6) を得ていたために, 波数の 2 乗の項が現れ, 複素平方根関数の多価性に悩まされていた. この問題を解決するためには, 電場や磁場を消去せずに式 (5) を対角化することにより波数を求めれば良い.

式 (5) を対角化するために, 変換行列:

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -Z^{-1} & Z^{-1} \\ Z^{-1} & -Z^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad U^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Z \\ 1 & 0 & 0 & -Z \\ 0 & 1 & -Z & 0 \\ 0 & 1 & Z & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

を用いる. この変換により, 式 (5) の右辺の係数行列は

$$\begin{aligned} U^{-1}MU &= \frac{\omega}{2}\begin{bmatrix} \varepsilon Z + \mu Z^{-1} & \varepsilon Z - \mu Z^{-1} & 0 & 0 \\ -\varepsilon Z + \mu Z^{-1} & -\varepsilon Z - \mu Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon Z + \mu Z^{-1} & \varepsilon Z - \mu Z^{-1} \\ 0 & 0 & -\varepsilon Z + \mu Z^{-1} & -\varepsilon Z - \mu Z^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \omega\varepsilon Z \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \omega\mu Z^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{9}$$

のようになる. ここで, $\varepsilon Z = \mu Z^{-1}$ $(Z^2 = \mu/\varepsilon)$ を用いた. 以上より, 対角化されたマクスウェル方程式として次式が得られる:

$$k \begin{bmatrix} E_x + ZH_y \\ E_x - ZH_y \\ E_y - ZH_x \\ E_y + ZH_x \end{bmatrix} = \omega\varepsilon Z \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x + ZH_y \\ E_x - ZH_y \\ E_y - ZH_x \\ E_y + ZH_x \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$= \omega\mu Z^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x + ZH_y \\ E_x - ZH_y \\ E_y - ZH_x \\ E_y + ZH_x \end{bmatrix} \tag{11}$$

式 (10), (11) の 1, 2 列目 (3, 4 列目) で表される固有モードは x 偏光 (y 偏光) の電磁波に対応する. 波動インピーダンスとして $\mathrm{Re}(Z) > 0$ であるような分枝を選んだとすると, ポインティングベクトル $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ の時間平均値を計算することにより, 1, 3 列目 (2, 4 列目) の固有モードのエネルギー流の方向は正 (負) の z 方向となることがわかる. したがって, エネルギー流の方向が正, 負の z 方向であるような固有モードの波数はそれぞれ

$$k = \omega\varepsilon Z = \omega\mu Z^{-1} \tag{12}$$

$$k = -\omega\varepsilon Z = -\omega\mu Z^{-1} \tag{13}$$

と求まる. 式 (12) を式 (1) に代入することにより, エネルギー流が正の方向の固有モードに対する位相速度として,

$$v_{\mathrm{P}} = \frac{1}{\mathrm{Re}(\varepsilon Z)} = \frac{1}{\mathrm{Re}(\mu Z^{-1})} \tag{14}$$

が得られる. もし, $\mathrm{Re}(Z) < 0$ のように分枝を選んだとしても, $-Z$ を波動インピーダンスであると見なすことにより, 同様の結果が得られる. また, $\mathrm{Re}(Z) = 0$ となる場合はエネルギーが伝搬しないので, ここでは考える必要はない. これより, $\mathrm{Re}(Z) > 0$ と限定しても一般性が失われないことがわかる. 以下では, Z の分枝は $\mathrm{Re}(Z) > 0$ を満たすように選ぶこととする. ここでの波数の計算方法は, 双異方性媒質のような一般的な媒質に対しても拡張できるものである.

位相速度の計算結果を用いて屈折率を導出する. 媒質の屈折率とは, エネルギー流の方向が同じモードに対して, 真空中の波数と媒質中の波数との比をとった値なので, 式 (12) より,

$$\begin{aligned} n &= \frac{\omega\varepsilon Z}{\omega\varepsilon_0 Z_0} = \frac{\omega\mu Z^{-1}}{\omega\mu_0 Z_0^{-1}} \\ &= \varepsilon_{\mathrm{r}} Z_{\mathrm{r}} = \mu_{\mathrm{r}} Z_{\mathrm{r}}^{-1} \end{aligned} \tag{15}$$

のように求まる. ここで, $Z_{\mathrm{r}} = \sqrt{\mu_{\mathrm{r}}/\varepsilon_{\mathrm{r}}}$ は規格化波動インピーダンスである. $\mathrm{Re}(Z)\,\mathrm{Re}(Z_0) > 0$ かつ Z_0 は実数なので, $\mathrm{Re}(Z_{\mathrm{r}}) > 0$ である. 式 (15) を用いれば, 比誘電率や比透磁率が任意の複素数をとりうる場合でも, 屈折率を曖昧さなく計算することができる.

式 (15) には規格化波動インピーダンスが含まれており, 通常用いられる式 $n = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}}}$ とは異なった形をしているように見える. そこで, $n = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}\mu_{\mathrm{r}}}$ における計算にルールを設けることにより, 式 (15) と同じ結果を得る方法について述べる. 計算ルールは次のようなものである:

1. 複素数 $\alpha = |\alpha| \exp(\mathrm{i}\theta_\alpha)$ の平方根の絶対値は $\sqrt{|\alpha|}$ (> 0), 偏角は $\theta_\alpha/2$ であるとする.

2. 比誘電率の偏角 θ_ε, 比透磁率の偏角 θ_μ は $|\theta_\mu - \theta_\varepsilon| < \pi$ を満たすようにとることとする.

ルール 1 は複素平方根関数を 1 価の関数にするためのものであり, ルール 2 は $\mathrm{Re}(Z_{\mathrm{r}}) > 0$ に限定するためのものである. これらのルールを用いると正しい屈折率が求まることを示す. 規格化波動インピーダンスは

$$Z_{\mathrm{r}} = \sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{r}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}}} = \sqrt{\frac{|\mu_{\mathrm{r}}|}{|\varepsilon_{\mathrm{r}}|}} \exp\left(\mathrm{i}\frac{\theta_\mu - \theta_\varepsilon}{2}\right) \tag{16}$$

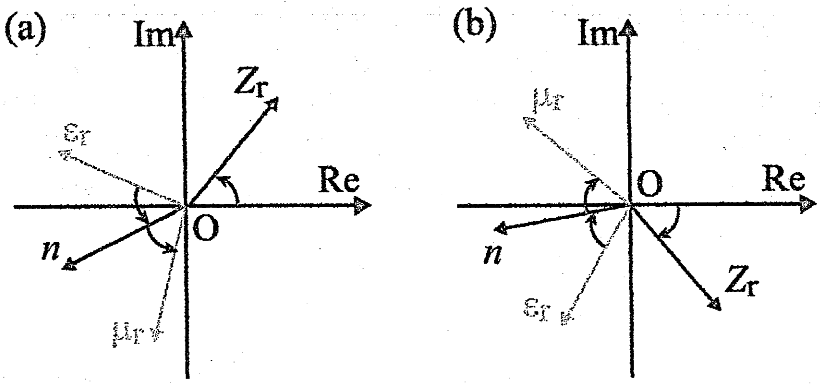


図 1: 複素平面上における比誘電率 ε_r, 比透磁率 μ_r, 屈折率 n, 規格化波動インピーダンス Z_r の関係. (a) 規格化波動インピーダンスの虚部が正 ($\theta_Z > 0$) および (b) 負 ($\theta_Z < 0$) のとき. それぞれの図において, 3つの矢印により表される角はすべて等しい.

となり, 当然 $\mathrm{Re}\,(Z_r) > 0$ を満たしている. 式 (16) を式 (15) に代入することにより

$$n = \varepsilon_r Z_r = \mu_r Z_r^{-1} = \sqrt{|\varepsilon_r||\mu_r|}\exp\left(\mathrm{i}\frac{\theta_\mu + \theta_\varepsilon}{2}\right) \tag{17}$$

が得られる. 一方, 通常用いられる式 $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ からは

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \sqrt{|\varepsilon_r||\mu_r|}\exp\left(\mathrm{i}\frac{\theta_\mu + \theta_\varepsilon}{2}\right) \tag{18}$$

のように求まる. 式 (18) と式 (17) は確かに一致しており, 上記の計算ルールを定めることにより, $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ から正しい屈折率が求まることがわかる. 特に, 媒質の応答に利得がない場合は, $n = \sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\mu_r}$ と書いて $0 \le \theta_\varepsilon, \theta_\mu \le \pi$ のようにとり, ルール 1 を適用すれば正しく計算できることがわかる.

比誘電率, 比透磁率, 屈折率, 規格化波動インピーダンスが複素平面上でどのような位置関係にあるのかを考えておくと, 実際計算する上で便利である. 式 (16), (17) より, 屈折率の偏角 θ_n および規格化波動インピーダンスの偏角 θ_Z は

$$\theta_n = \frac{\theta_\mu + \theta_\varepsilon}{2}, \quad \theta_Z = \frac{\theta_\mu - \theta_\varepsilon}{2} \tag{19}$$

である. これより,

$$\theta_\mu - \theta_n = \theta_n - \theta_\varepsilon = \theta_Z \tag{20}$$

が得られる. θ_Z の絶対値は鋭角であるので, $\theta_\mu - \theta_n$ と $\theta_n - \theta_\varepsilon$ の絶対値も鋭角である. これらのことから, 屈折率の偏角を決定することができる. 図 1 は ε_r, μ_r, n, Z_r の関係を複素平面上に表したものであり, n は ε_r と μ_r が成す角の劣角側に位置することがわかる.

3　群速度とエネルギー速度

群速度は

$$v_G = \left\{\frac{\mathrm{d}[\mathrm{Re}\,(k)]}{\mathrm{d}\omega}\right\}^{-1} \tag{21}$$

で与えられる. 特に, 媒質の応答に利得がない場合の, エネルギー流が正の方向の固有モードの群速度は, 前節の結果を用いると

$$\frac{c_0}{v_{\mathrm{G}}} = \mathrm{Re}\left[\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}} + \frac{\omega}{2}\left(\frac{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}}}{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}}\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}\omega} + \frac{\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}}{\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}}}\frac{\mathrm{d}\mu_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}\omega}\right)\right] \tag{22}$$

のように書ける. ここで, 速度の逆数, すなわち"遅さ"(slowness) を用いて速度を表現していることに注意する.

エネルギー速度は, ポインティングベクトル $\boldsymbol{S} = S\boldsymbol{e}_z$, エネルギー密度 W を用いて

$$v_{\mathrm{E}} = \frac{\bar{S}}{\bar{W}} \tag{23}$$

で与えられる. ここで, "$^-$"は時間平均値を表す. 単色平面波のポインティングベクトルの時間平均値は

$$\bar{S} = \frac{1}{2}|E|^2\,\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z}\right) \tag{24}$$

である. 一方, エネルギー密度は

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \boldsymbol{E}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} - p_{\mathrm{L}} \tag{25}$$

のような時間変化をする量である. ここで, p_{L} は分極や磁化の誘起に伴うエネルギーの散逸や流入を表す. 式 (25) の両辺を時間で積分して W を計算する際には, 入射波や媒質の応答を具体的に考慮する必要がある. 得られた W の時間平均をとることにより $\bar{W}$ が求まる.

4 ローレンツ媒質における群速度とエネルギー速度の比較

ここでは, 比誘電率と比透磁率がそれぞれローレンツ分散:

$$\varepsilon_{\mathrm{r}}(\omega) = 1 - \frac{\alpha}{\omega^2 - \omega_{\mathrm{c}}^2 + \mathrm{i}\gamma_{\mathrm{e}}\omega}, \quad \mu_{\mathrm{r}}(\omega) = 1 - \frac{\beta}{\omega^2 - \omega_{\mathrm{m}}^2 + \mathrm{i}\gamma_{\mathrm{m}}\omega} \tag{26}$$

で与えられるような媒質における群速度とエネルギー速度の比較を行う. $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ であるような媒質における, 単色波に対するエネルギー速度は Ruppin [7] により求められており,

$$\frac{c_0}{v_{\mathrm{E}}} = \frac{1}{2\,\mathrm{Re}\,(1/Z_{\mathrm{r}})}\left\{\left[1 + \frac{(\omega^2+\omega_{\mathrm{e}}^2)\alpha}{(\omega^2-\omega_{\mathrm{e}}^2)^2+\gamma_{\mathrm{e}}^2\omega^2}\right] + \left[1 + \frac{(\omega^2+\omega_{\mathrm{m}}^2)\beta}{(\omega^2-\omega_{\mathrm{m}}^2)^2+\gamma_{\mathrm{m}}^2\omega^2}\right]\frac{1}{|Z_{\mathrm{r}}|^2}\right\} \tag{27}$$

$$= \frac{1}{2\,\mathrm{Re}\,(1/Z_{\mathrm{r}})}\left[\left(\varepsilon_{\mathrm{r}}' + 2\omega\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}''}{\gamma_{\mathrm{e}}}\right) + \left(\mu_{\mathrm{r}}' + 2\omega\frac{\mu_{\mathrm{r}}''}{\gamma_{\mathrm{m}}}\right)\frac{1}{|Z_{\mathrm{r}}|^2}\right] \tag{28}$$

のように書ける. ここで, $'$ と $''$ はそれぞれ実部と虚部を表す. この節においては, 以後, $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ であるとする.

4.1 無損失媒質の場合

媒質の応答に損失がない場合 ($\gamma_e = 0$, $\gamma_m = 0$) の群速度とエネルギー速度を比較する．ただし，$\varepsilon_r \mu_r < 0$ の場合は波は伝搬しないので，$\varepsilon_r \mu_r \geq 0$ として計算する．

エネルギー速度の逆数は

$$\frac{c_0}{v_E} = \frac{Z_r}{2}\left[1 + \frac{(\omega^2 + \omega_e^2)\alpha}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2}\right] + \frac{1}{2Z_r}\left[1 + \frac{(\omega^2 + \omega_m^2)\beta}{(\omega^2 - \omega_m^2)^2}\right] \tag{29}$$

$$= \frac{Z_r}{2}\left(\varepsilon_r + \omega\frac{d\varepsilon_r}{d\omega}\right) + \frac{1}{2Z_r}\left(\mu_r + \omega\frac{d\mu_r}{d\omega}\right) \tag{30}$$

$$= \sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\mu_r} + \frac{\omega}{2}\left(\frac{\sqrt{\mu_r}}{\sqrt{\varepsilon_r}}\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} + \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{\mu_r}}\frac{d\mu_r}{d\omega}\right) \tag{31}$$

となり，式 (22) より，群速度とエネルギー速度が等しくなることがわかる．ただし，

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{(\omega^2 + \omega_e^2)\alpha}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2} - \frac{2\alpha\omega^2}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2}, \quad \omega\frac{d\varepsilon_r}{d\omega} = \frac{2\alpha\omega^2}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2} \tag{32}$$

および，μ_r に関する同様の式を用いた．

4.2 損失のある媒質の場合

$\gamma_e \neq 0$, $\gamma_m \neq 0$ である媒質における群速度は，一般の場合は式が複雑になって，群速度とエネルギー速度の比較が困難なので，$\varepsilon_r(\omega) = \mu_r(\omega)$ という簡単な場合を考える．実際，メタマテリアルにおいて負屈折率を実現する場合，電気的メタ原子と磁気的メタ原子の共振周波数をほぼ一致させる ($\omega_e \sim \omega_m$) ので，現実的な状況であると言って良い．群速度とエネルギー速度の逆数はそれぞれ

$$\frac{c_0}{v_G} = \varepsilon_r' + \omega\frac{d\varepsilon_r'}{d\omega}, \quad \frac{c_0}{v_E} = \varepsilon_r' + 2\omega\frac{\varepsilon_r''}{\gamma_e} \tag{33}$$

である．差をとると，

$$c_0\left(\frac{1}{v_E} - \frac{1}{v_G}\right) = 2\omega\frac{\varepsilon_r''}{\gamma_e} - \omega\frac{d\varepsilon_r'}{d\omega} = \frac{2\alpha\omega^2\gamma_e^2(\omega^2 + \omega_e^2)}{[(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + (\gamma_e\omega)^2]^2} \geq 0 \tag{34}$$

となり，

$$v_E^{-1} \geq v_G^{-1} \tag{35}$$

が得られる．v_E と v_G の差は共振周波数で最大になり，共振周波数から離れるにつれて小さくなる．つまり，伝搬に伴う損失が小さい領域では v_E と v_G はほぼ等しいが，損失が大きくなるにつれて v_E と v_G の差は大きくなり，v_E と v_G は同一視できなくなる．群速度は包絡線の伝搬速度で，伝搬に伴う損失を考慮していないのに対し，エネルギー速度は損失の影響を考慮しているため，このような結果になる．

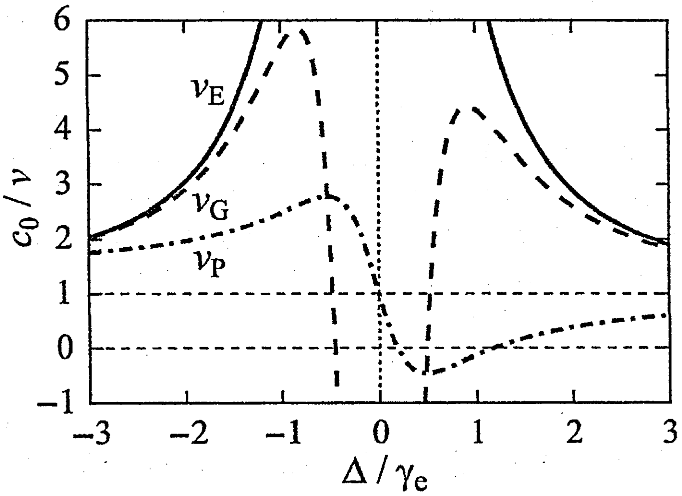


図 2: 共振周波数付近での位相速度 v_P, 群速度 v_G, エネルギー速度 v_E の変化の例. それぞれの速度の逆数をプロットしていることに注意する. ただし, $\Delta = \omega - \omega_e$ である. $\alpha \gg \gamma_e^2$ であれば, $-\gamma_e/2 < \Delta < \gamma_e/2$ 程度の範囲で $v_G < 0$ となる. また, $\alpha > 2\gamma_e\omega_e\,(\gg \gamma_e^2)$ の場合, $[\alpha - \sqrt{\alpha^2 - (2\gamma_e\omega_e)^2}\,]/(4\omega_e) < \Delta < [\alpha + \sqrt{\alpha^2 - (2\gamma_e\omega_e)^2}\,]/(4\omega_e)$ で $v_P < 0$ となる.

4.3 負位相速度, 負群速度

速度の符号について考察する. 再び, $\varepsilon_r(\omega) = \mu_r(\omega)$, $\gamma_e \neq 0$ を仮定する. 位相速度, 群速度, エネルギー速度はそれぞれ

$$\frac{c_0}{v_P} = 1 - \frac{\alpha(\omega^2 - \omega_e^2)}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + (\gamma_e\omega)^2} \tag{36}$$

$$\frac{c_0}{v_G} = 1 + \frac{\alpha(\omega^2 + \omega_e^2)[(\omega^2 - \omega_e^2)^2 - (\gamma_e\omega)^2]}{[(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + (\gamma_e\omega)^2]^2} \tag{37}$$

$$\frac{c_0}{v_E} = 1 + \frac{\alpha(\omega^2 + \omega_e^2)}{(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + (\gamma_e\omega)^2} \tag{38}$$

のように書ける. これらの速度をグラフに表したものを図 2 に示す. α が十分大きければ, 共振周波数より大きなある周波数範囲において, v_P は負になる. つまり, 屈折率は負になることがわかる. v_G と v_E は共振周波数から離れたところではほぼ等しい. しかし, 共振周波数近傍では, v_E が減少し続け, 正の値に留まるのに対して, v_G は増加し始め c_0 を上回り, 無限大を経由して負の値をとるようになる.

この例から, 群速度とエネルギー速度は常に同じ方向を向くわけではないことが確認できる. したがって, 位相速度と群速度が逆向き, すなわち $v_P \cdot v_G < 0$ が負屈折率を特徴づけるのではないことは明らかである. 実際, フィッシュネット構造のメタマテリアルにおいて, 位相速度と群速度が同時に負になる状況すら実現されている [8].

5 エネルギー保存則を用いた群速度とエネルギー速度の関係の考察

ローレンツ分散媒質に対する計算では, 吸収が大きい周波数領域で群速度とエネルギー速度の違いが大きくなり, エネルギー速度と群速度が逆向きになる場合があるということが確認できた. ここでは, 具体的な媒質の応答を仮定せずに, 電磁場に対するエネルギー保存則を用いて群速度とエネルギー速度の関係について考察する.

5.1 電磁波の吸収, 増幅がない場合

エネルギー流が $+z$ 方向である, 振幅の等しい2つの異なる角周波数 ω_1, ω_2 ($\omega_1 \simeq \omega_2$) の電磁波の重ね合わせを考える. $z=0$ における電磁場が

$$E(0) = E\cos(\omega_1 t) + E\cos(\omega_2 t) = 2E\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right) \tag{39}$$

$$H(0) = \frac{E}{Z}\cos(\omega_1 t) + \frac{E}{Z}\cos(\omega_2 t) = \frac{2E}{Z}\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right) \tag{40}$$

のように表されるとする. ただし, 簡単のため, ω_1, ω_2 における波動インピーダンスは等しいとした. $\cos[(\omega_1-\omega_2)t/2]$ の変化が無視できる範囲でポインティングベクトルの時間平均をとると

$$\bar{S}(0) = \frac{2E^2}{Z}\cos^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right) \tag{41}$$

となる. (以後, 時間平均の操作は $\cos[(\omega_1-\omega_2)t/2]$ の変化が無視できる範囲で行うこととする.) 一方, $z=d$ (d は正の微小距離) における電場は

$$\begin{aligned} E(d) &= E\cos(\omega_1 t - k_1 d) + E\cos(\omega_2 t - k_2 d) \\ &= 2E\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1+k_2}{2}d\right)\cos\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\left(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d\right)\right] \end{aligned} \tag{42}$$

である. ここで, $\omega_1 \simeq \omega_2$ なので $v_{\mathrm{G}}^{-1} = (k_1-k_2)/(\omega_1-\omega_2)$ とした. また, $z=d$ における磁場とポインティングベクトルの時間平均値は

$$H(d) = \frac{2E}{Z}\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1+k_2}{2}d\right)\cos\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\left(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d\right)\right] \tag{43}$$

$$\bar{S}(d) = \frac{2E^2}{Z}\cos^2\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\left(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d\right)\right] \tag{44}$$

のように書ける.

エネルギー保存則

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{S} = -\frac{\partial W}{\partial t} \tag{45}$$

をポインティングベクトル, エネルギー密度の時間平均値に対して適用し, 区間 $[0,d]$ で空間積分すると

$$\bar{S}(d) - \bar{S}(0) = -\frac{\partial \bar{W}_{[0,d]}}{\partial t} \tag{46}$$

となる．ここで, $\bar{W}_{[0,d]}$ は区間 $[0,d]$ のエネルギー面密度の時間平均値を表す．式 (41), (44) より

$$\bar{S}(d) - \bar{S}(0) = \frac{E^2}{Z}\left\{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)(t-v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] - \cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]\right\} \tag{47}$$

である．これを式 (46) に代入して, 時間で積分することにより

$$\bar{W}_{[0,d]} = \frac{E^2 v_{\mathrm{G}}^{-1} d}{Z}\left\{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)\left(t-\frac{v_{\mathrm{G}}^{-1}d}{2}\right)\right] \pm 1\right\} \quad (v_{\mathrm{G}} \gtrless 0) \tag{48}$$

が得られる．ただし, 積分定数は $\min(\bar{W}_{[0,d]}) = 0$ と仮定して決めた．また, $(\omega_1-\omega_2)v_{\mathrm{G}}^{-1}d \ll 1$ を用いた．以上より,

$$\bar{W} = \lim_{d\to 0}\frac{\bar{W}_{[0,d]}}{d} = \frac{E^2 v_{\mathrm{G}}^{-1}}{Z}\{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right] \pm 1\} \quad (v_{\mathrm{G}} \gtrless 0) \tag{49}$$

$$\bar{S} = S(0) = \frac{E^2}{Z}\{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right] + 1\} \tag{50}$$

であるので, 式 (23) より

$$v_{\mathrm{E}} = v_{\mathrm{G}}\frac{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]+1}{\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]\pm 1} \quad (v_{\mathrm{G}} \gtrless 0) \tag{51}$$

$$= \begin{cases} v_{\mathrm{G}} & (v_{\mathrm{G}} \geq 0) \\ -v_{\mathrm{G}}\dfrac{1+\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]}{1-\cos\left[(\omega_1-\omega_2)t\right]} & (v_{\mathrm{G}} < 0) \end{cases} \tag{52}$$

と求まる．式 (49), (50) からわかるように, $v_{\mathrm{G}} > 0$ のときは $\bar{S}$ の時間変化が正 (負) のときに $\bar{W}$ の時間変化も正 (負) となるが, $v_{\mathrm{G}} < 0$ のときは $\bar{S}$ の時間変化が正 (負) のときに $\bar{W}$ の時間変化は負 (正) となるために, v_{G} の符号によって v_{E} の式が異なる．

$\mathrm{d}k/\mathrm{d}\omega > 0$ であるときは, エネルギー速度は波束 $\cos[(\omega_1-\omega_2)(t-v_{\mathrm{G}}^{-1}d)/2]$ の見かけ上の伝搬速度, すなわち群速度 v_{G} と一致する．一方, $\mathrm{d}k/\mathrm{d}\omega < 0$ であるときは, エネルギー速度は群速度と逆向きになるだけでなく, 大きさが時間的に変化する．したがって, たとえ電磁波が媒質に吸収や増幅されない場合でも, $v_{\mathrm{P}} \cdot v_{\mathrm{G}} < 0$ だから屈折率は負であるとするのは良くないことがわかる．

式 (52) において, $v_{\mathrm{G}} < 0$ のときには, エネルギー速度が時間的に変化したり, 無限大に発散したりするので, 前節で求めたエネルギー速度とは一致しないように見える．しかし, 前節のように正弦波定常状態を考える, すなわち $\omega_1 = \omega_2$ とすればエネルギー速度の時間変化はなくなる．また, 媒質の応答を具体的に考慮してエネルギー密度の積分定数を適切に決めれば, エネルギー速度は発散せず, 前節の結果と一致すると考える．

5.2 電磁波の吸収, 増幅がある場合

吸収や増幅の影響により, $z = d$ における電場が

$$E(d) = E\exp(-k_1''d)\cos(\omega_1 t - k_1'd) + E\exp(-k_2''d)\cos(\omega_2 t - k_2'd) \tag{53}$$

$$\begin{aligned} &= E[\exp(-k_1''d) + \exp(-k_2''d)]\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1'+k_2'}{2}d\right)\cos\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \\ &\quad - E[\exp(-k_1''d) - \exp(-k_2''d)]\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1'+k_2'}{2}d\right)\sin\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \end{aligned} \tag{54}$$

のように表される場合を考える. ここで, $v_{\mathrm{G}}^{-1} = (k_1' - k_2')/(\omega_1 - \omega_2)$ である. このときの磁場とポインティングベクトルの時間平均値は

$$\begin{aligned} H(d) = &\frac{E}{|Z|}[\exp(-k_1''d) + \exp(-k_2''d)]\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1'+k_2'}{2}d - \phi\right) \\ &\times\cos\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \\ &- \frac{E}{|Z|}[\exp(-k_1''d) - \exp(-k_2''d)]\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1'+k_2'}{2}d - \phi\right) \\ &\times\sin\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} \bar{S}(d) = &\frac{E^2}{2|Z|}[\exp(-k_1''d) + \exp(-k_2''d)]^2\cos(\phi)\cos^2\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \\ &+ \frac{E^2}{2|Z|}[\exp(-k_1''d) - \exp(-k_2''d)]^2\cos(\phi)\sin^2\left[\frac{\omega_1-\omega_2}{2}(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)\right] \end{aligned} \tag{56}$$

のように書ける. ただし, $\phi = \arg(Z)$ である.

媒質に損失や利得がある場合, 有限区間でのエネルギー保存則 [式 (46)] は

$$\bar{S}(d) - \bar{S}(0) = -\frac{\partial\bar{W}_{[0,d]}}{\partial t} - \bar{p}_{\mathrm{L}[0,d]} \tag{57}$$

のようになる. ここで, $\bar{p}_{\mathrm{L}[0,d]}$ は区間 $[0, d]$ における単位面積あたりのエネルギーの散逸や流入を表す. $|k_1''d|, |k_2''d| \ll 1$ として式 (57) の左辺を計算すると

$$\begin{aligned} \bar{S}(d) - \bar{S}(0) = &\frac{E^2}{|Z|}\cos(\phi)\left\{\cos[(\omega_1-\omega_2)(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)] - \cos[(\omega_1-\omega_2)t]\right\} \\ &- \frac{E^2}{|Z|}[(k_1''+k_2'')d - k_1''k_2''d^2]\cos(\phi)\cos[(\omega_1-\omega_2)(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)] \\ &- \frac{E^2}{2|Z|}[2(k_1''+k_2'')d - (k_1''^2 + k_2''^2)d^2]\cos(\phi) \end{aligned} \tag{58}$$

となる. 右辺第 2, 3 項は $\omega_1 = \omega_2$ としたとき, すなわち正弦波定常状態において 0 にならない. つまり, これらは電磁エネルギーの増減に寄与しない項である. したがって

$$-\frac{\partial\bar{W}_{[0,d]}}{\partial t} = \frac{E^2}{|Z|}\cos(\phi)\left\{\cos[(\omega_1-\omega_2)(t - v_{\mathrm{G}}^{-1}d)] - \cos[(\omega_1-\omega_2)t]\right\} \tag{59}$$

となり, $\min(\bar{W}_{[0,d]}) = 0$ と仮定することにより,

$$\bar{W}_{[0,d]} = \frac{E^2 v_G^{-1} d}{|Z|} \cos(\phi) \left\{ \cos\left[(\omega_1 - \omega_2) \left(t - \frac{v_G^{-1} d}{2} \right) \right] \pm 1 \right\} \quad (v_G \gtrless 0) \tag{60}$$

が得られる. 一方, $z = d/2$ におけるポインティングベクトルの時間平均値は

$$\bar{S}\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{E^2}{|Z|} \exp\left[-\frac{(k_1'' + k_2'')d}{2} \right] \cos(\phi) \left\{ \cos\left[(\omega_1 - \omega_2) \left(t - \frac{v_G^{-1} d}{2} \right) \right] + 1 \right\} + \frac{E^2}{2|Z|} \left[\exp\left(-\frac{k_1'' d}{2} \right) - \exp\left(-\frac{k_2'' d}{2} \right) \right]^2 \cos(\phi) \tag{61}$$

である. 右辺第2項は $k_1'' \neq k_2''$ による包絡線の波形の歪みを表している. $k'' = k_1'' = k_2''$ であるとすると, エネルギー速度は

$$v_E = \frac{\bar{S}(d/2)}{\bar{W}_{[0,d]}/d} = v_G \exp(-k'' d) \frac{\cos\{(\omega_1 - \omega_2)[t - (v_G^{-1} d/2)]\} + 1}{\cos\{(\omega_1 - \omega_2)[t - (v_G^{-1} d/2)]\} \pm 1} \quad (v_G \gtrless 0) \tag{62}$$

$$= \begin{cases} v_G \exp(-k'' d) & (v_G \geq 0) \\ -v_G \exp(-k'' d) \left\{ \tan^2\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \left(t - \frac{v_G^{-1} d}{2} \right) \right] \right\}^{-1} & (v_G < 0) \end{cases} \tag{63}$$

のように求まる.

媒質に損失や利得がある場合は, $dk'/d\omega$ が正 (負) のときに, エネルギー速度と群速度は同方向 (逆方向) になる. また, v_E は無損失時に比べて, $k'' > 0$ (吸収性媒質) のときは小さくなり, $k'' < 0$ (増幅性媒質) のときは大きくなる. ただし, この議論では, 無損失時の v_E と吸収, 増幅があるときの v_E の大きさの大小関係はわかっても, その差は具体的にはわからない.

6 まとめ

媒質中における電磁波の位相速度, 群速度, エネルギー速度について考察した. まず, 比誘電率と比透磁率が任意の複素数をとりうる場合にも適用できるような位相速度, あるいは波数 (屈折率) の計算法を導出した. マクスウェル方程式を対角化し, 各固有モードのエネルギー流の方向に着目すれば, 曖昧さなく波数が計算できることを示した. また, 複素平面上での比誘電率, 比透磁率, 屈折率, 波動インピーダンスの位置関係について調べることにより, 屈折率を視覚的に求める方法を考案した. 次に, 比誘電率と比透磁率が同じローレンツ関数で表されるような媒質中における位相速度, 群速度, エネルギー速度を具体的に計算し, 負屈折率条件と位相速度と群速度が逆向きになる条件は異なることを示した. 損失が小さい場合は群速度とエネルギー速度はほぼ同一視できるため, 位相速度と群速度が逆向きになる条件が負屈折率条件だとしても結果的には問題ない. しかし, 損失が大きい場合には群速度とエネルギー速度の差は大きくなり, これらの速度が逆向きになる条件が存在するため, 位相速度と群速度が逆向きになる条件は負屈折率条件と一致しないことを確認した. 最後に, エネルギー保存則を用いて, 群速度とエネルギー速度の関係について調べた. 電磁波が媒質に吸収や増幅されない場合で, 波数の実部の周波数微分が正になる場合に限って

群速度とエネルギー速度は一致する. また, 吸収や増幅がない場合でも, 波数の実部の周波数微分が負になる場合は群速度とエネルギー速度は逆向きになる. さらに, 吸収 (増幅) の影響により, エネルギー速度は吸収, 増幅がない場合に比べて小さく (大きく) なることを示した.

参考文献

[1] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ," Sov. Phys. Usp. **10**, 509–514 (1968).

[2] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction," Science **292**, 77–79 (2001).

[3] L. Brillouin, *Wave Propagation and Group Velocity* (Academic Press, New York, NY, 1960).

[4] R. Y. Chiao, "Superluminal (but causal) propagation of wave packets in transparent media with inverted atomic populations," Phys. Rev. A **48**, R34–R37 (1993).

[5] A. M. Steinberg and R. Y. Chiao, "Dispersionless, highly superluminal propagation in a medium with a gain doublet," Phys. Rev. A **49**, 2071–2075 (1994).

[6] L. J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu, "Gain-assisted superluminal light propagation," Nature **406**, 277–279 (2000).

[7] R. Ruppin, "Electromagnetic energy density in a dispersive and absorptive material," Phys. Lett. A **299**, 309–312 (2002).

[8] G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden, "Simultaneous Negative Phase and Group Velocity of Light in a Metamaterial," Science **312**, 892–894 (2006).

輻射科学研究会資料
RS11-03

単導体素子を用いた三次元線構造の時間領域における電流伝搬解析

Analysis of 3-D conductive line structure using single conductor transmission line

生駒 圭司　　久門 尚史　　和田 修己
Keiji Ikoma　　Takashi Hisakado　　Osami Wada
京都大学大学院工学研究科電気工学専攻
Department of Electric Engineering, Kyoto University

2011年5月26日
於　京都大学

概要　近年の電子機器の小型化および動作の高速化に伴い，内部の電気回路において高周波の信号が引き起こす電磁結合を考慮した回路解析の重要性が高まってきている．また，メタマテリアルをはじめとする，明示的な帰路線やグラウンドがない構造の解析はモデル化が難しく，新たな解析手法を考案する必要がある．現在，回路解析においては，集中定数回路モデル，分布定数回路モデル，FDTD 法などの電磁界解析などがよく知られているが，それぞれ一長一短があり，より速く正確な回路解析を行える回路モデルが望まれている．こういった背景から，我々は単導体線路における電流伝搬を基にした回路モデルの研究を行っている．本報告書では，解析対象とする導体線路を単導体素子を用いてモデル化し，電流と電荷を変数とし電界の境界条件と電荷保存則を用いることで，電流伝搬の解析が行えることを示す．また，電流伝搬のメカニズムは，遅延方程式により記述でき時間領域において解析できることを示す．
キーワード　電流伝搬、回路モデル、集中定数、分布定数、単導体、電磁界解析

1　はじめに

半導体技術の目覚ましい発展に伴い，電子機器の小型化および動作の高速化が進んでいる．しかし，その一方で回路動作が電磁ノイズの影響を受けることが増えてきており，電磁結合を考慮した回路解析の重要性が高まってきている．また，メタマテリアルの回路モデルをはじめとする，帰路線やグラウンドを明示的に定義することのできない複雑な構造を持つ回路では、大域的に定義される電圧を用いた理論で解析を行うのは困難である．そこで，Maxwell 方程式に立ち返り，局所的に定義できる電流と電荷を変数とし，電磁気学を基とした新たな回路モデルの構築が必要となってきている．

ここで，既存のモデルの比較をし，今回提案する新たな回路解析手法の特徴を述べておく．電気回路の解析手法として最も一般的なものとして用いられるのが集中定数回路モデルである．しかし，集中定数回路素子を定義する上で，素子の長さが信号の波長に比べて充分短い必要があり，今回主な解析対象とする高速で動作する電気回路では素子数が増え解析が困難になる．また，集中定数を定義できない高周波の信号を解析する方法として分布定数回路モデルがある．この方法では線路に一様に素子が分布していると近似し，信号の伝搬や反射および透過といった現象を解析することができる．しかし，このモデルは主に，伝送線路の解析を対象としており，帰路線を持ち電圧と電流が同時に定義できる必要があった．さらに，一次元のモデルには有効であるものの，二次元，三次元などの複雑な構造を持つモデルには向いていない．一方で，回路を空間中に置かれた導体として，Maxwell 方程式を直接解く FDTD 法や有限要素法などといった電磁界解析が行われることもある．この方法では，どのような構造に対しても解析を行うことができるが，計算コストが大きく解析に長い時間がかかってしまう．また，この方法では回路解析というより電磁気学的な見方をするため，現象のメカニズムを把握するのは困難である．そこで，今回提案するモデルでは，単なる電磁界解析ではなく動作メカニズムを意識した上で高速かつ正確に電気回路解析を行うことを目的とする．特に，単導体線路における電流伝搬を基本とし，帰路線が明示できず電圧を定義できない場合においても，電流と電荷を変数に取ることで伝送線路と同じような取り扱いを行えるモデルを提案し，その組み合わせによって複雑な回路にも適応できることを目指したい．

本報告書では，解析対象とする導体線路を単導体素子を用いてモデル化する方法を提案する．まず，各単導体素子を流れる電流と電荷を定義し，それらが生成する電界を導出する．次に，各単導体素子の表面において，電界の境界条件および電荷保存則を用いることで素子を伝搬する電流が導かれることを示す．また，解析手順を整理すれば，電流伝搬は遅延方程式により記述できることを示し時間領域における解析を行う [8].

2　単導体素子の定義および生成電界の算出

本節では，線路を伝搬する電流および電荷がその周りに生成する電界を，Maxwell 方程式を用いて定式化する．また，本研究において基本的な前提としている無限長単導体線路について，電流および電荷が満たす波動方程式を示し，伝搬特性について述べる．その後に，提案手法の基本素子とする円柱の完全導体により構成される単導体素子の定義をする．

2.1　電流及び電荷が生成する電界の導出

電界を $\boldsymbol{E}$，電束密度を $\boldsymbol{D}$，磁界を $\boldsymbol{H}$，磁束密度を $\boldsymbol{B}$ とし，電流密度を $\boldsymbol{J}$，電荷密度を ρ とする Maxwell 方程式は以下のように表現できる．

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{4}$$

ここで，ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ とスカラーポテンシャル ϕ を考え，これらがローレンツ条件

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{5}$$

を満たしているとすると，式 (1) から式 (4) より，ダランベール演算子，

$$\Box^2 \equiv \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \tag{6}$$

を用いて，

$$\Box^2 \boldsymbol{A} = \mu_0 \boldsymbol{J} \tag{7}$$

$$\Box^2 \phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{8}$$

と表現することができる．この時，電界は

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{9}$$

を満たすので，両辺に $\Box^2$ をかけて式 (7)(8) を代入すると，

$$\Box^2 \boldsymbol{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla\rho - \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} \tag{10}$$

となり，電界は電流密度および電荷密度を波源としていることがわかる [1]．また，式 (7)(8) を解くことにより，真空中の座標 $\boldsymbol{r}'(x', y', z')$ を波源とする電流密度 $\boldsymbol{J}$ 及び電荷密度 ρ によって任意の観測点 $\boldsymbol{r}(x, y, z)$ に生成される $\boldsymbol{A}$ と ϕ は，

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int\int\int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}', t')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z' \tag{11}$$

$$\phi(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int\int\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}', t')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z' \tag{12}$$

と求まる．ただし，真空中であるので電磁波の伝搬速度は光速度 $c(=3.0\times10^8$ m/s) と等しく，

$$t' = t - \frac{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|}{c} \tag{13}$$

である．これは，観測点 $\boldsymbol{r}(x, y, z)$ におけるスカラーポテンシャル $\phi(\boldsymbol{r}, t)$ 及びベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ が時刻 t' に存在していた電流密度 $\boldsymbol{J}$ と電荷密度 ρ からの電磁波の遅延を含んでいることを示している．

ここで，電流密度 $\boldsymbol{J}$ と電荷密度 ρ が x 軸上のみに存在し，電流密度 $\boldsymbol{J}$ は x 方向成分 J_x のみ持つとすると，ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ も x 方向成分 A_x のみを持つことになる．したがって，x 軸上の電流と線電荷密度を $I_x(x', t'), \lambda(x', t')$ と置くと，式 (11) 及び (12) は，

$$A_x(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I_x(x', t')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \mathrm{d}x' \tag{14}$$

$$\phi(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda(x', t')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \mathrm{d}x' \tag{15}$$

と表現でき，

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial A}{\partial t} \tag{16}$$

に代入することで電界を求めることができる．

2.2 無限長単導体の電流伝搬

本研究の基本となる x 軸方向にのびる無限長完全単導体線路について考える．単導体線路において電流 I_0 および線電荷密度 λ_0 が x 軸正方向に伝搬することを考えると，電流 I_0 および線電荷密度 λ_0 が生成する電界の x 方向成分は，式 (10) より次のように表現できる．

$$\Box^2 E_x = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial \lambda_0}{\partial x} - \mu_0 \frac{\partial I_0}{\partial t} \tag{17}$$

今，完全導体について考えているため，その表面においては電界の境界条件が成り立っている．今，境界条件のうち $E_x = 0$ を考え，式 (17) の右辺が常に 0 になるとすると，

$$\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial \lambda_0}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial I_0}{\partial t} \tag{18}$$

が成り立つ．また同時に，線路上の各点において電荷保存則を満たすので，

$$\frac{\partial \lambda_0}{\partial t} = -\frac{\partial I_0}{\partial x} \tag{19}$$

が成立する．この二式より，この前提のもとでは電流および線電荷密度は波動方程式

$$\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \lambda_0}{\partial x^2} = 0 \tag{20}$$

$$\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 I_0}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 I_0}{\partial x^2} = 0 \tag{21}$$

を満たすこととなる [3][4]．この波動方程式を解くと，

$$I_0(x, t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct) \tag{22}$$

$$\lambda_0(x, t) = \frac{1}{c}\{f_1(x - ct) - f_2(x + ct)\} \tag{23}$$

が得られ，無限長完全単導体では電流および線電荷密度は光速 c で波形を変えることなく伝搬し，前進波は

$$I = c\lambda \tag{24}$$

を，後進波は

$$I = -c\lambda \tag{25}$$

の関係を満たすことを表わす．

以上のことから，本論文では有限長単導体線路における伝搬を考えた場合にも，単導体中で境界条件および電荷保存則を満たす電流と線電荷密度は光速 c でその波形を変えることなく伝搬すると仮定し，そのような伝搬特性を持つ単導体素子を用いてモデル化を行うことにより単導体線路の電流伝搬解析を行う．

また，単導体線路についてまとめると，表 1 のように伝送線路のモデルと比較することができる．この比較より，分布定数回路でモデル化する伝送線路と同じように，単導体線路においてもモデル化を行える可能性があることが言える．モ

表 1: 単導体線路と伝送線路の比較

	単導体線路	伝送線路
変数	電荷，電流	電圧，電流
伝搬速度	$1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=c$	$1/\sqrt{LC}$
変数の比	c	$\sqrt{L/C}$
方程式	電荷保存則，境界条件	KVL，KCL
端の影響	解析的に表現	あまり意識せず

デル化する上での問題点として，分布定数線路における特性インピーダンスに相当するパラメータが構造に依存せず，反射透過電流についてのモデル化をするためには何らかの他の影響を引き出さなければいけないことが言える．また，端の影響が出るため，解析対象が置かれる周辺すべての点からの影響を条件に入れなければいけない．

2.3 単導体素子の定義

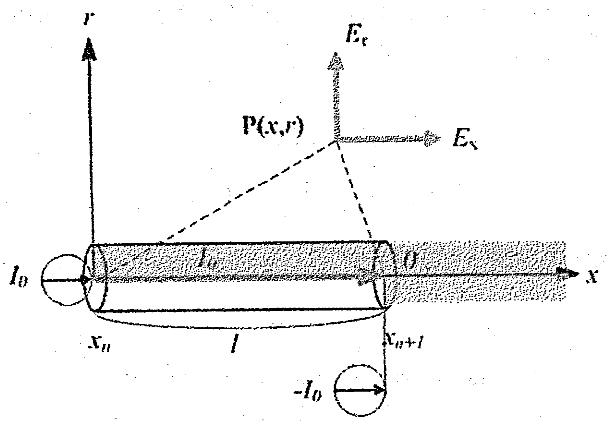


図 1: 単導体素子の定義

提案モデルの基本単位として，図 1 のような単導体素子を導入する．単導体素子は，半径 r，長さ l の円柱完全導体として定義する．また，片方からステップ電流 I_0 を注入すると，光速 c でその波形を変えずに伝搬した後，他方から $-I_0$ として抜き出されるものとする．ただし，電流は中心を流れるものと仮定して代表させる．

このときステップ電流 $I_0(x,t)$ は，

$$I_0(x,t) \equiv I_0 H\{t-(x-x_n)/c\}\{H(x-x_n)-H(x-x_{n+1})\} \quad (26)$$

と表現できる．また，同時に大きさが $\lambda_0 \equiv I_0/c$ を満たす線電荷密度も電流と共に伝搬し，

$$\lambda_0(x,t) \equiv \lambda_0 H\{t-(x-x_n)/c\}\{H(x-x_n)-H(x-x_{n+1})\} \quad (27)$$

と表現できる．式 (14)(15)(16) より，これらの電流および線電荷密度が電界を生成することがわかる [5][6][7].

ここで，$t=0$ において $x=x_n$ に出現し，$x=x_{n+1}$ まで伝搬する電流及び線電荷密度が，時刻 t において観測点 $\mathrm{P}(x,r)$ に生成する電界を導出する．このとき，$t=0$ において $x=x_n$ に出現した電流及び線電荷密度が生成した電界が観測点 P に到達する時刻を t_1，$x=x_{n+1}$ で抜き出された電流及び線電荷密度が生成した電界が到達する時刻を $t=t_2$ とすると，生成電界は次のようになる [2].

$$E_x(x,r,t) = -\frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{\frac{H(t-t_1)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}} - \frac{H(t-t_2)}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\} \quad (28)$$

$$E_r(x,r,t) = \frac{I_0}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1+\frac{(x-x_n)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}}\right\}H(t-t_1) - \left\{1+\frac{(x-x_{n+1})}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\}H(t-t_2)\right] \quad (29)$$

同様に $t=0$ において $x=x_{n+1}$ で発生し，$x=x_n$ まで伝搬する電流及び線電荷密度を考える．このとき，$t=0$ において $x=x_{n+1}$ に出現した電流及び線電荷密度が生成した電界が観測点に到達する時刻を t_1，$x=x_n$ で抜き出された電流及び線電荷密度がが生成した電界が観測点に到達する時刻を $t=t_2$ とすると，

$$E_x(x,r,t) = -\frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{\frac{H(t-t_1)}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}} - \frac{H(t-t_2)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}}\right\} \quad (30)$$

$$E_r(x,r,t) = -\frac{I_0}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1-\frac{(x-x_{n+1})}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\}H(t-t_1) - \left\{1-\frac{(x-x_n)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}}\right\}H(t-t_2)\right] \quad (31)$$

と表現できる．このように，単導体素子上を伝搬するステップ電流が観測点に生成する電界は，それぞれの電流の波源と観測点の位置関係から計算することができ，単導体素子の端点からのみの影響で生成されることがわかる．

本節ではステップ波形の電流についてのみ議論したが，この計算は時間変化する電流 $I(t)$ についても適用することができる．正の方向に伝搬する場合，

$$E_x(x,r,t) = -\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{\frac{I(t-t_1)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}} - \frac{I(t-t_2)}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\} \quad (32)$$

$$E_r(x,r,t) = \frac{1}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1+\frac{(x-x_n)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}}\right\}I(t-t_1) - \left\{1+\frac{(x-x_{n+1})}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\}I(t-t_2)\right] \quad (33)$$

と表現でき，負方向への伝搬の場合も同様に，

$$
\begin{aligned}
E_x(x,r,t) &= -\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{\frac{I(t-t_1)}{\sqrt{y^2+(x-x_{n+1})^2}}\right. \\
&\quad \left. -\frac{I(t-t_2)}{\sqrt{y^2+(x-x_n)^2}}\right\} \qquad (34)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_r(x,r,t) &= -\frac{1}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1-\frac{(x-x_{n+1})}{\sqrt{r^2+(x-x_{n+1})^2}}\right\}I(t-t_1)\right. \\
&\quad \left. -\left\{1-\frac{(x-x_n)}{\sqrt{r^2+(x-x_n)^2}}\right\}I(t-t_2)\right] \qquad (35)
\end{aligned}
$$

と表現される．

3 解析手法の提案

本節では，前節で定義した単導体素子を用いて提案手法による解析方法を説明する．

3.1 解析対象の単導体素子によるモデル化

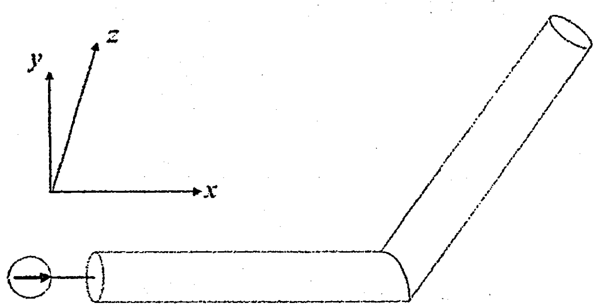


図 2: 解析対象の例

解析対象として，図 2 のような半径 a の円柱によって構成される $x-y$ 平面上の線構造を考える．ここで，2.3 節で導入した単導体素子によるモデル化を考える．この時，単導体素子中で電流は無損失かつ光速 c で形を変えずに伝搬すると仮定するため，直線線路など伝搬が滞りなく起こるような構造を解析する場合には，一つの長い単導体素子でモデル化することができる．一方，図 2 のような構造を解析する場合には，屈曲部近傍において生成する電界が伝搬に影響を与えるため，その影響を表わすために屈曲部付近では充分短い単導体素子を使ってモデル化する必要がある．そこで，今回は長さ l の単導体素子を用いて図 3 のようにモデル化を行う．さらに，単導体素子の接続点ごとに，前進電流 $i_n^f(t)$ と後進電流 $i_n^b(t)$ を定義する．ただし，各要素の電流は，中心を流れるものとして代表させることとする．このようにモデル化した解析対象について，それぞれの素子電流が生成する電界を求め，電界の境界条件と電荷保存則を与えることにより電流伝搬を解析する．

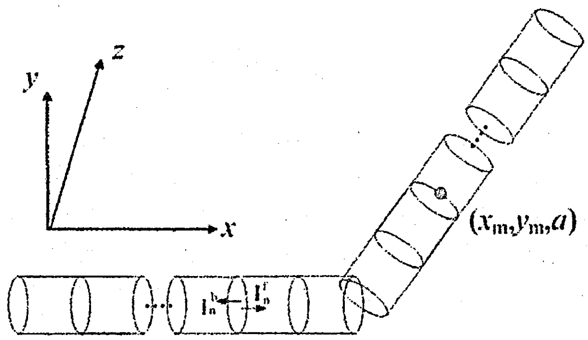


図 3: モデル化の例

3.2 電流伝搬メカニズム

接続点 n を始点とする電流 $i_n^f(t)$，$i_n^b(t)$ および，その抜き出し電流が観測点 $P(x,y,z)$ に生成する電界を求める．前節の結果より，$i_n^f(t)$ の方向を x 軸として考えると次のように導出される．

$$
\begin{aligned}
E_x(x,y,z) &= -\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{\frac{I_n^f(t-\frac{R_n}{c})}{R_n}-\frac{I_n^f(t-\frac{R_{n+1}+l}{c})}{R_{n+1}}\right. \\
&\quad \left. +\frac{I_n^b(t-\frac{R_n}{c})}{R_n}-\frac{I_n^b(t-\frac{R_{n-1}+l}{c})}{R_{n-1}}\right\} \qquad (36)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_r(x,y,z) &= \frac{1}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1+\frac{x-x_n}{R_n}\right\}I_n^f(t-\frac{R_n}{c})\right. \\
&\quad \left. -\left\{1+\frac{x-x_{n+1}}{R_{n+1}}\right\}I_n^f(t-\frac{R_{n+1}+l}{c})\right] \\
&\quad -\frac{1}{4\pi r}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\left\{1-\frac{x-x_n}{R_n}\right\}I_n^b(t-\frac{R_n}{c})\right. \\
&\quad \left. -\left\{1-\frac{x-x_{n-1}}{R_{n-1}}\right\}I_n^b(t-\frac{R_{n-1}+l}{c})\right] \qquad (37)
\end{aligned}
$$

ただし，$R_n=\sqrt{(x-x_n)^2+y^2+z^2}$，$r=\sqrt{y^2+z^2}$ である．

ここで，伝搬電流を求めたい素子の表面を表わす点 (x_m, y_m, a)(以下，マッチングポイントと呼ぶ．) において式 (36)(37) を用いて電界を求めその電流伝搬方向成分を E_{mn} とすると，電界の境界条件を適応することにより，

$$
\sum_{n=1}^{N} E_{mn} = 0 \qquad (38)
$$

が成り立つこととなる．また，マッチングポイントを置く素子を流れる電流を別項として取り出し，電流源からの影響 $E_{m,in}$

を加えて整理すると，各素子において，

$$\sum_{m\neq n} E_{\mathrm{mn}} + E_{\mathrm{m,in}} = \frac{1}{4\pi a}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m-1}}(t-\frac{l}{c}) + I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m+1}}(t-\frac{l}{c})\right\} \quad (39)$$

が成り立つ [8]．さらに，単導体素子の長さによる影響を補正するために，マッチングポイントにおいて求めた電界 E_{mn} を前後 $l/2$ の長さで線積分を行う．この操作により，単導体素子として長いものを用いた場合にも，その間の影響を含んで解析を行うことができる．このとき，式 (39) は次のように拡張される．

$$\int\left\{\sum_{m\neq n} E_{\mathrm{mn}} + E_{\mathrm{m,in}}\right\}dl = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\log\left|\frac{\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}{-\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}\right| \times\left\{I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m-1}}(t-\frac{l}{c}) + I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m+1}}(t-\frac{l}{c})\right\} \quad (40)$$

ただし，積分において，時間 t については積分経路の中心で代表させるものとする．

次にマッチングポイントにおける電荷保存則を考える．線要素に電荷が蓄積すると仮定したとき，その電荷の大きさは，以下のように計算される．

$$Q_{\mathrm{m}}(t) = \int_0^t\left\{I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m-1}}(t'-\frac{l}{c}) + I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m}}(t') - I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m}}(t') - I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m+1}}(t'-\frac{l}{c})\right\}\mathrm{d}t' \quad (41)$$

今，電荷の蓄積が起こらないと仮定すると，

$$I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m-1}}(t-\frac{l}{c}) + I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m}}(t) - I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m+1}}(t-\frac{l}{c}) = 0 \quad (42)$$

が成り立つ．

式 (40)(42) を解くことにより，各素子ごとを流れる電流を求めることができる．ここでは，時間領域によって電流伝搬を求める方法を提案する．2式を連立して解き，整理すると，

$$\begin{cases} I^{\mathrm{f}}_{m}(t) = I^{\mathrm{f}}_{m-1}(t-\frac{l}{c}) + 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\dfrac{\int\{\Sigma_{m\neq n}E_{mn}+E_{m,in}\}dl}{\log\left|\frac{\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}{-\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}\right|} \\ I^{\mathrm{b}}_{m}(t) = I^{\mathrm{b}}_{m+1}(t-\frac{l}{c}) + 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\dfrac{\int\{\Sigma_{m\neq n}E_{mn}+E_{m,in}\}dl}{\log\left|\frac{\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}{-\frac{l}{2}+\sqrt{(\frac{l}{2})^2+a^2}}\right|} \end{cases} \quad (43)$$

という遅延方程式が導かれる [8]．この式を実際に書き下すと，$I^{\mathrm{f}}_{m}(t)$ および $I^{\mathrm{b}}_{m}(t)$ は図 4 のような光円錐上の電流と，遅延を伴って到達する前後の素子での抜き出し電流から計算されることがわかる．

また，実際に伝搬する電流は

$$I_{\mathrm{m}}(t) = I^{\mathrm{f}}_{\mathrm{m}}(t) + I^{\mathrm{b}}_{\mathrm{m+1}}(t-l/c) \quad (44)$$

として求められる．

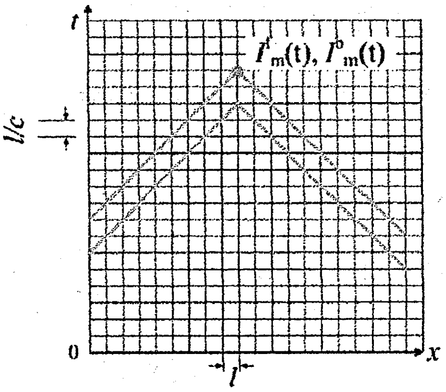


図 4: 光円錐の 1 次元断面図

4 無限長単導体の解析

提案手法を用いて，直線単導体線路についての電流伝搬解析を行う．特に，2.2 節で述べたように，無限長単導体線路では電流が無損失かつ光速 c で波形を変えることなく伝搬することを確認する．

4.1 解析対象のモデル化

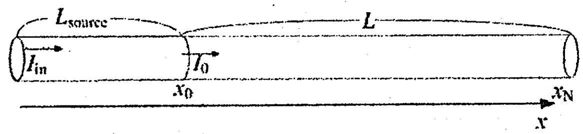


図 5: 無限長単導体線路の解析モデル

解析対象として，半径 r，全長 L の円柱単導体線路を考え，長さ l の単導体素子を用いてモデル化を行う．ここで，始端 x_0 に接続する電流源について考える．電流源のモデルとして図 5 のように長さ L_{source} 離れた位置から電流を注入するものを考え，L_{source} を伝搬した後に解析導体に注入されるものとする．今，このが m 番目のマッチングポイントに生成する x 軸方向の電界を求めると，

$$E_{\mathrm{m,in}} = -\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{(L_{\mathrm{source}}+x_{\mathrm{m}}-x_0)^2+r^2}}I_{\mathrm{in}}(t-\tau_{\mathrm{m,in}}) \quad (45)$$

となる．ただし，$\tau_{\mathrm{m,in}}$ は，電流源の始端からマッチングポイントまでの遅延時間とする．無限長単導体線路を解析対象とする場合には，この電流源長 L_{source} を無限長に設定する．この設定により，式 (45) はゼロとなり，設定した入力電流が波形を崩さずに単導体の端点から入力される [7]．

4.2 解析結果

解析パラメータを表2に示す．また，入力電流は以下の式で表わされる準ステップ電流とした．

$$i_0(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{1 - \cos\frac{\pi t}{T_0}\right\} & (0 \le t \le T_0) \\ 1 & (t > T_0) \end{cases} \tag{46}$$

無限長単導体線路と有限長単導体線路の伝搬特性を比較するため，電流源長を $L_{\mathrm{source}} = \infty, 1.5mm$ の二通りに設定を変えて解析を行った．また，$T_0 = 20\mathrm{ps}$ とした．結果を図6，図7に示す．結果の図は，入力電流が端点に到達してから $11.25\mathrm{ps}(= T/9)$ 毎に横軸に位置 x(mm)，縦軸 I(A) として電流波形をプロットしたものである．

表 2: 直線単導体線路の解析パラメータ

全長 L	半径 r	素子長 l	離散数 N
30mm	1.0mm	2.0mm	15

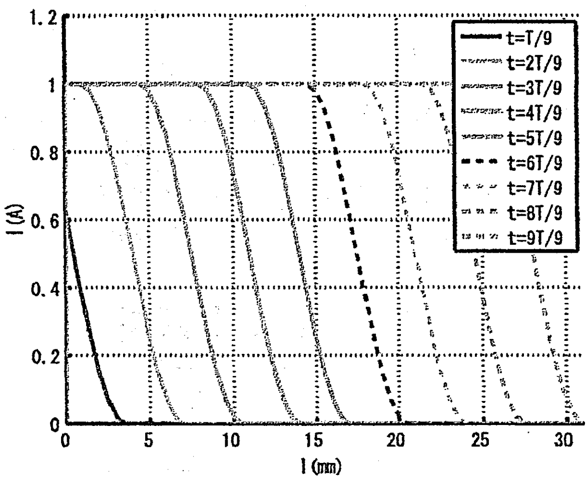


図 6: 無限長単導体線路の電流伝搬

この結果からわかるように，電流源が有限長の場合には電流波形が鈍って伝搬されているのに対し，無限長では入力波形が光速 c で波形を変えることなく伝搬されている．ここで，電流源を無限長とすることは，無限長単導体線路について考えていることに相当し，2.2節で述べたように無限長単導体線路では進行方向に電界を生成せず電流が無損失かつ光速 c で波形を変えることなく伝搬することが確認できた．また一方で，電流源を有限長とした場合はその始端から生成される電界が影響を及ぼしていることが確認できる．

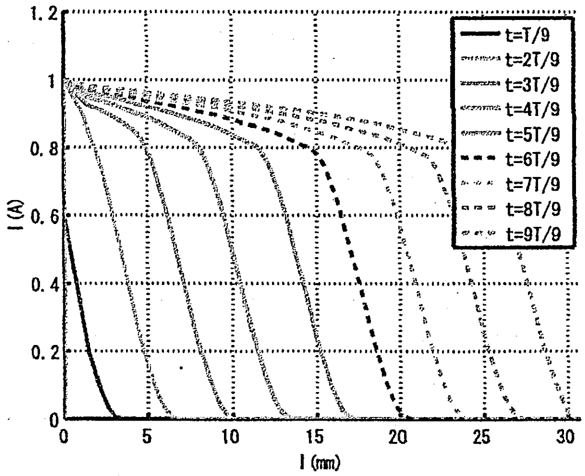


図 7: 有限長単導体線路の電流伝搬

5 単導体線構造の電流伝搬解析

本節では，3.2で導出した遅延方程式を用いて単導体線構造の解析を行い，解析対象の端から生成される電界に注目して電流伝搬メカニズムの解明を行う．

5.1 屈曲単導体の解析

5.1.1 屈曲単導体の解析モデル

解析対象として，半径 r の円柱単導体で，長さ L_b で直角に折れ曲がった図8に示すものとする．ただし，終端からの反射等の影響を無視するため，終端は無限長に伸びているものとする．また，電流源の端からの影響を無視するために $L_{\mathrm{source}} = \infty$ とし，準ステップ電流の立ち上がり時間 T_0 は20psとした．

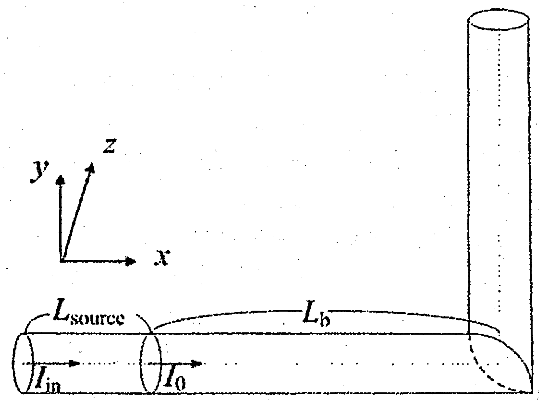


図 8: 屈曲単導体線路の解析モデル

5.1.2 屈曲単導体の電流伝搬シミュレーション

解析パラメータを表 3 に，解析結果を図 9 に示す．結果の

表 3: 屈曲単導体解析パラメータ

屈曲長 L_b	半径 r	素子長 l	離散数 N
30mm	1.0mm	2.0mm	30

図は，入力電流が端点に到達してから 22.8ps(= $T/9$) 毎に横軸を線路の位置 l(mm)，縦軸を電流 I(A) として電流波形をプロットしたものである．

この結果より，入力電流が時間と共に光速 c で伝搬すると

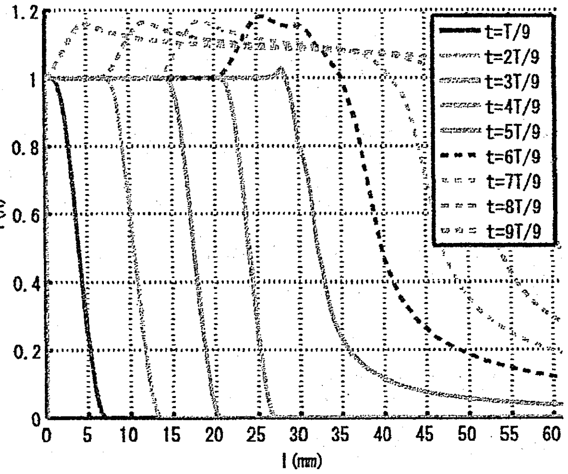


図 9: 屈曲単導体線路の解析結果

ともに，屈曲部前後において反射透過のような現象が起こっていることがわかる．ここで，時刻 $t = 5/9T$(= 114ps) の波形に注目する．このとき，光速 c で伝搬する電流の波頭は 34.2mm まで到達していることになる．しかし，結果の図では 34.2mm 以降にも電流が到達していることがわかる．これは，屈曲部までを電流が伝搬すると同時に，屈曲部より先の導体部分に空間中を無限遠から伝搬する電流源起因の電界が伝搬電流より先に到達するためだと考えられる [7]．

ここで，この反射透過電流の発生メカニズムを考える．ここではメカニズムに注目するため，周辺からの電界はマッチングポイントの軸上 $(L_b, y, 0)$ に生成される電界で代表させ，電界は積分値ではなくマッチングポイントで代表させたものを用いて説明する．今，伝搬電流が屈曲先のマッチングポイント (L_b, y, a) に到達する直前の電界について考える．この時，ここまでの議論より端となる部分からの影響のみを考えれば良いので，マッチングポイントには無限遠の電流源から空間中を伝搬した

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{m,in}} &= \frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{y}\left(1 + \frac{L_b + L_{\mathrm{source}}}{\sqrt{(L_b + L_{\mathrm{source}})^2 + y^2}}\right) \\
&= \frac{I_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{y} \quad (L_{\mathrm{source}} \to \infty) \qquad (47)
\end{aligned}
$$

の電界が発生することが求められる．この電界 $E_{\mathrm{m,in}}$ が伝搬電流より先に到達し，その影響による電流が誘導される．誘導される電流を $I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{b}}(t)$ および $I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t)$ とすると，電界の境界条件より，

$$
E_{\mathrm{m,in}} - \frac{1}{4\pi a}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left\{I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t) + I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{b}}(t)\right\} = 0 \qquad (48)
$$

が成り立つ．ただし，伝搬電流が到達する前なので時刻 t より前の時刻の電流は 0 と仮定した．また，誘導は前進電流および後進電流とも等方的に起こるとし $I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t) = I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{b}}(t)$ とすると，

$$
I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t) = I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{b}}(t) = \frac{a}{y}I_0 \qquad (49)
$$

となり，

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{m}}(t) &= I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t) + I_{\mathrm{m-1}}^{\mathrm{b}}(t - \tau_{\mathrm{m,m-1}}) \\
&= \frac{a}{y}I_0 \qquad (50)
\end{aligned}
$$

が誘導されることがわかる．実際にシミュレーション結果と比較すると図 10 のようになり，ほぼ一致していることが確認できる．屈曲部付近のずれは半径の大きさを無視したため生じたものである．さらに，伝搬電流が屈曲部を通過すると，無

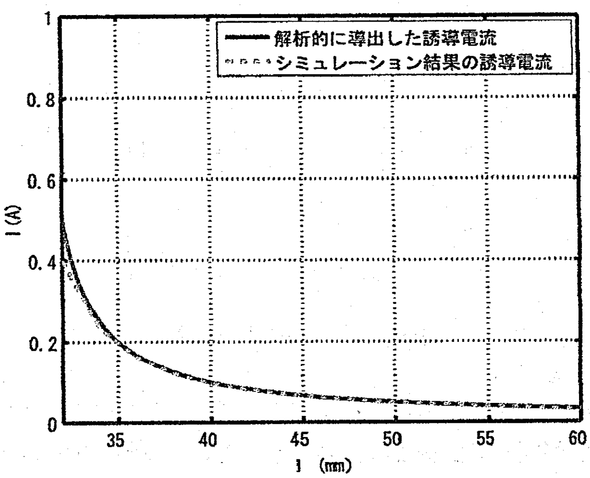


図 10: 屈曲部から先の誘導電流 ($E_{\mathrm{m,in}}$ 到達直後)

限長の電流源から注入された電流 I_0 は，x 軸方向に伝搬した後に屈曲点 $(L_b, 0, 0)$ で x 軸方向に $-I_0$ として抜き出され，それと同時に y 軸方向に I_0 が注入される．それらの電流に起因する電界を計算すると，x 軸方向の抜き出し電流 $-I_0$ の半径方向成分は，

$$
E_{\mathrm{m,b-}} = \frac{-I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{y} \qquad (51)
$$

となり，y 軸方向の注入電流 I_0 の平行向成分として，

$$E_{\mathrm{m,b+}} = -\frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{y} \tag{52}$$

となる．これらの電界と電流源起因の電界 $E_{\mathrm{m,in}}$ の合計を求めると，

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{m}} &= E_{\mathrm{m,in}} + E_{\mathrm{m,b-}} + E_{\mathrm{m,b+}} \\ &= \frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left(\frac{2}{y} - \frac{1}{y} - \frac{1}{y}\right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{53}$$

となり，これらの電界が到達した後には電界の境界条件が満たされていることがわかる．つまり，屈曲点から先に誘導される電流は，伝搬電流の到達に伴って屈曲部に近い方から打ち消され図 11 のように変化する．結局，屈曲部に現れた反射透過電流はこの誘導電流の重ね合わせが屈曲部前後に伝搬したものであることがわかる．

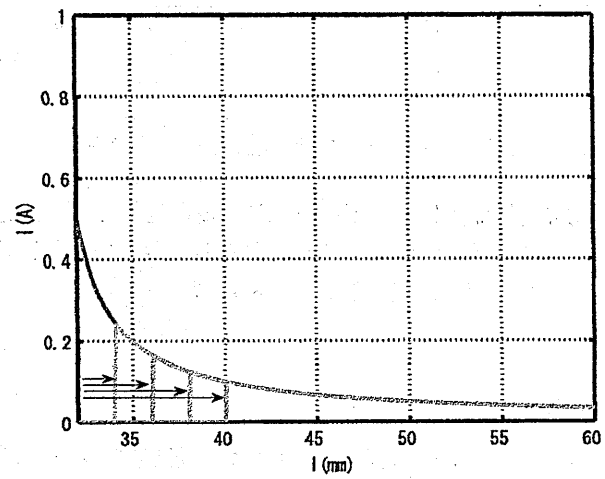


図 11: 伝搬電流の到達に伴う誘導電流の時間変化

5.2 三次元線構造の解析

5.2.1 三次元線要素の解析モデル

次に図 12 のような三次元線構造について解析を行う．それぞれ線要素は x 軸 y 軸 z 軸方向に伸びており，長さ L_b 毎に屈曲する．ただし，終端からの反射等の影響を無視するため，終端は無限長に伸びているものとする．また，電流源の端からの影響を無視するために $L_{\mathrm{source}} = \infty$ とし，準ステップ電流の立ち上がり時間 T_0 は 20ps とした．

5.2.2 三次元線要素の電流伝搬シミュレーション

解析パラメータを表 4 に，解析結果を図 13 に示す．結果の

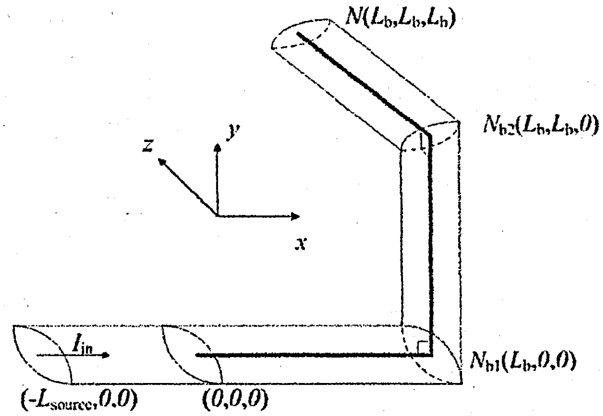


図 12: 三次元線構造の解析モデル

表 4: 三次元線構造の解析パラメータ

屈曲長 L_b	半径 r	素子長 l	離散数 N
30mm	1.3mm	2.0mm	45

図は，入力電流が端点に到達してから 33ps($= T/9$) 毎に横軸を線路の位置 l(mm)，縦軸を電流 I(A) として電流波形をプロットしたものである．

この結果より，線路上を光速 c で伝搬するとともに，二か所

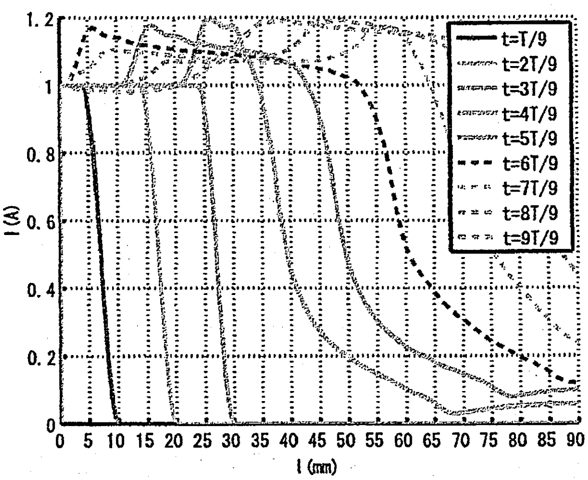


図 13: 三次元線構造の解析結果

の屈曲部で反射透過のような現象や誘導電流の発生が起こっていることがわかる．第一屈曲部については，前節と同様のメカニズムが当てはまる．一方で，第二屈曲点から先の部分では反射透過のような現象に加えて，伝搬電流が到達するかなり前の時刻に誘導電流が発生し，前後に広がっていく様子を見て取れる．

ここでも誘導電流の発生メカニズムに注目するため，前節

と同様に周辺からの電界は軸上で代表させ，第二屈曲部の先のマッチングポイント (L_b, L_b, z) における誘導電流を求める．伝搬電流が第一屈曲部に到達した瞬間に電流源がマッチングポイントに生成する電界は電流源長 L_{source} を無限大とすると

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{m,in}} &= \frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\frac{L_b}{\sqrt{L_b^2+z^2}}}{\sqrt{L_b^2+z^2}}\left(1+\frac{L_b+L_{\mathrm{source}}}{\sqrt{(L_b+L_{\mathrm{source}})^2+z^2}}\right) \\
&= \frac{I_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{z}{L_b^2+z^2} \quad (L_{\mathrm{source}}\to\infty) \qquad (54)
\end{aligned}
$$

と求められる．この電界 $E_{\mathrm{m,in}}$ が伝搬電流より先に到達し電流が誘導される．前節と同様に誘導電流を計算すると，

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{m}}(t) &= I_{\mathrm{m}}^{\mathrm{f}}(t)+I_{\mathrm{m-1}}^{\mathrm{b}}(t-\tau_{\mathrm{m,m-1}}) \\
&= \frac{az}{L_b^2+z^2}I_0 \qquad (55)
\end{aligned}
$$

の電流が誘導されることがわかる．実際に，解析的に求めた誘導電流とシミュレーション結果を比較すると図 14 のように一致し，第二屈曲部より先の電流は電流源からの影響が伝搬電流より先に誘導するもので，その誘導電流が前後に伝搬したものであることが確認できた．

また，反射透過電流についても考える．伝搬電流が第二屈

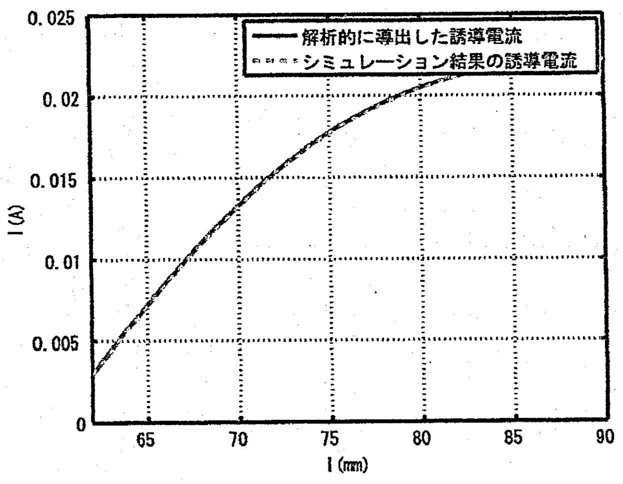


図 14: 第二屈曲部から先の誘導電流 ($E_{\mathrm{m,in}}$ 到達直後)

曲部に到達した瞬間にマッチングポイントに生成される電界は，電流源起因のものと第一屈曲部起因のものを併せて，

$$
E_{\mathrm{m}} = \frac{I_0}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\left[\frac{z}{L_b^2+z^2}+\frac{1}{z}\left\{1+\frac{L_b}{\sqrt{L_b^2+z^2}}\right\}\right] \qquad (56)
$$

と求めらる．この電界による誘導電流を実際に計算しプロットすると図 15 のようになり，第一屈曲部で反射透過電流を誘導した電界

$$
E = \frac{I_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{z} \qquad (57)
$$

による誘導電流 $I_{\mathrm{m}} = r/z$ とほぼ一致することが確認できる．つまり，この場合も第一屈曲部と同様に伝搬電流の到達に伴って，

$$
E_{\mathrm{m}} \doteqdot 0 \qquad (58)
$$

が満たされることがわかり，反射透過電流の発生メカニズムは第一屈曲部と同様に考えられることがわかった．実際には

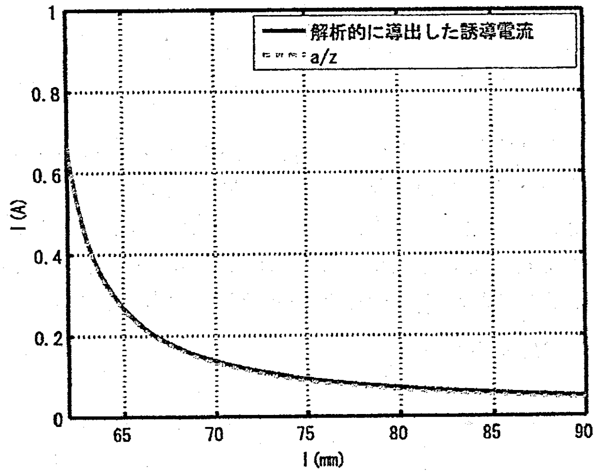


図 15: 第二屈曲部の反射透過電流発生メカニズム

前述の誘導電流が先に流れているため，誘導電流と反射透過電流の重ね合わせ電流が流れることとなり，第一屈曲部に比べてやや大きい値の電流になっていると考えられる．

6 まとめ

本報告書では，波動方程式を満たす電流伝搬特性を持つ単導体素子を定義し，それによってモデル化した三次元線構造について電流と電荷を変数とする時間領域のアルゴリズムで電流伝搬を解析する方法を提案した．特に，単導体素子を用いてモデル化した場合、構造の端となる部分に注目すれば誘導電流の発生メカニズムを明らかにできることを確認した．また，伝送線路の解析を対象とする分布定数回路モデルと提案モデルを比較し，一本の線路のみで表現され，明示的な帰路線がない線路においても伝送線路と同じような議論ができる可能性を示唆した．

参考文献

[1] 太田浩一, 電磁気学の基礎　, EMCJ, pp.341-342, シュプリンガー・ジャパン株式会社, 東京, 2009.

[2] R.Lundholm, R.B.Finn Jr, W.S.Price,"Calculation of Transmission Line Lightning Voltages by Field Concepts," AIEE Transactions, vol.76, pp.1271-1283, 1958.

[3] 久門尚史, 吉村和紘, 奥村浩士, " 単導体線路によるコモンモードの実験的ならびに理論的検討," 信学技報, Vol.105, EMCJ2005-74, pp91-96, 2005

[4] T. Hisakado, K. Yoshimura, K. Okumura, "Analysis of Common Mode Propagation Based on Single Conductor Line," Proc. PIERS2006, 1P3, pp.76-80, 2006.

[5] T. Hisakado, N. Takayama, O. Wada, "Reflection and Transmission Analysis on Single Conductor Line," 2009 Int. Symp. Electromagnetic Compatibility, 22P4-1, pp.481-484, Kyoto, Japan, July 2009.

[6] T. Sokooshi, T. Hisakado, U. Paoletti, and O. Wada, "Analysis of Current Propagation on Single Conductor Line Using Point Charges and Propagating Line Currents,"Proc. PIERS Moscow 2009, pp.1562-1566, Moscow, Russia, 2009.

[7] 底押辰弥, 久門尚史, 和田修己, " 伝搬線電流及び静止点電荷を用いた単導体の解析," 信学技報, Vol.109, CAS2009-77, pp.77-82, June, 2009.

[8] 和田善信, 久門尚史, 和田修己, " 伝搬線電流を用いた単導体線路の時間領域における解析," 信学技報,Vol.110, EMCJ2010-29, pp.55-60, July, 2010.

輻射科学研究会資料
RS11-04

プラズマアレイ上の局在表面波導波現象

Guided localized surface waves on plasma array

酒井 道、前田 潤
Osamu Sakai and Jun Maeda
京都大学大学院工学研究科
Kyoto University

2011 年 5 月 26 日
於 京都大学

概要

遮断密度を越えた電子密度を持つプラズマ表面には、表面波が伝搬することが古くから知られている。我々は、プラズマの持つ以下の3つの特性に焦点をあてて、この表面波に関わる新たな現象とその応用について説明する。その中心となるのは、電磁波波長より小さなプラズマ上での表面波として局在性である。小さなプラズマをアレイ状に整列させることで、局在表面波はチェーン状に導波され、可変導波路形成へと応用が見込める。そのとき、金属表面の表面プラズモン励起子とは異なり、電子密度が端部で有意な長さの傾斜を持つことで、伝搬周波数帯域が広範になることを示す。最後に、比較的大電力のマイクロ波のための非線形過程を含めた導波路形成の理論モデルについて述べる。

Abstract

Surface waves on an overdense plasma have been explored for a few decades, while some new aspects of this phenomenon will attract further scientific interests and lead to novel application fields. Here we focus on surface waves localized on a microplasma whose size is much smaller than the wavelength; using an array of the microplasmas, microwaves can be conducted along its structure like a chain, which can be a reconfigurable waveguide. The frequency spectrum of their propagation is much broader than that of surface plasmon polaritons on metal surfaces since the gradient region of electron density in the plasmas has a significant length. One application of this reconfigurable waveguide is a controller of high-energy-density microwaves, and waveguides with nonlinear processes are investigated theoretically.

Keywords

Plasma, electromagnetic wave, surface wave

1. はじめに

プラズマと電磁波の相互作用について、その研究の歴史は長い[1-3]。その中の1つのトピックスとして、プラズマ表面に伝搬する表面波をあげることができる[4-10]。ここで言う表面波とは、誘電率が正と負の媒質の境界面を伝搬する波動を指し、ときには電磁波成分と負の誘電率媒質を形作る荷電粒子が結合して特殊な分散関係を形作る。歴史としてはプラズマ上の表面波の研究の方が古いと思われるが、最近では金属表面に伝搬する表面プラズモン励起子が光制御の必要性と相まって大変盛んに研究され応用展開も図られている[11-14]。

我々は、これまでプラズマを mm サイズに微小化してその周期的な集合体に電磁波（マイクロ波～ミリ波）を入射することで、禁制帯の発現や共鳴構造との組み合わせによる負の屈折率体への展望を理論・実験の両面で検討してきた[15-18]。その中で、周期的な集合体中を伝搬する電磁波の分散関係（バンド図でもある）を計算すると、電磁波の周波数がプラズマ周波数より低い領域で、群速度が遅い特異なブランチが多数出てくることに気付いた。実際に実験をしてみても、同様の波動伝搬が多数見られる[19]。そこで参考になったのは、ナノ金属粒子列に沿った局在表面プラズモンの伝搬モードに関する理論・実験[12-14]と、金属フォトニック結晶の理論計算結果[20]であった。それらの研究においては、我々が分散関係を理論的に計算して得た結果、あるいは実験で観測した結果と、同様の点もあるが、異なる点も確認された。

異なる原因に関しては、伝搬波動の周波数がそれぞれの場合のプラズマ周波数に応じて、マイクロ波か光波か、という違いが簡単に指摘できるが、これは周波数軸を変換してみれば済むことである。次に、電子の弾性衝突周波数の違いが挙げられ、これはプラズマ周波数との相対値でみたとき、プラズマの場合がかなり高い。しかし、これは基本的には波数の虚数成分（減衰項）に影響を及ぼすだけで、分散関係そのものへの影響は考えにくい。最後に残った違いが、端部における電子密度勾配の影響であり、この様子を図1に示す[21]。金属の場合は、やや変調効果を考える場合もあるものの、ほとんどはステップ状の密度分布を考えれば十分であり、それを大前提として表面プラズモンの研究は行われている。このとき、表面波の分布する領域幅

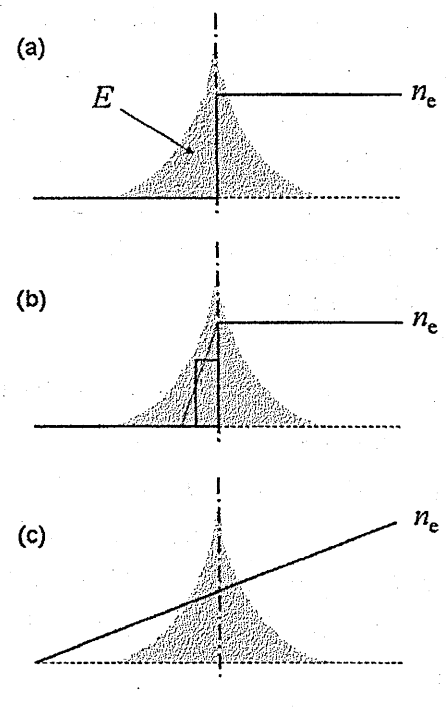


図1. 端部での電子密度分布と表面波電界強度分布の概略。(a) 電子密度がステップ状分布の場合（理想的な金属表面の場合）。(b) バルクセルベージモデルの場合。(c) 電子密度に空間勾配がある場合（放電プラズマの場合）。

より電子密度の勾配が存在する領域はごく短く、境界条件として考慮すれば十分である。しかし、プラズマの場合は、表面波が分布しうる領域幅よりも電子密度勾配が存在する領域の方が長くなる場合が多く、金属の場合とは正反対となり、解析が難しくなる。

解析は困難であるが、微小なプラズマの集合体を表面波伝搬媒体とすることには、魅力がある。すなわち、プラズマは外部電力によりオンオフできるし、金属の場合と同様であるならば、屈折限界を越え、９０度の曲折やＴ字型の分岐が容易な、微小幅のマイクロ波導波路を実現できる可能性がある。さらには、大電力マイクロ波の制御素子としての可能性もある。つまり、気体充填セルを単位として、そのアレイを配置しておけば、大電力マイクロ波がプラズマ生成を行いながら自らが局在表面波となってアレイ列に沿って伝搬する可能性があり、その非線形機構の下に双安定状態などをとる可能性がある。すなわち、プラズマという大電力マイクロ波と比較的相性の良い媒質を利用し、通常は容易ではない大電力マイクロ波の扱い、例えば導波やスイッチング動作を極めて簡単に実現できる可能性を探りたくなる。

以上のような観点で、本報告では、プラズマアレイ上を伝搬する局在表面波モードについて、総合的に調べる。まず、表面波の伝搬について、密度勾配が存在することでどのように分散関係が変化するか、解析解を導出する。次に、数値計算により、単純な直線状の１次元アレイに沿った局在表面波モードについて、密度勾配の存在の有無による変化を調べた上で、曲折及び分岐の導波現象を調べる。この現象については、数値計算結果を部分的に裏付ける実験結果も示す。さらに、伝搬マイクロ波の電力が強くなり、プラズマ生成を伴って現象全体が非線形性を帯びるとき、マイクロ波の伝搬がどのように解析されるか、理論モデルを提示する。

２．電子密度勾配による半無限プラズマ上の表面波伝搬の変化

無限空間の半分（$z \leq 0$）をプラズマが、残りの半分（$z > 0$）を真空が満たしている状態を考える。もし、プラズマの電子密度分布がステップ状であるなら、その場合の分散関係は、

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right) \qquad (1)$$

となることは、境界面（$z=0$）での電磁界の連続の条件から導かれる。金属の場合その

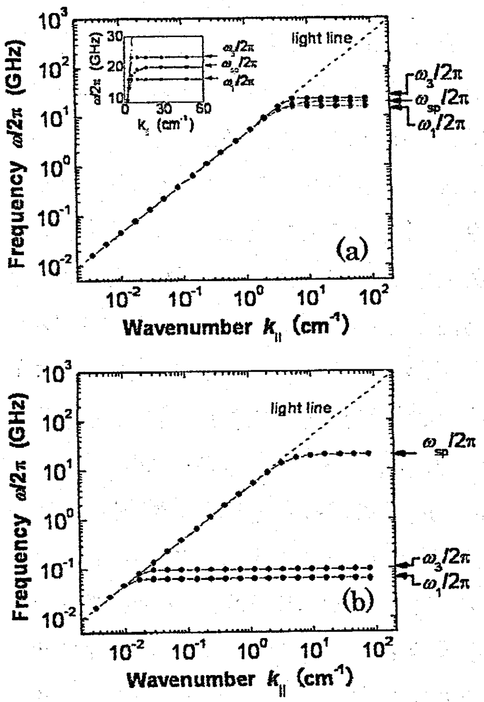


図2. 端部での電子密度分布に勾配がある場合の分散関係。分布内の最大の電子密度を10^{13} cm^{-3} とし、低次の2つのブランチのみ示す。(a) $\alpha_1 = 3\times10^6$ cm^{-1}。(b) $\alpha_1 = 4\times10^1$ cm^{-1}。

ような想定はほぼ理にかなっているが、プラズマの場合にステップ状の電子密度分布になるケースは、境界面でプラズマ粒子は反射しかつ非常に再結合係数が小さい、あるいは逆にどの場所でも均一にプラズマ生成がなされてかつ粒子輸送が起こらずにその場で再結合する、といった極端な条件に限られる。

従って、以下本章ではプラズマは境界面で電子密度n_eがゼロでそこから徐々に増えていく、という場合を考える。もし粒子の輸送を考えずに、電子密度が徐々に変化することだけを考えると、プラズマの誘電率はドルーデ型で与えられるので、どの周波数でも比誘電率εがゼロになる前後で表面波が伝搬しうる。しかし、プラズマ中では電子の空間的輸送が発生するため、電子が電磁界と結合する様式は極めて複雑になり、一般には解析的に解けない。そこで、解析に解ける例として、次のような場合を考える[19]。電子を流体近似した運動方程式より、

$$mn_{\mathrm{e}}(z)\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{e}}(z)}{\mathrm{d}t}=-n_{\mathrm{e}}(z)eE(z)-\nabla p_{\mathrm{e}}(z)-mn_{\mathrm{e}}(z)v_{\mathrm{e}}(z)\nu_{\mathrm{m}} \tag{2}$$

この式の右辺第３項を簡単のため無視すると、

$$\frac{d}{dt}j_1(z)=\varepsilon_0\omega_{\mathrm{pe0}}(z)^2E_1(z)-\frac{ekT_e}{m}\nabla n_{\mathrm{e1}}(z) \tag{3}$$

と書き換えられる。ここで、添え字１は波動による変動項、添え字０は定常項を示す。この式にポアソン方程式

$$\nabla^2\varphi_1(z)=-\rho_1/\varepsilon_0 \qquad (\boldsymbol{E}_1=-\nabla\varphi_1) \tag{4}$$

と連続の式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{j}_1+\mathrm{d}\rho_1/\mathrm{d}t=0 \tag{5}$$

を用い、また密度の分布として

$$\omega_{\mathrm{pe0}}(z)^2=\omega_{\mathrm{pe0}}(-\infty)^2\left(1-\cosh^{-2}(\alpha_1 z)\right) \tag{6}$$

となる場合を考えると、解析解が求まって図2のようになる。ここで、解析解は多く求められるが、最低次の2つの解だけ示す。係数α_1が重要な量であり、電子密度分布の傾きを与え、おおまかには$1/\alpha_1$が分布の特性長となる。この図を見ると、傾きが急峻なときは、式（1）の解である通常の表面プラズモンの分散関係にほぼ重なるが、傾きが緩やかになると分散関係のブランチはかなり低周波の領域にまで広がる。後で見る実験結果は大体$\alpha_1 = 40\,\mathrm{cm}^{-1}$の領域にあるので、ほぼ2桁の周波数帯域にわたって表面波の共鳴状態は分布しうることがわかる。

このような様子をモデル図に表したのが図3である。ステップ状の分布の場合と、密度分布が緩やかに存在する場合では、表面波が存在しうるパラメータ領域が異なることが一目でわかる。実際上は、プラズマの境界面に存在しうる表面波はプラズマ周波数より少し下の一定領域だけではなく、幅広い周波数帯にわたって伝搬可能である、ということが言えるだろう。

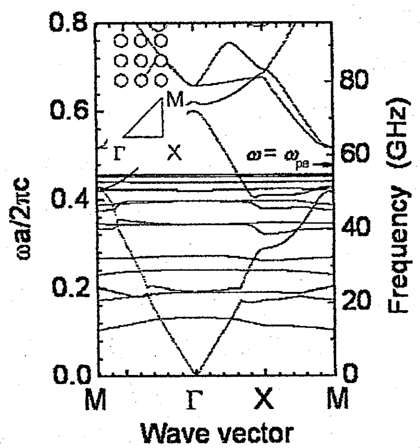


図4. 平面波展開法で計算した2次元マイクロプラズマアレイの中を伝搬する電磁波の分散関係。プラズマの直径を 1 mm 、正方格子の格子間隔を 2.5 mm 、そして電子密度はステップ状に 4×10^{13} cm^{-3} とし、電子の弾性衝突周波数はプラズマ周波数の半分とした。

3．チェーン状局在表面波導波現象の計算と観測

実際の実験条件に近く、工学的興味も湧く条件で数値計算することに論を進めたい。例えば、図4に示すように、2次元のプラズマアレイ中を伝搬する波動を見てみると、プラズマ周波数以下の領域で真空中の波動伝搬がかき消されるように群速度が小さな“フラットバンド”が現れる。この波動内の電磁界分布を計算してみると、プラズマの境界面ある

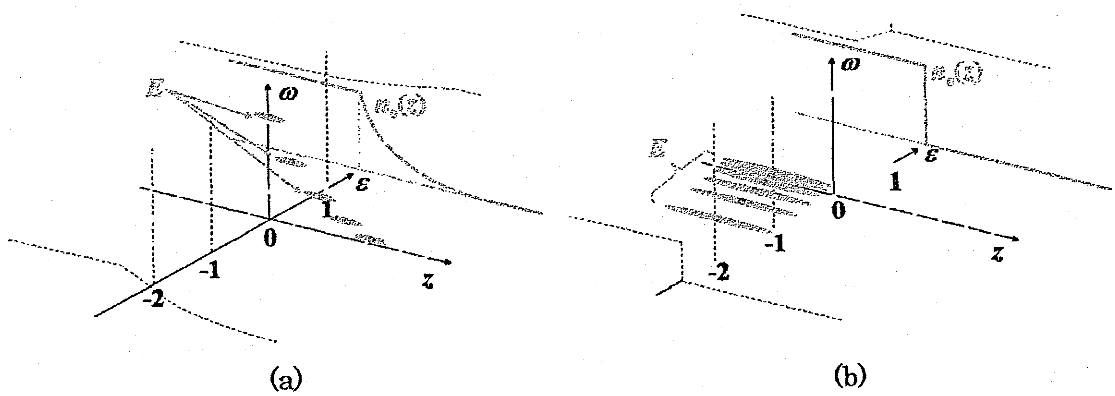


図3. 周波数・空間1次元座標・誘電率の3軸上に表した表面波の分散関係。(a) 電子密度に空間勾配がある場合。(b) 電子密度がステップ状に変化する場合。

いはその少し内側の領域に巻きつくように分布している（後で示す図５と同様の分布である)。この伝搬モードは、２次元面内に電界があり、この面と垂直に磁界がある場合に存在する。

図４では無限に広がるプラズマ周期構造を仮定しているので、さらに現実の系に近づけるため、２次元の Finite Difference Time Domain（FDTD）法により、有限の大きさの１次元プラズマアレイに沿って波動が伝搬する様子を調べた。このとき、FDTD 法では式（２）の第２項を無視することで計算を安定に行っているが、これは２章で考慮した効果を部分的に無視していることになり、問題が残る。この点に関しては、また後ほど議論したい。図５に、計算結果として、電磁波の電界成分の周波数スペクトルを示す。このとき、電子密度の分布としては、傾斜がある場合とステップ状の場合を示し、傾斜がある場合は円筒形プラズマの粒子輸送を反映しているベッセル関数 J_0 状分布とする。ステップ状分布の場合は、$\omega = \omega_{\mathrm{pe}} / \sqrt{2}$ 付近にピークをもち、表面プラズモンにおける知見と一致する。ステップ状の場合に比べて、ベッセル関数状の場合は伝搬周波数帯域がより低周波数側に幅広く分布しており、電子密度分布の傾斜が影響を及ぼしている。より詳細に見ると、周波数が高いほど局所電界領域はプラズマの内側に位置しており、これは条件 $\omega \sim \omega_{\mathrm{pe}}(r)$ を満たす場所にほぼ等しい。このような傾向は、２章において半無限大プラズマで導出した特性（図３）とほぼ同様である。

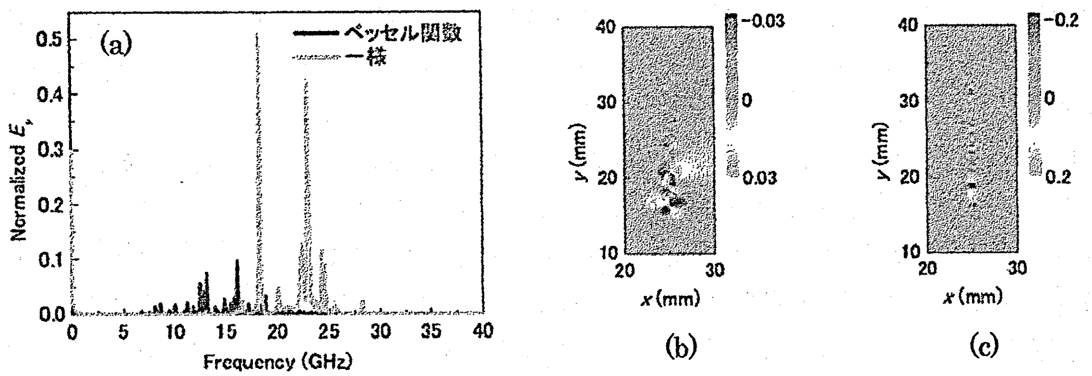


図5. 直線状のプラズマアレイにおける伝搬モード。(a)　電子密度の分布の違いによる伝搬スペクトルの変化。いずれの場合も、最大電子密度は$1.5x10^{19}$ cm-3 、電子の弾性衝突周波数は1 GHz である。(b) (a) のベッセル関数状分布の場合の波動伝搬の例（電界の*y* 方向成分、周波数18.8 GHz ）。(c) (a) のステップ状分布の場合の波動伝搬の例（電界の*y* 方向成分、周波数18.3 GHz ）。

ここで、FDTD 法では式（２）の第２項を無視したことをより詳細に考えてみる。式（２）を展開していくと、第２項が空間勾配に関係することから、波動がどのような波数を持つかが一つの重要なポイントとなる。すなわち、波数がそれほど大きくない場合はこの近似は問題ないが、波数が大きくなってくる場合には問題となる可能性がある。すなわち、図２で示したような、共鳴条件を示すような波動のブランチの部分についてはうまく表現できないだろう。一方で、どのような伝搬モードがあるか、といった観点で調べる程度の場合には恐らく問題が無いと考えている。

このようなプラズマ列に沿った伝搬がどのような性質を帯びたものかを端的に示すのが、曲折したプラズマアレイ構造の場合である。もちろん、通常のマイクロ波線路ではただ単に９０度に線路を折り曲げただけでは、伝搬波動モードが崩れて大きな反射波が発生する。ところが、このプラズマアレイに沿った伝搬モードは、図６に示すように、ほとんど反射・減衰（放射）を生じないまま、見かけ上伝搬方向を変えることができる。この理由としては、波は境界面に沿って、つまり断面円周に沿って伝搬しているのであり、円周に沿って半ば定在波として存在しながら、隣のプラズマへ“飛び移る”（あるいはエバネッセント波として振幅を落としながらトンネル効果でエネルギーが伝わる）と解釈することができ、そのように考えると隣のプ

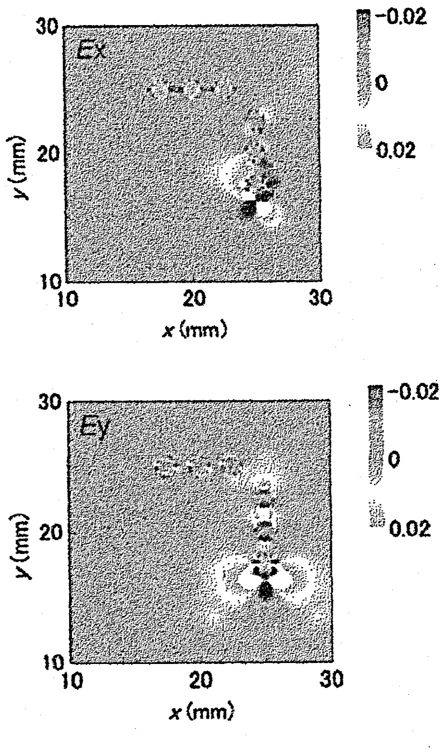


図6. 曲折するプラズマアレイの構造の場合の局在表面波の伝搬の様子。計算条件は図5の場合と同様である。

ラズマの位置がそれまで伝搬してきたアレイの方向と異なっても問題なく伝搬できると解釈できる。

以上のように数値計算により予測された波動モードが果たして実際に観測できるか、という観点で、図7のような実験を行った。誘電体（テフロン）のブロックに円柱状の穴（直径2 mm）を多数（7×7、周期2.5 mm）開けて、円周の両端に設置した電極に直列にスイッチ（トランジスタによる独立した駆動回路）を接続し、円柱軸に沿った方向に電圧を印加してプラズマを生成した。放電ガスとしてはアルゴンを圧力500 Paで封入し、そのとき弾性衝突周波数は3 GHz程度である。まず、直線状に7個のプラズマ列を生成した場合、数GHz帯で複数の伝搬スペクトルが観測された。波動の検出には長さ1 mmのモノポールアンテナを用い、各所での測定を行ったところ、プラズマ端のごく局所的な部分でのみ電界が検出された。検出範囲はほぼプラズマの直径に等しく、マイクロ波の波長より1桁以上短い範囲に集中している。これは、検出波動がプラズマ列を伝わって伝搬してきたものであり、構成部材の反射・屈折等で生じたものではないことを示していると考えられる。

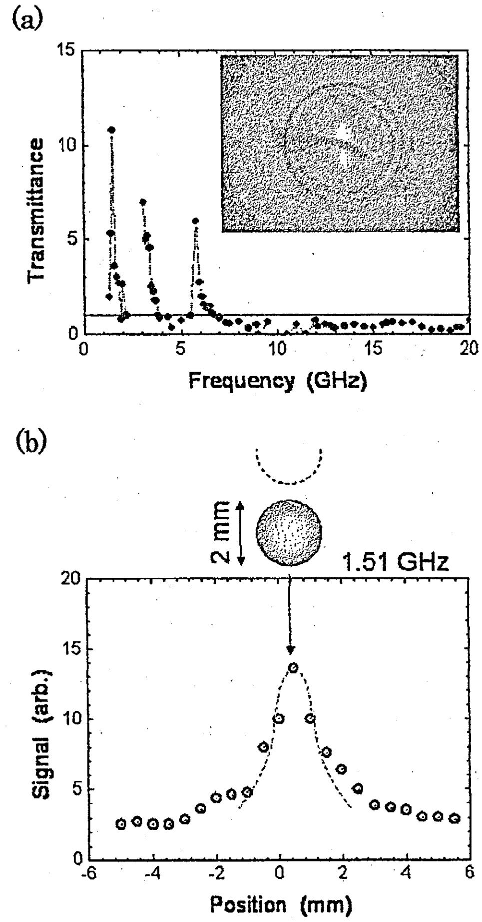


図7. 実験で生成したプラズマアレイを伝搬する局在表面波モード。(a)周波数スペクトル（挿入図が断面方向のプラズマ発光の様子）。(b) 検出電界強度のアレイ軸からの距離依存性。

数値計算でも確認したのと同様に、曲折形状やT分岐形状でも同様の伝搬が確認され、検出電界強度は、曲折線路の場合はほぼ直線線路と同様であり、T分岐線路の場合は直線線路を伝搬する電力がほぼ2等分されていることを確認した。

4．大電力マイクロ波の局在表面波モードにおける非線形性

3章で行った実験では、プラズマ生成は周波数300 kHzの外部電源により行い、入射マイクロ波電力は20 dBmの小電力であり、伝搬マイクロ波でプラズマのパラメータが変化することはほとんど無く、プラズマの誘電率は一定のプラズマ密度で決まる。つまり、伝搬波導の電界は誘電率に影響を及ぼさず、線形媒質と考えられる。一方、マイクロ波としてはこのような小電力のマイクロ波も通信用途として重要であるが、その市場に対しては概して固体制御素子が開発済みである。一方、今後注目されるであろう無線マイクロ波電力伝

送といった分野では、大電力マイクロ波の制御を如何におこなうか、という点でまだまだ開発の余地があると考えられる。そこに３章までで述べてきたようなプラズマアレイ上の局在表面波導波路を使える可能性はないだろうか。プラズマは固体のように大電力下で絶縁破壊して相変化するようなことはあまり考えられない（アーク放電に遷移する可能性はある）が、大電力マイクロ波によりプラズマ密度は増加する方向に作用するだろう。密度変化は誘電率変化に直結するので、この場合、誘電率は伝搬波動の電界の関数となって、非線形性を示すことになる。我々は負の透磁率を持つメタマテリアル中での波動伝搬（負屈折率媒質生成）とプラズマ生成の同時進行現象を調べてきた[22]が、このような状況においても、以下のように、同様の簡易モデルでその機構を解析することができると思われる。

２次元面を伝搬する電磁波は、

$$E(x,y,t)=E_0\exp(\mathrm{j}(\boldsymbol{k}(N(x,y))\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)) \tag{7}$$

と表せる。ここで、屈折率は

$$N(x,y)=\sqrt{\varepsilon(x,y)} \tag{8}$$

のように表せる。式（7）の波数の表現$\boldsymbol{k}(N(x,y))$は、プラズマ表面での連続の条件やプラズマアレイの分布による分散関係等の影響を広く含んだ関数と見なしておく。プラズマの比誘電率は

$$\varepsilon(x,y)=1-\frac{{\omega_{\mathrm{pe}}}^2(x,y)}{\omega^2}=1-\frac{e^2 n_{\mathrm{e}}(x,y)}{\varepsilon_0 m_{\mathrm{e}}\omega^2} \tag{9}$$

となり、この中に現れる電子密度は下記の式で伝搬波動の電界と結びつく。

$$\frac{\partial\left(n_{\mathrm{e}}(x,y)T_{\mathrm{e}}\right)}{\partial t}+T_{\mathrm{e}}\nabla\cdot\Gamma_{\mathrm{e}}(x,y)=\boldsymbol{J}(x,y)\cdot\boldsymbol{E}(x,y) \tag{10}$$

ここで、熱流速としては、対流成分による電子エネルギーの損失だけを考慮した。１つのプラズマの周囲の部分に着目し、電子温度は均一であるとし、またプラズマをステップ状密度分布であると仮定する。また定常状態を想定すると、式（１０）より電磁波のジュール損がプラズマ生成エネルギーとして注入され、それと対流によるエネルギー損失がバランスすると考えられる。定常状態では、式（１０）から、

$$T_{\mathrm{e}}\int_L\Gamma_{\mathrm{e}}(x,y)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{n}=T_{\mathrm{e}}n_{\mathrm{e0}}v_{\mathrm{e}}L=\int_S\boldsymbol{J}(x,y)\cdot\boldsymbol{E}(x,y)\mathrm{d}S \tag{11}$$

となる。図５と同様のモデルで計算した結果は、式（7）、式（8）を満たして、式（１１）の右辺の値を与える。また、誘電率をパラメータとして、式（9）より式（１１）の左辺が解析的に求められる。

解析領域として図５と同様の直線状プラズマアレイを想定したときの、式（１１）の右辺と左辺の値の計算結果を比較して、実際に伝搬波動の電力依存性を含んだプラズマ生成と波動の自己無撞着解析を今後おこなっていく予定である。以下、その概略結果を述べる

と、入射されるマイクロ波電力が小さいと、式（１１）の等号が成立するところはない（曲線同士の交点がない）が、マイクロ波電力が大きくなると単一のスペクトルと条件が一致し、電力がさらに増えると同じスペクトルにおいて安定なブランチ（式（１０）で安定・不安定は分別できる）上を少し電子密度が変わりながら動くと思われる。電力が一層増えて別のスペクトル部とも交点を持つようになると、初期条件や偶発的なパラメータ変化によりどちらかの安定なブランチをとる。より一層電力が増えると、ブランチが交じり合ってより電子密度の高いブランチに完全に遷移する。

ここで注意したいのは、ただ電磁波で単に均一なプラズマ生成を目指す場合は、誘電率がゼロのところまでしか解は無く、マイクロ波は反射されるのみである。このようにプラズマサイズを波長より小さくして周期的に生成されるように放電ガスの充填などを整えるだけで、このようなプラズマ生成・誘電率変化を経ながらのマイクロ波の“自己”伝搬現象が想定できる。

５．まとめと今後の展望

プラズマや金属の表面波は歴史的に（古典的に）理解されている部分も多いが、応用を念頭に置いたときに、新たな学術的側面が現れることを示した。特に、電子密度の空間勾配があるというプラズマ特有の現象により、表面波としての伝搬スペクトルは大きく変化する。このような状況は、機械性・断熱性等の内容である機能傾斜材料[23]という観点と類似しており、プラズマは電磁波媒質としての機能傾斜材料として、表面波・局在表面波を広い周波数範囲でサポートできる新規媒質と位置づけられると考えている。応用として、チェーン状の局在表面波伝搬を考えると、これまでのマイクロ波素子としてはない特性、特に大電力マイクロ波の可変導波路・制御系デバイスとしての役割の実現を期待できる。

謝辞

本研究の一部は、独立行政法人新エネルギー・産業技術総合開発機構の平成 18 年度産業技術研究助成事業、ならびに日本学術振興会（文部科学省）の科学研究費補助金により行われました。

参考文献

[1] T.H. Stix, *The Theory of Plasma Waves* (McGraw-Hill, New York, 1962).
[2] V.L. Ginzburg, *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma* (Pergamon Press, Oxford, 1964).
[3] D.G. Swanson, *Plasma Waves* (Academic Press, Boston, 1989).
[4] A.W. Trivelpiece and R.W. Gould, J. Appl. Phys. **30**, 1784 (1959).
[5] J.C. Nickel, J.V. Parker and R.W. Gould, Phys. Rev. Lett. **11**, 183 (1963).
[6] J.V. Parker, J.C. Nickel and R.W. Gould, Phys. Fluids **7**, 1489 (1964).

[7] H.C. Hoh, Phys. Rev. **133**, A1016 (1964).
[8] D.J. Cooperberg, Phys. Plasmas **5**, 862 (1998).
[9] Y. Yasaka and H. Hojo, Phys. Plasmas **7**, 1601 (2000).
[10] I.P. Ganachev and H. Sugai, Surf. Coat. Technol. **200**, 792 (2005).
[11] F. Forstmann and R.R. Gerhardts, *Metal Optics Near the Plasma Frequency* (Springer-Verlag, Berlin, 1986).
[12] J.R. Krenn, A. Dereux, J.C. Weeber, E. Bourillot, Y. Lacroute, J.P. Goudonnet, G. Schider, W. Gotschy, A. Leitner and F.R. Aussenegg, Phys. Rev. Lett. **82**, 2590 (1999).
[13] M.L. Brongersma, J.W. Hartman and H.A. Atwater, Phys. Rev. B **62**, R16356 (2000).
[14] S.A. Maier, P.G. Kik, H.A. Atwater, S. Meltzer, E. Harel, E., B.E. Koel and A.A. Requicha, Nature Mat. **2**, 229 (2003).
[15] O. Sakai, T. Sakaguchi and K. Tachibana, Appl. Phys. Lett. **87**, 241505 (2005).
[16] O. Sakai, T. Sakaguchi and K. Tachibana, J. Appl. Phys. **101**, 073304 (2007).
[17] T. Sakaguchi, O. Sakai and K. Tachibana, J. Appl. Phys. **101**, 073305 (2007).
[18] O. Sakai and K. Tachibana, IEEE Trans. Plasma Sci. **35**, 1267 (2007).
[19] O. Sakai, T. Naito and K. Tachibana, Plasma Fusion Res. **4**, 052 (2009).
[20] T. Ito and K. Sakoda, Phys. Rev. B **64**, 045117 (2001).
[21] O. Sakai, Propagation of Electromagnetic Waves in and around Plasmas, in *Wave Propagation* (ed. A Petrin) (Intech, Rijeka, 2011) p. 331.
[22] O. Sakai, J. Appl. Phys. **109**, 084914 (2011).
[23] L. F. Chen, K. C. Ong, C. P. Nei, V. V. Varadan and V. K. Varadan *Functionally Graded Materials: Design, Processing, and Applications Electronics* (Kluwar Academic, Dordrecht, 2004).

輻射科学研究会資料
RS11-05

UWB ドップラーレーダ干渉計法による 複数運動目標イメージング

An Imaging Algorithm for Multiple Moving Targets with UWB Doppler Radar Interferometry

佐保 賢志　　阪本 卓也　　佐藤 亨
Kenshi Saho　　Takuya Sakamoto　　Toru Sato

京都大学大学院　情報学研究科
Graduate School of Informatics, Kyoto University

2011 年 7 月 19 日
於 京都大学

概要

監視システムのための運動目標検知に UWB(Ultra Wide-Band) レーダの応用が注目されている．従来の同レーダによるイメージングは単純形状を有する単一目標が適用対象であった．本稿では，UWB ドップラーレーダ干渉計法を用いた複数・複雑形状運動目標のイメージング法を提案する．提案手法では時間周波数解析とレンジ間補間法の併用により，複数目標を分離識別した上でさらに形状をも推定する．複数回転移動目標を仮定した数値計算と実験による特性評価より，全ての目標を検出した上で，各目標を帯域幅で決まる公称分解能の 1/58 の精度で形状推定することを示す．さらに，提案手法を人体イメージングに適用し，形状及び運動パラメータを抽出可能であることを，歩行する人体目標を仮定した数値計算と実験により実証する．

1. はじめに

セキュリティシステム等のための周囲環境認識において，人体等の運動目標検知の要望が高まっている．このような応用には主に光学カメラが用いられており，取得映像から不審者抽出を自動的に行うシステムが検討されている [1], [2]．しかし十分な距離分解能を得られず，立体像の推定及び複数目標の検出が困難である．複数のカメラを用いて 3 次元画像を得る手法も提案されている [3]- [5] が，高解像度な像を得るには多くのカメラを至る所に設置する必要があり，システムの物理サイズが大きくなる．また，夜間など光が十分に得られない環境での感度不足も重要な問題として指摘されている．

上記問題点の解決方法として，照明条件の影響を受けない電波の応用が着目されている．電波を用いた侵入者検出システムとして，室内の電波状況を監視しその変化を検出するシステムが提案されている [6], [7]．しかしこれは侵入者の有無を検出することを目的としており，目標に関する詳細な情報を得ることができない．また，漏洩同軸ケーブルを用いて目標までの距離を測定するシステムも提案されている [8]．しかし同システムでは 2 次元での位置推定のみが可能であり，目標の形状に関する情報を得ることができない．その他にもレーダを用いた目標の位置検出について多くの検討がなされているが，その精度はいずれも数 10 cm 程度であり形状の推定には適さない [9]- [11]．そのため，これらの手法では検出した目標の詳細 (人間であるか否か，等) に関する情報を得ることが困難である．運動目標の形状推定方法としては逆合成開口処理 [12], [13] が知られているが，繰返し計算に基づくため計算時間が膨大であり，また分解能も人体イメージングには不十分である．

そこで，高い距離分解能を有する UWB(Ultra Wide-Band) レーダの応用が近年注目されている．UWB レーダは電力を極めて広い周波数帯に拡散して送受信を行うレーダである．同レーダにより近傍界の高精度な計測が可能であり，実時間での高精度 3 次元形状推定が可能であることが報告されている [14]．この手法の適用対象は静止目標に限定されていたが，近年運動目標のために拡張されたイメージング法が提案されている [15], [16]．同手法は従来の UWB レーダイメージング法におけるアンテナ走査を目標の運動に置き換えることで，少数の固定アンテナを用いて運動目標のイメージングを実現する．しかし，同手法の適用対象は単一目標のみであり，複数目標および複雑目標への適用は困難である．

複数運動目標の検出および位置推定のために，Lin と Ling [17]- [19] により CW(Continuous Wave) ドップラーレーダ干渉計法を用いるイメージング法が提案されている．この手法では複数目標をドップラー周波数の違いにより分離し，分離した各目標の到来方向を干渉計法により求める．本手法により，人体の各部位を運動の違いにより分離識別することで，人体の概形推定が可能であることが報告されている [18]．しかし，同手法は CW レーダを用いているため距離分解能が不十分であり，また目標間の干渉に起因した虚像が生じるため，人体の詳細な運動・形状に関するパラメータを抽出することは困難である．運動情報の抽出法として，Kim と Ling [20] により時間周波数分布を利用した運動分類法が提案されている．同手法ではドップラーレーダにより得られる時間周波数分布のパラメータに基づいた判別分析により，人体の運動 (歩行，走行，ほふく前進，等) を分類する．しかし，この手法は分類のみを目的としており，速度や軌道などの運動に関するパラメータを抽出できない．

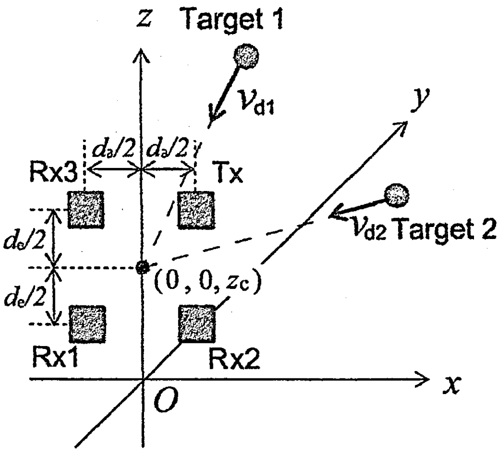


図 1　システムモデル．

以上の各従来手法の問題点を解決するため，本研究では UWB ドップラーレーダにより得られる高分解能情報を利用し，複数運動目標，および複雑形状運動目標の形状推定及び運動パラメータの抽出を目指す．本稿ではまず時間周波数解析法 [21], [22] を利用し，視線方向速度変化を有する複数目標の高精度分離識別法を提案する．さらに分離した各目標について，干渉計法とレンジ間補間法を併用した散乱中心位置推定法，及び運動補償を用いた形状推定法を提案する．提案手法を複数回転移動目標に適用し，レンジ分解能以下の精度で形状推定が実現することを実データを用いて示す．次に，人体イメージングへの適用例を数値計算により示し，提案手法の有効性を示す．また，イメージング結果及び時間周波数分布からの運動・形状パラメータ抽出法を提案し，その適用例を示す．最後に，歩行する人体の実データに提案手法を適用し，実環境下での人体イメージングを実証する．

2. 従来の CW ドップラーレーダ干渉計法

図 1 にシステムモデルを示す．送信アンテナ 1 つ，受信アンテナ 3 つのシステムを想定し，受信アンテナにより干渉計を構成する．配置は同図に示す通りであり，アンテナ中心位置は $(0, 0, z_c)$，水平方向と垂直方向のアンテナ間隔をそれぞれ d_a, d_c とする．送信信号は波長 λ の CW 信号である．従来手法 [17]- [19] はフーリエ変換による複数目標の分離，及び干渉計法による到来方向推定からなる．各受信アンテナにおける受信信号のフーリエ変換をそれぞれ $F_1(f), F_2(f), F_3(f)$ とする．各目標が異なる視線方向速度で運動している場合，この違いをドップラー周波数の違いとして受信信号から検出することで，各目標の分離識別が可能となる．n 番目の目標のドップラー周波数は次式で表される．

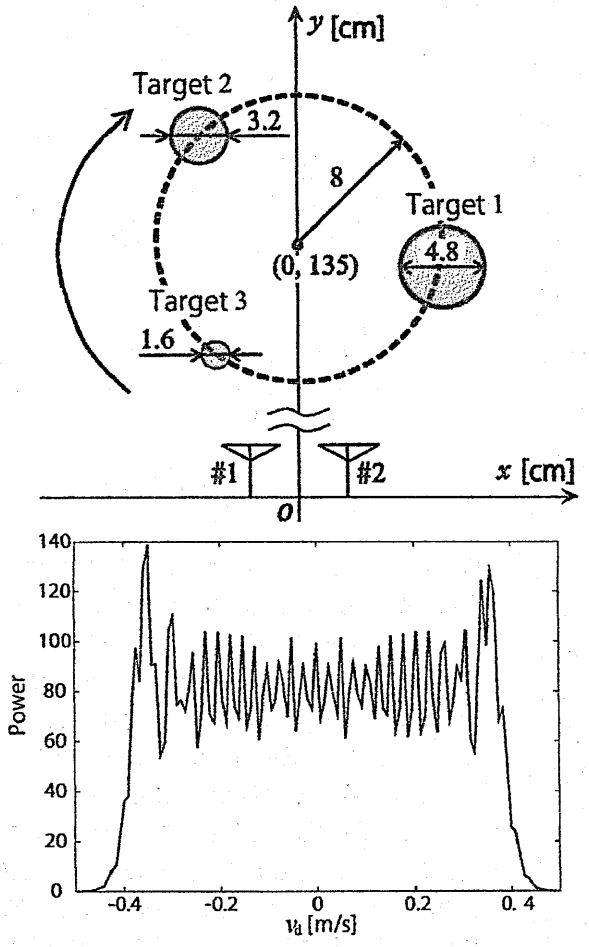


図 2　仮定する回転移動目標 (上)，及び従来手法より求めた Rx1 のドップラースペクトル (下).

$$f_{\mathrm{d}n} = \frac{2v_{\mathrm{d}n}}{\lambda}. \tag{1}$$

ここで，$v_{\mathrm{d}n}$ は目標 n の視線方向速度である．次に各ドップラー周波数成分ごとにアンテナ間位相差を求め，干渉計法により各々の到来方向を求める．目標 n の到来仰角は Rx1 と Rx3 の受信信号の位相差より，次式で求まる．

$$\theta_{\mathrm{EL}n} = \sin^{-1}\left[\frac{\angle F_1(f_{\mathrm{d}n}) - \angle F_3(f_{\mathrm{d}n})}{(2\pi d/\lambda)}\right]. \tag{2}$$

同様に到来方位角は Rx1 と Rx2 の位相差より，次式で求まる．

$$\theta_{\mathrm{AZ}n} = \sin^{-1}\left[\frac{\angle F_1(f_{\mathrm{d}n}) - \angle F_2(f_{\mathrm{d}n})}{(2\pi d/\lambda)\cos\theta_{\mathrm{EL}n}}\right]. \tag{3}$$

さらに従来手法では，目標までの距離 R_n を 2 周波を用いた周波数領域干渉計法で求める [19]．得られた到来方向と距離により，複数運動目標の 3 次元位置推定が実現する．

しかし，従来手法では視線方向速度の時間変化，及び目標間の干渉に起因した分離精度の劣化が生じる．虚像が推定される数値計算例を以下に示す．2 次元平面内において，図 2 に示す 3 つの円形回転移動目標を想定する．回転角速度は 1.5π rad/s である．パルス繰返し周期及び観測時間はそれぞれ 1.29 ms 及び 1.32 s である．この設定では目標は観測時間中に一周する．受信信号はレイトレーシングにより計算する．これらの目標に対する受信信号から求めた Rx1 のスペクトルを図に示す．目標数 3 であるにもかかわらず，多くのピークが検出されていることが分かる．偽ピークにより虚像が生じ，推定精度が劣化する要因となる．これらの偽ピークは目標の視線方向速度変化に起因するものであり，これに対応する必要がある．

3. UWB ドップラーレーダイメージング法

本節では UWB ドップラーレーダを用いた高分解能イメージング法を提案する．提案手法では時間周波数解析を利用した視線方向速度変化の検出により，前節で述べた問題点を解決する．さらに，較正曲線を用いた高精度距離推定法を干渉計法と併用することで，高精度な散乱中心軌道推定を実現する．得られた散乱中心軌道に対し，運動補償を用いた高分解能形状推定を行い，従来法では困難であった目標の微細な構造の検出が可能となる．

3.1 時間周波数解析を利用した目標分離

まず，時間周波数解析法により視線方向速度の時間変化を捉えることで，複数目標の分離識別を行う．本稿では解析手法として，短時間フーリエ変換 (Short Time Fourier Transform; STFT)，および平滑化擬似 Wigner 分布 (Smoothed Pseudo Wigner Distribution; SPWD) の 2 種類の手法を検討する．

STFT では得られた受信信号の時系列を複数の短い時間毎に区切って，各区間ごとにフーリエ変換することで時間周波数分布を得る．アンテナ i, レンジ j における受信信号 $f_{ij}(t)$ の STFT は次式で表される．

$$F_{ij}(t, f_{\mathrm{d}}) = \int f_{ij}(\tau) w(\tau - t) \exp(-j2\pi f_{\mathrm{d}}\tau) d\tau. \tag{4}$$

ここで $w(t)$ は各区間を切り出す窓関数である．本稿では窓関数として次式で表されるハミング窓を用いる．

$$w(t) = \begin{cases} 0.54 - 0.46\cos\dfrac{2\pi}{t_{\mathrm{w}}}t & (|t| \leqq t_{\mathrm{w}}) \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases} \tag{5}$$

ただし，t_{w} は窓幅である．全てのアンテナ，レンジにおいて同様の処理を行い，各時間・周波数成分ごとに散乱中心位置のイメージングを行う．窓関数をかけてフーリエ変換をするのみであるため，計算負荷が小さく実時間計測が可能である．しかし，時間と周波数の分解能の間にトレードオフが存在するため，両者の分解能を同時に高くすることができない [21]．

これに対し，時間・周波数の両方について高分解能を実現する手法が SPWD である [22]．SPWD は Wigner 分布と呼ばれる手法の平滑化により得られるので，まず Wigner 分布について説明する．Wigner 分布は各時刻におけるスペクトルを求める方法であり，時間周波数分布を次式で求める．

$$W_{ij}(t, f_{\mathrm{d}}) = \int f_{ij}(t + \tau/2) f_{ij}^{*}(t - \tau/2) \exp(-j2\pi f_{\mathrm{d}}\tau) d\tau. \tag{6}$$

ここで * は複素共役を表す．この式の通り，各時刻における平均走査なしの自己相関関数を求め，そのフーリエ変換によりスペクトルを得る．Wigner 分布はこの平均操作の省略に起因した不安定性を有する．そのため，これを平滑化して時間周波数

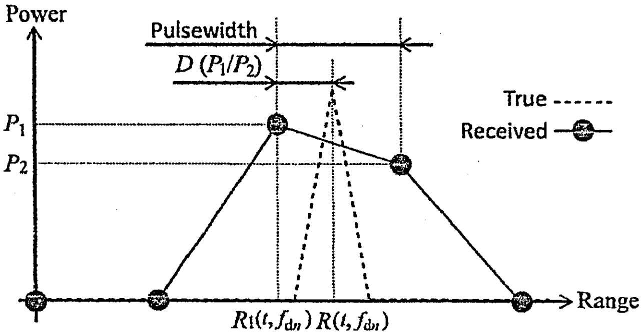


図 3 受信信号の例，及び真の距離と $D(P1/P2)$ の関係.

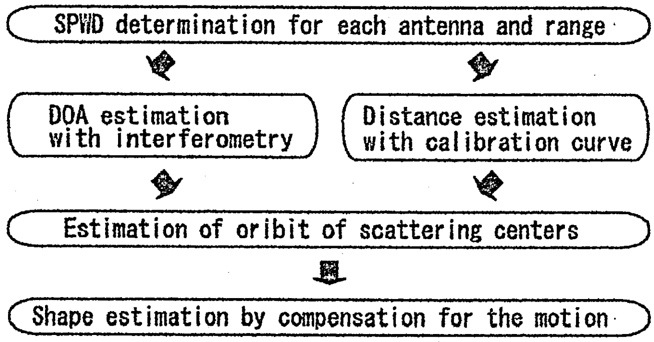


図 4 提案手法によるイメージング手順.

分布を得る手法が SPWD であり，次式で求まる．

$$P_{ij}(t, f_\mathrm{d}) = \int\int \Phi(t-t', f_\mathrm{d}-f_\mathrm{d}')W_{ij}(t', f_\mathrm{d}')dt'df_\mathrm{d}'. \quad (7)$$

ここで $\Phi(t, f)$ は平滑化関数であり，提案手法では次式であらわされる二次元ガウス関数を用いる．

$$\Phi(t, f_\mathrm{d}) = \exp\left(-\frac{t^2}{\alpha^2}\right)\exp\left(-\frac{4\pi^2 f_\mathrm{d}^2}{\beta^2}\right). \quad (8)$$

ただし，α 及び β はガウス関数の相関長である．このように SPWD は各時刻，レンジにおけるドップラースペクトルが求まる．即ち，時間分解能を犠牲にすることなく，周波数分解能の高いスペクトルを得ることができる．

本節で説明した 2 手法の特徴をまとめる．STFT は高速な計算が可能であるが，高分解能を得ることが困難である．対して，SPWD は高分解能な時間周波数分布が得られるため，高精度な目標分離識別及びイメージングが可能となる．しかし，平滑化操作を有するため計算負荷が大きく，実時間処理が困難である．実時間性とイメージング精度のどちらを重視するかにより，適用する手法を選定する必要がある．

3.2 位置・形状のイメージング

前節の手法で得られる目標の時間・周波数を，距離・到来方向にマッピングすることで散乱中心位置をイメージングする．到来方向は各時間・周波数成分ごとに式 (2) 及び (3) を適用することで求める．また本研究で用いるシステムでは UWB 信号を用いているため，遅延時間から距離を推定することが可能である．しかし本研究では数 10cm 程度のレンジ分解能の送信信号を想定しており，人体などの形状を推定するにはこれより小さい分解能での距離推定が必要である．そこで，提案手法では較正曲線を用いた高分解能距離推定を行う．ここで用いる較正曲線は，隣接レンジ間の受信信号電力比と距離の関係を表したものである．図 3 に受信信号電力と真の距離 $R(t, f_{\mathrm{d}n})$，及び遅延時間による推定距離 $R_1(t, f_{\mathrm{d}n})$ の関係を示す．同図の通り，真の距離と推定距離間に誤差が生じることが分かる．この誤差を較正曲線により求める．まず単一静止目標について受信信号最大値 P_1，及びそれに隣接する準最大値 P_2 をレンジゲート内の各距離ごとにあらかじめ求めておく．この $P1$, $P2$ の比に対応する距離を $D(P1/P2)$ とし，これを較正曲線と呼ぶ．図 3 の通り，目標までの距離は較正曲線と遅延時間から求めた距離を用いて次式で推定する．

$$R(t, f_{\mathrm{d}n}) = R_1(t, f_{\mathrm{d}n}) + D(P_1/P_2). \quad (9)$$

推定した距離と到来方向より散乱中心軌道を推定する．各時間周波数成分に対応する距離 $R(t, f_{\mathrm{d}n})$ と到来方向 $\theta_\mathrm{AZ}(t, f_{\mathrm{d}n})$，$\theta_\mathrm{EL}(t, f_{\mathrm{d}n})$ より，各目標の散乱中心軌道が次式の様に求まる．

$$\begin{cases} x_\mathrm{s}(t, f_{\mathrm{d}n}) = R(t, f_{\mathrm{d}n})\cos[\theta_\mathrm{EL}(t, f_{\mathrm{d}n})]\sin[\theta_\mathrm{AZ}(t, f_{\mathrm{d}n})] \\ y_\mathrm{s}(t, f_{\mathrm{d}n}) = R(t, f_{\mathrm{d}n})\cos[\theta_\mathrm{EL}(t, f_{\mathrm{d}n})]\cos[\theta_\mathrm{AZ}(t, f_{\mathrm{d}n})] \\ z_\mathrm{s}(t, f_{\mathrm{d}n}) = R(t, f_{\mathrm{d}n})\sin[\theta_\mathrm{EL}(t, f_{\mathrm{d}n})] + z_\mathrm{c} \end{cases} \quad (10)$$

最後に，得られた散乱中心軌道を目標の運動速度により補償することで形状を推定する．提案手法では以上の手法により，形状に対応する画像点を推定することができる．また同時に，各推定点について時間，式 (1) より求まる視線方向速度，及び受信電力 $p(t, f_\mathrm{d})$ をも得ることができる．これらを利用することで，複数運動目標の運動・形状に関する詳細な情報を得ることが可能である．

提案手法の手順を図 4 にまとめる．提案手法の特長は複数運動目標の高精度な分離識別を実現するのみならず，各目標の高分解能形状推定をも実現することである．従って，得られた高分解能形状情報から目標の運動や形状に関するパラメータ抽出も可能である．加えて，最小 3 アンテナでこれらの処理が可能であり，物理サイズの小さい簡易なイメージングシステムを実現する．

4. 複数回転運動目標への適用例

本節では複数の回転移動目標に対して提案手法を適用し，高精度分離識別及びイメージングが実現することを，数値計算と実験により示す．簡単のため各目標の回転速度はすべて同一かつ既知とする．

4.1 数値計算による特性評価

本節では数値計算における適用例を示す．2 節で検討した 2 次元回転移動目標を仮定し，同様にレイトレーシングで受信波形を生成する．中心周波数 26.4 GHz，レンジ分解能 30 cm の送信信号を仮定する．高分解能イメージングを実証するため，時間周波数解析法は SPWD を用いる．SPWD に用いるガウス関数の相関長は $\alpha=3\Delta t$, $\beta=4\Delta f_\mathrm{d}$ とする．ここで Δt と Δf_d はそれぞれ IPP 及びドップラー周波数分解能である．アンテナは全て無指向性であり，アンテナ間隔 d_a=5cm とする．IPP と観測時間は 2 節と同一の値を用いる．

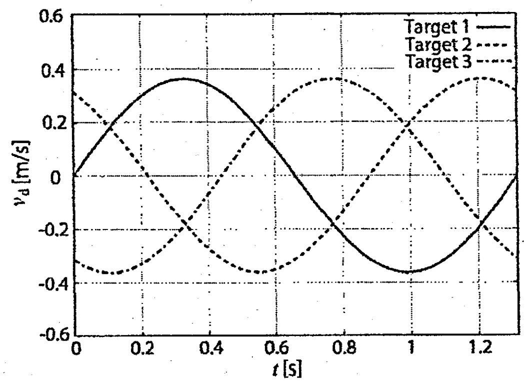


図 5　図 2 の回転移動目標の真の視線方向速度.

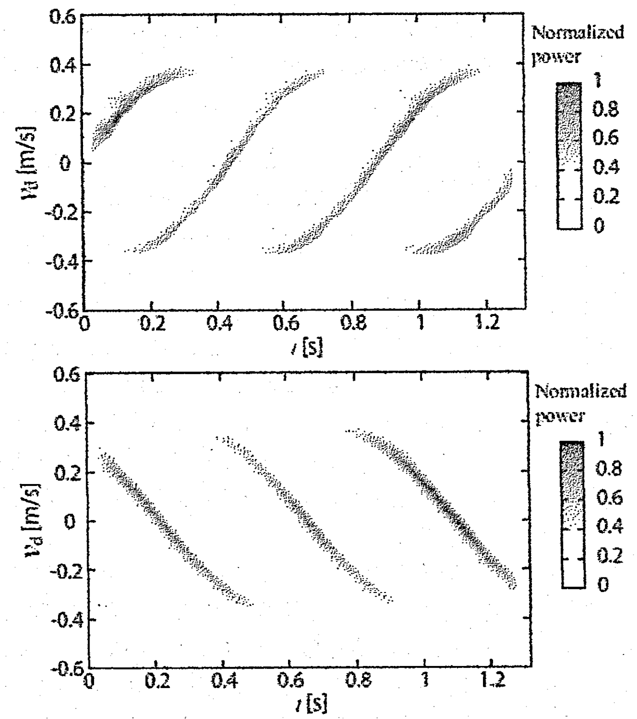


図 6　Rx1 の SPWD スペクトログラム (下: レンジ 4，上: レンジ 5).

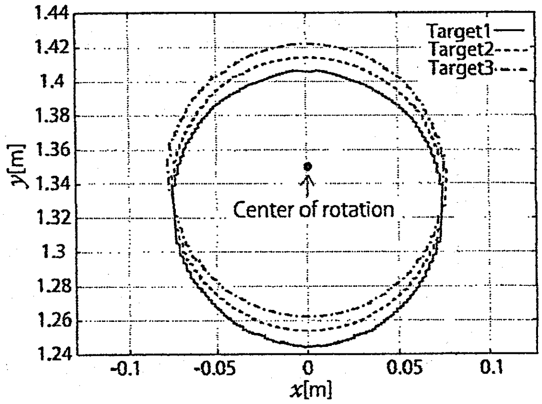


図 7　回転移動目標の推定散乱中心軌道.

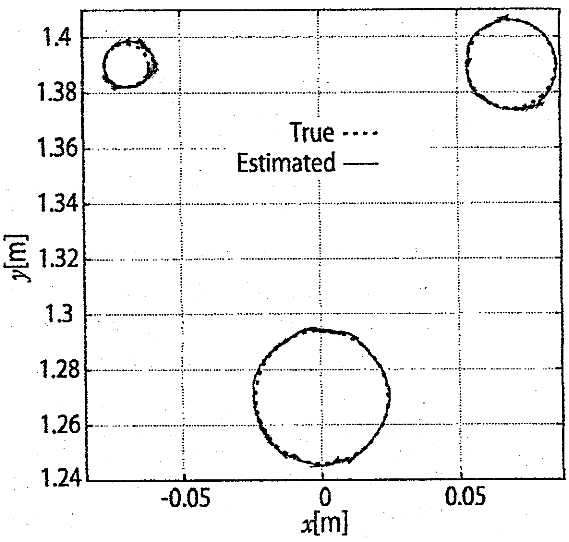


図 8　提案手法による推定形状.

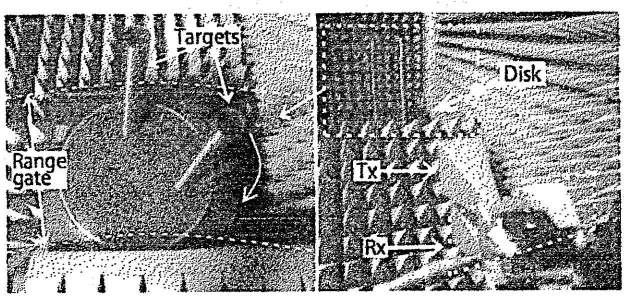


図 9　回転移動目標イメージング実験の概観.

図 5 及び図 6 に目標の真の視線方向速度と SPWD により求めたのスペクトログラムをそれぞれ示す．本検討における目標配置では，全ての目標がレンジ 4(1.2 m) とレンジ 5(1.5 m) の間に存在するため，$P_{14}(t, v_d)$ 及び $P_{15}(t, v_d)$ を表示している．これらの図より，SPWD によりすべての目標の視線方向速度の時間変化が正確に検出されていることが分かる．2 節で検討したような従来手法では検出不可能な目標が，提案手法により検出可能となることを示した．図 7 に提案手法により推定した散乱中心軌道を示す．各目標の散乱中心位置検出が実現していることが確認できる．図 8 に散乱中心位置の回転速度による補償より求めた推定形状を示す．全ての目標の検出と形状推定が実現していることが分かる．推定誤差の平均値は 0.35 mm であり，提案手法により複数目標の高精度分離と，高分解能形状推定を同時に実現した．

4.2　実環境下での特性評価

次に実データを用いた特性評価を行う．図 9 に実験の概観を示す．半径 3.3cm のステンレス製円形目標をレコード盤上に 2 つ配置し，回転させる．回転中心は (x, y)=(0, 1.3 m) であり，回転中心から目標中心までの距離は 8 cm，回転速度は 1.5π rad/s とした．時間周波数解析には SPWD を用い，相関長 α，β は前節と同一とする．前節と同様の送信信号，アンテナ配置を仮定する．アンテナは -3dB ビーム幅 22 度のホーンアンテナを用いる．

図 10 に各レンジの実データから求めた SPWD スペクトログラムを示す．同図より，両目標に対応する正弦波状の視線方向速度変化が確認でき，実環境下でも複数目標の分離識別が実

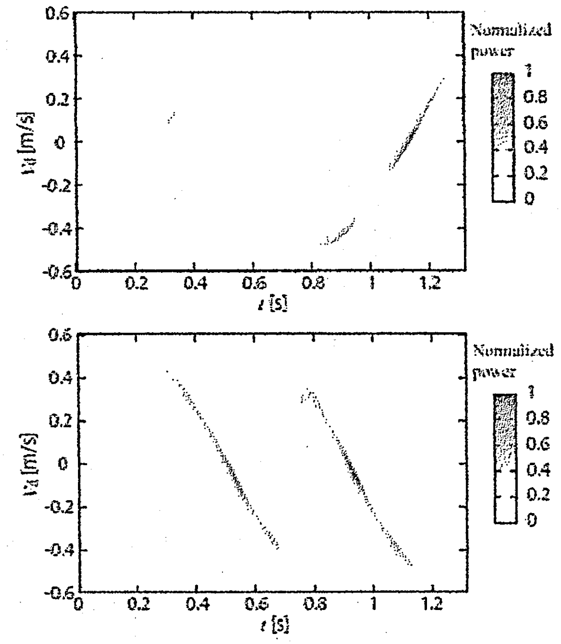


図 10 実データにおける 1 の SPWD スペクトログラム (下: レンジ 4, 上: レンジ 5).

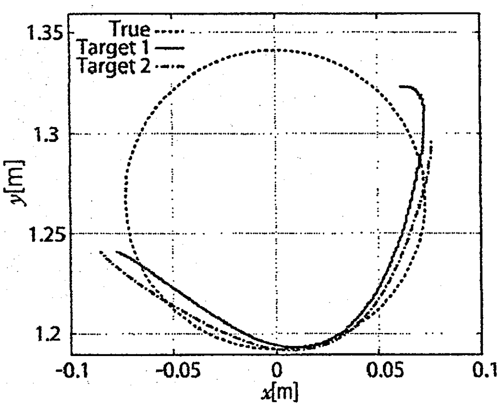


図 11 実データより求めた回転移動目標の散乱中心軌道.

現していることが分かる．ただし，数値計算では考慮していなかった目標間の干渉及びシャドウイングが生じている．これらに対応する推定点により虚像が生じ，推定精度が劣化することを確認している．そこで，比較的受信電力が大きい推定点のみをイメージングに用いるものとする．信号対雑音比から適当なパワー閾値を決め，その閾値を超えるピークのみを抽出する．図 11 に抽出したピークより推定した散乱中心軌道を示す． 除去できていない比較的誤差の大きな点が存在するものの，各目標の散乱中心軌道を概ね正しく推定できていることが分かる．図 12 に運動補償により求めた各目標の推定像を示す．分離識別した両目標の高精度イメージングが実現している．推定誤差の平均値は 5.2 mm であり，提案手法により帯域幅で決まる公称レンジ分解能の 1/58 という高分解能形状推定を実現した．

5. 数値計算による人体イメージング及びパラメータ抽出の検討

前節での検討により，UWB ドップラーレーダ干渉計法による高分解能イメージングを実証した．そこで，本節では提案手法の人体イメージングへの適用を試みる．数値的に構成された人体目標を仮定し，提案イメージング法の適用し，同様に高分解能イメージングが実現することを確認する．また，得られた推定像及び時間周波数分布より，目標の運動・形状パラメータを抽出する手法についても説明し，その適用例を示す．

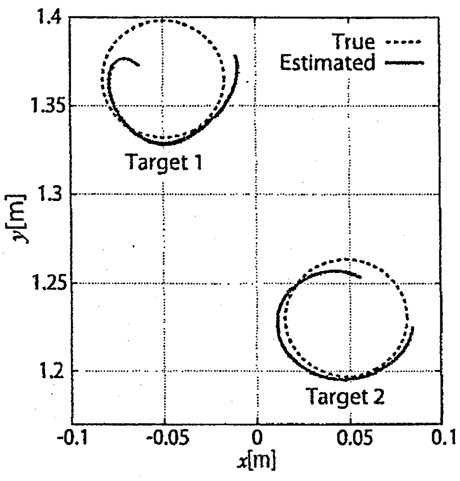


図 12 提案手法による回転移動目標の推定像 (実データ).

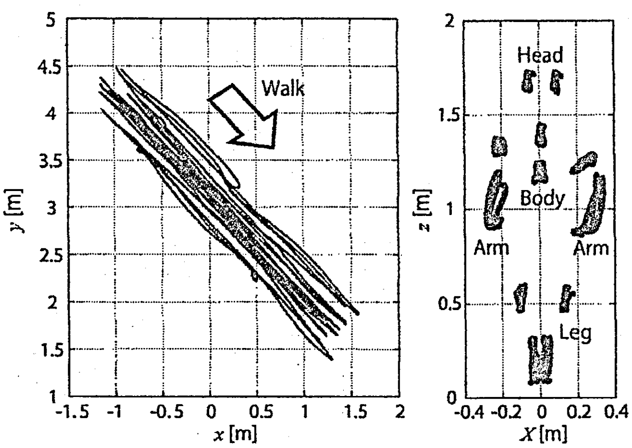


図 13 数値人体目標及び真の運動軌道 (左:上面図, 右:正面図).

5.1 目標及びシステムの諸元

本節では，市販の人体の歩行運動データ (Eyes,JAPAN 社「Motion Capture Data Pack」) の関節部分 12 点を散乱点とし，レイトレーシングにより受信信号を生成する．目標散乱点軌道の正面図および目標の xy 平面上での運動軌道を図 13 に示す．ただし，X は運動軌道と x 軸のなす角だけ x を回転させた座標であるとする．歩行速度は 1.59 m/s で等速であり，歩行周期は 1.16 s である．3 つの無指向性モノスタティックアンテナを想定し，アンテナ中心位置を z_c=30 cm，アンテナ間隔を $d_a = d_e$ =6 mm とする．この設定では，目標はアンテナベースラインに対して斜め方向に直進する．送信信号は前節と同様に中心周波数 26.4 GHz，レンジ分解能は 30 cm とする．IPP は 1.04 ms，観測時間を 2.1 s とする．人体イメージングでは実時間性が重視されるため，以降の検討では時間周波数解析法として STFT を用いる．STFT で用いるハミング窓関数の半

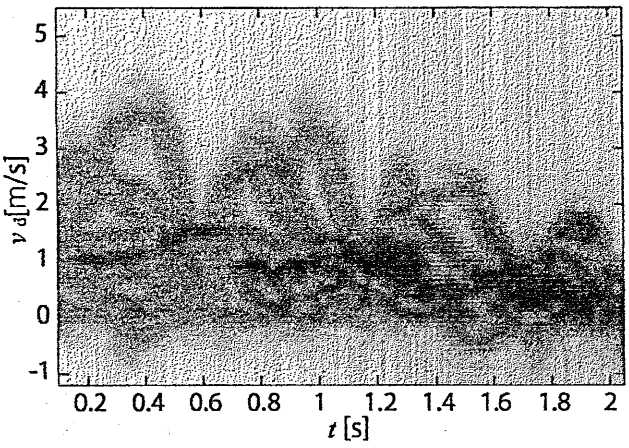


図 14　数値人体目標の STFT スペクトログラム (Rx1，全レンジのスペクトログラムを加算).

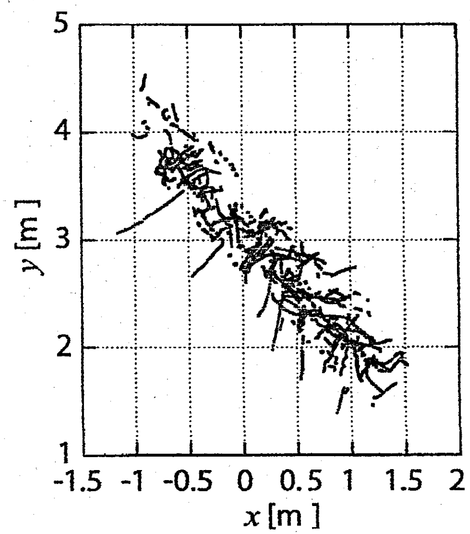


図 15　xy 平面における推定散乱中心軌道.

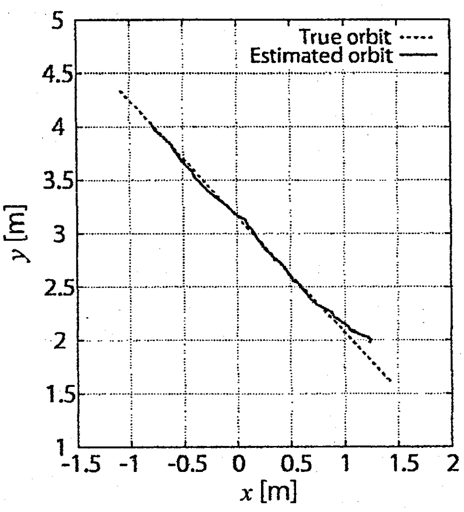


図 16　目標中心の運動軌道推定結果.

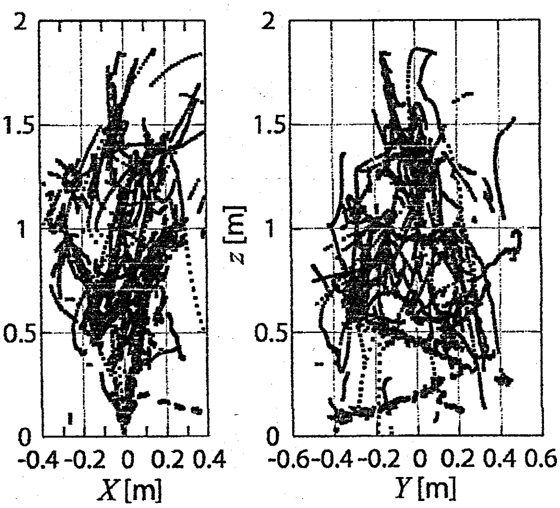


図 17　提案法による推定像 (左:正面図，右:側面図).

値幅は 66 ms とする.

5.2　イメージング及びパラメータ推定

本節では取得データ及びイメージング例を示すと共に，各種運動・形状パラメータの抽出法について説明する．Rx1 におけるスペクトログラムを図 14 に示す．腕および脚の振動に対応する視線方向速度変化が検出されていることがわかる．また，目標の移動に伴う視線方向速度の変化が，スペクトログラムの幅として検出されていることも確認できる．スペクトログラムより，雑音電力により定めたしきい値を超えるパワーを有するピークを抽出し，干渉計法とレンジ間補間法により求めた xy 平面における目標の散乱中心軌道を図 15 に示す．虚像と考えられる推定点が検出されているものの，散乱中心軌道が概ね正しくイメージングできている．次に，得られた散乱中心軌道から歩行速度を推定する．まず得られた散乱中心を受信電力で重みづけ平均することで，目標の中心の運動軌道を推定する．即ち，目標中心の xy 平面での運動軌道 $x_{\mathrm{o}}(t)$, $y_{\mathrm{o}}(t)$ を次式で求める.

$$x_{\mathrm{o}}(t) = \frac{\int x_{\mathrm{s}}(t, v_{\mathrm{dn}})p(t, v_{\mathrm{dn}})dv_{\mathrm{dn}}}{\int p(t, v_{\mathrm{dn}})dv_{\mathrm{dn}}}, \tag{11}$$

$$y_{\mathrm{o}}(t) = \frac{\int y_{\mathrm{s}}(t, v_{\mathrm{dn}})p(t, v_{\mathrm{dn}})dv_{\mathrm{dn}}}{\int p(t, v_{\mathrm{dn}})dv_{\mathrm{dn}}}. \tag{12}$$

これらの推定軌道をローパスフィルタにより平滑化し，目標中心の運動軌道と推定する．図 16 に目標中心軌道の真値と推定値を示す．推定誤差の平均値は 5.46 cm であり，高精度な推定を実現した．歩行速度は次式の通り，推定軌道の勾配として求める.

$$\mathbf{v}_{\mathrm{w}}(t) = \left(\frac{dx_{\mathrm{o}}(t)}{dt}, \frac{dy_{\mathrm{o}}(t)}{dt}\right). \tag{13}$$

推定散乱散乱中心軌道を $\mathbf{v}_{\mathrm{w}}(t)$ で補償することで，イメージングを行う．イメージング結果を図 17 に示す．ただし，Y は X 及び z の両軸に直交する軸である．同図左の正面図より，目標間干渉に起因した虚像が生じているものの，人体の概形推定が実現していることが分かる．また同図右の側面図より，歩行に伴う腕及び足の振動が推定されていることが確認できる．以上より提案イメージング法と，推定像から抽出した歩行速度を利用することで，人体イメージングが実現することを示した.

表 1 数値人体モデルの運動・形状パラメータの真値と推定値.

パラメータ	真値	推定値
歩行速さ $v_{\rm w}$	1.59 m/s	1.61 m/s
歩行方向 $\theta_{\rm w}$	43.7°	43.0°
歩行周期 $T_{\rm w}$	1.16 s	1.12 s
両腕間幅 $l_{\rm s}$	60 cm	55 cm
歩幅 $A_{\rm w}$	64 cm	61 cm
身長 $l_{\rm h}$	173 cm	180 cm

次に，目標の運動・形状パラメータの抽出を行う．ここでは歩行周期，歩行速さ，歩行方向，身長，歩幅，そして両腕間幅の 6 つのパラメータを抽出する．歩行周期をスペクトログラムの周期から求める．スペクトログラムの有意なピークのうち，最大のドップラー周波数をもつピークを各時刻について抽出し，$v_{\rm dmax}(t)$ とする．$v_{\rm dmax}(t)$ の極大値をとる隣接する 2 点の時間 t_1, t_2 を求め，歩行周期を次式で求める．

$$T_{\rm w} = 2(t_2 - t_1). \tag{14}$$

次に，歩行速さ $v_{\rm w}$ 及び歩行方向 $\theta_{\rm w}$ を求める．目標が時刻 $t_{\rm s}$ から $t_{\rm e}$ まで等速直進歩行運動をしていると仮定し，以下の式の通り歩行速度の時間平均から求める．

$$v_{\rm w} = \frac{1}{t_{\rm e} - t_{\rm s}} \int_{t_{\rm s}}^{t_{\rm e}} |\mathbf{v}_{\rm w}(t)| dt. \tag{15}$$

$$\theta_{\rm w} = \frac{1}{t_{\rm e} - t_{\rm s}} \int_{t_{\rm s}}^{t_{\rm e}} \angle \mathbf{v}_{\rm w}(t) dt. \tag{16}$$

最後に身長 $l_{\rm h}$，歩幅 $A_{\rm w}$，両腕間幅 $l_{\rm s}$ を推定する．これらのパラメータは補償後の推定像から求める．運度補償後の推定像の X 軸成分の最大値および最小値を $X_{\rm max}$，$X_{\rm min}$ とする．両腕間幅はこれらを用いて次式で求める．

$$l_{\rm s} = X_{\rm max} - X_{\rm min}. \tag{17}$$

他の軸の成分についても同様に考え，歩幅及び身長を以下の式で求める．

$$A_{\rm w} = Y_{\rm max} - Y_{\rm min}, \tag{18}$$

$$l_{\rm h} = z_{\rm max} - z_{\rm min}. \tag{19}$$

以上の式 (14)-(19) より求めた各パラメータの推定値を表 1 に示す．各パラメータの高精度な推定が実現していることが分かる．提案法でのイメージング結果から，目標の運動・形状に関する詳細な情報が抽出可能であることを示した．

6. 実環境下での人体イメージング

本節では提案手法を歩行する人体の実データに適用し，その特性評価を行うと共に，イメージング結果について考察する．図 18 に実験の概観を示す．トレッドミル上で歩行運動する人体を目標とする．トレッドミルのベルトの速度は 5 km/h，アンテナから目標までの距離は 2.2 m である．前節までと同様に中心周波数 26.4 GHz，レンジ分解能 30 cm の送信信号を仮定する．アンテナは全て E 面，H 面共に −3dB ビーム幅 22 度のホーンアンテナである．アンテナ間隔は $d_{\rm a} = d_{\rm e}$ =3.5 cm であり，アンテナ中心位置 $z_{\rm c}$=0.47 m，1.04 m，1.63 m の 3 点でデータを取得する．各アンテナ位置における目標への照射範囲の概略を図 19 に示す．アンテナ位置 (a) では主に肩と頭部から，(b) では腕と胴体から，(c) では足からの散乱波が受信される．各位置で取得したデータを重ね合わせることでイメージングを行う．パルス繰返し周期は 1.29 ms であり，STFT に用いるハミング窓の半値幅は 164 ms とする．

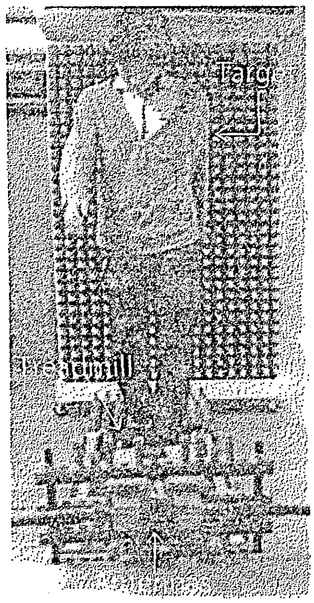


図 18 人体イメージング実験の概観.

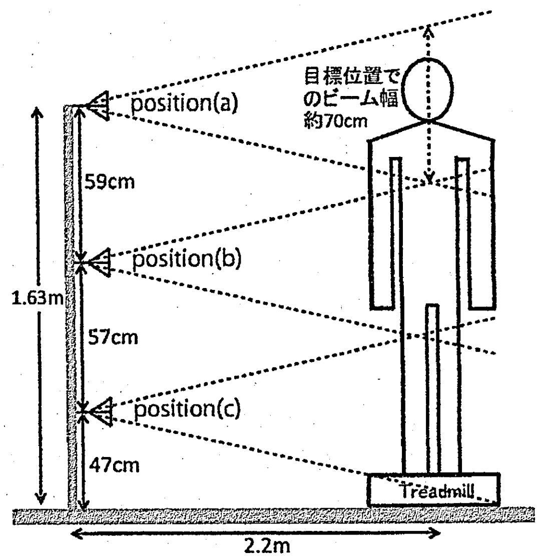


図 19 アンテナ位置とビーム照射範囲.

図 20 に各アンテナ位置において得られた STFT スペクトログラムを示す．アンテナ位置 (a) において頭部の振動に対応する成分が，また (b) において胴体部の振動に対応する成分が強く表れるなど，人体の各部位に対応する視線方向速度変化が検出されていることが分かる．図 21 に提案手法によるイメージング結果の正面図を示す．腕の散乱断面積が小さく明瞭にイ

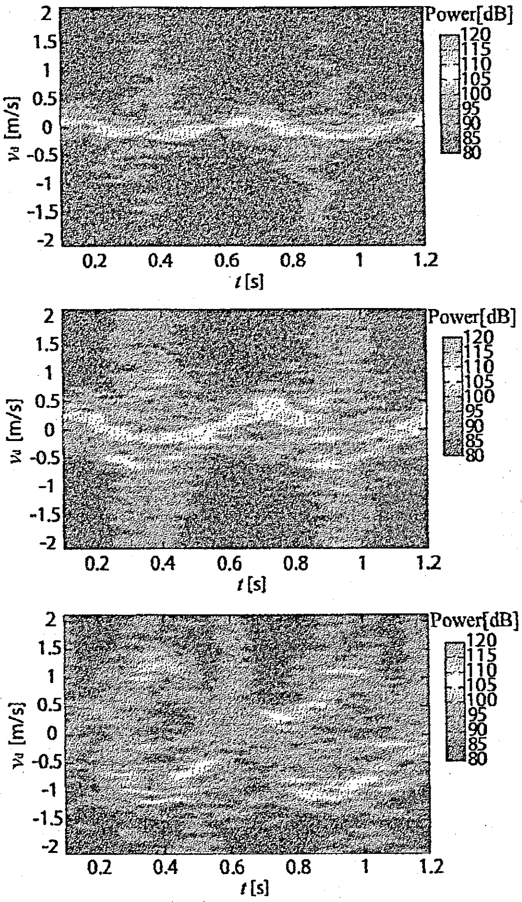


図 20　各アンテナ位置におけるスペクトログラム (上段より順にアンテナ位置 (a), (b), (c), 全て Rx1).

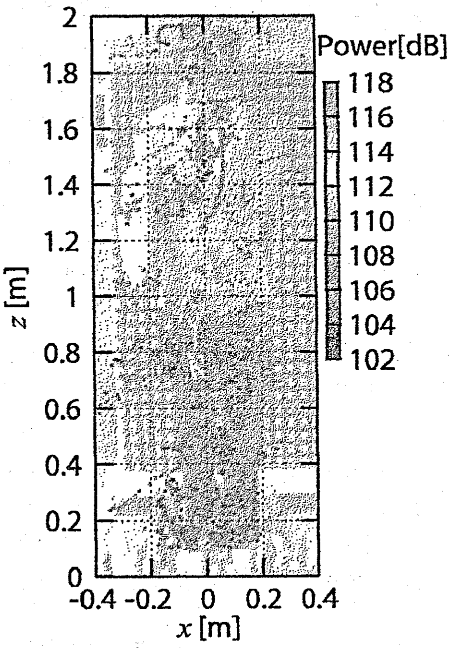


図 21　人体イメージング実験結果の正面図.

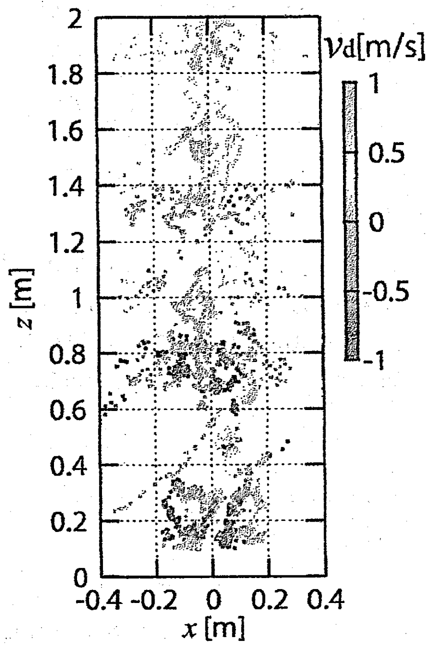


図 22　各イメージング点の視線方向速度.

メージングできていないこと，複数点の干渉に起因すると考えられる誤推定点が存在などが確認できる．しかし，これらの点を除くと，人体像がほぼ正しく再現されていることがわかる．次に，得られた推定像に対応する視線方向速度について考察する．図 22 に，図 21 に示すイメージング結果における各推定点の視線方向速度を示す．最も顕著なのは足先部分であり，± 1 m/s 以上の二つの速度領域に集中していることがわかる．これは膝から下の部分の最大速度にほぼ正確に対応しており，この値を取るのは，該当する足の部分がレーダから見た視線方向と直交する時間であることがわかる．膝から上の脚部についても，同様の傾向が見られる．また，散乱強度が低いため得られる点数は少ないが，腕部についても大きな速度を有する点が確認できる．以上より，視線方向速度の利用により人体であるか否かの識別，及びその運動に関する情報の抽出が可能であるといえる．提案手法による実環境下での人体イメージング，及び運動と形状の詳細な情報抽出が可能であることを実証した．

7. ま と め

本稿では UWB ドップラーレーダ干渉計法を用いた複数運動目標のイメージング法を提案した．提案手法では時間周波数解析とレンジ間補間法を利用することで，高精度な複数目標の分離識別及び散乱中心軌道推定を実現した．さらに，散乱中心軌道の運動補償による，高分解能形状推定法を提案し，数値計算によりその有効性を確認した．複数の回転移動目標の実データに対して提案法の適用例を示し，提案手法により公称分解能の 1/58 という高分解能形状推定を実現した．次に，提案手法の人体イメージングへの数値計算における適用例を示し，人体目標でも同様に高分解能イメージングが実現することを示した．提案イメージング法により得られる散乱中心軌道及び形状と，時間周波数分布から各種の運動・形状パラメータを抽出する方法を説明し，その適用例を示した．最後にトレッドミル上で実際に歩行する人体目標への適用例を示し，実環境下での人体イメージングを実証した．

謝　辞

本研究における実験装置を提供していただき，また実験に関して貴重なご意見を賜りました，井上謙一 氏，福田健志 氏をはじめとするパナソニック株式会社の皆様に深謝します．

文　献

[1] J. Albusac, J. J. Castro-Schez, L. M. Lopez-Lopez, D. Vallejo and L. Jimenez-Linares, "A supervised learning approach to automate the acquisition of knowledge in surveillance systems," *Signal Processing*, vol.89, no.12, pp.2400-2414, 2009.

[2] S. C. Hsia, C. H. Hsiao and C. Y. Huang, "Single-object-based segmentation and coding technique for video surveillance system," *J. Elec. Imag.*, vol.18, no.3, Article Number 033007, 2009.

[3] S. Nobuhara, Y. Tsuda, I. Ohama and T. Matsuyama, "Multi-viewpoint Silhouette Extraction with 3D Context-aware Error Detection, Correction, and Shadow Suppression," IPSJ Trans. Comp. Vis., vol.1, pp.242–259, 2009.

[4] A. Mittal and L. S. Davis, "A General Method for Sensor Planning in Multi-Sensor Systems: Extension to Random Occlusion," Int. J. Comp. Vis., vol.76, no.1, pp.31–52, 2008.

[5] G. Vogiatzis, C. Hernandez, P. H. S. Torr and R. Cipolla, "Multiview stereo via volumetric graph-cuts and occlusion robust photo-consistency," IEEE Trans. Patt. Anal. Mac. Int., vol.29, no.12, pp.2241–2255, 2007.

[6] S. Ikeda, H. Tsuji and T. Ohtsuki, "Indoor Event Detection with Signal Subspace Spanned by Eigenvector for Home or Office Security," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E92-B, no.7, pp.2406–2412, 2009.

[7] A. O. Salman, D. Dibekci, S. P. Gavrilov and A. A. Vertiy, "The radiation properties of a novel wire antenna for the security fence radar," IEEE Tran. Ant. Prop., vol.56, no.9, pp.2852–2864, 2008.

[8] K. Inomata, T. Hirai, Y. Yamaguchi and H. Yamada, "Two-dimensional target location estimation technique using leaky coaxial cables," IEICE Trans. Commun., vol.E91-B, no.3, pp.878–886, 2008.

[9] A. Gagnon, "Intrusion location capability added to synergistic radar technology," *IEEE Aero. Elec. Sys. Mag.*, vol.16, no.7, pp.21–24, 2001.

[10] E. Paolini, A. Giorgetti, M. Chiani, R. Minutolo and M.Montanari, "Localization capability of cooperative anti-intruder radar systems," *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, Article Number:726854, 2008.

[11] J. Cheal, S. O'Brien and M. Tutor, "Buried cable sensor with intruder location," IEEE Aero. Elec. Sys. Mag., vol.20, no.7, pp.11–15, 2005.

[12] F. Zhu, Y. Luo, Q. Zhang, Y. Feng and Y. Bai, "ISAR Imaging for Avian Species Identification With Frequency-Stepped Chirp Signals," *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol.7, no.1, pp.151–155, 2010

[13] X. Lv, M. Xing, C. Wan and S. Z. Li, "ISAR Imaging of Maneuvering Targets Based on the Range Centroid Doppler Technique," *IEEE Trans. Image Proc.*, vol.19, no.1, pp.141–153, 2010

[14] T. Sakamoto and T. Sato, "A target shape estimation algorithm for pulse radar systems based on boundary scattering transform," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E87-B, no.5, pp.1357–1365, 2004.

[15] T. Sakamoto and T. Sato, "2-Dimensional Imaging of Human Bodies with UWB Radar Using Approximately Uniform Walking Motion along a Straight Line with the SEABED Algorithm," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E91-B, no.11, pp.3695–3703, 2008.

[16] Y. Matsuki, T. Sakamoto, and T.Sato, "An Imaging Algorithm of a Target with Arbitrary Motion for Ultra Wide-Band Radar with a Small Number of Antennas," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E94-B, no.3, pp.742–749, 2011

[17] A. Lin and H. Ling, "Doppler and direction-of-arrival (DDOA) radar for multiple-mover sensing," *IEEE Trans. Aero. Elec. Sys.*, vol.43, no.4, pp.1496–1509, 2007.

[18] A. Lin and H. Ling, "Frontal imaging of human using three element Doppler and direction-of-arrival radar," *Electronics Letters*, vol.42, no.11, pp.660–661, 2006.

[19] A. Lin and H. Ling, "Three-dimensional tracking of humans using very low complexity radar," *Electronics Letters*, vol.42, no.18, pp.1062–1063, 2006.

[20] Y. Kim and H. Ling, "Through-wall human activities classification using support vector machine," *IEEE Trans. Geoscie. Remote Sens.*, vol.47, pp.1328–1337, 2009.

[21] I. Shafi, J. Ahmad, S. I. Shah and F. M. Kashif, "Techniques to Obtain Good Resolution and Concentrated Time-Frequency Distributions: A Review," *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, vol.2009, Article ID 673539, 2009.

[22] F. Hlawatsch, G. F. Boudreaux-Bartels, "Linier and quadratic time-frequency signal representations," *IEEE Sig. Proc. Mag.*, vol.9, pp.21-67, 1992.

輻射科学研究会資料
RS11-06

ボアホールレーダのための誘電体導波路による マイクロ波電力伝送の検討

Study of microwave power transmission by a dielectric waveguide for borehole radar

河田 健太郎
Kentaro Kawata
大阪電気通信大学大学院工学研究科
Osaka Electro-Communication University

海老原 聡
Satoshi Ebihara
大阪電気通信大学工学部
Osaka Electro-Communication University

2011 年7 月19 日
於 京都大学

概要　地中探査の際に使用されるボアホールレーダにマイクロ波で電力を供給してレーダを駆動させる方法について検討する。マイクロ波で電力を伝送するときに誘電体導波路を使用すると電力伝送効率が向上することがわかった。FDTD 法を使用して誘電体導波路の設計を行い、遮断周波数および伝達係数の利得を求めた。レーダ計測で使用する周波数帯域と干渉しない周波数を用いて、マイクロ波による電力伝送を行えるように設計した。室内実験をしたところ、誘電体導波路を用いた電力伝送実験において受信した電磁波を整流器で直流電力として取り出すことができた。さらに、受信した電力で地中の受信アンテナシステムを駆動させることができた。

1.　序論

近年、地下計測法の一つである、ボアホールレーダは、放射性廃棄物の地層処分や、地中のき裂調査などで用いられている。ボアホールレーダは坑井内で用いる為、地上から電力を供給する必要がある。この際、金属ケーブルを用いて電力を供給すると、地上装置とレーダゾンデ間のケーブルに誘導された電流がレーダ近傍の電磁界を乱し、地下計測を妨げる。また、ゾンデ内に電池を搭載した場合、電磁界の擾乱は起きないが、電池の稼働時間には制限がある。そこで、地中のレーダゾンデへ電磁波で電力を供給すると、レーダ近傍に金属製ケーブルが無くなる。また電力は地表から供給される為、電池を交換する為にレーダゾンデを引き上げる必要がなくなり、大深度地下の計測や、長時間の地中モニタリング等、これまでのボアホールレーダの枠を超えた計測が出来る可能性がある。

マイクロ波による電力供給については既に研究が進められている。例えば、幾何学的な開口面積が広いアンテナを使用し伝送効率を上げたシステムが提案されている[1]。光による電力伝送の場合、送信側の出力に限界がある為、受信した電力をキャパシタに充電し一定時間に放電する事で高い電力を取り出す方法を採用している[2]が、負荷の電力消費による放電後はキャパシタへ充電する時間が必要となる為、継続的にレーダへ電力供給する事が困難となる。筒状の空間では金属製の導波管を用いることで継続的に電力を安定供給する事が出来る[3]が、これをボアホールレーダへ応用すると、金属製の物体をボアホールレーダの近傍に置くことになり、電磁界を乱す事になる。直径 10 cm 程の坑井内で継続的に電力供給するには誘電体中にマイクロ波のエネルギーを集中させて伝送する事が有効と思われる。

以上の背景の下、本研究では誘電体導波路を使用しボアホールレーダゾンデへ効率良く電力伝送を行う方法を計算機シミュレーション及び実験により検討する。

2.　誘電体導波路中の波の励振

本研究では円筒状の空間内にマイクロ波のエネルギーを集中させるために、誘電体導波路を使用する。まず、誘電体導波路に電磁波を入力させる方法について検討する。

誘電体導波路中で電磁波を伝送するには、誘電体導波路の基本モードである HE_{11} モードの使用が有効であると考えられる。図 2-1 に HE_{11} モードの界分布[5]を示す。この図より、誘電体導波路の直径方向と平行に電界を励振させる必要があることがわかる。

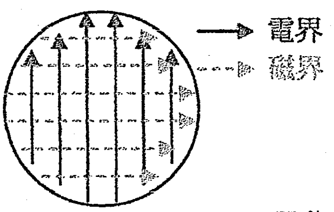


図 2-1. HE_{11} モードの界分布

HE_{11} モードを励振させるためには、ダイポールアンテナを直径方向と平行に配置することが考えられる。図 2-2 のように電磁波を伝搬させる媒質である誘電体円柱の端

面にダイポールアンテナを密着させる方法では、誘電体の反対側へも電磁波を放射するため、誘電体導波路内で効率良く電磁波を励振させることができない。伝送方向とは逆方向への電磁波の放射を抑えるために、誘電体円柱の内部にアンテナを埋め込み、誘電体円柱の端部を金属で覆い、伝送方向へ指向性を持たせることで誘電体に電磁波を効率よく入力させることが出来るようになるが、誘電体円柱の内部にダイポールアンテナを埋め込むことは困難であるため、モノポールアンテナを使用する。しかし、モノポールアンテナには、接地平板が必要となるため、図 2-3 のように誘電体導波路の送受信アンテナの付近は、誘電体に金属板を巻き付けた状態の導波管とする。

本研究で採用した誘電体導波路に電磁波を入力させるために導波管にモノポールアンテナを埋め込むことは、一般的な金属導波管の、同軸導波管変換と類似したものである。

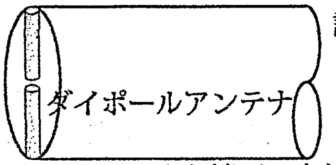


図 2-2. アンテナを端面に密着させる

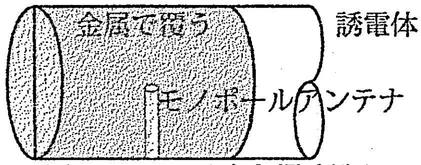


図 2-3. アンテナを埋め込む

3. 導波管の設計

3-1. 真空の導波管の遮断周波数

2 章で述べた励振法を使う場合、送受信アンテナの近傍では誘電体で満たされた金属導波管と等価となる。円形導波管にはモード毎に遮断周波数があるため、電力伝送に使用する周波数に合わせて適切な径の導波管を設計する必要がある。このため、まず媒質が真空である場合の金属導波管について考える。TM モードの遮断周波数と半径の関係は

$$f_{c(nm)} = \frac{c\chi_{nm}}{2\pi a} \qquad (1)$$

で表わされる[6]。式(1)において、$f_{c(nm)}$は、TM_{nm} モードの遮断周波数、c は真空中の光速、χ_{nm} はベッセル函数 $J_n(\chi)=0$ の第 m 番目の根、そして a は導波管の半径である。また、TE モードの遮断周波数と半径の関係は

$$f_{c(nm)} = \frac{c\chi'_{nm}}{2\pi a} \qquad (2)$$

で表わされる。式(2)において、$f_{c(nm)}$は、TE_{nm} モードの遮断周波数、c は光速、χ'_{nm} はベッセル函数 $J'_n(\chi)=0$ の第 m 番目の根、そして a は導波管の半径である。TM モードについて、遮断周波数と半径の関係を表したものを図 3-1 に、TE モードについては図 3-2 に示す。これらの図から、円形導波管において遮断周波数が最も低いモードは TE_{11} モードであることがわかる。また、TE_{11} モードの次に励起するのは TM_{01} モードであるが、TM_{01} モードの遮断周波数以上の周波数では導波管を複数のモードが伝搬し、効率の良い伝送が出来なくなるため、円形導波管を用いた電力伝送に使用する周波数は、TE_{11} モードの遮断周波数より高く、TM_{01} モードの遮断周波数より低い帯域を選ぶことで、TE_{11} モードのみによる伝送が可能となる。一方、2 節で述べた通り、誘電体導波路では HE_{11} モードで伝送するが、金属導波管中の TE_{11} モードは HE_{11} モードの電磁界分布に似ており、2 つの導波管の接続部で効率よくモードの変換がおきると予想できる。これに関する検証は 3-3 節で数値計算により行う。また、ボアホールレーダへ干渉しないようにレーダで使用する周波数帯域も避ける必要がある。

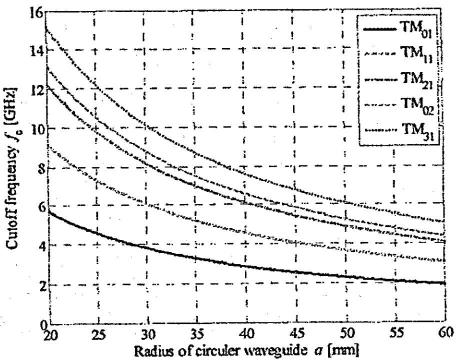


図 3-1. TM モードの遮断周波数

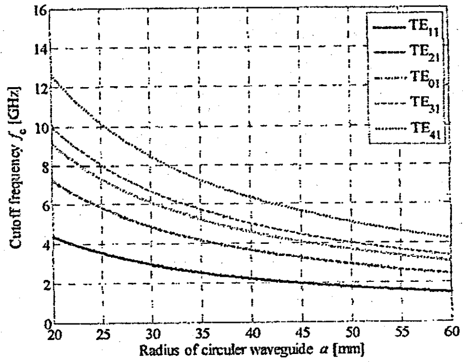


図 3-2. TE モードの遮断周波数

3-2. 誘電体で満たされた金属導波管の遮断周波数

円形導波管の媒質を空気ではなく、誘電体を使用した場合は、遮断周波数も変化するため、誘電体による遮断周波数の変動を考慮する必要がある。誘電体媒質中の伝搬速度 v_p を誘電体の比誘電率 ε_r で表すと

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad (3)$$

となり、誘電体導波路の遮断周波数は

$$f_{c(nm)} = \frac{v_p \chi_{nm}}{2\pi a} \qquad (4) \quad \text{TM モード}$$

$$f_{c(nm)} = \frac{v_p \chi'_{nm}}{2\pi a} \qquad (5) \quad \text{TE モード}$$

となる。導波管の媒質の比誘電率を考慮した場合の導波管の径と遮断周波数の関係を図 3-3 に示す。本研究では、誘電体の比誘電率 ε_r を 2.49 として、導波管の設計をしていくことにする。

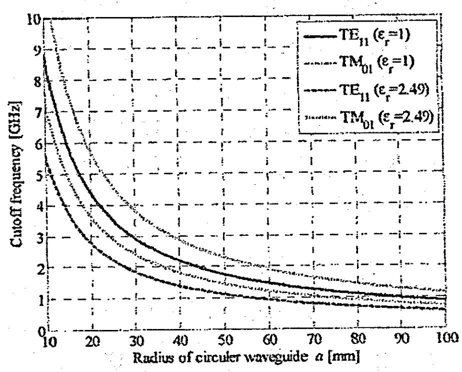


図 3-3. 誘電体導波路の遮断周波数

3-3. FDTD 法による数値解析

2 節で示した電力伝送を行う場合、誘電体で満たされた金属導波管と誘電体導波路が接続された導波管となる。このときのマイクロ波の伝搬を FDTD 法で解析する。解析モデルを図 3-4 に示す。誘電体導波路の直径 a を 50 mm、送受信モノポールアンテナの長さ h を 37 mm、金属導波管の長さ l_m を 0.3 m、誘電体導波路の長さ l_d を 0.4 m

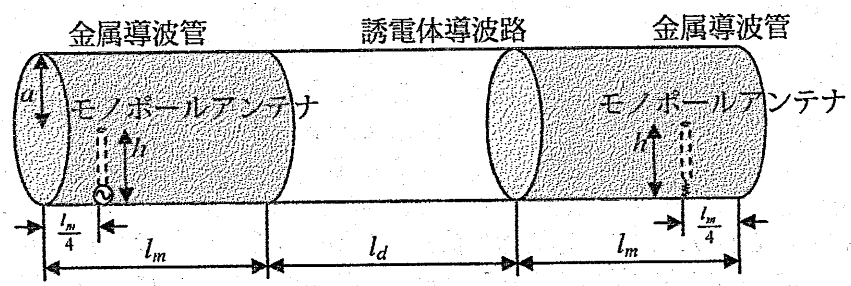


図 3-4. 解析モデル

としたときの伝達特性の計算結果と同じモデルでの実験結果を比較したものを図 3-5 に示す。実験では、伝達特性をベクトル・ネットワーク・アナライザ (Agilent Technologies E5061A)で測定した。この結果、TE_{11} モードの遮断周波数 1.1 GHz より高い周波数で利得が向上し、その後 TM_{01} モードの遮断周波数 1.4 GHz を超えると利得が低下しており、2 節で予想した TE_{11} モードのみが励振する周波数帯域で TE_{11} モードが励起していることが確認できた。

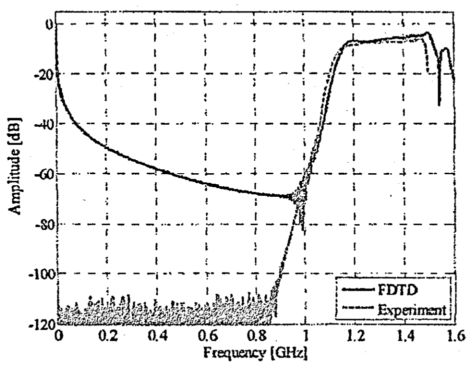


図 3-5. 解析結果と実験結果

また、周波数 1.1 GHz から 1.4 GHz では誘電体導波路と金属導波管の接続部でも効率よくモード変換がされていると考えられる。実験においても 1.1 GHz から 1.4 GHz の基本モードが励振する周波数帯域で計算値と利得が一致している。

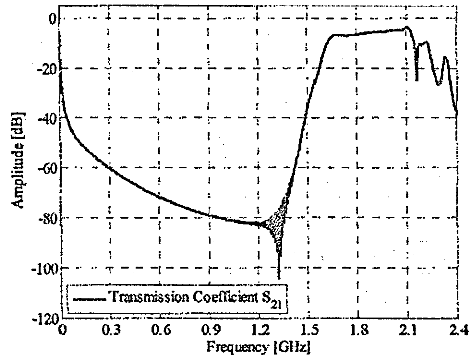


図 3-6. 解析結果

本研究では、電力伝送に使用する周波数を 2 GHz に設定し、その周波数に合わせた誘電体導波路を設計する。この誘電体導波路の直径 a は 36 mm、送受信モノポールアンテナの長さ h は 26 mm、誘電体で満たされた金属導波管の長さ l_m は 0.2 m、誘電体導波路の長さ l_d は 0.2 m である。図 3-6 に示す送受信アンテナ間の伝達特性の解析結果より、比誘電率 2.49 の媒質による誘電体導波路が電力伝送に用いる周波数2 GHz で効率よく伝送可能であることがわかった。

3-4. 導波管の媒質による効率の向上

マイクロ波による電力伝送に誘電体を用いることの効果について検証する。金属導

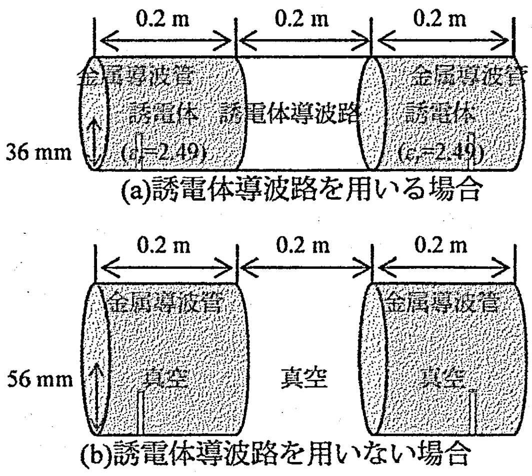


図 3-7. 解析モデル

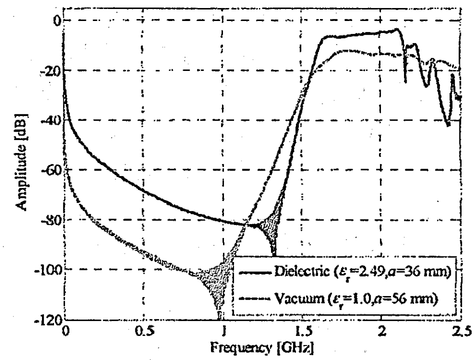


図 3-8. 異なる媒質の比較

波管中に誘電体がない場合と、ある場合では遮断周波数が変化するので、遮断周波数が一致するように金属導波管の半径を変えて解析を行った。図 3-7 (a)に誘電体で満たされた金属導波管と誘電体導波路が接続された導波管のモデルを、(b)に金属導波管に絶縁区間があるモデルを示す。これらの伝達特性の計算結果を比較したものを図 3-8 に示す。誘電体導波路を用いない場合の伝達効率は、電力伝送で使用する周波数である 2 GHz のときで -13.5 dB (4.5 %)であるのに対し、誘電体導波路を用いた場合の伝達効率は -5.06 dB (31 %)となり、6.9 倍 (8.4 dB)効率が向上することがわかった。

4. レーダシステム

4-1. マイクロ波電力伝送システム

前章で設計した電力伝送用導波管を用いて、ボアホールレーダへマイクロ波で電力伝送を行うためのシステムを構成する。マイクロ波電力伝送システムの全体図を図 4-1 に示す。まず、発振器で高周波信号(2 GHz)を出力し、増幅器で信号を増幅させ、導波管へ入力する。導波管を伝搬して受信した信号を整流器[4]で整流し、直流電力を取り出し、坑井内のボアホールレーダ用受信システムを駆動させる。地中の受信アンテナでは、受信したレーダ信号を増幅器で増幅し R/O 変換器によって光信号に変換し、光ファイバで地上へ送っている。レーダ受信信号伝送システムのダイナミックレンジは 100 dB である。

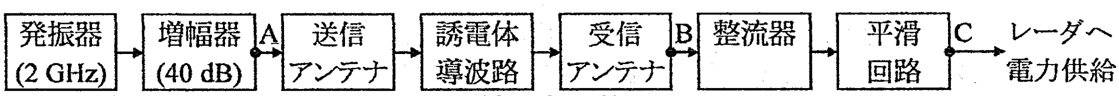


図 4-1. マイクロ波電力伝送システム

4-2. 電力伝送におけるレベルダイアグラム

通常使用しているボアホールレーダの受信システムの地中部分を駆動させるためには 0.5 W 以上の電力が必要である。前節で設計した誘電体導波路の伝送効率は、周波数 2 GHz のとき 30 %程度であるが、無損失の状態で計算した結果であるため、実際には計算値よりも効率が低下することが予想される。また、受信した高周波信号を整流するための整流器を文献[4]に基づき作成したところ、高周波信号から直流への変換効率は 36 %程度であった。これらのことから、電力伝送において発振器から出力する電力は 10W 程度が必要となる。図 4-2 にマイクロ波による電力伝送において予想されるレベルダイアグラムを示す。発振器で 40 dBm 出力することで整流後は 27 dBm となり、0.5 W の電力が確保できる。

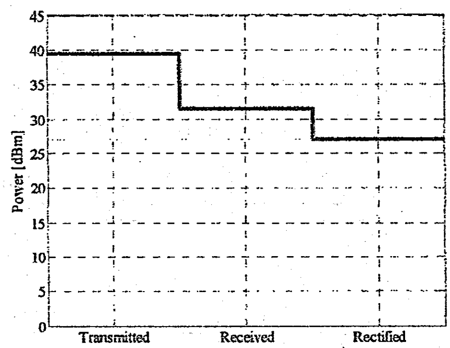


図 4-2. 予想されるレベルダイアグラム
Transmitted, Received 及び Rectified はそれぞれ図 4-1 で A, B 及び C の位置に対応する

4-3. ボアホールレーダ用受信アンテナシステムの駆動

室内実験でボアホールレーダの受信システムを駆動させる実験を行った。図 4-3 にレーダシステム実験の接続図を、図 4-4 にブロック図を示す。R/O 変換器へ電力伝送を行う際に用いた誘電体導波路は、直径 a が 36 mm、モノポールアンテナの長さ h が

26 mm、送受信アンテナ近傍の誘電体で満たされた金属導波管の長さ l_m が 0.2 m、誘電体導波路の長さ l_d が 0.2 m のものを使用した。受信システムの実験は、ベクトル・ネットワーク・アナライザ（VNA）の送信ポートからの信号を R/O 変換器の上限の入力電力以下に抑えるため、-83 dB の減衰器を通して、R/O 変換器に入力する。R/O 変換器は誘電体導波路により電力供給されている。R/O 変換器で光信号に変換された信号をシングルモード光ファイバで地表に設置する O/R 変換器へ入力する。再び高周波信号に変換された信号を VNA の受信ポートへ接続し、送受信ポート間の伝達特性を測定した結果を図 4-5 に示す。なお、このボアホールレーダ用受信アンテナシステムの実験の際には減衰器へ入力する同軸ケーブルと、O/R 変換器から出力される同軸ケーブルの減衰と位相の遅れを VNA のキャリブレーション機能で取り除いた。このボアホールレーダ用受信アンテナシステムの駆動実験の結果、平滑回路出力は 5V となり、定格 6V よりは低いものの、0.5 W の出力が得られ、R/O 変換器へ入力された高周波信号を光信号に変換し、通常通り信号伝送を行うことができた。

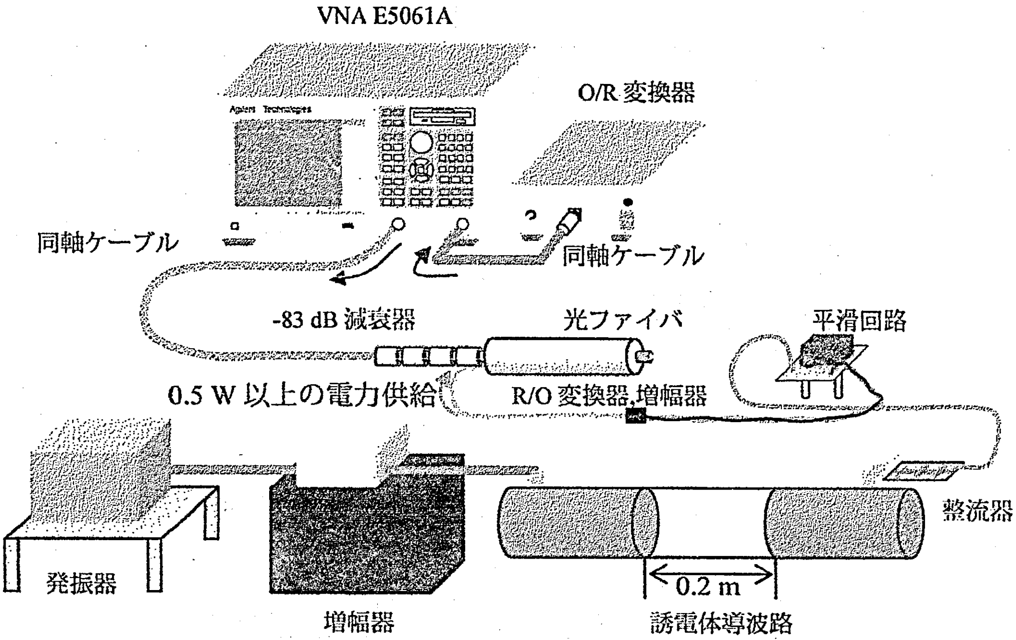
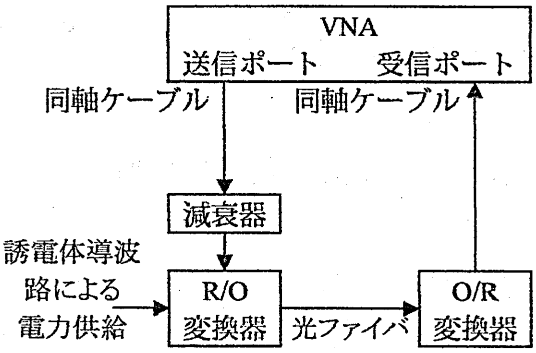


図 4-3. レーダシステム実験の接続図



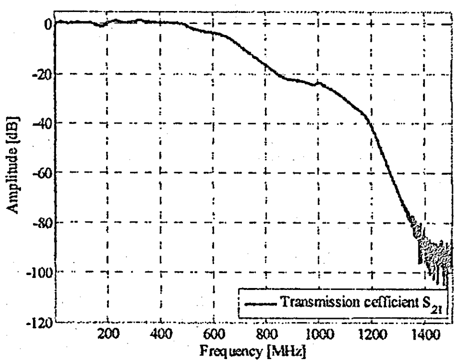


図 4-4. レーダシステム実験のブロック図

図 4-5. 受信アンテナシステムの実験結果

5. 結論

マイクロ波による電力伝送システムを構成する際に、電磁波を伝搬させる媒質として誘電体を使用すると、伝送効率が高くなるが、その際誘電体導波路で電磁波を励振させる方法として、モノポールアンテナを埋め込み、誘電体の端部を金属で覆うことで伝送方向へ指向性を持たせることができる。電力伝送に用いる電磁波の周波数に合わせて誘電体導波路を設計することで、誘電体導波路を使用しない場合よりも電力伝送の効率が 8.4 dB 向上し、直流電力を取り出してボアホールレーダ用の受信アンテナシステムを駆動させることができた。次の段階の実験としては、送受信アンテナを室内に配置し、レーダ信号の送受信実験を行う。図 5-1 に実験接続図を、図 5-2 にブロック図を示す。この時、電力伝送に用いた誘電体導波路の電力受信アンテナ附近の金属導波管部分は、レーダ用受信ダイポールアンテナのエレメントの一部として利用する。

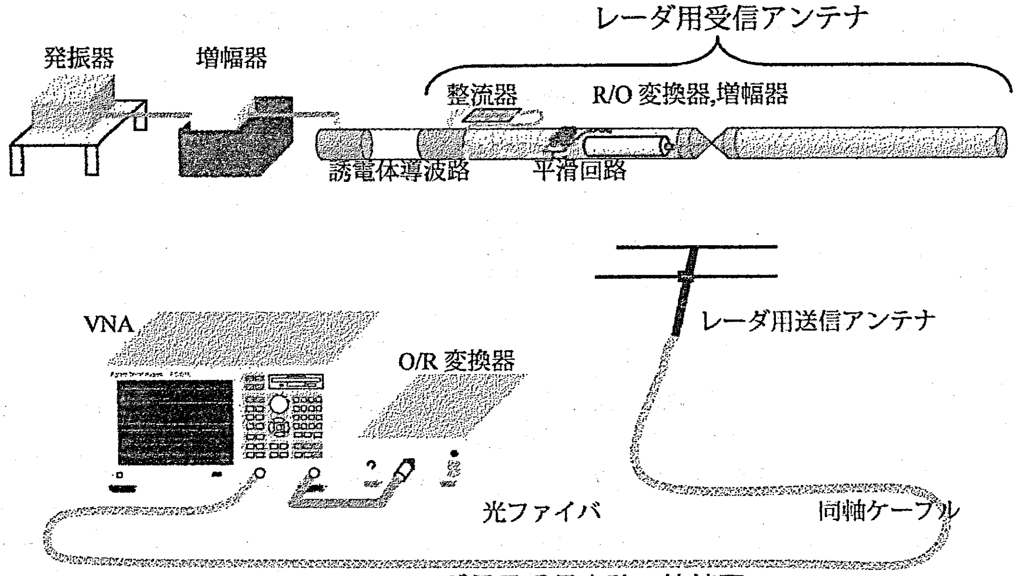


図 5-1. レーダ信号受信実験の接続図

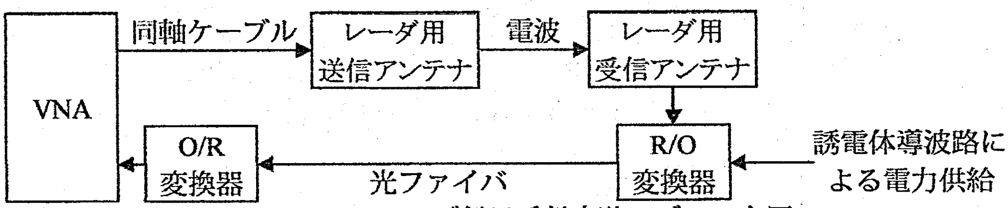


図 5-2. レーダ信号受信実験のブロック図

6. 謝辞

整流器の試作に協力していただいた植村明紘氏に深く感謝申し上げます。

7. 参考文献

[1] 篠原真毅、松本紘、三谷友彦、芝田裕紀、安達龍彦、岡田寛、冨田和宏、篠田健司、「無線電力空間の基礎研究」、　電子情報通信学会、信学技報、SPS2003-18.

[2] 竹田晴見、「地中埋設型送信装置」、特開 2009-270919.

[3] 柴田貴行、笹谷卓也、川原伸章、「マイクロ波エネルギー伝送を用いた自立移動可能なマイクロロボット」、電子情報通信学会論文誌、B, Vol. J83-B, No. 5, pp. 704-710,

2000 年 5 月.
[4] 武市統、篠原真毅、松本紘、橋本弘藏　「マイクロ波送電用整流回路の小型軽量化に関する研究」、電子情報通信学会論文誌、2003/5, Vol J86-B, No.5, pp. 850-854.
[5] 宮城光信、「光伝送の基礎」、昭晃堂
[6] 安達三郎、米山務、「電波伝送工学」、コロナ社

RS11-07

熱励起擬似表面プラズモンによるテラヘルツエミッター

高原淳一、上羽陽介
大阪大学 大学院工学研究科
大阪大学 フォトニクス先端融合研究センター

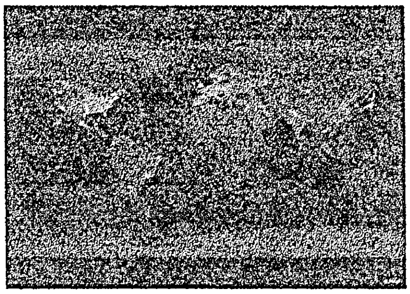
輻射科学研究会 7月例会
京都大学工学部3号館北館2Fセミナー室
2011年7月19日

内容

熱輻射光源の効率

背景

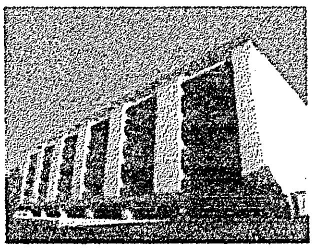
Electric power for lighting
20% of total electric power



NASA

OECD governments (2007~)
Phasing-out incandescent lighting ⇒ Compact fluorescent lamp
LED lamp

大阪大学 フォトニクスセンター



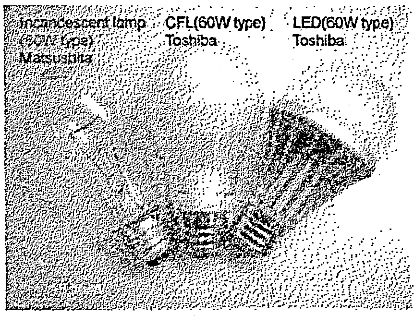
ナノフォトニクス、プラズモニクスのセンター

センター長 河田聡 教授

http://parc.osaka-u.ac.jp/english

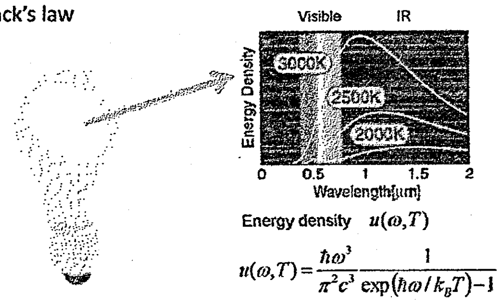
全館LED照明ビル
(人感センサーネットワークによるon,off、照度と色のコンピューター制御)

電球型照明の発光効率(luminous efficacy)



熱輻射光源の発光スペクトル

- Planck's law

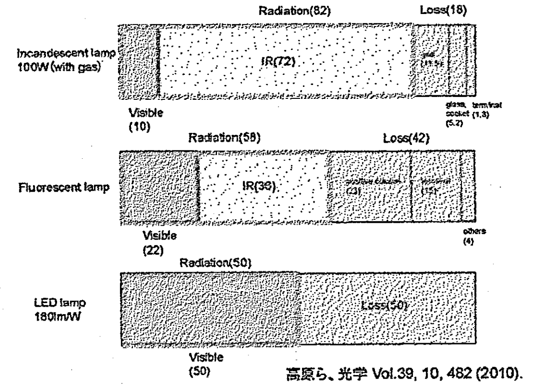


Energy density $u(\omega,T)$

$$u(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}\frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_BT)-1}$$

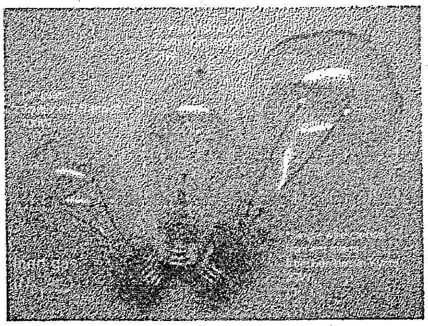
More than 90% is invisible IR radiation

照明のエネルギー効率



高原ら、光学 Vol.39, 10, 482 (2010).

昔の白熱電球との違い



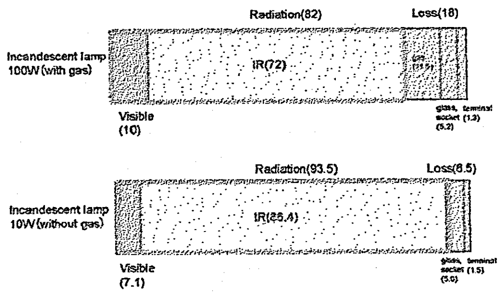
1878
J.W. Swan
Carbon filament lamp

1879.10
T.A. Edison
Carbon filament lamp

1880.11
Bamboo filament lamp

*Commercially available incandescent lamps with carbon filament for use of antique lamps.

白熱電球のエネルギー効率は高い



90%以上の電気→電磁輻射エネルギー変換効率!

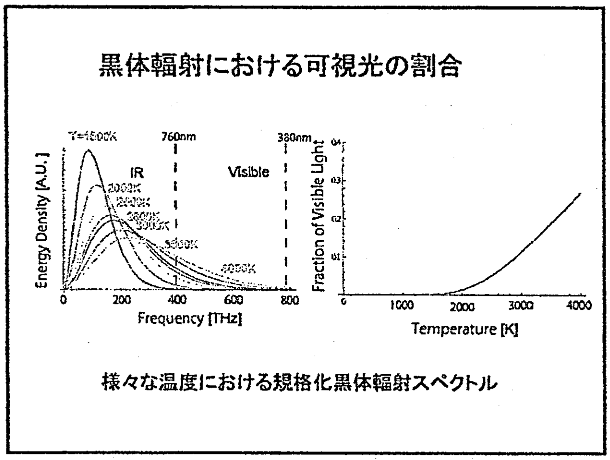
高原ら、光学 Vol.39, 10, 482 (2010).

金属マイクロキャビティアレイによる熱輻射スペクトルの制御

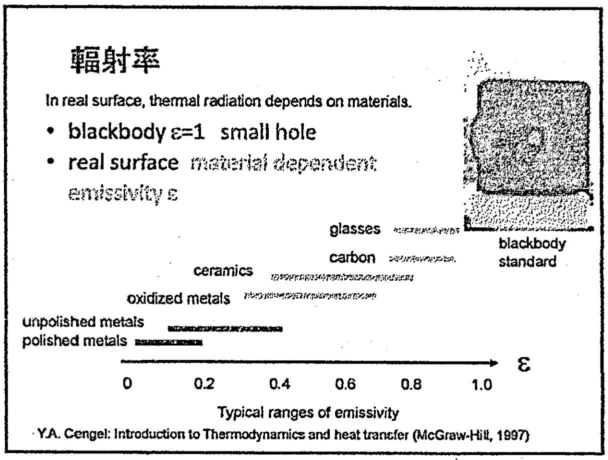
可視光変換効率の向上方法

フィラメント温度の向上
融点、フィラメント寿命 T<3000K
赤外線カットフィルター(high-pass filter: HPF)
TiO_2-SiO_2 multilayer
limited to 20 lm/W
広帯域化困難、効率向上は数十%
状態密度(DOS)の制御

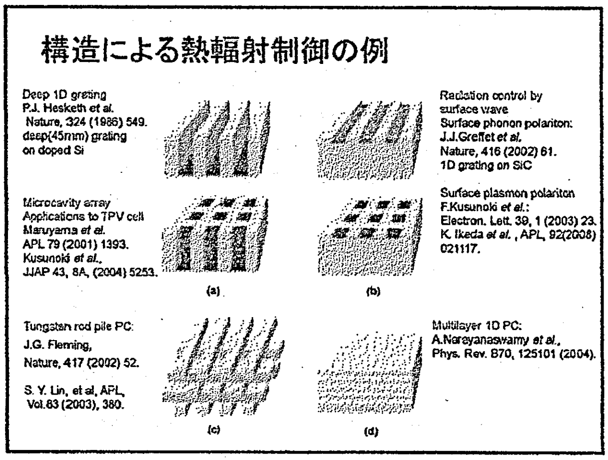
$$u(\omega,T)d\omega=\langle n(\omega,T)\rangle\hbar\omega\,\rho(\omega)d\omega$$
$$=\frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}\frac{d\omega}{\exp(\hbar\omega/k_BT)-1}$$



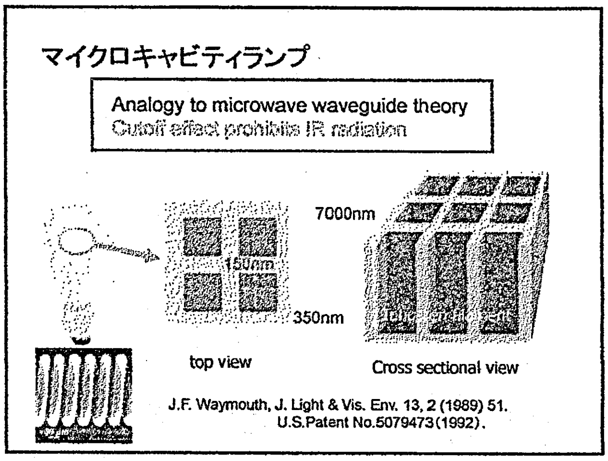
黒体輻射における可視光の割合
760nm
380nm
IR
Visible
Energy Density [A.U.]
Frequency [THz]
Fraction of Visible Light
Temperature [K]
様々な温度における規格化黒体輻射スペクトル



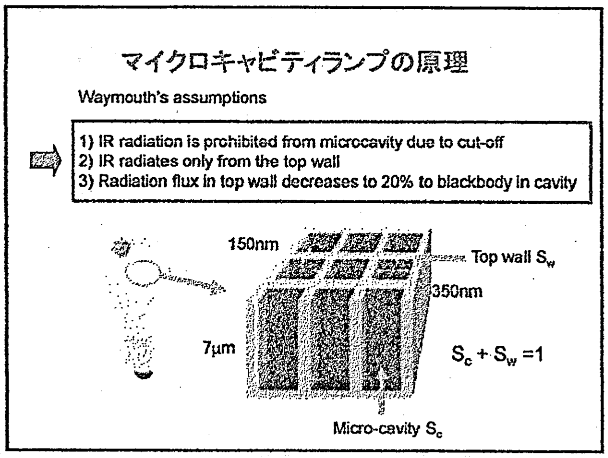
輻射率
In real surface, thermal radiation depends on materials.
• blackbody ε=1 small hole
• real surface material dependent emissivity ε
glasses
carbon
ceramics
oxidized metals
unpolished metals
polished metals
blackbody standard
ε
0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0
Typical ranges of emissivity
Y.A. Cengel: Introduction to Thermodynamics and heat transfer (McGraw-Hill, 1997)



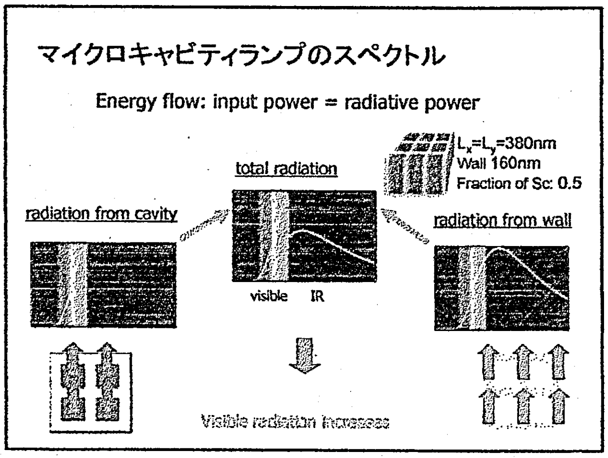
構造による熱輻射制御の例
Deep 1D grating
P.J. Hesketh et al.
Nature, 324 (1986) 549.
deep(45mm) grating
on doped Si
Radiation control by
surface wave
Surface phonon polariton:
J.J.Greffet et al.
Nature, 416 (2002) 61.
1D grating on SiC
Microcavity array
Applications to TPV cell
Maruyama et al.
APL 79 (2001) 1393.
Kusunoki et al.,
JJAP 43, 8A, (2004) 5253.
Surface plasmon polariton
F.Kusunoki et al.:
Electron. Lett. 39, 1 (2003) 23.
K. Ikeda et al. , APL, 92(2008) 021117.
(a)
(b)
Tungsten rod pile PC:
J.G. Fleming,
Nature, 417 (2002) 52.
S. Y. Lin, et al, APL,
Vol.83 (2003), 380.
Multilayer 1D PC:
A.Narayanaswamy et al.,
Phys. Rev. B70, 125101 (2004).
(c)
(d)



マイクロキャビティランプ
Analogy to microwave waveguide theory
Cutoff effect prohibits IR radiation
7000nm
150nm
350nm
top view
Cross sectional view
J.F. Waymouth, J. Light & Vis. Env. 13, 2 (1989) 51.
U.S.Patent No.5079473(1992).

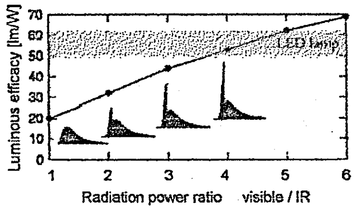


マイクロキャビティランプの原理
Waymouth's assumptions
1) IR radiation is prohibited from microcavity due to cut-off
2) IR radiates only from the top wall
3) Radiation flux in top wall decreases to 20% to blackbody in cavity
150nm
Top wall S_w
350nm
7μm
$S_c + S_w = 1$
Micro-cavity S_c



マイクロキャビティランプのスペクトル
Energy flow: input power = radiative power
$L_x = L_y = 380nm$
Wall 160nm
Fraction of Sc: 0.5
total radiation
radiation from cavity
radiation from wall
visible IR
Visible radiation increases

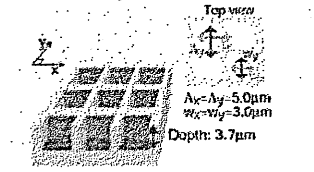
輻射制御による効率の向上



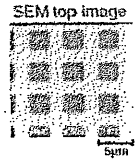
マイクロキャビティの作製

- Tungsten (W), Tantalum (Ta) substrate (t=0.5mm)
- W (T=3400°C), Ta (T=3000°C), doped Si
- cavity size: 3μm x 3μm x 3.7μm (36%)
- patterned area 3mm x 5mm

Periodic array of microcavities

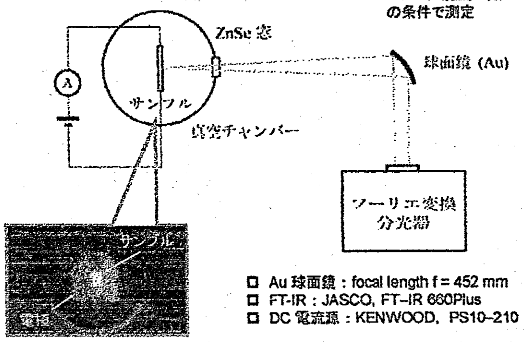


SEM top image



実験系

入力電力一定
または
サンプル温度一定
の条件で測定



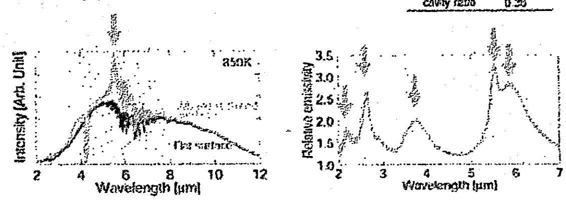
- Au 球面鏡：focal length f = 452 mm
- FT-IR：JASCO, FT-IR 660Plus
- DC 電流源：KENWOOD, PS10-210

熱輻射スペクトル

- flat and structured surfaces
- 3 times enhancement @5.6μm
- Many peaks in relative emissivity

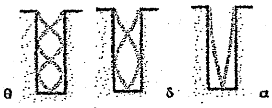
sample 1

material	W
period	5.0μm
cavity	3.0μm
depth	3.7μm
cavity ratio	0.36



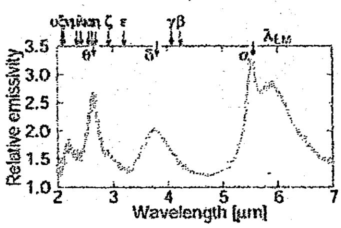
F. Kusunoki, J. Takahara and T. Kobayashi, JJAP., 43, No.8A, (2004) 5253.

開放端共振器モデル



$$\lambda_{cavity}(n_x,n_y,n_z)=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2+\left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2+\left(\frac{n_z}{2L_z}\right)^2}}$$

Maruyama *et al.* APL, 79 (2001) 1393.



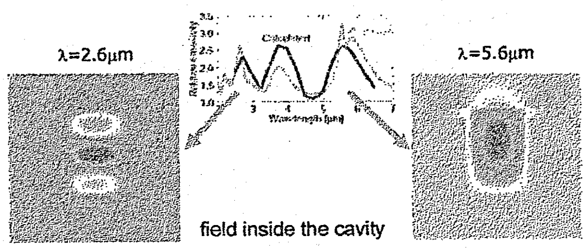
Mode	(n_x,n_y,n_z)	λ_{xyz}(μm)
α	(1,0,1), (0,1,1)	5.58
β	(1,1,0)	4.24
γ	(1,1,1)	4.08
δ	(1,0,3), (0,1,3)	3.61
ε	(1,1,3)	3.22
ζ	(2,0,1), (0,2,1)	2.84
η	(2,1,0), (1,2,0)	2.68
θ	(1,0,5), (0,1,5)	2.65
ι	(2,1,1), (1,2,1)	2.64
κ	(2,0,3), (0,2,3)	2.56
λ	(1,1,5)	2.43
μ	(2,1,3), (1,2,3)	2.36
ν	(2,2,0)	2.12
ξ	(2,0,5), (0,2,5)	2.11
ο	(2,2,1)	2.1

n_z=1,3,5... (Odd mode index)

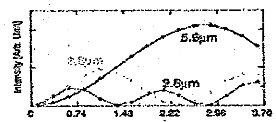
共振器中の電磁界分布のシミュレーション

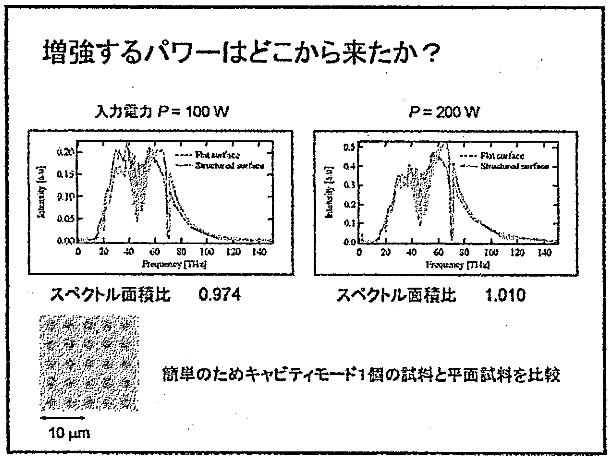
λ=2.6μm

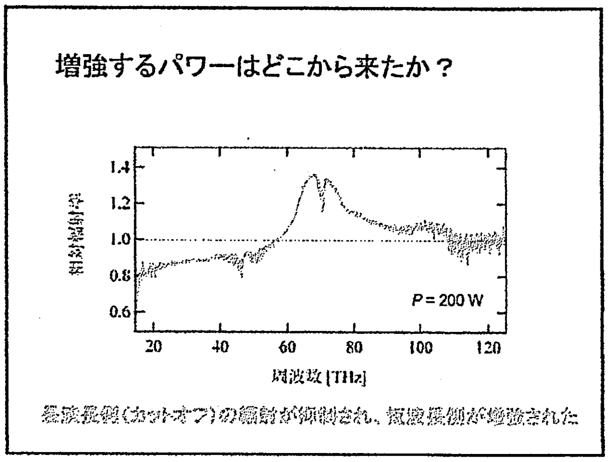
λ=5.6μm

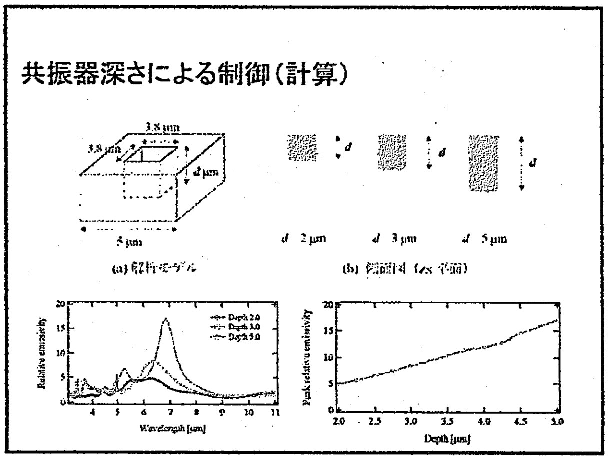


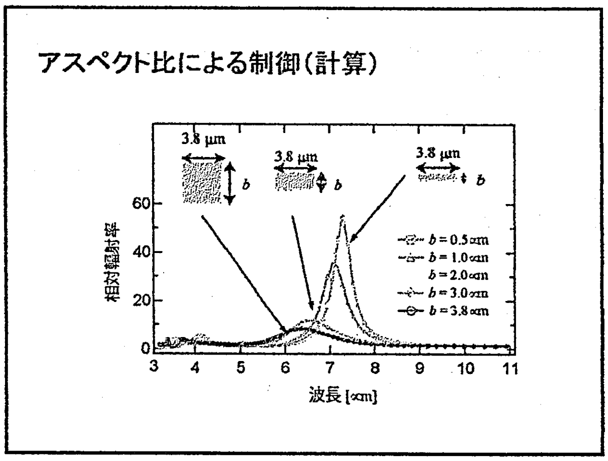
field inside the cavity

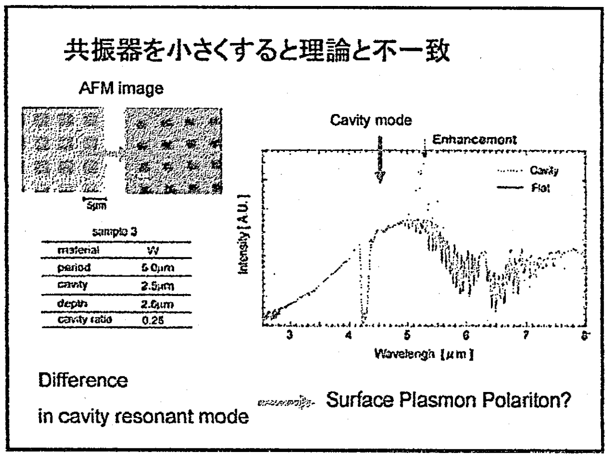


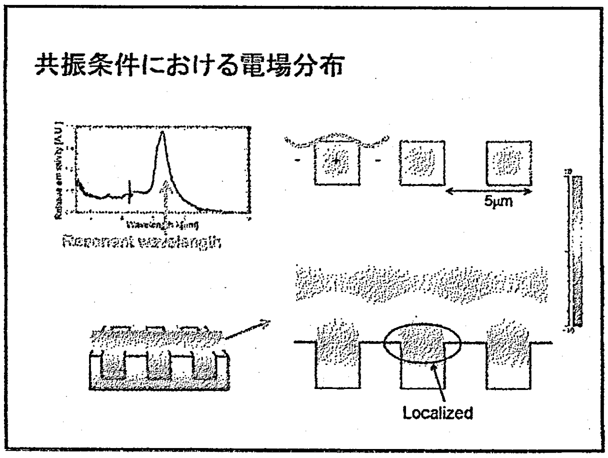

増強するパワーはどこから来たか？
入力電力 P = 100 W
P = 200 W
Frequency [THz]
スペクトル面積比 0.974
スペクトル面積比 1.010
簡単のためキャビティモード1個の試料と平面試料を比較
10 μm


増強するパワーはどこから来たか？
P = 200 W
周波数 [THz]


共振器深さによる制御(計算)
3.8 μm
3.8 μm
d μm
5 μm
d 2 μm
d 3 μm
d 5 μm
Depth 2.0
Depth 3.0
Depth 5.0
Relative emissivity
Wavelength [μm]
Peak relative emissivity
Depth [μm]


アスペクト比による制御(計算)
3.8 μm
3.8 μm
3.8 μm
相対輻射率
b = 0.5 μm
b = 1.0 μm
b = 2.0 μm
b = 3.0 μm
b = 3.8 μm
波長 [μm]


共振器を小さくすると理論と不一致
AFM image
5μm
sample 3
material W
period 5.0μm
cavity 2.5μm
depth 2.0μm
cavity ratio 0.25
Cavity mode
Enhancement
Cavity
Flat
Intensity [A.U.]
Wavelength [μm]
Difference
in cavity resonant mode
Surface Plasmon Polariton?

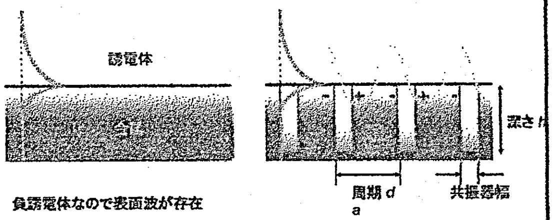

共振条件における電場分布
Resonant wavelength
5μm
Localized

擬似表面プラズモン による狭帯域熱輻射エミッター

擬似表面プラズモンとは

J.B. Pendry, Science 305, 847 (2004).

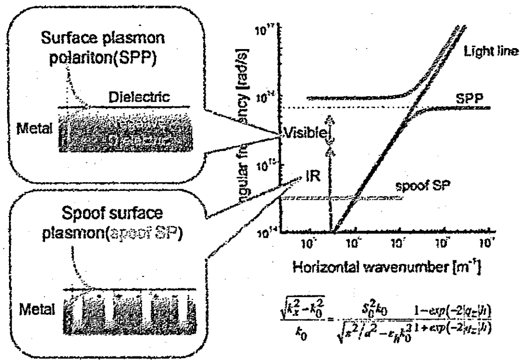
可視光…金属は負誘電体　　赤外光…金属は完全導体



負誘電体なので表面波が存在
⇒表面プラズモンポラリトン

周期構造を設けると表面波が擬似的に存在
⇒擬似表面プラズモン(擬似SP)

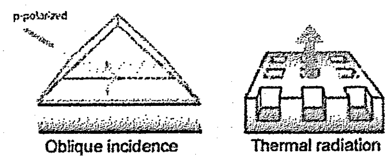
擬似表面プラズモンの分散関係



$$\frac{\sqrt{k_x^2-k_0^2}}{k_0} = \frac{S_0^2 k_0}{\sqrt{\pi^2/a^2-\varepsilon_h k_0^2}} \frac{1-\exp(-2|q_z|h)}{1+\exp(-2|q_z|h)}$$

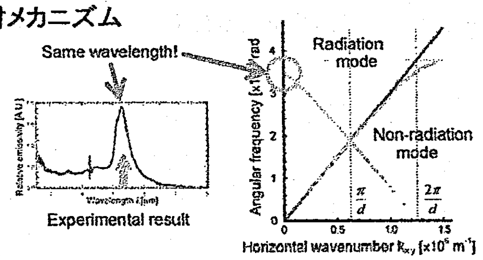
輻射場との結合

- Surface wave has been non-radiation mode.
- In the experiment, we found that the peak position was attributed to Spoof SP on vertical thermal radiation.



Why the spoof SP is excited thermally and coupled with vertical radiation mode?

輻射メカニズム

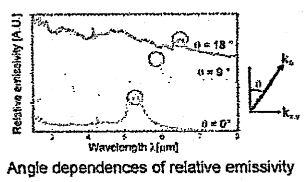


The wavelength of k_{xy}= 0 (vertical radiation) is the same as the experimental peak position.

Spoof SP is couplable with vertical radiation!

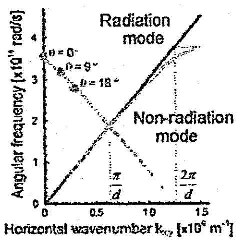
Y. Ueba, T. Nagatsuma and J. Takahara, Abstracts in SPP5, Busan, MP-63 (2011).

角度依存性



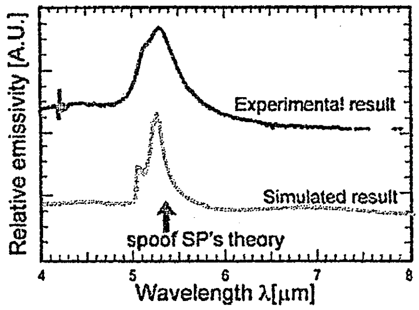
Angle dependences of relative emissivity

$$\beta = k_{x,y} \pm m\frac{2\pi}{d}$$

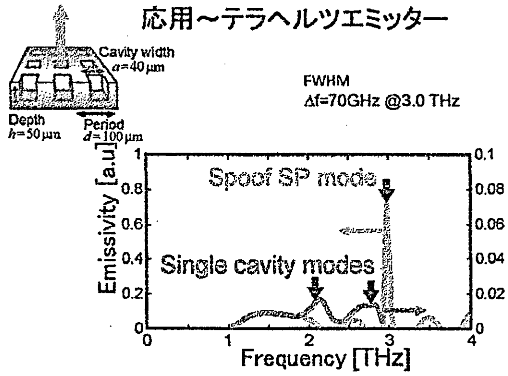


Y. Ueba, T. Nagatsuma and J. Takahara, Abstracts in SPP5, Busan, MP-63 (2011).

実験とシミュレーションの比較

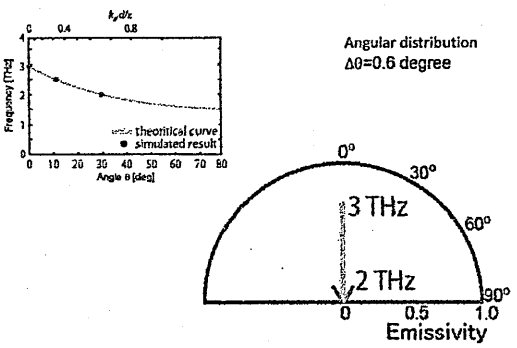


応用～テラヘルツエミッター



Y. Ueba, J. Takahara and T. Nagatsuma, Opt. Lett. , 36(6), 909 (2011).

応用～テラヘルツエミッター



Y. Ueba, J. Takahara and T. Nagatsuma, Opt. Lett. , 36(6), 909 (2011).

まとめ

- マイクロキャビティによる熱輻射スペクトル制御
- 共振器のカットオフによる長波長輻射の抑制
- 輻射の特定波長への集中

- 共振器が小さい時は、熱輻射ピークは擬似表面プラズモンで良く説明できる。
- テラヘルツエミッターへの応用

- 応用：高効率白熱電球、挟帯域赤外線エミッター

輻射科学研究会資料
RS11-08

航海電子機器概要

An Overview of the Electronic Equipments in Navigation Technologies

松本朋子（古野電気株式会社）
Tomoko Matsumoto
Furuno Electric Corporation Ltd.

[内容概要]
深江丸は1987年10月に三井造船玉野事業所にて建造され、神戸商船大学の練習船を経て2003年10月より神戸大学海事科学部・大学院海事科学研究科附属船となり今日に至っている。本船は、総トン数449 t、全長49.95 m、型幅10 m、喫水3.212 m、最大64名乗船可能で、船籍港は神戸港となっている。学生の操船実習が行われるほか、各種企業の社内研究、講演等にも用いられている。また、古野電気株式会社によって開発されたARPAレーダ（Xバンド、Sバンド）、GPS航法装置、DGPS航法装置、AIS（船舶自動識別装置）、ECDIS（電子海図情報表示装置）といった最新技術が装備された高度知能化船となっており、研究設備としても活用されている。本御講演では、こららの諸技術につき具体的かつ詳細な解説をいただいた。また、これらの内容に関する実地視察を経て、活発な質疑応答が行われた。

大変興味深い御講演を賜り、また実地視察において大変懇切丁寧な御案内・御説明をいただきました。御講演いただきました松本朋子様（古野電気株式会社）ならびに、古荘雅生先生、矢野吉治先生をはじめとする神戸大学大学院海事科学研究科の皆様、柏卓夫様をはじめとする古野電気株式会社の皆様に厚く御礼申し上げます。

以上

報告者：浅居正充（近畿大学）

平成23年11月1日（火）

於： 神戸大学

輻射科学研究会資料
RS11-09

錨泊システムへの超音波の応用

Application of Ultrasonic Waves in Anchoring Systems

矢野吉治（神戸大学大学院）
Yoshiharu Yano
Kobe University

[内容概要]
講演者は、船舶の安全運航を支援するため IT 技術を駆使した情報提供の手段として統合化航海情報処理システムの構築を進め今日に至っている。このシステムの重要な要素の一つとして錨泊監視機能がある。これについては、安全な錨泊態勢を維持するために、錨泊監視の監視事項や情報伝送のあり方、警告の表現方法、操作性等につき、実際の錨泊を繰り返すつど検証を重ねながら研究を進めてきた。本御講演では、その重要なテーマのひとつである錨泊システムへの超音波の応用に関する研究の成果につき具体的かつ詳細な解説をいただいた。また、ご講演内容に関する活発な質疑応答が行われた。

大変興味深い御講演を賜り、また深江丸の実地視察において大変懇切丁寧な御案内・御説明をいただきました。御講演いただきました矢野吉治先生（神戸大学大学院）ならびに、古荘雅生先生をはじめとする神戸大学大学院海事科学研究科の皆様、柏卓夫様、松本朋子様をはじめとする古野電気株式会社の皆様に厚く御礼申し上げます。

以上

報告者：浅居正充（近畿大学）

平成 23 年 11 月 1 日（火）

於： 神戸大学

輻射科学研究会資料
RS11-10

フェーズレトリーバル法による広角ビーム成形とそれを実現するアンテナ構成について

Wide-angle shaped beam based on phase retrieval method and antenna application

小林 明広　　出口 博之　　辻 幹男
Akihiro Kobayashi　Hiroyuki Deguchi　Mikio Tsuji

同志社大学　理工学部
Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

2011年12月21日

於　同志社大学

フェーズレトリーバル法による広角ビーム成形とそれを実現するアンテナ構成について

小林 明広，出口 博之，辻 幹男（同志社大学）

概要 誘電体レンズを用いて，所望の範囲を照射可能にする誘電体レンズアンテナを設計解析している．設計方法として，まずフェーズレトリーバル法という解析方法により所望の放射領域を実現する開口面位相分布を求める．次に，そこで求めた開口面位相になるように透過移相解析を行い誘電体の厚みを算出する．そして最後に，電磁界シュミレーションソフト (HFSS) を用いて電磁界解析を行い最終的なレンズの形状を選定するという方法である．設計例として，周波数は 24GHz において，所望の照射領域ビーム幅 29.0° と 154.8° の2つの円形領域をカバーする誘電体レンズを示している．そして，設計した誘電体レンズアンテナの特性について数値的・実験的に検討を行っており，それらの有効性を示している．

1 はじめに

近年，センシングの分野では，高角度分解能，機器の小型軽量化が可能なミリ波帯域電波の利用が注目されている．中でもミリ波レーダーなど，特定のエリアが測定対象となるとき，成形ビームアンテナなどを用いエリアの形にあった放射指向性を得ることが望ましい．その成形ビームアンテナには従来，幾何光学法を用いて鏡面修整された反射鏡アンテナや，指向性合成法によって設計されたアレーアンテナがある [1]．このようなアンテナをミリ波で測定評価するためには，高精度な位相測定が要求される．このような問題に対して位相測定が不要なフェーズレトリーバル法 [2] が提案されている．これは，二つの振幅分布が既知の場合，計算処理によって実際には測定されていない位相分布を推定する方法である [3]．

本文では，このフェーズレトリーバル法に基づいて指向性合成を行うアンテナ設計ならびに，所望の成形ビームを得る誘電体レンズの設計方法について提案している．これは，開口面の振幅分布と所望の遠方界のビーム形状から，フェーズレトリーバル法を応用して開口面での位相分布を推定し，その位相を実現する誘電体レンズを用いて指向性合成を行うというものである [4, 5]．従来，最適化手法を用いて誘電体レンズアンテナの設計を行っていた [6, 7] が，そこでは誘電体レンズが大型になるという問題があった．そこで本文ではフェーズレトリーバル法を用いることで誘電体レンズの小型化かつ軽量化を実現する．次章で，まずフェーズレトリーバル法の概要について述べ，誘電体レンズの設計法について説明する．次に数値シミュレーションによりビーム成形を行うための開口面位相を求め，数値的な検討を行い，そこで求めた結果を用いて誘電体レンズ成形ビームアンテナを設計する．そして，最後に特性評価を行う．

2 設計法

ここではミリ波アンテナの測定法であるフェーズレトリーバル法の概要について述べ，本文で提案する誘電体レンズの設計法について説明する．

2.1 フェーズレトリーバル法

フェーズレトリーバル法とは，2つの面での振幅分布のみを測定し，そのデータより位相を推定する方法である．代表的なアルゴリズムとしては，Gerchberg-Saxton アルゴリズムがある．これは，図 1 に示すように，2つの異なる測定面の振幅データを用いて，反復計算によりある点での位相分布および開口面での位相分布を推定する方法である．ここで，測定面は平面走査で行い、高速フーリエ変換 (FFT) を用いてフィールド変換の計算を高速に行えるようにする．

図 2 に示すように，被測定アンテナから放射される電波の方向を z 軸方向とし，2つの測定面の位置を $z = z_1$, z_2(ただし $z_1 \neq z_2$) とする．このとき，振幅分布をそれぞれ

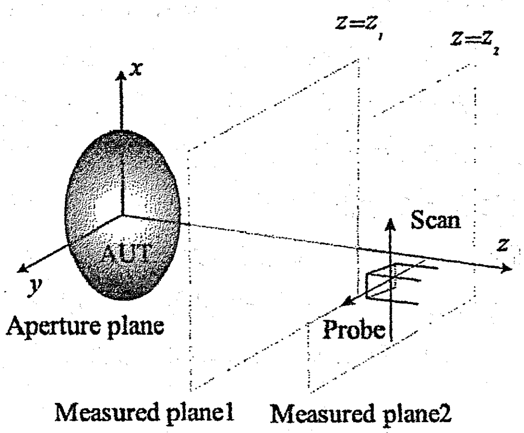


図 1　アンテナ測定におけるフェーズレトリーバル法

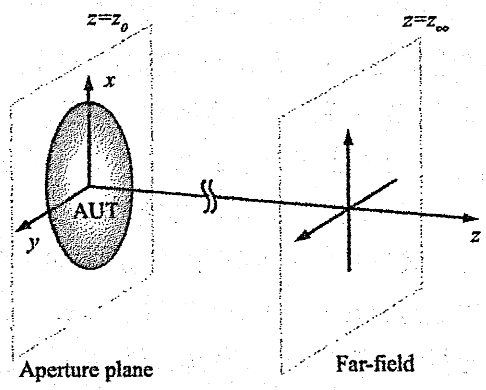


図 2　平面幾何学

$|F_{z_1}(x,y)|, |F_{z_2}(x,y)|$ とする．これらの振幅分布を用いて，図 3 に示すアルゴリズムによって位相を推定する．以下にその手順を示す [9, 10].

$z = z_1$, z_2 それぞれにおいて，振幅を測定する．$z = z_1$ において，初期値として適当な位相分布を与える．このときの分布 $E_{z_1,0}(x,y)$ は

$$\mathbf{E}_{z_1,0}(x,y) = |F_{z_1}(x,y)| exp(j\phi_{z_1,0}(x,y)) \tag{1}$$

と表される．ここで用いる初期値の位相分布は，ランダム分布や一様分布を用いる．式 (1) の初期値から，$z = z_1$ での分布を FFT によりフィールド変換し，$z = z_2$ での振幅，位相分布を得る．このときの $z = z_2$ での分布 $E_{z_2,0}(x,y)$ は次のように表される．

$$\mathbf{E}_{z_2,0}(x,y) = |E_{z_2,0}(x,y)| exp(j\phi_{z_2,0}(x,y)) \tag{2}$$

式 (2) で得られた振幅，位相分布のうち，振幅分布を $z = z_2$ で測定されたものに置き換える．

$$\mathbf{E}'_{z_2,0}(x,y) = |F_{z_2}(x,y)| exp(j\phi_{z_2,0}(x,y)) \tag{3}$$

式 (3) で得られた分布を FFT により再び $z = z_1$ にフィールド変換し，$z = z_1$ での振幅，位相分布を得る．

$$\mathbf{E}_{z_1,1}(x,y) = |E'_{z_1,1}(x,y)| exp(j\phi_{z_1,1}(x,y)) \tag{4}$$

同様に，このフィールド変換された振幅，位相分布のうち，振幅分布を $z = z_1$ で測定されたものに置き換える．

$$\mathbf{E}_{z_1,1}(x,y) = |F_{z_1}(x,y)| exp(j\phi'_{z_1,1}(x,y)) \tag{5}$$

このような手順を繰り返し行う．この時, 計算値と測定値の振幅分布の差が小さくなり，また推定された位相分布の変化量も十分小さくなれば収束したと判定し，得られた位相分布を距離 z_1，z_2 における値として用いる．このように，フェーズレトリーバル法のアルゴリズムによれば，2 つの異なる測定面での振幅から位相を推定することができる．

2.2 成形ビーム

先で述べたように，フェーズレトリーバル法を用いて，成形ビームアンテナを設計するためには近傍界あるいは放射パターンのうち, 異なる位置での電界の振幅分布が必要になる．ここでは開口面での放射電界の振幅成分と，遠方の放射パターンを用いてフェーズレ

トリーバル法による反復計算を行ない，成形ビームを得るために必要な開口面位相分布を決定していく．

いま，図 2 に示すように，$z = z_0$ をアンテナの開口面をとし，位相分布に初期位相として適当な位相分布を与える．一方 $z = z_\infty$ を遠方界とし，求めたい任意のビーム形状を与えた場合を考え、フェーズレトリーバル法のアルゴリズムを基にビーム成形に適した位相分布を求める手順を説明していく．(図 4 参照)

まず，アンテナ開口面振幅分布 $F(x,y)$ は一次放射系によって照射される分布とし，遠方放射パターン $f(\theta,\phi)$ は要求される所望の成形ビームを与える．初期位相 $P(x,y)$ は所望の遠方放射パターン $f(\theta,\phi)$ を近傍界変換した位相分布に $0° \sim 1°$ の範囲で構成される乱数を加えた分布とする．従来の初期位相の選定では，位相分布を決めるパラメーターが存在せず，不確定要素として選定の仕方次第で結果が変動する場合があったが，このように設定することにより，一義的に決定することができる．これによって，開口面分布を定義して平面波展開法をもとに FFT を用いてフィールド変換し，遠方放射パターンの振幅 $f_1(\theta,\phi)$，位相 $p_1(\theta,\phi)$ を計算する．

遠方領域においては，得られた放射パターン f_1 を，所望の放射パターン f に置き直して放射電界を定義し，FFT によるフィールド変換によってアンテナ開口面分布を求める．このようにして得られた開口面分布のうち，位相分布 P_1 は変えずに振幅分布 F_1 を一次放射系の振幅分布 F に置き直して開口面分布を新たに定義し，再び遠方界を求める．

いま，上記フィールド変換の演算処理（開口面 → 遠方 → 開口面）の i 回目を考え，このときの開口面位相分布 $P_i(x,y)$ を $i-1$ 回目の位相分布 $P_{i-1}(x,y)$ と比較し，遠方放射パターン $f(\theta,\phi)$ と $f_i(\theta,\phi)$ の結果の差の rms 値 $f_{i_{rms}}$ を $i-1$ 回目の rms 値 $f_{1_{rms}}$ と比較していく．そして，両者に差異があれば上記計算を繰り返して行い，両者ともに差異が十分小さくなれば計算を終了する．このとき,N 回目の繰り返し計算で得られた放射パターン $f_N(\theta,\phi)$ と，要求される遠方放射パターン $f(\theta,\phi)$ の差の rms 値 $f_{N_{rms}}$ の比較を次のように定義する．

$$f_{N_{rms}} = \sqrt{\frac{1}{\Omega}\int_\theta\int_\phi |f(\theta,\phi) - f_i(\theta,\phi)|^2 d\theta d\phi} \tag{6}$$

ただし Ω は放射パターンの立体角を示す．

2.3 誘電体レンズ

誘電体レンズアンテナは通常，一次放射器から照射された球面波が誘電体レンズを通過し平面波になるように設計されるが，誘電体レンズの形状を任意に変えて，透過波の位相を制御できればビーム成形が行うことができる．

透過位相の解析は図 5 に示す座標系で行う．まず誘電体レンズ第二面から出た光線は波面の垂直方向に伝搬すると考える．ここでは，誘電体レンズ第二面を平面として与え，第一面の形状のみを変えて成形ビーム誘電体レンズを設計する．いま，誘電体レンズ第二

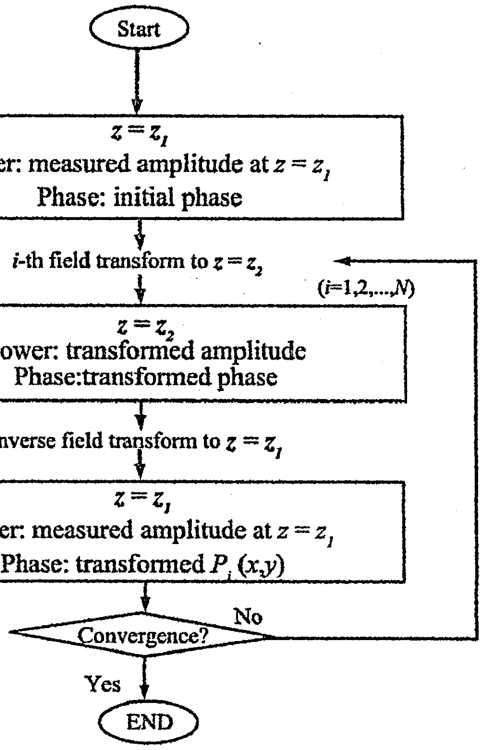


図３　フェーズレトリーバル法のフローチャート

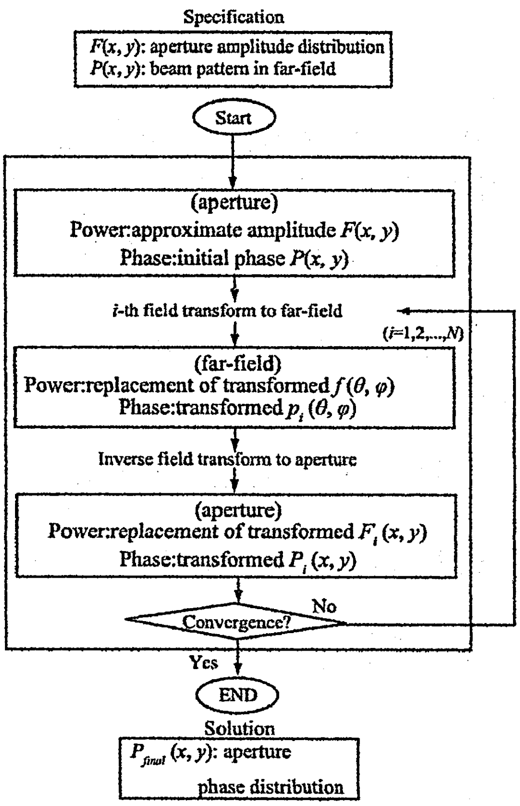


図４　フェーズレトリーバル法を基にした提案したアルゴリズムにおけるフローチャート

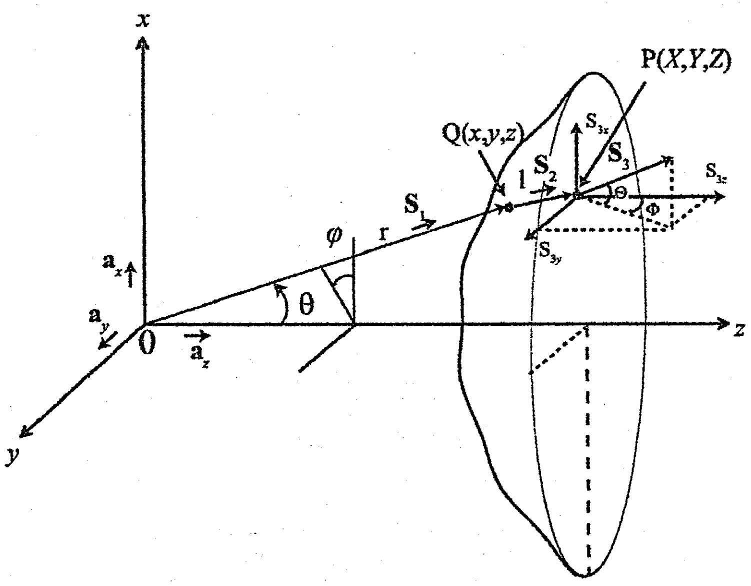


図 5　座標系の定義

面の電波の伝搬方向を $\mathbf{S}_3$ とし，第二面の点 $P(X,Y,Z)$ の点での位相を $\alpha(X,Y,Z)$ とすると，その点での位相量 $\Lambda(X,Y,Z)$ は

$$\Lambda(X,Y,Z) = \lambda\frac{\alpha(X,Y,Z)}{2\pi} \tag{7}$$

と表される．xz 面での (x,y,z) と微少区間 h だけ移動した点 $(X+h,Y,Z)$ の位相差による第二面での等波面の傾き $\Lambda'_X(X,Y,Z)$ は，差分近似を用いて

$$\Lambda'_X(X,Y,Z) = \frac{\Lambda(X+h,Y,Z)-\Lambda(X,Y,Z)}{h} \tag{8}$$

と表され，同様に yz 面での (X,Y,Z) と $(X,Y+h,Z)$ の位相差による第二面での等波面の傾き $\Lambda'_Y(X,Y,Z)$ は

$$\Lambda'_Y(X,Y,Z) = \frac{\Lambda(X,Y+h,Z)-\Lambda(X,Y,Z)}{h} \tag{9}$$

となる. ここから $\mathbf{S_3}$ の傾き Θ，Φ は次のように表される.

$$\Theta = \tan^{-1}(\Lambda'_X(X,Y,Z)) \tag{10}$$
$$\Phi = \tan^{-1}(\Lambda'_Y(X,Y,Z)) \tag{11}$$

よって，

$$\mathbf{S}_3 = S_{3x}\mathbf{u}_x + S_{3y}\mathbf{u}_y + S_{3z}\mathbf{u}_z \tag{12}$$
$$= \sin\Theta\mathbf{u}_x + \cos\Theta\sin\Phi\mathbf{u}_y + \cos\Theta\cos\Phi\mathbf{u}_z \tag{13}$$

ここで，$\mathbf{u}_x$，$\mathbf{u}_y$，$\mathbf{u}_z$ は各々 x，y，z 方向の単位ベクトルとする．次に $\mathbf{S}_3$ から誘電体中の電波の伝搬方向のベクトル $\mathbf{S}_2$ を解く．$\mathbf{S}_2$ と $\mathbf{S}_3$ の第二面の境界面のベクトルの向きは

スネルの法則より，

$$(\mathbf{S}_3 \times \mathbf{n}) = n_s(\mathbf{S}_2 \times \mathbf{n}) \tag{14}$$

ここで $\mathbf{n}$ は境界面の法線ベクトル，$n_s = \sqrt{\varepsilon_r}$ は屈折率とする．すなわち $\mathbf{S}_2$ について解くと

$$\mathbf{S}_2 = S_{2x}\mathbf{u}_x + S_{2y}\mathbf{u}_y + S_{2z}\mathbf{u}_z \tag{15}$$

$$= \frac{1}{n_s}(\mathbf{S}_3 \cdot \mathbf{u})\mathbf{u} + \mathrm{sign}(\mathbf{S}_3 \cdot \mathbf{n})\sqrt{1 - \left\{\frac{1}{n_s}(\mathbf{S}_3 \cdot \mathbf{u})\right\}^2}\,\mathbf{n} \tag{16}$$

ただし

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{S}_3 \times \mathbf{n}}{|\mathbf{S}_3 \times \mathbf{n}|} \tag{17}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{n} \times \mathbf{t} \tag{18}$$

すなわち

$$\mathbf{S}_2 = \frac{S_{3x}\{(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2\}}{n_s|(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2|}\mathbf{u}_x + \frac{S_{3y}\{(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2\}}{n_s|(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2|}\mathbf{u}_y + \mathrm{sign}(S_{3z})\sqrt{1 - \left\{\frac{1}{n_s}\frac{(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2}{|(S_{3x})^2 + (S_{3y})^2|}\right\}^2}\,\mathbf{u}_z \tag{19}$$

第一面の形状の任意の点 $Q(x, y, z)$ を求める式は

$$x = lS_{2x} + X = R\sin\theta\cos\phi \tag{20}$$

$$y = lS_{2y} + Y = R\sin\theta\sin\phi \tag{21}$$

$$z = lS_{2z} + Z = R\cos\theta \tag{22}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{23}$$

とし，θ と ϕ を任意に変化させ $Q(x,y,z)$ を求める．ただし，R は焦点から $Q(x,y,z)$ までの長さ，l は誘電体中の $\mathbf{S}_2$ の長さとする．ここで条件として

$$r + n_s l = f_d + n_s t_s + \lambda\frac{\alpha - \alpha_0}{2\pi} \tag{24}$$

式 (24) を l について解くと，

$$l = \frac{1}{n_s}\left(f_d + \lambda\frac{\alpha - \alpha_0}{2\pi}\right) + t_s \tag{25}$$

となり，式 (25) で求めた l の値により，レンズ第一面の形状が決定される．ただし，f_d は位相の焦点，r は焦点から第一面までの長さ，α_0 は $X = Y = 0$ での位相，t_s は誘電体の厚みとする．

3　開口面位相分布の数値計算結果

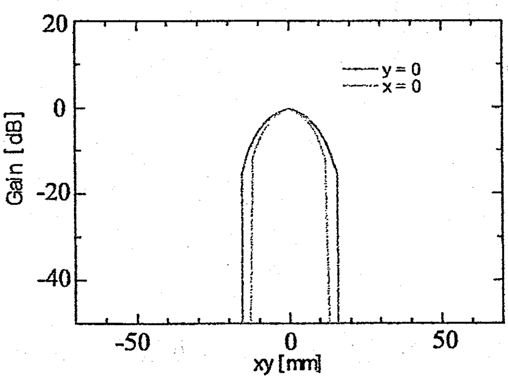
前項で述べた設計法を用いて，2つのパターンにおいてシミュレーションを行い，開口面アンテナの開口面位相分布を求め，本法の有効性を数値的に明らかにする．

3.1　照射領域 29.0° 円形カバレッジビーム

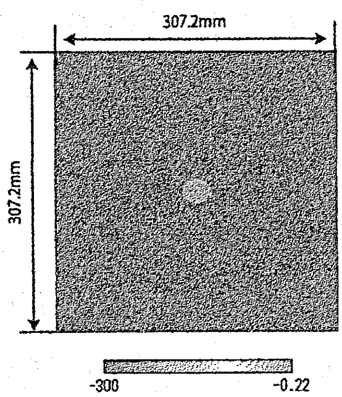
設計するアンテナは，開口径 $96.0 \times 92.0\mathrm{mm}^2$，周波数 24GHz とする．カバレッジは放射域の大きさが 29.0° の広域照射円形領域とする．シミュレーションのサンプル点の条件は $307.2 \times 307.2\mathrm{mm}^2$ の範囲を 1.2mm 間隔 ($n_x \times n_y = 256 \times 256$) とする．ただし，$n_x$ は x 方向のサンプル点数，n_y は y 方向のサンプル点数である．

一次放射器には開口径 16.2×11.7mm の標準ゲインホーンを用いる．開口面で与える振幅分布は図 6 で表わされる一次放射器の開口面を測定した振幅分布とし，遠方での所望の放射パターン $f(x,y)$ を図 7 に示す．開口面での初期位相分布 $P_0(x,y)$ は所望の遠方放射パターン $f(x,y)$ を近傍界変換して得られた位相分布 (図 8(a)) に、0°〜1° の範囲の乱数 (図 8(b)) を加えた分布 (図 8(c)) とする．

これらのデータを基に開口面位相分布，遠方界放射パターンともに十分に収束をした繰り返し回数 $n = 200$ 回目の遠方放射パターンのシミュレーション結果を，図 9 に示す．カバレッジを一様に照射する理想利得を G_i，繰り返し計算により得られたカバレッジ内での最低利得を G_e とし，カバレッジ内での最大利得低下量 $\Delta G = G_i - G_e$ を求めると，ΔG は $\phi = 0°$ 面内で 1.9dB，$\phi = 90°$ 面内で 2.1dB である．また，3dB ビーム幅 Θ_{HPBW} は $\phi = 0°$ 面内で 34.3°，$\phi = 90°$ 面内で 34.4° である．また，このときのアンテナ開口面での位相分布を Fig.10 に示す．この結果を見ると，多少の誤差は見られるが所望の円形領域に近い領域を放射できていることがわかる．



(a)



(b)

図 6　24GHz における開口面振幅分布初期値

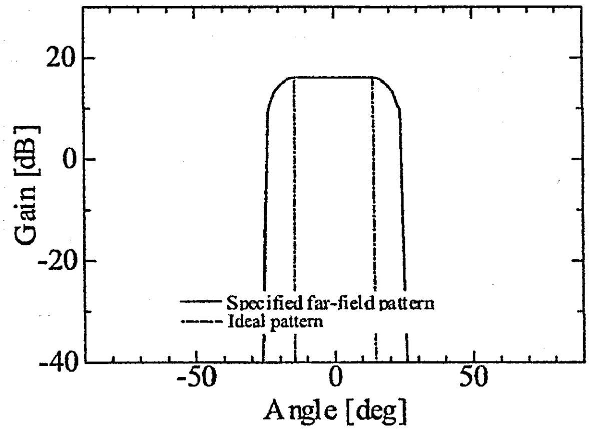


図 7　24GHz における所望の放射パターン

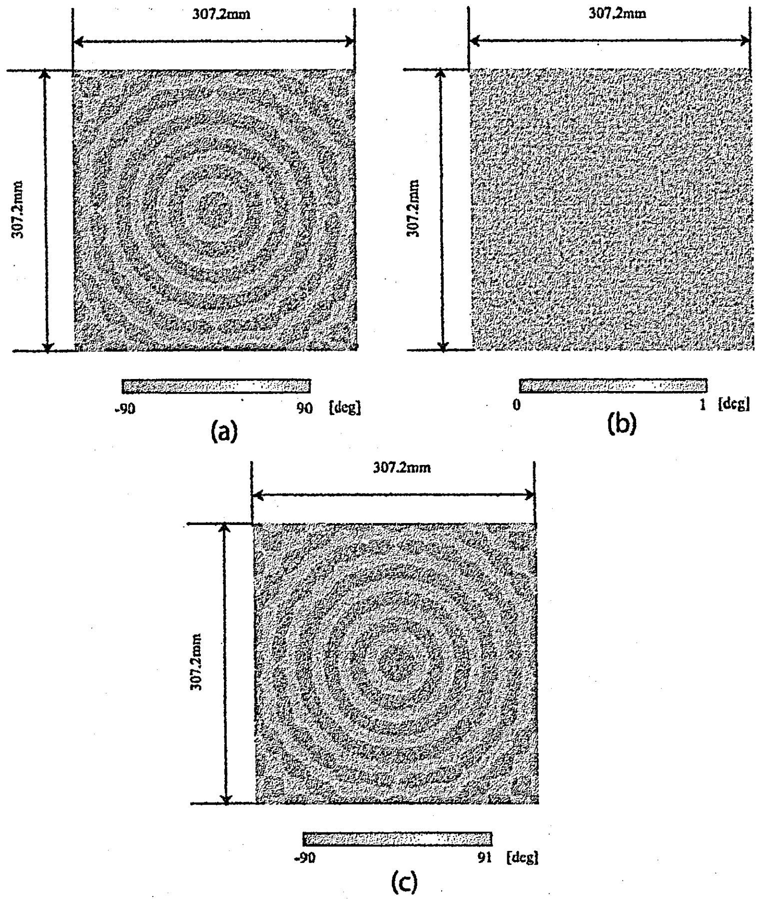


図 8　24GHz における開口面位相分布初期値 (a) 近傍界変換された開口面位相分布 (b) 0° ～1° の乱数. (c) 算出した開口面位相分布

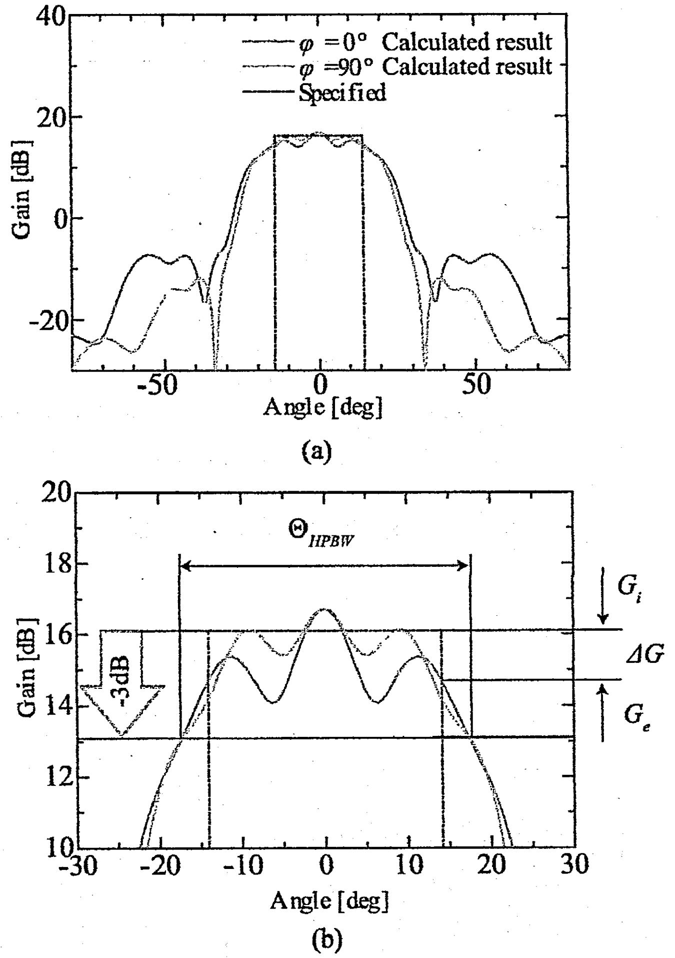


図 9 (a) シュミレーションで得られた遠方界放射パターン (b) シュミレーションにおける利得低下量

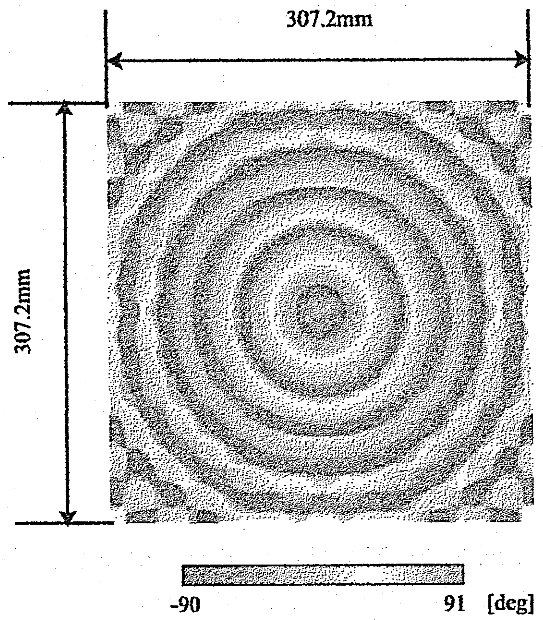


図 10 シュミレーションで得られた開口面位相分布

3.2 照射領域 154.8° 円形カバレッジビーム (一次放射器 開口径 16.2 × 11.7mm)

設計するアンテナは，開口径 $50.4 \times 50.4\mathrm{mm}^2$，周波数 24GHz とする．ガバレッジは放射域の大きさが 154.8° の広域照射円形領域とする．シミュレーションのサンプル点の条件は $307.2 \times 307.2\mathrm{mm}^2$ の範囲を 1.2mm 間隔 ($n_x \times n_y = 256 \times 256$) とする．ただし，$n_x$ は x 方向のサンプル点数，n_y は y 方向のサンプル点数である．

一次放射器には前節と同様，開口径 16.2 × 11.7mm の標準ゲインホーンを用いる．開口面で与える振幅分布は図 6 で表わされる一次放射器の開口面を測定した振幅分布とし，遠方での所望の放射パターン $f(x, y)$ を図 11 に示す．開口面での初期位相分布 $P_0(x, y)$ は所望の遠方放射パターン $f(x, y)$ を近傍界変換して得られた位相分布 (図 12(a)) に、0° ～1° の範囲の乱数 (図 12(b)) を加えた分布 (図 12(c)) とする．

これらのデータを基に開口面位相分布，遠方界放射パターンともに十分に収束をした繰り返し回数 $n = 200$ 回目の遠方放射パターンのシミュレーション結果を, 図 13 に示す．このときのアンテナ開口面での位相分布を図 14 に示す．結果を見ると，図 13 において y=0° 面では比較的利得の低下が小さく端まで照射できているが，x=0° 面においては端での利得低下が大きく出てきており目標の放射パターンに比べ楕円形領域になっているが広域照射を可能にしている．

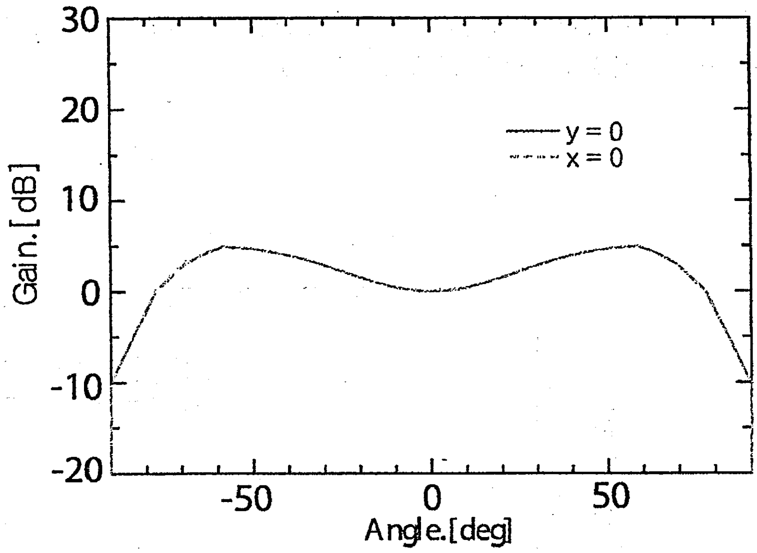


図 11　24GHz における所望の放射パターン

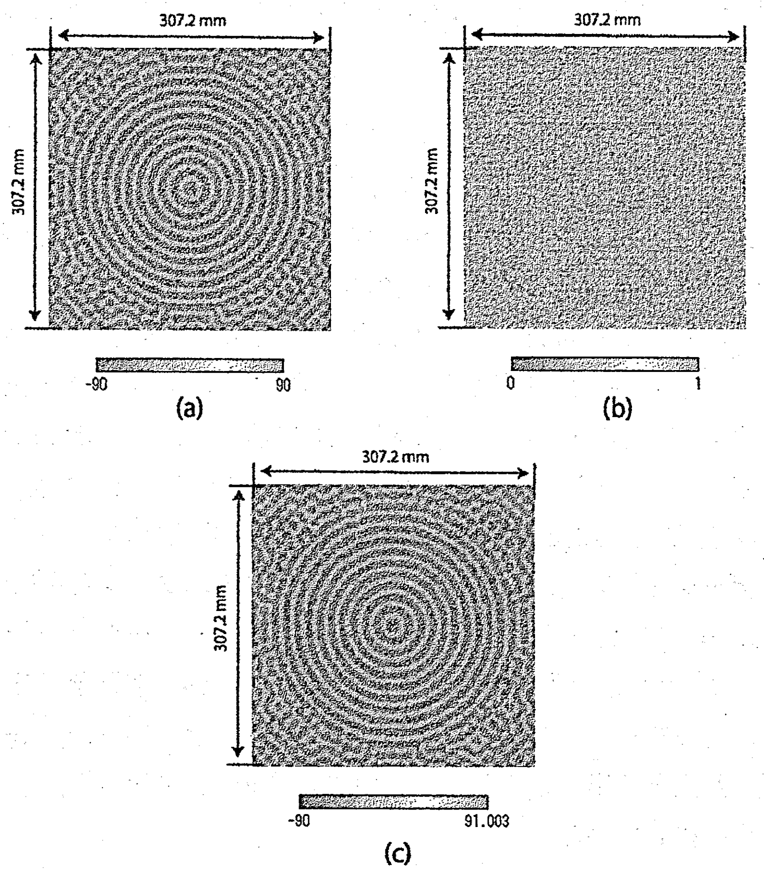


図 12　24GHz における開口面位相分布初期値 (a) 近傍界変換された開口面位相分布 (b) 0°〜1° の乱数 (c) 算出した開口面位相分布

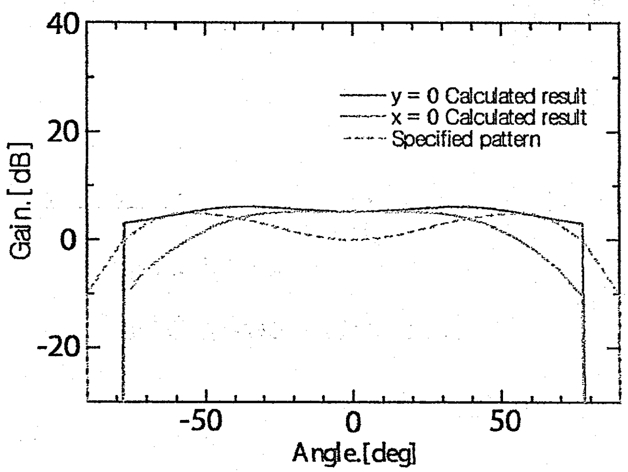


図 13　シュミレーションで得られた遠方界放射パターン

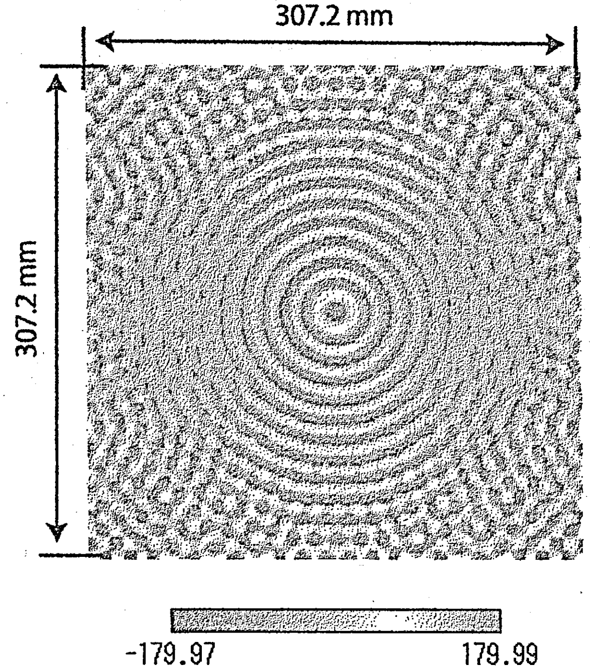


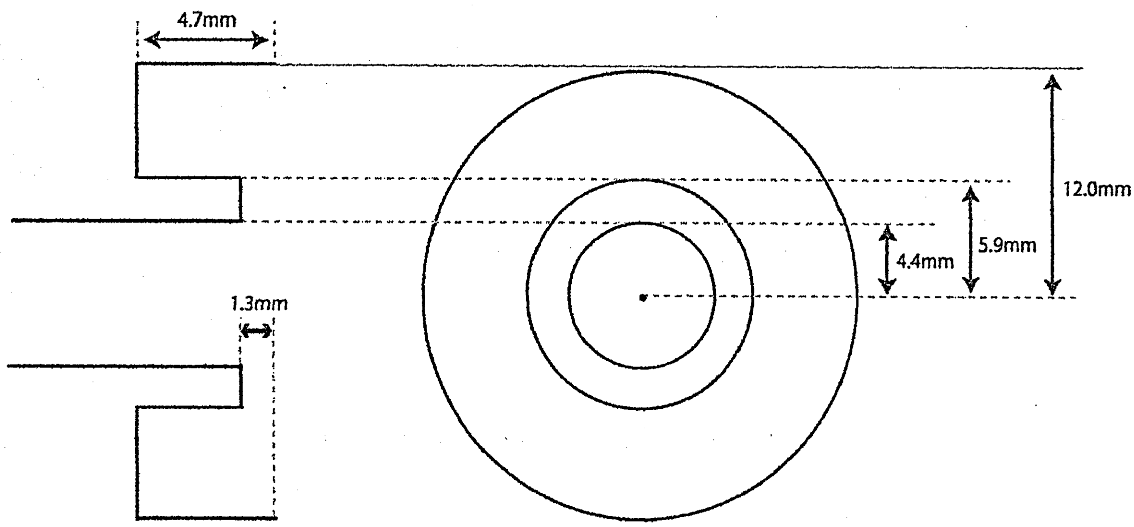
図 14　シュミレーションで得られた開口面位相分布

3.3 照射領域 154.8° 円形カバレッジビーム (一次放射器 開口径 24.0 × 24.0mm^2)

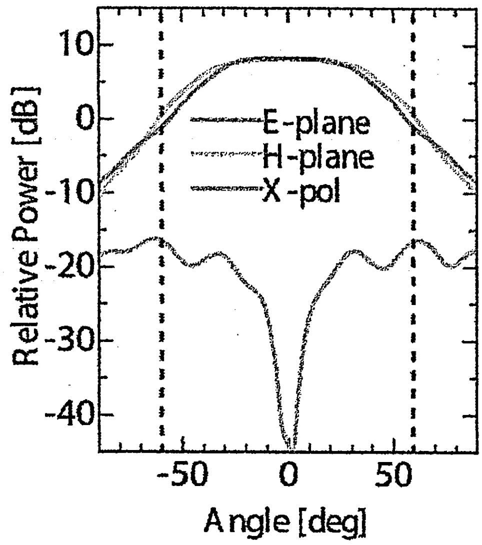
前節と同様に設計するアンテナを開口径 $24.0 \times 24.0\mathrm{mm}^2$，周波数 24GHz として検討する．ガバレッジは放射域の大きさが 154.8° の広域照射円形領域とする．シミュレーションのサンプル点の条件は $307.2 \times 307.2\mathrm{mm}^2$ の範囲を 1.2mm 間隔 ($n_x \times n_y = 256 \times 256$) とする．ただし，$n_x$ は x 方向のサンプル点数，n_y は y 方向のサンプル点数である．

一次放射器には開口径 図 15 に示す開口径 $24.0 \times 24.0\mathrm{mm}^2$ の円筒形アンテナを用いる．一次放射器にこのアンテナを使用する理由として，それ自体が標準ゲインホーンに比べ比較的広域かつ円形領域を一様に照射する事ができるため，目的とするアンテナ設計に適しているからである．開口面で与える振幅分布は図 16 で表わされる一次放射器の開口面を測定した振幅分布とし，遠方での所望の放射パターン $f(x, y)$ は前節と同様に図 11 を用いる．開口面での初期位相分布 $P_0(x, y)$ も前節と同様，所望の遠方放射パターン $f(x, y)$ を近傍界変換して得られた位相分布に，0°〜1° の範囲の乱数を加えた分布 (図 12(c)) とする．

これらのデータを基に開口面位相分布，遠方界放射パターンともに十分に収束をした繰り返し回数 $n = 200$ 回目の遠方放射パターンのシミュレーション結果を，図 17 に示す．この場合においても前節同様，y=0° 面では比較的利得の低下が小さく端まで照射できているが，x=0° 面においては端での利得低下が大きく出てきており目標の放射パターンに比べ楕円形領域になっているが広域照射を可能にしている．このときのアンテナ開口面での位相分布を図 18 に示す．このような位相を開口面位相分布として得られれば，図 13，図 17 に示すような放射パターンが実現できる．よって、これらの開口面位相を用いて実際に誘電体レンズアンテナを設計していく．



(a)



(b)

図 15 (a) 一次放射器として使用する円筒形アンテナ (b) 放射パターン

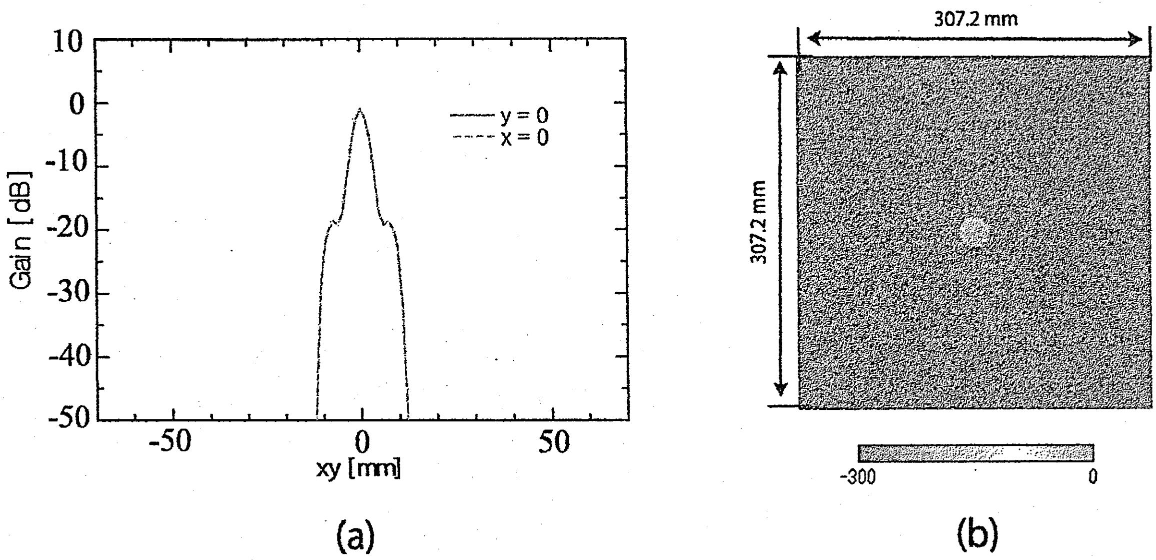


図 16　24GHz における開口面振幅分布初期値

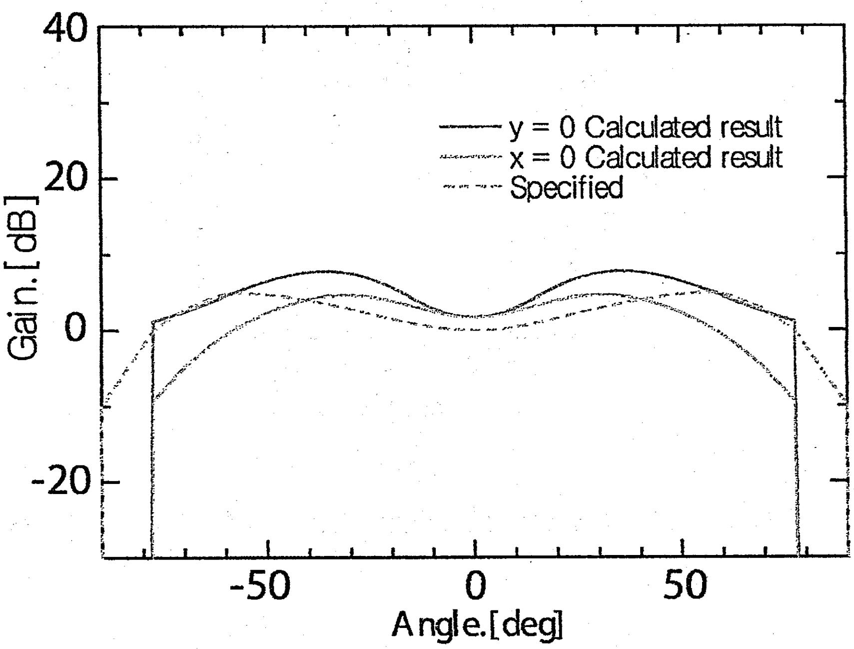


図 17　シュミレーションで得られた遠方界の放射パターン

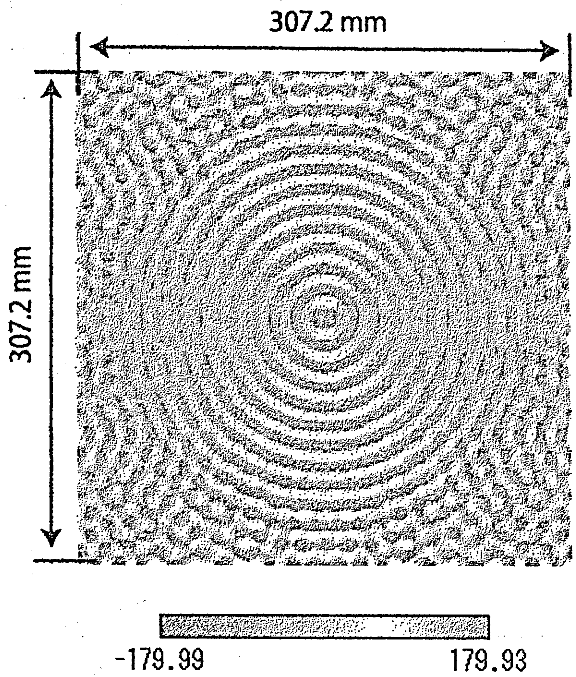


図 18　シュミレーションで得られた開口面位相分布

4　成形ビームレンズアンテナの設計

4.1　成形ビーム誘電体レンズアンテナの設計

前節で述べた設計法を用いて，先に求めた開口面位相分布 (図 10)(図 14)(図 18) を実現するような誘電体レンズを設計する．設計周波数 24GHz，レンズの焦点は開口径 $A = 96.0 \times 92.0$ mm^2 の場合 $f_d = 30$ mm，$A = 50.4 \times 50.4$ mm^2 の場合も $f_d = 30$ mm，$A = 24.0 \times 24.0$ mm^2 の場合は $f_d = 5$ mm，材料はポリエチレン ($\varepsilon_r = 2.4$) とし，第二面形状を平面として第一面の形状のみを変化させ成形ビームの放射パターンを実現する．開口径 $A = 96.0 \times 92.0$ mm^2 の場合のレンズの厚みを図 19(a) に，レンズと一次放射器との位置関係を図 19(b) に示す．同様に開口径 $A = 50.4 \times 50.4$ mm^2 の場合のレンズの厚みを図 20(a) に，レンズと一次放射器との位置関係を図 20(b) に，開口径 $A = 24.0 \times 24.0$ mm^2 の場合のレンズの厚みを図 21(a) に，レンズと一次放射器との位置関係を図 21(b) に示す．

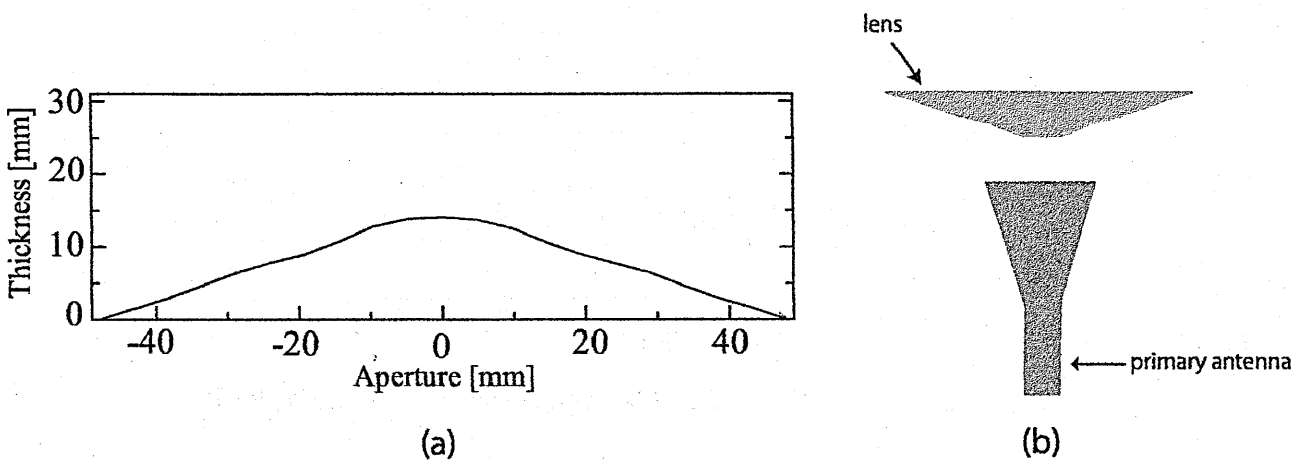


図 19　(a) 設計したレンズの厚み (b) レンズの位置関係

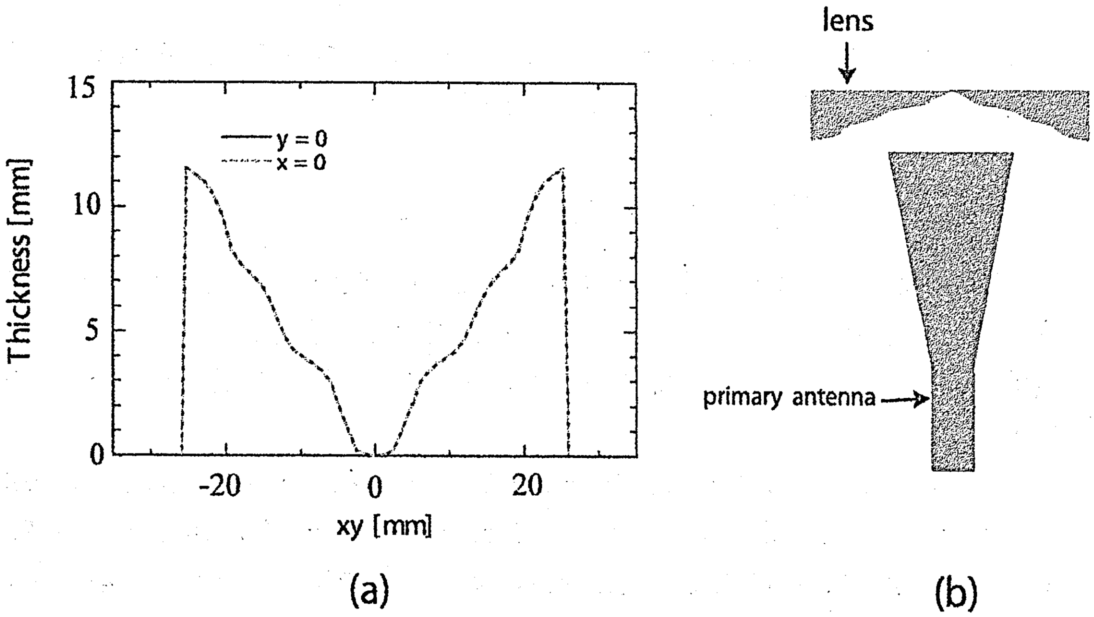


図 20　(a) 設計したレンズの厚み (b) レンズの位置関係

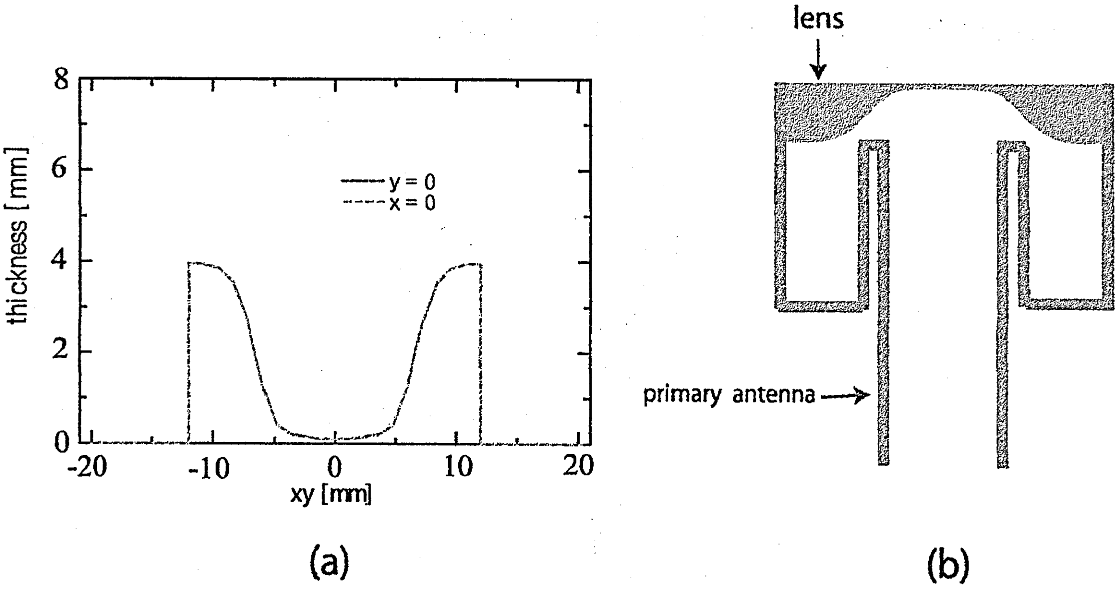


図 21　(a) 設計したレンズの厚み (b) レンズの位置関係

5 特性評価

ここでは，実際にミリ波アンテナでのビーム成形について有限要素法を用いた電磁界シミュレーションソフト（HFSS）で解析を行い特性評価する．

5.1 アンテナ開口径 $96.0 \times 92.0\mathrm{mm}^2$ の場合

前章で設計したアンテナ開口径 $96.0 \times 92.0\mathrm{mm}^2$ の狭域照射円形カバレッジのための成形ビーム誘電体レンズアンテナを HFSS で解析した．図 22 にアンテナの構造を示す．周波数 f=24 GHz，一次放射器と誘電体レンズの中心までの距離 (焦点)$fd = 30\mathrm{mm}$ とする．

解析によって求められた放射パターンとフェーズレトリーバル法により求めた放射パターンを比較した結果を図 23 に示す．フェーズレトリーバル法による解析結果と比べると多少の誤差は見られるが，比較的良好な結果を得ていることがわかる． そして，アンテナ開口径 $96.0 \times 92.0\mathrm{mm}^2$ の場合の誘電体レンズアンテナの測定を行った．図 24 に試作した誘電体レンズの写真を，図 25 に実験系を示す．測定周波数 $f = 24$ GHz，一次放射器と誘電体レンズまでの焦点距離 $fd = 30$ mm とし，誘電体レンズアンテナとプローブ間距離 $d = 40$ mm において，アンテナを中心とした $307.2 \times 307.2\mathrm{mm}^2$ の範囲を，4.8mm 間隔で測定した．
測定結果を近傍界—遠方界変換により得られた遠方放射パターンを図 26 に示す．フェーズレトリーバル法により求めた結果と比較的一致しており，良好な特性が得られていることがわかる．よってビーム成形の有効性が確認できる．

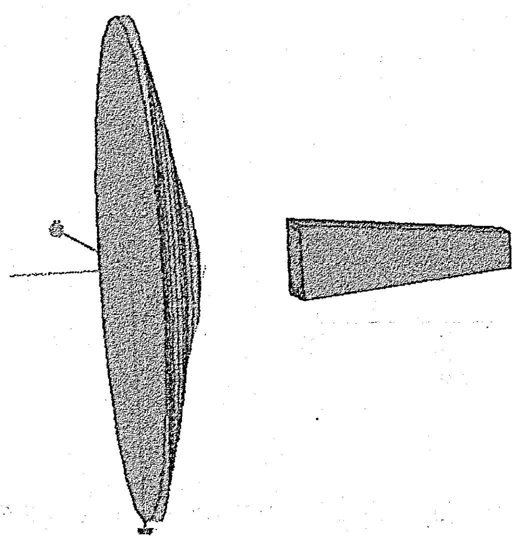


図 22　アンテナ構造

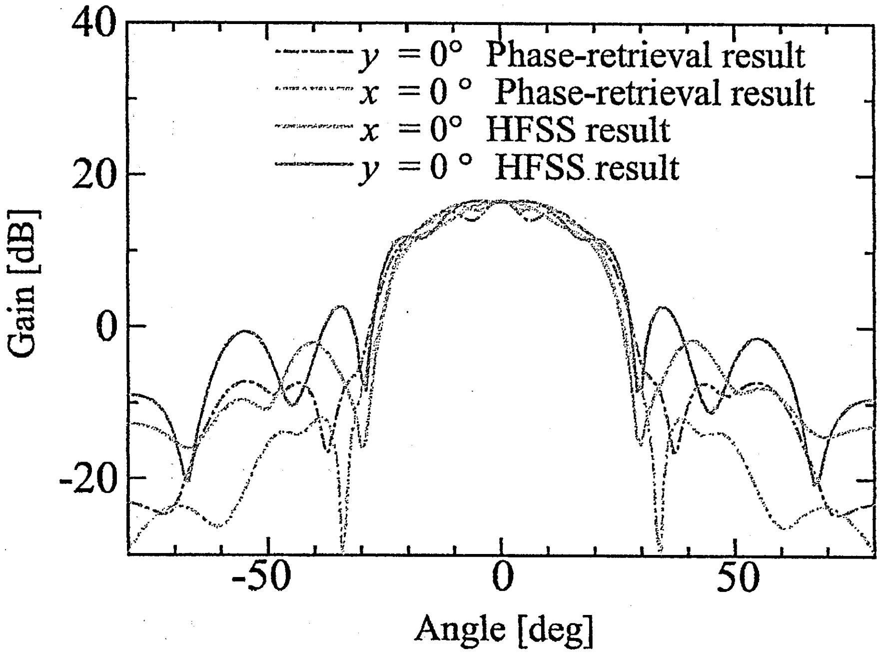


図 23　フェーズレトリーバル法と HFSS での結果の比較

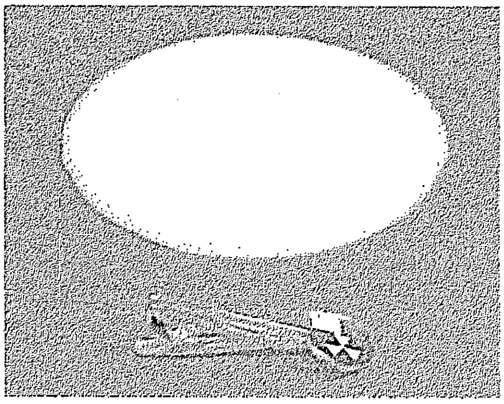


図 24　試作したレンズの写真

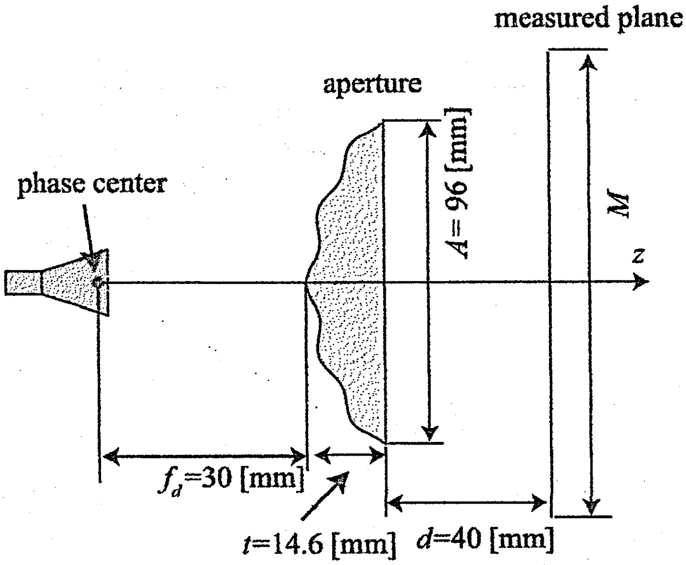


図 25　誘電体レンズアンテナ測定系

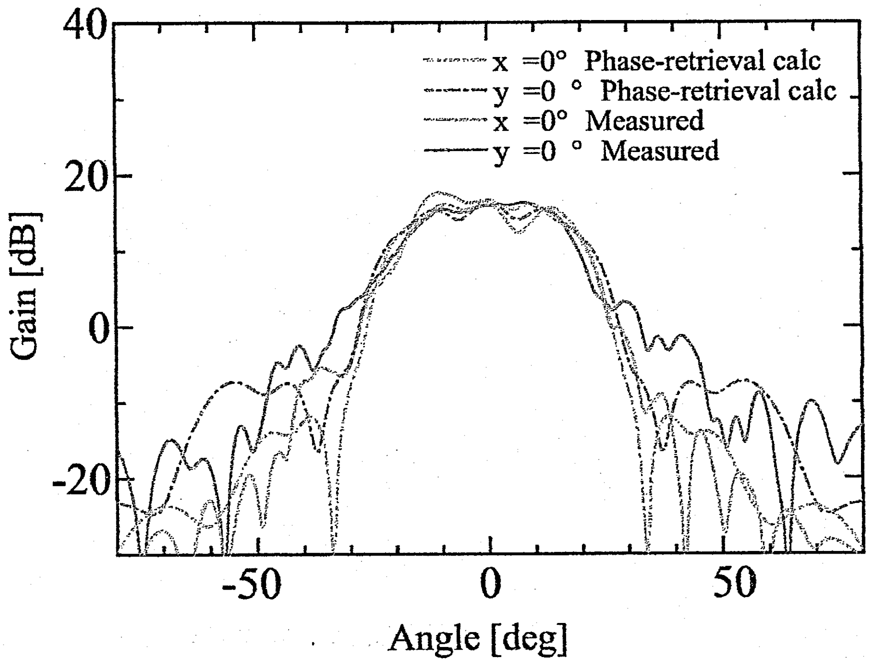


図 26　測定結果

5.2 アンテナ開口径 $50.4 \times 50.4\mathrm{mm}^2$ での HFSS による解析評価

前章で設計したアンテナ開口径 $50.4 \times 50.4\mathrm{mm}^2$ の広域照射円形カバレッジのための成形ビーム誘電体レンズアンテナを HFSS により解析を行った．図 27 に設計したアンテナの HFSS 内での解析画像を示す．測定周波数 $f = 24$ GHz，一次放射器と誘電体レンズの中心までの距離 (焦点)$fd = 30$ mm である．

解析によって求められた放射パターンとフェーズレトリーバル法により求めた放射パターンを比較した結果を図 28 に示す．フェーズレトリーバル法による解析結果と比べると多少の誤差は見られるが，比較的広域に照射できていることが確認できる．

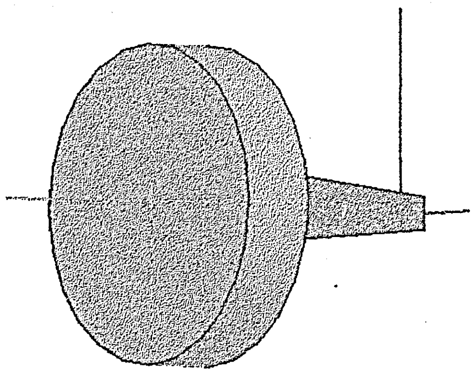


図 27 アンテナ構造

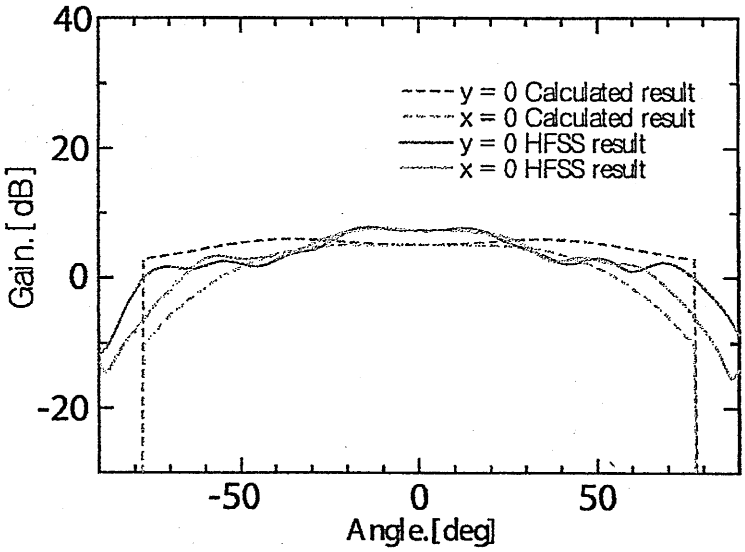


図 28 フェーズレトリーバル法と HFSS での結果の比較

5.3 アンテナ開口径 $24.0 \times 24.0\mathrm{mm}^2$ の場合での HFSS による解析評価

前節と同様にアンテナ開口径 $24.0 \times 24.0\mathrm{mm}^2$ の広域照射円形カバレッジのための成形ビーム誘電体レンズアンテナを HFSS により解析を行った．図 29 に設計したアンテナの HFSS 内での解析画像を示す．測定周波数 $f = 24$ GHz，一次放射器と誘電体レンズの中心までの距離 (焦点)$fd = 5$ mm である．

解析によって求められた放射パターンとフェーズレトリーバル法により求めた放射パターンを比較した結果を図 30 に示す．HFSS による結果とフェーズレトリーバル法による結果を比較すると，HFSS での結果はフェーズレトリーバル法による計算結果と比較的一致している．よって, ビーム成形の有効性が確認できる．

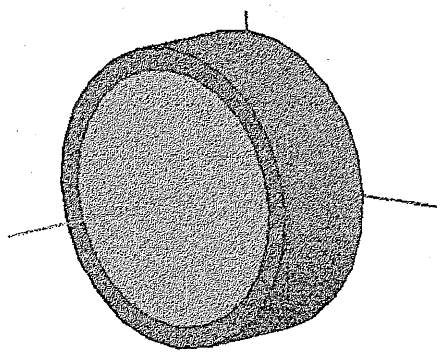


図 29　アンテナ構造

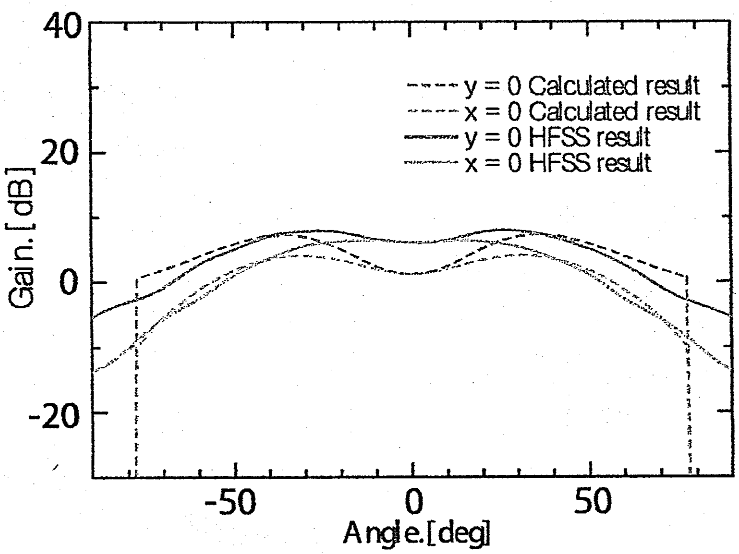


図 30　フェーズレトリーバル法と HFSS での結果の比較

5.4 レンズ第二面の形状を変えた場合

前節でフェーズレトリーバル法による計算結果と比較的一致した放射パターンを確認できた．しかし，ビーム形状が当初の目標であった円形領域ではなく多少楕円形領域であるという問題がある．そこで，さらなる特性改善のため HFSS を用いた最適化により前節まで平面で設計していたレンズの第二面の形状を変化させ，放射パターンを円形領域にしていく．最適化の方法として，前節で述べたアンテナ開口径 $24.0 \times 24.0\mathrm{mm}^2$ の成形ビーム誘電体レンズアンテナの第二面に図 31 に示すような 2 つの凸型の軸対称形の開口径 $26.0 \times 26.0\mathrm{mm}^2$ の誘電体レンズを付け加える．そして，図 31(a) に示す第二面の誘電体レンズの厚み d と中心から誘電体レンズ頂点までの半径 r を変化させ，最も所望の放射パターンに近くなる形状を選択していく．前節と同様，測定周波数 $f = 24$ GHz ，一次放射器と誘電体レンズの中心までの距離 (焦点)$fd = 5.0$ mm とし, アンテナを中心とした 180° の範囲を測定した．そして，最も放射パターンが円形領域に近づいた $d = 3.0$ mm かつ $r = 7.2$ mm における HFSS での第二面の形状が平面の場合との解析結果の比較を図 32 に示す．前節では $x = 0°$ 面において利得の減衰が大きく見られたが，今回は第二面の形状が平面の時に比べ利得の減衰が小さくなり円形領域に照射できていることが確認できる．

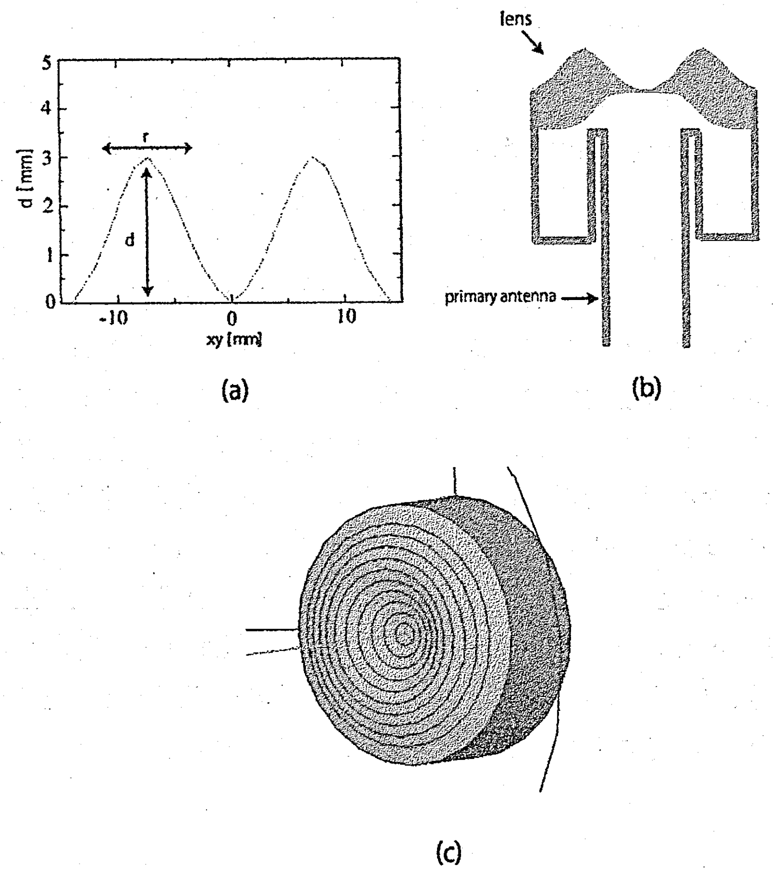


図 31　(a) 設計したレンズの厚み (b) レンズの位置関係 (c) アンテナ構造

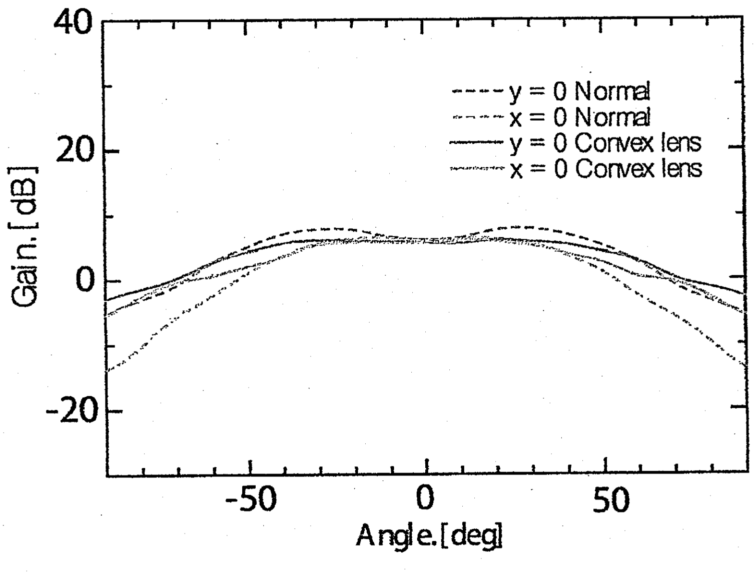


図 32　前節で設計したレンズとの結果比較

6 まとめ

本発表では，フェーズレトリーバル法に基づく新しい成形ビームアンテナのための指向性合成法を提案し，ビーム成形を従来よりも広範囲に照射できることを明らかにした．円形カバレッジビームについての数値シミュレーション，誘電体レンズアンテナについて透過移相解析および設計，電磁界シミュレーションソフト (HFSS) での解析を行い提案している方法の有効性を示した．

なお，本研究の一部は，パナソニック電工（株）の研究助成にて行った．また，解析および実験に際して助言，ご協力いただいたパナソニック電工（株）の栗原伸一郎氏に深謝します．

参考文献

[1] S. Takubo and Y. Yamada, “Low sidelobe and asymmetrical pattern synthesis of an unequally spaced array antenna”, *IEICE Int. Symp. Antennas Propagat.*, pp. 1195-1198, August 2000.

[2] D. Morris, “Phase retrieval in the radio holography of reflector antennas and radio telescopes,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 749–755, 1985.

[3] 木村 哲雄, 出口 博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, “2周波数共用ミリ波多モードホーンアンテナの近傍界測定による検証,” 関支部, G8-32 (2005-11).

[4] 栗原 伸一郎, 出口 博之, 辻 幹男, “フェーズリトリーバル法を基にした開口面分布の最適化,” 信学技報 ACT2008-16, pp. 25-30 (2007-12).

[5] H. Deguchi, S. Kurihara, Y. Yanagi, M. Tsuji *Antenna Design Based on Phase-retireval Method for Contoured Beam with Low Sidelobe Level*, ILLMC,Apr, 2008.

[6] 出口博之, 河原弘幸, 辻 幹男, 繁沢 宏, “マルチビーム特性を考慮した誘電体レンズアンテナの幾何光学的最適化設計,” 同志社大学理工学研究所報告, vol. 46, no. 2, pp. 56-62 (2005-7).

[7] 河原弘幸, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, “広角マルチビーム特性を考慮したリニアアレイ給電軸対称誘電体ドームの設計法,” 信学論 (C), vol. J88-C, no. 12, pp. 1074-1081 (2005-12).

[8] A. Kobayashi, H. Deguchi, M. Tsuji, and S. Kurihara “Arbitrarily-shaped-beam microstrip reflectarray based on phase-retrieval metod , ” IMWS-IWPT 2011, IWPT-P-8, 2011.

[9] 高林幹夫, 出口博之, 水野友宏, 牧野 滋, “Ku帯アンテナを用いたニアフィールドフェーズレトリーバル法の実験検討,” 信学会総合大会, B-1-160, 2000.

[10] M. Takabayashi, H. Deguchi, T. Mizuno, S. Makino, “Experiments on phase retrieval methods in near field antenna measurement for Ku-band offset reflector antenna,” Proceedings of International Symposium on Antennas and Propagation 2000, Vol. 2, 2A3-4, pp. 485–488, 2000.

輻射科学研究会資料
RS11-11

任意形状単位セルで構成された右手/左手系複合伝送線路

Composite Right/Left Handed Transmission Lines Consisting of Arbitrarily-Shaped Unit Cell

中司 真裕　出口 博之　辻 幹男
Masahiro Nakatsukasa　Hiroyuki Deguchi　Mikio Tsuji

同志社大学　理工学部
Faculty of Science and Engineering, Doshisha University

2011 年 12 月 21 日

於　同志社大学

任意形状単位セルで構成された
右手/左手系複合伝送線路

中司 真裕，出口 博之，辻 幹男（同志社大学）

概要 本稿では，平面回路上にビアを用いずに，かつ仮想グランドを金属パッチに固定せずに任意形状の左手系線路媒質を設計する手法として，任意形状のマイクロ波デバイスの最適化に利用されている遺伝的アルゴリズム（GA，Genetic Algorithm）を用いることを提案している．所望の周波数帯域において左手系媒質が得られるように右手/左手系複合伝送線路を構成する任意形状単位セルを周期的に配列させた時の位相定数を評価し最適化を行った．単位セルを周期的に配列させた時の伝送特性について検討を行っており，その後，得られた平面回路素子を実際に試作し，伝送特性の数値的・実験的評価から右手/左手系複合伝送線路の有効性を示している．

1 はじめに

近年，等価的に負誘電率，負透磁率を示す人工物質であるメタマテリアルが注目を集め，その特異な性質を利用した新しいマイクロ波デバイスへの応用が期待されている．1968 年に Veselago によってそのような物質中に後退波が伝搬することが理論的に検証され [1]，その後 Smith らによってスプリットリング共振器と細線によって実験的に動作が確認された [2]．以後，様々な左手系媒質が提案されてきた．左手系媒質をマイクロストリップ線路上で実現するためには，等価回路的に見た場合，伝送線路に直列にキャパシタ，並列にインダクタを挿入する線路構造が必要となる．前者はストリップ上にギャップを設けることで，また後者は線路と分岐した短絡高インピーダンス線路を設けることで実現されるのが一般的である．通常，短絡を行うには地板へ接続されたビアが用いられる．そのようなビアは平面回路を構成する際には無い方が望ましく，ビアを用いずに平面回路上に左手系線路を構成する方法として地板に対して大きな対地容量を持った金属パッチを仮想グランドとみなしてインダクタに接続したものが提案されている [3]．しかし，仮想グランドである金属パッチを用いると形状表現の自由度が低くなり，その結果，自由度の高い左手系媒質の設計を行うことが困難であった．

そこで本稿では，平面回路上にビアを用いずに，かつ仮想グランドを金属パッチに固定せずに任意形状の左手系線路媒質を設計する手法として，任意形状のマイクロ波デバイスの最適化に利用されている遺伝的アルゴリズム（GA，Genetic Algorithm)[4, 5] を用いることを提案している．ここでは，左手系媒質を設計するための評価関数として単位セルを周期的に配列させたときの伝搬定数を用い，所望の周波数帯域において左手系媒質の特性が得られるように最適化を行った．以下ではまず，右手/左手系複合伝送線路を構成する任意形状単位セルの構造と単位セルの伝搬定数を評価する方法について述べ，次にこの方法を基に最適化した例を示している．そして得られた回路素子を実際に試作し，解析結果と実験結果との比較により，本手法の有効性を明らかにしている．

2 動作原理

本章では, 右手/左手系複合伝送線路について簡単に説明し, 従来ビアを用いて構成されていた左手/右手系複合伝送線路を平面回路上にて構成する方法について示す.

2.1 右手/左手系複合伝送線路 (CRLH-TL)

マイクロストリップラインなどの通常の伝送線路の等価回路は Fig. 1.(a) のようにシリーズインダクタ L_R, シャントキャパシタ C_R で表される. この場合, 周波数と波数の関係である分散関係は

$$\beta = \omega\sqrt{L_R C_R} \tag{1}$$

で与えられ, Fig. 1.(b) に示すように両者は比例関係となり, 分散曲線の傾きを表す群速度 $v_g = \partial\omega/\partial\beta$ と位相速度 $v_p = \omega/\beta$ は等しくなる.

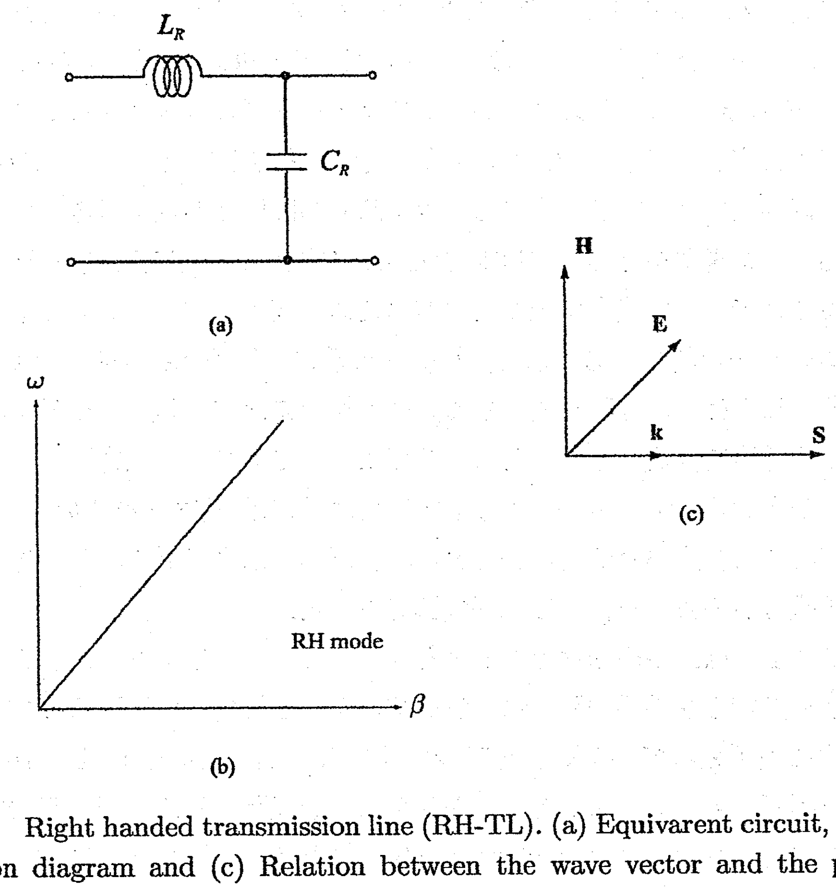


Fig.1. Right handed transmission line (RH-TL). (a) Equivarent circuit, (b) Dispersion diagram and (c) Relation between the wave vector and the pointing vector.

v_g の符号はエネルギーの伝搬方向，すなわちポインティングベクトル $\mathbf{S}$ の方向を表し，v_p の符号は波数ベクトル $\mathbf{k}$ の方向をそれぞれ表すので，ポインティングベクトル $\mathbf{S}$ と波数ベクトル $\mathbf{k}$ は Fig. 1.(c) のように同方向を向く．ここで Fig. 2.(a) のようのインダクタとキャパシタの位置を逆，すなわちシリーズキャパシタ C_L，シャントインダクタ L_L で構成された伝送線路を仮定し，電信方程式を解くと得られる分散関係は

$$\beta = \frac{1}{\omega\sqrt{L_L C_L}} \tag{2}$$

となり，Fig. 2.(b) に示すように ω と β が反比例するような形となる．

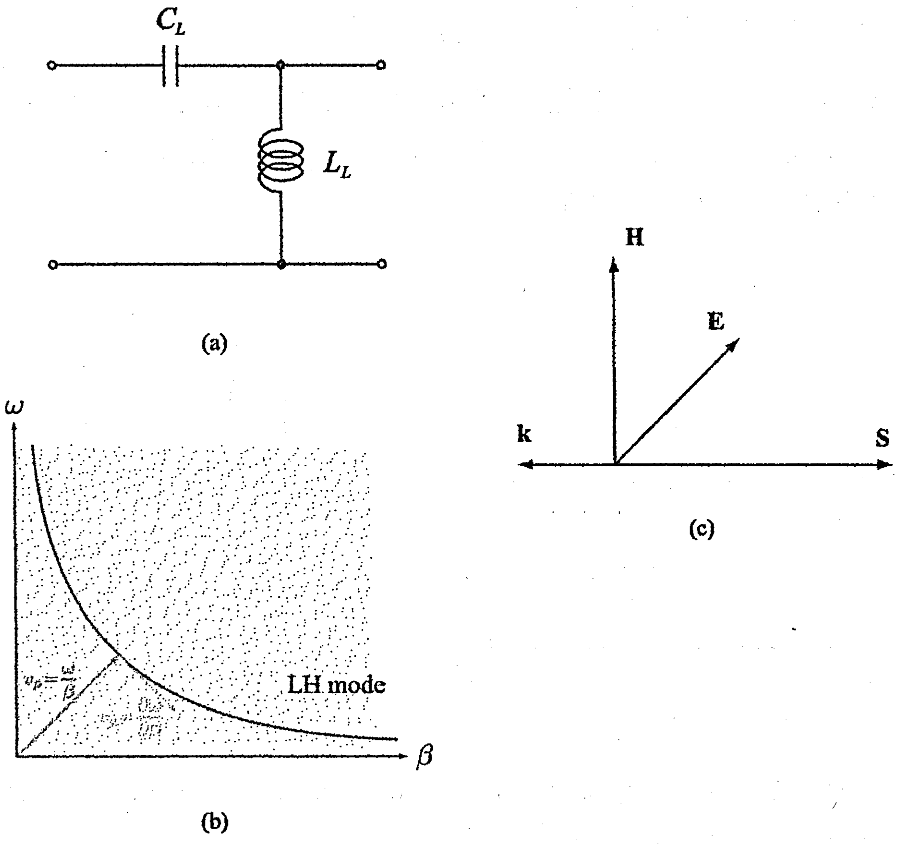


Fig.2. Left handed transmission line (LH-TL). (a) Equivarent circuit, (b) Dispersion diagram and (c) Relation between the wave vector and the pointing vector.

この場合，周波数が増加するに従って波数が減少するということは，分散曲線の傾きが負となるので群速度 v_g と位相速度 v_p が異符号となる，つまり Fig. 2.(c) のように，ポインティングベクトルと波数ベクトルが逆行する波が伝搬することを意味する．これは通常の伝送線路では位相が遅れながら電磁波が伝送されるのに対し，位相が進みながら電磁波が伝送されることになる．このような伝送線路は，通常の右手系伝送線路に対して左手系伝送線路と呼ばれるものであり，左手系伝送線路においては等価誘電率，透磁率が共に負の値をとることから Double negative metamaterial:DNM，Negative refractive index:NRI とも呼ばれている．左手系伝送線路は従来の伝送線路に人工的にシリーズキャパシタ，シャントインダクタを付加することで構成することができるが，基となる伝送線路を表すシリーズインダクタ，シャントキャパシタが存在するので完全な左手系伝送線路を作ることはできず，右手系，左手系の両方の特性を併せ持つ右手/左手系複合伝送線路 (Composite Right/Left Handed Transmission Lines:CRLH-TL) となる．Fig. 3.(a) に示すように CRLH-TL の等価回路は伝送線路を表すシリーズインダクタを L_R，シャントキャパシタ C_R と人工的に付加するシリーズキャパシタ C_L とシャントインダクタ L_L で表され，分散関係は次式で与えられる．

$$\cos(\beta l) = 1 - \frac{1}{2}\left\{\omega^2 L_R C_R + \frac{1}{\omega^2 L_L C_L} - \left(\frac{L_R}{L_L} + \frac{C_R}{C_L}\right)\right\} \tag{3}$$

Fig. 3.(b) に得られる分散特性の一例を示す．これを見ると CRLH-TL は低域に後退波が伝搬する左手系 (LH) モード，および高域に進行波が伝搬する右手系 (RH) モードの二つの通過帯域を持つことがわかる．

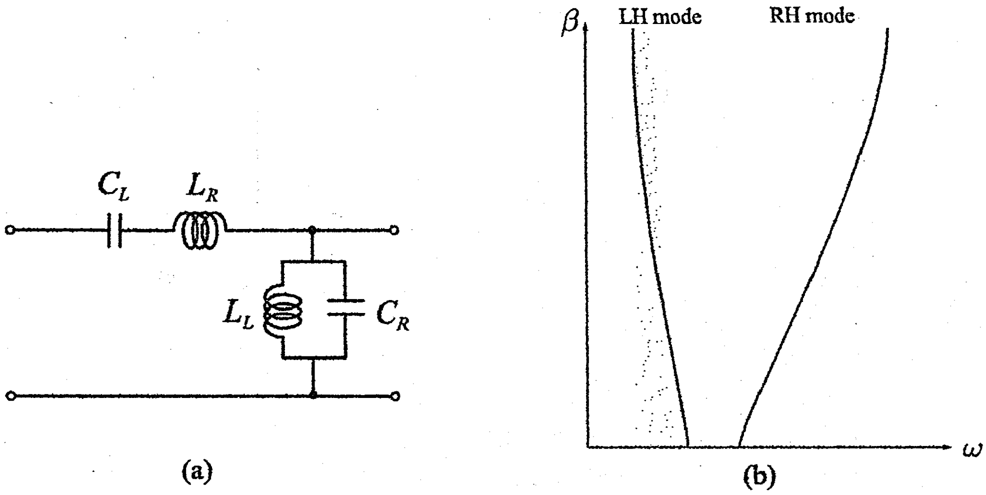


Fig.3. Composite right/left handed transmission line (CRLH-TL). (a) Equivarent circuit and (b) Dispersion diagram.

2.2 平面回路上での左手系線路の構成

従来より提案されてきたマイクロストップリップ線路による右手/左手系複合伝送線路の構成を Fig. 4.(a) に示す．ギャップキャパシタンス C を，ビアによって短絡された高インピーダンス線路によってシャント L を実現しようとするものであるが，グラウンドへのインダクタを得るためにビアが必要となって，これが低廉化への妨げとなる．そのようなビアは平面回路を構成する際には無い方が望ましく，ビアを用いずに左手系媒質を構成する方法として Fig. 4.(b) のように単位セルに仮想グランドとみなせる地板に対して大きな対地容量を持った金属パッチをインダクタに接続したものが提案されている [3]．本構

造においては，シリーズ C はストッリプのギャップによって実現し，シャント L は仮想グラウンドを接続することで実現する．しかし，仮想グランドとして金属パッチを用いると形状表現の自由度が低くなり，その結果，自由度の高い左手系媒質の設計が困難であった．そこで本論文では，遺伝的アルゴリズムを用いて，仮想グランドを固定せずに単位セル全体を最適化することで，平面回路上にビアを使うことなく左手系媒質を構成する．

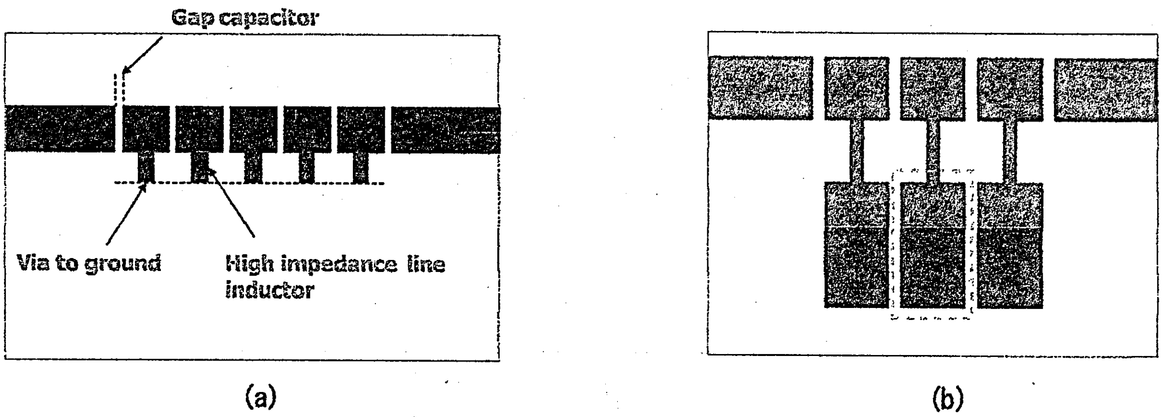


Fig.4. Virtual ground capacitor.

3 任意形状単位セルの構成および解析法

本章では，任意形状単位セルの構造分散ダイアグラム及び GA に組み込むモーメント法による解析法について述べる．

3.1 任意形状単位セルの構造

Fig. 5. に任意形状素子で構成される単位セルの一例を示す．本回路は，比誘電率 ε_r，厚み h の誘電体基板上に任意形状素子を配置して構成されており，その回路全体は完全遮蔽導体（寸法 $a \times b \times c$）で覆われている．ただし，解析では回路形状を構成する導体の厚みは無限小とし，誘電体損，導体損は考慮せず，簡単のため無損失として扱う．

3.2 分散ダイアグラム

回路が左手系線路として動作していることを調べるために，伝搬定数を周波数の関数で表した分散ダイアグラムを考える．CRLH-TL は Fig. 6. に示すように 4 ポート回路を無限に縦列接続したモデルで表現することができる．この時，単位セルの各端子における電圧，電流の関係を F パラメータで表すと次のようになる．

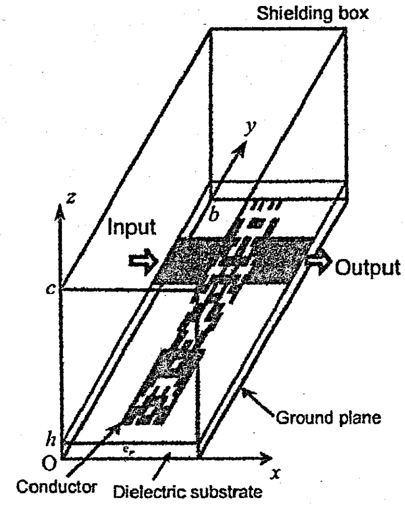


Fig.5.　Unit cell consisting of arbitarily-shaped elements.

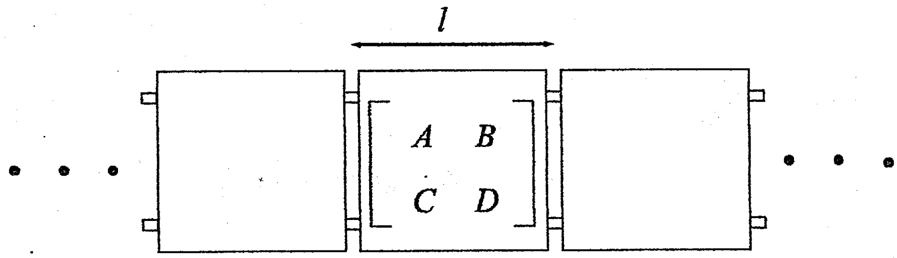


Fig.6.　Model of unit cell.

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \tag{4}$$

また，無限周期境界条件を考えた場合，各端子における電圧波および電流波は Floque の定理により，

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = e^{\gamma l} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \tag{5}$$

となる．式 (4)，式 (5) より，

$$\begin{bmatrix} A - e^{\gamma l} & B \\ C & D - e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0 \tag{6}$$

となり，単位セルの特性が $ABCD$ 行列で与えられた場合の伝搬定数

$$\gamma(\omega) = \frac{1}{l} \cosh^{-1} \left\{ \frac{1}{2}(A + D) \right\} \tag{7}$$

を得る．また，伝搬定数は

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{8}$$

であり，α は減衰定数，β は位相定数を示す．モーメント法による特性解析の際には，Fig. 5. のように単位セルに入出力線路が接続されているため，入出力部のみの通過，反射特性を取り除く校正方法である TRL(Thru-Reflect-Line) 校正法により，次節で述べるモーメント法で解析する際の励振部を含む入出力線路の影響を取り除く．入出力線路が接続された全体の回路を入力線路の T パラメータ T_X，単位セルの T パラメータ T_A，出力線路の T パラメータ T_Y の縦続接続と考えると，全体の回路の T パラメータ T_M は，

$$[T_M] = [T_X]\,[T_A]\,[T_Y] \tag{9}$$

と表すことができる．そこで，T_X，T_Y を求めるために，Thru(入出力線路の直接接続), Reflect(入出力線路の分離), Line(入出力線路間への伝送線路の挿入) という 3 つの状態を作る．ただし，Reflect では入力線路の線路端を開放端としている．そして，付録 A に示す補正計算を行うことによって単位セルのみの T パラメータ T_A から $ABCD$ パラメータを算出している．

3.3 解析法

GA による最適化では任意形状平面回路の特性解析を行う必要がある．ここでは，その解析に用いるスペクトル領域モーメント法の概要について述べる．Fig. 7. に示すように，$z=h$ における寸法 $a \times b$ の x-y 平面を $P \times Q$ グリッドに等間隔に分割する．

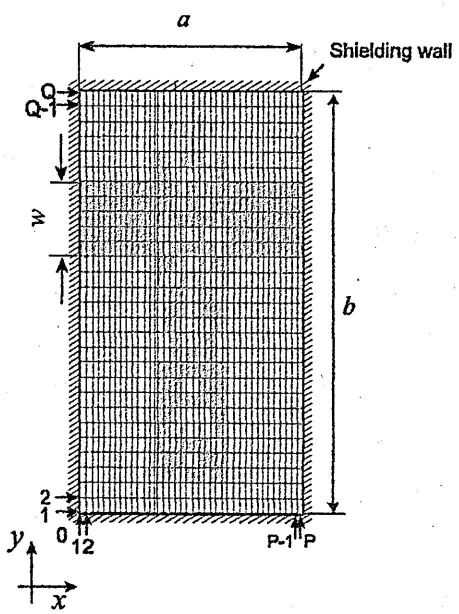


Fig.7. An example of an arbitrarily-shaped element constructed by uniform mesh.

ここでは等間隔メッシュとするが，不等間隔メッシュを用いた最適化にも容易に拡張できる．$z=h$ の x-y 平面の導体上の電流密度 $\boldsymbol{J}$ を波源とする散乱電界 $\boldsymbol{E}^{(s)}$ と入射電界 $\boldsymbol{E}^{(i)}$ の和の接線成分が導体上（$z=h$）で零となることから，次式の境界条件式が得ら

れる.

$$\boldsymbol{E}_t^{(i)} + \boldsymbol{E}_t^{(s)} = 0 \tag{10}$$

ここで，添字 t は接線成分を意味する．よって，

$$-\begin{bmatrix} E_x^{(i)} \\ E_y^{(i)} \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{ab} \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx}F_x & \tilde{G}_{xy}F_x \\ \tilde{G}_{yx}F_y & \tilde{G}_{yy}F_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \tag{11}$$

なる電界積分方程式 (EFIE, Electric Field Integral Equation) が得られる．ここで，a, b は回路形状の x 方向，y 方向のサイズ，$E_x^{(i)}$，$E_y^{(i)}$ は入射電界の x 成分，y 成分であり，m，n は遮蔽導体を導波管とみなしたときのモードの次数であり，

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & for \;\; m=0 \\ 2, & for \;\; m \neq 0 \end{cases} \tag{12}$$

と表せ，ε_n についても同様である．$\tilde{G}_{ij}(i,j=x,y)$ は遮蔽導体で囲まれた場合のスペクトル領域グリーン関数であり，イミタンス法によって容易に得られる．さらに F_x および F_y は，

$$F_x(x,y;k_{xm},k_{yn}) = \cos(k_{xm}x)\sin(k_{yn}y) \tag{13}$$

$$F_y(x,y;k_{xm},k_{yn}) = \sin(k_{xm}x)\cos(k_{yn}y) \tag{14}$$

である．ただし，$k_{xm} = m\pi/a$，$k_{yn} = n\pi/b$ である．$\tilde{J}_x$ と $\tilde{J}_y$ は，未知数である電流 J_x と J_y から次式により得られる．

$$\tilde{J}_x(k_{xm},k_{yn}) = \iint_S J_x(x',y')F_x(x',y';k_{xm},k_{yn})dS' \tag{15}$$

$$\tilde{J}_y(k_{xm},k_{yn}) = \iint_S J_y(x',y')F_y(x',y';k_{xm},k_{yn})dS' \tag{16}$$

ここで，(x',y') は波源の座標であり，式 (15) 及び式 (16) の S は導体面上での面積分を意味する．モーメント法による解析で任意形状の回路を扱うために Fig. 7. に示すように，寸法 $a\times b$ の x-y 平面を $P\times Q$ グリッドに分割し，各サブセルに部分領域基底関数を定義する．したがって，x 方向の電流密度 J_x と y 方向の電流密度 J_y は，各単位セルの (p,q) 番目の基底関数によって，

$$J_x(p,q) = \sum_p\sum_q I_x(p,q)B_x(p,q) \tag{17}$$

$$J_y(p,q) = \sum_p\sum_q I_y(p,q)B_y(p,q) \tag{18}$$

のように表される．ここで，I_x と I_y はそれぞれ x 方向と y 方向の電流要素の未知係数であり，x 方向，y 方向の roof-top 型部分領域基底関数 B_x，B_y はそれぞれ次のように表される．

$$B_x(p,q) = \Lambda_x\left(p+\frac{1}{2}\right)\Xi_x(q) \tag{19}$$

$$B_y(p,q) = \Xi_y(p)\Lambda_y\left(q+\frac{1}{2}\right) \tag{20}$$

ただし,

$$\Lambda_x(p) = \begin{cases} 1-\frac{|x-p\Delta x|}{\Delta x}, & |x-p\Delta x| \leq \Delta x \\ 0, & |x-p\Delta x| > \Delta x \end{cases} \tag{21}$$

$$\Xi_x(q) = \begin{cases} 1, & |y-q\Delta y| \leq \frac{\Delta y}{2} \\ 0, & |y-q\Delta y| > \frac{\Delta y}{2} \end{cases} \tag{22}$$

である. $\Xi_y(p)$, $\Lambda_y(q)$ についても同様に記述できる.

また, 遮蔽導体壁と回路が接続されている $x=0$ 及び $x=a$ がそれぞれ入出力ポートであり, その入出力マイクロストリップ線路幅を w で定義している. 平面回路フィルタの特性解析を行う場合には, その線路端を参照面とする S パラメータを導出する必要がある. モーメント法において平面回路のポート端の励振問題を厳密に取り扱うことは困難であり, 以前よりポートでの励振電界の近似式を用いる手法などが提案されている [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. また, 遮蔽形回路のみならず遮蔽導体を取り除いた開放形回路のモーメント法による解析 [13] や, 3 次元回路の解析 [15, 14, 16] も報告されている. 本章では, その中でも比較的容易に S パラメータを抽出することのできるデルタギャップ給電を採用する [17].

デルタギャップ給電を考えるため, 入出力線路端におけるセルでは Fig. 8. のように roof-top 型部分領域基底関数の半分の定義域を持つ関数を定義する.

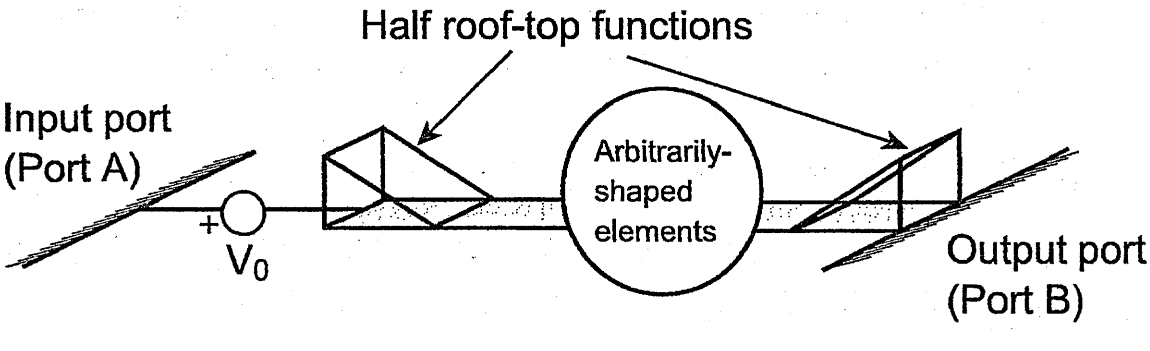


Fig.8. Delta-gap excitation for method-of-moments analysis of planar-circuit filters.

そして, EFIE にガラーキン法を適用し, マトリクス方程式を導出する. 簡単のため, Fig. 8. のように入力, 出力ポート端をそれぞれ 1 つの部分領域基底関数で定義し, それぞれを A, B のように記号化して表せば, マトリクス方程式は,

$$\begin{bmatrix} [V_A^{(p)}] \\ [V_B^{(p)}] \\ [0] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_{AA}^{(pp)}] & [Z_{AB}^{(pp)}] & [Z_{Ax}^{(pc)}] & [Z_{Ay}^{(pc)}] \\ [Z_{BA}^{(pp)}] & [Z_{BB}^{(pp)}] & [Z_{Bx}^{(pc)}] & [Z_{By}^{(pc)}] \\ [Z_{xA}^{(cp)}] & [Z_{xB}^{(cp)}] & [Z_{xx}^{(cc)}] & [Z_{xy}^{(pc)}] \\ [Z_{yA}^{(cp)}] & [Z_{yB}^{(cp)}] & [Z_{yx}^{(cc)}] & [Z_{yy}^{(pc)}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_A^{(p)}] \\ [I_B^{(p)}] \\ [I_x^{(c)}] \\ [I_y^{(c)}] \end{bmatrix} \tag{23}$$

となる．式中，頭記号 (p) とは入出力ポート（input/output port）を表し，(c) とは導体で構成される回路（circuit）に関する諸量を表す．すなわち，列ベクトル $[I_A^{(p)}]$，$[I_B^{(p)}]$ とは入出力ポート端で定義される半分の roof-top 型部分領域基底関数の展開係数であり（ここでは Port A 及び Port B での基底関数はそれぞれ 1 つであるため，列ベクトル $[I_A^{(p)}]$，$[I_B^{(p)}]$ の大きさはそれぞれ 1 である），列ベクトル $[I_x^{(c)}]$，$[I_y^{(c)}]$ とは入出力ポート端以外の回路上を流れる x 方向，y 方向電流の展開係数である．入出力ポート端でデルタギャップ給電を考えるため，入射電界は入出力ポートでのみ定義されることになる．したがって，回路に関する入射電界は零とし，入出力ポートのセルのみ列ベクトル $[V_A^{(p)}]$，$[V_B^{(p)}]$ が定義できる．式 (23) の結果を簡単に表記したのが次式である．

$$\begin{bmatrix} V^{(p)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{(pp)} & Z^{(pc)} \\ Z^{(cp)} & Z^{(cc)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^{(p)} \\ I^{(c)} \end{bmatrix} \tag{24}$$

次に，文献 [20] の手法に基づき，得られたインピーダンス行列 $[Z]$ より S パラメータを求める．まず，インピーダンス行列 $[Z]$ の逆行列 $[Z]^{-1}$ を行列 $[Y]$ で表すと，式 (24) より，

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I^{(p)} \\ I^{(c)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z^{(pp)} & Z^{(pc)} \\ Z^{(cp)} & Z^{(cc)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V^{(p)} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Y^{(pp)} & Y^{(pc)} \\ Y^{(cp)} & Y^{(cc)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{(p)} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{25}$$

となる．上式より，入出力ポート間の関係を表す $[I^{(p)}] = [Y^{(pp)}][V^{(p)}]$ が得られる．よって，このアドミタンス行列 $[Y^{(pp)}]$ を散乱行列 $[S]$ に変換すれば，反射係数 S_{11} 及び透過係数 S_{21} が求められる．なお，インピーダンス行列の計算には，Kummer 変換による高速化を図る [18, 19, 20, 21]．次章では，GA による最適化手法を示す．

4　任意形状単位セルの最適化

本章では，まず GA による任意形状単位セルの設計法について述べた後，GA で生成される各々の素子の特性評価に用いる適合度関数について説明する．

4.1　最適化手法

GA による任意形状単位セルの設計法について述べる [22, 23, 24, 25, 26]．Fig. 9. に，任意形状単位セルの一例を示す．同図の単位セル寸法は，既存の単位セル形状に仮想グランドとみなせる地板に対して大きな対地容量を持った金属パッチを接続した場合の寸法を参考に決定しており，形状表現の自由度を持たせるために，上部にも単位セル寸法を広げている [27, 28]．

ここでは，厚さ 1.0 mm，比誘電率 2.8 の誘電体基板を用いることを想定して，入出力線路幅はインピーダンスが 50 Ω となるように 2.6 mm としている．GA の最適化領域は任意に選択することができるが，本論文では，回路全体を最適化させるのではなく，Fig.

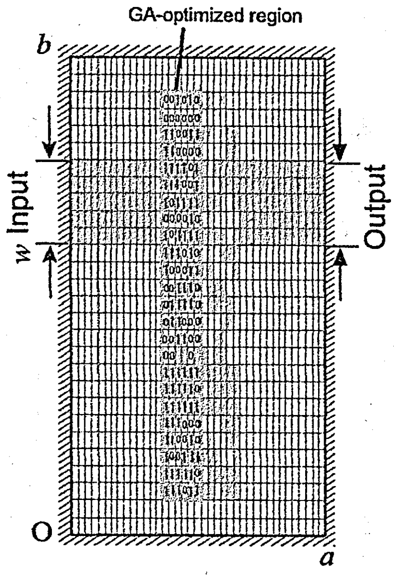


Fig.9. An example of the circuit geometry.

9. のように赤線で囲む素子を最適化領域とし，右半分は対称構造となるように導体パッチを配置する．最適化の際，Fig. 9. のように最適化領域をの x-y 平面を $P' \times Q'$ グリッドに分割する．ただし，x 方向のメッシュは，入力線路と単位セルの間のギャップに対応するセルのみ 0.1 mm メッシュとし，その他のセルは 0.2 mm メッシュとしている．GA では任意形状の平面回路を "0" と "1" のバイナリコードで取り扱い，Fig. 9. の導体セルを "1"，それ以外を "0" とする．

Fig. 10. に GA による平面回路の任意形状素子の生成法及びモーメント法におけるインピーダンス行列 $[Z]$ と回路形状の関係を示す．インピーダンス行列の構成に高速フーリエ変換を用いる手法は非常に効率的であるが [22, 33, 32, 30, 31, 29]，分割数 P，Q が 2^k（k：整数）に限られたものとなり，線路幅 w や遮蔽導体寸法の選択に制限が生じる．そこで本章では分割数 P，Q を任意に選べるようにするが，その場合にはインピーダンス行列の計算時間が問題となる．そこで，最適化では予め入出力線路幅 w，遮蔽導体寸法 $a \times b \times c$，比誘電率 ε_r，厚み h を与えておき，GA 実行前に $P \times Q$ 個のセル全てに導体が存在する場合のインピーダンス行列 $[Z]$（これを母行列と呼ぶ）を各サンプル周波数点ごとに予め計算しておく [34]．GA によって生成される任意形状平面回路のインピーダンス行列 $[Z']$ は，その回路形状に応じて導体が存在しないセルに対応する母行列 $[Z]$ の各要素を 0 に置き換えることで得られる．そして，得られたインピーダンス行列 $[Z']$ より前節で述べた方法によって S パラメータを求め，適合度関数によって特性評価を行う．第一世代（初期形状）は乱数によって生成し，そして次節に示す関数によって適合度が各個体に与えられ，第二世代以降の個体は適合度に基づいて遺伝的操作（選択，交叉及び突然変異）によって生成される．このように適合度が高い個体の遺伝子情報が次世代に受け継がれ，最適解の探索を行う．ただし，GA による遺伝的操作のみでは，得られた素子形状

内に一点でのみ 2 つの導体が接触するという製作上実現困難な形状が生成されるため，本設計では形状整形法 [29] を用いる．さらに，各世代で最も適合度の良い個体を次世代に保存するエリート戦略を適用する．所望の帯域で動作する任意形状素子が GA によって生成されるように GA による世代交代を繰り返し，最良個体の適合度が収束すれば，その単位セル形状を最適解とみなすことにする．

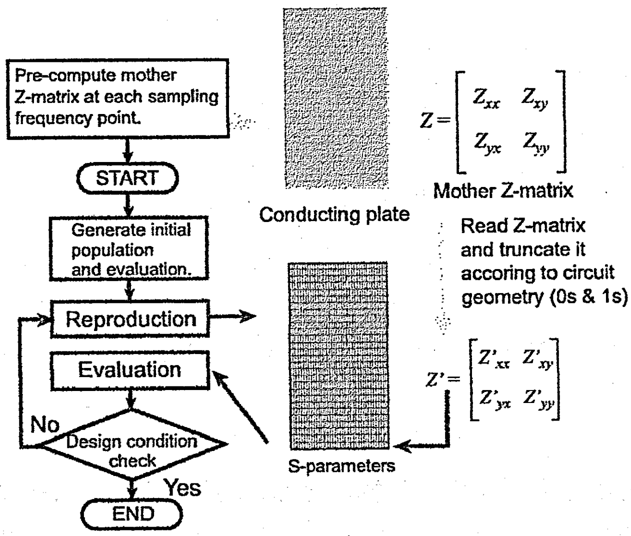


Fig.10. Evolutionary generation of arbitrarily-shaped elements on planar-circuit and the relation between circuit geometry and the impedance matrix of the MoM analysis.

4.2 適合度関数

GA で生成される任意形状単位セルの特性評価には次式に示す適合度関数を用いる．指定した周波数帯域において各単位セル形状の位相定数を評価し，周期配列させる単位セルの設計を行う．そこで，適合度（fitness）は，

$$\text{fitness} = \frac{1}{1+\bar{F}_p} \tag{26}$$

ここで，

$$\bar{F}_p = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\beta(f_i) - \beta_d(f_i) - \bar{D}\right|^2} \tag{27}$$

$$\bar{D} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\beta(f_i) - \beta_d(f_i)\right) \tag{28}$$

のように定義する．f_i は i 番目のサンプル周波数，N は評価周波数帯域におけるサンプル周波数点数である．また，$\beta(f_i)$ はサンプル周波数 f_i における GA で生成された各個

体の位相定数の値で，$\beta_d(f_i)$ はサンプル周波数 f_i における理想的な位相定数の値である．また，$\bar{D}$ は $\beta(f_i)$ と $\beta_d(f_i)$ の差の平均値である．式 (27) では GA で生成される各個体の位相定数と理想的な位相定数との平均二乗誤差を求めている．式 (27) で $\bar{D}$ の差をとっているのは，$\beta(f_i)$ と $\beta_d(f_i)$ を相対的に評価するために基準の位相定数に合わせるためである．よって，式 (27) では GA によって得られた個体の位相定数と理想的な位相定数との差が最小，すなわち式 (26) が最大となるよう最適化を行う．

5 最適化結果

本章では，遺伝的アルゴリズムによって最適化する際の設計条件について述べ，最適化された単位セル形状の例を示す．

5.1 設計条件

6.0–7.0GHz，7.0–8.0GHz の 2 種類の評価周波数帯域を設定し，単位セルの位相定数の値が理想の位相定数の値に近づくように最適化を行う．理想の位相定数の値は，郡速度と位相速度の向きが反対になるように，直線的に減少する値とした．

誘電体基板には比誘電率 $\varepsilon_r = 2.8$，厚み $h = 1.0$ [mm] を用いる．モーメント法による解析では，$z = h$ における x-y 平面をグリッドに分割する必要がある．分割数を上げれば形状の表現の自由度はより大きくなるが，膨大な計算時間を要するため，最適化を行うには実用的ではない．逆に計算時間を優先し，計上の分割数を小さく取れば表現できる形状が大きく制限されるため，所望の特性が得られなくなる．以上の事実を考慮して，本最適化ではメッシュの分割数を $P = 39$, $Q = 28$ とした．なお，Fig. 9. において，x 方向のメッシュは 0.20 mm とし,y 方向のメッシュは 0.52 mm とする．よって，遮蔽導体の寸法は $a = 7.80$ [mm]，$b = 14.7$ [mm] となる．最適化の際は単位セルの左半分を $P' = 6$，$Q' = 24$ の 6×24 グリッドに分割し，右半分は対称構造とする．また，x 方向においてギャップを含んだ 13 メッシュの領域を 1 周期の単位セルとする．GA では導体セルを “1” それ以外を “0” として扱い，これらを最適化変数とする．GA のパラメータとして，選択方法にはトーナメント選択を採用し，交叉方法には一点交叉を用いる。また，交叉率は 0.8 とし，突然変異率は 0.02 とする。1 世代あたりの個体数は 50 個体とし，世代数は 200 世代，エリート戦略における最良個体保存数は 1 とする．

5.2 設計例

5.2.1 最適化例 1

本項では評価周波数帯域を以下のように設定し最適化を行った．

評価周波数帯域 6.0–7.0GHz

最適化の結果得られた単位セル形状，分散特性を Fig. 11. に示す．また，サンプル周波数点数 N は 6 点とする．理想の位相定数の値は評価周波数帯域において直線的に減少する値とした．

評価周波数帯域において，群速度と位相速度の向きが反対となっており左手系の帯域となっていることがわかる．次に，最適化の結果得られた単位セルを周期的に配列させた場合の伝送特性の解析を行った．解析には，有限要素法による電磁界シミュレータである HFSS を用いており，遮蔽型回路として解析を行っている．解析結果を Fig. 12. に示す．おおよそ評価周波数帯域内に通過域を確認することができる．さらに，Fig. 11. の分散ダイアグラムは，1 セルの $ABCD$ パラメータから位相定数を算出しているが，実際には周期配列させた際の結合の影響によって帯域，帯域幅にずれが生じている可能性があり，今後検討していく必要がある．この事実は以下に示すすべての最適化例について言えることである．

次に，得られた単位セルを 10 セル周期配列させた回路の透過波の位相特性を HFSS で解析し，同じ長さのマイクロストリップ線路の透過波の位相から得られる入出力線路分の位相を差し引くことによって，10 セル配列した場合の位相定数を求めた．その結果を Fig. 13. に示す．6.3GHz–7.0GHz の帯域で左手系の帯域となっていることが確認できる．

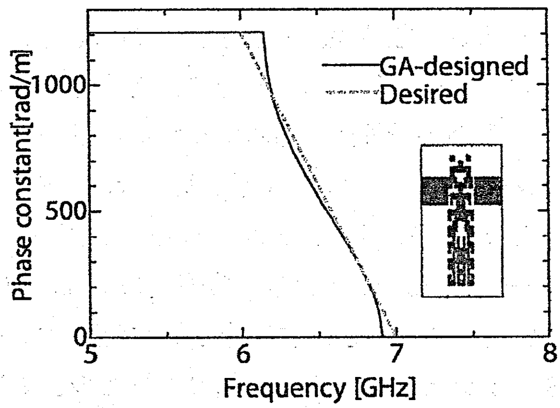
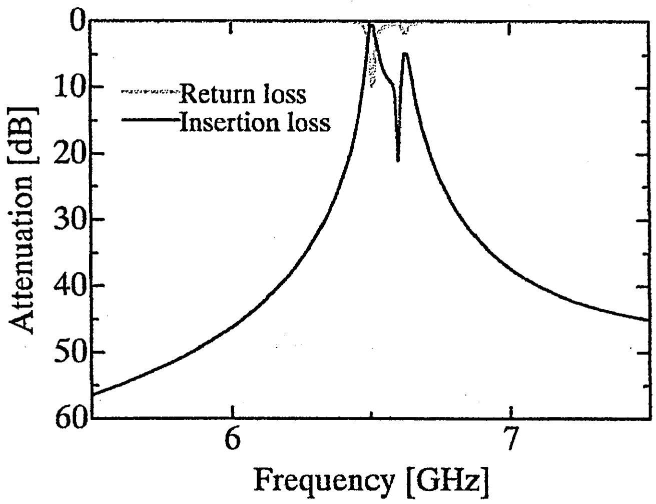
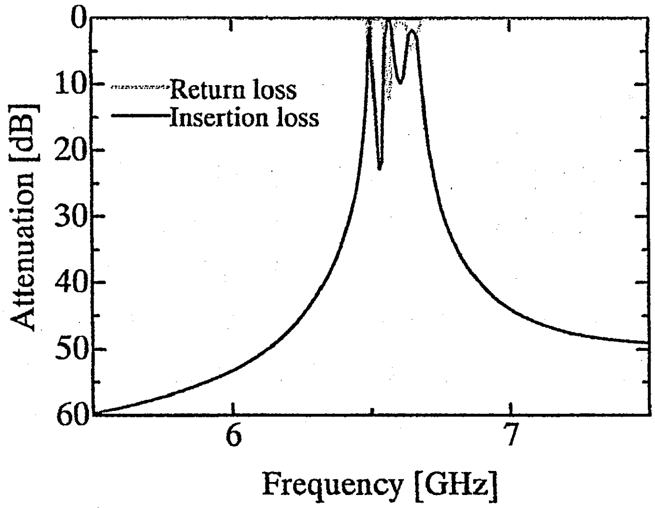


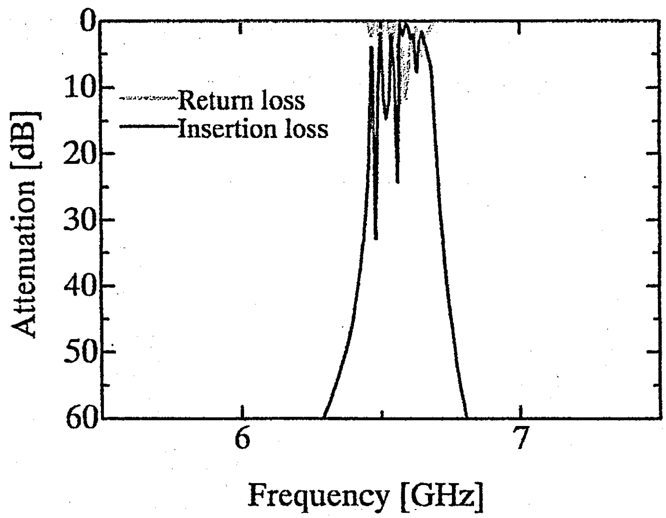
Fig.11. Geometry of designed unit cell and its dispersion diagram.(example 1)



(a)



(b)



(c)

Fig.12. Transmission characteristics of the planar-circuit line (example 1) (a) 3cells, (b) 5cells, (c) 10cells.

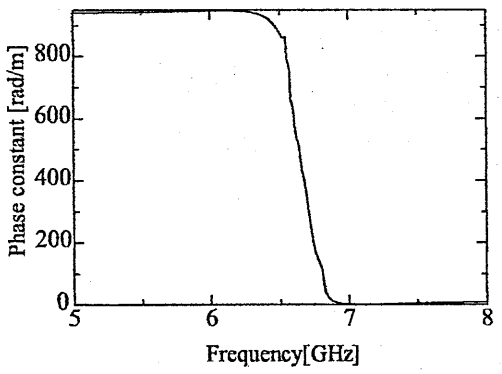


Fig.13. Dispersion diagram of 10cells (example 1).

5.2.2 最適化例 2

本項では評価周波数帯域を最適化例 1 よりも高く取り，以下のように設定し最適化を行った．

評価周波数帯域 7.0–8.0GHz

適化の結果得られた単位セル形状，分散特性を Fig. 14. に示す．

また，サンプル周波数点数 N は 6 点とする．理想の位相定数の値は評価周波数帯域において直線的に減少する値とした．最最適化例 1 と同様，左手系の帯域を確認することができる．同様に，最適化の結果得られた単位セルを周期的に配列させた場合の伝送特性の解析を行った．解析結果を Fig. 15. に示す．おおよそ評価周波数帯域内に通過域を確認することができる．また，Fig. 14. の分散ダイアグラムにおける左手系帯域との差が大きくなっている．

同様に，得られた単位セルを 10 セル周期配列させた回路の透過波の位相特性を HFSS で解析し，同じ長さのマイクロストリップ線路の透過波の位相から得られる入出力線路分の位相を差し引くことによって，10 セル配列した場合の位相定数を求めた．その結果を Fig. 16. に示す．7.0GHz–7.8Hz の帯域で左手系の帯域となっていることが確認できる．

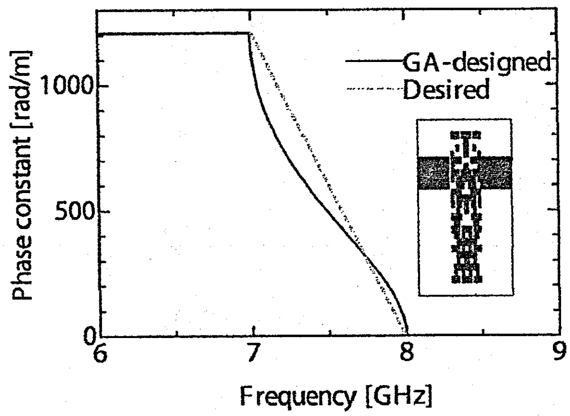
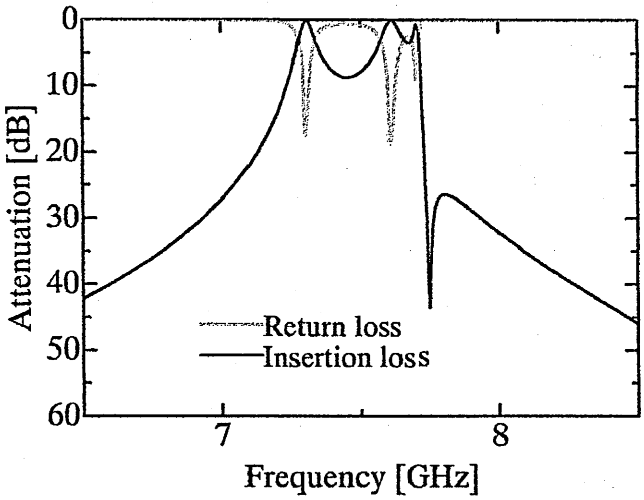
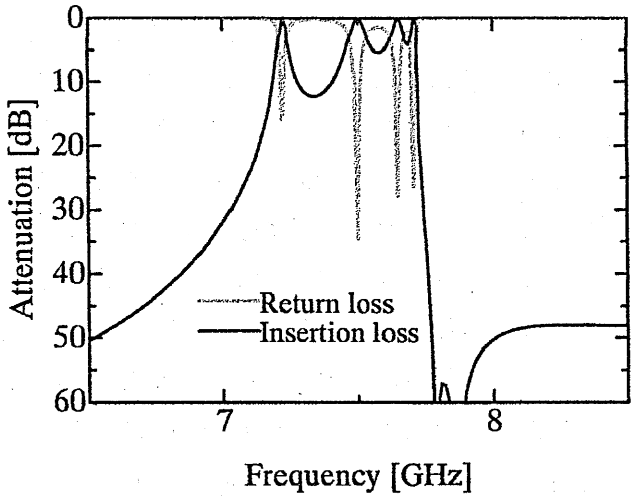


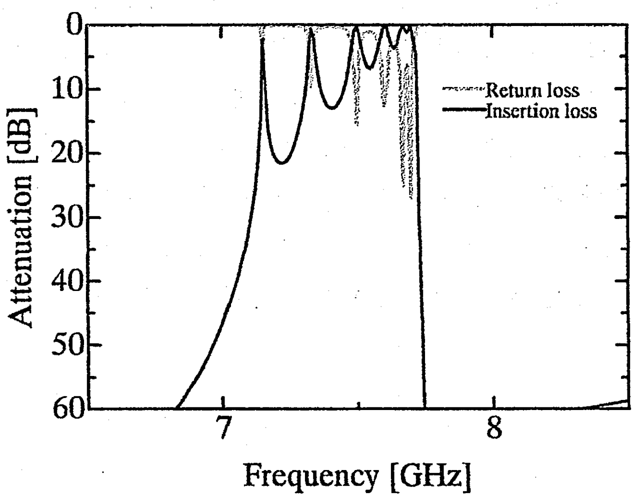
Fig.14. Geometry of designed unit cell and its dispersion diagram.(example 2)



(a)



(b)



(c)

Fig.15. Transmission characteristics of the planar-circuit line (example 2) (a) 3cells, (b) 5cells, (c) 10cells.

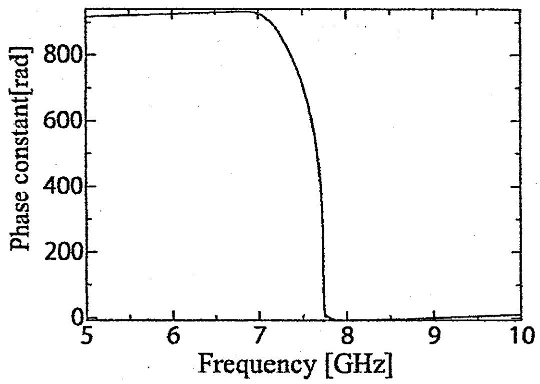
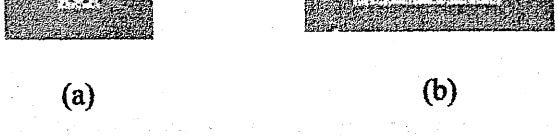


Fig.16. Dispersion diagram of 10cells (example 2).

6 実験的検討

本章では，前章までに述べた最適化手法を用いて設計した任意形状単位セルを Fig. 17. のように周期的に配列した回路を実際に製作し，任意形状単位セルによって構成された右手/左手系複合伝送線路の動作を実験において確かめている．測定にはベクトルネットワークアナライザ（ヒューレット・パッカード社 HP8510C）を用い，ベクトルネットワークアナライザからの同軸ケーブルに接続された同軸–マイクロストリップ線路変換器を用いて，製作した平面回路を励振している．なお，校正には Full 2 port 校正法を用いている．設計時の解析では回路全体を遮蔽導体で囲っているが，測定の際には，開放形回路として行っている．また，解析値も前章とは異なり放射損を考慮して開放型回路として解析した値とした．最適化例 1 で得られた単位セルを 3 セル，5 セル，10 セルと周期配列させた時の伝送特性を測定する．また，測定値と解析値の比較をそれぞれ Fig. 18. に示す．同様に，最適化例 2 で得られた単位セルを 3 セル，5 セル，10 セルと周期配列させた時の伝送特性を測定する，また，測定値と解析値の比較をそれぞれ Fig. 19. に示す．また，前章と同様に，得られた単位セルを 10 セル周期配列させた回路の透過波の位相特性を HFSS で解析し，同じ長さのマイクロストリップ線路の透過波の位相から得られる入出力線路分の位相を差し引くことによって，10 セル配列した場合の位相定数を求めた．前章で求めた解析結果との比較を Fig. 20. に示す．解析値から算出した値と多少ずれがあるが概ね傾向は一致しており，いずれの最適化例においても 10 セル周期配列させた場合におおよそ評価周波数帯域において左手系帯域となっていることが確認できた．



(a) (b)

Fig.17. Photograph of the planar-circuit line (example 1) (a) 3cells, (b) 10cells.

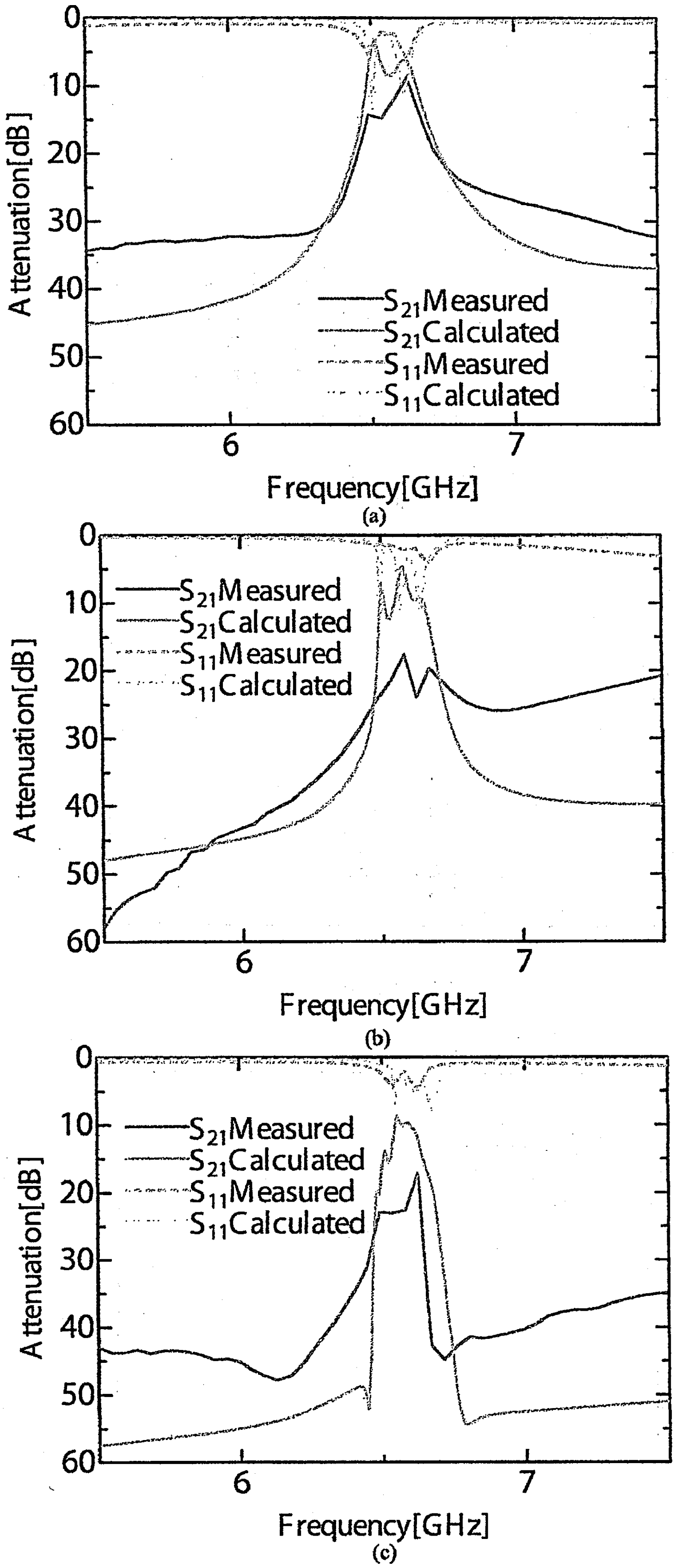


Fig.18. Transmission characteristic between the calculated result and the measured one (example 1). (a) 3cells, (b) 5cells, (c) 10cells.

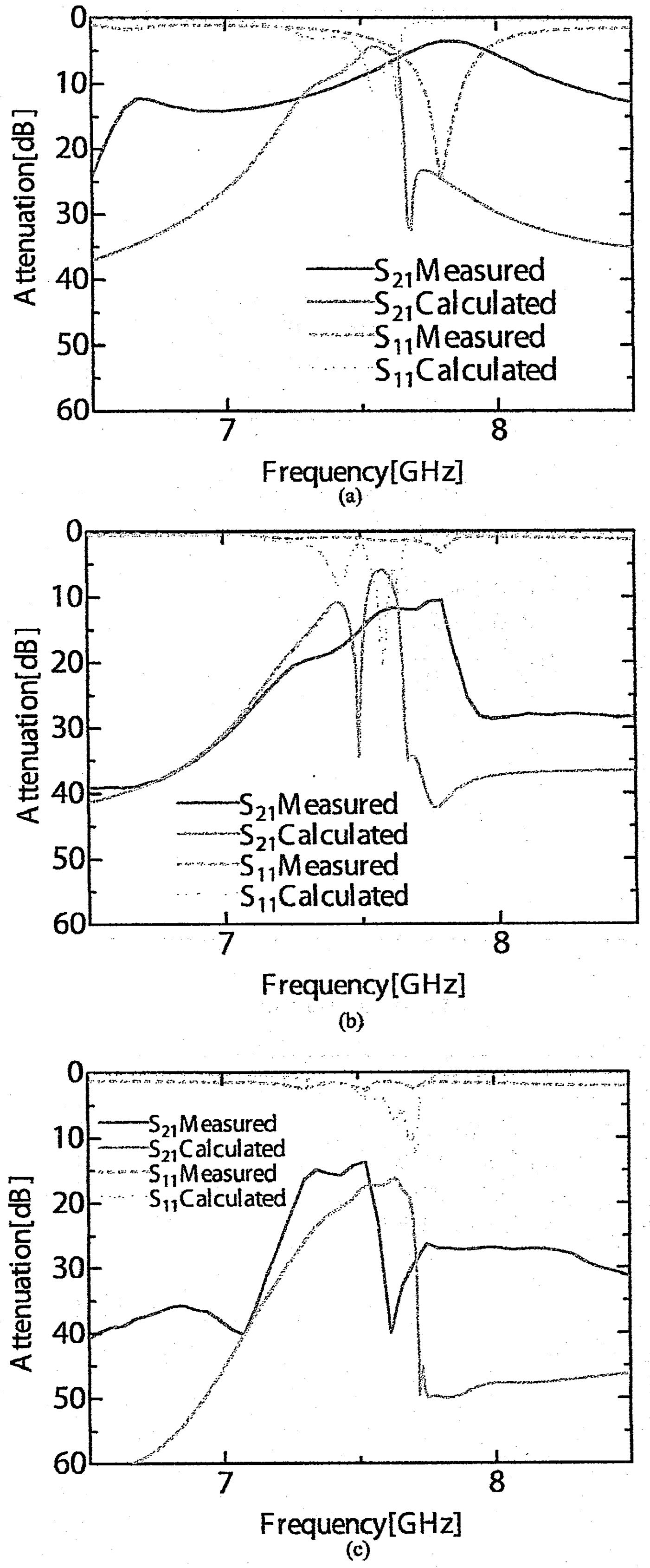
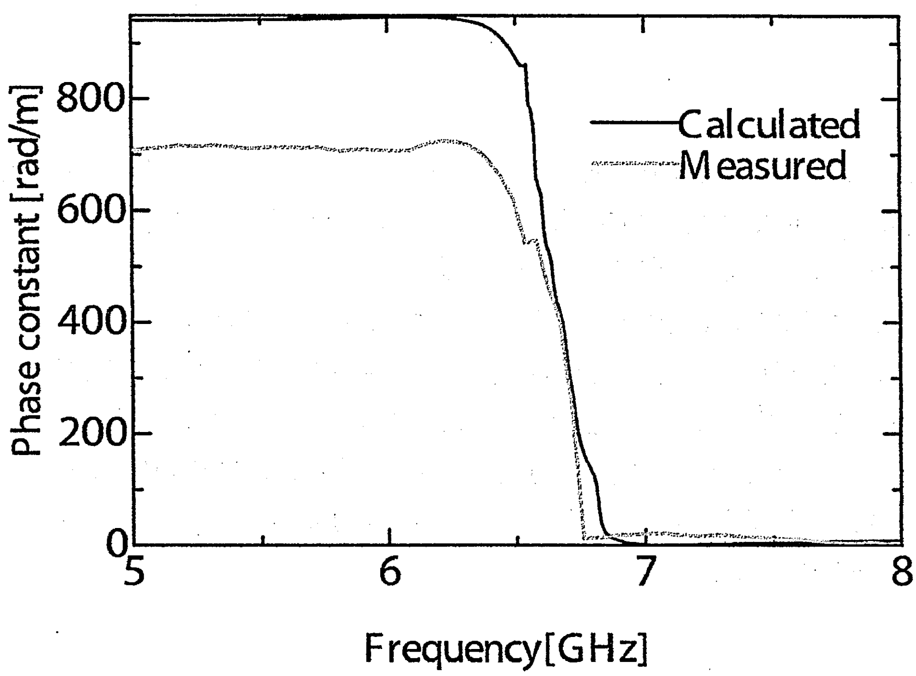
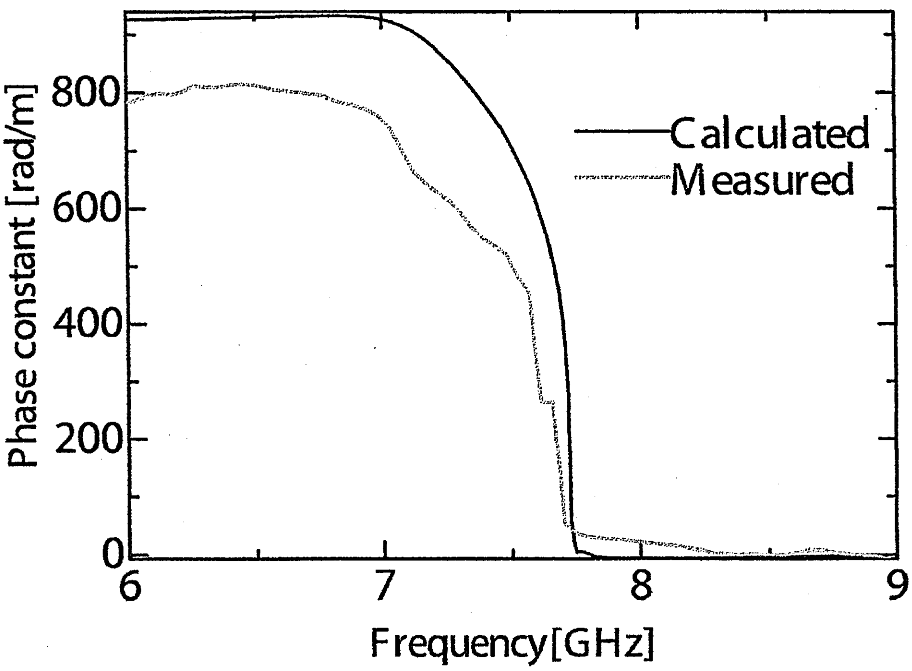


Fig.19. Transmission characteristic between the calculated result and the measured one (example 2). (a) 3cells, (b) 5cells, (c) 10cells.



(a)



(b)

Fig.20. Dispersion diagram of 10cells. (a) Example 1 and (b)example 2 .

7 まとめ

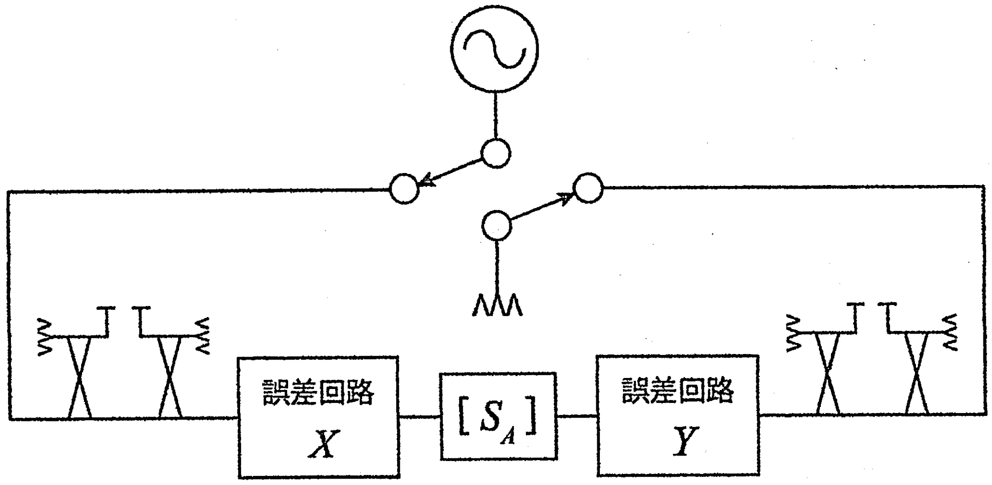
本論文では，周期配列させる単位セルを GA を用いて最適化する手法を提案した．指定した周波数範囲において単位セルの位相定数と減衰定数を評価することにより，左手系の通過域が生成されるように最適化を行った．その結果，指定した周波数帯域において，左手系の通過域を生成することができ，実験においても解析値と近い値が得られていることから，任意形状単位セルで構成された右手/左手系複合伝送線路の有効性を確認した．

今後は，本論文で提案した最適化手法に加え，周期配列させるセル間の結合の影響について検討し，より広帯域，低損失な通過域をもつ左手系媒質の実現が望まれる．なお

本研究の一部は，文部科学省研究費補助金新学術領域研究「電磁メタマテリアル」(No. 22109004) を受けて行われた．

付録 A　TRL 校正法

TRL(Thru-Reflect-Line) 校正法のモデルを Fig. 21.(a) に示す．この構成の被測定回路および誤差回路の S パラメータを Fig. 21.(b) のようにとる．



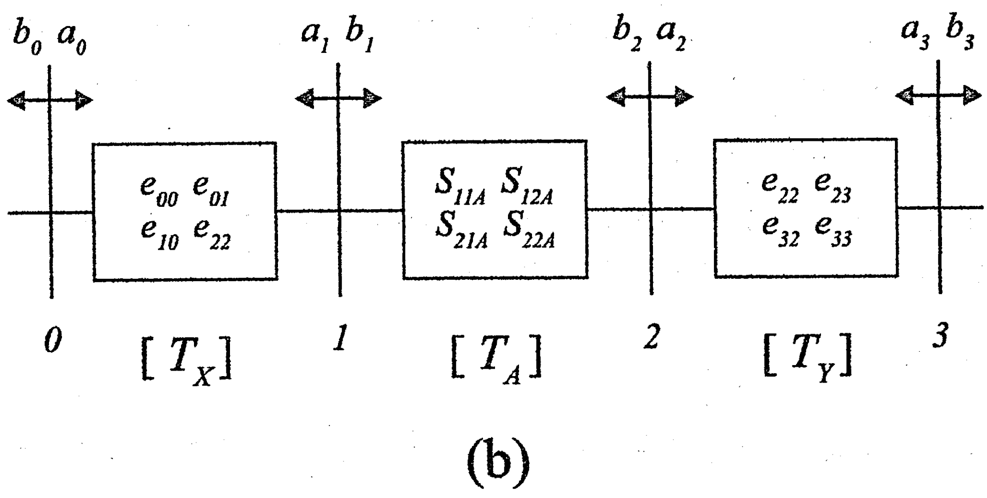


Fig.21.　Model of TRL proofreading method.

TRL 校正では回路パラメータを T パラメータで計算するため，下記の式で表す．

$$[T_M] = [T_X]\,[T_A]\,[T_Y] \tag{A.29}$$

ここで $[T_M]$ は最初に測定される (誤差を含む)S パラメータに対応する T マトリックス，$[T_X]$，$[T_Y]$ は誤差回路の S パラメータに対応するマトリックス，$[T_A]$ は被測定回路の S パラメータに対応する T マトリックスである．これらを各種パラメータで表すと，

$$T_M \equiv \begin{bmatrix} T_{11M} & T_{12M} \\ T_{21M} & T_{22M} \end{bmatrix} = \frac{1}{S_{21M}} \begin{bmatrix} S_{21M}S_{12M} - S_{11M}S_{22M} & S_{11M} \\ -S_{22M} & 1 \end{bmatrix} \tag{A.30}$$

$$T_A \equiv \begin{bmatrix} T_{11A} & T_{12A} \\ T_{21A} & T_{22A} \end{bmatrix} = \frac{1}{S_{21A}} \begin{bmatrix} S_{21A}S_{12A} - S_{11A}S_{22A} & S_{11A} \\ -S_{22A} & 1 \end{bmatrix} \tag{A.31}$$

$$T_X \equiv \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{10}} \begin{bmatrix} e_{10}e_{01} - e_{00}e_{11} & e_{00} \\ -e_{11} & 1 \end{bmatrix} \tag{A.32}$$

$$T_Y \equiv \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{32}} \begin{bmatrix} e_{32}e_{23} - e_{22}e_{33} & e_{22} \\ -e_{33} & 1 \end{bmatrix} \tag{A.33}$$

ここで，誤差回路 $[T_X]$ と $[T_Y]$ のパラメータまたは $e_{ij}(i,j=0\sim3)$ が求まると $[T_A]$ は以下のようにして計算できる．

$$[T_A] = [T_X]^{-1}[T_M][T_Y]^{-1} \tag{A.34}$$

被測定回路の S パラメータは T パラメータから計算できる．まず，開口 1 と 2 を直接接続する．直接接続の T マトリックス $[T_T]$ は

$$[T_T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.35}$$

なので，この時の S パラメータを T パラメータに変換した T マトリックスを $[T_{MT}]$ とすれば

$$[T_{MT}] = [T_X][T_T][T_Y] = [T_X][T_Y] \tag{A.36}$$

となる．次に，一定の長さの伝送線路を開口 1 と 2 の間に接続する．この伝送線路の T

マトリックス $[T_L]$ は

$$[T_L] = \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \tag{A.37}$$

となる．ここで γ は伝送線路の損失も含む複素伝搬定数，l は伝送線路の長さである．この伝送線路を接続したとき測定される S パラメータを T パラメータに変換した T マトリックスを $[T_{ML}]$ とすれば

$$[T_{ML}] = [T_X][T_L][T_Y] \tag{A.38}$$

となる．ここで，TRL 法では $-\gamma l$ が未知数であっても計算することができる．

$$[T_Y] = [T_X]^{-1}[T_{MT}] \tag{A.39}$$

であるから，

$$[M][T_X] = [T_X][T_L] \tag{A.40}$$

となる．ここで

$$[M] \equiv [T_{ML}][T_{MT}]^{-1} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \tag{A.41}$$

である．従って，

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \tag{A.42}$$

となるから，これを展開して

$$m_{11}X_{11} + m_{12}X_{21} = X_{11}e^{-\gamma l} \tag{A.43}$$
$$m_{21}X_{11} + m_{22}X_{21} = X_{21}e^{-\gamma l} \tag{A.44}$$
$$m_{11}X_{12} + m_{12}X_{22} = X_{12}e^{-\gamma l} \tag{A.45}$$
$$m_{21}X_{12} + m_{22}X_{22} = X_{22}e^{-\gamma l} \tag{A.46}$$

となる．この 4 つの式から $e^{-\gamma l}$ を消去して，

$$m_{21}(X_{11}/X_{11})^2 + (m_{22} - m_{11})(X_{11}/X_{21}) - m_{12} = 0 \tag{A.47}$$
$$m_{21}(X_{12}/X_{22})^2 + (m_{22} - m_{11})(X_{12}/X_{22}) - m_{12} = 0 \tag{A.48}$$

があられる．この 2 式は同じであり，2 個の解が得られる．その解は X_{11}/X_{21} と X_{12}/X_{22} であるが，$[T_X]$ の式 (D.4) から

$$a \equiv X_{11}/X_{21} = e_{00} - (e_{10}e_{01}/e_{11}) \tag{A.49}$$
$$b \equiv X_{12}/X_{22} = e_{00} \tag{A.50}$$

となる．ここで，方向性結合器の特性から $|a| \gg |b|$ となるので，

$$e_{00} = b \tag{A.51}$$

$$e_{10}e_{01}/e_{11} = b - a \tag{A.52}$$

と決まる．$[T_Y]$ についても同様にして，

$$c \equiv Y_{11}/Y_{12} = (e_{23}e_{32}/e_{22}) - e_{33} \tag{A.53}$$

$$d \equiv Y_{21}/X_{22} = -e_{33} \tag{A.54}$$

とすると，

$$e_{33} = -d \tag{A.55}$$

$$e_{23}e_{32}/e_{22} = c - d \tag{A.56}$$

ここで，残るパラメータ e_{11}，e_{22} を求めるため，開口 1 と 2 に反射係数 Γ_A を持つ負荷を接続する．このとき，Fig. 21.(a) のスイッチの位置に応じて開口 1，2 側ともリフレクトメーターとして動作する．開口 1 側のリフレクトメータが測定する反射係数を Γ_{MX} とすれば

$$\Gamma_{MX} = e_{00} + \frac{e_{10}e_{01}\Gamma_A}{1 - e_{11}\Gamma_A} \tag{A.57}$$

となる．ここで，Γ について解くと，

$$\Gamma_A = \frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{b - \Gamma_{MX}}{a - \Gamma_{MX}} \tag{A.58}$$

となる．開口 2 についても同様に反射係数を Γ_{MY} とすれば

$$\Gamma_{MY} = e_{33} + \frac{e_{23}e_{32}\Gamma_A}{1 - e_{22}\Gamma_A} \tag{A.59}$$

であるから，

$$\Gamma_A = \frac{1}{e_{22}} \cdot \frac{d + \Gamma_{MX}}{c + \Gamma_{MX}} \tag{A.60}$$

となる．TRL 校正法においては Γ_A も未知数であるとして式 (D.31) および (D.33) から消去すると，

$$\frac{1}{e_{22}} = \frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{b - \Gamma_{MX}}{a - \Gamma_{MX}} \cdot \frac{d + \Gamma_{MX}}{c + \Gamma_{MX}} \tag{A.61}$$

が得られる．

ここで，Fig. 21.(a) におけるスイッチ部分の反射が非常に小さいとすると，a_0 及び a_3 の値は微小となる．従って，測定される S パラメータである S_{11MT}，S_{21MT}，S_{12MT} は

次のように近似される.

$$S_{11MT} \simeq e_{00} + \frac{(e_{10}e_{01})e_{22}}{1-e_{11}e_{22}} \tag{A.62}$$

$$S_{21MT} \simeq \frac{e_{10}e_{32}}{1-e_{11}e_{22}} \tag{A.63}$$

$$S_{12MT} \simeq \frac{e_{23}e_{01}}{1-e_{11}e_{22}} \tag{A.64}$$

これより，e_{11} と e_{22} は以下のように求まる.

$$e_{11}^2 = \frac{b-\Gamma_{MX}}{a-\Gamma_{MX}} \cdot \frac{d+\Gamma_{MY}}{c+\Gamma_{MY}} \cdot \frac{b-S_{11MT}}{a-S_{11MT}} \tag{A.65}$$

$$e_{22} = \frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{b-S_{11MT}}{a-S_{11MT}} \tag{A.66}$$

e_{11} と e_{22} が求まれば，$e_{10}e_{01}$ と $e_{23}e_{32}$，$e_{10}e_{32}$ と $e_{23}e_{01}$ はそれぞれ

$$e_{10}e_{01} = (b-a)e_{11} \tag{A.67}$$

$$e_{23}e_{32} = (c-d)e_{22} \tag{A.68}$$

$$e_{10}e_{32} = S_{21MT}(1-e_{11}e_{22}) \tag{A.69}$$

$$e_{23}e_{01} = S_{12MT}(1-e_{11}e_{22}) \tag{A.70}$$

$$\tag{A.71}$$

となる．以上より，誤差回路の 8 つのシステム定数である e_{00}，e_{11}，$e_{10}e_{01}$，e_{22}，e_{33}，$e_{23}e_{32}$，$e_{10}e_{32}$，$e_{23}e_{01}$ が求まった．これにより，式 (D.6) によって被測定回路の S パラメータ及び T パラメータを算出することが出来る.

参考文献

[1] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negativevalues of ϵ and μ," *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509–514, Jan.–Feb. 1968.

[2] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," *Phys. Rev. Lett.* , vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187, May 2000.

[3] A. Sanada, K. Murakami, S. Aso, H. Kubo and I. Awai, "A Microstrip composite right/left-anded transmission line without vias," *Tech. Report of IECIE, Japan*, MW2003-223, pp. 7–12, Jan. 2004.

[4] D. S. Weile and E. Michielssen, "Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: a review," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, no. 3, pp. 343–353, Mar. 1997.

[5] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, *Electromagnetic optimization of genetic algorithm*, New York: Wiely, 1999.

[6] R.B. Katehi and N.G. Alexopoulos, "Frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities in millimeter-wave integrated circuits," IEEE MTT, vol.33, no.10, pp.1029–1035, Oct. 1985.

[7] J.C. Rauto and R.F. Harrington, "An electromagnetic time-harmonic analysis of shielded microstrip circuits," IEEE MTT, vol.35, no.8, pp.726–730, Aug. 1987.

[8] L.P. Dunleavy and P.B. Katehi, "Shielding effect in microstrip discontinuities," IEEE MTT, vol.36, no.12, pp.1767–1774, Dec. 1988.

[9] L.P. Dunleavy and P.B. Katehi, "A generalized method for analyzing shielded thin microstrip discontinuities," IEEE MTT, vol.36, no.12, pp.1758–1766, Dec. 1988.

[10] J.R. Mosig, "Arbitrarily shaped microstrip structures and their analysis with a mixed potential integral equation," IEEE MTT, vol.36, no.2, pp.314–323, Feb. 1988.

[11] C.J. Railton and S. Meade, "Fast rigorous analysis of shielded planar filters," IEEE MTT, vol.40, no.5, pp.978–985, May 1992.

[12] R. Gillard, "A general treatment of matched terminations using integral equations–modeling and applications," IEEE MTT, vol.42, no.12, pp.2545–2553, Dec. 1994.

[13] L. Zhu and K. Wu, "Characterization of unbounded multiport microstrip passive circuits using an explicit network-based method of moments," IEEEMTT, vol.45,

no.12, pp.2114–2124, Dec. 1997.

[14] T. Becks and I. Wolff, "Full-wave analysis of 3D metallization structures using a spectral domain technique," in *1992 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp.978–985, Albuquerque, NM, June 1992.

[15] T. Vaupel and V. Hansen, "Electrodynamic analysis of combined microstrip and coplanar/slotline structures with 3-D components based on a surface/volume integral-equation approach," IEEE MTT, vol.47, no.9, pp.1788–1800, Sep. 1999.

[16] M. Farina and T. Rozzi, "A 3-D integral equation-based approach to the analysis of real-life MMICs–application on microelectromechanical systems," IEEE MTT, vol.49, no.12, pp.2235–2240, Dec. 2001.

[17] G.V. Eleftheriades and J.R. Mosig, "On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments," IEEE MTT, vol.44, no.3, pp.438–445, Mar. 1996.

[18] S. Singh, W.F. Richards, J.R. Zinecker and D.R. Wilton, "Accelerating the convergence of series representing the free space periodic Green's function," IEEE AP, vol.38, no.12, pp.1958–1962, Dec. 1990.

[19] G.V. Eleftheriades, J.R. Mosig and M. Guglielmi, "An efficient mixed potential integral equation technique for the analysis of shielded MMIC's," in *Proc. of 25th European Microwave Conf.*, pp.825–827, Bologna, Italy, Sep. 1995.

[20] G.V. Eleftheriades, J.R. Mosig and M. Guglielmi, "A fast integral equation technique for shielded planar circuits defined on nonuniform meshes," IEEE MTT, vol.44, no.12, pp.2293–2296, Dec. 1996.

[21] 大平昌敬, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, "任意形状共振素子を装荷した遮断導波管フィルタ," 電磁界理論研資, EMT-04-57, pp.31–36, Sep. 2004.

[22] A. John and R.H. Jansen, "Evolutionary generation of (M)MIC component shapes using 2.5D EM simulation and discrete genetic optimization," in *1996 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp.745–748, San Franscisco, CA, June 1996.

[23] 大平昌敬, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, "任意形状素子による平面回路帯域通過フィルタの一構成法," 信学論 (C),vol.J89-C, no.5, pp.274-281 May 2006.

[24] 大平昌敬, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, "GA を用いた任意形状平面回路フィルタの一構成法," 信学技報, MW2005-60, pp.59–64, Jul. 2005.

[25] 大平昌敬, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, "任意形状平面回路素子による帯域通過フィルタ," 2005 年信学ソ大, C-2-77, p.98, Sep. 2005.

[26] 大平昌敬, 出口博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, "GA による任意形状平面回路フィルタの最適化," 電磁界理論研資, EMT-05-88, pp.29–34, Nov. 2005.

[27] 本田善也, 出口博之, 辻幹男, "遺伝的アルゴリズムによる左手系平面回路線路構成

に関する研究, ” .

[28] 井狩苑子，出口博之，辻幹男，“GA による右手/左手系複合伝送線路の一構成法, ” 電磁界理論研究会, EMT-10-155, pp.131–136, Nov. 2010.

[29] M. Ohira, H. Deguchi, M. Tsuji, and H. Shigesawa, “Multiband single-layer frequency selective surface designed by combination of genetic algorithm and geometry-refinement technique,” IEEE AP, vol.52, no.11, pp.2925–2931, Nov. 2004.

[30] M. Ohira, H. Deguchi, M. Tsuji, and H. Shigesawa, “Novel waveguide filters with multiple attenuation poles using frequency selective surfaces,” *2005 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp.*, Long Beach, CA, June 2005.

[31] M. Ohira, H. Deguchi, M. Tsuji, and H. Shigesawa, “Circuit synthesis for compact waveguide filters with closely-spaced frequency selective surfaces,” *10th Int. Symp. on Microwave and Optical Tech.*, pp.811–814, Fukuoka, Japan, Aug. 2005.

[32] A. Hill and V.K. Tripathi, “An efficient algorithm for the three-dimensional analysis of passive microstrip components and discontinuities for microwave and millimeter-wave integrated circuits,” IEEE MTT, vol.39, no.1, pp.83–91, Jan. 1991.

[33] M. Ohira, H. Deguchi, M. Tsuji, and H. Shigesawa, “Optimized single-layer frequency selective surface and its experimental verification,” in *Proc. of 32nd European Microwave Conf.*, pp.981–984, Milan, Italy, Sep. 2002.

[34] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, *Electromagnetic optimization of genetic algorithm*, New York: Wiely, 1999.

輻射科学研究会資料
RS11-12

球面電磁波のエネルギー、角運動量の保存に関する一考察

A Study on the Energy and Angular Momentum Conservation of Electromagnetic Spherical Waves

松室 堯之　京都大学生存圏研究所
Takayuki Matsumuro　*Kyoto University*
石川 容平　京都大学生存圏研究所
Yohei Ishikawa　*Kyoto University*
篠原 真毅　京都大学生存圏研究所
Naoki Shinohara　*Kyoto University*

2011年12月21日（水）
於：同志社大学

概 要

半空間の平面電磁波を球面波で展開することによって球面波の持つ様々な電気的物理的性格がより明らかとなった。球面波の原点近傍における瞬時電力密度・瞬時ポインティングベクトルの計算を行い、球面波の放射過程の検討を行った。また球面波は放射時においても、原点近傍においては放出と吸収が起きていることを放射電力密度の計算を行うことで明らかにした。さらに低次の球面波に存在する電磁エネルギーについて密度と放射量に関する計算を行った。その結果、放射される電磁エネルギーは原点近傍においても遠方と同じ値であり、電磁界が正しく計算されていることが確認できた。また低次の球面波に存在する角運動量についても同様に密度と放射量に関する計算を行った。球面波の原点近傍における放出と吸収とが作り出す角運動量の流れによって原点から全方位に放射される電磁エネルギーが前方へ運ばれることは興味深い。

1 はじめに

平面波の球面波展開は量子力学における衝突の問題や電磁気学の散乱問題において、従来より用いられている手法である。量子力学における部分波の方法では、角運動量指標である次数 l がターゲットと入射粒子との概略距離を決め、低次の部分波が衝突確率に優れた近似解を与える [1]。一方電磁気学の場合は平面波の金属による散乱問題において、境界条件を満足する散乱波のセットが正確な解を与える [2]。このように平面波の球面波展開は有効な解析手法として知られているが、その物理的な描像を捉えることは困難である。特に電磁波において、全空間に広がって直進してくる平面波を空間的広がりを持たない任意の1点から放出または吸収する球面波のセットで表せることは光の直進性を考えると一見矛盾するように思える。このような事実を球面波に存在する角運動量に注目することで捉えようとする試みがなされている [3]。すなわち、球面波に存在する角運動量によって電磁エネルギーにトルクが働き回転することで広がりを持ったエネルギーが原点において吸収または放出されると考えられている。

そこで本研究では、数式計算ソフトウェア Mathematica ver.8 を用いて、このような原点から放射され一方向に伝搬する球面波の性質に関する計算を行っている。本稿においては、球面波の原点近傍における電力密度・ポインティングベクトルの様子を示すとともに、球面波によって放射されるエネルギーと角運動量に関する計算結果について報告する。

2 平面波の球面波展開

x 方向に電界、y 方向に磁界を持ち、真空中を z 正方向に進行する電界強度 1 V/m の直線偏波は次のように球面波展開できる [4]。

$$\boldsymbol{E} = \sum_{\ell=1}^{\infty}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)} + a_\ell^{(M)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1}$$
$$\boldsymbol{H} = \sum_{\ell=1}^{\infty}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} + a_\ell^{(M)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1}$$
$$a_\ell^{(E)} = a_\ell^{(M)} = i^{(\ell+2)}\frac{\ell(\ell+1)}{2\ell+1} \tag{1}$$

$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)}$、$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)}$ は E 波あるいは TM 波と呼ばれる電気多重極子による球面波であり、

$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} = \frac{1}{Z_0}\boldsymbol{L}\, j_\ell(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\{-\sin(m\varphi)\}\mathrm{e}^{-i\omega t}$$
$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)} = \frac{iZ_0}{k}\nabla\times\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} \tag{2}$$

で表される。$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}$、$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}$ は H 波あるいは TE 波と呼ばれる磁気多重極子による球面波であり、

$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)} = \boldsymbol{L}\, j_\ell(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\cos(m\varphi)\mathrm{e}^{-i\omega t}$$
$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)} = -\frac{ik}{Z_0}\nabla\times\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)} \tag{3}$$

で表される。直線偏波を球面波展開した場合、$\mathrm{e}^{im\varphi}$ ではなく $-\sin(m\varphi)$ や $\cos(m\varphi)$ を用いて展開されることに注意する。ここで、k は波数、ω は角周波数、Z_0 は真空の固有インピーダンスを表す。(r,θ,φ) は直交座標系から定義される球座標系とする。$j_\ell(x)$ は球ベッセル関数、$P_\ell^m(x)$ はルジャンドル陪関数であり、$\boldsymbol{L}$ は

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{i}(\boldsymbol{r}\times\nabla) \tag{4}$$

で定義される演算子である。

ところで、E 波・H 波の径方向の関数である球ベッセル関数は 2 つの球ハンケル関数の和で表される。

$$j_\ell(kr) = \frac{1}{2}\{h_\ell^{(1)}(kr) + h_\ell^{(2)}(kr)\} \tag{5}$$

$h_\ell^{(1)}(kr)$ は原点から外向きに進む進行波、$h_\ell^{(2)}(kr)$ は原点に向かって内向きに進む進行波を表し、それぞれの項は $z=0$ から z 正方向に進行する半空間の平面波の球面波展開、z 負方向から $z=0$ に進行する半空間の平面波の球面波展開に対応する。

本研究では、$h_\ell^{(1)}(kr)$ を用いて $\ell=1$ から $\ell=n$ の有限個の次数の E 波と H 波を足し合わせた外向き球面波（以降、最大次数 $\ell=n$ の球面波と呼ぶ）の解析を行っている。周波数は 5.8GHz を用いて計算を行っている。

3 瞬時電力密度

球面波の瞬時ポインティングベクトルは、式(1)で与えられる電界と磁界から次のように与えられる。

$$S(t) = \mathrm{Re}[\boldsymbol{E}(t)] \times \mathrm{Re}[\boldsymbol{H}(t)] \qquad (6)$$

瞬時電力密度分布は、瞬時ポインティングベクトルの絶対値によって求めることが出来る。図1に最大次数 $\ell = 10$ の球面波の $t = 0$ における瞬時電力密度分布を示す。強力な電磁界が原点近傍に存在し、広がりを持ったエネルギーが一方向に放射されていることがわかる。このような物理的な大きさを持たない波源から方向性を持った電磁波が放射される機構を明らかにすることが本研究の目的である。

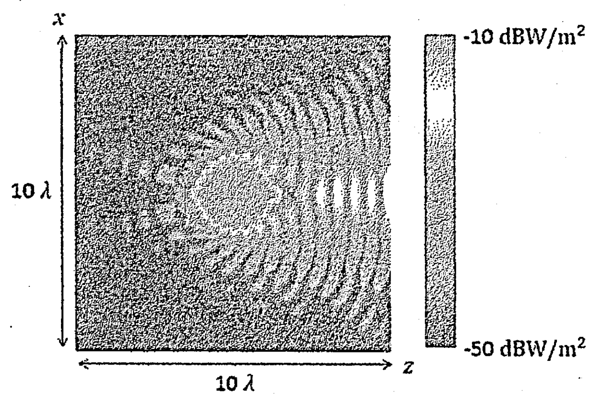


図 1: 瞬時電力密度（最大次数 $\ell = 10$）

4 瞬時ポインティングベクトル

瞬時ポインティングベクトルの各成分の計算を行ったところ球面波のポインティングベクトルには φ 方向成分が存在しない、すなわち、エネルギーは r 方向または θ 方向に流れていることが確認された。

図2から図4に最大次数 $\ell = 10$ の球面波の $\varphi = 0$ 平面におけるポインティングベクトルの向きを r と θ を変数としてプロットしたものを示す。原点から放出する向きを赤く、原点に吸収される向きを青く、回転する向きを緑に色付けを行っている。図2は $t = 0, \tau/2$ におけるポインティングベクトルであり、図3、図4はそれぞれ $t = \tau/8, 3\tau/8$ におけるポインティングベクトルである。ただし τ は球面波の周期である。$t = 0$ における分布と $t = \tau/2$ における分布が一致することから、瞬時ポインティングベクトルは球面波の2倍の周波数で振動することがわかる。図2から $t = 0, \tau/2$ においては、原点近傍では放出と吸収の両方が起こっていることが読み取れる。また、図3から $t = \tau/8$ においては原点近傍では主に放出が、図4から $t = 3\tau/8$ においては、主に吸収が起こっていることが読み取れ

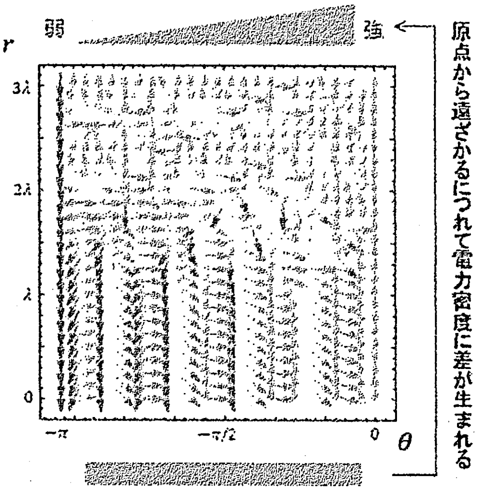


図 2: 瞬時ポインティングベクトル（$t = 0, \tau/2$）

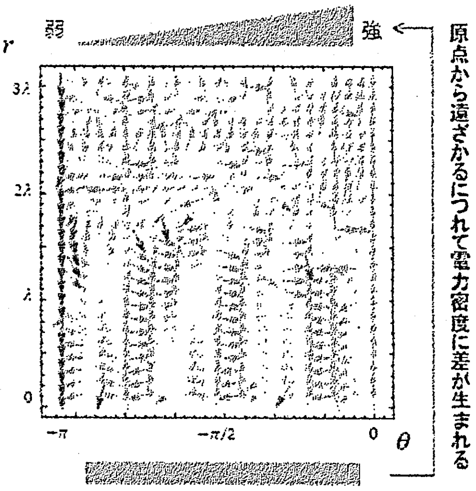


図 3: 瞬時ポインティングベクトル（$t = \tau/8$）

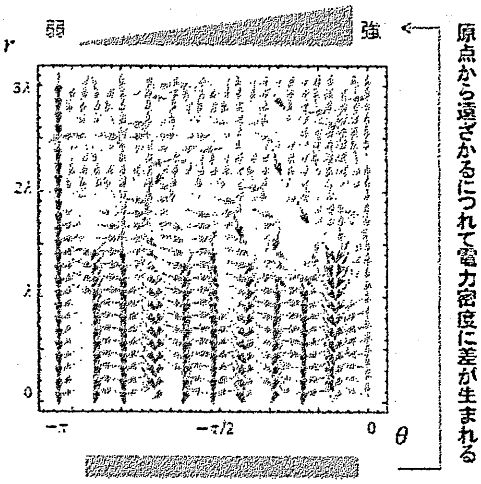


図 4: 瞬時ポインティングベクトル（$t = 3\tau/8$）

る。このような原点近傍における放出と吸収によってエネルギーが回転し、指向性を持った放射が起こっていると考えられる。また、ポインティングベクトルの r-θ 分布は φ の値に依存しない、すなわち z 軸に回転対称な分布を持っていることも確認した。

5　放射電力密度

場の量の複素振幅を $\tilde{\boldsymbol{E}}$ のように表すと、球面波の複素ポインティングベクトルは次のように与えられる。

$$\tilde{\boldsymbol{P}} = \tilde{\boldsymbol{E}} \times \tilde{\boldsymbol{H}}^* \tag{7}$$

複素ポインティングベクトルの実部は電力密度の時間平均値（有効電力密度）を与えるため、その径方向成分を計算することにより球面波の放射電力密度を求めることができる。

図5、図6は $\ell = 1$ のみの球面波の放射電力密度を、$\varphi = 0$ として θ を変化させ、極座標形式でプロットしたものである。図7、図8は最大次数 $\ell = 2$ の球面波の放射電力密度を、同様にプロットしたものである。

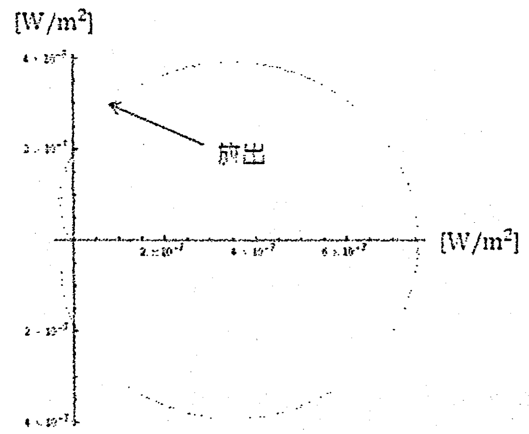


図 5: 放射電力密度 [W/m^2]（$\ell = 1$、$r = 10\lambda$）

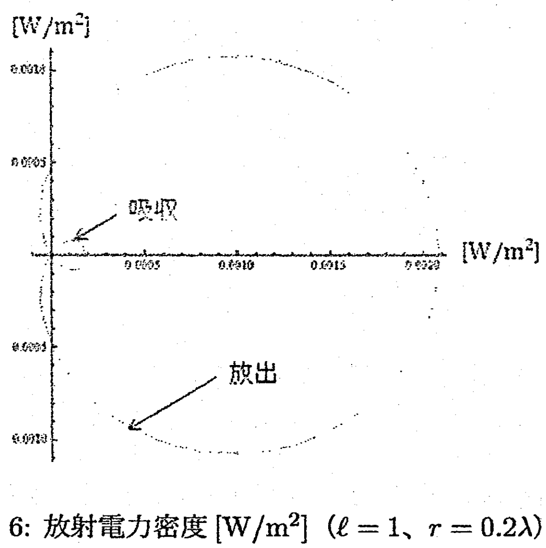


図 6: 放射電力密度 [W/m^2]（$\ell = 1$、$r = 0.2\lambda$）

図5、図7は遠方における放射電力密度、図6、図8は原点近傍における放射電力密度である。図5、図6に示した $\ell = 1$ のみの球面波は微小ダイポール輻射と微小ループ輻射を直交させて足し合わせたものに等しい。図6と図8は値を2つ持っているようなグラフになっているが、これは極座標形式でプロットを行ったため値が負（吸収）になる部分が内側の円弧に出力されているためである。図5と図7から、遠方においては吸収はほとんど見られないのに対し、図6と図8から、原点近傍においては放出と吸収が起こっていることがわかる。瞬時ポインティングベクトルの計算（図2から図4）において、原点近傍においては放出と吸収が同相で繰り返されていることから、場所によって放出と吸収の割合が異なると考えられる。また、図5と図7を比較すると球面波の最大次数が大きいほど指向性が高くなっていることも確認できる。

6　エネルギー密度・放射量の計算

電磁界に存在するエネルギー密度の時間平均値は複素振幅を用いて

$$\bar{w} \equiv \frac{1}{2}(\tilde{\boldsymbol{E}} \cdot \tilde{\boldsymbol{D}}^* + \tilde{\boldsymbol{H}} \cdot \tilde{\boldsymbol{B}}^*) \tag{8}$$

のように計算できる。

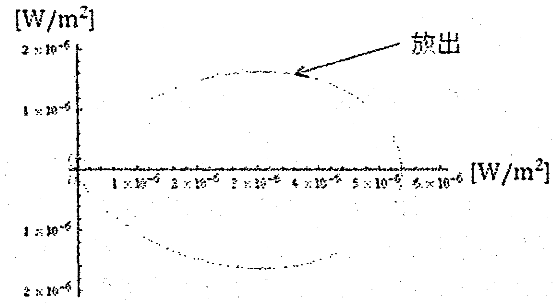


図 7: 放射電力密度 [W/m^2]（最大次数 $\ell = 2$、$r = 10\lambda$）

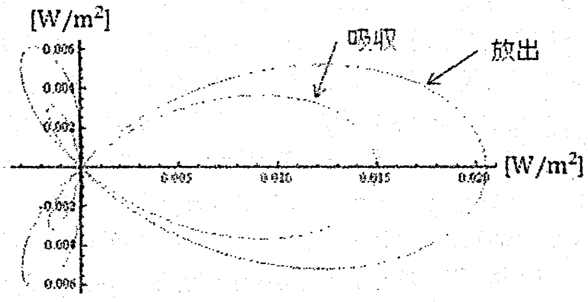


図 8: 放射電力密度 [W/m^2]（最大次数 $\ell = 2$、$r = 0.2\lambda$）

一方、真空中におけるエネルギー保存則の積分形

$$\frac{d}{dt}\int_V w\,dv = -\oint_{\partial V}[\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}]\,ds \tag{9}$$

より、ある体積に蓄えられているエネルギーの時間変化はその表面のポインティングベクトルの径方向成分によって与えられる。よって、放射されるエネルギーの時間平均値は式(7)によって与えられる複素ポインティングベクトルの実部の径方向成分を面積積分することによって求めることができる。

最大次数 $\ell=2$ の球面波の球面上におけるエネルギー密度・放射量の計算を行った。図9には原点からの距離 r の球面上に存在するエネルギー密度の時間平均値を示す。エネルギー密度を球面上で積分すると、その値は径方向密度となる。径方向密度を原点からの距離で積分すると、ある体積に存在するエネルギーが計算できる。また、図10には原点からの距離 r の球面上から放射されるエネルギーの時間平均値（放射電力）を示す。エネルギー径方向密度は原点近傍において高くなっているのに対し、放射電力は原点近傍においても遠方と同じ値であることが確認できる。すなわち前節における放射電力密度の計算でも明らかになったように原点近傍においては放出電力とともに吸収電力が存在し電磁界の共振が起こっていると考えられる。

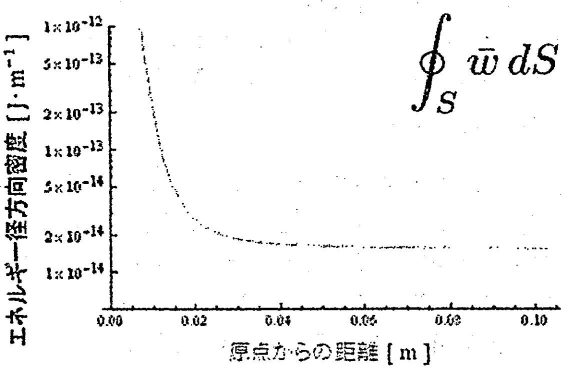


図 9: エネルギー径方向密度 [J·m^{-1}]（最大次数 $\ell=2$）

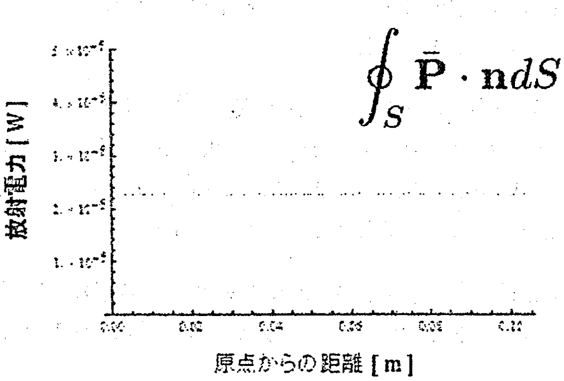


図 10: 放射電力 [W]（最大次数 $\ell=2$）

7　角運動量密度・放射量の計算

電磁界に存在する運動量密度の時間平均値は

$$\tilde{G}\equiv\tilde{D}\times\tilde{B}^{*} \tag{10}$$

で与えられるため、角運動量密度の時間平均値は $\boldsymbol{r}\times\bar{G}$ の絶対値によって計算できる。

また、真空中における角運動量保存則の積分形

$$\frac{d}{dt}\int_V \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{G}\,dv = \oint_{\partial V}[\boldsymbol{r}\times T]\cdot ds \tag{11}$$

より、ある体積から放射する角運動量密度の時間変化はその表面の $\boldsymbol{r}\times T$ の径方向成分ベクトルによって与えられる。よって、単位時間あたりにの放射角運動量は $\boldsymbol{r}\times\bar{T}$ の実部の径方向成分ベクトルの絶対値を面積積分することによって求まる。ただし、$\bar{T}$ は

$$\bar{T}\equiv\tilde{\boldsymbol{D}}\tilde{\boldsymbol{E}}^{*}+\tilde{\boldsymbol{B}}\tilde{\boldsymbol{H}}^{*}-\frac{I}{2}(\tilde{\boldsymbol{D}}\cdot\tilde{\boldsymbol{E}}^{*}+\tilde{\boldsymbol{B}}\cdot\tilde{\boldsymbol{H}}^{*}) \tag{12}$$

で与えられるマクスウェルの応力テンソルの時間平均値である。I は単位テンソルである。[5]

まず、球面波の電磁界において運動量密度から計算される角運動量密度とマクスウェルの応力テンソルから計算される放射角運動量はいずれも球座標系で表現

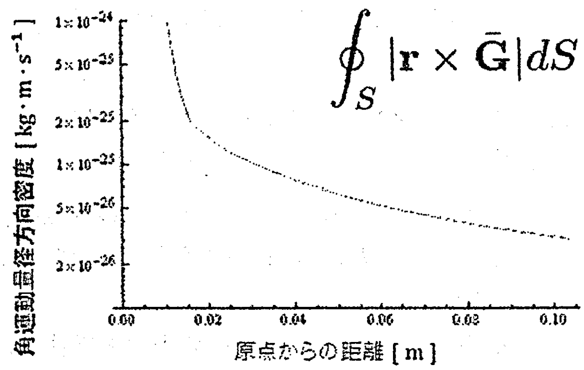


図 11: 角運動量径方向密度 [kg·m·s^{-1}]（最大次数 $\ell=2$）

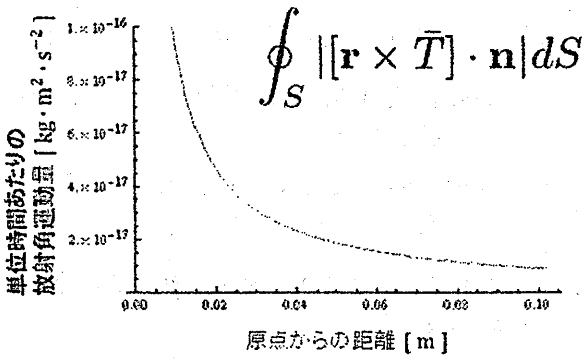


図 12: 単位時間あたりの放射角運動量 [kg·m^2 ·s^{-2}]（最大次数 $\ell=2$）

した場合、φ 方向成分のみであることを確認した。これは、球面波のポインティングベクトルの φ 方向成分が存在しないという計算とも一致する。

次に、最大次数 $\ell = 2$ の球面波の球面上における角運動量密度・放射量の計算を行った。図 11 には原点からの距離 r の球面上に存在する角運動量密度を示す。エネルギー密度の計算と同様に、角運動量密度を球面上で積分するとその値は径方向密度となる。また、図 12 には原点からの距離 r の球面上から単位時間あたりの放射角運動量を示す。図 10 に示した放射電力とは異なり、原点からの距離に反比例して減衰していることがわかる。波源の放射する角運動量成分は、φ 方向成分のみを持ち、エネルギーの渦は φ と $\varphi+\pi$ の空間において逆向きに存在している。したがって、ビームを形成する z 軸上で互いのエネルギーが合成され、干渉しあって角運動量は原点からの距離に反比例して減衰するものと考えられる。

8 まとめ

半空間の直線偏波の球面波展開の要素を有限個重ね合わせた球面波の様々な性質に関する計算を行った。

1. 瞬時電力密度の計算を行い次の結果を得た。
   - 球面波の放射電力が一方向に伝搬する様子を確認した。
2. 瞬時ポインティングベクトルの計算を行い次の結果を得た。
   - 球面波のポインティングベクトルは球座標系で表現した場合 φ 方向成分を持たないことを確認した。
   - 原点近傍ではエネルギーの吸収と放出が繰り返されていることを確かめた。
   - 原点近傍の吸収と放出によってエネルギーの回転が起こると考えられる。
3. 放射電力密度の計算を行い次の結果を得た。
   - 吸収と放出の割合が場所によって異なることを確認した。
   - 球面波の最大次数が大きいほど、指向性が高くなることを示した。
4. 低次におけるエネルギー密度・放射量の計算を行い次の結果を得た。
   - エネルギー密度は原点近傍において大きくなるのに対し、放射電力は一定値であることを確認した。
5. 低次における角運動量密度・放射量の計算を行い次の結果を得た。
   - 球面波は角運動量の放射を伴うことを確認した。
   - 球面上の角運動量密度・放射量は球座標系で表現した場合 φ 方向成分のみであることを確認した。
   - 球面上から放射される角運動量は原点からの距離に反比例して減少することを確認した。
   - エネルギーの渦は φ と $\varphi+\pi$ の空間において逆向きであるため干渉しあって減衰していると考えられる。

高次の球面上のエネルギーや角運動量の解析は、高い計算精度が必要となるため今後の検討課題とする。

謝辞

有益な助言をいただき、先行研究のデータのまとめにご協力いただいた（株）村田製作所の柳ヶ瀬雅司氏に感謝の意を表します。

参考文献

[1] L.I. シッフ（井上健 訳），『量子力学』, 吉岡書店, pp.120-128, 1957,（L.I. Sciff, "Quantum Mechanics Second Edition", The McGraw-Hill Book Company, 1955.）

[2] W.K.H. パノフスキー・M. フィリップス（林忠四郎・西田稔 訳），『新版 電磁気学〈上〉』, 吉岡書店, 1967,（W.K.H. Panofsky, & M. Phillips, "Classical Electricity and Magnetism", Addison-Wesley Publishing Company, 1961.）

[3] 石川容平, IEEE MTT-S Kansai Chapter 設立総会記念講演会資料『光・マイクロ波のエネルギーを集める』, 2007.

[4] J.D. ジャクソン（西田稔 訳），『電磁気学（下）』, 吉岡書店, pp.640-643, pp.698-699, 2003,（J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics 3rd edition", John Wiley & Sons, 1998.）

[5] 北野正雄, 『マクスウェル方程式—電磁気学のよりよい理解のために』, サイエンス社, pp.123-128, 2005.

輻射科学研究会資料
資料番号	RS11-13

散乱因子から導出されるスペクトル領域グリーン関数を用いた複合誘電体格子の計算法

Computational Methods of Composite Dielectric Gratings Using Spectral-Domain Green's Functions by Scattering Factors

○ 梅田 一彰 † 若林 秀昭 †† 山北 次郎
岡山県立大学 情報工学部
† c318009x@gmail.com †† waka@c.oka-pu.ac.jp

2012年3月26日 (月)
於 大阪府立大学

概　要　移動不変性を持つ表面・構造における散乱において，入射平面波が低入射角極限 (grazing) に達すると，入射波と鏡面反射波が相殺され，全電磁界は「影」になる．その理論的な取り扱いについて，中山らは,「影理論」として提唱し，完全導体格子を対象に，散乱因子を用いた電磁界表現式を提案し，物理的解釈を明らかにした．筆者らは，多層誘電体格子の散乱問題において，散乱因子を入射波領域だけでなく全領域に拡張した．しかし，実際の数値計算において，低入射角極限のように固有値が縮退するのは，高々，数点であり，影理論の真価を発揮できるような応用例は見つかっていない．本報告では，ストリップ格子と多層誘電体周期構造が混在する複合誘電体格子による散乱問題の一解析法として,「影理論」の散乱因子から直接導出されるスペクトル領域グリーン関数を用いる方法を示す．

1　まえがき

移動不変性を持つ表面・構造における散乱において，入射平面波が低入射角極限 (grazing) に達すると，入射波と鏡面反射波が相殺され，全電磁界は「影」になる現象が近年，注目されている [1]．その理論的な取り扱いについて，中山らは,「影理論」と呼ばれる散乱因子を用いた新しい電磁界表現式を提案し，最初の例として完全導体格子を取り上げ，低入射角極限に対する物理的解釈を示した [2,3]．誘電体周期構造による散乱問題に関しては，数多くの数値解析法が確立され，極めて複雑な構造を持つ誘電体格子に対しても解析されているにも関わらず [4–7]，影理論が指摘するような議論は，見逃されていたようである．影理論における計算法では，従来の回折波振幅を求める方法に代わって，まず，より根源的な物理量である散乱因子を求め，変形回折波振幅を経由して，従来の回折波振幅に至る方法を推奨している．しかし，実際の数値計算においては，低入射角極限のように固有値が縮退するのは，高々，数点であり，影理論の本質的な真価を発揮出来るような応用例は見つかっていない．

筆者らは，入射波領域において議論されていた影理論を誘電体格子における散乱問題に適用し，影理論における数式処理を，励振源の選択とマクスウェルの方程式から得られる 1 階微分方程式の係数行列の対角化問題として捉える解釈を示した [8,9]．また，散乱因子を低入射角極限だけでなく，中間領域にも拡張することにより，中間領域において固有値が縮退する場合，すなわち，中間領域への入射波 (incoming wave) と反射波がほぼ同じ大きさの振幅と逆位相を有する場合を包含した電磁界表現式を報告した [10,11]．

本報告では，まず，影理論における散乱因子とスペクトル領域グリーン関数の関係について，

① 影理論を用いた計算法における励振源 (入射平面波と鏡面反射波の和) は見方を変えれば，スペクトル領域の単位面電流源または面磁流源である．

② 影理論の電磁界表現式は多層誘電体周期構造の中間領域においても成立するように拡張することができる．

③ 単位電磁流源または面電磁流源を，多層誘電体周期構造の中間領域に配置することができる．

の 3 点を議論する．散乱因子はスペクトル領域のグリーン関数に直結する根源的な物理量であり [12,13]，TE 波解析では，散乱因子はスペクトル領域の単位面面電流密度に対する応答，TM 波解析では，単位面磁流に対する応答に相当することを明らかにし，影理論の散乱因子の応用例が発見できたことを示す．

次に，ストリップ格子と多層誘電体周期構造が混在する複合誘電体格子における散乱問題の一解析法として，影理論の散乱因子から直接導出されるスペクトル領域のグリーン関数を用いたガレルキン法による方法を提案する．数値計算例により，本手法の妥当性を示す．なお，本報告における数式の定式化は，誘電率だけでなく透磁率が共に周期性を持つ構造を対象とし，比誘電率・比透磁率の媒質定数を $\zeta=-\mu_{zz}$ (TE 波)，$\zeta=\varepsilon_{zz}$ (TM 波) を用いて数式の対称性を有している．

2 1階微分方程式

時間因子を $e^{j\omega t}$ とし，空間座標 (x,y,z) を波数 $k_0=2\pi/\lambda$ (λ：波長) によって規格化し，$k_0x\to x$，$k_0y\to y$，$k_0z\to z$ のように簡略表示すれば，計算機解析向けにディメンジョンレス化されたマクスェルの方程式は

$$\overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E}=-j[\mu]\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H},\qquad \overline{\mathrm{curl}}\sqrt{Z_0}\boldsymbol{H}=j[\varepsilon]\sqrt{Y_0}\boldsymbol{E} \tag{1}$$

で表される．但し，$Z_0=1/Y_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ は真空中の波動インピーダンスである．z 軸方向に対する構造の周期性を想定すると，比誘電率テンソル $[\varepsilon]$，比透磁率テンソル $[\mu]$ の各成分 $\varepsilon_{ii'}$，$\mu_{ii'}$ $(i,i'=x,y,z)$ はフーリエ級数によって，

$$\varepsilon_{ii'}(z)=\sum_m\overline{\varepsilon}_{ii',m}\exp(jmsz),\qquad \mu_{ii'}(z)=\sum_m\overline{\mu}_{ii',m}\exp(jmsz) \tag{2}$$

のように展開表示できる．但し，$s=\lambda/\Lambda$ であり，展開次数 M とする．電磁界の各成分 $\sqrt{Y_0}E_i(x,y,z)$，$\sqrt{Z_0}H_i(x,y,z)$ $(i=x,y,z)$ を考え，その y，z 方向変化因子をそれぞれ，e^{-jq_0z}，e^{-js_mz} のように，表し，空間高調波展開すれば，

$$\sqrt{Y_0}E_i(x,y,z)=\sum_m e_{im}(x)\,e^{-j(q_0y+s_mz)},\qquad \sqrt{Z_0}H_i(x,y,z)=\sum_m h_{im}(x)\,e^{-j(q_0y+s_mz)} \tag{3}$$

が得られる．但し，$\delta_{m'm}$，δ_{mn} はクロネッカ・デルタである．次に，$2M+1$ 元の列ベクトル

$$\boldsymbol{e}_i(x)=\left[e_{i(-M)}(x)\ \cdots\ e_{i0}(x)\cdots\ e_{iM}(x)\right]^{\mathrm{T}},\qquad \boldsymbol{h}_i(x)=\left[h_{i(-M)}(x)\ \cdots\ h_{i0}(x)\cdots\ h_{iM}(x)\right]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

を導入する．式 (3) を式 (1) に代入し，電磁界の y，z 成分について整理すると，次式のような1階行列微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_y(x)\\ \boldsymbol{e}_z(x)\\ \boldsymbol{h}_y(x)\\ \boldsymbol{h}_z(x)\end{bmatrix}=j[\boldsymbol{C}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_y(x)\\ \boldsymbol{e}_z(x)\\ \boldsymbol{h}_y(x)\\ \boldsymbol{h}_z(x)\end{bmatrix} \tag{5}$$

が導出される．但し，係数行列 $[\boldsymbol{C}]$ は

$$[\boldsymbol{C}]=\left[\begin{array}{cccc}
[q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}]+[\mu_{zx}][\mu_{xx}]^{-1}[s] & [q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}]-[\mu_{zx}][\mu_{xx}]^{-1}[q] & -[q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s]+[\mu_{zx}][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xy}]-[\mu_{zy}] & [q][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q]+[\mu_{zx}][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xz}]-[\mu_{zz}]\\
[s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}]-[\mu_{yx}][\mu_{xx}]^{-1}[s] & [s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}]+[\mu_{yx}][\mu_{xx}]^{-1}[q] & -[s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s]-[\mu_{yx}][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xy}]+[\mu_{yy}] & [s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q]-[\mu_{yx}][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xz}]+[\mu_{yz}]\\
-[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}]+[q][\mu_{xx}]^{-1}[s]+[\varepsilon_{zy}] & -[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}]-[q][\mu_{xx}]^{-1}q_0+[\varepsilon_{zz}] & [\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s]+[q][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xy}] & -[\varepsilon_{zx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q]+[q][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xz}]\\
[\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xy}]+[s][\mu_{xx}]^{-1}[s]-[\varepsilon_{yy}] & [\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[\varepsilon_{xz}]-[s][\mu_{xx}]^{-1}[q]-[\varepsilon_{yz}] & -[\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s]+[s][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xy}] & [\varepsilon_{yx}][\varepsilon_{xx}]^{-1}[q]+[s][\mu_{xx}]^{-1}[\mu_{xz}]
\end{array}\right] \tag{6}$$

で与えられる．また，q_0，s_m から作られる対角行列 $[q]$，$[s]$，及び $\overline{\varepsilon}_{ii',m}$，$\overline{\mu}_{ii',m}$ から作られる $(2M+1)\times(2M+1)$ 元の正方行列 $[\varepsilon_{ii'}]$，$[\mu_{ii'}]$ はそれぞれ，

$$[q]=q_0[\delta_{mn}],\qquad [s]=[s_m\delta_{mn}],\qquad [\varepsilon_{ii}]=[\varepsilon_{ii,n-m}],\qquad [\mu_{ii}]=[\mu_{ii,n-m}] \tag{7}$$

である．ここで，対角異方性の場合（$\varepsilon_{ij}=\mu_{ij}=0$ on $i\neq j$）に限定し，入射面と $x-z$ 平面が一致している場合 $(q_0=0)$ を考えると，行列 $[\boldsymbol{C}]$ は

$$[\boldsymbol{C}]=\begin{bmatrix}[0] & [\boldsymbol{C}^{\mathrm{TE}}]\\ [\boldsymbol{C}^{\mathrm{TM}}] & [0]\end{bmatrix} \tag{8}$$

となる．従って，TE 波と TM 波に分けて整理でき，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\begin{bmatrix} e_y(x) \\ h_z(x) \end{bmatrix} = j[C^{\mathrm{TE}}]\begin{bmatrix} e_y(x) \\ h_z(x) \end{bmatrix}, \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\begin{bmatrix} h_y(x) \\ h_z(x) \end{bmatrix} = j[C^{\mathrm{TM}}]\begin{bmatrix} h_y(x) \\ h_z(x) \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$[C^{\mathrm{TE}}] = \begin{bmatrix} [0] & -[\mu_{zz}] \\ [s][\mu_{xx}]^{-1}[s] - [\varepsilon_{yy}] & [0] \end{bmatrix}, \qquad [C^{\mathrm{TM}}] = \begin{bmatrix} [0] & [\varepsilon_{zz}] \\ -[s][\varepsilon_{xx}]^{-1}[s] + [\mu_{yy}] & [0] \end{bmatrix} \tag{10}$$

となる．

3　影理論における励振源と散乱因子

図 1 に示すような散乱問題の電磁界表現の基本形は，影理論では，回折波振幅 g_m^- の代わりに，変形回折波振幅 $M_m^- = g_m^- + \delta_{0m}$ を用いて

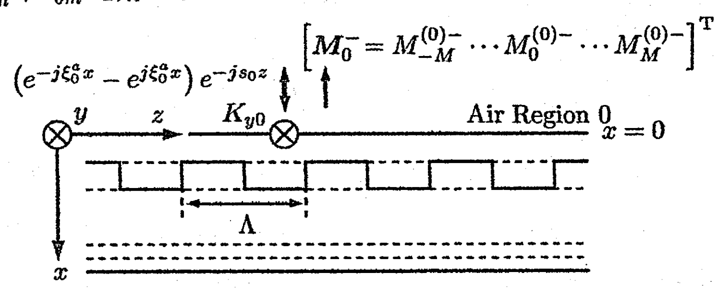


図 1　影理論の励振源と変形回折波振幅

$$\Psi_y^a(x,z) = (e^{-j\xi_0^a x} - e^{j\xi_0^a x})\, e^{-js_0 z} + \sum_m M_m^-\, e^{j\xi_m^a x} e^{-js_m z} \tag{11}$$

$$\xi_m^a = \sqrt{\varepsilon_a \mu_a - s_m^2}, \qquad s_m = s_0 + m\, s \tag{12}$$

のように表される．第 1 項の励振項に着目し，その法線方向微分から得られる z 軸方向の電磁界成分 $\Psi_z(x,z)$ を含めて

$$\Psi_y^{\mathrm{In}}(x,z) = (e^{-j\xi_0^a x} - e^{j\xi_0^a x})\, e^{-js_0 z}, \qquad \Psi_z^{\mathrm{In}}(x,z) = -(\xi_0^a/\zeta_a)(e^{-j\xi_0^a x} + e^{j\xi_0^a x})\, e^{-js_0 z} \tag{13}$$

によって表し，第 1 境界面を $x = 0$ にセットすれば

$$\Psi_y^{\mathrm{In}}(0,z) = 0, \qquad \Psi_z^{\mathrm{In}}(0,z) = -(2\xi_0^a/\zeta_a)\, e^{-js_0 z} \tag{14}$$

となる．影理論の計算法では，式 (14) に対する応答が変形回折波振幅 M_m^- である．式 (14) の第 1 式はゼロであるから

$$\Psi_y^{\mathrm{In}}(0,z) = 0, \qquad \Psi_z^{\mathrm{In}}(0,z) = -1\, e^{-js_0 z} \tag{15}$$

に対する応答を最初に計算し，散乱因子 S_m^- と呼ぶことにすれば，この散乱因子 S_m^- から変形回折波振幅 $M_m^- = (2\xi_0^a/\zeta_a)S_m^-$，さらに，変形回折波振幅から回折波振幅 $g_m^- = M_m^- - \delta_{0m}$ が計算できる．影理論では $(2\xi_0^a/\zeta_a)$ が特別重要な意味を持つ．

4　中間領域に拡張された散乱因子

図 2 に示すような多層誘電体格子内のある中間領域内に着目すれば，比誘電率 ε，比透磁率 μ の変化は変数 z だけの周期関数であるから，構造の周期性から，各中間領域内の電磁界成分は空間高調波展開を用いて，

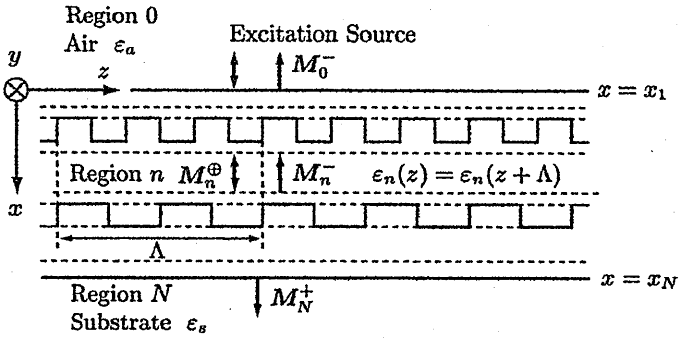


図 2　多層誘電体周期構造における変形回折波振幅

$$\Psi_i(x, z) = \sum_m \psi_{im}(x) \exp(-js_m z) \qquad (i = y, z) \tag{16}$$

のように表される．電磁界成分の展開係数 $\psi_{im}(x)$ を

$$\boldsymbol{\psi}_i(x) = \left[\psi_{i(-M)}(x) \cdots \psi_{i0}(x) \cdots \psi_{iM}(x)\right]^{\mathrm{T}} \qquad (i = y, z) \tag{17}$$

のように，中間領域に影理論の励振源に相当する一般化された特異変形回折波振幅 $M_m^\oplus$ と変形回折波振幅 M_m^- を導入し

$$\boldsymbol{M}^\oplus(x) = \left[M_{-M}^\oplus(x) \cdots M_0^\oplus(x) \cdots M_M^\oplus(x)\right]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{M}^-(x) = \left[M_{-M}^-(x) \cdots M_0^-(x) \cdots M_M^-(x)\right]^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

のようにベクトル表示すれば，多層誘電体格子内の中間領域に拡張された電磁界表現式 (10, 11)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_y(x) \\ \boldsymbol{\psi}_z(x) \end{bmatrix} = [\boldsymbol{T}'][\boldsymbol{P}'(x - x_0)] \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}^\oplus(x_0) \\ \boldsymbol{M}^-(x_0) \end{bmatrix} \tag{19}$$

が得られる．ここで，行列 $[\boldsymbol{T}']$，$[\boldsymbol{P}'(x)]$ は，従来の $[\boldsymbol{T}]$，$[\boldsymbol{P}(x)]$ (付録参照) から，影理論の計算法を用いて導出される変換行列，伝搬行列であり，

$$[\boldsymbol{T}'] = \begin{bmatrix} [0] & [\boldsymbol{Q}_1][\boldsymbol{T}_2] \\ -[\boldsymbol{T}_2][\delta_{mn}\xi_m] & [\boldsymbol{T}_2][\delta_{mn}\xi_m] \end{bmatrix}, \qquad [\boldsymbol{P}'(x)] = \begin{bmatrix} \left[\delta_{mn}\, e^{-j\xi_m x}\right] & [0] \\ \left[\delta_{mn}\, j\dfrac{\sin(\xi_m x)}{\xi_m}\right] & \left[\delta_{mn}\, e^{j\xi_m x}\right] \end{bmatrix} \tag{20}$$

によって表され，$(2M + 1) \times (2M + 1)$ 元の行列 $[\boldsymbol{Q}_1]$ は，

$$[\boldsymbol{Q}_1] = \begin{cases} -[1/\mu]^{-1} & \text{(TE)} \\ [1/\varepsilon]^{-1} & \text{(TM)} \end{cases} \tag{21}$$

で与えられる．$[Q] = [Q_2][Q_1]$ の固有値，固有ベクトルは $\{\kappa_m^2\}$，$[T_2]$ でそれぞれ，与えられる．但し，$[Q_2]$ は

$$[\boldsymbol{Q}_2] = \begin{cases} -[\varepsilon] + [s][\mu]^{-1}[s] & \text{(TE)} \\ [\mu] - [s][\varepsilon]^{-1}[s] & \text{(TM)} \end{cases} \tag{22}$$

である．これらの影理論による変換行列 $[\boldsymbol{T}']$，及び伝搬行列 $[\boldsymbol{P}'(x)]$ は，行列 $[Q]$ の固有値 ξ_m がゼロになる可能性がある場合だけ使用することになる．従って，k 番目の固有値 $\xi_k \approx 0$ であれば，ξ_k，$\xi_{k'}$ $(k' = k + 2M + 1)$ とし，第 k，k' 列に対応する要素だけを，影理論の変換行列 $[\boldsymbol{T}']$，$\boldsymbol{P}'(x)$ の形式に変更すればよく，それ以外は次式に示す従来の変換行列 $[\boldsymbol{T}]$，伝搬行列 $\boldsymbol{P}(x)$ を用いればよい．

多層領域が一様領域の場合，比誘電率，比透磁率分布は一定となる．式 (10) において，$[C]$ の小行列は対角行列となるため，m 次の高調波に対応する係数行列 $[c_m]$ の固有値 $\{\kappa_m^+, \kappa_m^-\}$ と固有ベクトル行列 $[t_m]$ は，簡易のため統一表現を用いると

$$\kappa_m^\pm = \mp\xi_m, \qquad \xi_m = \begin{cases} \sqrt{(\varepsilon_{yy} - s^2/\mu_{xx})\mu_{zz}} \\ \sqrt{(\mu_{yy} - s^2/\varepsilon_{xx})\varepsilon_{zz}} \end{cases}, \qquad \zeta_n = \begin{cases} -\mu_{zz} & \text{(TE)} \\ \varepsilon_{zz} & \text{(TM} \end{cases} \tag{23}$$

$$[c_m] = \begin{bmatrix} 0 & \zeta_n \\ \xi_m^2/\zeta_n & 0 \end{bmatrix}, \qquad [t_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\xi_m/\zeta_n & \xi_m/\zeta_n \end{bmatrix} \tag{24}$$

と表すことができる．但し，$e_{ym} = 1$，または，$h_{zm} = 1$ に規格化している．ここで，$[t_m]$ は一様領域における対角化行列であり，固有値が縮退しなければ，領域 n の電磁界成分は，

$$\begin{bmatrix} \psi_{ym}^{(n)}(x) \\ \psi_{zm}^{(n)}(x) \end{bmatrix} = [t_m][p_m(x - x_0)] \begin{bmatrix} g_m^{(n)+}(x_0) \\ g_m^{(n)-}(x_0) \end{bmatrix}, \qquad [p_m(x)] = \begin{bmatrix} e^{-j\xi_m^{(n)}x} & 0 \\ 0 & e^{j\xi_m^{(n)}x} \end{bmatrix} \tag{25}$$

のように表すことができる．影理論の計算法に従い，励振源を $g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-}$ に選べば，次式のように変形できる．

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \psi_{ym}^{(n)}(x) \\ \psi_{zm}^{(n)}(x) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ -\xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} g_m^{(n)+} e^{-j\xi_m^{(n)}x} + \begin{bmatrix} 1 \\ \xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} g_m^{(n)-} e^{j\xi_m^{(n)}x} \\
&= \begin{bmatrix} 1 \\ -\xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} g_m^{(n)+} e^{-j\xi_m^{(n)}x} - \begin{bmatrix} 1 \\ \xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} g_m^{(n)+} e^{j\xi_m^{(n)}x} + \begin{bmatrix} 1 \\ \xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} (g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-}) e^{j\xi_m^{(n)}x} \\
&= \begin{bmatrix} e^{-j\xi_m^{(n)}x} - e^{j\xi_m^{(n)}x} \\ (-\xi_m^{(n)}/\zeta_n)(e^{-j\xi_m^{(n)}x} + e^{j\xi_m^{(n)}x}) \end{bmatrix} g_m^{(n)+} + \begin{bmatrix} e^{j\xi_m^{(n)}x} \\ (\xi_m^{(n)}/\zeta_n) e^{j\xi_m^{(n)}x} \end{bmatrix} (g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-}) \\
&= \begin{bmatrix} -2j\sin(\xi_m^{(n)}x) \\ -2(\xi_m^{(n)}/\zeta_n)\cos(\xi_m^{(n)}x) \end{bmatrix} g_m^{(n)+} + \begin{bmatrix} e^{j\xi_m^{(n)}x} \\ (\xi_m^{(n)}/\zeta_n) e^{j\xi_m^{(n)}x} \end{bmatrix} (g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-}) \\
&= \begin{bmatrix} j\dfrac{\sin(\xi_m^{(n)}x)}{\xi_m^{(n)}} & e^{j\xi_m^{(n)}x} \\ (1/\zeta_n)\cos(\xi_m^{(n)}x) & (\xi_m^{(n)}/\zeta_n) e^{j\xi_m^{(n)}x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2\xi_m^{(n)} g_m^{(n)+} \\ g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1/\zeta_n & \xi_m^{(n)}/\zeta_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\xi_m^{(n)}x} & 0 \\ j\dfrac{\sin(\xi_m^{(n)}x)}{\xi_m^{(n)}} & e^{j\xi_m^{(n)}x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_m^{(n)\oplus} \\ M_m^{(n)-} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{26}$$

但し，$M_m^{(n)\oplus} = -2\xi_m^{(n)} g_m^{(n)+}$，$M_m^{(n)-} = g_m^{(n)+} + g_m^{(n)-}$ である．従って，一様領域においては，変換行列 $[\boldsymbol{T}']$ は，

$$[\boldsymbol{T}'] = \begin{bmatrix} [0] & [\delta_{mn}] \\ [\delta_{mn}\,(1/\zeta_n)] & [\delta_{mn}\,(\xi_m/\zeta_n)] \end{bmatrix} \tag{27}$$

のように与えられる．中間領域における影理論の表現式 (19) は，境界面に対するスペクトル領域の電磁界 y，z 成分を表す．今，領域 $n-1$ と領域 n における変換行列 $[\boldsymbol{T}']$ と伝搬行列 $[\boldsymbol{P}'(x)]$ の積を

$$[\boldsymbol{A}'_n] = \left[\boldsymbol{T}'^{(n-1)}\right]\left[\boldsymbol{P}'^{(n-1)}(x_n - x_{n-1})\right] \tag{28}$$

$$[\boldsymbol{B}'_n] = \left[\boldsymbol{T}'^{(n)}\right]\left[\boldsymbol{P}'^{(n)}(x_n - x_{n+1})\right] \tag{29}$$

のように表し，第 1〜N 境界面 ($x = x_1$〜x_N) における境界条件から，変形回折波振幅 $M_n^{\oplus}(x_n)$ ($n = 1$ 〜$N-1$)，$M_n^{-}(x_{n+1})$ ($n = 0$〜$N-1$)，及び $M_N^{+}(x_N)$ を未知数とする

$$[A_1'] \begin{bmatrix} 0 \\ M_0^- \end{bmatrix} - [B_1'] \begin{bmatrix} M_1^{\oplus} \\ M_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta_{m0}\, 2\,\xi_0^a/\zeta_a \end{bmatrix} \quad (\text{on } x = x_1)$$

$$[A_2'] \begin{bmatrix} M_1^{\oplus} \\ M_1^- \end{bmatrix} - [B_2'] \begin{bmatrix} M_2^{\oplus} \\ M_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{on } x = x_2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$[A_N'] \begin{bmatrix} M_{N-1}^{\oplus} \\ M_{N-1}^- \end{bmatrix} - [B_N'] \begin{bmatrix} M_N^+ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{on } x = x_N) \tag{30}$$

のような線形方程式が得られる．但し，δ_{m0} は単位ベクトル $\delta_{m0} = [0 \cdots 1 \cdots 0]^{\mathrm{T}}$ であり，線形方程式 (30) の解 M_0^- が中山らの影理論で言う変形回折波振幅であり，$(M_1^{\oplus}, M_1^-)$, $(M_2^{\oplus}, M_2^-)$, $\cdots$, $(M_{N-1}^{\oplus}, M_{N-1}^-)$ が中間領域に拡張された変形回折波振幅である．なお，第 N 領域では影理論の計算法を適用せず，未知数を M_N^+ とする．式 (19) に変形回折波振幅を代入すれば，式 (17) から電磁界成分 $\Psi_y(x,z)$，$\Psi_z(x,z)$ が決定される．線形方程式 (30) において，定数ベクトル項 $2\xi_0^a/\zeta_a\delta_{m0}$ を，単位ベクトル δ_{m0} に置き換えれば，多層誘電体格子の中間領域に拡張された散乱因子 $S_n^{\oplus}$，S_n^- が計算できる．散乱因子が決定すれば，変形回折波振幅 $M_n^{\oplus} = (2\xi_0^a/\zeta_a)S_n^{\oplus}$，$M_n^- = (2\xi_0^a/\zeta_a)S_n^-$ が求められる．

線形方程式の定数項が単位ベクトルであることは重要な問題を提起する．式 (30) の第 1 式の右辺の $2\xi_0^a/\zeta_a$ を規格化し，単位ベクトル定数項 (励振源) δ_{m0} に置き換えることは，$x = x_1$ 境界上における z 方向電磁界成分の差

$$\psi_{z0}^{(0)}(x_{1-}) - \psi_{z0}^{(1)}(x_{1+}) = 1 \tag{31}$$

を意味する．すなわち，TE 波解析では，0 次の単位面電流密度 e^{-js_0z}，TM 波解析では単位面磁流密度 e^{-js_0z} に対する応答を求めていることに他ならない．従って，影理論で用いられる散乱因子 S_0^-，S_N^+ は，TE 波入射の場合，単位面電流密度，TM 波入射の場合，単位面磁流密度を励振源に選んだ場合に相当する．一般化して，中間領域の境界面 ($x = x_{k'}$) に第 m' 次の単位面電流 (磁流) 密度 $e^{-js_{m'}z}$ が

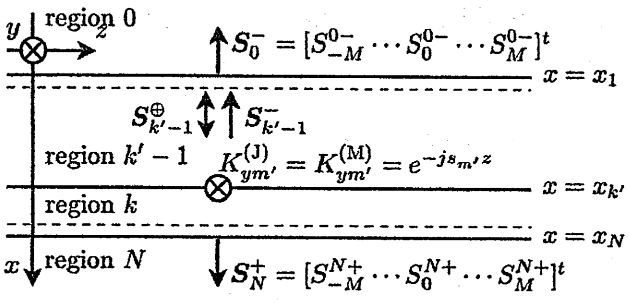


図 3　面電流 (磁流) 密度と散乱因子

与えられた場合 (図 3 参照) を考えれば，面電流 (磁流) 密度は磁界 (電界) の接線方向成分の差

$$\psi_{zm'}^{(k'-1)}(x_{k'-}) - \psi_{zm'}^{(k')}(x_{k'+}) = 1 \tag{32}$$

であるから，散乱因子 $\boldsymbol{S}_n^{\oplus}(x_n)$，$\boldsymbol{S}_n^{-}(x_n)$ を未知数とする

$$[\boldsymbol{A}_1'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{S}_0^- \end{bmatrix} - [\boldsymbol{B}_1'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_1^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \qquad (\text{on } x = x_1)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$[\boldsymbol{A}_{k'}'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{k'-1}^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_{k'-1}^- \end{bmatrix} - [\boldsymbol{B}_{k'}'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{k'}^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_{k'}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \delta_{mm'} \end{bmatrix} \qquad (\text{on } x = x_{k'})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$[\boldsymbol{A}_N'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{N-1}^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_{N-1}^- \end{bmatrix} - [\boldsymbol{B}_N'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_N^{+} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \qquad (\text{on } x = x_N) \tag{33}$$

のような線形方程式が得られる．式 (33) の解は，$x = x_{k'}$ に置かれた第 m' 次の単位面電流 (磁流) 密度に対する散乱因子であるから $\boldsymbol{S}_n^{\oplus}(x_n|x_{k',m'})$，$\boldsymbol{S}_n^{-}(x_n|x_{k',m'})$ で表せば，中間領域に拡張された電磁界表現式 (17) から，境界面 $(x = x_{k'})$ の第 m' 次の単位面電流 (磁流) 密度に対する電磁界成分は

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_y(x|x_{k',m'}) \\ \boldsymbol{G}_z(x|x_{k',m'}) \end{bmatrix} = [\boldsymbol{T}'^{(n)}][\boldsymbol{P}'^{(n)}(x - x_n)] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_n^{\oplus}(x_n|x_{k',m'}) \\ \boldsymbol{S}_n^{-}(x_n|x_{k',m'}) \end{bmatrix} \tag{34}$$

によって与えられる．但し，観測点の座標 x は多層構造の第 n 領域に属し

$$x_n \leq x \leq x_{n+1}, \qquad x_0 = -\infty, \qquad x_{N+1} = \infty \tag{35}$$

を満足し，式 (34) への散乱因子の代入に際しては $\boldsymbol{S}_0^{\oplus} = \boldsymbol{S}_N^{-} = 0$，$\boldsymbol{S}_N^{\oplus} = \boldsymbol{S}_N^{+}$ であることに注意を要する．TE (TM) 波解析において，式 (34) は単位面電流 (磁流) 密度に対する電界と磁界に関するスペクトル領域グリーン関数である．なお，TM 波解析において，面電流密度に対するグリーン関数を求めるには，式 (33) の第 2 式を

$$[\boldsymbol{A}_{k'}'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{k'-1}^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_{k'-1}^- \end{bmatrix} - [\boldsymbol{B}_{k'}'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{k'}^{\oplus} \\ \boldsymbol{S}_{k'}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{mm'} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \qquad (\text{on } x = x_{k'}) \tag{36}$$

に変更する必要がある．以下の節では，面電流密度を波源とする電界に関するスペクトル領域グリーン関数だけが必要となるので，

$$\boldsymbol{G}(x|x_{k',m'}) = \begin{cases} \boldsymbol{G}_y(x|x_{k',m'}) & (\text{TE}) \\ \boldsymbol{G}_z(x|x_{k',m'}) & (\text{TM}) \end{cases} \tag{37}$$

とおき，混同することがないので，$\boldsymbol{G}(x|x_{k',m'})$ のように簡略表記する．すなわち，ベクトル表示されたスペクトル領域グリーン関数は

$$\boldsymbol{G}(x_n|x_{k',m'}) = [G_{-M}(x_n|x_{k',m'}) \cdots G_0(x_n|x_{k',m'}) \cdots G_M(x_n|x_{k',m'})]^{\mathrm{T}} \tag{38}$$

のように表されるから，$G_m(x_n|x_{k',m'})$ は，境界面 $x = x_{k'}$ に置かれた面電流源 $e^{-js_{m'}z}$ 応答成分を表している．

5　ガレルキン法による定式化

図 4 に，多層誘電体周期構造の境界に，波長に比べて十分厚さが薄く，厚さを無視できる平板格子が装荷された構造を考える．電磁界の面電流密度のスペクトル上の展開項数を $m, m' = -M, \cdots, 0, \cdots M$，ストリップ格子が存在する境界面の番号を $k, k' = 1 \cdots K$，$x = x_{k'}$ 上の既知関数による面電流の展開

項数を $\ell=-L,\cdots,0,\cdots,L$, $\ell'=-L',\cdots,0,\cdots,L'$ とする．ストリップ $(x=x_{k'})$ 上の面電流密度のスペクトル $j_{m'}^{(k')}$ によって誘起されるスペクトル領域の電界の総和 $e_m^{\mathrm{S}}=\sum_{k'} e_m^{\mathrm{S}(k')}$ は，グリーン関数を用いて，

$$e_m^{\mathrm{S}}(x)=\sum_{k'}\sum_{m'} G_m(x|x_{k',m'})\,j_{m'}^{(k')} \tag{39}$$

のように表される．境界面 $x=x_{k'}$ 上の面電流密度 $\sqrt{Z_0}K^{(j_{k'})}(z)$ のスペクトル $j_m^{(k')}$ をスペクトルの既知関数 $\phi_{m\ell'}^{(k')}$ によって展開すると

$$\sqrt{Z_0}K^{(j_{k'})}(z)=\sum_{m'} j_{m'}^{(k')}\exp(-js_{m'}z),\qquad j_m^{(k')}=\sum_{\ell'}\phi_{m\ell'}^{(k')}I_{\ell'}^{(k')} \tag{40}$$

$$\boldsymbol{J}^{(k')}=\left[\psi_{m\ell'}^{(k')}\right]\boldsymbol{I}^{(k')},\qquad \boldsymbol{I}^{(k')}=\left[I_{-L'}^{(k')}\cdots I_0^{(k')}\cdots I_{L'}^{(k')}\right]^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

となる．但し，$I_{\ell'}^{(k')}$ は 第 k' 番目のストリップ格子 $x=x_{k'}$ 上を流れる面電流密度の展開係数を表す．

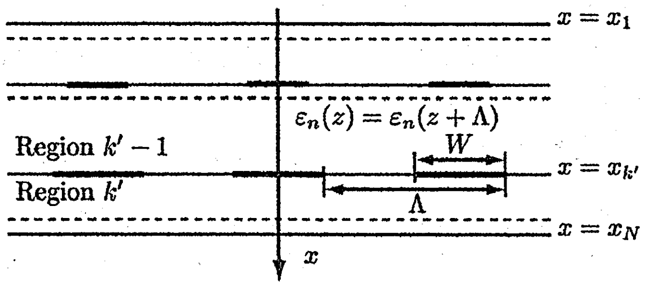


図 4　複数のストリップ格子を持つ誘電体多層周期構造

ストリップ格子がない場合の入射波によるスペクトル領域の散乱界を $\overline{e_m^{\mathrm{1st}}}(x)$ (1 次界) とすれば，全電界は 1 次界と面電流が流れることによって生じた 2 次界 $e_m^{\mathrm{S}(k')}(x)$ の和で表され，空間領域の電界の表現式は

$$\sqrt{Y_0}E_y^{\mathrm{total}}(x,z)=\sum_m\left[\overline{e_m^{\mathrm{1st}}}(x)+\sum_{k'}\sum_{m'}G_m(x_k|x_{k',m'})j_{m'}^{(k')}\right]\exp(-js_mz) \tag{42}$$

で与えられる．第 k 番目のストリップ上における電界の接線方向成分と面電流密度は，抵抗境界条件

$$\sqrt{Y_0}E_y^{\mathrm{total}}(x_k,z)=\frac{R_k}{Z_0}\sum_m j_m^{(k)}\exp(-js_mz)\qquad \text{(on strip)} \tag{43}$$

を満たさなければならないため，

$$\sum_m\left[\overline{e_m^{\mathrm{1st}}}(x)+\sum_{k'}\sum_{m'}G_m(x_k|x_{k',m'})\,j_{m'}^{(k')}\right]\exp(-js_mz)=\frac{R_k}{Z_0}\sum_m j_m^{(k)}\exp(-js_mz) \tag{44}$$

となる．但し，R_k は $x=x_k$ 上に置かれたストリップ導体の表面抵抗である．式 (40)，(44) より境界面 $x=x_k$ においては，空間領域の表現式

$$\sum_{k'}\sum_m\sum_{m'}\left\{G_m(x_k|x_{k',m'})-\frac{R_k}{Z_0}\delta_{kk'}\delta_{mm'}\right\}\sum_{l'}\phi_{m'l'}^{(k')}I_{l'}^{(k')}e^{-js_mz}=-\sum_m\overline{e_m^{\mathrm{1st}}}(x_k)e^{-js_mz} \tag{45}$$

が得られる．式 (45) に面電流の展開関数の複素共役 $\sum_{m''}\phi_{m''\ell}^{(k)*}\exp(js_{m''}z)$ を乗じて z で積分 (ガレルキン法) すれば，線形方程式

$$\sum_{k'}\left[Z_{\ell\ell'}^{(k)(k')}\right]\boldsymbol{I}^{(k')}=\boldsymbol{b}^{(k)} \tag{46}$$

$$Z_{\ell\ell'}^{(k)(k')} = \sum_{m'} \sum_{m} \phi_{m\ell}^{(k)*} \left\{ G_m(x_k|x_{k',m'}) - \frac{R_k}{Z_0}\delta_{k'k}\delta_{m'm} \right\} \phi_{m'\ell'}^{(k')}, \qquad b_\ell^{(k)} = -\sum_m \phi_{m\ell}^{(k)*} \overline{e_m^{1st}}(x_k) \tag{47}$$

が得られる．式 (46) は第 k ブロック行，第 k' ブロック列の第 ℓ 行，第 ℓ' 列要素が $Z_{\ell\ell'}^{(k)(k')}$ である行列 $[Z^{(k)(k')}]$ と第 k ブロック行の第 ℓ 行要素が $b_\ell^{(k)}$ である定数ベクトル $b^{(k)}$ からなる線形方程式であり，小行列を用いて，

$$\begin{bmatrix} [Z^{(1)(1)}] & [Z^{(1)(2)}] & \cdots & [Z^{(1)(K)}] \\ [Z^{(2)(1)}] & [Z^{(2)(2)}] & \cdots & [Z^{(2)(K)}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [Z^{(K)(1)}] & [Z^{(K)(2)}] & \cdots & [Z^{(K)(K)}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \\ \vdots \\ I^{(K)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \\ \vdots \\ b^{(K)} \end{bmatrix} \tag{48}$$

のように表される．従って，ストリップ格子数が 1 である最も簡単な場合は $[Z^{(1)(1)}]I^{(1)} = b^{(1)}$ である．

6　面電流密度の展開関数と回折効率

ストリップ上を流れる面電流密度を表現する既知の展開関数は多数考えられるが，最も簡単なストリップ上 ($|z-z_0| < W/2$)) だけのフーリエ展開関数

$$\phi_{m\ell}^{(k')} = e^{jq_{m\ell}z_0} \frac{W}{\Lambda} \frac{\sin(q_{m\ell}W/2)}{q_{m\ell}W/2}, \qquad q_{m\ell} = mn_K - \ell n_W, \qquad n_K = \lambda/\Lambda, \qquad n_W = \lambda/W \tag{49}$$

を採用すれば，面電流密度の展開項数 $2L+1$ は，空間高調波の展開項数 $2M+1$ と比較して，$L \leq M(W/\Lambda)$ の範囲で留める限り，空間高調波のスペクトル範囲に収まる．式 (48) より面電流密度の展開係数 $I_{\ell'}^{(k')}$ が計算できれば，式 (40)，(49) からスペクトル領域の面電流密度 $j_m^{(k')}$ が求められる．第 0 領域の散乱因子 $S_0^-(x_1|x_{k',m'})$，及び第 N 領域の散乱因子 $S_N^+(x_N|x_{k',m'})$ を用いれば

$$M_m^{(0)-} = \sum_{k'} \sum_{m'} S_m^{(0)-}(x_1|x_{k',m'}) j_{m'}^{(k')}, \quad M_m^{(N)+} = \sum_{k'} \sum_{m'} S_m^{(N)-}(x_N|x_{k',m'}) j_{m'}^{(k')} \tag{50}$$

が得られる．x 軸方向の平均電力の流れを考えれば，

$$-\frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \Psi_y^{(0)}(x_1,z) \times \Psi_z^{(0)*}(x_1,z)\,\mathrm{d}z + \frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \Psi_y^{(N)}(x_N,z) \times \Psi_z^{(N)*}(x_N,z)\,\mathrm{d}z = 0 \tag{51}$$

が得られる．回折波振幅 g_m^{a-} を用いて各電磁界の展開形式を式 (51) に代入すれば

$$\mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} + 2\,\mathrm{Im}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} \mathrm{Im}\left\{g_0^{(0)-}\right\} = \sum_m \mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_m^a}{\zeta^a}\right\} |g_m^{(0)-}|^2 + \sum_m \mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_m^s}{\zeta^s}\right\} |g_m^{(N)+}|^2 \tag{52}$$

が得られる．式 (52) より，反射回折波振幅 g_m^{a-}，透過回折波振幅 g_m^{s+} を用いた反射回折効率 η_m^a，透過回折効率 η_m^s は

$$\eta_m^a = \frac{\mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_m^a}{\zeta^a}\right\} |g_m^{(0)-}|^2}{\mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} + 2\,\mathrm{Im}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} \mathrm{Im}\left\{g_0^{(0)-}\right\}}, \qquad \eta_m^s = \frac{\mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_m^s}{\zeta^s}\right\} |g_m^{(N)+}|^2}{\mathrm{Re}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} + 2\,\mathrm{Im}\left\{\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\right\} \mathrm{Im}\left\{g_0^{(0)-}\right\}} \tag{53}$$

のように表される．但し，ストリップの無い場合の反射回折波振幅 $\overline{g}_m^{(0)-}$，透過回折波振幅 $\overline{g}_m^{(N)+}$ を用いて，

$$g_m^{(0)-} = M_m^{(0)-} + \overline{g}_m^{(0)-}, \qquad g_m^{(N)+} = M_m^{(N)+} + \overline{g}_m^{(N)+} \tag{54}$$

である．これらの回折波振幅はストリップの無い場合の散乱因子から，

$$\overline{g}_m^{(0)-} = 2\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\overline{S}_m^{(0)-} - \delta_{m0}, \qquad \overline{g}_m^{(N)+} = 2\frac{\xi_0^a}{\zeta^a}\overline{S}_m^{(N)+} \tag{55}$$

のように求められる．

7 数値計算例

本節では，ストリップ格子が埋め込まれた構造において，散乱因子から導出されるスペクトル領域グリーン関数の有効性を検証する．以下の数値計算では，$\mu=1$ とする．図 5 は，完全導体 $(R_k/Z_0=0)$ の 4 重ストリップ格子 $(K=4)$ が誘電体中に埋め込まれた構造であり，佐藤らが文献 [14] において解析した構造である．計算パラメータは $d_1=0.125\Lambda$，$d_2=0.25\Lambda$，$\varepsilon_a=\varepsilon_s=1.0$，$\varepsilon_s=3.4$，$\theta_i=0^\circ$ であり，電磁界の展開項数を $2M+1=101$ に設定した．格子周期に対する反射波電力 $r_p=\sum\eta_m^a$，透過波電力の総和 $t_p=\sum\eta_m^s$ の変化を図 6 に示す．文献 [14] の図 8 の有限要素法による結果と比較すると，TE，TM 波の場合共に，よく一致しており，本手法の妥当性がわかる．影理論の計算法を用いているので，中間領域において，固有値がゼロになる場合 $\sqrt{\varepsilon_a}\sin\theta_i+m(\lambda/\Lambda)=\sqrt{\varepsilon_s}$ においても問題なく計算できていることがわかる．

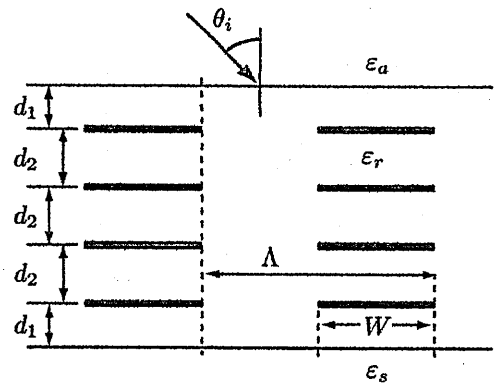
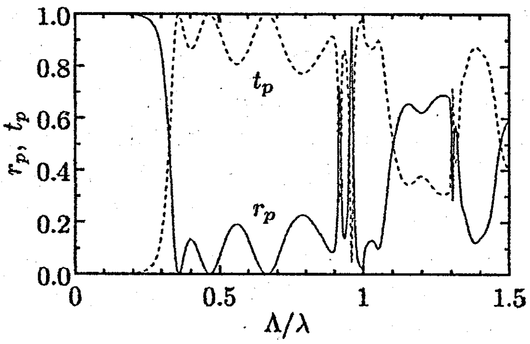
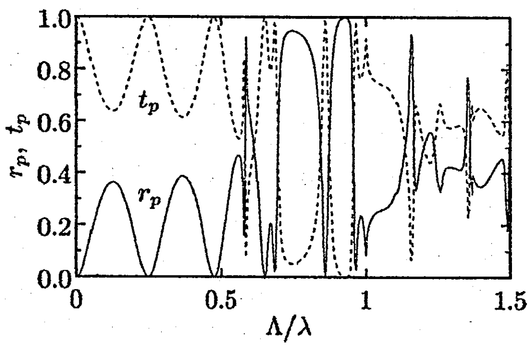


図 5 4 重ストリップ格子が埋め込まれた多層誘電体の構造



(a) TE 波



(b) TM 波

図 6 格子周期に対する反射電力，透過電力の変化

次に，誘電体領域が周期構造である場合を検討するために，ストリップ格子が誘電体格子に埋め込まれた図 7 に示すような複合誘電体格子による散乱問題を考える．本手法の有効性を確認するために，まず，山崎らが文献 [15] において報告しているストリップ格子が誘電体の上下境界面に配置された構造 $(K=2)$ について計算例を示す．格子形状は，方形 $(a=c=0.0)$，四辺形 $(a=-0.1\Lambda,\ c=0.1\Lambda)$，逆台形 $(a=c=-0.1\Lambda)$ であり，$b=0.5\ \Lambda$，$d=0.3\ \Lambda$，$\varepsilon_a=\varepsilon_s=\varepsilon_{g2}=1.0$，$\varepsilon_{g1}=1.5$，$\theta_i=0^\circ$ とする．図 8 に，格子周期 Λ/λ に対する透過波電力 t_p の変化を示す．なお，解の収束と計算時間の関係から，展開項数は $2M+1=81$ とし，四辺形状，逆台形の場合の全領域分割数は $N=22$ とした．山崎らの計算結果 [15] と TE 波，TM 波共に，ほぼ一致しており，誘電体領域が周期構造の場合においても，本報告におけるスペクトル領域グリーン関数の妥当性がわかる．

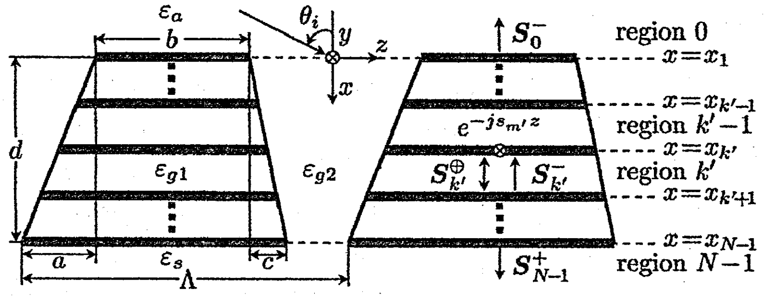
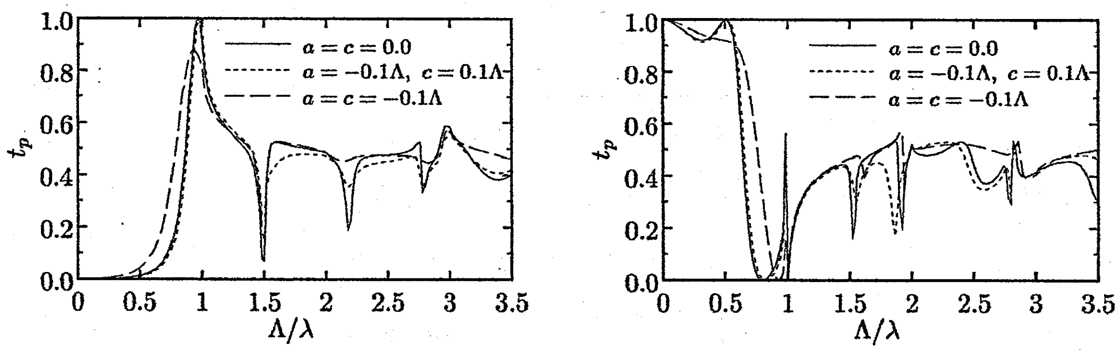


図 7 複合誘電体格子の構造



(a) TE 波　　(b) TM 波

図 8 格子周期に対する透過波電力の変化

図 9 に，電磁界の展開項数 $2M+1$ に対する反射波電力 r_p，透過波電力 t_p の変化を示す．方形誘電体格子内にストリップ格子 4 枚を装荷し ($K=4$)，誘電体格子内に等間隔に配置した．入射角 $\theta_i=20°$ とし，格子周期 $\Lambda/\lambda=1.2$，他の構造パラメータは図 8 の方形の場合と同じである．展開項数 $2M+1$ が増えるに従って，計算値が収束している様子がわかる．本報告では，解の収束性から，展開項数 $2M+1 \geq 81$ としている．多層分割数に対する収束性を調べるために，$a=c=0.1\ \Lambda$ の台形誘電体格子の上下境界面と中間に，$R_k/Z_0=0.0$ のストリップ格子 3 枚が装荷された構造 ($K=3$) を考える．$b=0.5\ \Lambda$，$d=0.5\ \Lambda$，$\varepsilon_a=\varepsilon_s=\varepsilon_{g2}=1.0$ とし，$\varepsilon_{g1}=1.5$，3.0 の誘電体格子について，全領域の多層分割数 N に対する反射波電力 r_p，透過波電力 t_p の変化を図 10 に示す．但し，$2M+1=81$ としている．$\varepsilon_{g1}=1.5$ の場合，TE 波，TM 波の場合共に，多層分割数 N が増えると，十分収束している様子がわかる．本報告では，計算時間と解の収束性の関係から，多層分割数 $N=22$ としている．

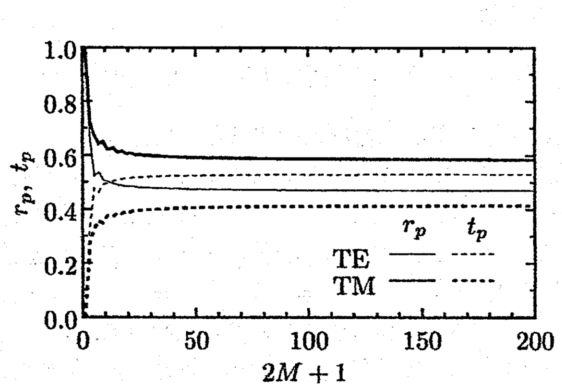
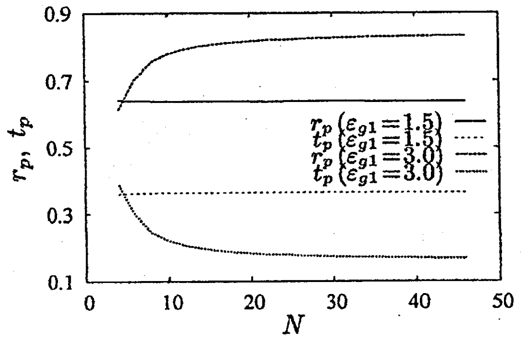
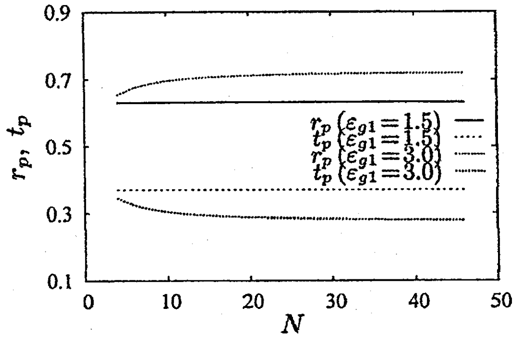


図 9 展開項数に対する反射波，透過波電力の収束性



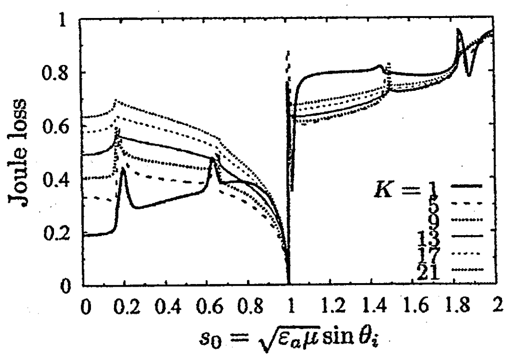
(a) TE 波



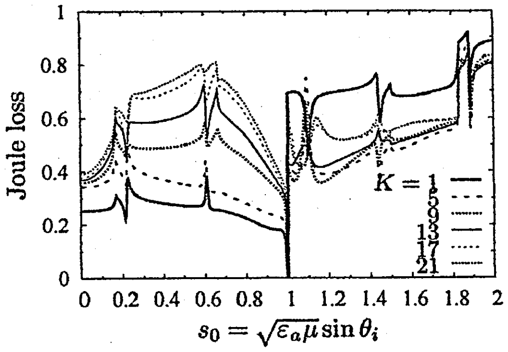
(b) TM 波

図 10 多層分割数に対する反射電力，透過電力の収束性

最後に，図 10 と同じ台形誘電体格子に，表面抵抗 $R_k/Z_0 = 0.25$ を有するストリップ格子を $x = x_1$ の境界から $d/20$ 等間隔ごとに，K 枚埋め込んだ複合誘電体格子について考える．$s_0 = \sqrt{\varepsilon_a}\sin\theta_i$ に対するジュール熱損失 $(1 - r_p - t_p)$ の変化について，図 11 に示す．図 (a)，(b) はそれぞれ，TE 波，TM 波入射の場合である．計算に用いたパラメータは電磁界の展開項数 $2M + 1 = 81$，多層分割数 $N = 22$ とする．$s_0 < 1.0$ の範囲は通常の平面波入射に対するジュール熱損失であり，$s_0 \geq 1.0$ の範囲はエバネセント波入射に対するジュール熱損失を表す．ストリップ格子の枚数が増えると，$s_0 < 1.0$ の範囲では，ジュール熱損失の増加が見られ，ストリップ格子の枚数に関わらず，低入射角極限において損失が 0 となっている．また，エバネセント波入射に関しては，$K = 1$ のときにジュール熱損失が高い傾向が見られる．$K = 21$，$s_0 = 0.4$ のときのストリップ格子上の面電流分布を図 12 に示す．$x = x_1$ の境界におけるストリップにおいて最も面電流密度が大きく，表皮効果が現れている様子がわかる．

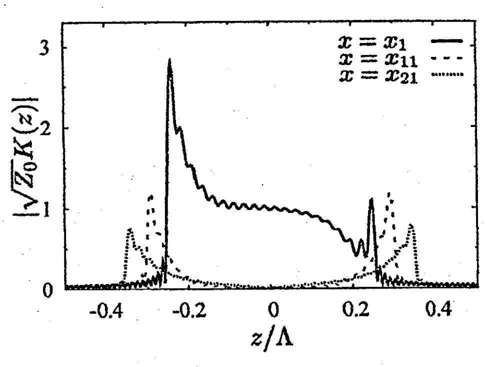


(a) TE 波

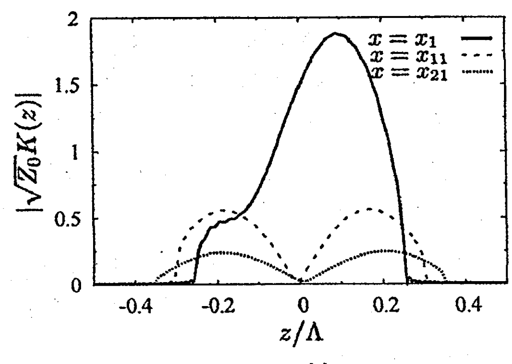


(b) TM 波

図 11 格子周期に対する反射電力，透過電力の変化



(a) TE 波



(b) TM 波

図 12 ストリップ格子上の面電流分布

8　むすび

本報告では，影理論における散乱因子とスペクトル領域グリーン関数の関係について議論し，中間領域に単位励振源を配置し，拡張した散乱因子を用いることにより，スペクトル領域のグリーン関数が直接導出できることを示した．導出されたスペクトル領域グリーン関数を用いて，複数個のストリップ格子と多層誘電体周期構造が混在する複合誘電体格子による散乱問題に対する一解析手法を提案し，数値計算により，その妥当性を示した．

スペクトル領域グリーン関数から，より利用しやすい空間領域のグリーン関数への変換，斜め入射波に対する準3次元問題への拡張，異方性誘電体周期構造に対するダイヤディクグリーン関数を求めることが今後の課題である．

参考文献

(1) M. I. Charnotskii, “Wave scattering by periodic surface at low grazing angles : single grazing mode”, Progress in electromagnetic Research, PIER 26, pp. 1–41, 2000.

(2) J. Nakayama, “Shadow theory of diffraction gratings”, IEICE Trans. Electron., Vol. E92-C, No. 1, pp. 17–24, 2009.

(3) J. Nakayama, “Shadow theory of diffraction grating : A numerical example for TE wave”, IEICE Trans. Electron., Vol. E92-C, No. 3, pp. 370–373, 2009.

(4) R. Petit editing, Electromagnetic theory of gratings, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1980.

(5) K. Rokushima and J. Yamakita, “Analysis of anisotropic dielectric gratings”, J. Opt. Soc. Am., Vol. 73, No. 7, pp. 901–908, 1983.

(6) 山崎恒樹，計算電磁気学，6 章，培風館，2003 年.

(7) R. Ozaki, T. Yamasaki and T. Hinata, “Scattering of electromagnetic waves by dielectric gratings with dielectric rectangular cylinders sandwiched between two multilayers”, IEEJ Trans., FM., Vol. 129, No. 10, pp. 718–724, 2009.

(8) 若林秀昭，浅居正充，松本恵治，山北次郎，“影理論を用いた誘電体回折格子による散乱界表現”，電子情報通信学会論文誌 C，Vol. J93-C，No. 3，pp. 81–90，2010 年.

(9) 山北次郎，若林秀昭，松本恵治，浅居正充，“誘電体回折格子への影理論の適用について”，電気学会電磁界理論研究会資料，EMT-08-144，pp. 25–30，2008 年.

(10) H. Wakabayashi, K. Matsumoto, M. Asai and J. Yamakita, “Numerical methods of multilayered dielectric gratings by application of shadow theory to middle regions”, IEICE Transactions on Electronics, Vol. E95-C, No. 1, pp. 44–52, January 2012.

(11) 山北次郎，若林秀昭，松本恵治，浅居正充，“多層誘電体周期構造媒質による散乱界解析への影理論の応用”，電気学会電磁界理論研究会資料，EMT-09-119，pp. 103–108，2009 年.

(12) 梅田一彰，山内 仁，若林秀昭，山北次郎，“影理論の散乱因子を用いた導電性ストリップを持つ複合誘電体格子の計算法”，電気学会電磁界理論研究会資料，EMT-11-42，pp. 209–214，2011 年.

(13) 梅田一彰，山内 仁，若林秀昭，山北次郎，“散乱因子を用いた金属ストリップを持つ複合グレーティングの計算法と解析”，第 13 回 IEEE 広島支部学生シンポジウム論文集，A-2，pp.2–4，2011 年.

(14) 佐藤慎悟，長谷川　弘治，“多層周期構造による平面波散乱特性の有限要素解析法の比較”，計算数理工学論文集，Vol. 7，No. 2，論文 No. 08-080317，2008 年．

(15) 山崎恒樹，尾崎亮介，日向 隆，“平行なストリップ導体を装荷した不均質誘電体グレーティングによる電磁波の散乱”，電気学会電磁界理論研究会資料，EMT-09-121，pp. 115–120，2009 年．

(付録)　係数行列の固有値と固有ベクトル

式 (10) の係数行列 $[C]$ に対して，固有値の 2 乗 $\{\xi_m^2\}$ を計算できるので，必ず，$\{\pm\xi_m\}$ が固有値となる．係数行列 $[C]$ を小行列 $[Q_1]$，$[Q_2]$ を用いて，

$$[C] = \begin{bmatrix} [0] & [Q_1] \\ [Q_2] & [0] \end{bmatrix} \tag{56}$$

のように表す．$[C]$ の固有値行列を $\overline{[\delta_{mn}\kappa_m]}$，固有ベクトル行列を $[T]$ とすれば，

$$[C][T] = [T]\overline{[\delta_{mn}\kappa_m]} \tag{57}$$

のように表される．ここで，$[T]$ について小行列を用いて表すと，

$$[T] = \begin{bmatrix} [T_1] & [T_1'] \\ [T_2] & [T_2'] \end{bmatrix} \tag{58}$$

のようになり，式 (57) は，

$$\begin{bmatrix} [0] & [Q_1] \\ [Q_2] & [0] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [T_1] \\ [T_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_1] \\ [T_2] \end{bmatrix}[\delta_{mn}\kappa_m], \qquad \begin{bmatrix} [0] & [Q_1] \\ [Q_2] & [0] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [T_1'] \\ [T_2'] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_1'] \\ [T_2'] \end{bmatrix}[\delta_{mn}\kappa_m'] \tag{59}$$

となる．小行列だけを用いて演算すれば，

$$[Q_1][Q_2][T_1] = [Q_1][T_2][\delta_{mn}\kappa_m] = [T_1][\delta_{mn}\kappa_m^2] \tag{60}$$

$$[Q_2][Q_1][T_2] = [Q_2][T_1][\delta_{mn}\kappa_m] = [T_2][\delta_{mn}\kappa_m^2] \tag{61}$$

$$[Q_1][Q_2][T_1'] = [Q_1][T_2'][\delta_{mn}\kappa_m'] = [T_1'][\delta_{mn}\kappa_m'^2] \tag{62}$$

$$[Q_2][Q_1][T_2'] = [Q_2][T_1'][\delta_{mn}\kappa_m'] = [T_2'][\delta_{mn}\kappa_m'^2] \tag{63}$$

のようになるので，$\kappa_m^2 = \kappa_m'^2 = \xi_m^2$，$[T_1] = [T_1']$，$[T_2] = [T_2']$ となることがわかる．つまり，$\big[[Q_1]\,[Q_2]\big]$ の対角化行列は $[T_1]$，$\big[[Q_2]\,[Q_1]\big]$ の対角化行列は $[Q_2]$ であり，両行列の固有値は共に，$\{\kappa_m^2\}$ である．$\kappa_m^2 \neq 0$ であれば，全体の固有値行列 $\overline{[\delta_{mn}\kappa_m]}$ は，

$$\overline{[\delta_{mn}\kappa_m]} = \begin{bmatrix} [\delta_{mn}\kappa_m] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn}\kappa_m'] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\delta_{mn}\xi_m] & [0] \\ [0] & [\delta_{mn}\xi_m] \end{bmatrix} \tag{64}$$

となり，対角化行列は，

$$[T] = \begin{bmatrix} -[Q_2]^{-1}[T_2][\delta_{mn}\xi_m] & [Q_2]^{-1}[T_2][\delta_{mn}\xi_m] \\ [T_2] & [T_2] \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} [Q_1][T_2] & [Q_1][T_2] \\ -[T_2][\delta_{mn}\xi_m] & [T_2][\delta_{mn}\xi_m] \end{bmatrix} \tag{65}$$

のように表される．ここで，記号 ”⇒” は固有値ベクトルを適切に規格化したことを意味する．さらに，計算誤差の関係から，逆行列演算を含まないように，固有ベクトルを変形している．一般に，非可逆媒質以外の波動問題においては，係数行列 $[C]$ は全て，このタイプの行列である．また，本計算法を用いれば，$\kappa_m^2 = 0$ すなわち固有値が 0 で縮退しても固有ベクトル 1 つは必ず決定できる．

輻射科学研究会資料
RS11-14

小型アンテナへの応用を目的とした多重極輻射の考察

Study on Multi-Pole Radiation with the Aim of Small-Size Antenna

松室 尭之　石川 容平　篠原 真毅
Takayuki Matsumuro　*Yohei Ishikawa*　*Naoki Shinohara*

京都大学　生存圏研究所
Research Institute for Sustainable Humanosphere, Kyoto University

2012 年 3 月 26 日（月）
於：大阪府立大学

小型アンテナへの応用を目的とした多重極輻射の考察

松室 尭之、石川 容平、篠原 真毅（京都大学）

概要

小型アンテナへの応用を目的として、平面波の展開係数を用いて合成すると原点を波源とする球面波が干渉により指向性を持つという現象について解析を行っている。合成球面波の原点近傍における瞬時電力密度の計算を行い、近傍界の様子を調べた。また、遠方界の指向性を放射電力を用いて計算した。次に、合成球面波の放射電力は原点近傍においても遠方と同じ値となりエネルギー保存則を満たすことを確認した。また、放射運動量の計算を行い運動量保存則を満たすことを確認した。合成球面波は角運動量の流れを持つことを計算により明らかにした。球面波の原点近傍における角運動量の流れを用いて原点から全方位に放射される電磁エネルギーが前方へ運ばれる過程について検討を行った。また、球面波合成による電磁流を再現する実現可能なアンテナ構造の設計方針について検討した。その放射素子として球形誘電体共振器を提案し、シミュレーションを用いて設計を行った。

1 はじめに

平面波の球面波展開は量子力学における衝突の問題や電磁気学の散乱問題において、従来より用いられている手法である [1][2]。量子力学における部分波の方法では、角運動量指標である次数 l がターゲットと入射粒子との概略距離を決め、低次の部分波が衝突確率に優れた近似解を与える [1]。一方電磁気学の場合は平面波の金属による散乱問題において、境界条件を満足する散乱波のセットが正確な解を与える [2]。

このように平面波の球面波展開は有効な解析手法として知られているが、その物理的な描像を捉えることは困難である。特に電磁波において、全空間に広がって直進してくる平面波を空間的広がりを持たない任意の 1 点から放出または吸収する球面波のセットで表せることはアンテナ理論における実開口面と指向性の関係とは別の現象が起こっていると考えられる [3]。そこで、本研究では小型アンテナに応用することを目的として球面波合成による指向性とその性質について検討を行っている。

2 平面波の球面波展開

x 方向に電界 $\boldsymbol{E}$、y 方向に磁界 $\boldsymbol{H}$ を持ち、真空中を z 正方向に進行する直線偏波は展開係数を $a_\ell^{(E)}$、$a_\ell^{(M)}$ として、次のように球面波展開できる [2]。

$$\boldsymbol{E} = \sum_{\ell=1}^{\infty}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)} + a_\ell^{(M)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{H} = \sum_{\ell=1}^{\infty}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} + a_\ell^{(M)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1} \tag{2}$$

$$a_\ell^{(E)} = a_\ell^{(M)} = \mathrm{i}^{(\ell+2)}\,\frac{\ell(\ell+1)}{2\ell+1} \tag{3}$$

$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)}$、$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)}$ は E 波あるいは TM 波と呼ばれる電気多重極子を波源とする次数 (ℓ, m) すなわち ℓ, m モードの球面波であり、

$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} = \frac{1}{Z_0}\boldsymbol{L}\, j_\ell(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\{-\sin(m\varphi)\}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)} = \frac{\mathrm{i}Z_0}{k}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} \tag{5}$$

で表される。また、$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}$、$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}$ は H 波あるいは TE 波と呼ばれる磁気多重極子を波源とする次数 (ℓ, m) すなわち ℓ, m モードの球面波であり、

$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)} = \boldsymbol{L}\, j_\ell(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\cos(m\varphi)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)} = -\frac{\mathrm{i}k}{Z_0}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)} \tag{7}$$

で表される。ただし、直線偏波を球面波展開した場合、$\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\varphi}$ ではなく $-\sin(m\varphi)$ や $\cos(m\varphi)$ を用いて展開されることに注意する。平面波の球面波展開には次数 m は $m=1$ のみが用いられる。ここで、k は波数、ω は角周波数、Z_0 は真空のインピーダンスを表す。r は原点からの距離、θ は z 軸からの天頂角 $(0 \leq \theta \leq \pi)$、φ は x 軸から y 軸に向かう方位角 $(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$ である。$j_\ell(x)$ は次数 ℓ の球ベッセル関数、$P_\ell^m(x)$ は次数 (ℓ, m) のルジャンドル陪関数であり、$\boldsymbol{L}$ は

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{\mathrm{i}}(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{\nabla}) \tag{8}$$

で定義される演算子である。

また、E 波、H 波の r 方向の関数である球ベッセル関数は 2 つの球ハンケル関数の和で表される。

$$j_\ell(kr) = \frac{1}{2}\{h_\ell^{(1)}(kr) + h_\ell^{(2)}(kr)\} \tag{9}$$

時間項は $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$ であるから、$h_\ell^{(1)}(kr)$ は原点から外向きに進む進行波、$h_\ell^{(2)}(kr)$ は原点に向かって内向きに進む進行波を表す。それぞれの項は $z=0$ の平面から z 軸正方向に進行する半空間の平面波の球面波展開、z 軸負方向から $z=0$ の平面に進行する半空間の平面波の球面波展開に用いる。

本研究では、$h_\ell^{(1)}(kr)$ を用いて $\ell=1$ から $\ell=N$ まで足し合わせた外向き球面波（以降、$\ell_{\max}=N$ の合成球面波と呼ぶ）の解析を行う。本研究で解析する $\ell_{\max}=N$ の合成球面波の複素電界ベクトル $\boldsymbol{E}(t)$ と複素磁界ベクトル $\boldsymbol{H}(t)$ は次式で与える。

$$\boldsymbol{E}(t)=\sum_{\ell=1}^{N}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)}+a_\ell^{(M)}\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{H}(t)=\sum_{\ell=1}^{N}[a_\ell^{(E)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)}+a_\ell^{(M)}\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}]\Big|_{m=1} \tag{11}$$

$$a_\ell^{(E)}=a_\ell^{(M)}=\mathrm{i}^{(\ell+2)}\frac{\ell(\ell+1)}{2\ell+1} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)}=\frac{A}{2Z_0}\boldsymbol{L}\,h_\ell^{(1)}(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\{-\sin(m\varphi)\}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(E)}=\frac{\mathrm{i}Z_0}{k}\nabla\times\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(E)} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)}=\frac{B}{2}\boldsymbol{L}\,h_\ell^{(1)}(kr)P_\ell^m(\cos\theta)\cos(m\varphi)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{H}_{\ell m}^{(M)}=-\frac{\mathrm{i}k}{Z_0}\nabla\times\boldsymbol{E}_{\ell m}^{(M)} \tag{16}$$

球面波の最大次数 N が大きいほど、展開した平面波に漸近する。ここで、A と B はそれぞれ E 波、H 波の振幅項である。本解析では、$A=B=1$ V/m として解析を行った。このとき数式計算ソフトウェア Mathematica を用いた。また、電磁波の周波数は 5.8GHz とした。

3 異なる球面波の干渉による指向性

まず、高次の合成球面波を代表して $\ell_{\max}=10$ の球面波について解析を行った。球面波の様子を明らかにすることを目的として球面波の電力密度分布を計算した。解析を行う球面波の複素電界ベクトルを $\boldsymbol{E}(t)$、複素磁界ベクトルを $\boldsymbol{H}(t)$ とすると、瞬時電力密度は、式 (17) で与えられる瞬時ポインティングベクトルの絶対値で表される。

$$\boldsymbol{S}(t)=\mathrm{Re}[\boldsymbol{E}(t)]\times\mathrm{Re}[\boldsymbol{H}(t)] \tag{17}$$

図 1 に $\ell_{\max}=10$ の合成球面波の $t=0$ における x-z 平面の瞬時電力密度分布を示す。各次数の E 波と H 波が互いに干渉しあい、一点を波源として指向性のある放射が起こっ

ていることが確認できる。また、放射電磁界と比較して高いエネルギー密度となる共振電磁界領域が原点近傍に存在していることがわかる。

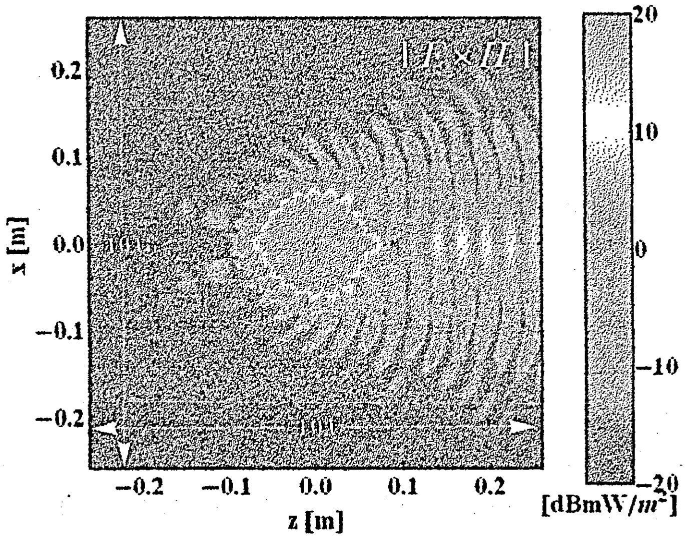


図 1　球面波合成における瞬時電力密度分布（$\ell_{\max} = 10,\ t = 0$）

また図 2 には十分遠方における放射電力密度から求めた $\ell_{\max} = 10$ の合成球面波の電界面における指向性をピークを基準とした dB 表記で示す。図 2 より、片側に $(\ell_{\max} - 1)$ 個のサイドローブが存在していることが分かる。このような異なる球面波の干渉による指向性と比較すると、開口面アンテナの指向性は異なる位置の球面波の干渉による指向性として捉えなおすことが出来る。

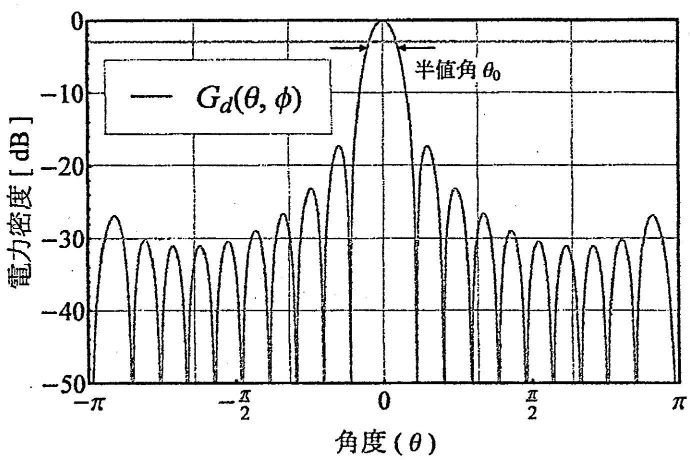


図 2　球面波合成による遠方界の指向性（$\ell_{\max} = 10,\ \varphi = 0$）

4 球面波の計算保証と放射過程の検討

半径 r の球面から出ていく放射電力 $P_s(r)$ は

$$P_s(r) = \oint_S \bar{\boldsymbol{P}} \cdot \boldsymbol{e}_r \, \mathrm{d}S \tag{18}$$

を計算することにより求まる。ここで、S は球面の面積、$\boldsymbol{e}_r$ は r 方向の単位ベクトルであり、$\bar{\boldsymbol{P}}$ はポインティングベクトルの時間平均値

$$\bar{\boldsymbol{P}} \equiv \mathrm{Re}\left[\tilde{\boldsymbol{E}} \times \tilde{\boldsymbol{H}}^*\right] \tag{19}$$

である。ポインティングベクトルの次元は $\mathrm{W/m^2}$ であり、放射電力の次元は W である。最大次数 $\ell_{\max} = 2, 3$ の球面波の放射電力について計算を行った。図 3 にその計算結果を示す。放射電力は積分を行う球面の半径が変化しても一定値であり、エネルギー保存則が満たされている。このことから、球面波の電磁界計算の正確さが保証されたと考えられる。

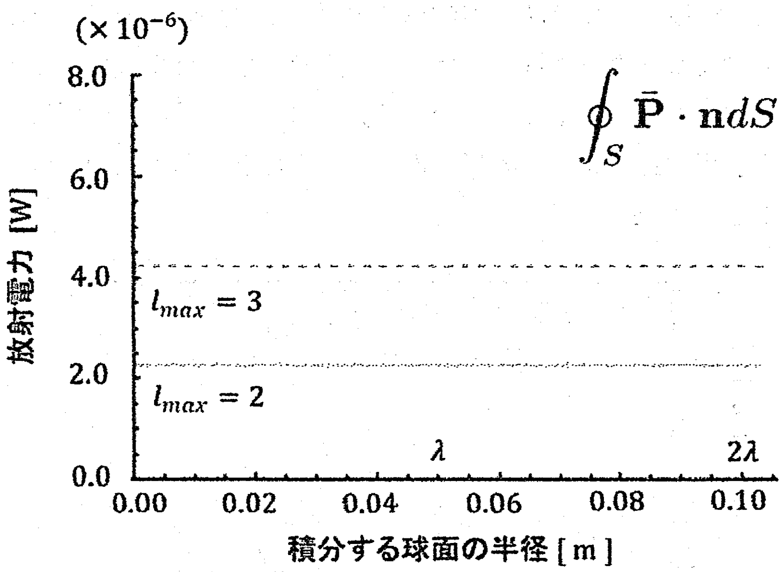


図 3　放射電力の計算結果

単位時間あたりに半径 r の球面から出ていく z 方向の放射運動量 $T_z(r)$ は

$$T_z(r) = \oint_S [(-\bar{\mathrm{T}}) \cdot \boldsymbol{n}] \cdot \boldsymbol{e}_z \, \mathrm{d}S \tag{20}$$

を計算することにより求まる。ここで、$\boldsymbol{n}$ は球面の法線ベクトル、$\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトルであり、T はマクスウェルの応力テンソル [4] の時間平均値

$$\bar{\mathsf{T}} \equiv \mathrm{Re}\ \ \tilde{\boldsymbol{D}}\tilde{\boldsymbol{E}}^* + \tilde{\boldsymbol{B}}\tilde{\boldsymbol{H}}^* - \frac{\mathsf{I}}{2}(\tilde{\boldsymbol{D}}\cdot\tilde{\boldsymbol{E}}^* + \tilde{\boldsymbol{B}}\cdot\tilde{\boldsymbol{H}}^*) \tag{21}$$

である。マクスウェルの応力テンソルは球面の内向きに働く単位面積当たりの張力であるため、放射運動量は符号を反転して与えられることに注意する。ここで、I は単位テンソルである。また、マクスウェルの応力テンソルの次元は $\mathrm{kg{\cdot}m^{-1}{\cdot}s^{-2}}$ であるから、放射運動量の次元は $\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}$ である。このとき、最大次数 $\ell_{\max} = 2, 3$ の球面波の z 方向の放射運動量について計算を行った。図 4 に単位時間当たりの z 方向の放射運動量の計算結果を示す。放射運動量は積分を行う球面の半径が変化しても一定値であり、運動量保存則を満たしている。このことより、電気力学的な側面からも球面波の電磁界計算の正確さが保証されたと言える。

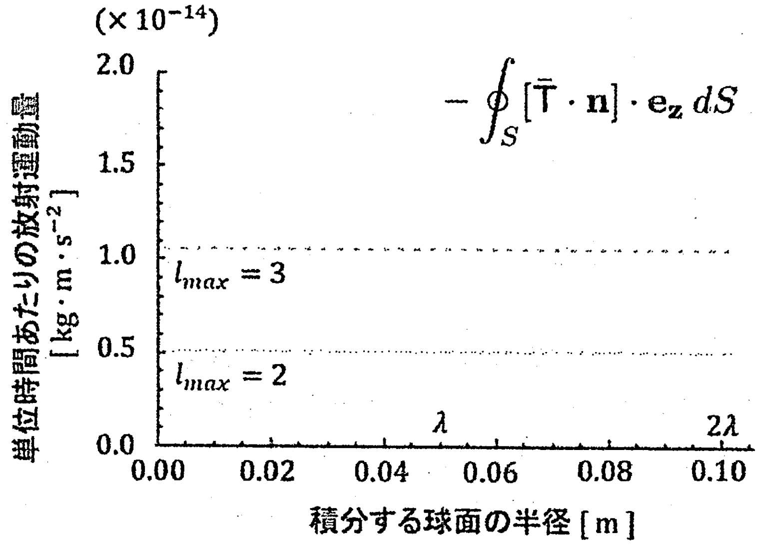


図 4　単位時間当たりの z 方向の放射運動量の計算結果

単位時間あたりに半径 r の球面から出ていく φ 方向の角運動量流 $T_\varphi(r)$ は

$$T_\varphi(r) = \oint_S [[\boldsymbol{r}\times(-\bar{\mathsf{T}})]\cdot\boldsymbol{n}]\cdot\boldsymbol{e}_\varphi\,\mathrm{d}S \tag{22}$$

を計算することにより求まる。ここで、$\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル、$\boldsymbol{n}$ は球面の法線ベクトル、$\boldsymbol{e}_\varphi$ は φ 方向の単位ベクトルであり、T はマクスウェルの応力テンソルの時間平均値である。$[\boldsymbol{r}\times(-\bar{\mathsf{T}})]$ の次元は $\mathrm{kg{\cdot}s^{-2}}$ であるから、$T_\varphi(r)$ の次元は $\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-2}}$ となる。最大次数

$\ell_{\max}=2,3$ の球面波の φ 方向の角運動量流について計算を行った。図 5 にその計算結果を示す。エネルギー、運動量の場合と異なり角運動量は原点から r^{-3} の速さで減衰し、原点近傍から有効開口半径程度に留まることが明らかとなった。角運動量は軸性ベクトルであり空間を違えて逆向きのベクトルが存在しているため、その総量は 0 で保存されていると考えられる。

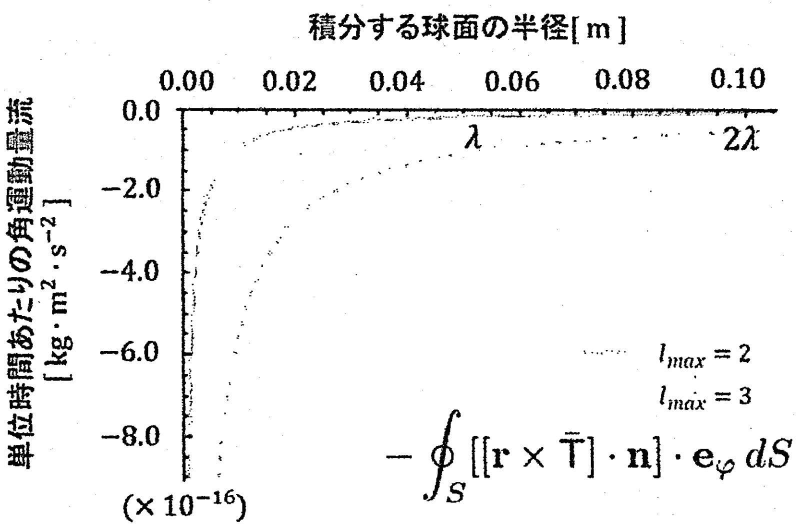


図 5　原点近傍の単位時間当たりの角運動量流の計算結果

φ 方向成分の角運動量によって、球面波の放射過程を検討する。図 6 に球面波の電磁界の様子を力学的モデルと波動的モデルで表現したものを示す。この図では波源である原点の多重極から放射される φ 方向成分の角運動量を、力学的モデルでは回転する歯車で表現している。さらに力学的モデルでは回転する歯車として表現できる φ 方向成分の角運動量から、力学的モデルではボールとして表現できる放射電磁界がエネルギー・運動量・角運動量を受け取るため、図 6 に示されるように、原点から離れた場所から放射が起こる。このように考えると、角運動量は原点から離れた場所から放射を起こす役割を果たしていると言える。そのため原点からの指向性のあるエネルギー放射が実現される。ここで放射する電磁界を波動的モデルで表現した場合、空間を違えて逆向きの角運動量を持った電磁界がお互いに干渉しあうため、角運動量の絶対値は干渉によって減衰し、遠方には伝搬しないことが分かる。これは、図 5 に示した角運動量が有効開口半径程度に留まるという解析結果と一致する。

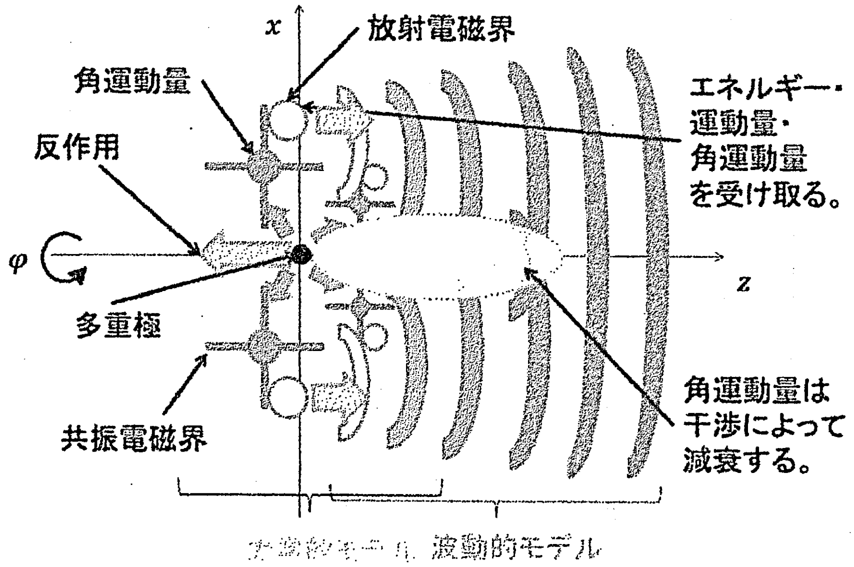


図 6　角運動量によるビーム形成モデル

5　等価定理を用いたアレー状アンテナ構造

高次の球面波は無限小の多重極を波源とするため、原点におけるエネルギー密度は非常に大きく、電磁界がきわめて複雑であり、小さなハードウェアへの給電は難しいため、直接アンテナとすることは困難である。そこで、閉曲面上の接線方向成分の電磁流が同じであれば、遠方界では等価な放射であるとみなすことが出来るという、等価定理の考え方を球面波合成を実現するアンテナハードウェアの設計方針として用いることを考える。すなわち、図 7 に示すように等価定理の考え方を用いて原点から有限長離れた閉曲面上において球面波合成による電磁流を再現する実現可能なアンテナ構造について検討する。このことにより原点から有限長だけ離れた閉曲面上に構成するアンテナ構造となるため、原点において多重極を実際のアンテナで実現する場合に問題となる大きなエネルギー密度、電磁界の複雑さ、給電の困難さなどの問題を解消することが出来る。このとき指向性利得から求まる有効開口面積より小さな閉曲面上で球面波合成による電磁界を再現するアンテナを構成することにより実効的大開口径を持つ小型アンテナを実現できる。

図 8 に $\ell_{\max} = 3$ の合成球面波の球表面における電磁界を示す。球面上の各点における電界ベクトルと磁界ベクトルの単位ベクトルをそれぞれ計算した結果である。電界ベクトルは赤色のベクトル、磁界ベクトルは青色のベクトルで表現している。x-z 平面において

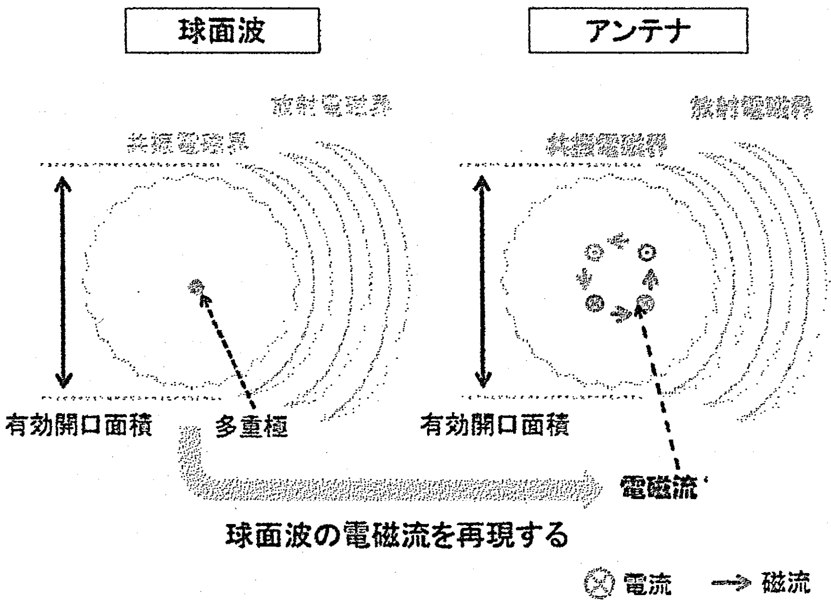


図７　等価定理を用いたアンテナ構造設計のイメージ

は電界が楕円偏波であり、磁界は電界の偏波面に対して垂直な直線偏波であることがわかる。一方 y-z 平面においては電界と磁界の役割が入れ替わり電界が直線偏波、磁界が楕円偏波であることが読み取れる。このことから球面波の電界と磁界を再現する放射素子は、電界と磁界を独立に操作可能でかつ任意の直線偏波、円偏波、楕円偏波を励振できる必要があると考えられる。

図９に示すような球形２重構造を持つ誘電体共振器を放射素子として用いることを考える。誘電体共振器は中心に高誘電率の誘電体または導体を用いて、TE11 モードと TM11 モードを縮退させる。誘電体共振器の TE モードの磁界を用いて球面波の磁界を再現し、TM モードの電界を用いて球面波の電界を再現する。各モードの電界、磁界を用いることで電界と磁界は独立に操作可能であり、対称性から電界・磁界それぞれにおいて、直線偏波だけでなく任意の偏波面を持つ円偏波や楕円偏波が個別に励振できるため、球面波の電磁界を再現することが可能であると考えられる。有限要素法による電磁界シミュレーター Femtet の共振解析を用いて球形誘電体共振器の TE11 モードと TM11 モードの縮退について検討を行った。

共振器全体の直径 が 9.56 mm、中心導体の直径 が 3.82 mm のとき z 軸に対して回転対称な TE^{Z}_{11} モードの共振周波数は 5.797 GHz となった。また、z 軸に対して回転対称な TM^{Z}_{11} モードの共振周波数は 5.792 GHz となった。このとき、TE^{Z}_{11} モードと

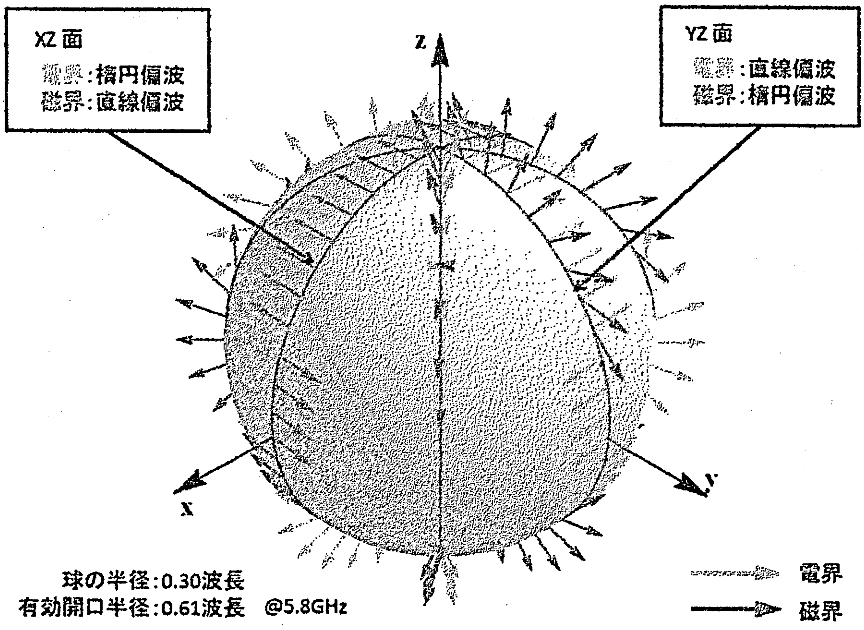


図 8　球表面における合成球面波の電磁界 ($\ell_{\max} = 3$)

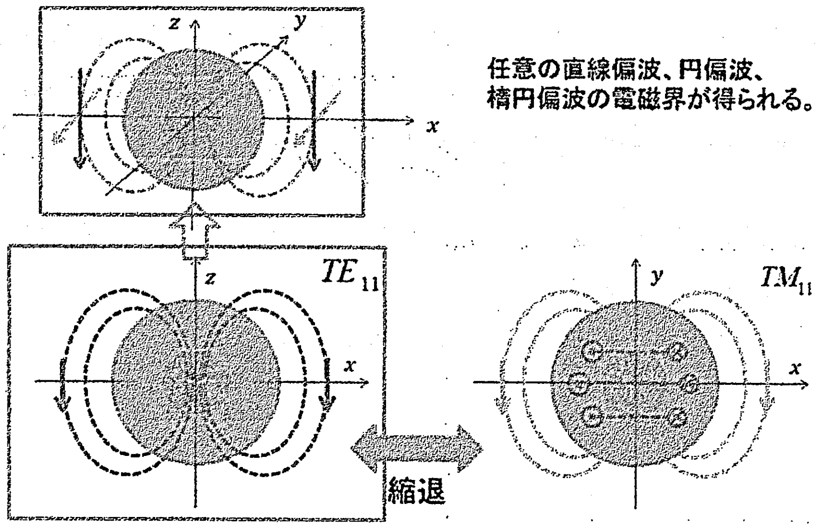


図 9　2 重構造の球形誘電体共振器

TM^{z}_{11} モードの共振周波数がほぼ一致し、2 つのモードが縮退していることが確認された。ただし解析空間の直径 は 88.24 mm、外部境界条件は吸収境界条件を用いた。図 10 に TE^{z}_{11} モードの x-y 平面における電界ベクトルを、図 11 に TE^{z}_{11} モードの z-x 平面における磁界ベクトルを示す。図 12 に TM^{z}_{11} モードの z-x 平面における電界ベクトルを、図 13 に TM^{z}_{11} モードの x-y 平面における磁界ベクトルを示す。TE^{z}_{11} モードの複素周波数は $5.797 \times 10^9 + \mathrm{j}\,6.825 \times 10^7$ Hz であり、放射Q値 Q_r は 84.9 と求まる。TM^{z}_{11} モードの複素周波数は $5.782 \times 10^9 + \mathrm{j}\,3.325 \times 10^7$ Hz であり、放射Q値 Q_r は 174 と求まる。また、無負荷Q値は導体損が支配的であると考えられる。導体として銀（導電率 6.289×10^7 S/m）を用いた場合、TE^{z}_{11} モードの導体損による無負荷Q値 Q_0 は 4511 と求まり、TM^{z}_{11} モードの導体損による無負荷Q値 Q_0 は 7314 と求まった。以上より、TE^{z}_{11} モード、TM^{z}_{11} モードの放射効率は 1.85%、2.32% と求まる。

謝辞

有益なご議論をいただいた（株）村田製作所の柳ヶ瀬雅司氏、田村博氏に感謝の意を表します。

参考文献

[1] L.I. シッフ（井上健 訳），『量子力学』, 吉岡書店, pp.120-128, 1957, （L.I. Sciff, "Quantum Mechanics Second Edition", The McGraw-Hill Book Company, 1955.）

[2] J.D. ジャクソン（西田稔 訳），『電磁気学（下）』, 吉岡書店, pp.640-643, pp.698-699, 2003, （J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics 3rd edition", John Wiley & Sons, 1998.）

[3] 石川容平, IEEE MTT-S Kansai Chapter 設立総会記念講演会資料『光・マイクロ波のエネルギーを集める』, 2007.

[4] 北野正雄,『マクスウェル方程式—電磁気学のよりよい理解のために』, サイエンス社, pp.123-128, 2005.

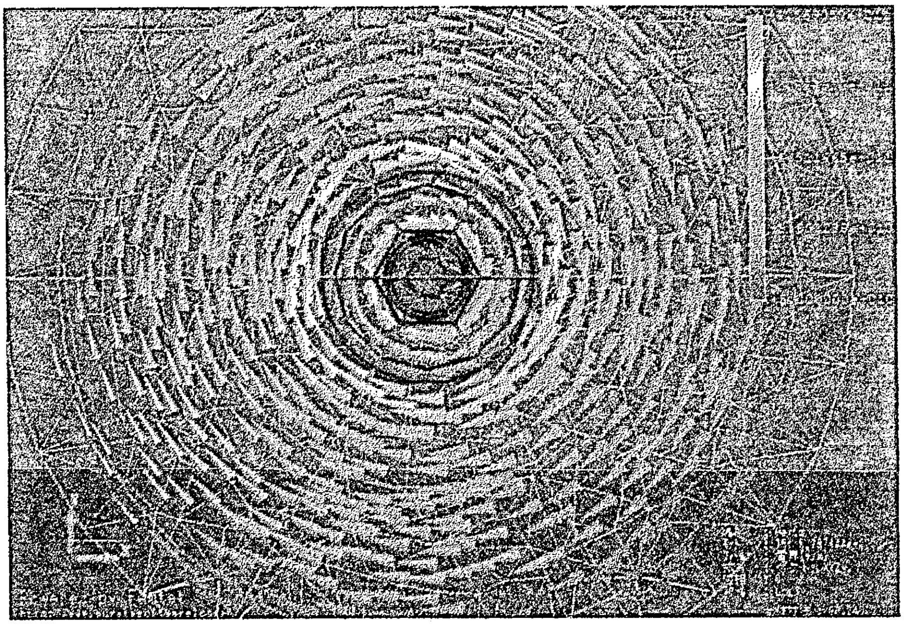


図 10　TE^{Z}_{11} モードの x-y 平面における電界ベクトル（5.797 GHz）

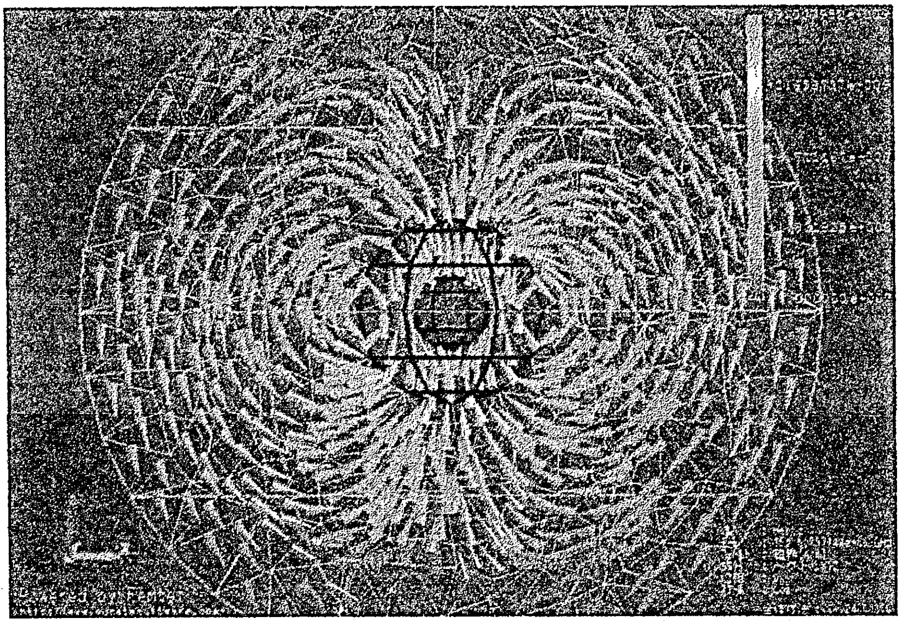


図 11　TE^{Z}_{11} モードの z-x 平面における磁界ベクトル（5.797 GHz）

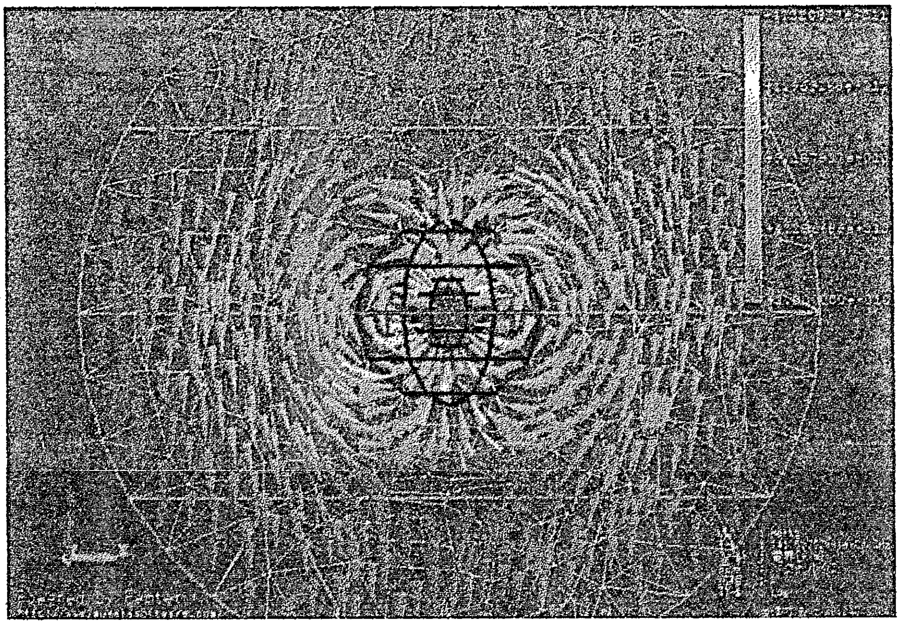


図 12　TM^Z_{11} モードの z-x 平面における電界ベクトル（5.792 GHz）

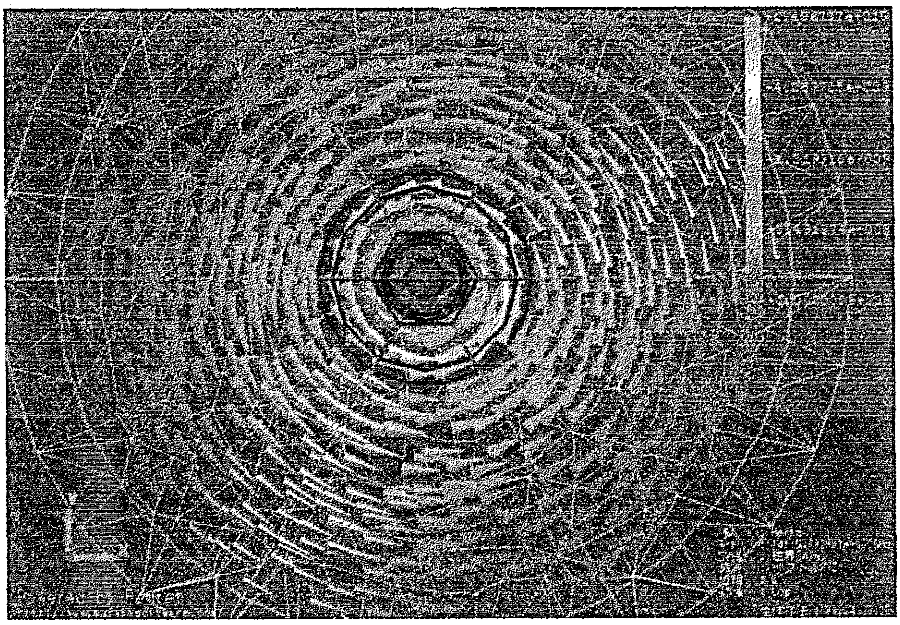


図 13　TM^Z_{11} モードの x-y 平面における磁界ベクトル（5.792 GHz）

輻射科学研究会資料
RS11-15

THz 時間領域分光法の妥当性確認と THz 波の時間波形の再構築

Validation of THz time-domain spectroscopy and reconstruction of temporal waveform of THz-wave

和田健司，木本琢也，竹本直史
橋井　匠，松山哲也，堀中博道
大阪府立大学大学院　工学研究科

Kenji Wada, Takuya Kimoto, Naofumi Takemoto,
Takumi Hashii, Tetsuya Matsuyama, Hiromichi Horinaka
Osaka Prefecture University

2012 年 3 月 26 日

於　大阪府立大学

THz 時間領域分光法の妥当性確認と THz 波の時間波形の再構築

和田健司，木本琢也，竹本直史，橋井　匠，松山哲也，堀中博道
大阪府立大学大学院　工学研究科
wada@pe.osakafu-u.ac.jp

要旨

2本と5本の縦モードで記述される2波長定常光とモード同期パルスをそれぞれ入力光とする簡易な数値計算モデルを用いて，テラヘルツ時間領域分光法（THz-TDS）に対する数値シミュレーションを行った．その結果，モード同期パルスの入力に対しても，2波長定常光の場合と同じく，縦モード間の周波数差にもとづくビート電流によって THz 波の発生を説明できることがわかった．また，THz-TDS で観測される波形は THz 波と光キャリアの両時間波形の相互相関波形であり，THz 波の時間波形を再生するためには，周波数ωの重み関数を乗じたデコンボリューションが必要であることを示した．ただし，THz-TDS では，相互相関波形を利用して，正確に測定試料の複素透過係数が読み出せることを確認した．

1. はじめに

現在，テラヘルツ（THz）帯と呼ばれる 0.1～10 ×10^{12} Hz の周波数帯は，電波法で定める電波の周波数上限（3 THz）付近に相当し，以前はサブミリ波帯として，その利用が，天文学や軍事などの特殊な用途に限定されているイメージが強かった．これは，THz 波の発生や検出に大型で高価な装置が必要であったためである．しかし最近では，レーザー関連技術（特にフェムト秒モード同期レーザー）の進展に伴い，比較的小型で安価な THz 波発生・検出装置が利用可能となり，防犯，通信，イメージングなど幅広い分野で THz 波の応用が提案されるようになってきた[1]．特に THz 帯は分子の構造や運動状態を調べる分光の窓として適しており，THz 分光から多くの重要な情報が得られると期待されている．

THz 分光では，室温で高感度な測定が行えることから，THz 時間領域分光法（THz-TDS）がよく適用される．典型的な THz-TDS では，まず，一対の光伝導アンテナにフェムト秒光パルスをポンプ光，プローブ光として入力し，相互相関測定を行うことにより，THz 波の時間波形を取得する．次に，測定対象の試料を実験系に挿入して同じ測定を行う．得られた2つの THz 波の時間波形をフーリエ変換した複素スペクトルの情報より，試料の複素透過係数が求まり，複素屈折率に換算することができる．

このシナリオの中では，相互相関によって光サンプリングが実行され，THz 波電界の時間波形が取得できるという説明がなされている．しかし，プローブパルスにポンプパルスと同じ時間幅のフェムト秒パルスを用いること，THz 波と相互相関する対象は，プローブパルスによって発生する光キャリアであり，これはアンテナ媒質の帯域制限を受けて時間的に広がってしまうことを考慮すると，上記の光サンプリングの概念にもとづく説明は必ずしも適切ではないと感じる．また，基本的に相互相関によって得られる物理量はエネルギーであり，電界の次元ではないため，相互相関測定により THz 波の時間波形を取得できるとする THz-TDS の説明は，再考の余地があると思われる．そこで本研究では，簡単な数値計算モデルを用いて THz-TDS のシミュレーションを行い，

観測データの波形形状やその物理的意味を調べることにより，THz-TDS の妥当性について考察するとともに，THz 波や入力光パルスに対する時間波形の再生について検討したので報告する．

2. THz-TDS の数値計算モデル

図 1 に数値計算モデルとして用いた典型的な THz-TDS の実験系を示す．入力レーザー光はポンプ光とプローブ光に二分され，光伝導アンテナ内の金属電極間の狭いギャップにポンプ光が集光される．ギャップで生成した光キャリアは，金属電極間に印加されたバイアス電圧によって過渡電流 $J(t)$として流れる．この電流の時間微分に比例した電界 $E(t)$の大きさをもつ電磁波が空間に放射される（$E(t) \sim \mathrm{d}J(t)/\mathrm{d}t$）．ここでは，放射された電磁波を THz 波と想定する．THz 波は軸外し放物面鏡で平行ビームに変換され，試料に照射される．試料を透過した THz 波成分は，再び軸外し放物面鏡を経由して，もう一方の光伝導アンテナ内のギャップに集光される．このギャップにはプローブ光を集光することにより，光キャリアが生成され，入力した THz 波電界によって決まるギャップ電位に比例した電流が外部に流れる．このとき，プローブ光側に設けた遅延軸を掃引することにより，THz 波と光キャリアの時間波形間の相互相関波形（従来の説明では THz 波の時間波形）が得られる．試料ありと試料なしのときに観測した相互相関波形をそれぞれフーリエ変換して複素周波数

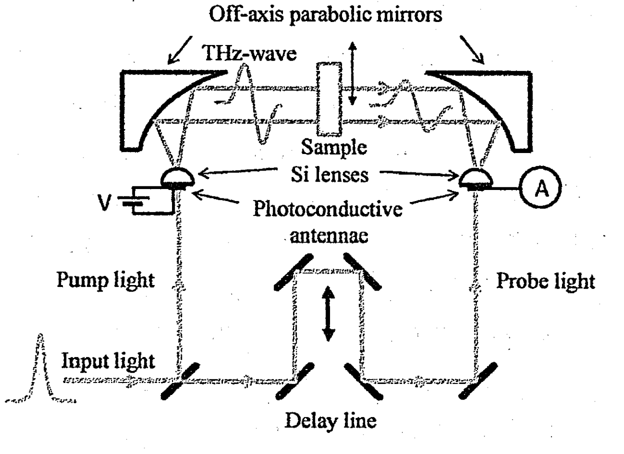


図 1. 典型的な THz-TDS の実験系

スペクトルを求め，振幅と位相に分離して計算すると，試料の複素透過係数が得られる．

数値計算に用いる入力光として，比較のために以下の 2 波長定常（cw）光とモード同期パルスの二種類を想定する．THz-TDS はオーストンスイッチを起点として提案された手法であるため，フェムト秒光パルスを入力光とすることが基本であり，時間領域で THz 波発生の説明がなされることが多い．一方，2 波長 cw 光を入力する場合は，縦モード間の周波数差にもとづくビート電流に起因して THz 波が発生するとして周波数領域で説明される．筆者の考えでは，むしろ 2 波長 cw 光入力が基本であり，フェムト秒モード同期パルスは，縦モード数を増大させた応用として捉えた方が理解しやすいと考え，これを明らかにするために以下のシミュレーションを行った．

・2 波長 cw 光

$$E_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(i2\pi\cdot 50t)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(i2\pi\cdot 54t) \tag{1}$$

・モード同期パルス

$$E_1(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 50t)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 54t)$$

$$E_3(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 58t) \tag{2}$$

$$E_4(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 62t)$$

$$E_5(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 66t)$$

ここで，$E_1(t)$～$E_5(t)$はレーザー出力の各縦モードの光電界である．各縦モードの中心周波数 f_1～f_5 は 50～66 で，モード間隔 δf は 4 と設定した．周波数は $\delta f/4$ で規格化し，δf～$4\delta f$ が THz 帯に属すると想定している．振幅は各モードで等しく，二種類の入力光において時間平均強度が等しく 1 となるように設定した．実際のモード同期パルスでは，モード間隔が 100

MHz (=共振器長 3 m), 中心周波数が 375 THz (=中心波長 800 nm)程度になり, その比は3.75×10^6(= 375 THz/100 MHz) である. また, レーザーの利得帯域を 20 THz とすると, その中に含まれる縦モード数は 2×10^5 (= 20 THz/100 MHz) に達する. 式(2)で記述するTHz帯のモード間隔δf をもつモード同期レーザーとは, サブミリメートルの共振器長を想定することになる. このように実際の条件とは異なるが, 計算の簡単化のため, ここでは5本の縦モードと低い中心周波数 ($f_3/\delta f = 58/4 = 14.5$) を仮定してモード同期パルスをシミュレートする. 図2に二種類の入力光の強度スペクトルを示す. 数値計算の際には, 各光電界を 2^{16} (65536) 個の時系列データで表現し, フーリエ変換には高速フーリエ変換(FFT)を用いた.

3. THz 波の発生

光伝導アンテナで生成される光キャリアの時間変化 $n(t)$は, 式(1), (2)で記述される入力光の合成電界 $E_{sum}(t)$の強度波形$|E_{sum}(t)|^2$に比例する. 2 波長 cw 光とモード同期パルスの強度時間波形と周波数スペクトルを図3と図4にそれぞれ示す. 2 波長 cw 光の場合, 強度波形$|E_{sum}(t)|^2$は式(1)を代入することにより

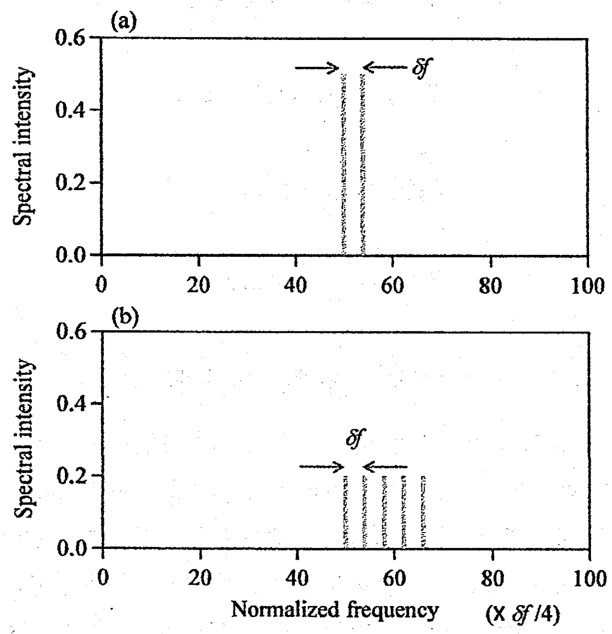


図 2. 入力光 ((a)2 波長 cw 光, (b)モード同期パルス) の強度スペクトル

次式となる.

$$n(t) \propto |E_{\mathrm{sum}}(t)|^2 = 1 + \cos(2\pi\delta f t) \qquad (3)$$

図3の結果は式(3)に一致し, 2 波長 cw 光のビート周波数δfで光キャリアが変調度 100%で変調されている. 一方, 図4のモード同期パルスの場合, 強度波形$|E_{sum}(t)|^2$は図 2(b)の線スペクトルの包絡線が方形波 (帯域幅 4δf) となることを反映して sinc 関数になり, 繰り返し周期 1/ δf, 時間幅 0.2/ δfのパルス列を示している. 上と同様に$|E_{sum}(t)|^2$に式(2)を代入すると次式を得る.

$$n(t) \propto |E_{\mathrm{sum}}(t)|^2$$
$$= 1 + \frac{8}{5}\cos(2\pi\cdot\delta f t) + \frac{6}{5}\cos(2\pi\cdot 2\delta f t)$$
$$+ \frac{4}{5}\cos(2\pi\cdot 3\delta f t) + \frac{2}{5}\cos(2\pi\cdot 4\delta f t) \qquad (4)$$

モード同期パルスの時間波形をフーリエ変換した結果の図 4(b)を見ると, 図 2(b)の縦モードの組み合わせから生成可能な4個のビート周波数成分δf, 2δf, 3δf, 4δfが強度比 4:3:2:1 の割合で発生しており, 式(4)に一致することがわかる. ビート周波数δfは(E_1, E_2), (E_2, E_3), (E_3, E_4), (E_4, E_5)の 4 通り, 2δfは(E_1, E_3), (E_2, E_4), (E_3, E_5)の 3 通り, 3δfは(E_1, E_4), (E_2, E_5)の 2 通り, 4δfは(E_1, E_5)の 1 通りの組み合わせで発生することから, 図 4(b)の強度比は, この縦モードの組み合わせ数の比に一致する. これは, モード同期の条件として, 式(2)の光電界間には位相差が生じないように初期位相をすべてゼロとし, また, 5本の縦モードの振幅を等しく設定したため, すべての縦モードが均等にビート周波数の生成に寄与する条件が整ったことによる. この結果から, モード同期パルス入力で生成するパルス状の光キャリアも, 2 波長 cw 光入力時と同じく, 縦モード間のビート周波数で時間的に変調されていると理解することができる. ただし, モード同期パルス入力の場合には, 複数のビート周波数が発生するため, 縦モード間に位相差がある場合は, パルス強度波形が変化し, これに伴い, ビート周波数成分の強度比も変動する.

また, 式(3), (4)より $n(t)$は実数かつ偶関数であるた

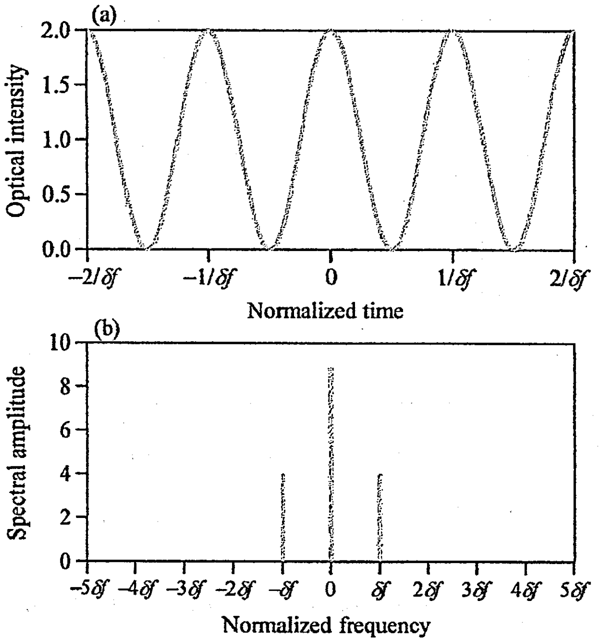


図 3. 2 波長 cw 光の(a)強度時間波形と(b)周波数スペクトル

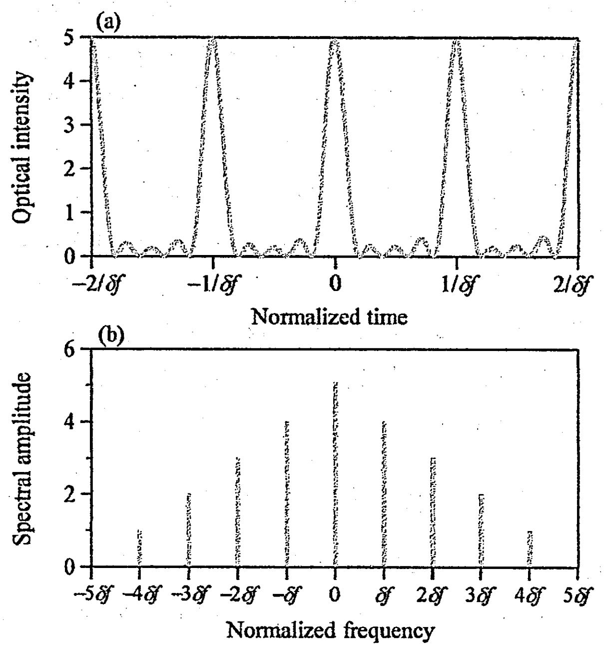


図 4. モード同期パルスの(a)強度時間波形と(b)周波数スペクトル

め，フーリエ変換の性質から $n(t)$をフーリエ変換した周波数スペクトル$\tilde{n}(\omega)$は任意の入力光$E_{\mathrm{sum}}(t)$に対して実数となる．これは，図 3(b), 4(b)の周波数スペクトルが対称な複素共役光成分をもつことに対応している．発生した光キャリア $n(t)$は，金属電極間に印加されたバイアス電圧 Vによって次式の瞬時電流 $J(t)$として流れる．

$$J(t) = e\mu n(t)V/d \tag{5}$$

ここで，e は電荷素量，μはキャリア移動度，d はギャップ長である．光伝導アンテナは，低温成長 GaAs 基板を用いて超高速なキャリア緩和（~0.1 ps）を実現した広帯域素子であり，簡単のため，ここでは，その周波数帯域が $15\delta f$ 以上あると仮定する．この条件では，図 3, 4 のビート周波数成分は，帯域制限を受けることなくギャップを瞬時電流として流れる．このとき空間に放射される THz 波の時間波形 $E_{\mathrm{THz0}}(t)$ とその周波数スペクトル$\tilde{E}_{\mathrm{THz0}}(\omega)$ は以下となる．

$$E_{THz0}(t) \propto \frac{dJ(t)}{dt} \propto \frac{dn(t)}{dt} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{THz0}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_{THz0}(t)\, e^{-i\omega t} dt \\ &\propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dn(t)}{dt} e^{-i\omega t} dt = i\omega \int_{-\infty}^{\infty} n(t)\, e^{-i\omega t} dt \\ &= i\omega \tilde{n}(\omega)\end{aligned} \tag{7}$$

式(3), (4)の二種類の入力光に対する光キャリアの時間変化 $n(t)$を式(6)に代入すると，THz 波の時間波形 $E_{\mathrm{THz0}}(t)$はそれぞれ次のように求まる．

・2 波長 cw 光：

$$E_{THz0}(t) \propto \frac{dn(t)}{dt} = -2\pi\delta f \sin(2\pi\delta f t) \tag{8}$$

・モード同期パルス：

$$\begin{aligned}E_{THz0}(t) &\propto \frac{dn(t)}{dt} \\ &= -\frac{16\pi\delta f}{5}\sin(2\pi\cdot\delta f t) - \frac{24\pi\delta f}{5}\sin(2\pi\cdot 2\delta f t) \\ &\quad -\frac{24\pi\delta f}{5}\sin(2\pi\cdot 3\delta f t) - \frac{16\pi\delta f}{5}\sin(2\pi\cdot 4\delta f t)\end{aligned} \tag{9}$$

図 3(a), 4(a)に示した二種類の入力光の強度時間波形を数値的に時間微分して描いた THz 波の時間波形をその周波数スペクトルとともに図 5, 6 にそれぞれ示す．いずれも時間微分によって直流成分は除去され

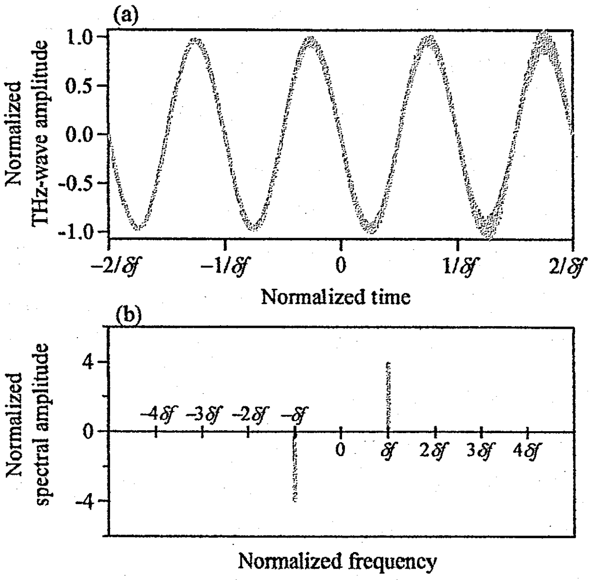


図 5. 2 波長 cw 光の入力により発生した THz 波の(a)時間波形と(b)その周波数スペクトル

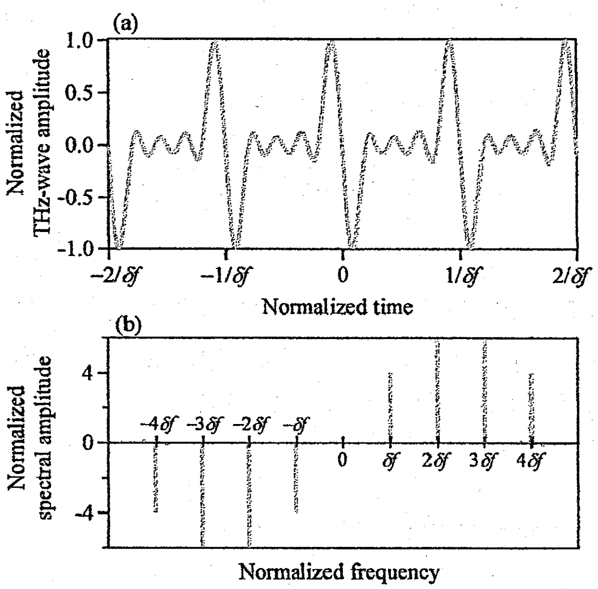


図 6. モード同期パルスの入力により発生した THz 波の(a)時間波形と(b)その周波数スペクトル

ている．図 5 の 2 波長 cw 光の場合は，周波数成分δfしか含まないため，時間微分により余弦波形の位相が$\pi/2$ 進み正弦波形に移行するだけである．ただし，時間微分により，時間波形が偶関数から奇関数に変換されるため，周波数スペクトルは，複素共役光成分の符号が負となる非対称な形状を示している．このことは，式(7)が純虚数であることに対応する．

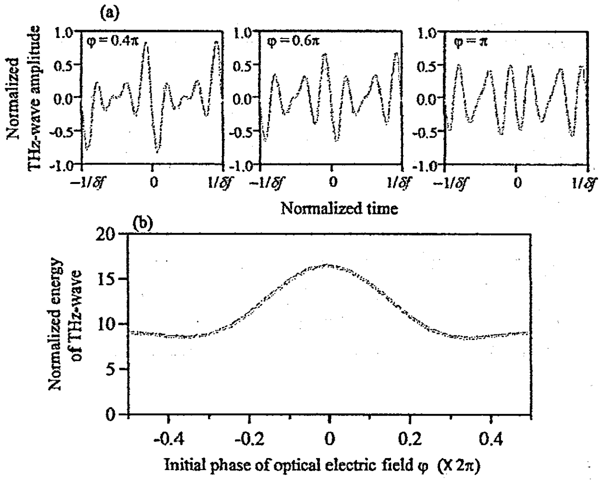


図 7. THz 波エネルギーに対する入力波形の依存性

一方，図 6 のモード同期パルスの場合，時間微分により時間波形がパルス状から分散曲線状に変化する．周波数スペクトルは，2 波長 cw 光の場合と同じく，複素共役光成分の符号が負になっている．また，4 個のビート周波数成分δf, $2\delta f$, $3\delta f$, $4\delta f$の強度比は 4:6:6:4 となっている．これは，図 4(b)の$\tilde{n}(\omega)$の周波数成分の比率に，式(7)で示されるように周波数ωの重み関数が掛かることにもとづき，これを考慮して計算すると，$2\pi\delta f\cdot 4$: $4\pi\delta f\cdot 3$: $6\pi\delta f\cdot 2$: $8\pi\delta f\cdot 1$ = 4:6:6:4 の比率が得られる．以上のことは，式(8), (9)の表記に一致する．

光キャリアの時間関数が THz 波の発生効率に与える影響を見積もるため，式(2)の光電界成分 E_3 のみ位相差を次式のように与えた．

$$E_3(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}\exp(i2\pi\cdot 58t + i\varphi) \tag{10}$$

φを$-\pi$からπまで$\pi/20$ ずつ変化させ，図 6 と同じ計算を行った．得られた結果を図 7 に示す．図 7(a)には $\varphi = 0.4\pi$, 0.6π, πのときの THz 波の時間波形を描いた．φが逆相πに近づくにつれて分散曲線のピークが低下し，定常発振に近づく様子が見える．図7(b)では φに対する THz 波のエネルギー（$\Sigma|E_{THz0}(t)|^2$）の値をプロットした．縦軸は同じ平均強度をもつ周波数差δfの 2 波長 cw 光を入力した場合の THz 波のエネルギーで規格化している．THz-TDS は瞬時電流の時間微

分に比例して THz 波が発生するため，電流波形に鋭い傾きがあると，効率よく THz 波が発生する．その観点から最も効率のよい THz 波の発生条件は，図7(b)に示されるように$\varphi=0$のモード同期パルスの入力である．寄与しうるすべての光電界の波を位相差ゼロで足しあわせることにより，最も急峻な光強度の傾きを実現し，この情報が電流波形に転写される．ここでは，$\varphi=0$において，2 波長 cw 光入力時の 16 倍の THz 波エネルギーが出力されているが，これは，モード同期パルス入力により発生する光キャリアの周波数スペクトルが 2 波長 cw 光のそれに比べて 4 倍の帯域をもち，さらに強度波形として絶対値 2 乗され，16 倍の高速な傾きをもつ電流波形が生じるためである．これをモード同期パルスと同じく最大周波数差$4\delta f$の 2 波長 cw 光を入力光とした場合に規格化し直すと$\varphi=0$で最大値 1 となる．このように，THz-TDS は線形システムであるため，THz 波の発生効率は，入力光パルスのピークパワーではなく，入力光の帯域と平均強度によって決定される．このことは，光コヒーレンストモグラフィー（OCT）と同様に，フェムト秒レーザーに替わり，波長差が高速掃引できる 2 波長レーザーが THz-TDS の入力光源として主流になる可能性を示唆しているように思える．

4. THz 波の検出

プローブ光の遅延軸を掃引することにより，THz 波と光キャリアの両時間波形の相互相関を行う．ここでは，2 個の軸外し放物面鏡間に試料を挿入しない実験系を想定する．また，検出側に用いる光伝導アンテナも発生側と同じく広帯域特性をもち，アンテナ内で生じる現象に周波数制限を与えないものと仮定する．この場合，外部電流として実験観測される相互相関出力$C_0(\tau)$とその周波数スペクトル$\tilde{C}_0(\omega)$は次式で与えられる．

$$C_0(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}E_{THz0}(t)\,n(t-\tau)dt$$
$$\propto\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dn(t)}{dt}n(t-\tau)dt \qquad (11)$$

$$\tilde{C}_0(\omega)\propto\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dn(t)}{dt}n(t-\tau)dt\;e^{-i\omega\tau}d\tau$$
$$=i\omega\tilde{n}(\omega)\tilde{n}^{*}(\omega)=i\omega|\tilde{n}(\omega)|^2=i\omega\tilde{n}^2(\omega) \qquad (12)$$

式(12)の導出はウィナーヒンチンの定理にもとづく．式(12)の結果より，相互相関波形のフーリエ変換は光キャリアの強度スペクトルに比例することがわかる．

図 3(a), 4(a)と図 5(a), 6(a)に示した二種類の入力光に対する光キャリアと THz 波の時間波形間の相互相

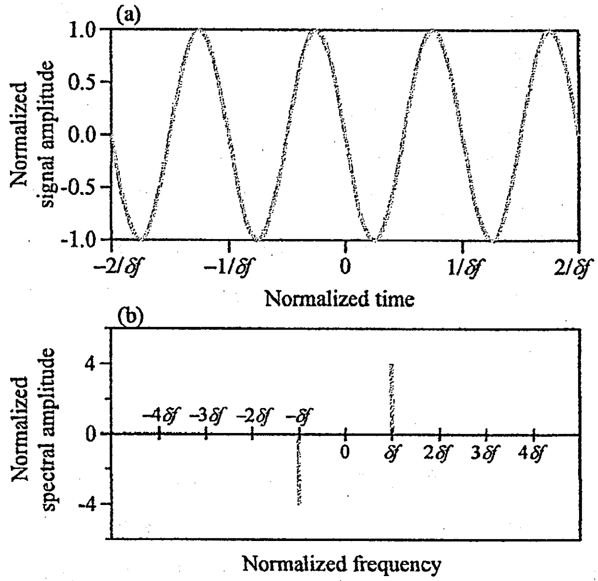


図 8. 2 波長 cw 光入力時に検出された THz 波の(a) 相互相関波形と(b)その周波数スペクトル

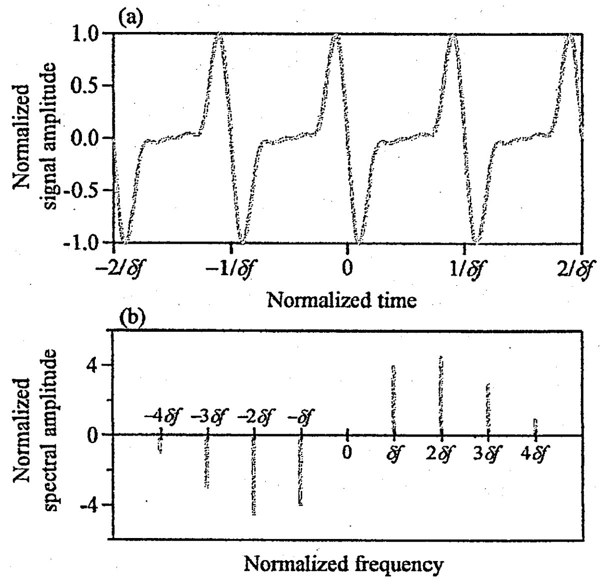


図 9. モード同期パルス入力時に検出された THz 波の(a)相互相関波形と(b)その周波数スペクトル

関を数値的に行った結果を図 8, 9 にそれぞれ示す.

図 8 の 2 波長 cw 光の場合, 上述のように周波数成分δfしか含まないため, 相互相関の結果も正弦波形となり THz 波の時間波形に一致する. 一方, 図 9 のモード同期パルスの場合, 相互相関を行うことにより THz 波の時間波形 (図 6(a)) に含まれるリップルが消え, 急峻な立ち上がり部分がなまった波形に変換されることが確認できる. このことは, 相互相関波形の周波数スペクトル (図 9(b)) において, 4 個のビート周波数成分δf, $2\delta f$, $3\delta f$, $4\delta f$の強度比が 4:4.5:3:1 となり, THz 波の周波数スペクトル (図 6(b)) に比べて高周波成分が抑制されていることに対応する. これは, 式(12)で示されるように, 図 6(b)の$\omega\tilde{n}(\omega)$の周波数成分の比率に$\tilde{n}(\omega)$の重み関数が掛けられていることにもとづく. つまり, $2\pi\delta f \cdot 4^2 : 4\pi\delta f \cdot 3^2 : 6\pi\delta f \cdot 2^2 : 8\pi\delta f \cdot 1^2 = 4:4.5:3:1$ である.

5. THz-TDS の妥当性

以上のことから, モード同期パルス入力時の相互相関測定によって得られる波形は, THz 波の時間波形とは異なることがわかった. ただし, 数値シミュレートした THz 波の時間波形 (図 6(a)) とその相互相関波形 (図 9(a)) の差異は相対的に小さく, かつ, 自己相関とは異なり, 相互相関では波形の非対称性も反映できるため, 相互相関波形を THz 波の時間波形として近似的に扱うことは問題ないと思われる.

ここでは, THz-TDS で測定される波形は相互相関波形であると認識した上で, 理論的な検討とともに THz-TDS を数値シミュレートし, その妥当性を確認する. 今回は軸外し放物面鏡間に試料が挿入されているとする. ここで試料の複素透過係数$\tilde{t}(\omega)$とすると, 試料を透過した THz 波の周波数スペクトル$\tilde{E}_{\mathrm{THz1}}(\omega)$は次式となる.

$$\tilde{E}_{\mathrm{THz1}}(\omega) = \tilde{t}(\omega)\tilde{E}_{\mathrm{THz0}}(\omega) = \sqrt{\tilde{T}(\omega)}\exp\left(i\tilde{\theta}(\omega)\right)\tilde{E}_{\mathrm{THz0}}(\omega) \quad (13)$$

ここで, $T(\omega)$はエネルギー透過率スペクトル, $\tilde{\theta}(\omega)$は位相スペクトルである. 試料を透過した THz 波から相互相関波形 $C_1(t)$を描き, フーリエ変換によりその周波数スペクトル$\tilde{C}_1(\omega)$を求めると, 式(12)より次式が得られる.

$$\tilde{C}_1(\omega) = i\omega\tilde{n}^2(\omega)\sqrt{T(\omega)}\exp(i\tilde{\theta}(\omega)) \quad (14)$$

上式と式(12)より, 複素透過係数$\tilde{t}(\omega)$は次式で求まる.

$$|\tilde{t}(\omega)|^2 = \tilde{T}(\omega) = \left|\frac{\tilde{C}_1(\omega)}{\tilde{C}_0(\omega)}\right|^2 \quad (15)$$

$$\arg\{\tilde{t}(\omega)\} = \tilde{\theta}(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}(\tilde{C}_1(\omega))}{\mathrm{Re}(\tilde{C}_1(\omega))}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (16)$$

上式(15), (16)中の相互相関スペクトル ($\tilde{C}_0(\omega)$,$\tilde{C}_1(\omega)$) を THz 波の周波数スペクトル ($\tilde{E}_{\mathrm{THz0}}(\omega)$, $\tilde{E}_{\mathrm{THz1}}(\omega)$) の表記に置き換えると, 従来の THz-TDS の説明に一致する. これは, 試料ありと試料なしの測定データを割算処理するので, 測定データの物理量の次元は相殺されて問題とならないことを意味しており, 測定データの処理手順としての THz-TDS の妥当性は確認された. ただし, 相互相関スペクトル$\tilde{C}_{0,1}(\omega)$はエネルギーの次元をもつため, 絶対値 2 乗して図示する場合は表記に注意を払う必要がある.

次に, 確認のため THs-TDS の数値シミュレーションを行った. 複素共役光を含む THz 波の 8 個の周波数成分$\pm\delta f$, $\pm 2\delta f$, $\pm 3\delta f$, $\pm 4\delta f$ に対応する測定試料の複素透過係数$\tilde{t}(\omega)$を下に設定する.

$$\begin{aligned} t(\pm\delta f) &= \sqrt{T_1}\exp(i\theta_1) = \sqrt{0.9}\exp(\mp i0.1\pi) \\ t(\pm 2\delta f) &= \sqrt{T_2}\exp(i\theta_2) = \sqrt{0.8}\exp(\mp i0.2\pi) \\ t(\pm 3\delta f) &= \sqrt{T_3}\exp(i\theta_3) = \sqrt{0.7}\exp(\mp i0.3\pi) \\ t(\pm 4\delta f) &= \sqrt{T_4}\exp(i\theta_4) = \sqrt{0.6}\exp(\mp i0.4\pi) \end{aligned} \quad (17)$$

図 6(b)の THz 波スペクトルに式(17)の複素透過係数$\tilde{t}(\omega)$を掛け, 逆フーリエ変換したのち相互相関を行う. 得られた相互相関波形 $C_1(t)$とその周波数スペクトル$\tilde{C}_1(\omega)$ (複素振幅を絶対値で表示) を図 10 に示す. 図 10(b)の周波数スペクトル$\tilde{C}_1(\omega)$と図 9(b)の周波数スペクトル$\tilde{C}_0(\omega)$の数値データを式(15)に代入すると, エネルギー透過率スペクトル$\tilde{T}(\omega)$が求まる. その結果を図 11 に示す. 式(17)で設定した T_1=0.9, T_2=0.8, T_3=0.7, T_4=0.6 が読み出されることがわかる. 位相スペクトル$\tilde{\theta}(\omega)$も式(16)にもとづき計算することにより, θ_1=−0.1π, θ_2=−0.2π, θ_3=−0.3π, θ_4=−0.4πが読

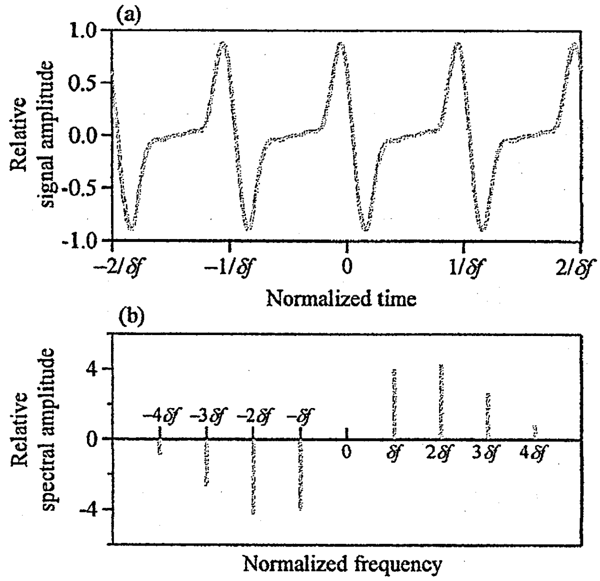


図 10. 試料透過後の THz 波の(a)相互相関波形と(b)その周波数スペクトル（複素振幅の絶対値）

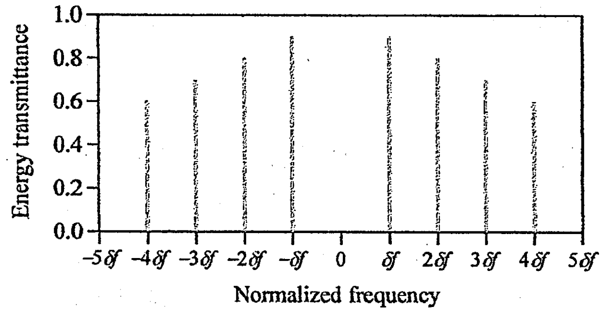


図 11. 試料の透過率スペクトル

み出され，設定値に一致した．これより，THz-TDS の妥当性を数値的に確認することができた．

6. THz 波の時間波形の再生

ここでは，相互相関波形をデコンボリューションして THz 波の時間波形を再生する手法について考察する．式(7)と式(12)より，試料を挿入しない場合，相互相関スペクトルは $i\omega\tilde{n}^2(\omega)$，THz 波スペクトルは $i\omega\tilde{n}(\omega)$で表現される．$\tilde{n}(\omega)$に含まれる 4 つの正の周波数成分がすべて正の実数と見なせる場合は，次の手法で容易に THz 波の時間波形を再生できる．

- 測定した $\omega\tilde{n}^2(\omega)$に周波数 ω の重み関数を掛け $\omega^2\tilde{n}^2(\omega)$とし，各成分の符号はそのまま維持し，振幅の平方根をとり $\omega\tilde{n}(\omega)$の数値データを得る．
  虚数単位 i を掛け $i\omega\tilde{n}(\omega)$とし，逆フーリエ変換することにより THz 波の時間波形 $E_{THz0}(t)$を求める．

式(2)で記述されるモード同期パルスの場合，$\tilde{n}(\omega)$の正側の周波数成分はすべて正の実数である．そこで，図 9(b)の相互相関スペクトルを初期データとして上記のデコンボリューションアルゴリズムを実行した．結果を図 12 に示す．図 6 の結果に一致し，上記の手法で THz 波の時間波形の再生が可能であることが確認された．これは，この問題では電界成分の位相を考慮する必要がないことにもとづいている．

一方，$\tilde{n}(\omega)$が負の周波数成分を含む一例として，式(2)の光電界成分 E_3 の位相を逆相に設定した場合（式(10)の φ に -π を代入）について考察する．この条件で計算した THz 波の時間波形とその周波数スペクトルを図 13(a, b)に示す．先に述べたように，分散曲線状の時間波形が消滅し，定常発振に近い波形となっている．周波数成分のうち，±δf 成分はほぼゼロになり，$\tilde{n}(\omega)$の影響を受けて，±2δf 成分の符号が正負反転している．観測される相互相関波形とそのスペクトルを図 13(c, d)に示す．周波数成分は $\tilde{n}^2(\omega)$に比

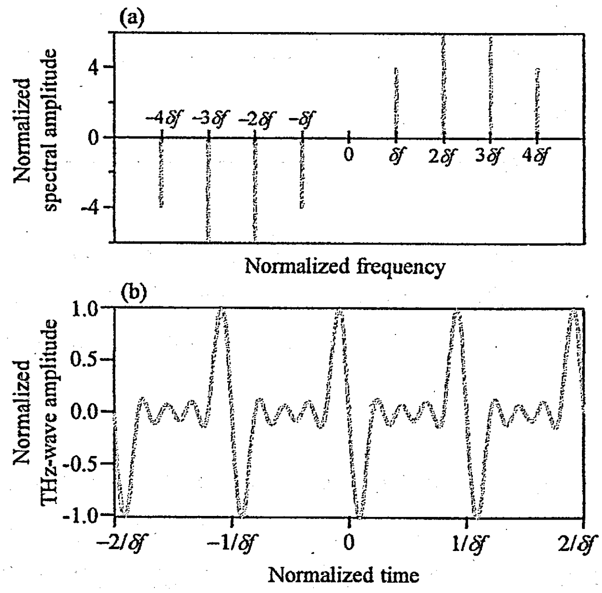


図 12. THz 波時間波形の再生：図 9(b)の相互相関スペクトルに周波数 ω の重み関数を掛け，振幅の平方根をとった(a)周波数スペクトルとその逆フーリエ変換により再生した(b)THz 波の時間波形

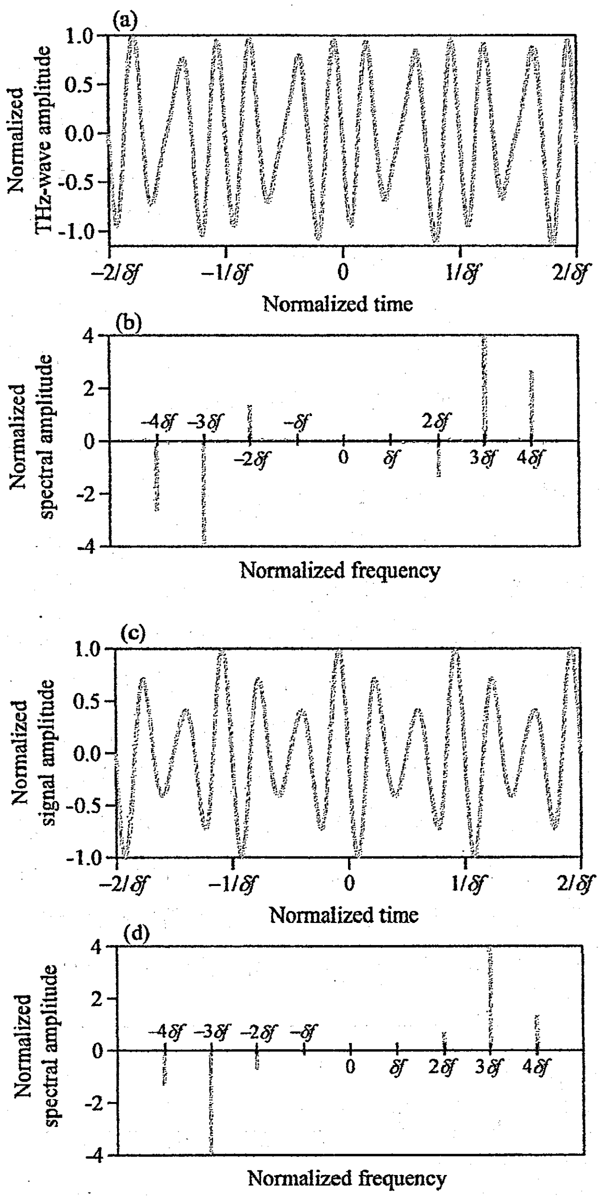


図 13. 光電界成分E_3に逆相成分$\varphi=\pi$を考慮した場合の THz 波の(a)時間波形と (b) その周波数スペクトル，(c) THz 波と光キャリアの相互相関波形と(d)その周波数スペクトル.

例するため，相互相関スペクトルではすべての周波数成分の振幅の符号は正（複素共役光成分は負）となる．このため，相互相関波形には分散曲線状の波形が現れている．実験的に得られる図 13(d)のデータを用いてデコンボリューションアルゴリズムを適用すると，図 14(a)に示す周波数スペクトルを得る．これを図 13(b)と比較すると，各成分の振幅は正しく

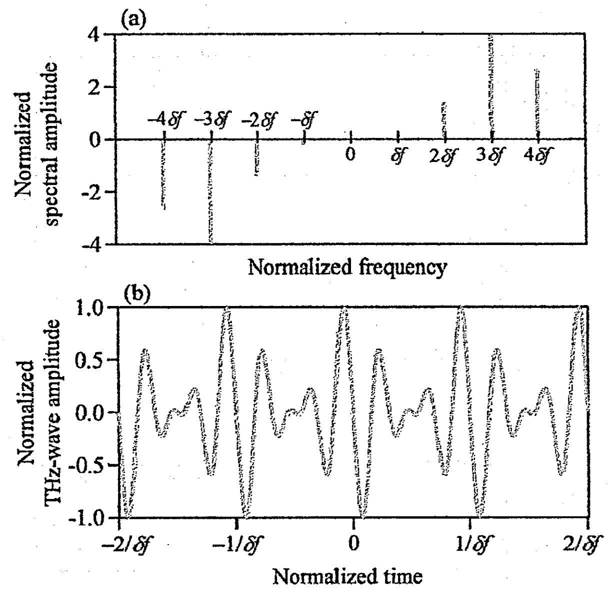


図 14. 光電界成分E_3に逆相成分$\varphi=\pi$を考慮した場合の THz 波時間波形の再生：(a)図 13(d)の結果に周波数ωを掛け，振幅の平方根をとった周波数スペクトルと(b)その逆フーリエ変換変により再生した THz 波の時間波形.

再生されているが，$\pm 2\delta f$成分の符号が逆となっている．この結果，図 14(a)の数値データを逆フーリエ変換して描いた THz 波の時間波形（図 14(b)）は元の波形（図 13(a)）とは異なってしまう．このように，デコンボリューションにおいて$\tilde{n}(\omega)$の周波数成分の符号は重要であるが，相互相関スペクトルからはその情報は得られないため，THz 波の時間波形は一意に決定できない．ただし，入力光電界の位相を広い範囲で走査した結果，入力光の強度波形がパルス形状をもつ限り，$\tilde{n}(\omega)$の周波数成分はすべて正となることを数値的に確認した．THz-TDS の一般的な実験条件では，フェムト秒光パルスを入力するため，上記のデコンボリューションアルゴリズムが適用できることがわかった.

7. 入力パルスの強度時間波形の再生

THz 波の時間波形と同様に，下の手順でデコンボリューションを実行すると，光キャリアの時間波形を再生することができる.

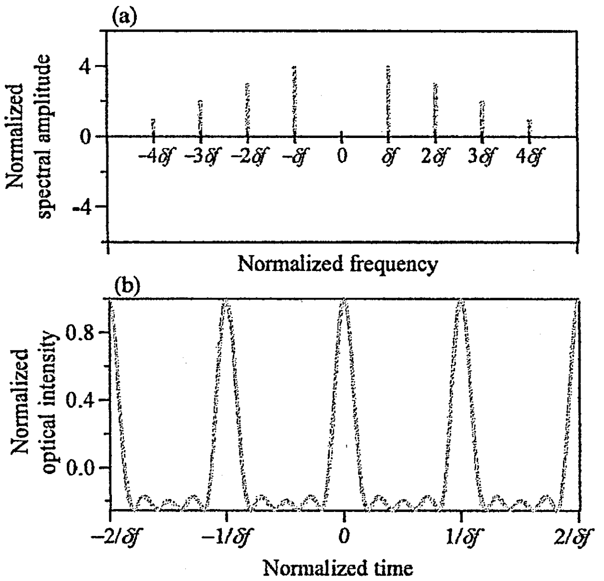


図 15. 光キャリアの時間波形の再生：図 9(b)の相互相関スペクトルの複素共役光成分の符号を反転したのち，周波数ωの重み関数で割り，振幅の平方根をとった(a)周波数スペクトルと(b)その逆フーリエ変換により再生した光キャリアの時間波形

- $\omega\tilde{n}^2(\omega)$を周波数$\omega$の重み関数で割り$\tilde{n}^2(\omega)$とし，複素共役光成分の符号を正に反転したのち，平方根をとり$\tilde{n}(\omega)$の数値データを得る．$\tilde{n}(\omega)$の逆フーリエ変換により，光キャリアの時間波形 $n(t)$が求まる．

前節と同様に，図 9(b)の相互相関スペクトルを初期データとして上記のデコンボリューションアルゴリズムを実行した．得られた結果を図 15 に示す．図 15(a)の結果は，直流成分以外は図 4(b)のモード同期パルス（ここでは光キャリアと同じ）の周波数スペクトルに一致している．この結果を逆フーリエ変換した図 15(b)では，図 4(a)の時間波形に一致しており，光キャリアの時間波形が再生可能であることを確認した．

キャリア緩和が高速であれば，光キャリアの時間波形は入力パルスの強度時間波形に一致する．したがって，THz-TDS の実験系は入力光パルスの再生にも利用できると考えられる．これは，線形システムによる短光パルスの再構築法として興味深い．THz-TDS は相互相関計測を行うため，時間ジッタの影響を受けることなく，また，ミリワット程度の出力強度の cw 光に対しても観測可能[2]であることから，弱い強度のピコ秒光パルスを測定対象として，高感度に強度時間波形を読み出すことができると考えられる．光スペクトラムアナライザで光パルスの強度スペクトルを別途取得し，繰り返し計算法を適用することにより，光パルスの時間波形と内部位相が再構築できる．

8. まとめ

2 本と 5 本の縦モードで記述される 2 波長定常光とモード同期パルスをそれぞれ入力光とする簡易な数値計算モデルを用いて，テラヘルツ時間領域分光法（THz-TDS）に対する数値シミュレーションを行った．その結果，THz-TDS で観測される波形は THz 波と光キャリアの両時間波形の相互相関波形であり，THz 波の時間波形とは異なることを示した．しかし，THz-TDS では，試料ありと試料なしの測定データを除算する手法を用いるため，測定データに相互相関波形を利用しても，正確に測定試料の複素透過係数が読み出せることを確認した．THz 波や光キャリアの時間波形は，相互相関スペクトルに周波数ωの重み関数を考慮したデコンボリューションを実行することにより再生できることを示した．これより，光伝導アンテナのパラメータを調整することにより，線形システムである THz-TDS 実験系を用いて，入力光パルスの時間波形と位相情報を再構築できると思われる．

謝辞

本研究の一部は，JSPS 科研費基盤研究(C) 21560044 の助成を受けたものです．

参考文献

[1] テラヘルツ波の基礎と応用，西澤潤一 編著，工業調査会 (2005)

[2] M. Tani, S. Matsuura, K. Sakai, and M. Hangyo, IEEE Microwave Guide. Wave Lett., 7 (1997) 282.

輻射科学研究会資料
RS11-16

光ファイバの非線形光学効果を用いた光Ａ／Ｄ変換技術

Optical Analog to Digital Conversion using Optical Nonlinear Effect in Optical Fiber

三好　悠司, 大橋　正治
(大阪府立大学)

並木　周
(産業技術総合研究所)

北山　研一
(大阪大学)

2012 年 3 月 26 日
於　大阪府立大学

輻射科学研究会資料
RS11-16

光ファイバの非線形光学効果を用いた光A／D変換技術

大阪府立大学　三好　悠司、大橋　正治
産業技術総合研究所　並木　周
大阪大学　北山　研一

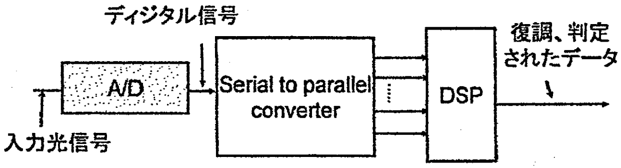
1

発表内容

- 光A/D変換
  - 研究背景
  - 全光A/D変換方式
  - 原理
  - 多周期NOLMの設計
    - HNLFの分散と非線形効果の影響
    - 逆伝搬効果の抑制方法
    - 実験結果
  - NOLMを用いた分解能向上AD変換方式
  - まとめ

2

研究背景

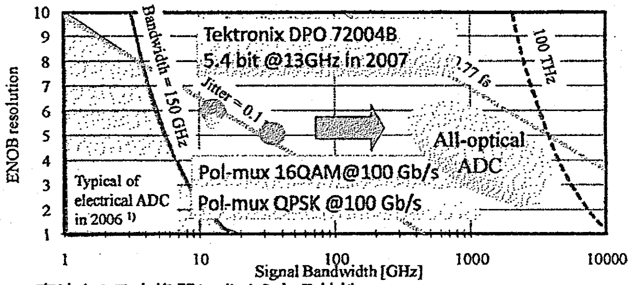


- 近年、無線通信で用いられてきたディジタル信号処理(DSP)による分散補償技術や多値伝送技術が光通信においても研究が進められており超高速のA/D変換器が必要となっている.

A/D変換器に求められる性能
- サンプリング速度はシンボルレートと同等以上(1.5~2倍程度)。
- 分解能はQPSK信号の復調には5 bit、16QAMには6bit程度

3

実効分解能の制限要因と現状

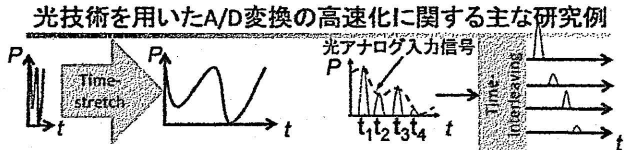


高速なA/D変換器に求められる特性
- サンプリング時のタイミングジッタの低減
- 比較器の応答速度の向上

1) B. Walden, "Analog-to-digital conversion in the early 21st century," presented at the International Microwave Symposium in 2007.

4

光技術を用いたA/D変換の高速化に関する主な研究例



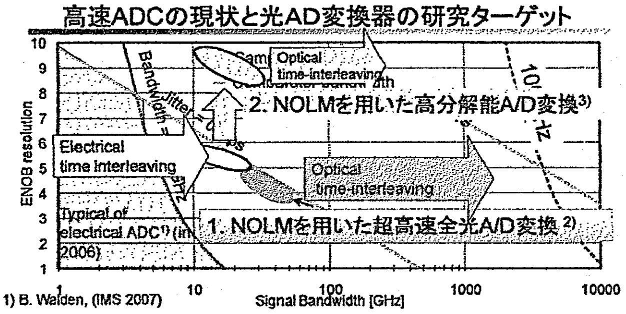
1. Optical time-stretch ADC方式 (B. Jalaliら, UCLA))
   広帯域電気信号を群遅延分散特性を用いて光領域で時間伸長し、低速の電気A/D変換器(量子化器)で観測する方法。
2. Optical time-interleaving ADC方式(P. A. Andreksonら, Chalmers大学)
   光領域で標本化した光信号を並列に展開し、複数の電気A/D変換器(量子化・符号化器)を用いて観測する方法。

連続時間測定や高分解能を実現するためには並列数を大きくし、多数のA/D変換器を用いる必要がある。

これらの技術では量子化の手段として電気A/D変換器を複数並列に使用する手法がとられている。

5

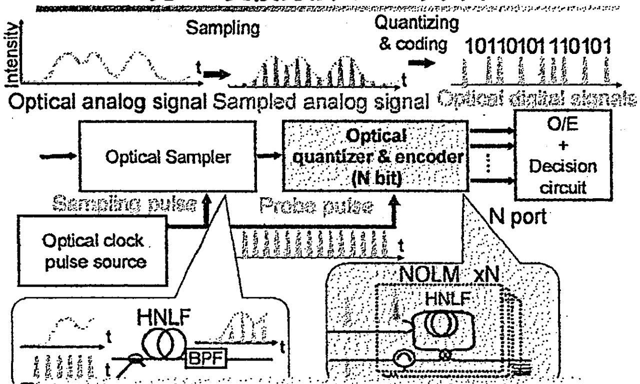
高速ADCの現状と光AD変換器の研究ターゲット



1) B. Walden, (IMS 2007)

- NOLMを用いた全光A/D変換技術(Y. Miyoshi et al, IEEE/OSA JLT, (2010))
  - 分解能　5-bit程度、50 GHz程度
  - 光タイムインタリーブ技術による並列化によりさらに高速化が可能
- NOLMを用いた高分解能A/D変換技術 (Y. Miyoshi et al, IEEE/OSA JLT, (2011))
  - 既存の超高速AD変換器を4~5bit 程度　高分解能化
  - 単純な光タイムインタリーブより並列ADCの数(16→3台)が少数

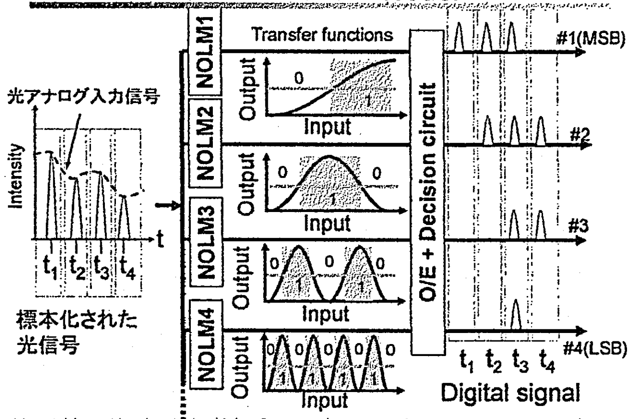
光A/D変換方法のブロック図



•超低タイミングジッタの光パルス光源をサンプリングに用いる.
•広帯域の信号は光信号のままディジタル化される.

7

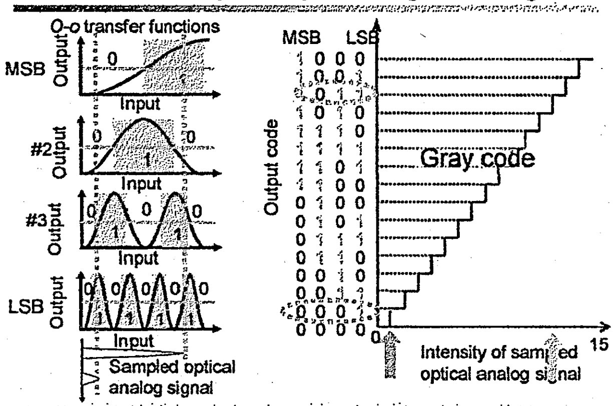
Quantizer and Encoder



H.F. Taylor, "An electro-optic analog-to-digital converter," IEEE J. Quantum Electron(1975)

8

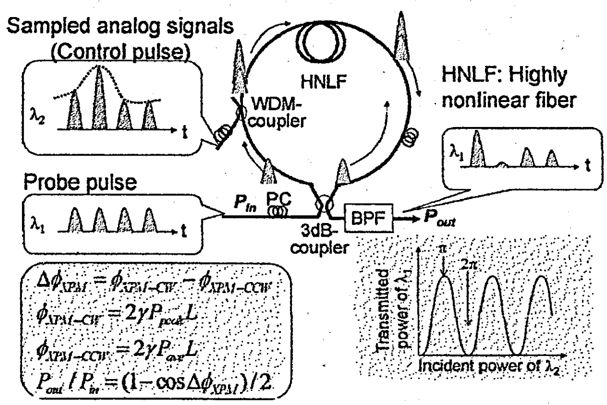
All-optical quantizing & coding



N bitのA/D変換には, 最大2^{N-2} 周期の光入出力伝達関数が必要

9

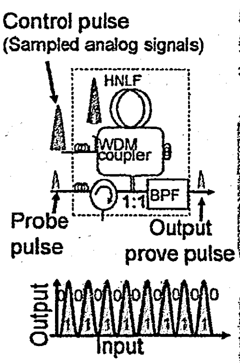
Nonlinear optical loop mirror (NOLM)



$$\Delta\phi_{XPM} = \phi_{XPM-CW} - \phi_{XPM-CCW}$$
$$\phi_{XPM-CW} = 2\gamma P_{peak} L$$
$$\phi_{XPM-CCW} = 2\gamma P_{ave} L$$
$$P_{out} / P_{in} = (1 - \cos\Delta\phi_{XPM})/2$$

10

多周期NOLMの設計方法



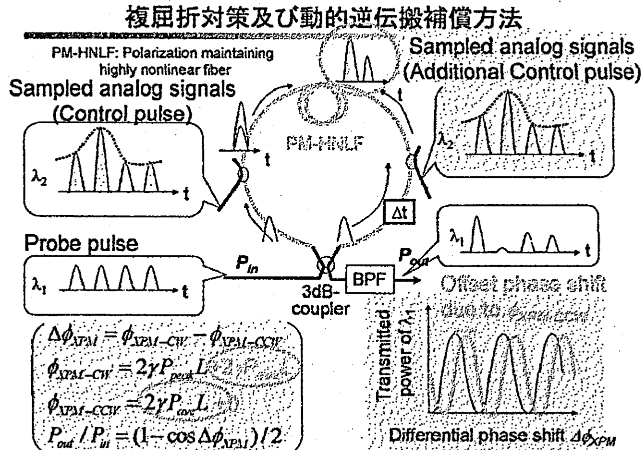
5-bit A/D変換に必要な8周期の伝達関数を実現するには非線形効果と分散効果について考慮した設計が必要。

理論的検討及び数値シミュレーションを用いた検討
- Walk-offを考慮した波長配置
- SPMによる制御光のスペクトル広がり
- 制御光によるラマン増幅

新しいNOLMの構成、対策方法を提案
- 複屈折と非線形偏波回転
- 逆伝搬効果

11

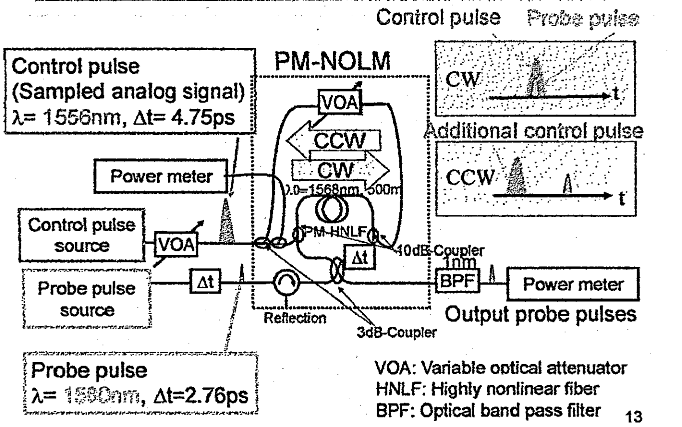
複屈折対策及び動的逆伝搬補償方法



$$\Delta\phi_{XPM} = \phi_{XPM-CW} - \phi_{XPM-CCW}$$
$$\phi_{XPM-CW} = 2\gamma P_{peak} L$$
$$\phi_{XPM-CCW} = 2\gamma P_{ave} L$$
$$P_{out} / P_{in} = (1 - \cos\Delta\phi_{XPM})/2$$

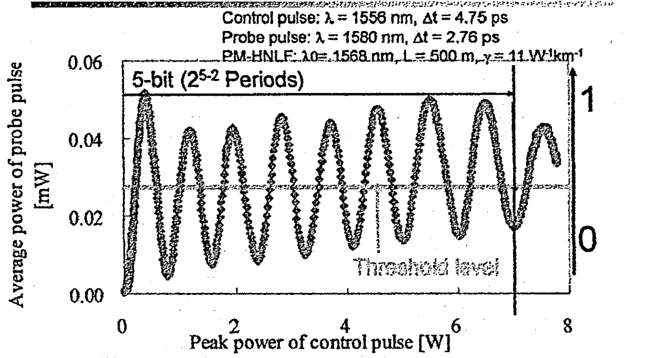
12

Experimental setup



13

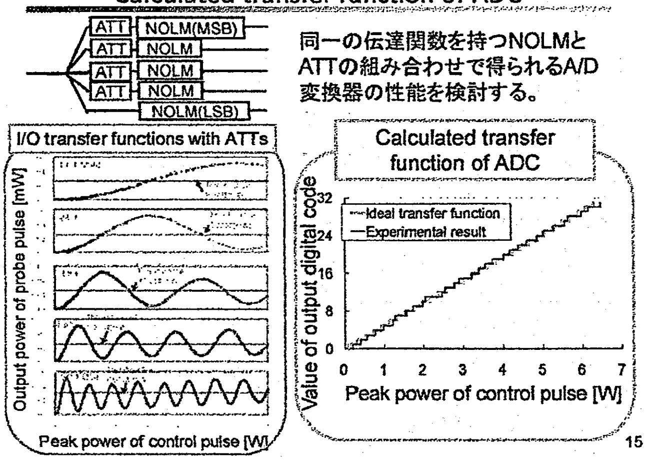
実験結果



5-bitAD変換に必要な8周期の光入出力伝達関数を確認した。

14

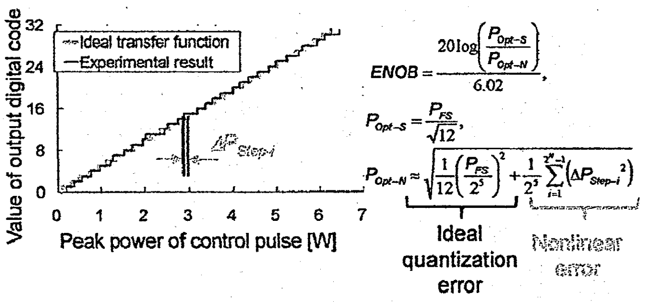
Calculated transfer function of ADC



同一の伝達関数を持つNOLMとATTの組み合わせで得られるA/D変換器の性能を検討する。

15

分解能についての計算結果



$$ENOB = \frac{20\log\left(\frac{P_{Opt-S}}{P_{Opt-N}}\right)}{6.02},$$

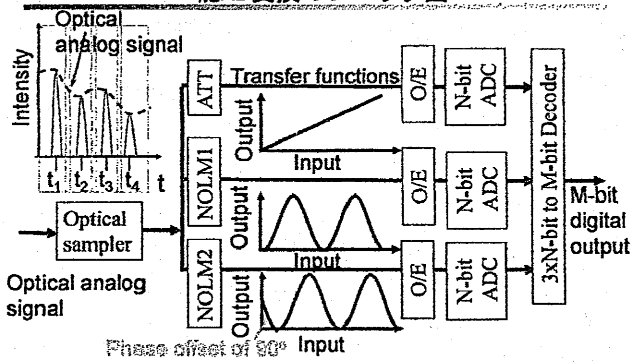
$$P_{Opt-S} = \frac{P_{FS}}{\sqrt{12}},$$

$$P_{Opt-N} \approx \sqrt{\frac{1}{12}\left(\frac{P_{FS}}{2^5}\right)^2 + \frac{1}{2^5}\sum_{i=1}^{2^5-1}\left(\Delta P_{Step-i}{}^2\right)}$$

伝達関数の実験結果から伝達関数の誤差の影響を検討し、実効分解能4.41bitをえられることを確認した。

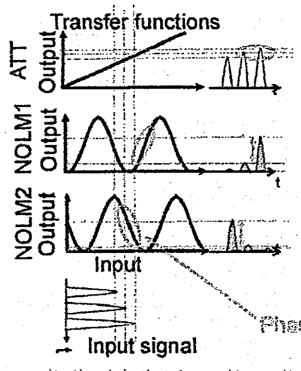
16

NOLMによる光アナログ信号処理を用いた高分解能AD変換のブロック図



NOLMの光入出力特性を量子化の前処理として利用。
3つのA／D変換器の出力信号を用いてディジタル出力を得る。

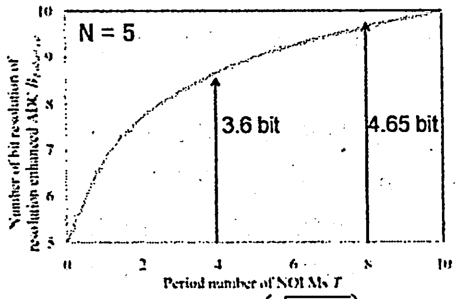
分解能向上原理



1. 低分解能AD変換器では信号の微小な変動を検出困難.
2. NOLM1の伝達関数の傾きが大きいところでは変化が大きくなり分解能が向上する.
3. NOLM2では90度の位相差を与えることにより 傾きの小さい部分を補完する。

8周期の正弦伝達関数を用いると4.65 bit の分解能向上効果が期待できる。

伝達関数の周期数と分解能向上効果（5-bit ADCの場合）

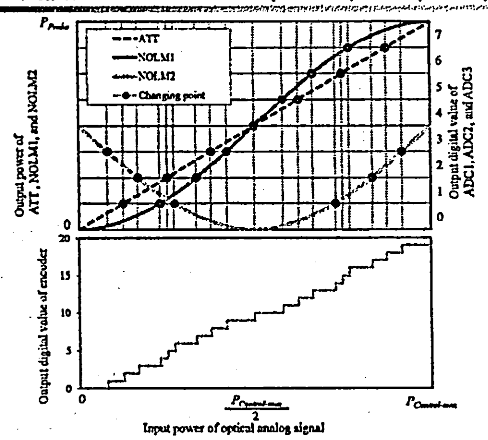


$$B_{Enhanced} = N + \log_2\left(\sqrt{1+\pi T^2}\right)$$

8周期の正弦伝達関数を用いると4.65 bit (約25倍) の分解能向上効果が期待できる。

19

AD変換器の入出力特性例(N=3 bit, T = 1 period)

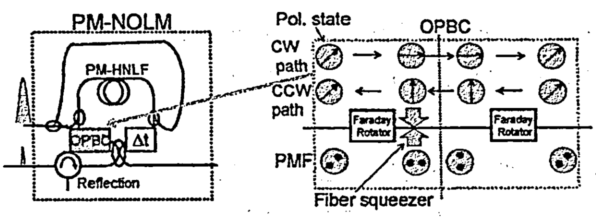


20

OPBC(Optical Phase Bias Controller)

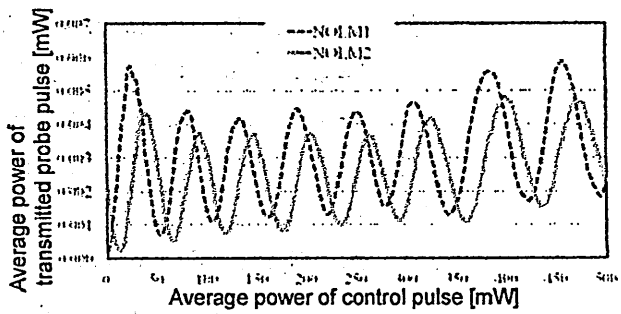
•90度の位相差を発生させるためにはPM-HNLF OPBC (Optical phase bias controller) をNOLM内に用いた。

(T. Sakamoto, and K. Kikuchi (Tokyo Univ.) , PTL in 2004)



21

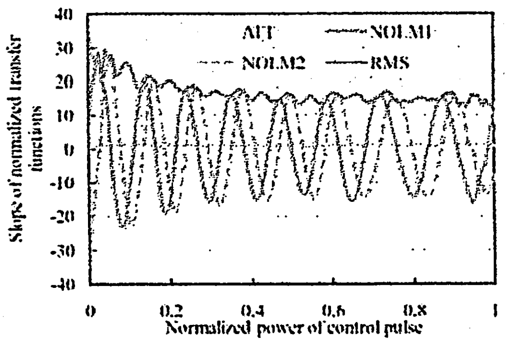
90度位相差を持つNOLMの光入出力伝達関数



•90度位相差を持つ光入出力伝達関数を得ることに成功した。

22

伝達関数の傾きと分解能向上効果



•この伝達関数を用いるとその傾きからN+4.08 bitの実効ビット分解能を得ることが可能。

23

まとめ

- 多周期の伝達関数を持つ非線形光ループミラーを用いた光A/D変換方法について紹介を行った。
- 光ファイバ中で発生する分散効果および非線形効果について詳細な検討を行い、5-bit A/D変換に必要な8周期の伝達関数を実験により確認し、実効ビット分解能4.51bitを得られることを確認した。.
- NOLMを用いた高分解能光AD変換方式について紹介し、N-bit ADCとの組み合わせにより、N+4.08bitの分解能を得られることを確認した。

24

参考文献

[1] R. H. Walden, "Analog-to-digital converter survey and analysis," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 17, pp. 539–550, Apr. 1999.

[2] G. C. Valley, "Photonic analog-to-digital converters," Optics Express. vol. 15, no. 5, pp. 1955-1982 , Mar. 2007.

[3] M. Sköld, M. Westlund, H. Sunnerud, and P. A. Andrekson, "All-Optical Waveform Sampling in High-Speed Optical Communication Systems Using Advanced Modulation Formats," IEEE/OSA J. Lightwave Technology, vol. 27, no. 16, pp. 3662-3671, Feb. 2009.

[4] Y. Han, and B. Jalali, "Photonic Time-Stretched Analog-to-Digital Converter: Fundamental Concepts and Practical Considerations," IEEE/OSA J. Lightwave Technology, vol. 21, no. 12, pp. 3085-2102, Dec. 2003.

[5] T. Sakamoto, and K. Kikuchi," Nonlinear optical loop mirror with an optical bias controller for achieving full-swing operation of gate switching," IEEE Photon. Lett., vol. 16, no. 2, pp. 545-547, Feb. 2004.

[6] K. Ikeda, J. M. Abdul, H. Tobioka, S. Namiki, and K. Kitayama, "Design Considerations of All-Optical A/D Conversion: Nonlinear Fiber-Optic Sagnac Loop Interferometer-based Optical Quantizing and Coding," IEEE J. Lightwave Technology. vol. 24, no. 3, pp. 2618-2628, July 2006.

[7] Y. Miyoshi, K. Ikeda, H. Tobioka, T. Inoue, S. Namiki, and K. Kitayama, "All-optical Analog-to-Digital Conversion Using Split-and-Delay Technique," IEEE/OSA J. Lightwave Technology, vol. 25, pp. 1339-1347, June 2007.

[8] Y. Miyoshi, S. Takagi, S. Namiki and K. Kitayama, "Multiperiod PM-NOLM With Dynamic Counter-Propagating Effects Compensation for 5-Bit All-Optical Analog-to-Digital Conversion and Its Performance Evaluations," IEEE/OSA J. Lightwave Technology, vol. 28, no. 4, pp. 415-422, Feb. 2010.

[9] Y. Miyoshi, S. Namiki and K. Kitayama, "Performance Evaluation of Resolution-Enhanced ADC Using Optical Multiperiod Transfer Functions of NOLMs," IEEE J. Selected topics in quantum electronics, vol. 18, pp. 779-784, Mar. 2012.

発行　　公益財団法人　輻射科学研究会
連絡先　佐藤　亨
事務局　京都大学大学院情報学研究科通信情報システム専攻
　　　　〒606-8501　京都市左京区吉田本町